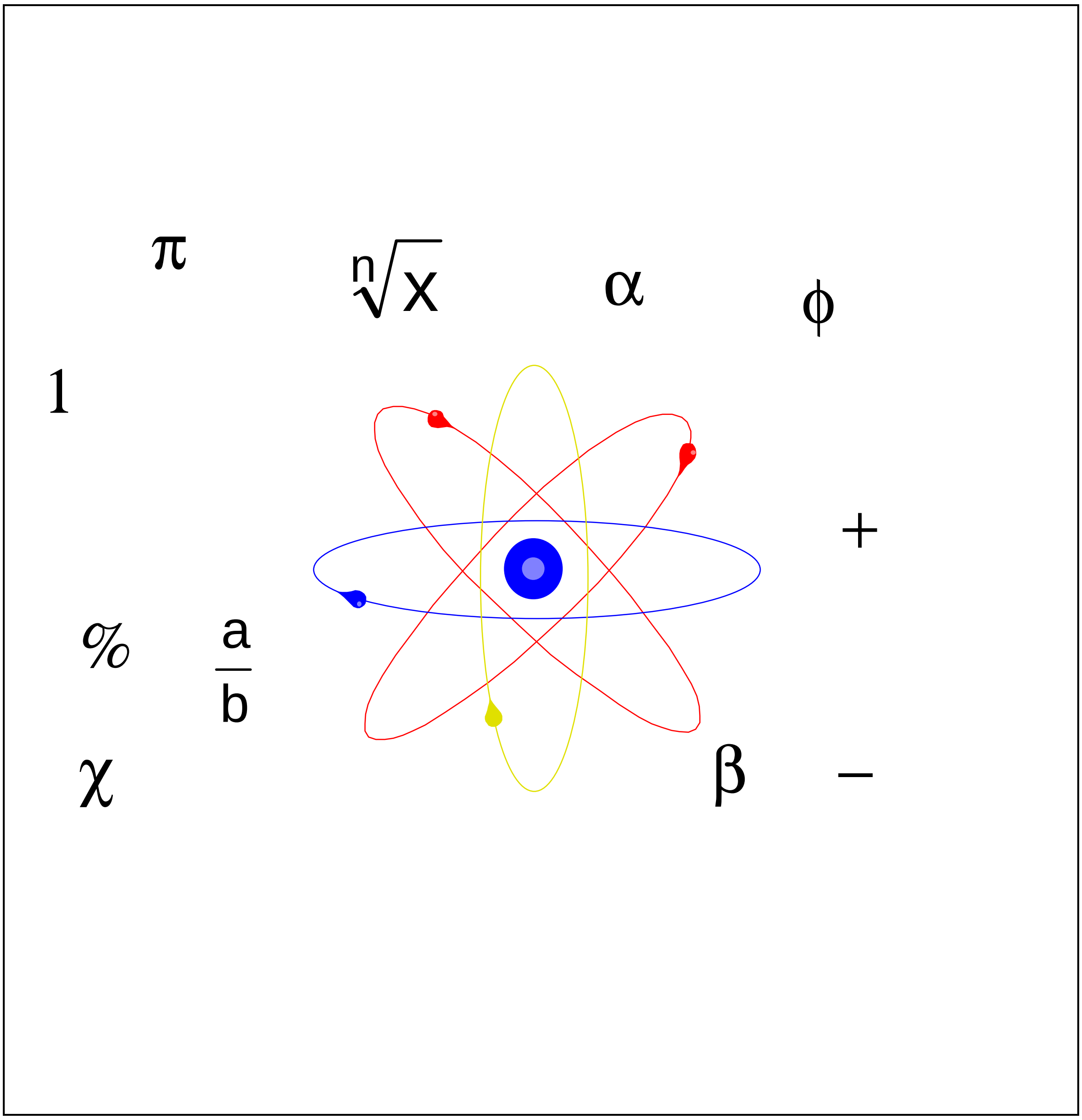
SENAI
Espírito Santo

COMPANHIA
SIDERÚRGICA DE TUBARÃO

CPM - Programa de Certificação de Pessoal de Manutenção

Elétrica

Matemática Básica



Matemática Básica - Elétrica

Trabalho realizado em parceria SENAI / CST (Companhia Siderúrgica de Tubarão)

SENAI - Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
DAE - Divisão de Assistência às Empresas
Departamento Regional do Espírito Santo
Av. Nossa Senhora da Penha, 2053 - Vitória - ES.
CEP 29045-401 - Caixa Postal 683
Telefone: (027) 325-0255
Telefax: (027) 227-9017

CST - Companhia Siderúrgica de Tubarão
AHD - Divisão de Desenvolvimento de Recursos Humanos
AV. Brigadeiro Eduardo Gomes, s/n, Jardim Limoeiro - Serra - ES.
CEP 29160-972
Telefone: (027) 348-1322
Telefax: (027) 348-1077

Sumário

Números Inteiros

Números Naturais

Desde os tempos mais remotos, o homem sentiu a necessidade de verificar quantos elementos figuravam em um conjunto.

Antes que soubessem contar, os pastores verificavam se alguma ovelha de seus rebanhos se havia extraviado, fazendo corresponder a cada uma delas uma pedrinha que colocavam na bolsa. Na volta do rebanho, a última ovelha devia corresponder à última pedrinha. Tinham assim, a noção dos números naturais, embora não lhes dessem nomes nem os representassem por símbolos.

Nos dias de hoje, em lugar das pedrinhas, utilizam-se, em todo o mundo, os símbolos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

O conjunto dos números naturais é representado pela letra IN e escreve-se:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$$

Operações Fundamentais Com Números Naturais

Adição

É a operação que permite determinar o número de elementos da união de dois ou mais conjuntos:

$$\left.\begin{array}{r} 1.004 \\ 577 \\ 12 \\ +\quad 4 \end{array}\right] \rightarrow \text{parcelas}$$

$$\begin{array}{r} 1.597 \end{array} \rightarrow \text{total ou soma}$$

Subtração

É a operação que permite determinar a diferença entre dois números naturais:

837 $\rightarrow$ Minuendo

- 158	$\rightarrow$	Subtraendo
679	$\rightarrow$	Resto ou diferença

Multiplicação

A multiplicação é muitas vezes definida como uma adição de parcelas iguais:

Exemplo: $2 + 2 + 2 = 3 \times 2$ (três parcelas iguais a 2)

381	$\rightarrow$	Multiplicando	Fatores
x 23	$\rightarrow$	Multiplicando	
1143			
+ 762			
8763	$\rightarrow$	Produto	

Atenção:

Qualquer número natural multiplicado por zero é zero.

Exemplo: $4 \times 0 = 0$

Divisão

É a operação que permite determinar o quociente entre dois números.

A divisão é a operação inversa da multiplicação.

Exemplo: $18 \times 4 = 72 \quad \rightarrow \quad 72 \div 4 = 18$

Termos Da Divisão:

Dividendo	$\rightarrow$	4051	8	$\rightarrow$	Divisor
		- 40	506	$\rightarrow$	Quociente
		051			
		- 48			
		03		$\rightarrow$	Resto

Atenção:

Quando o dividendo é múltiplo do divisor, dizemos que a divisão é exata.

Exemplo: $16 \div 8 = 2$

Quando o dividendo não é múltiplo do divisor, dizemos que a divisão é aproximada ou inexata.

Exemplo: $16 \div 5 = 3$ (resto = 1)

Numa divisão, em números naturais, o divisor tem de ser sempre diferente de zero, isto é, não existe divisão por zero no conjunto de números naturais (**IN**).

Números Naturais - Exercícios

1) Complete as sucessões numéricas seguintes:
Exemplo: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

a) 7, 14, 21, ..., ..., ..., ...

b) 9, 18, 27, ..., ..., ..., ...

c) 11, 22, 33, ..., ..., ..., ...

d) 12, 24, 36, ..., ..., ..., ...

e) 15, 30, 45, ..., ..., ..., ...

2) Resolva:

a) 4 + 577 + 12 + 1.004 =

b) 285 + 122 + 43 + 8 + 7.305 =

c) 7.815 + 427 + 2.368 + 864 =

3) Escreva as denominações dos termos e do resultado da adição:

$$\begin{array}{r} 623 \\ +\ \underline{321} \\ 944 \end{array}$$

....
....
....

4) Complete as sucessões numéricas seguintes:
Exemplo: 50, 46, 42, 38, 34, 30, 26, 22...

a) 50, 45, ..., ..., ..., ..., ...

b) 50, 44, ..., ..., ..., ..., ...

c) 80, 72, ..., ..., ..., ..., ...

d) 108, 96, ..., ..., ..., ..., ...

5) Efetue as subtrações:

a) 196 - 74 =

b) 937 - 89 =

c) 4.800 - 2.934 =

d) 100.302 - 97.574 =

e) 1.301.002 - 875.037 =

6) Em uma subtração, o subtraendo é 165 e o resto é 428.
Qual é o minuendo?

7) Qual é o número que somado a 647 é igual a 1.206?

8) De 94.278 subtraia 62.574. Tire a prova.

9) Efetue mentalmente:

a) $7 \times 1 =$
b) $810 \times 1 =$
c) $8 \times 10 =$
d) $72 \times 10 =$
e) $1.705 \times 10 =$
f) $9 \times 100 =$
g) $81 \times 100 =$
h) $365 \times 100 =$
i) $5 \times 1000 =$
j) $12 \times 1000 =$
k) $170 \times 100 =$
l) $3.800 \times 1000 =$

10) Complete:

a) Um produto é sempre uma adição de .... iguais.

b) O produto de vários fatores é zero, quando pelo menos um de seus fatores for ....

11) Complete:

a) $4 \times 5 \times 0 =$

b) $6 \times 0 \times 9 =$

c) $0 \times 5 \times 8 =$

d) $1 \times$ ...... $\times 8 = 0$

e) $7 \times 9 \times$...... $= 0$

f) ......$\times 4 \times 8 = 0$

12) Escreva os termos da divisão:

....	107	5	....
	07	21	....
....	2		

13) Efetue:

a) $810 \div 4 =$

b) $408 \div 4 =$

c) $560 \div 8 =$

d) $12.018 \div 6 =$

14) O número 9 está contido em 3.663 .... vezes.

15) Arme, efetue e verifique a exatidão das operações através de uma prova.

a) $8.750 + 3 + 1.046 =$

b) $37.600 - 28.935 =$

c) $2.091 \times 45 =$

d) $9.327 \times 814 =$

e) $3.852 \times 208 =$

f) $68.704 \div 74 =$

g) $1.419 \div 87 =$

h) $4.056 \div 68 =$

16) Resolva os problemas:

a) Um reservatório contém 400 litros de água e efetuamos, sucessivamente, as seguintes operações:

- retiramos 70 litros
- colocamos 38 litros
- retiramos 193 litros
- colocamos 101 litros
- colocamos 18 litros

Qual a quantidade de água que ficou no reservatório?

b) Em uma escola estudam 1.920 alunos distribuídos igualmente em 3 períodos: manhã, tarde e noite. Pergunta-se:

- Quantos alunos estudam em cada período?
- Quantos alunos estudam em cada sala, por período, se há 16 salas de aula?

Mínimo Múltiplo Comum

Múltiplos e Divisores

Múltiplos de um Número

Múltiplo de um número natural é o produto desse número por um outro número natural qualquer.

Exemplo:

M (2) { 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...}

M (5) { 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...}

Atenção:

- Zero é múltiplo de todos os números.
- Qualquer número natural é múltiplo de si mesmo.
- O conjunto de múltiplos de um número é infinito.

Divisores de um Número

Um número é divisor de outro quando está contido neste outro certo número de vezes.

Um número pode ter mais de um divisor. Por Exemplo, os divisores do número 12 são:

1, 2, 3, 4, 6, e 12.

O conjunto dos divisores de 12 representamos assim:

D (12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

Se um número é múltiplo de outro, ele é **"divisível"** por este outro.

Atenção:

- Zero não é divisor de nenhum número.
- Um é divisor de todos os números.

Critérios de Divisibilidade

Sem efetuarmos a divisão podemos verificar se um número é divisível por outro. Basta saber alguns critérios de divisibilidade:

a) Por 2:

Um número é divisível por 2 quando termina em 0, 2, 4, 6, ou 8. Ou seja, quando ele é par.

Exemplo: 14, 356, ...

b) Por 3:

Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 3.

Exemplo: 252 é divisível por 3 porque 2 + 5 + 2 = 9 e 9 é múltiplo de 3.

c) Por 4:

Um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos forem 0 ou formarem um número divisível por 4.

Exemplo: 500, 732, 812

d) Por 5:

Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

Exemplo: 780, 935

e) Por 6:

Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Exemplo: 312, 732

f) Por 9:

Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 9.

Exemplo: 2.538, 7.560

g) Por 10:

Um número é divisível por 10 quando termina em zero.

Exemplo: 1.870, 540, 6.000

Mínimo Múltiplo Comum

Chama-se Mínimo Múltiplo Comum de dois ou mais números ao menor dos múltiplos comuns a esses números e que seja diferente de zero.

Exemplo:

Consideremos os números 3 e 4 e escrevamos alguns dos seus múltiplos. Teremos:

M (3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, ...}

M (4) = {0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, ...}

Observamos que há elementos comuns entre esses dois conjuntos. Portanto a interseção entre eles será:

M(3) $\cap$ **M(4)** = {0, 12, 24, 36, ...}

m.m.c. (3, 4) = 12

12 é o menor múltiplo comum de 3 e 4.

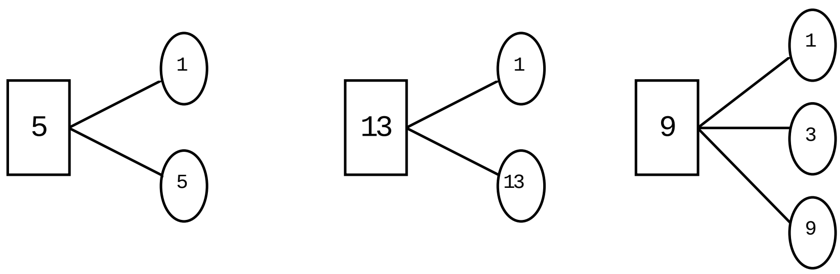
São processos práticos para o cálculo do **m.m.c.** de dois ou mais números:

- Decomposição em Fatores Primos e
- Decomposição Simultânea.

Antes, porém, de calcular o **m.m.c.** de algum número, vamos ver o que é NÚMERO PRIMO.

Número Primo é todo número que possui somente dois divisores: a unidade (1) e ele mesmo.

Exemplo:



- O número 5 é primo, porque tem apenas dois divisores:
- a unidade (1) e ele mesmo (5)
- O número 13 é primo, porque tem apenas dois divisores:
- a unidade (1) e ele mesmo (13).
- O número 9 não é primo, porque tem mais de 2 divisores:

1, 3 e 9.

Observe agora, os Exemplos:

1 é o único divisor comum a **8** e **15**, por isso dizemos que **8** e **15** são primos entre si.

Dois ou mais números são <u>primos entre si</u>, quando só admitem como divisor comum a unidade.

Agora, vamos recordar o que é <u>decompor um número em fatores primos</u>.

A decomposição em fatores primos é feita através de divisões sucessivas por divisores primos.

Exemplo:

30	2	o menor divisor primo de 30 é 2: 30 : 2 = 15
15	3	o menor divisor primo de 15 é 3: 15 : 3 = 5
5	5	o menor divisor primo de 5 é 5: 5 : 5 = 1
1		

Para decompor um número em seus fatores primos:

1º) Dividimos o número pelo seu menor divisor primo;

2º) Dividimos o quociente pelo seu menor divisor primo;

3º) E assim sucessivamente, até encontrarmos o quociente 1.

<u>1º Processo:</u>

Para determinar o m.m.c. através da <u>decomposição em fatores primos</u> ou <u>fatoração</u>, procedemos da seguinte forma:

1. Decompomos em fatores primos os números apresentados.

   Exemplo: 15 e 20

15	3	20	2
5	5	10	2
1		5	5

1

2. Multiplicamos os fatores primos comuns e não comuns com seus maiores expoentes.

   $15 = 3 \times 5$ - $20 = 2^2 \times 5$

3. O produto será o m.m.c. procurado:

   m.m.c. $= (15, 20) = 2^2 \times 3 \times 5 = 4 \times 3 \times 5 = 60$

<u>2º Processo:</u>

Podemos também determinar o m.m.c. através da decomposição simultânea (fatoração dos números ao mesmo tempo).

Exemplo:

a) Calcular o m.m.c. (12, 18).

   Solução: decompondo os números em fatores primos, teremos:

$$\begin{array}{r|l} 12 \; - \; 18 & 2 \\ 6 \; - \; 9 & 2 \\ 3 \; - \; 9 & 3 \\ 1 \; - \; 3 & 3 \\ 1 \; - \; 1 & \end{array}$$

Portanto: m.m.c. $= 2^2 \times 3^2$ ou
$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

b) Determinar o m.m.c. (14, 45, 6)

$$\begin{array}{r|l} 14 \; - \; 45 \; - \; 6 & 2 \\ 7 \; - \; 45 \; - \; 3 & 3 \\ 7 \; - \; 15 \; - \; 1 & 3 \\ 7 \; - \; 5 \; - \; 1 & 5 \\ 7 \; - \; 1 \; - \; 1 & 7 \\ 1 \; - \; 1 \; - \; 1 & \end{array}$$

Portanto: m.m.c. = $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ou
$2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 630$

<u>Atenção:</u>

O **m.m.c.** de números primos entre si é igual ao produto desses números.

Mínimo Múltiplo Comum - Exercício

1) Escreva até 6 múltiplos dos números:

   a) M (3) = ...
   b) M (4) = ...
   c) M (5) = ...
   d) M (10) = ...
   e) M (12) = ...

2) Escreva os divisores dos números dados:

   a) D (8) = ...
   b) D (12) = ...
   c) D (36) = ...
   d) D (15) = ...
   e) D (24) = ...

3) Escreva um algarismo para que o número fique divisível por 3:

   a) 134 ....
   b) 73 ....

4) Risque os números divisíveis:

   a) por dois:
      7120 - 621 - 162 - 615 - 398 - 197 - 1009 - 74
   b) por três:
      4414 - 173 - 315 - 222 - 302 - 706 - 207
   c) por cinco:
      217 - 345 - 1642 - 700 - 325 - 801 - 12434 - 97
   d) por dez:
      153 - 140 - 1000 - 315 - 304 - 12360 - 712

5) Escreva, no quadrado, um algarismo conveniente para que o número formado seja divisível por:

a) dois e três: 4 0 $\square$

b) cinco: 5 7 $\square$

c) cinco e dez: 8 4 $\square$

d) dois e cinco: 1 5 $\square$

6) Determine usando a fatoração:

a) m.m.c. (12, 15) =
b) m.m.c. (6, 12, 15) =
c) m.m.c. (36, 48, 60) =

7) Calcule:

a) m.m.c. (5, 15, 35) =
b) m.m.c. (54, 72) =
c) m.m.c. (8, 28, 36, 42) =
d) m.m.c. (4, 32, 64) =

Frações

Números Racionais

Consideremos a operação 4 : 5 = ? onde o dividendo não é múltiplo do divisor. Vemos que não é possível determinar o quociente dessa divisão no conjunto dos números porque não há nenhum número que multiplicando por 5 seja igual a 4.

A partir dessa dificuldade, o homem sentiu a necessidade de criar um outro conjunto que permite efetuar a operação de divisão, quando o dividendo não fosse múltiplo do divisor. Criou-se, então, o conjunto dos Números Racionais.

Número racional é todo aquele que é escrito na forma $\frac{a}{b}$ onde a e b são números inteiros e b é diferente de zero.

São exemplos de números racionais:

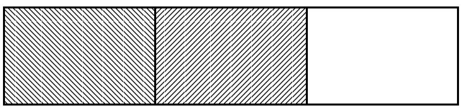
$$\frac{3}{5}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{4}{3}, \quad \frac{10}{5}, \quad \frac{12}{24}, \quad \frac{36}{18}$$

A seguir, estudaremos o conjunto dos números racionais fracionários, também chamados de frações.

Conceito de Fração:

Se dividirmos uma unidade em partes iguais e tomarmos algumas dessas partes, poderemos representar essa operação por uma fração.

Veja:



A figura foi dividida em três partes iguais. Tomamos duas partes.

Representamos, então, assim: $\frac{2}{3}$

E lemos: dois terços.

O número que fica embaixo e indica em quantas partes o inteiro foi dividido, chama-se DENOMINADOR.

O número que fica sobre o traço e indica quantas partes iguais foram consideradas do inteiro, chama-se NUMERADOR.

Leitura e Classificações das Frações

Numa fração, lê-se, em primeiro lugar, o numerador e, em seguida, o denominador.

a) Quando o denominador é um número natural entre 2 e 9, a sua leitura é feita do seguinte modo:

$\frac{1}{2}$ - um meio $\frac{1}{3}$ - um terço $\frac{1}{4}$ - um quarto

$\frac{1}{5}$ - um quinto $\frac{1}{6}$ - um sexto $\frac{1}{7}$ - um sétimo

$\frac{1}{8}$ - um oitavo $\frac{1}{9}$ - um nono

b) Quando o denominador é 10, 100 ou 1000, a sua leitura é feita usando-se as palavras décimo(s), centésimo(s) ou milésimo(s).

$\frac{1}{10}$ - um décimo $\frac{7}{100}$ - sete centésimos

$\frac{20}{1000}$ - vinte milésimos

c) Quando o denominador é maior que 10 (e não é potência de 10), lê-se o número acompanhado da palavra "avos".

$\frac{1}{15}$ - um quinze avos $\frac{3}{29}$ - três vinte e nove avos

$\frac{13}{85}$ - treze oitenta e cinco avos

Frações Ordinárias e Frações Decimais

As frações cujos denominadores são os números 10, 100, 1000 (potências de 10) são chamadas Frações Decimais. As outras são chamadas Frações Ordinárias.

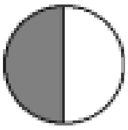
Exemplos:

$\frac{3}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{23}{1000}$ são frações decimais

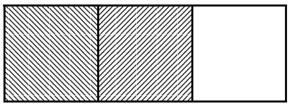
$\frac{1}{5}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{10}{41}$ são frações ordinárias

Frações Próprias

Observe as frações abaixo:



$\frac{1}{2}$



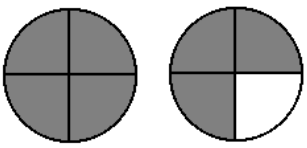
$\frac{2}{3}$

Essas frações são menores do que a unidade. São chamadas Frações Próprias.

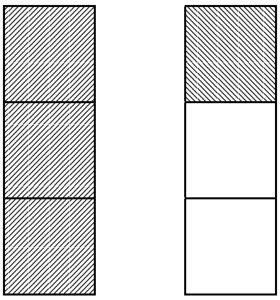
Nas frações próprias, o numerador é menor do que o denominador.

Frações Impróprias

Observe as frações abaixo:



$\frac{7}{4}$



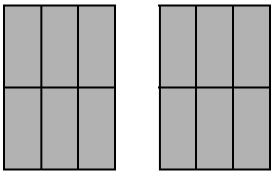
$\frac{4}{3}$

Essas frações são maiores que o inteiro, portanto são Frações Impróprias.

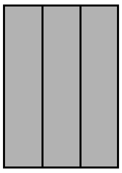
Nas frações impróprias, o numerador é maior que o denominador.

Frações Aparentes

Observe:



12/6 ou 2 inteiros



3/3 ou 1 inteiro

As frações acima representam inteiros. Elas são chamadas <u>Frações Aparentes</u>.

Nas frações aparentes, o numerador é sempre múltiplo do denominador, isto é, o numerador é divisível pelo denominador.

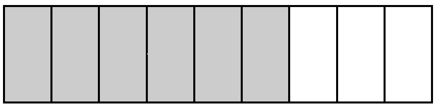
Uma fração aparente é também imprópria, mas nem toda fração imprópria é aparente.

Frações Equivalentes/Classe de Equivalência.

Observe as figuras:

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{6}{9}$$

As frações $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$ representam o mesmo valor, porém seus termos são números diferentes. Estas frações são denominadas <u>Frações Equivalentes</u>.

Para obtermos uma fração equivalente a outra, basta multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número (diferente de zero).

Exemplo:

$\frac{2}{5}$ é igual a $\frac{10}{25}$, pois $\frac{2x5}{5x5}=\frac{10}{25}$

$\frac{18}{21}$ é igual a $\frac{6}{7}$, pois $\frac{18\div 3}{21\div 3}=\frac{6}{7}$

O conjunto de frações equivalentes a uma certa fração chama-se CLASSE DE EQUIVALÊNCIA.

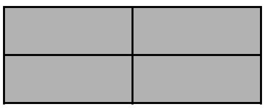
Exemplo:

Classe de equivalência de

$\frac{1}{2}= \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12} \ldots\right\}$

Números Mistos

Os números mistos são formados por uma parte inteira e uma fração própria.

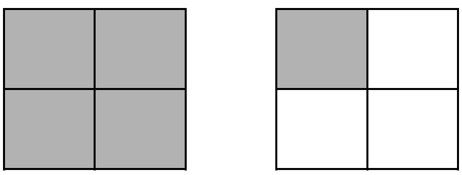
1 inteiro  $\frac{1}{2}$ 

Representamos assim: $1\frac{1}{2}$ E lemos: um inteiro e um meio

Extração de Inteiros

É o processo de transformação de fração imprópria em número misto.

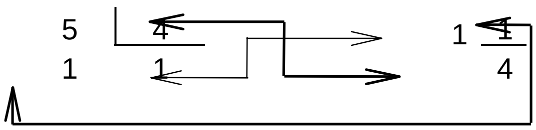
Observe a figura:



Podemos representar essa fração de duas maneiras:

$$1\frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{4}$$

Para transformar $\frac{5}{4}$ em número misto, ou seja, para verificar quantas vezes $\frac{4}{4}$ cabe em $\frac{5}{4}$, procede-se assim:



É só dividir o numerador pelo denominador. O quociente será a parte inteira. O resto será o numerador e conserva-se o mesmo denominador.

Transformação de Números Mistos em Frações Impróprias.

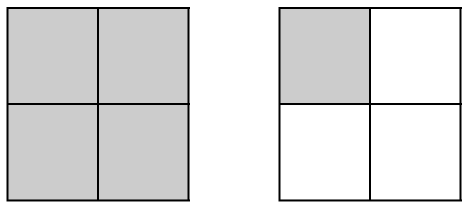
Observe o exemplo e a ilustração:

Transformar $1\frac{1}{4}$ em fração imprópria.

<u>Solução</u>: Consiste em transformar 1 em quartos e juntar com o outro quarto.

$$1\frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$



$$\underbrace{1 \quad + \quad \frac{1}{4}}$$

$$1\frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{4}$$

Resumidamente, procede-se assim:

Multiplica-se a parte inteira pelo denominador e adiciona-se o numerador ao produto obtido, mantendo-se o denominador.

$$1\ \frac{1}{4} = \frac{(1\times 4+1)}{4} = \frac{5}{4}$$

Simplificação de Frações

Simplificar uma fração significa transforma-la numa fração equivalente com os termos respectivamente menores.

Para isso, divide-se o numerador e o denominador por um mesmo número natural

(diferente de 0 e de 1).

Exemplo:

Simplificar $\frac{8}{16}$

$$\frac{8\div 2}{16\div 2} = \frac{4\div 2}{8\div 2} = \frac{2\div 2}{4\div 2} = \frac{1}{2}$$

Quando uma fração não pode mais ser simplificada, diz-se que ela é IRREDUTÍVEL ou que está na sua forma mais simples. Nesse caso, o numerador e o denominador são primos entre si.

Redução de Frações ao mesmo Denominador

Reduzir duas ou mais frações ao mesmo denominador significa obter frações equivalentes às apresentadas e que tenham todas o mesmo número para denominador.

Exemplo:

As frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ são equivalentes a $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$ e $\frac{9}{12}$ respectivamente.

Para reduzirmos duas ou mais frações ao mesmo denominador, seguimos os seguintes passos:

1º - Calcula-se o m.m.c. dos denominadores das frações que será o menor denominador comum.

2º - Divide-se o m.m.c. encontrado pelos denominadores das frações dadas.

3º - Multiplica-se o quociente encontrado em cada divisão pelo numerador da respectiva fração. O produto encontrado é o novo numerador.

Exemplo:

Reduzir ao menor denominador comum as frações:

$$\frac{1}{2}\ ,\quad \frac{3}{4}\ ,\quad \frac{7}{6}$$

Solução:

1º - m.m.c. (2, 4, 6) = 12 é o denominador.

2, 4, 6	2
1, 2, 3	2
1, 1, 3	3
1, 1, 1	12

2º - $12 \div 2 = 6$

$12 \div 4 = 3$

$12 \div 6 = 2$

3º - $\frac{1 \times 6}{12} = \frac{6}{12} \qquad \frac{3 \times 3}{12} = \frac{9}{12} \qquad \frac{7 \times 2}{12} = \frac{14}{12}$

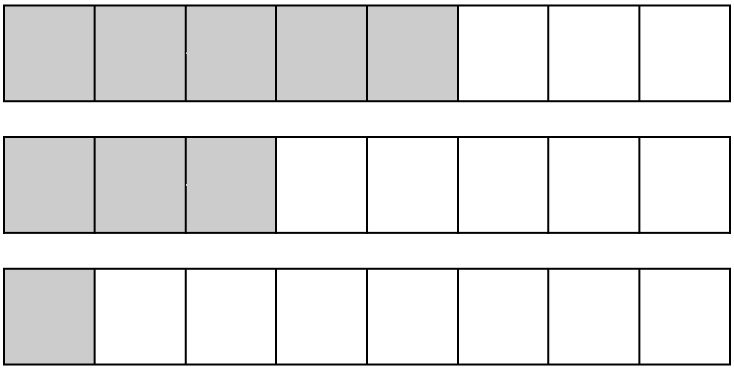
Portanto: $\frac{6}{12}, \quad \frac{9}{12}, \quad \frac{14}{12}$ é a resposta.

Comparação de Frações

Comparar duas frações significa estabelecer uma relação de igualdade ou desigualdade entre elas.

Frações com o mesmo Denominador

Observe:



$\frac{5}{8}$

$\frac{3}{8}$

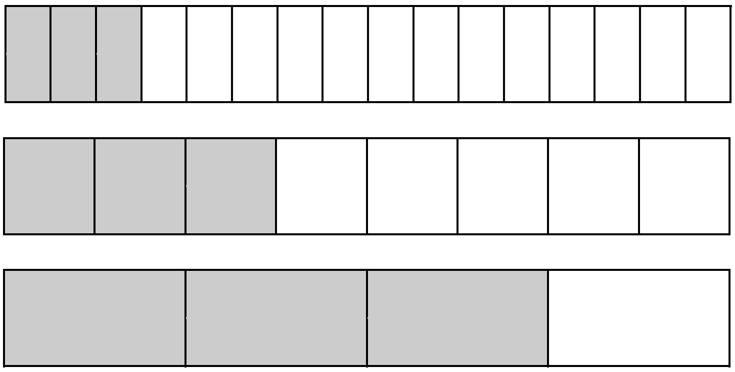
$\frac{1}{8}$

Percebe-se que : $\frac{5}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$ Então:

Se duas ou mais frações tem o mesmo denominador, a maior é a que tem maior numerador.

Frações com o Mesmo Numerador

Observe:



$\frac{3}{16}$

$\frac{3}{8}$

$\frac{3}{4}$

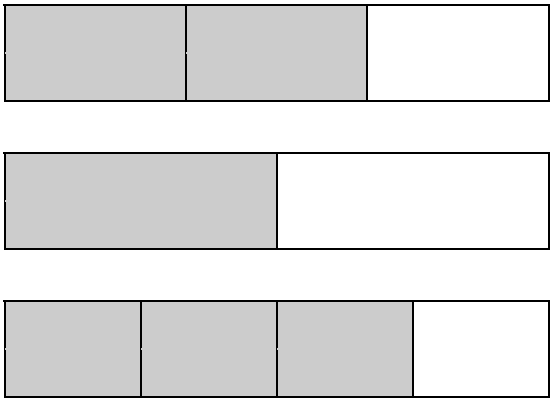
Percebemos que: $\frac{3}{16} < \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$

Então:

Se duas ou mais frações tem o mesmo numerador, a maior é a que tem menor denominador.

Frações com os Numeradores e Denominadores Diferentes

Observe:



$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{3}{4}$

Para fazer a comparação de frações com numeradores e denominadores diferentes,

reduzem-se as frações ao mesmo denominador.

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \qquad \frac{1}{2} = \frac{6}{12} \qquad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\begin{array}{r|r} 3,\ 2,\ 4 & 2 \\ 3,\ 1,\ 2 & 2 \\ 3,\ 1,\ 1 & 3 \\ \hline 1,\ 1,\ 1 & 12 \end{array}$$

Já aprendemos que comparando frações com denominadores iguais a maior fração é a que tem o maior numerador.

Daí, $\frac{9}{12} \quad \frac{8}{12} \quad \frac{6}{12}$.

Então: $\frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

Adição e Subtração de Frações

A soma ou diferença de duas frações é uma outra fração, obtida a partir do estudo dos seguintes "casos":

1º As Frações tem o mesmo Denominador.

Adicionam-se ou subtraem-se os numeradores e repete-se o denominador.

Exemplo:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$$

2º As Frações tem Denominadores diferentes.

Reduzem-se as frações ao mesmo denominador e procede-se como no 1º caso.

Exemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

3, 4	2
3, 2	2
3, 1	3
1, 1	12

3º Números Mistos.

Transformam-se os números mistos em frações impróprias e procede-se como nos 1º e 2º casos.

Exemplo:

$$2\,\frac{1}{3} + 1\,\frac{1}{4}$$

$$\frac{7}{3} + \frac{5}{4} = \frac{28}{12} + \frac{15}{12} = \frac{43}{12} = 3\,\frac{7}{12}$$

<u>Atenção:</u>

Nas operações com frações, é conveniente simplificar e extrair os inteiros do resultado sempre que possível.

Multiplicação de Frações

A multiplicação de duas ou mais frações é igual a uma outra fração, obtida da seguinte forma:

O numerador é o produto dos numeradores e o denominador é o produto dos denominadores.

Numa multiplicação de frações, costuma-se simplificar os fatores comuns ao numerador e ao denominador antes de efetua-la.

Exemplo:

$$\frac{2}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{3}^1}{5} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{\cancel{6}^2}{\cancel{5}^1} \times \frac{\cancel{10}^2}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{9}^3} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\ \frac{2}{3}$$

Divisão de Frações Ordinárias

O quociente da divisão de duas frações é uma outra fração obtida da seguinte forma:

Multiplica-se a primeira pela fração inversa da segunda.

Para isso, exige-se:

3º - Transformar os números mistos em frações impróprias.

4º - Transformar os números inteiros em frações aparentes.

5º - Simplificar.

6º - Multiplicar os numeradores entre si e os denominadores entre si.

7º - Extrair os inteiros.

Exemplo:

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20} = 1\ \frac{1}{20}$$

$$8\ \frac{1}{4} \div 3 = \frac{33}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{\cancel{33}^{11}}{4} \times \frac{1}{\cancel{3}_1} = \frac{11}{4} = 2\ \frac{3}{4}$$

Atenção:

Quando houver símbolo de polegada ou de outra unidade em ambos os termos da fração, esse símbolo deve ser cancelado.

Exemplo:

$$\frac{3''}{4} \div \frac{4''}{3} = \frac{3''}{4} \times \frac{3}{4''} = \frac{9}{16}$$

Partes Fracionárias de um Número

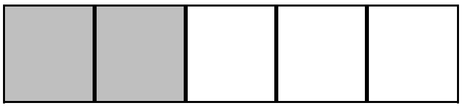
Observe:

$$\frac{2}{3}\ \text{de}\ 15 = \frac{2}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{15}^5}{1} = 10$$

Para determinar partes fracionárias de um número, devemos multiplicar a parte fracionária pelo número dado.

Frações - Exercícios

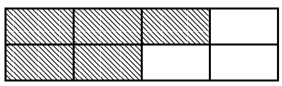
1) Observando o desenho, escreva o que se pede:

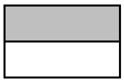


a) O inteiro foi dividido em .... partes iguais.
b) As partes sombreadas representam .... partes desse inteiro.
c) A fração representada é: ....
d) O termo da fração que indica em quantas partes o inteiro foi dividido é o ....
e) O termo da fração que indica quantas dessas partes foram tomadas é o ....

2) Escreva as frações representadas pelos desenhos:

a) 

c) 

b) 

d) 

3) Represente com desenho as seguintes frações:

$\frac{7}{8}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$

$\frac{5}{4}$ $\frac{1}{2}$

4) Complete com a palavra correta:

a) Frações próprias são frações cujo numerador é .... que o denominador.

b) Frações próprias representam quantidades .... que a unidade.

c) Frações impróprias são frações cujo numerador é .... que o denominador.

d) Frações impróprias representam quantidades .... que a unidade.

5) Numa pizzaria, Luís comeu $\frac{1}{2}$ de uma pizza e Camila comeu $\frac{2}{4}$ da mesma pizza.

a) Quem comeu mais?..

b) Quanto sobrou da pizza? ....

6) Assinale V (VERDADEIRO) ou F (FALSO):

a) ( ) Toda fração imprópria é maior do que 1.

b) ( ) Toda fração imprópria pode ser representada por um número misto.

c) ( ) $\frac{1}{3}$ é uma fração.

d) ( ) $\frac{3}{1}$ é uma fração.

7) Faça a leitura de cada uma das frações seguintes:

a) $\frac{3}{4}$ ....

b) $\frac{5}{8}$ ....

c) $\frac{1}{2}$ ....

d) $\frac{5}{100}$ ....

8) Classificar as frações seguintes em própria, imprópria ou aparente:

a) $\frac{2}{3}$ ....

b) $\frac{5}{2}$ ....

c) $\frac{8}{4}$ ....

d) $\frac{12}{15}$ ....

e) $\frac{24}{6}$ ....

9) Circule as frações equivalentes a:

a) $\frac{2}{5} = \frac{10}{25} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{20} \quad \frac{8}{20} \quad \frac{6}{15}$

b) $\frac{6}{7} = \frac{2}{5} \quad \frac{18}{21} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{30}{35} \quad \frac{1}{7}$

10) Numere a 2ª coluna de acordo com a 1ª:

1. fração ordinária
2. fração decimal

( ) $\frac{1}{2}$ ( ) $\frac{7}{10}$ ( ) $\frac{359}{1000}$ ( ) $\frac{6}{35}$

11) Transforme os números mistos em frações impróprias:

a) $2\frac{7}{9} =$ b) $3\frac{1}{2} =$ c) $5\frac{7}{13} =$

d) $1\frac{1}{8} =$ e) $12\frac{3}{4} =$

12) Extraia os inteiros das frações:

a) $\frac{17}{5} =$

b) $\frac{38}{7} =$

c) $\frac{87}{4} =$

d) $\frac{25}{13} =$

e) $\frac{42}{19} =$

13) Simplifique as frações, tornando-as irredutíveis:

a) $\frac{4}{6} =$

b) $\frac{6}{15} =$

c) $\frac{8}{14} =$

d) $\frac{14}{28} =$

e) $\frac{9}{36} =$

14) Reduza as frações ao mesmo denominador:

a) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6} =$

b) $\frac{1}{8}, \frac{3}{16} =$

c) $\frac{3}{5}, \frac{6}{8} =$

d) $\frac{1}{2}, \frac{5}{16}, \frac{3}{12} =$

e) $\frac{3}{4}, \frac{6}{16}, \frac{3}{5} =$

15) Compare as frações, escrevendo-as em ordem crescente:

a) $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{10}{4};$

b) $\frac{3}{6}, \frac{3}{10}, \frac{3}{2}, \frac{3}{1}, \frac{3}{12};$

c) $\frac{1}{10}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{15};$

d) $1\frac{5}{16}, 1\frac{1}{8}, \frac{5}{6}, 1\frac{1}{5};$

Compare as frações apresentadas em cada item, escrevendo, entre elas, os sinais **<** ou **>** ou **=** :

a) $\frac{1}{5} \quad \frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{2} \quad \frac{7}{3}$ c) $\frac{5}{2} \quad \frac{4}{3}$

d) $\frac{6}{4} \quad \frac{7}{5}$ e) $\frac{3}{9} \quad \frac{1}{9}$ f) $\frac{1}{5} \quad \frac{1}{6}$

g) $\frac{3}{4} \quad \frac{5}{4}$ h) $\frac{2}{7} \quad \frac{2}{15}$ i) $\frac{7}{11} \quad \frac{3}{5}$

j) $\frac{2}{7} \quad \frac{3}{35}$

17) Circule a maior fração:

a) $\frac{3}{5}$ *ou* $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ *ou* $\frac{2}{9}$

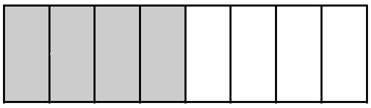
c) $\frac{3}{4}$ *ou* $\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{10}$ *ou* $\frac{3}{6}$

18) Circule as frações menores do que um inteiro:

$\frac{1}{3}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{9}{5}$

19) Observe as figuras e escreva as frações representadas:

 ___

 ___

 ___

Complete:

Essas frações representam o mesmo valor, porém seus termos são números diferentes.

Essas frações são denominadas ....

20) Numere a 2ª coluna de acordo com a fração equivalente na 1ª:

(a) $\frac{6}{9}$ ( ) $\frac{28}{32}$

(b) $\frac{1}{2}$ ( ) $\frac{25}{40}$

(c) $\frac{7}{8}$ ( ) $\frac{16}{64}$

(d) $\frac{1}{4}$ ( ) $\frac{2}{3}$

(e) $\frac{5}{8}$ ( ) $\frac{8}{16}$

21) Torne as frações irredutíveis:

a) $\frac{24}{32} =$

b) $\frac{100}{128} =$

c) $\frac{12}{15} =$

d) $\frac{4}{32} =$

e) $\frac{48}{64} =$

f) $\frac{25}{100} =$

22) Circule as frações irredutíveis:

$\frac{1}{3}, \quad \frac{4}{6}, \quad \frac{12}{15}, \quad \frac{12}{13}, \quad \frac{7}{8}, \quad \frac{18}{24}, \quad \frac{1}{8}$

23) Determine a soma:

a) $\frac{5}{16} + \frac{3}{16} + \frac{7}{16}$ b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{8} + \frac{7}{16} + \frac{15}{32}$

24) Efetue as adições e simplifique o resultado quando possível:

a) $2 + \frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} =$

b) $d\frac{13}{16} + 1 + 5\frac{1}{8} =$

c) $\frac{25}{3} + 1\frac{1}{4} + 1 =$

d) $2\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$

25) Quanto falta a cada fração para completar a unidade?
Exemplo:

$$\frac{5}{8} \rightarrow \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{13}{16}$

c) $\frac{5}{32}$

d) $\frac{17}{64}$

26) Efetue as subtrações indicadas:

a) $\frac{15}{10} - \frac{3}{10} =$

b) $\frac{7}{9} - \frac{5}{9} =$

c) $\frac{8}{5} - \frac{2}{7} =$

d) $3\frac{4}{13} - 1\frac{1}{2} =$

e) $5\frac{2}{3} - \frac{1}{8} =$

27) Resolva:

a) $\frac{1}{2} \; x \; \frac{3}{5} \; x \; \frac{1}{4} =$

b) $\frac{2}{5} \; x \; \frac{9}{7} \; x \; \frac{14}{27} =$

c) $\frac{5}{21} \; x \; \frac{3}{10} \; x \; \frac{7}{15} =$

d) $\frac{3}{4} \; x \; 2 \; x \; \frac{2}{5} =$

e) $3\frac{1}{2} \; x \; \frac{5}{16} \; x \; \frac{3}{5} =$

28) Qual o comprimento resultante da emenda de 16 barras em sentido longitudinal medindo cada uma $5\frac{3''}{4}$?

29) Calcule:

a) $2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} =$

b) $3\frac{1}{2} \div 2\frac{3}{5} =$

c) $4\frac{2}{3} \div 5\frac{1}{2} =$

d) $6\frac{1}{3} \div 5\frac{1}{2} =$

e) $\frac{15}{16} \div 5 =$

f) $2\frac{1}{3} \div 7 =$

g) $\frac{3}{10} \div \frac{1}{5} =$

h) $\frac{2}{4}$ *de* $32 =$

i) $\frac{5}{7}$ *de* $350 =$

j) $\frac{1}{3}$ *de* $930 =$

30) Leia com atenção os problemas e resolva:

a) Um carro percorre 8 Km com 1 litro de gasolina. Quantos quilômetros percorrerá com 10 $\frac{1}{2}$ litros?

b) Um vendedor tinha 4.850 parafusos e vendeu $\frac{3}{5}$ deles. Ele quer colocar o restante, igualmente em 10 caixas. Quanto deve colocar em cada caixa?

c) Coloquei $\frac{6}{12}$ de minhas ferramentas em uma caixa, $\frac{2}{4}$ em outra caixa e o restante deixei fora das caixas. Pergunta-se: Que parte de ferramentas ficou fora das caixas?

d) João encheu o tanque do seu carro. Gastou $\frac{2}{5}$ da gasolina para trabalhar e $\frac{1}{5}$ para passear no final de semana. Quanto sobrou de gasolina no tanque?

e) Numa oficina havia 420 veículos, $\frac{1}{4}$ eram caminhões. Quantos caminhões havia na oficina?

f) Em uma caixa, os lápis estão assim distribuídos: $\frac{1}{2}$ correspondem aos lápis vermelhos, $\frac{1}{5}$ são lápis azuis e $\frac{1}{4}$ são pretos. Que fração corresponde ao total de lápis na caixa?

Números Decimais

Conceito e Leitura

Já estudamos que uma fração é decimal, quando o seu denominador é o número 10 ou potência de 10.

Exemplos:

$\frac{5}{10}$ Lê-se cinco décimos

$\frac{45}{1000}$ Lê-se quarenta e cinco milésimos

As frações decimais podem ser representadas através de uma notação decimal que é mais conhecida por "número decimal".

Exemplos:

$\frac{1}{10} = 0{,}1$ Lê-se um décimo

$\frac{1}{100} = 0{,}01$ Lê-se um centésimo

$\frac{1}{1000} = 0{,}001$ Lê-se um milésimo

Essa representação decimal de um número fracionário obedece ao princípio da numeração decimal que diz: "Um algarismo escrito à direita de outro representa unidades dez vezes menores que as desse outro.

...Milhar	Centena	Dezena	Unidade Simples	Décimo	Centésimo	Milésimo...
... 1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001...

Em um número decimal:

- Os algarismos escritos à esquerda da vírgula constituem a parte inteira.
- Os algarismos que ficam à direita da vírgula constituem a parte decimal.

Exemplo:

Parte inteira $\longrightarrow$ 12,63 $\longleftarrow$ Parte decimal

Lê-se doze inteiros e sessenta e três centésimos.

Para fazer a leitura de um número decimal, procede-se da seguinte maneira:

1- Enuncia-se a parte inteira, quando existe.
2- Enuncia-se o número formado pelos algarismos da parte decimal, acrescentando o nome da ordem do último algarismo.

Exemplos:

a) 0,438 - Lê-se: quatrocentos e trinta e oito milésimos.
b) 3,25 - Lê-se: três inteiros e vinte cinco centésimos.
c) 47,3 - Lê-se: quarenta e sete inteiros e três décimos.

Observações:

1- O número decimal não muda de valor se acrescentarmos ou suprimirmos zeros à direita do último algarismo.

Exemplo: 0,5 = 0,50 = 0,500

2- Todo número natural pode ser escrito na forma de número decimal, colocando-se a vírgula após o último algarismo e zero (s) a sua direita.

Exemplo: 34 = 34,000 1512 = 1512,00

Transformação de Fração Decimal em Número Decimal

Para escrever qualquer número fracionário decimal, na forma de "Número Decimal", escreve-se o numerador da fração com tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

Exemplos:

a) $\frac{25}{10} = 2{,}5$ b) $\frac{43}{1000} = 0{,}043$

c) $\frac{135}{1000} = 0{,}135$ e) $\frac{2343}{100} = 23{,}43$

Transformação de Número Decimal em Fração Decimal

Para se transformar um número decimal numa fração decimal, escrevem-se no numerador os algarismos desse número e no denominador a potência de 10 correspondente à quantidade de ordens (casas) decimais.

Exemplos:

a) $0{,}34 = \frac{34}{100}$ b) $5{,}01 = \frac{501}{100}$

c) $0{,}01 = \frac{1}{100}$ d) $21{,}057 = \frac{21057}{1000}$

Operações com Números Decimais

Adição e Subtração

Para adicionar ou subtrair dois números decimais, escreve-se um abaixo do outro, de tal modo que as vírgulas se correspondam (numa mesma coluna) e adicionam-se ou subtraem-se como se fossem números naturais.

Observações:

Costuma-se completar as ordens decimais com zeros à direita do último algarismo.

Exemplos:

a) 3,97 + 47,502 = 51,472

$$\begin{array}{r} 3{,}970 \\ +\ 47{,}502 \\ \hline 51{,}472 \end{array}$$

b) 4,51 - 1,732 = 2,778

$$\begin{array}{r} 4{,}510 \\ -\ 1{,}732 \\ \hline 2{,}778 \end{array}$$

No caso de adição de três ou mais parcelas, procede-se da mesma forma que na de duas parcelas.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 4,310 \\ 5,200 \\ \underline{+\ 17,138} \\ 26,648 \end{array}$$

Multiplicação

Para multiplicar números decimais, procede-se da seguinte forma:

1º Multiplicam-se os números decimais, como se fossem naturais;

2º No produto, coloca-se a vírgula contando-se da direita para a esquerda, um número de ordens decimais igual à soma das ordens decimais dos fatores.

Exemplo:

0,012 x 1,2 =	0,012	3 ordens decimais
	x 1,2	+ 1 ordem decimal
	0024	
	+ 0012	
	0,0144	4 ordens decimais

Para multiplicar um número decimal por 10, 100, 1000 ..., desloca-se a vírgula para a direita tantas ordens quantos forem os zeros do multiplicador.

Exemplos:

a) $2,35 \times 10 = 23,5$

b) $43,1 \times 100 = 4310$

c) $0,3145 \times 1000 = 314,5$

Para multiplicar três ou mais fatores, multiplicam-se os dois primeiros; o resultado obtido multiplica-se pelo terceiro e assim por diante até o último fator.

Exemplo:

$0,2 \times 0,51 \times 0,12 = 0,01224$

Divisão

Para efetuarmos a divisão entre números decimais procedemos do seguinte modo:

1) igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor acrescentando zeros;
2) eliminamos as vírgulas;
3) efetuamos a divisão entre os números naturais obtidos.

<u>Atenção:</u>

Se a divisão não for exata, para continua-la colocamos um zero à direita do novo dividendo e acrescenta-se uma vírgula no quociente.

1º Exemplo: 3,927 ÷ 2,31 = 1,7

```
  3,927 | 2,310
  16170   1,7
   0000
```

2º Exemplo: 47,76 ÷ 24 = 1,99

```
 47,76 | 24,00
  23 7   1,99
  2 16
    00
```

Para dividir um número decimal por 10, 100 ou 1000 ..., desloca-se a vírgula no dividendo para a esquerda tantas ordens quantos forem os zeros do divisor.

Exemplos:

a) Dividir 47,235 por 10, basta deslocar a vírgula uma ordem para esquerda.

   47,235 ÷ 10 = 4,7235

b) Dividir 58,4 por 100, basta deslocar a vírgula duas ordens para a esquerda.

   58,4 ÷ 100 = 0,584

Quando a divisão de dois números decimais não é exata, o resto é da mesma ordem decimal do dividendo original.

Exemplo:

39,276 ÷ 0,7 = 56,108 resto 0,004

```
 39,276 | 0,700
  4 2     56,108
    07
```

060
0,004

Números Decimais - Exercícios

1) Escreva com algarismos, os seguintes números decimais:

a) Um inteiro e três décimos..
b) Oito milésimos...
c) Quatrocentos e cinqüenta e nove milésimos ....
d) Dezoito inteiros e cinco milésimos................................
e) Vinte cinco inteiros e trinta e sete milésimos ....

2) Represente em forma de números decimais:

a) 97 centésimos =
b) 8 inteiros e 5 milésimos =
c) 2 inteiros e 31 centésimos =
d) 475 milésimos =

3) Observe os números decimais e complete com os sinais:

>	<	=

a) 1,789 2,1
b) 3,78 3,780
c) 4,317 43,27
d) 42,05 42,092
e) 8,7 8,512

4) Escreva em forma de número decimal as seguintes frações decimais:

a) $\frac{36}{100}$ = ...

b) $\frac{5}{1000}$ = ...

c) $3\frac{8}{10}$ = ...

5) Escreva na forma de fração decimal:

a) 0,5 = ...
b) 0,072 = ...
c) 0,08 = ...
d) 0,481 = ...
e) 1,3 = ...
f) 8,71 = ...
g) 64,01 = ...
h) 347,28 = ...
i) 0,12 = ...
j) 0,201 = ...

6) Arme e efetue as adições:

a) 0,8 + 6,24 =
b) 2,9 + 4 + 5,432 =
c) 6 + 0,68 + 1,53 =
d) 19,2 + 2,68 + 3,062 =

7) Arme e efetue as subtrações:

a) 36,45 - 1,2 =
b) 4,8 - 1,49 =
c) 9 - 2,685 =
d) 76,3 - 2,546 =

8) Arme, efetue e tire a prova:

a) 650,25 $\times$ 3,8 =
b) 48 $\div$ 2,4 =
c) 0,60 $\div$ 0,12 =
d) 6,433 + 2 + 1,6 =
e) 9 - 2,5 =

9) Resolva:

a) 36,4 + 16,83 + 2,308 =

b) 93,250 - 1,063 =

c) 67403 $\times$ 6,9 =

d) 204,35 $\div$ 48 =

10) Atenção! Efetue sempre antes o que estiver dentro dos parênteses:

a) (0,8 - 0,3) + 0,5 =

b) (1,86 - 1) + 0,9 =

c) (5 - 1,46) + 2,68 =

d) (1,68 + 3,2) - 2,03 =

e) (0,8 - 0,5) + (6,5 x 3) =

f) 0,4 - (0,2 $\times$ 0,35) =

11) Arme e efetue as operações:

a) 0,471 + 5,9 + 482,23 =

b) 6,68 $\times$ 5,986 =

c) 5,73 $\times$ 6,8 =

d) 24,8 $\div$ 6,2 =

12) Calcule:

a) 0,0789 $\times$ 100 =

b) 0,71 $\div$ 10 =

c) 0,6 $\div$ 100 =

d) 8,9741 $\times$ 1000 =

13) Torne:

a) 3,85 dez vezes maior =

b) 42,6 dez vezes menor =

c) 0,153 dez vezes maior =

d) 149,2 cem vezes menor =

e) 1,275 mil vezes maior =

14) Resolva o problema:

Jorge pintou um carro em 2 dias. Sabendo-se que ele pintou 0,4 do carro no 1º dia, quanto ele pintou no 2º dia?

15) Relacione os elementos por igualdade:

a) $3\frac{1}{10}$ $\frac{31}{100}$ $\frac{3}{10}$ $3\frac{1}{100}$

b) 0,3 3,1 3,01 0,31

Observe os elementos dos conjuntos acima e marque as sentenças que são verdadeiras:

a) Nenhum elemento do conjunto A é maior do que 1.
b) Todos os elementos de A são maiores que zero.
c) Nenhum elemento de B é menor que 1.
d) Todos os elementos de B são menores que 10.

16)

a) $8\frac{2}{10}$ $8\frac{2}{100}$ $\frac{82}{1000}$ $\frac{82}{100}$ $8\frac{2}{1000}$

b) 0,82 8,002 8,02 0,082 8,2

a) Relacione os elementos dos conjuntos A e B e escreva verdadeiro ou falso.

( ) 1 - Nenhum elemento do conjunto A é maior do que 1.
( ) 2 - Todos os elementos de B são maiores que zero.
( ) 3 - Nenhum elemento de B é menor do que 1.
( ) 4 - Todos os elementos de A são maiores que 10.

17) Arme e efetue as operações abaixo:

a) $3 \div 0,05 =$
b) $6,52 \times 38 =$
c) $26,38 + 2,953 + 15,08 =$
d) $7,308 - 4,629 =$
e) $63,50 \div 4,9 =$

18) Calcule os quocientes abaixo com duas casas decimais:

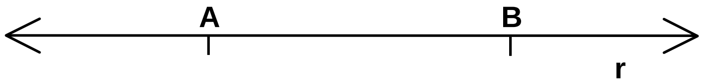
a) $2,4 \div 0,12 =$
b) $5,85 \div 0,003 =$
c) $0,3 \div 0,008 =$
d) $48,6 \div 0,16 =$

Medidas de Comprimento

Conceito de Medida

Medir uma grandeza é compará-la com outra da mesma espécie tomada como unidade.

Exemplo: Consideremos dois pontos quaisquer de uma reta **r**, aos quais daremos as letras **A** e **B**.



A parte de reta compreendida entre os pontos **A** e **B** é chamada ***segmento de reta***.

Para medir o segmento de reta $\overline{AB}$, escolhemos um segmento unitário **u** que será a unidade de medida.

Exemplo:

1º A ‘ ‘ ‘ ‘ B — u: ‘ ‘ — **$\overline{AB}$ = 3u**

2º A ‘ ‘ ‘ ‘ ‘ ‘ B — u: ‘ ‘ — **$\overline{AB}$ = 5u**

Qualquer segmento pode ser escolhido para unidade de comprimento. Porém se cada pessoa pudesse escolher livremente uma unidade de comprimento para medir um segmento $\overline{\mathbf{AB}}$, este apresentaria diferentes medidas, dependendo da unidade usada.

Assim, existe a necessidade de se escolher uma unidade padrão de comprimento, isto é, uma unidade de comprimento conhecida e aceita por todas as pessoas.

Medidas de Comprimento

A unidade padrão de comprimento é o metro.

O metro é o comprimento assinalado sobre uma barra metálica depositada no Museu Internacional de Pesos e Medidas, na cidade de Sérvres (França).

O metro com seus múltiplos forma o ***Sistema Métrico Decimal*** que é apresentado no seguinte quadro:

Unidade	Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
Símbolo	**km**	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
Valor	1.000m	100m	10m	1m	0,1m	0,01	0,001m

Leitura de Comprimentos

Cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior:

1km = 10hm	1hm = 10dam	1dam = 10m
1m = 10dm	1dm = 10cm	1cm = 10mm

Em conseqüência, cada unidade de comprimento é igual a 0,1 da unidade imediatamente superior:

1hm = 0,1km	1dam= 0,1hm	1m = 0,1dam
1dm = 0,1m	1cm = 0,1dm	1mm = 0,1cm

A leitura e a escrita de um número que exprime uma medida de comprimento (número seguindo do nome da unidade) é feita de modo idêntico aos números decimais.

Veja como você deve ler alguns comprimentos:

0,1m → 1 décimo de metro ou
→ 1 decímetro

0,25m → vinte e cinco centésimos de metro ou
→ vinte e cinco centímetros

6,37m → seis inteiros e trinta e sete centésimos de metro ou
→ 63,7 decímetros

Mudanças de Unidade

Para passar de uma unidade para outra imediatamente inferior, devemos fazer uma multiplicação por 10, ou seja, devemos deslocar a vírgula um algarismo para a direita.

Exemplos:

3,72dam = (3,72 x 10)m = 37,2m

5,89dam = (5,89 x 10)m = 58,9m

Para passar de uma unidade imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 10, ou seja, devemos deslocar a vírgula de um algarismo para esquerda.

Exemplos:

389,2cm = (389,2 : 10)dm = 38,92dm

8,75m = (8,75 : 10)dam = 0,875dam

Para passar de uma unidade para outra qualquer, basta aplicar sucessivamente uma das regras anteriores:

Exemplos:

a) 3,584km = 35,84hm = 358,4dam = 3584m

b) 87,5dm = 8,75m = 0,875dam = 0,0875hm

Exercícios - Medidas de Comprimento

1) Escreva a unidade mais adequada quando você quer medir:

a) O comprimento da sala de aula:...................................
b) A distância entre Vitória e Rio: ....
c) A largura de um livro: ....
d) A folga de virabrequim:...

2) Escreva as medidas:

a) 8 hectômetros e 9 decâmetros: ....
b) 3 metros e 5 milímetros: ....
c) 27 metros e 5 milímetros: ....

d) 1 metro e 17 centímetros:..
e) 15 decímetros e 1 milímetro: ....

3) Transforme cada medida apresentada para a unidade indicada:

a) 527m = ...cm
b) 0,783m = ...mm
c) 34,5dam = ...cm
d) 0,8m = ...mm
e) 22,03m = ...dm

4) Reduza para a unidade indicada:

a) 5m = ...dm
b) 6m = ...cm
c) 7m = ...mm
d) 9dm = ...cm
e) 12dm = ...mm
f) 18cm = ...mm
g) 0,872m = ...mm

5) Como se lêem as medidas:

a) 38,65m = ...
b) 1,50m = ...
c) 13,08km = ...
d) 2,37hm = ...
e) 9,728m = ...

6) Marque as afirmativas com **V** ou **F**:

a) ( ) A unidade 100 vezes menor que o metro é o centímetro.
b) ( ) O metro é a medida usada para medir comprimento.
c) ( ) A abreviatura de decâmetro é dm.
d) ( ) 1m = 10cm.

e) ( ) 1000mm corresponde a 1 metro.

a) ( ) As unidades de comprimento variam de 10 em 10.

7) Com base na tabela , represente:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

a) oito hectômetros e cinco metros.
b) doze decâmetros e sete centímetros.
c) cinqüenta e um metros e nove milímetros.
d) vinte e cinco hectômetros e dezenove decímetros.
e) dois metros e cinco milímetros.

8) Descubra as medidas representadas no quadro e a seguir, escreva por extenso:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	1	0,	0	3		
			4,	5		
				2,	1	6
			3,	0	0	7
		1	6,	0	5	

a) ....
b) ....
c) ....
d) ....
e) ....

9) Resolva os problemas com toda a atenção:

a) Júlio tem 1,72m de altura e Paulo tem 1,58m. Qual a diferença de altura dos dois meninos?

b) Alice que colocar o rodapé na sala. A sala tem forma retangular com medidas iguais 3,5m e 4,2m. Quantos metros de rodapé serão colocados nesta sala?

c) Um vendedor tinha uma peça de tecido com 6,5m. Ontem, vendeu 2,4m deste tecido a uma freguesa e hoje vendeu mais 1,3m da mesma fazenda. Quantos metros sobraram?

d) Uma barra de ferro com 8m será repartida em 32 pedaços do mesmo tamanho.

   Quanto medirá cada pedaço?

e) Um lote de forma quadrada será cercado com 3 voltas de arame. Quantos metros de arame serão gastos, se o lado do lote tem 22,5m?

Proporcionalidade

Razão

Na linguagem do dia a dia, costuma-se usar o termo razão com o mesmo significado da matemática, ou seja, da divisão indicada de dois números.

Assim, tem-se, por exemplo:

a) A quantidade de litros de álcool adicionado à gasolina está na razão de 1 para 4 ou (1/4). Isso quer dizer que adiciona-se 1 litro de álcool a cada 4 litros de gasolina.

b) Em cada 10 carros de um estacionamento, 6 são de marca X ou 10/6

   A partir da análise desses 2 tipos de situações, apresentamos a seguinte definição:

   Razão entre dois números é o quociente do primeiro pelo segundo.

Representa-se uma razão entre dois números a e b ($b \neq 0$) por a/b ou a : b (lê-se: "a está para b").

Exemplos:

a) A razão entre os números 3 e 5 é 3/5 ou 3 : 5 (lê-se: "3 está para 5").

b) A razão entre os números 1 e 10 é 1 : 10 (lê-se: "1 está para 10").

c) A razão entre os números 7 e 100 é 7/100 ou 7 : 100 (lê-se: "7 está para 100").

Os termos da RAZÃO são:

$\dfrac{12}{2}$ $\begin{matrix} \rightarrow \text{ antecedente} \\ \rightarrow \text{ conseqüente} \end{matrix}$ ou $\underset{\text{antecedente}}{\underset{\downarrow}{12}} : \underset{\text{conseqüente}}{\underset{\downarrow}{12}}$

Atenção:

- O conseqüente (o divisor) deve ser sempre diferente de zero.

- Para determinar o valor de uma razão, basta dividir o antecedente pelo conseqüente.

Inversa de uma razão

A inversa de uma razão é determinada trocando-se a posição dos termos da razão considerada.

Exemplo: a inversa da razão $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$

Logo, duas razões são inversas, quando o antecedente de uma é igual ao conseqüente da outra.

Cálculo de uma razão

a) O valor da razão é um número inteiro.

Exemplo:

$3 : 1{,}5 = 2$

$$\begin{array}{r|l} 3{,}0 & 1{,}5 \\ \cline{2-2} 0 & 2 \end{array}$$

b) O valor da razão é uma fração.

Exemplo:

$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{4}^{2}}{3} = \frac{2}{3}$$

c) O valor da razão é um número decimal.

Exemplo:

$16 : 5 = 3{,}2$

$$\begin{array}{r|l} 16 & 5 \\ \cline{2-2} 10 & 3{,}2 \\ 0 & \end{array}$$

d) Para determinar a razão de duas medidas diferentes, é necessário fazer a conversão para uma mesma unidade. No caso, reduziremos a cm:

Exemplo:

$$\frac{2m}{25cm} = \frac{200cm}{25cm} = 8$$

Proporção

Chama-se proporção à igualdade entre duas razões.

De um modo genérico, representa-se uma proporção por uma das formas:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ou} \quad a : b \; :: \; c : d$$

Lê-se "a está para b, assim como c está para d".

$(b \neq 0 \quad e \quad d \neq 0)$

Exemplos:

a) As razões $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{9}$ formam a proporção $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

b) As razões 3 : 2 e 9 : 6 formam a proporção 3 : 2 :: 9 : 6

Observação: Uma proporção representa uma equivalência entre duas frações.

Os números que se escrevem numa proporção são denominados *termos*, os quais recebem nomes especiais: o primeiro e o último termo recebem o nome de *extremos* e os outros dois recebem o nome de *meios*

Exemplo:

extremo	meio	meios
↓	↓	↓
$\frac{9}{12}$	$\frac{6}{8}$	9 : 12 : : 6 : 8
↑	↑	↑
meio	extremo	↖ extremos ↗

Propriedade fundamental das proporções

Observe a proporção $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ e examine o que ocorre com os produtos dos termos do mesmo nome.

produto dos meios = 8 x 9 — 72
produto dos extremos = 6 x 12 — 72

Com isso, podemos concluir que:

O produto dos *meios* é igual ao produto dos *extremos*.

Se numa proporção, três termos forem conhecidos e um desconhecido pode-se determina-lo aplicando a propriedade fundamental das proporções.

Exemplos:

na proporção $\frac{a}{2} = \frac{3}{6}$, determinar o valor de a.

a) $\frac{a}{2} = \frac{3}{6}$, tem-se: $6.a = 2.3$

$6a = 6$

$a = \frac{6}{6}$

$a = 1$

b) Determinar o valor de x na proporção $\frac{2}{3} = \frac{x}{9}$

$\frac{2}{3} = \frac{x}{9}$, tem-se: $2.9 = 3.x$ $\qquad$ $3.x = 2.9$

$18 = 3x$ $\qquad$ $3x = 18$

$\frac{18}{3} = x$ $\qquad$ $x = \frac{18}{3}$

$6 = x$ $\qquad$ $x = 6$

Importante: Nas proporções, costuma-se guardar o lugar do termo desconhecido pelas letras a, x, y, z ou qualquer outro símbolo.

Se forem desconhecidos os dois meios ou os dois extremos caso sejam iguais, deverá multiplicar os termos conhecidos e extrair a raiz quadrada do produto obtido.

Exemplo:

Calcular o valor de y na proporção $\frac{9}{y} = \frac{y}{4}$

$y . y = 9 . 4 \therefore y^2 = 36 \therefore y = \sqrt{36} \therefore y = 6$

Grandezas proporcionais

Na matemática, entende-se por *GRANDEZA* tudo que é suscetível de aumento ou diminuição. Duas ou mais grandezas podem ser diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

Grandezas diretamente proporcionais

Suponhamos que um parafuso custe Cr$ 10,00 e observamos que, aumentando-se a quantidade de parafusos, aumentará o custo da quantidade, ou seja:

1 parafuso custa	R$ 10,00
2 parafusos custam	R$ 20,00
3 parafusos custam	R$ 30,00

Diz-se que essas grandezas "quantidade de um produto" e "custo" são diretamente proporcionais porque ao dobro de uma corresponde o dobro da outra, ao triplo de uma, corresponde o triplo da outra e assim sucessivamente.

Desse modo afirma-se que:

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, aumentando-se uma delas, a outra aumenta na mesma proporção.

Grandezas inversamente proporcionais

Suponhamos que a distância entre duas cidades é de 240 Km e que um automóvel faz este percurso em 4 horas, a uma velocidade de 60 Km por hora (60 Km/h). Observemos que, aumentando-se a velocidade, diminuirá o tempo gasto no percurso, ou diminuindo a velocidade, aumentará o tempo.

Exemplo:

30 Km/h	gastará	8 h
40 Km/h	gastará	6 h
60 Km/h	gastará	4 h

Pode-se observar que essas grandezas "velocidade" e "tempo de percurso" são inversamente proporcionais porque, quando a velocidade duplica, o tempo se reduz à metade e assim por diante.

Desse modo afirma-se que:

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, aumentando-se uma delas, a outra diminui na mesma proporção.

Para formar a proporção correspondente, deve-se considerar o inverso da razão relativa às grandezas inversamente proporcionais.

Exemplo:

VELOCIDADE	TEMPO	RAZÕES	PROPORÇÃO CORRESPONDENTE
a) 30 Km/h 60 Km/h	8 h 4 h	$\frac{30}{60}$ e $\frac{8}{4}$	$\frac{30}{60} = \frac{1}{\frac{8}{4}}$ ou $\frac{30}{60} = \frac{4}{8}$
b) 40 Km/h 60 Km/h	6 h 4 h	$\frac{40}{60}$ e $\frac{6}{4}$	$\frac{40}{60} = \frac{1}{\frac{6}{4}}$ ou $\frac{40}{60} = \frac{4}{6}$

Exercícios - Proporcionalidade

1) Escreva a razão entre cada um dos pares de números seguintes:

a) 3 e 5

b) 7 e 4

c) 1 e 8

d) 2 e 2

e) 6 e 9

2) Escreva a razão inversa de cada uma das razões seguintes:

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{2}$

c) $\frac{7}{10}$

d) 4 : 7

e) 9 : 5

3) Identifique quais são os extremos e quais são os meios nas proporções:

a) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

b) 5 : 3 : : 15 : 9

4) Determine a razão entre as medidas:

a) 5 cm e 25 cm

b) 6 cm e 6 m

c) 1 dm e 0,4 m

d) $\frac{3''}{4}$ e $\frac{5''}{8}$

e) 2 mm e 5 cm

5) Uma chapa retangular tem de comprimento 1,20 m e de largura 80 cm. Calcular:

a) A razão entre a largura e o comprimento.

b) A razão entre o comprimento e a largura.

6) Determine o valor das razões entre:

a) 0,35 e 0,7

b) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$

7) Coloque o nome dos termos da razão:

5 → ....
―
9 → ....

ou

5 : 9 → ....
5 : 9 → ....

8) Coloque o nome dos termos da proporção:

.... ← 4 = 8 → ....
.... ← 3   6 → ....

9) Complete:

a) a) A igualdade entre duas razões é chamada

....

b) Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos ....

c) Em toda proporção, a diferença entre os antecedentes está para a diferença dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para seu..............................
....

10) Determine o valor de x em cada uma das proporções seguinte

a) $\frac{x}{2} = \frac{8}{4}$

b) $\frac{6}{x} = \frac{12}{8}$

c) $\frac{5}{7} = \frac{x}{14}$

d) $\frac{8}{3} = \frac{8}{x}$

e) $\frac{x}{5} = \frac{2}{10}$

Regra de Três

Uma *regra de três* é uma regra prática que permite resolver problemas através de proporções, envolvendo duas ou mais grandezas, direta ou inversamente proporcionais. Uma regra de três é comumente classificada em simples ou composta.

Regra de Três Simples

Uma regra de três é simples quando envolve apenas duas grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

Para resolver uma regra de três simples, segue-se a seguinte orientação:

- escrever, numa mesma linha, as grandezas de espécies diferentes que se correspondem;
- escrever, numa mesma coluna, as grandezas de mesma espécie;
- determinar quais são as grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais;
- formar a proporção correspondente;
- resolver a equação obtida.

Observação: Ao formar a proporção, deve-se considerar o inverso da razão correspondente às grandezas inversamente proporcionais.

Exemplos:

a) Se três limas custam R$ 144,00, quanto se pagará por 7 limas iguais às primeiras?

Para resolver o problema, procede-se assim:

1º) Organizam-se as sucessões com elementos da mesma espécie. É comum organizar as sucessões verticalmente para depois calcular:

$$\begin{array}{cccc} & \text{limas} & \text{R\$} & \\ \downarrow & 3 & 144 & \downarrow \\ & 7 & x & \end{array}$$

2º) Valendo-se do seguinte raciocínio: "se três limas custam R$ 144,00, aumentando as limas, aumentarão os cruzeiros, logo, a regra é simples.

3º) A proporção correspondente será:

$$\frac{3}{7} = \frac{144}{x}$$

4º) De acordo com a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$3 \cdot x = 144 \cdot 7$$

5º) Resolvendo a equação formada, tem-se:

$$x = \frac{144^{48}.7}{\cancel{3}^{1}}$$

$$x = 336$$

RESPOSTA: O preço das limas será R$ 336,00

a) Um automóvel, em velocidade constante de 80 Km/h, percorre uma certa distância em 6 horas. Em quantas horas fará o mesmo percurso se diminuir a velocidade para 60 Km/h?

SOLUÇÃO: As grandezas são inversamente proporcionais, pois, diminuindo a velocidade, aumentará o tempo de percurso. Daí escreve-se:

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & 80\text{km/h} & 6\text{h} & \uparrow \\ & 60\text{km/h} & x & \end{array}$$

- Logo, a proporção correspondente será:

$$\frac{80}{60} = \frac{1}{\frac{6}{x}} \quad \text{ou} \quad \frac{80}{60} = \frac{x}{6}$$

- Pela propriedade fundamental das proporções, tem-se:

60 . x = 6 . 80

$$x = \frac{\cancel{6} \cdot 8\cancel{0}}{\cancel{6}\cancel{0}^{10}} = 8$$

- Resolvendo-se a equação formada:

x = 8

RESPOSTA: O automóvel fará o percurso em 8 horas.

Vimos que a sucessão que contém (x) serve de base para saber se qualquer uma outra é direta ou inversa. Se é direta, recebe as setas no mesmo sentido e se inversa, em sentidos opostos.

Regra de Três Composta

Uma regra de três é composta, quando envolve três ou mais grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Para se resolver uma regra de três composta, seguem-se os seguintes passos:

- escrever, numa mesma linha, as grandezas de espécies diferentes que se correspondem;
- escrever, numa mesma coluna, as grandezas de mesma espécie;
- determinar quais são as grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, considerando-se separadamente, duas a duas, as colunas das grandezas envolvidas, uma das quais deve ser, sempre a coluna que contém a incógnita;
- formar a proporção correspondente;
- resolver a equação formada.

Observação: Ao formar a proporção, deve-se considerar o inverso da razão correspondente às grandezas inversamente proporcionais.

Exemplo:

a) Quatro operários, em 6 dias, montam 48 bicicletas. Quantas bicicletas do mesmo tipo são montadas por 10 operários em 9 dias?

SOLUÇÃO: escrevendo-se as linhas e as colunas:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
4	6	48
10	9	x

- Comparando cada grandeza com a que tem o termo desconhecido:

  – As grandezas "operários" e "bicicletas" são diretamente proporcionais (aumentando uma, aumentará a outra), logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
↓ 4	9	↓ 48
10	6	x

  – As grandezas "dias" e "bicicletas" são diretamente proporcionais, logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
↓ 4	↓ 6	↓ 48
10	9	x

- As razões correspondentes a essas grandezas são:

$$\frac{4}{10} \qquad \frac{6}{9} \qquad \frac{48}{x}$$

- Uma vez que as grandezas envolvidas são todas diretamente proporcionais, tem-se que:

$^{48}\!/_{x}$ é proporcional a $^{6}\!/_{9}$ e, ao mesmo tempo, é proporcional a $^{4}\!/_{10}$, logo, será proporcional ao produto $\frac{6}{9} \cdot \frac{4}{10}$.

- Portanto, para escrever a proporção correspondente, deve-se igualar a razão que tem o termo desconhecido, com o produto das razões relativas às outras grandezas. Escreve-se:

$$\frac{48}{x} = \frac{6}{9} \cdot \frac{4}{10} \text{ ou } \frac{48}{x} = \frac{24}{90}$$

- Pela propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$24 \,.\, x = 48 \,.\, 90$$

$$x = \frac{\cancel{48}^{2} \cdot 90}{\cancel{24}^{1}}$$

- Resolvendo-se essa equação, vem:

$$x = 180$$

- RESPOSTA: serão montadas 180 bicicletas.

b) Se 8 operários constroem, em 6 dias, um muro com 40 m de comprimento, quantos operários serão necessários para construir um outro muro com 70 m, trabalhando 14 dias?

SOLUÇÃO: Escrevendo-se as linhas e as colunas:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
8	6	40
x	14	70

- Comparando-se cada grandeza com a que tem o termo desconhecido:

  – As grandezas "operários" e "metros" são diretamente proporcionais (aumentando uma, aumentará a outra), logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
↓ 8	6	↓ 70
x	14	40

  – As grandezas "operários" e "dias" são inversamente proporcionais (aumentando uma, diminuirá a outra), logo, as setas devem ter sentido contrário, ou seja:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
↓ 8	↑ 6	↓ 40
x	14	70

- As razões relativas a essas grandezas são:

$$\frac{8}{x} \qquad \frac{6}{14} \qquad \frac{70}{40}$$

- Para escrever a proporção correspondente, deve-se igualar a razão da grandeza desconhecida no produto do inverso das razões relativas às grandezas inversamente proporcionais:

$$\frac{8}{x} = \frac{1}{\frac{6}{14}} \cdot \frac{40}{70} \qquad \text{ou} \qquad \frac{8}{x} = \frac{14}{6} \cdot \frac{40}{70} \qquad \text{ou}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{560}{420}$$

- Pela propriedade fundamental das proporções:

$$560 \,.\, x = 8 \,.\, 420$$

$$x = \frac{\cancel{8}^1 \cdot 42\cancel{0}}{\cancel{560}^7}$$

$$x = 6$$

- RESPOSTA: Serão necessários 6 operários.

Exercícios - Regra de Três

1) Um automóvel percorreu em 5 h uma estrada de 325 Km. Na mesma velocidade, quantas horas precisará para percorrer 520 Km?

2) Um volante gira dando 180 rotações em 30 segundos. Em quantos segundos dará 120 rotações?

3) 18 máquinas produzem 2.400 peças se trabalharem 8 horas. Quantas horas deverão trabalhar 36 máquinas iguais às primeiras para produzirem 7.200 peças?

4) Dispondo de uma engrenagem de 60 mm de diâmetro com 30 dentes, determinar o diâmetro que deve ter outra engrenagem com 12 dentes, a fim de utiliza-la numa transmissão.

5) Uma polia de 20 mm de diâmetro tem de circunferência 62,8 mm. Qual é a circunferência de outra com 50 mm de diâmetro?

6) Uma bomba eleva 180 litros de água em 6 minutos. Quantos litros elevará em 1 hora e 15 minutos?

7) Um automóvel gasta 6 litros de gasolina para percorrer 65 Km. Quantos litros gastará num percurso de 910 Km?

8) Nove pedreiros constroem uma casa em 8 dias, trabalhando 5 horas por dia. Em quantos dias 12 pedreiros, trabalhando 6 horas por dia, poderiam construir a mesma casa?

Porcentagem

Você já deve, muitas vezes, ter ouvido falar na expressão *"por cento"*.

Por exemplo:

- O preço da gasolina aumentou trinta por cento.
- Esta roupa tem vinte por cento de desconto.
- Quinze por cento dos alunos não compareceram à escola hoje.

Para a expressão *"por cento"* usamos o símbolo %.

"Por cento" quer dizer uma determinada quantidade em cada cem.

Se, por exemplo, numa avaliação de matemática de 100 questões, Paulo acertou 70, isto quer dizer que ele acertou 70% das questões dadas, isto é, acertou 70 em 100.

Você percebeu que:

O *"cento"* é uma maneira diferente de dizer *"centésimos"*:

$$70 \text{ em } 100 = \frac{70}{100} = 0{,}70 = 70\%$$

Há diversos modos de calcular porcentagem. Vejamos alguns:

Calcular 30% de Cr$ 800,00.

1) $30\% = \dfrac{30}{100}$

$$\frac{30}{100} \text{ de } 800 = \frac{300}{100} \; x \; \frac{800}{1} = \frac{24.000}{100} = 240$$

2) 800 x 30 = 24.000

24.000 : 100 = 240

Exercícios - Porcentagem

1) Observe a forma fracionária dada e represente-a sob a forma de porcentagem:

a) $\frac{2}{100}$

b) $\frac{100}{100}$

c) $\frac{49}{100}$

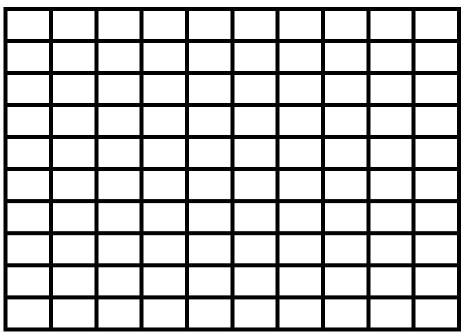
2) Represente a porcentagem dada sob a forma de fração:

a) 99%
b) 42%
c) 50%

3) Calcule:

a) 20% de 800 =
b) 10% de 350 =
c) 18% de 1.400 =

4) Observe o quadro abaixo dividido em 100 partes iguais e marque 38%:



AGORA RESPONDA:

a) Quantos quadradinhos você marcou?............................
b) Quantos sobraram?..

c) Qual a porcentagem que sobrou?...................................

5) Num colégio, 40% dos alunos são meninos. Qual é a porcentagem de meninas?

6) Uma cidade tem 987.500 habitantes, 36% são crianças com menos de 12 anos de idade. Quantas crianças tem a cidade?

Números Inteiros Relativos

No estudo das operações com números naturais, você aprendeu que a subtração não pode ser efetuada quando o minuendo é menor do que o subtraendo.

5 - 9 = ?   1 - 2 = ?   3 - 8 = ?

Para que a subtração seja sempre possível foi criado o conjunto dos números inteiros negativos.

-1, -2, -3, -4,..............................

Esses números negativos, reunidos com zero e com os números inteiros positivos, formam o *conjunto dos números inteiros relativos*, cujo conjunto é representado por Z.

Z = {........... -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...}

a) Conjunto dos números inteiros não negativos.

$Z+$ = { 0, +1, +2, +3, ...}

b) Conjunto dos números inteiros negativos.

$Z+$ = { 0, -1, -2, -3, ...}

O número *zero* (0) não é negativo nem positivo

Números Opostos ou Simétricos

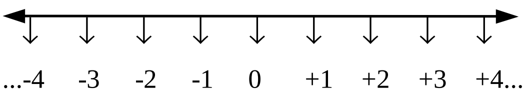
Observe:

O oposto de + 1 é - 1

O oposto de + 2 é - 1

O oposto de + 3 é - 3

O oposto de + 4 é - 4



RETA NUMERADA

Na reta numerada, os números opostos estão a uma mesma distância do zero.

Observação: O oposto de **zero** é o próprio **zero**.

Valor Absoluto

Valor absoluto de um número inteiro relativo é o número natural que o representa, sem o sinal.

Exemplos:

	Indicação:
O valor absoluto de + 5 é 5	$\lvert +5 \rvert = 5$
O valor absoluto de - 5 é 5	$\lvert -5 \rvert = 5$
O valor absoluto de - 8 é 8	$\lvert -8 \rvert = 8$

O valor absoluto de **zero** é **zero**

Verifique:

1) -3 está à esquerda de +1 $-3 < +1$
   Então, -3 é *menor* que +1

2) +2 está à direita de -3 $+2 > -3$
   Então + 2 é *maior* que -3

Outros Exemplos:

a) $-2 < +2$ b) $0 > -4$ c) $-1 > -3$

Operações com números Inteiros Relativos

Adição

1) Adição de números positivos
   Observe os exemplos:

   a) (+2) + (+5) = +7
   b) (+1) + (+4) = +5
   c) (+6) + (+3) = +9

Verificando os resultados anteriores, podemos concluir que:
A soma de dois números positivos é um número positivo.

2) Adição de números negativos
   Observe os exemplos:

   a) (-2) + (-3) = -5
   b) (-1) + (-1) = -2
   c) (-7) + (-2) = -9

Verificando os resultados acima, podemos concluir que:

A soma de dois números negativos é um número negativo.

3) Adição de números com sinais diferentes
Observe os exemplos:
a) (+6) + (-1) = +5
b) (+2) + (-5) = -3
c) (-10) + (+3) = -7

Observe que o resultado da adição tem o mesmo sinal que o número de maior valor absoluto.

Conclusão:

A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é obtida subtraindo-se os valores absolutos dando-se o sinal do número que tiver maior valor absoluto.

Subtração

A operação de subtração é uma operação inversa da adição.

Exemplos:

a) (+8) - (+4) = (+8) + (-4) = +4
b) (-6) - (+9) = (-6) + (-9) = -15
c) (+5) - (-2) = (+5) + (+2) = +7

Conclusão:

Para subtrairmos dois números relativos, basta que adicionemos ao primeiro o simétrico do segundo.

Expressões com números Inteiros Relativos

Lembre-se que os sinais de associação são eliminados, obedecendo à seguinte ordem:

1º- *Parênteses* 2º- *Colchetes* 3º- *Chaves*

Exemplos:

1) +10 - (-4+6)	2) (+7-1) + (-3+1-5)	3) 10 + [-3+1-(-2+6)]
+10 - (+2)	(+6) + (-7)	10 + [-3+1-(+4)]
+10 - 2 = +8	+6 -7 = -1	10 + [-3+1-4]

10 + [-6]

10 - 6 = +4

Multiplicação

Consideremos os seguintes casos:

1) Multiplicação de dois números positivos:

a) (+5) . (+2) = +10

b) (+3) . (+7) = +21

(+) . (+) = +

(-) . (-) = +

(+) . (-) = -

(-) . (+) = -

Conclusão:

O produto de dois números positivos é um número positivo.

2) Multiplicação de dois números negativos:

a) (-3) . (-5) = +15

b) (-8) . (-2) = +16

c) (-7) . (-1) = +7

Conclusão:

O produto de dois números negativos é um número positivo.

3) Multiplicação de dois números de sinais diferentes:

a) (+3) . (-2) = -6

b) (-5) . (+4) = -20

c) (+6) . (-5) = -30

d) (-1) . (+7) = -7

Conclusão:

O produto de dois números inteiros de sinais diferentes é um número negativo.

Multiplicação com mais de dois números Relativos

Multiplicamos o primeiro número pelo segundo. O produto obtido pelo terceiro e, assim, sucessivamente, até o último fator.

Exemplos:

a) $\underbrace{(+3)\ .\ (-2)}\ .\ (+5)$

$(-6)\ .\ (+5) = -30$

b) $\underbrace{(-5)\ .\ (+4)}\ .\ (-9)$

$(-20)\ .\ (-9) = +180$

Divisão

Você sabe que a divisão é a operação inversa da multiplicação.

Observe:

a) (+12) : (+4) = (+3) porque (+3) . (+4) = +12
b) (-12) : (-4) = (+3) porque (+3) . (-4) = -12
c) (+12) : (-4) = (-3) porque (-3) . (-4) = +12
d) (-12) : (+4) = (-3) porque (-3) . (+4) = -12

Divisão

(+) : (+) = + (-) : (-) = + (+) : (-) = - (-) : (+) = -

Observações:

1) *A divisão nem sempre é possível em Z*

(+9) : (-2) = ($\notin$ *Z*)

2) *O zero nunca pode ser divisor*
(+5) : 0 é impossível
(-2) : 0 é impossível

Exercícios:

Calcule:

a) $(+5)+(-3)-(+2)+(-1)=$

b) $10+\{5-(-3+1)\}=$

c) $23-\{1+[5-(+3-2+1)]\}=$

d) $(+5-3):(-1+3)=$

e) $(-16:-8)\ .\ (+3\ .-4)=$

Potenciação e Radiciação

Seja:

5 x 5 x 5

Essa multiplicação tem todos os fatores iguais. Podemos escrevê-la assim:

$5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$

Lê-se: "cinco à terceira potência ou cinco ao cubo".
No exemplo:

EXPOENTE

$$\boldsymbol{5^3 = 125} \rightarrow \textbf{\textit{POTÊNCIA}}$$

BASE

5 é a *base* (fator que se repete)

3 é o *expoente* (indica o número de fatores iguais)

125 é a *potência*

O resultado da potenciação chama-se *potência*.

Casos Particulares

1) Todo número elevado ao expoente 1 é igual ao próprio número.
   Exemplos:

$$8^1 = 8$$
$$3^1 = 3$$
$$15^1 = 15$$

2) Todo número elevado ao expoente zero é igual a 1.
   Exemplos:

$$7^0 = 1$$
$$4^0 = 1$$

$20^0 = 1$

Propriedades das Potências

1) Multiplicação de Potências de Mesma Base.
Observe:

$3^2 \times 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$

Logo:

$3^2 \times 3^5 = 3^{2+7} = 3^7$

Conclusão:

Conservamos a base e somamos os expoentes.

No exemplo:

$\boxed{(-4)^3 = -64}$

- a base é - 4
- o expoente é 3
- a potência (resultado) é - 64

Propriedades:

Para as operações com potências indicadas de mesma base, valem as mesmas propriedades já estudadas no conjunto $\mathbb{N}$.

1ª) Observe:

$5^3 \,.\, 5^4 = 5 \,.\, 5 \,.\, 5 \,.\, 5 \,.\, 5 \,.\, 5 \,.\, 5 = 5^7$

Você notou que:

$5^3 \,.\, 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$

De um modo geral:

$\boxed{a^m \,.\, a^n = a^{m+n}}$

2ª) Observe:

$$6^5 \div 6^2 = \frac{\cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{\cancel{6} \cdot \cancel{6}} = 6^3$$

Você notou que:

$$6^5 \div 6^2 = 6^{5-2} = 6^3$$

De um modo geral:

$$\boxed{a^m \div a^n = a^{m+n}}$$

3ª) Observe:

$$(5^2)^3 = 5^2 \,.\, 5^2 \,.\, 5^2 = 5^{2+2+2} = 5^6$$

De um modo geral:

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m \,.\, n}}$$

Radiciação

Vamos perguntar:

Qual o número que elevado ao *quadrado* é igual a 9 ?

$(\quad)^2 = 9$ Solução: $(3^2 = 9)$

Essa operação é a operação inversa da potenciação e é chamada *radiciação*.

Representa-se:

$3^2 = 9 \Leftrightarrow \sqrt[2]{9} = 3$ Lê-se: raiz quadrada de 9 é 3

O símbolo $\Leftrightarrow$ indica equivalência.

Outros exemplos:

$5^2 = 25 \Leftrightarrow \sqrt[2]{25} = 5$

Lê-se: raiz quadrada de 25 é 5

$3^3 = 27 \Leftrightarrow \sqrt[3]{27} = 3$

Lê-se: raiz cúbica de 27 é 3

$2^4 = \Leftrightarrow \sqrt[4]{16} = 216$

Lê-se: raiz quarta de 16 é 2

Nomenclatura

No exemplo:

índice ↘ ↙ **radical**

$\sqrt[2]{9} = 3$ → **raiz**

↓

radicando

a) 2 é o índice
b) 9 é o radicando
c) 3 é a raiz
d) $\sqrt{\ }$ é o radical

Não é necessário escrever o índice 2 no radical para a raiz quadrada.

Raiz Quadrada de Números Racionais.

Pela definição de raiz quadrada, já estudada para os números naturais, temos:

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, \text{ pois } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

Então: $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

Para se extrair a raiz quadrada de uma fração, extrai-se a raiz quadrada do numerador e a raiz quadrada do denominador.

Exercícios - Potenciação e Radiciação

1) Escreva na forma de potência:

a) 7 . 7 =
b) 4 . 4 . 4 =
c) 9 . 9 . 9 . 9 . 9 =

d) 2 . 2 . 2 . 2 =

2) Calcule o valor das potência:

a) 2^3 =
b) 7^2 =
c) 5^2 =
d) 3^2 =
e) 4^3 =
f) 2^4 =
g) 8^2 =
h) 5^3 =
i) 3^4 =
j) 2^5 =
k) 0^4 =
l) 2^2 =
m) 6^3 =
n) 1^5 =
o) 3^5 =
p) 1^8 =
q) 13^2 =
r) 10^2 =

3) Calcule o valor das expressões:

a) $2^3 + 10 =$
b) $5 + 3^2 . 4 =$
c) $5^2 + 4^2 - 1 =$
d) $3^4 - 6 + 2^3 =$

4) Complete:

a) 8^0 =
b) 0^6 =
c) 3^1 =
d) 0^{72} =
e) 14^1 =
f) 1^{72} =
g) 10^1 =
h) 10^2 =
i) 10^3 =

5) Observe e complete:

a) $2^3 . 2^5$ =..................................=
b) $5^2 . 5^2$ =..................................=
c) $7^5 . 7$ =..................................=
d) $3^4 . 3^2$ =..................................=
e) $9^2 . 9 . 9$ =............................=
f) 4 . 4 . 4 =.............................=
g) $8^6 \div 8^2$ =.................................=
h) $5^4 \div 5$ =..................................=
i) $3^7 \div 3^7$ =.................................=
j) $a^6 \div a^5$ =.................................=
k) $(7^4)^2$ =....................................=

l) $(2^3)^9$ = ... =

m) $(a^5)^3$ = ... =

6) Calcule:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

b) $\left(\frac{4}{7}\right)^2 =$

c) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 =$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$

7) Determine o valor das expressões numéricas:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

b) $1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{9}{8} =$

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$

Exercícios - Radicais

1) Complete:

a) $\sqrt[2]{9}$ = ...pois $3^2 = 9$

b) $\sqrt[2]{16}$ = ...pois $4^2 = 16$

c) $\sqrt[2]{36}$ = ...pois $6^2 = 36$

d) $\sqrt[2]{49}$ = ...pois 7^2 = 49

e) $\sqrt[2]{4}$ = ...pois 2^2 = 4

2) Complete:

a) $\sqrt[3]{8}$ = ...pois 2^3 =

b) $\sqrt[4]{16}$ = ...pois 2^4 =

c) $\sqrt[3]{27}$ = ...pois 3^3 =

d) $\sqrt[3]{64}$ = ...pois 4^3 =

e) $\sqrt[4]{81}$ = ...pois 3^4 =

Figuras Espaciais, Volume

Introdução

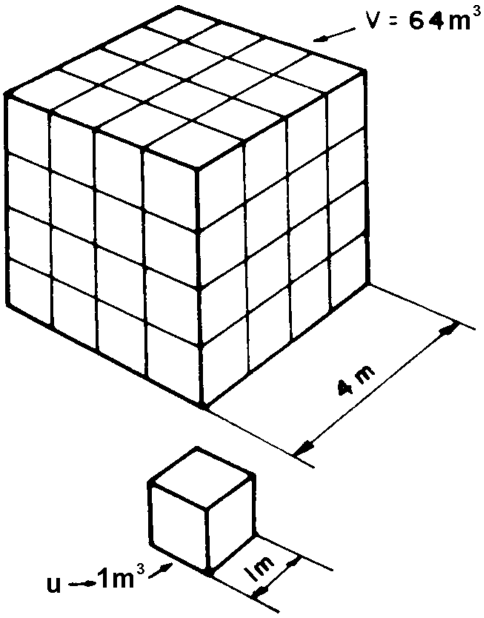
Os objetos com os quais temos contato na vida diária ocupam uma certa porção do espaço. São chamados *sólidos geométricos* ou *figuras geométricas espaciais*.

Sólido geométrico ou *figura geométrica espacial* é todo conjunto de pontos, subconjunto do espaço, em que seus pontos não pertencem todos a um mesmo plano.

Para você saber a *quantidade de espaço* ocupado por um sólido, deve compará-lo com outro tomado como unidade. O resultado da comparação é um número, denominado *volume do sólido.*

Unidade de Volume

Nós podemos escolher, em princípio, qualquer sólido como unidade de volume. Na prática, escolhe-se como volume unitário o volume de um cubo. O cubo de aresta igual a 1m de comprimento, é a unidade fundamental de volume e chama-se *metro cúbico*: m^3. Observe as figuras abaixo.

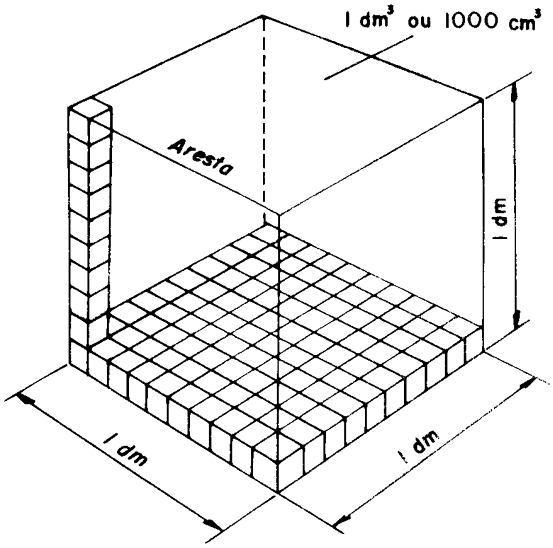


Múltiplos e Submúltiplos do Metro Cúbico

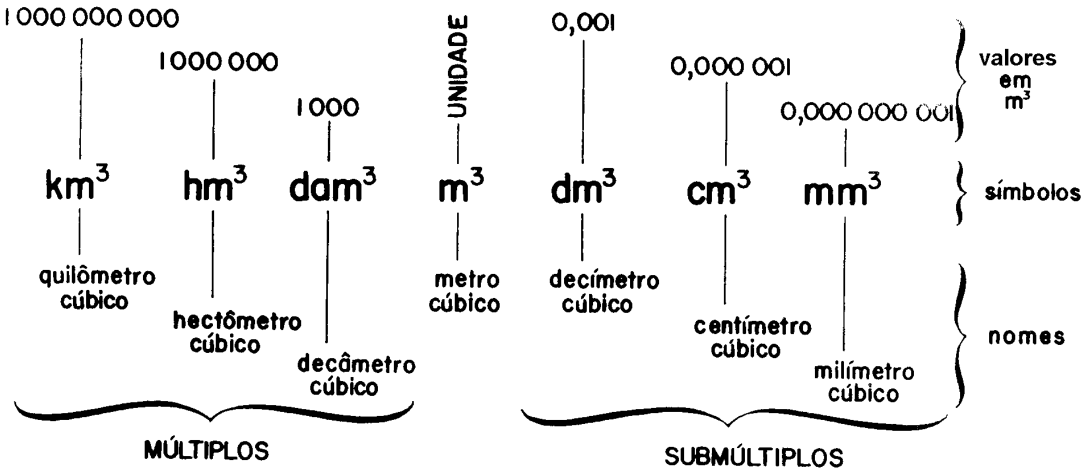
Unidade fundamental: metro cúbico, que é o volume de um cubo com 1m de aresta. Símbolo: m^3 (3 $\rightarrow$ três dimensões da figura espacial).

Freqüentemente, na prática, é necessário subdividir essa unidade, para poder medir determinado volume. Da necessidade de subdivisão ou ampliação da unidade fundamental, surgem os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico.

Os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico são os volumes dos cubos que têm para arestas os múltiplos e submúltiplos do metro.



Os principais múltiplos e submúltiplos do metro cúbico são:



Pelo fato das unidades de volume variarem de 1.000 em 1.000, ao invés de você escrever:

35,24 dm^3, é conveniente escrever: ***35,240 dm^3***

Lê-se: “trinta e cinco decímetros cúbicos e duzentos e quarenta centímetros cúbicos:

Mudança de Unidade

A vírgula se desloca de três em três algarismos como mostra o exemplo:

0,065 000 dam^3 = 65,000 m^3 - 65 000 dm^3

acrescenta-se zeros, quando necessário.

Volume - Exercícios

1) Coloque a unidade correspondente:

$4{,}250\ m^3 = 4\ 250\ 000$ ....
$3\ 265\ mm^3 = 3{,}265$ ....
$0{,}072500\ dm^3 = 72\ 500$ ....
$4\ 275\ cm^3 = 0{,}004\ 275$ ....

2) Faça a leitura das seguintes medidas, conforme exemplo:

a) $4{,}725\ dam^3 = 4\ dam^3$ e $725\ m^3$
b) $3452{,}370\ dm^3 =$ .... e ....
c) $0{,}0003\ cm^3 =$ ....
d) $48{,}725683\ dam^3 =$ ....
e) $3{,}480\ mm^3 =$ ....
f) $87{,}350\ m^3 =$ ....

3) Faça as reduções indicadas, das seguintes medidas:

a) $523{,}775\ m^3 \rightarrow$ .... mm^3
b) $0{,}328472\ dam^3 \rightarrow$ .... m^3
c) $0{,}003\ cm^3 \rightarrow$ .... dam^3
d) $45\ hm^3 \rightarrow$ .... dm^3
e) $58976\ dm^3 \rightarrow$ .... m^3
f) $4{,}379\ cm^3 \rightarrow$ .... dm^3

4) Faça as conversões indicadas:

a) $523{,}450\ dm^3 =$ .... cm^3
b) $2{,}576\ 400\ m^3 =$ .... dm^3
c) $0{,}075\ dm^3 =$ .... mm^3
d) $51{,}325\ cm^3 =$ .... mm^3

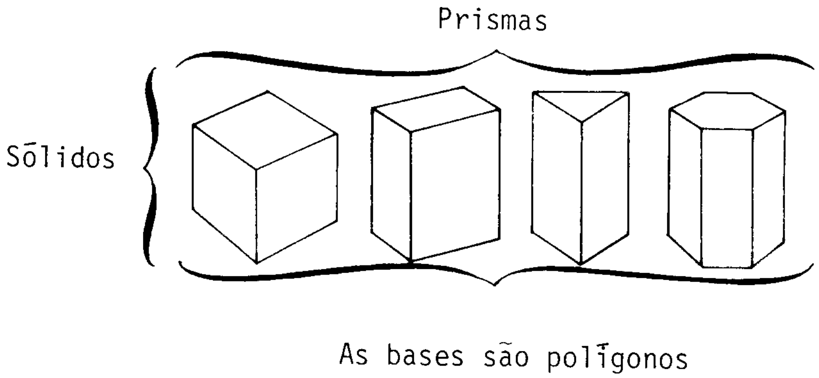
5) Faça as operações indicadas:

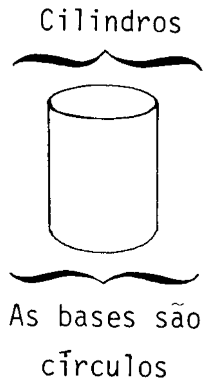
a) $4{,}350\ m^3 - 235{,}200\ dm^3 =$ .... m^3

b) 825,030 dm^3 + 52 354 cm^3 = ... cm^3

Prismas e Cilindro

São sólidos limitados por dois polígonos congruente e paralelos e por tantos paralelogramos quantos são os lados dos polígonos.





De modo geral, o volume do prisma e do cilindro é calculado multiplicando-se a área da base pela medida da altura, isto é:

$$\boxed{V = B \cdot H}$$

onde **B** representa a área da base, e **H**, a medida da altura.

Veja a seguir como calcular o volume de alguns prismas (cubo, paralelepípedo) e ainda do cilindro.

Cubo

É o sólido limitado por seis faces quadradas congruentes.

O volume do cubo é calculado elevando-se a medida da aresta ao cubo, isto é:

$$\boxed{V = a^3}$$

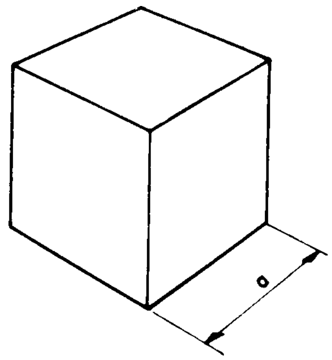
Se ***a = 20 cm***, então:

$V = a^3$

$V = 20^3$

$V = 20 \times 20 \times 20$

$V = 8\,000\ cm^3$

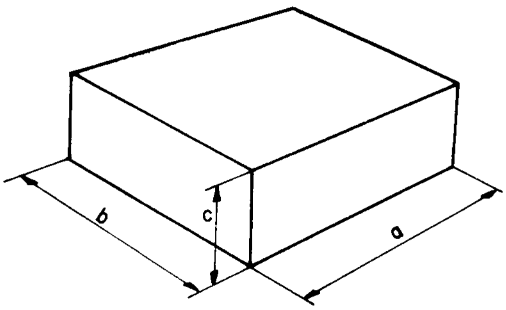


Paralelepípedo Retângulo

É o sólido geométrico que possui seis faces retangulares congruentes, duas a duas.

O volume do paralelepípedo retângulo é determinado pelo produto de suas três dimensões, isto é:

$$\boxed{V = a\ b\ c}$$



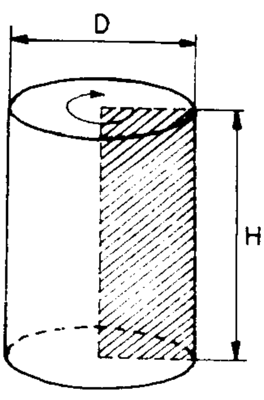
Se ***a* = *10 cm*** ***b* = *5 cm*** ***c* = *3 cm***

teremos: V = 10 x 5 x 3 V = ... cm^3

Cilindro de Revolução

É o sólido gerado por um retângulo que gira em torno de um dos lados. O seu volume é obtido multiplicando-se área da base (πr^2) pela medida da altura H.

$$\boxed{V = \pi r^2 \ .\ H}$$



onde **r** (raio) é metade do diâmetro (**D**)

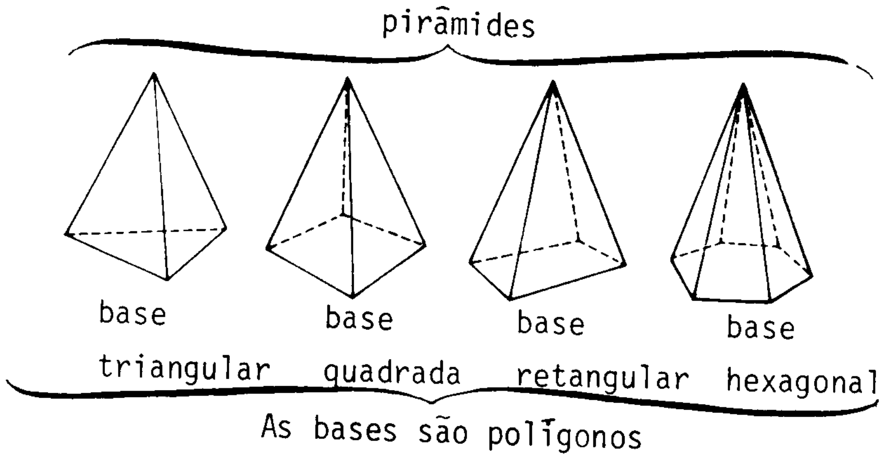
Se ***D* = *20 cm*** → ***r* = *10 cm*** ***H* = *20 cm***

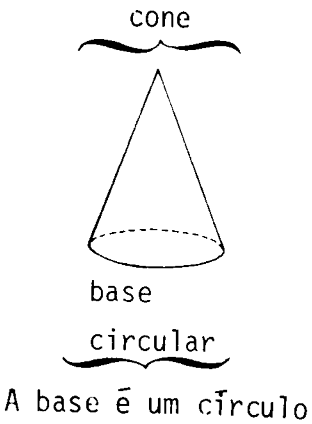
Como:

$V = \pi r^2 . H$ V = ... 10^2 .... V = ...

Pirâmides Retas e Cones Circulares Retos

Pirâmides são sólidos que têm por base um polígono





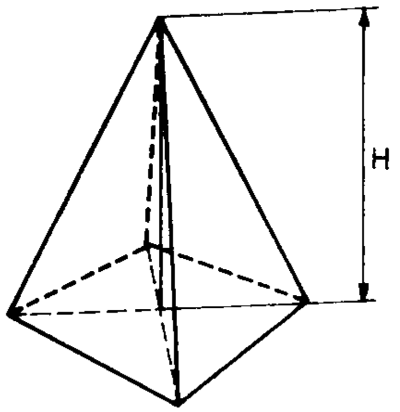
Veja como calcular o volume da pirâmide e do cone.

Pirâmide

É o sólido limitado por um polígono qualquer e por triângulos que têm vértice comum. O polígono é a base e os triângulos são as faces da pirâmide. As pirâmides são classificadas de acordo com as bases. O segmento de reta perpendicular à base, a partir do vértice comum, chama-se *altura da pirâmide*.

Você calculará o volume da pirâmide multiplicando um terço da área da base pela altura, isto é:

$$\boxed{V = \frac{1}{3} BH} \quad \text{ou} \quad \boxed{V = \frac{BH}{3}}$$

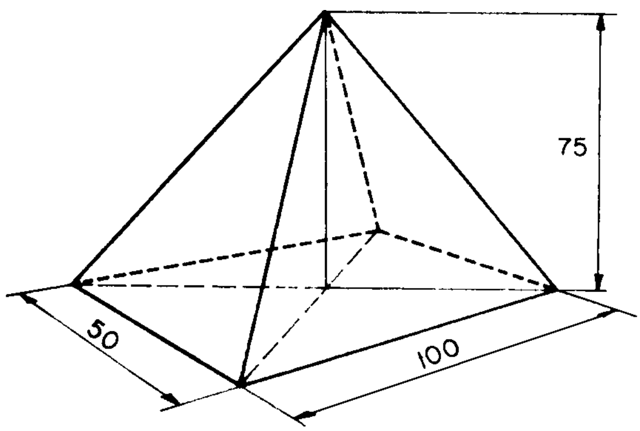


onde **B** representa a área da base, e **H** é a medida da altura.

Exemplo: Calcule o volume da pirâmide de base retangular abaixo representada.

$V = \dfrac{B \ . \ H}{3}$ $\qquad$ $V = \dfrac{(100 \ . \ 50) \ . \ 75}{3}$

$V =$ .... mm^3



Cone

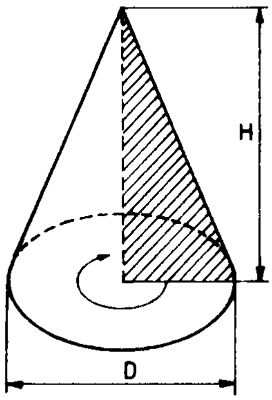
É o sólido gerado por um triângulo retângulo que gira em torno de um de seus catetos. Percebeu? O volume do cone é obtido pelo produto de um terço da área da base ($\frac{1}{3}\,\pi\, r^2$) pela altura (H).

$$\boxed{\mathbf{V = \frac{1}{3}\,\pi\, r^2\, H}} \quad \mathbf{e} \quad \boxed{\mathbf{V = \frac{\pi\, r^2\, H}{3}}}$$

Se D = 12 cm R = 6 cm H = 10 cm

então $V = \frac{1}{3}\,\pi\, r^2\, H$ $V = \frac{1}{3}$ .... 6^2 ....

V = ...



Tronco de Pirâmide, Tronco de Cone e Esfera

Sem definir, vamos apresentar para você esses sólidos geométricos e também as respectivas fórmulas para o cálculo dos seus volumes.

Tronco de pirâmide

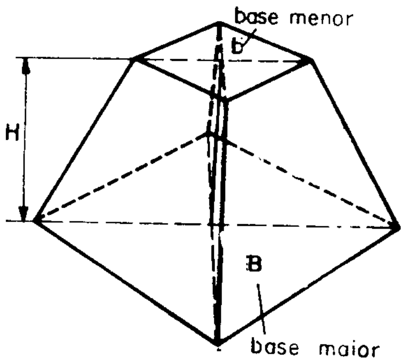
$$\boxed{V = \frac{H}{3}\left(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}\right)}$$

onde:

H = medida da leitura

A_B = área da base maior

A_b = área da base menor



Tronco de cone

$$V = \frac{\pi \ H}{3} (R^2 + r^2 + R \ . \ r)$$

onde:

$\pi \cong 3{,}14$

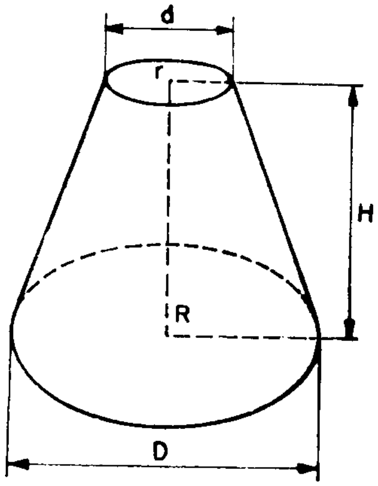
H = medida da leitura

R = media do raio maior

r = medida do raio menor

$$R = \frac{D}{2}$$

$$r = \frac{d}{2}$$



Esfera

$$V = \frac{4}{3} \pi \ r^3 \quad \text{ou} \quad V = \pi \ \frac{D^3}{6}$$

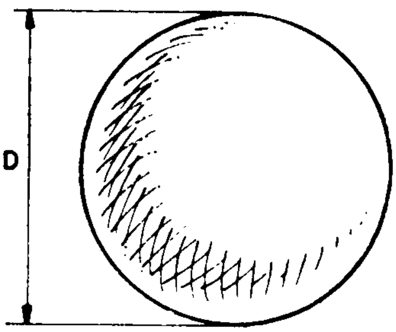
onde:

$\pi \cong 3{,}14$

r = medida do raio da esfera

D = diâmetro

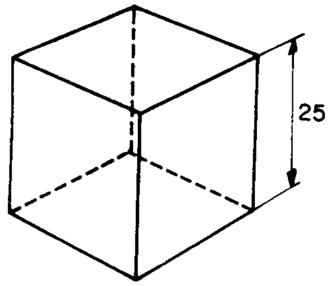
$$r = \frac{D}{2}$$



Prismas e Cilindro - Exercícios

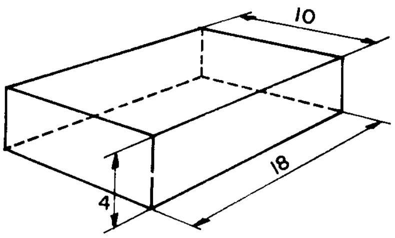
1) Calcule o volume das seguintes figuras espaciais, dadas as dimensões em milímetros.

a)



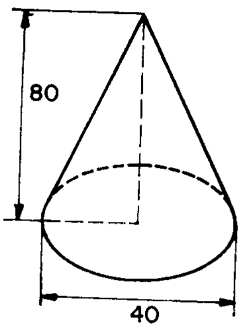
Resposta: V = ... mm^3

b)



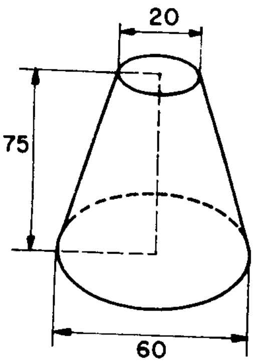
Resposta: V = ... mm^3

c)



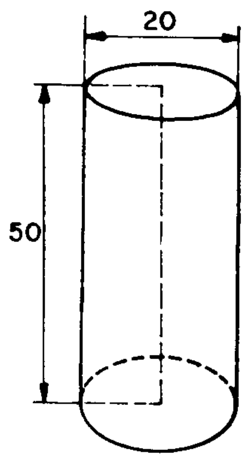
Resposta: V = ... mm^3

d)



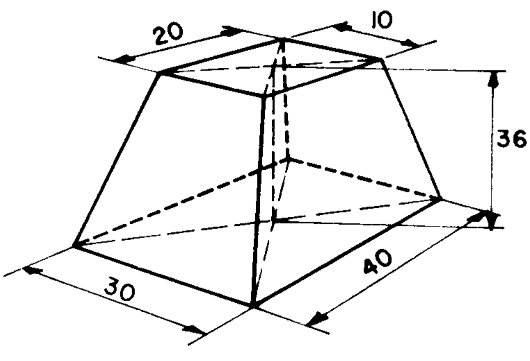
Resposta: V = ... mm^3

e)



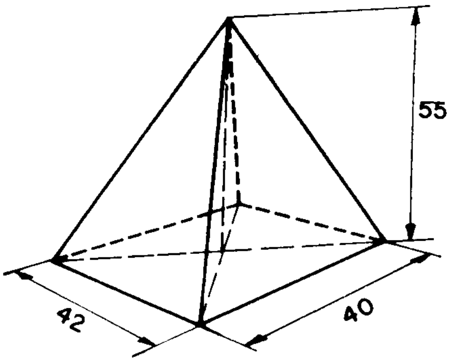
Resposta: V = ... mm^3

f)



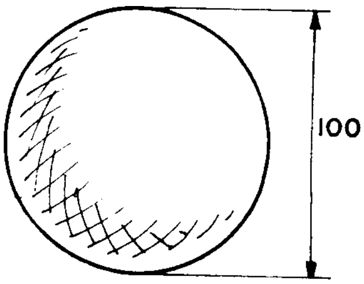
Resposta: V = ... mm^3

g)



Resposta: V = ... mm^3

h)



Resposta: V = ... mm^3

Tópicos Especiais

Teorema de Pitágoras

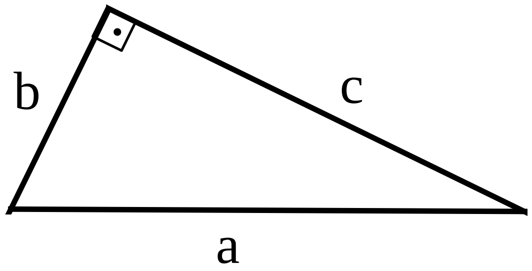
Pitágoras foi um matemático grego do séc. VI a.C. Ele descobriu uma relação métrica que, até hoje, é um dos mais famosos e importantes teoremas da Matemática.

Veja o enunciado do teorema de Pitágoras.

Em qualquer triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Usando uma figura, escrevemos o teorema de Pitágoras de um modo bem simples:

$b^2 + c^2 = a^2$



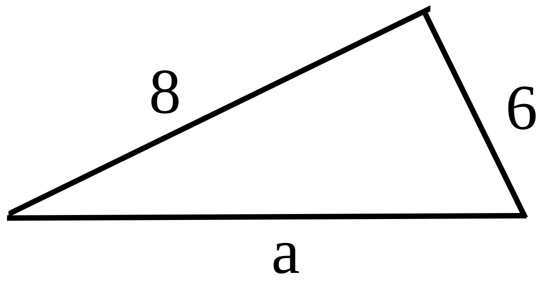
onde:

- triângulo retângulo é o triângulo que apresenta um ângulo de 90º.
- catetos são os lados que formam o ângulo reto.
- hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto.

Exemplo: Conhecendo as medidas de dois lados de um triângulo retângulo, pode-se calcular a medida do terceiro lado, usando o teorema de Pitágoras.

$8^2 + 6^2 = a^2$

$a^2 = 64 + 36 \rightarrow a^2 = 100 \rightarrow a = \sqrt{100} = 10$



Portanto, $a = 10$.

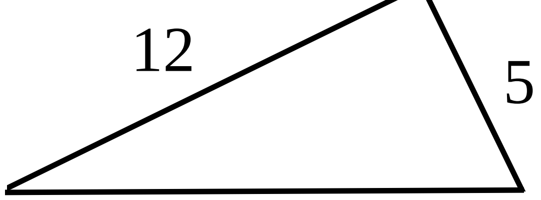
Observação: Considere um triângulo de lados **a**, **b** e **c**, com $b^2 + c^2 = a^2$. Nada dissemos sobre seus ângulos, mas pode-se demonstrar que esse triângulo tem um ângulo reto.

Em outras palavras, o recíproco do teorema de Pitágoras também é válido.

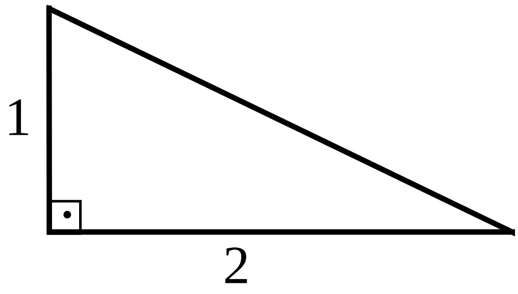
Teorema de Pitágoras - Exercícios

1) Nesses triângulos retângulos, conhecemos as medidas dos catetos. Calcule as medidas das hipotenusas:

a)

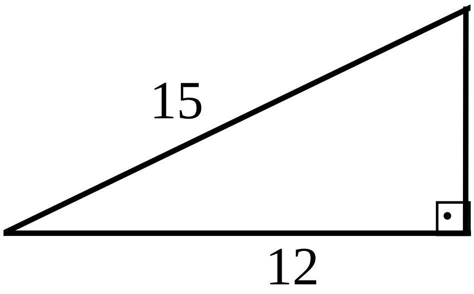


b)

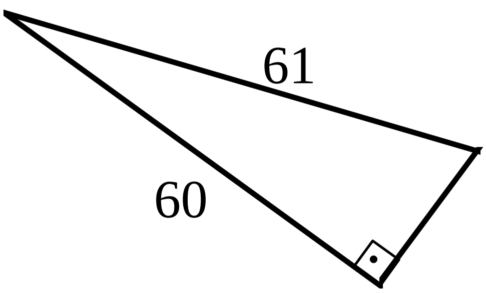


2) Nesses triângulos retângulos, conhecemos as medidas de um cateto e da hipotenusa. Calcule a media do outro cateto.

a)



b)



Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Estudaremos, agora, um meio de calcular os lados e os ângulos de um triângulo retângulo mediante relações, chamadas *Relações Trigonométricas*.

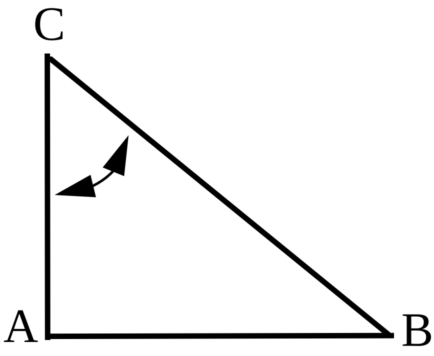
Consideremos o triângulo retângulo ABC.

$\hat{B}$ é o ângulo agudo considerado.

$\overline{BC}$ é a hipotenusa.

$\overline{AB}$ é o cateto oposto ao ângulo $\hat{C}$

$\overline{AC}$ é o cateto adjacente (vizinho, contíguo ou junto) ao ângulo $\hat{C}$.

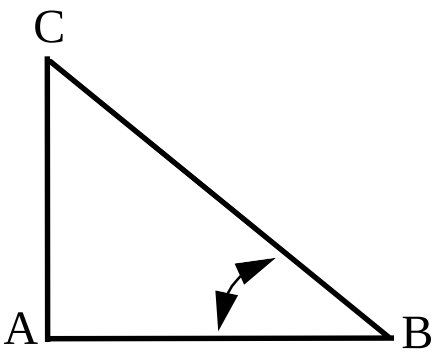


$\hat{B}$ é o ângulo agudo considerado.

$\overline{BC}$ é a ....

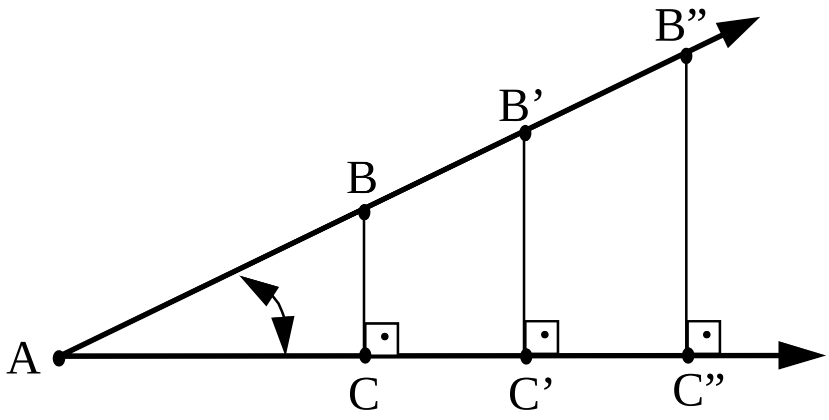
$\overline{AB}$ é o .... ao ângulo $\hat{B}$

$\overline{AC}$ é o .... adjacente (vizinho, contíguo ou junto) ao ângulo $\hat{B}$.



Seno de um Ângulo Agudo

Seja o ângulo agudo $\hat{A}$, de lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.



Os seguimentos $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{B''C''}$, ... perpendiculares a $\overline{AB}$, determinam triângulos retângulos semelhantes:

Δ ABC $\cong$ Δ AB'C' $\cong$ Δ AB''C'' $\cong$ ....

Tendo em vista a semelhança entre os triângulos, podemos estabelecer que os lados correspondentes são proporcionais valendo, então, as seguintes razões de mesmo valor:

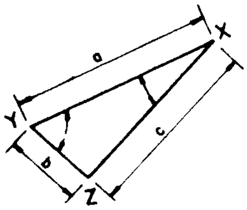
$$\frac{m\ (\overline{BC})}{m\ (\overline{AB})} = \frac{m\ (\overline{B'C'})}{m\ (\overline{AB'})} = \frac{m\ (\overline{B''C''})}{m\ (\overline{AB''})}$$

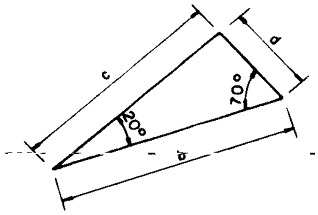
O valor comum dessas razões chama-se *seno* da medida do ângulo A e indica-se:

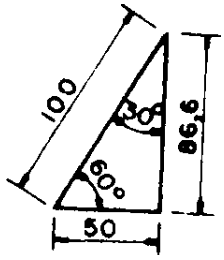
RAZÕES DE SEMELHANÇA	NOME	INDICAÇÃO
$\frac{m\ (\overline{BC})}{m\ (\overline{AB})} = \frac{m\ (\overline{B'C'})}{m\ (\overline{AB'})} = \frac{m\ (\overline{B''C''})}{m\ (\overline{AB''})}$	seno de $\hat{A} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$	seno $\hat{A} = \frac{\text{cat. op.}}{\text{hip.}}$

$$\boxed{\text{seno } \hat{A} = \frac{\text{cat. op.}}{\text{hip.}}}$$

Observe os exemplos e complete as igualdades:







sen $\hat{x}$ = $\dfrac{b}{a}$

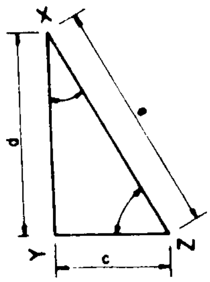
sen $\hat{y}$ = $\dfrac{c}{a}$

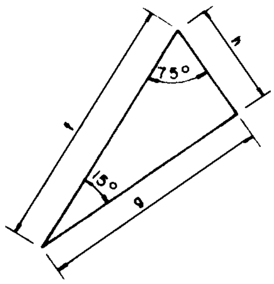
sen 70º = $\dfrac{c}{b}$

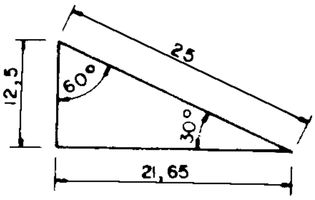
sen 20º = $\dfrac{d}{b}$

sen 30º = $\dfrac{50mm}{100mm}$

sen 60º = $\dfrac{86,6mm}{100mm}$







sen $\hat{x}$ = ...

sen $\hat{y}$ = ...

sen 75º = ...

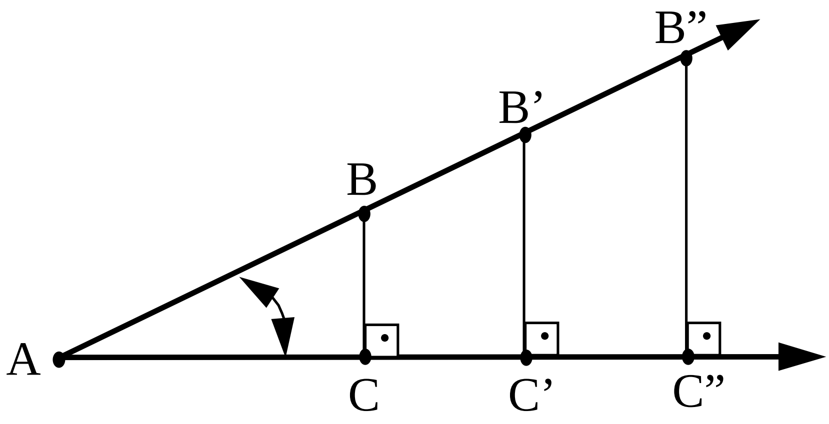
sen 15º = ...

sen 30º = ...

sen 60º = ...

Co-Seno de um Ângulo Agudo

Seja um ângulo agudo $\hat{A}$, de lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.



Os seguimentos $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{B''C''}$, ... perpendiculares a $\overline{AB}$, determinam triângulos retângulos semelhantes (caso A . A):

Δ ABC $\cong$ Δ AB’C’ $\cong$ Δ AB”C” $\cong$ ....

Em virtude da semelhança entre os triângulos, podemos estabelecer que os lados correspondentes são proporcionais valendo, então, as seguintes razões do mesmo valor:

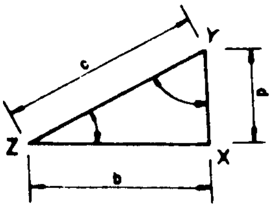
$$\frac{m\ (\overline{AC})}{m\ (\overline{AB})} = \frac{m\ (\overline{AC'})}{m\ (\overline{AB'})} = \frac{m\ (\overline{AC''})}{m\ (\overline{AB''})} = ...$$

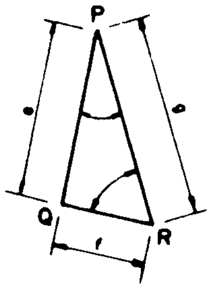
O valor comum dessas razões chama-se *seno* da medida do ângulo A e indica-se:

RAZÕES DE SEMELHANÇA	NOME	INDICAÇÃO
$\frac{m\ (\overline{AC})}{m\ (\overline{AB})} = \frac{m\ (\overline{AC'})}{m\ (\overline{AB'})} = \frac{m\ (\overline{AC''})}{m\ (\overline{AB''})}$	$\text{co – seno de } \hat{A} = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$	$\cos \hat{A} = \frac{\text{cat. adj.}}{\text{hip.}}$

$$\boxed{\text{co – seno } \hat{A} = \frac{\text{cat. adj.}}{\text{hip.}}}$$

Observe os exemplos e complete as igualdades:



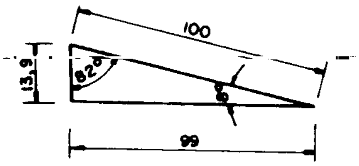


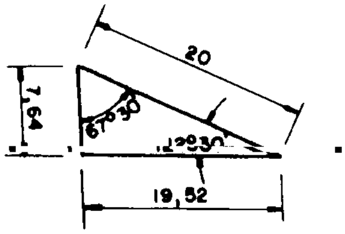
cos $\hat{Y}$ = ...

cos $\hat{Z}$ = ...

cos $\hat{P}$ = ...

cos $\hat{R}$ = ...





cos 8º $= \dfrac{99mm}{100mm}$

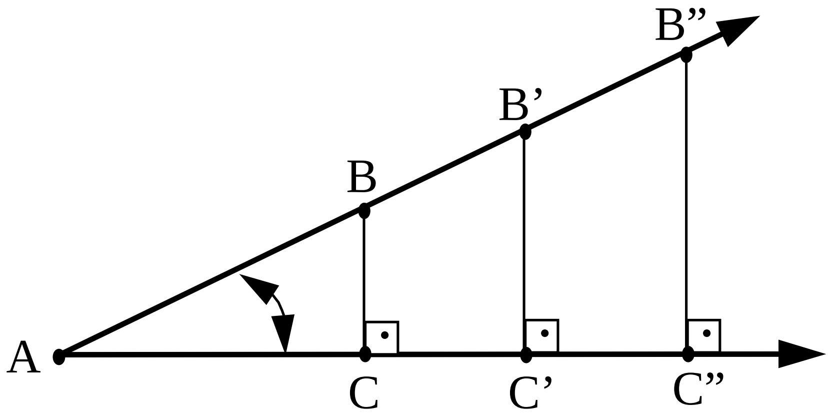
cos 82º $= \dfrac{13,9mm}{100mm}$

cos 12º30’ = ...

cos 67º30’ = ...

Tangente de um Ângulo

Seja um ângulo agudo $\hat{A}$, de lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.



Os seguimentos $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{B''C''}$, ... perpendiculares a $\overline{AB}$, determinam triângulos retângulos semelhantes (caso A . A):

Δ ABC $\cong$ Δ AB’C’ $\cong$ Δ AB”C” $\cong$ ....

Tendo em vista a semelhança entre os triângulos, podemos estabelecer que os lados correspondentes são proporcionais valendo, então, as seguintes razões do mesmo valor:

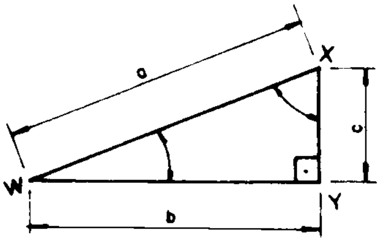
$$\frac{m\ (\overline{BC})}{m\ (\overline{AC})} = \frac{m\ (\overline{B'C'})}{m\ (\overline{AC'})} = \frac{m\ (\overline{B''C''})}{m\ (\overline{AC''})} = \ ....$$

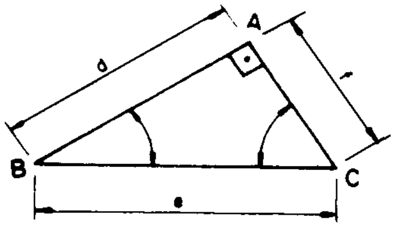
O valor comum dessas razões chama-se *tangente* da medida do ângulo A e indica-se:

RAZÕES DE SEMELHANÇA	NOME	INDICAÇÃO
$\frac{m\ (\overline{BC})}{m\ (\overline{AC})} = \frac{m\ (\overline{B'C'})}{m\ (\overline{AC'})} = \frac{m\ (\overline{B''C''})}{m\ (\overline{AC''})}$	tangente de $\hat{A}$ $\frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$	tangente $\hat{A}$ $\frac{\text{cat. op.}}{\text{cat. adj.}}$

$$\boxed{tg.\ \hat{A}\ \frac{\text{cat. op.}}{\text{cat. adj.}}}$$

Observe os exemplos e complete as igualdades:





$\text{tg}\ \hat{X} = \frac{b}{c}$ $\qquad$ $\text{tg}\ \hat{C} =$ ....

$\text{tg}\ \hat{W} = \frac{c}{b}$ $\qquad$ $\text{tg}\ \hat{B} =$ ....

Exercícios

Leia com atenção as questões, faça os cálculos e marque a resposta certa:

1) Uma escola funciona em dois turnos. No matutino há 8 turmas de 35 alunos, no vespertino 7 turmas de 38 alunos. Qual o número total de alunos da escola?

   a) ( ) 88 alunos.
   b) ( ) 546 alunos.
   c) ( ) 1.095 alunos.
   d) ( ) 74.480 alunos.

2) Numa estante cabem 270 livros. Em cada prateleira são arrumados 45 livros. Quantas prateleiras são?

   a) ( ) 225 prateleiras
   b) ( ) 315 prateleiras
   c) ( ) 6 prateleiras
   d) ( ) 12.150 prateleiras

3) Luís percorreu $\frac{3}{4}$ da distância entre sua casa e seu trabalho. Sabendo-se que a distância entre a casa de Luís e o seu trabalho é de 1.200m, quanto falta para Luis percorrer até chegar ao trabalho?

   a) ( ) 900m.
   b) ( ) 1.600m.
   c) ( ) 600m.
   d) ( ) 300m.

4) Dividiu-se uma chapa de ferro de $10\frac{1''}{8}$ em 5 pedaços iguais, perdendo-se em cada corte $\frac{1''}{32}$. Qual o comprimento de cada pedaço?

a) (   ) $2\frac{1''}{2}$

b) (   ) $1''$

c) (   ) $2''$

d) (   ) $1\frac{1''}{16}$

5) Qual das frações abaixo é a menor:

a) (   ) $\frac{6''}{5}$

b) (   ) $\frac{7''}{3}$

c) (   ) $\frac{3''}{9}$

d) (   ) $\frac{5''}{2}$

6) Qual das soluções abaixo está incorreta:

a) (   ) $\frac{8}{9} \div 4 = \frac{2}{9}$

b) (   ) $\frac{8}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{6} = 4\frac{1}{6}$

c) (   ) $\frac{10}{3} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = 5\frac{2}{3}$

d) (   ) $\frac{3}{2} \times 5\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

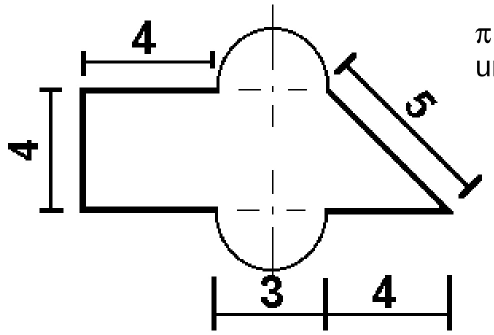
7) Quantos canos de 5 metros são necessários para uma instalação de gás de 8km de comprimento?

a) (   ) 160 canos.
b) (   ) 1.600 canos.
c) (   ) 40 canos.
d) (   ) 16.000 canos.

8) Qual das operações abaixo está incorreta?

a) (   ) 38,5 x 1,26 = 49,510
b) (   ) 2 - 0,4673 = 1,5327
c) (   ) 4,14 ÷ 4,6 = 0,90
d) (   ) 0,005 + 12,3 + 8,47 + 48 = 68,775

Observe a figura abaixo e responda as questões que se seguem.



$\pi = 3,14$
unidade = m (metro).

9) O valor da área é:

a) (   ) 34,465m^2
b) (   ) 43,065m^2
c) (   ) 39,820m^2
d) (   ) 37,465m^2

10) O valor do perímetro é:

a) (   ) 27,00m.
b) (   ) 30,42m.
c) (   ) 35,13m.

d) (   ) 38,42m.