



Unidade Operacional

(CENTRO DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL “JOSE IGNACIO PEIXOTO”)

ELETROTÉCNICA GERAL



Sistema FIEMG



Presidente da FIEMG

Robson Braga de Andrade

Gestor do SENAI

Petrônio Machado Zica

Diretor Regional do SENAI e

Superintendente de Conhecimento e Tecnologia

Alexandre Magno Leão dos Santos

Gerente de Educação e Tecnologia

Edmar Fernando de Alcântara

Elaboração

RICARDO FACCHINI GARCIA

Unidade Operacional

CENTRO DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL “JOSE IGNACIO PEIXOTO”



Sistema FIEMG

Sumário

PRESIDENTE DA FIEMG	2
APRESENTAÇÃO	5
INTRODUÇÃO	6
GRANDEZAS ELÉTRICAS	7
CARGA E MATÉRIA	7
CARGA ELÉTRICA	8
CORRENTE ELÉTRICA	8
TENSÃO ELÉTRICA	9
CONDUTORES, SEMICONDUTORES E ISOLANTES	11
RESISTÊNCIA ELÉTRICA	12
TIPOS DE RESISTORES	14
CIRCUITO ELÉTRICO	19
LEI DE OHM	19
POTÊNCIA ELÉTRICA E ENERGIA	21
ANÁLISE DE CIRCUITOS - APLICAÇÕES DAS LEIS DE KIRCHHOFF	23
LEIS DE KIRCHHOFF	23
CIRCUITO SÉRIE	25
CIRCUITO PARALELO	27
DIVISORES DE TENSÃO E CORRENTE	30
CIRCUITO MISTO	31
FONTE DE TENSÃO	34
FONTE DE CORRENTES	35
DIFERENÇA DE POTENCIAL E NOMENCLATURA DE DUPLO ÍNDICE	37
TÉCNICAS DE ANÁLISE DE CIRCUITOS	39
ANÁLISE DE MALHAS	39
ANÁLISE NODAL	42
TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO	44
TEOREMA DE THÈVENIN	47
TEOREMA DE NORTON	50
TRANSFORMAÇÃO ESTRELA (Y) E TRIÂNGULO (Δ)	53
CAPACITÂNCIA	57
CAMPO ELETROSTÁTICO	57

FIEMG

CIEMG

SESI

SENAI

IEL

	MATERIAIS DIELÉTRICOS.....	58
	CAPACITÂNCIA	59
	TIPOS DE CAPACITORES.....	61
	ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES	62
	TRANSITÓRIO RC EM CORRENTE CONTÍNUA	66
	ELETROMAGNETISMO	71
	MAGNETISMO.....	71
	CAMPO MAGNÉTICO.....	72
	TEORIA DE WEBER-ERWING OU TEORIA DOS ÍMÃS ELEMENTARES	76
	TEORIA DOS DOMÍNIOS MAGNÉTICOS	76
	ÍMÃ.....	78
	ELETROMAGNETISMO	79
	GRANDEZAS MAGNÉTICAS FUNDAMENTAIS	82
	LEI DE LENZ.....	90
	INDUTÂNCIA - L	91
	AUTO-INDUÇÃO	92
	INDUÇÃO MÚTUA - M	92
	INDUTORES.....	95
	ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES.....	97
	CORRENTES DE FOUCAULT.....	101
	MAGNETIZAÇÃO E HISTERESE MAGNÉTICA	102
	TRANSITÓRIO EM INDUTOR.....	103
	ANÁLISE DE CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA.....	110
	TENSÃO ALTERNADA.....	110
	CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE UMA FORMA DE ONDA SENOIDAL	114
	CIRCUITO RESISTIVO PURO	117
	CIRCUITO INDUTIVO PURO.....	117
	POTÊNCIA EM CIRCUITO RL E RC SÉRIE.....	134
	CIRCUITO RC PARALELO	140
	CIRCUITO RLC PARALELO	141
	TRIÂNGULO DAS POTÊNCIAS	147
	CIRCUITOS TRIFÁSICOS.....	148
	IDENTIFICAÇÃO DAS FASES DO GERADOR TRIFÁSICO.....	148
	CONEXÃO DO GERADOR EM ESTRELA (Y).....	150
	DIAGRAMA FASORIAL	151
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	165

FIEMG

CIEMG

SESI

SENAI

IEL

Apresentação

“Muda a forma de trabalhar, agir, sentir, pensar na chamada sociedade do conhecimento.”
Peter Drucker

O ingresso na sociedade da informação exige mudanças profundas em todos os perfis profissionais, especialmente naqueles diretamente envolvidos na produção, coleta, disseminação e uso da informação.

O **SENAI**, maior rede privada de educação profissional do país, sabe disso, e, consciente do seu papel formativo, educa o trabalhador sob a égide do conceito da competência: *”formar o profissional com responsabilidade no processo produtivo, com iniciativa na resolução de problemas, com conhecimentos técnicos aprofundados, flexibilidade e criatividade, empreendedorismo e consciência da necessidade de educação continuada”*.

Vivemos numa sociedade da informação. O conhecimento, na sua área tecnológica, amplia-se e se multiplica a cada dia. Uma constante atualização se faz necessária. Para o **SENAI**, cuidar do seu acervo bibliográfico, da sua infraestrutura, da conexão de suas escolas à rede mundial de informações - internet - é tão importante quanto zelar pela produção de material didático.

Isto porque, nos embates diários, instrutores e alunos, nas diversas oficinas e laboratórios do **SENAI**, fazem com que as informações, contidas nos materiais didáticos, tomem sentido e se concretizem em múltiplos conhecimentos.

O **SENAI** deseja, por meio dos diversos materiais didáticos, aguçar a sua curiosidade, responder às suas demandas de informações e construir *links* entre os diversos conhecimentos, tão importantes para sua formação continuada !

Gerência de Educação e Tecnologia

FIEMG

CIEMG

SESI

SENAI

IEL

Sistema FIEMG

Introdução

O objetivo deste material é atender, de forma abrangente, à disciplina Eletrônica Geral em nível dos cursos técnicos realizados no SENAI. Adapta-se bem aos planos de curso da disciplina, seja nos nossos cursos técnicos de Eletrônica e Informática, seja para qualquer outro curso técnico ligado à área ou programas de aperfeiçoamento e qualificação dentro do Sistema FIEMG ou de outras entidades de ensino. Temos a convicção que será de grande utilidade para todos que necessitam dos conhecimentos básicos na área de análise de corrente contínua, magnetismo e análise de corrente alternada.

Tentamos ser objetivos, com explicações detalhadas, exemplos e ilustrações. Nossa preocupação é apresentar resolução de circuitos elétricos com técnicas de fácil compreensão e realizá-los de forma mais clara possível, sem abusar de artifícios matemáticos complicados.

Deve-se ressaltar que este material visa dar embasamento necessário para outras disciplinas, podendo ser facilmente entendido por alunos que estejam se iniciando nessa área de conhecimento.

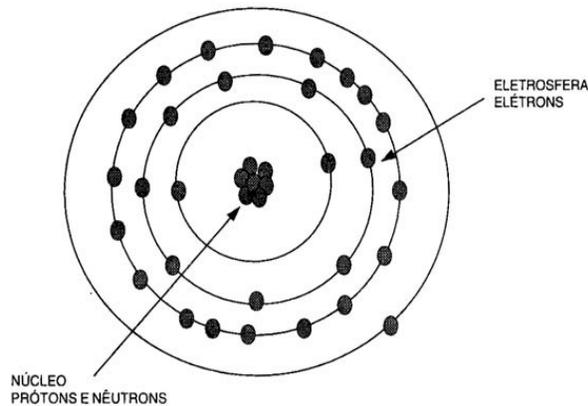
Grandezas elétricas

Carga e matéria

Três espécies de partículas elementares constituem a matéria, que é tudo aquilo que tem massa e ocupa lugar no espaço. Estas partículas elementares denominam-se, prótons, elétrons e nêutrons, cujas cargas e massas estão relacionadas a seguir.

Partícula	Carga	Massa
Próton (p)	+e (1.60210×10^{-19} C)	1.67252×10^{-27} kg
Elétrons (e ⁻)	-e (1.60210×10^{-19} C)	9.1091×10^{-31} kg
Nêutron (n)	0	1.67482×10^{-27} kg

A matéria, no estado natural, tem o número de prótons igual ao de elétrons sendo eletricamente neutra. A disposição das partículas subatômicas no átomo, de acordo com o modelo de Bohr, pode ser vista na figura 1.1.



ÁTOMO DE COBRE (29 PRÓTONS E 29 ELÉTRONS)

Fig. 1.1

Assim, o átomo apresenta um núcleo contendo prótons e nêutrons e uma eletrosfera contendo os elétrons.

Os elétrons, na eletrosfera, são dispostos em órbitas conforme a energia dos mesmos, de forma que a eletrosfera é dividida em camadas (ou órbitas) denominadas pelas letras K, L, M, N, O, P e O, a partir da camada mais interna.

No caso do cobre, as camadas apresentam as seguintes quantidades de elétrons:

Camadas	Quantidade de elétrons
K	2
L	8
M	18
N	1

Observa-se que o átomo do cobre possui 29 elétrons em sua eletrosfera.

A camada mais externa da eletrosfera é onde se realizam as reações químicas e elétricas; denominada camada de valência, pode possuir até 8 elétrons.

Carga elétrica

Um corpo que, por qualquer processo, venha a perder elétrons da última camada, fica eletricamente positivo. Quando ganha elétrons fica eletricamente negativo. Este processo chama-se eletrização.

O termo carga foi introduzido para significar a quantidade de elétrons ganhos ou pedidos na eletrização.

A unidade de carga no sistema MKS é o coulombs [C]. A Carga elétrica do elétron e do próton tem o mesmo valor ($1,6 \cdot 10^{-19}$ C), porém, sinais contrários.

As experiências deixaram as seguintes afirmações:

- quando a eletrização é provocada, cargas positivas e negativas iguais são produzidas simultaneamente;
- cargas de sinais contrários se atraem e cargas de mesmo sinal se repelem.

Corrente elétrica

Quando as extremidades de um fio longo são ligadas aos terminais de uma bateria, é um fato conhecido o aparecimento de uma corrente elétrica (símbolo i) no fio. Esta corrente pode ser visualizada como sendo um fluxo de carga. (Fig. 1.2)

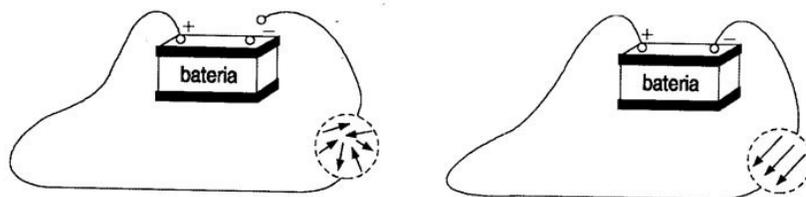


Fig 1.2

- O movimento dos elétrons é direcionado no sentido do pólo positivo;
- O fluxo de elétrons ou cargas que atravessam a seção transversal do material por um intervalo de tempo é definido como corrente elétrica.
- O fluxo de elétrons pode ser contínuo ou alternado. O fluxo contínuo é o que se movimenta somente em um sentido, e o fluxo alternado é o que ora se movimenta em um sentido ora em sentido contrário.
- No sistema MKS a unidade de corrente elétrica é o ampère (símbolo A).
- Dois sentidos são definidos para a corrente elétrica: o sentido de movimento dos elétrons, e o sentido convencional, sentido das cargas positivas, contrárias ao movimento dos elétrons.

O sentido do movimento dos elétrons é o fluxo do negativo para o positivo da bateria. O sentido convencional é o sentido historicamente conhecido como sendo o fluxo do pólo positivo para negativo, ou seja, é o sentido contrário ao fluxo dos elétrons e que é o mais adotado em análise de circuitos.

O Coulomb é a quantidade de carga que atravessa, em um segundo, a seção reta de um fio percorrido por uma corrente constante de um ampère.

$$q = i \times t$$

onde q é dado em coulomb, i em ampère e t em segundo.

A carga transportada por $6,24 \times 10^{18}$ elétrons equivale a 1 coulomb.

Tensão elétrica

Uma carga puntiforme (corpo eletrizado cujas dimensões são muito menores do que as dos outros corpos eletrizados analisados) positiva aproximada, de um corpo eletrizado negativamente ou positivamente, será atraída ou repelida por este corpo, respectivamente. A energia para efetuar este trabalho é denominada energia potencial elétrica. Quanto maior a eletrização do corpo, maior a força de atração ou repulsão.

Dois corpos com diferentes forças sobre a carga puntiforme apresentam diferentes energias potenciais elétricas. Esta diferença de energia é chamada diferença de potencial (ddp) e também conhecida como tensão elétrica.

A unidade da tensão elétrica no sistema MKS é o Volt, representado pela letra V, e simbolizado pelas letras V ou E.

Fonte de tensão

Fontes de tensão são dispositivos que convertem outra forma de energia em energia potencial elétrica; são conhecidas como fontes de força eletromotriz (fem).

As tensões medidas nessas fontes de fem são geralmente simbolizadas pela letra E.

Alguns tipos de dispositivos que convertem outras energias em energia elétrica (potencial elétrica) estão listadas na tabela abaixo.

Fontes de fem

Fontes de energia	Dispositivo típico
Química	Célula combustível, bateria (célula voltaica), pilha
Mecânica	Gerador, alternador
Térmica	Termo acoplador
Fotoelétrica (luz)	Célula solar, fotocélula
Piezoelétrica (pressão)	Cristal

A célula química ou voltaica é a unidade básica para converter energia química em energia elétrica. Ela consiste em um par de metais diferentes imersos em um líquido ou pasta de solução de material iônico chamado eletrólito. O eletrólito é ionizado ou dissociado na solução. Os íons positivos entram em reação química com um condutor metálico, ou eletrodo, e os íons negativos com o outro eletrodo. Os eletrodos então adquirem carga líquida, positiva, e o outro, negativa. Novos compostos se formam na superfície do eletrodo, quando os íons do eletrólito se combinam quimicamente com os materiais do eletrodo, e esses novos compostos eventualmente retardam a nova ação química. (Fig. 1.3)

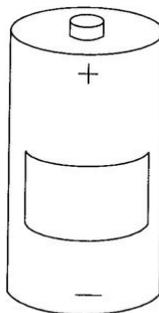


Fig. 1.3

Dependendo do material da célula em uso, fems da ordem de 1 a 2 V podem ser geradas. Alguns exemplos são dados na tabela a seguir.

Eletrodos	Eletrólitos (V)	fem nominal (V)
Zinco e cobre	Ácido sulfúrico	1,0
Níquel e cádmio	Hidróxido de potássio	1,2
Zinco e dióxido de manganês	Cloreto de amônia	1,5(célula de luz de flash)
Magnésio e dióxido de manganês	Brometo de magnésio	1,5(célula de magnésio)
Zinco e dióxido de manganês	Hidróxido de potássio	1,5 (célula alcalina)
Chumbo e peróxido de chumbo	Ácido sulfúrico	2,0 (célula automotiva)

Células semelhantes são associadas para aumentar a capacidade de fem. Essas associações são chamadas baterias.

O gerador converte energia mecânica em energia elétrica pelo movimento de um condutor em um campo magnético.

Um tipo de dispositivo que converte energia térmica em energia elétrica é o termo acoplador mostrado na figura 1.4. Formado por duas junções metálicas, e se t_1 é mantida fria enquanto t_2 é aquecida, uma pequena fem da ordem de (10^{-4}) V é desenvolvida para cada $1\text{ }^\circ\text{C}$ de diferença de temperatura entre as junções. Como a fem gerada é muito pequena, estas são comumente usados para medição de temperatura.

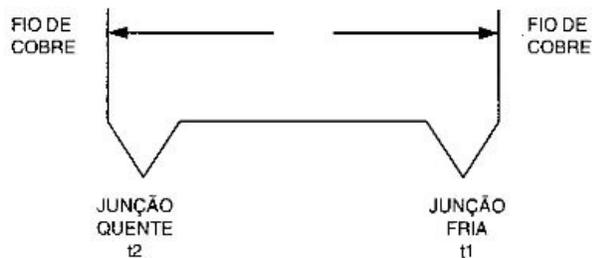


Fig.1.4

Um tipo de geração fotoelétrica de fem é baseado no princípio de que, quando raios de luz atingem uma junção semicondutora, o número de elétrons livres e lacunas na junção aumenta.

Quando certos materiais cristalinos (como um cristal de quartzo) são submetidos a um esforço mecânico, uma fem aparece nas extremidades do cristal.

Condutores, semicondutores e isolantes

Condutores - São materiais que, com uma pequena diferença de potencial, deixam passar uma pequena corrente. Esta característica do material resulta da concentração de elétrons livres (elétrons na camada de condução) por cm^3 , que para materiais tais como cobre, prata e a maioria dos metais, está em cerca de 10^{23} elétrons por cm^3 .

Isolantes - Os materiais considerados isolantes são aqueles que, para serem percorridos por uma pequena corrente, necessitam de uma grande diferença de potencial. Possuem cerca de 10^6 elétrons livres por cm^3 , tais como o ar, o teflon, a porcelana etc.

Semicondutores - Os materiais que se encontram entre estes são denominados semicondutores e possuem cerca de 10^{12} elétrons livres. Os materiais semicondutores possuem quatro elétrons na camada de valência e necessitam de quatro átomos para completar uma combinação de subníveis, tais como o carbono, silício e germânio.

Resistência elétrica

Resistência elétrica é a oposição que um material apresenta à passagem da corrente elétrica. Esta característica depende da estrutura atômica do material. Os materiais que apresentam muitos elétrons livres têm baixa resistência elétrica (condutores), e os que têm poucos elétrons livres apresentam uma alta resistência elétrica (isolantes).

A unidade de resistência elétrica é o ohm, representada por Ω e simbolizada pela letra R.

Um componente especificamente designado para possuir a resistência elétrica é chamado resistor. Dependendo do material utilizado, e de suas características físicas e construtivas, os resistores podem ser de carbono, de filme, de fio ou de semicondutores.

O inverso da resistência é a condutância, que pode ser definida como a “facilidade” que o corpo apresenta à passagem da corrente elétrica, identificada pela letra S. A unidade da condutância é o siemens, representada pela letra S, ou mho, representada pelo símbolo Ω^{-1} .

$$G = \frac{1}{R} \text{ (s)}$$

Resistividade

Não apenas o tipo de material (característica atômica) determina a resistência de um condutor; mas também o comprimento, a área da seção transversal e a temperatura. Desconsiderando o efeito da temperatura, a resistência é encontrada em uma relação direta do comprimento do condutor, e inversamente proporcional à área da seção transversal do condutor, isto é:

$$R \propto \frac{\ell}{A}$$

Onde

R - resistência elétrica

ℓ - o comprimento do condutor

A - área da seção transversal

A equação a seguir relaciona a equação anterior com o tipo de material do condutor.

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

Onde

ℓ - em metros (m)

A - em metros quadrados (m²)

R - em ohms (Ω)

A constante de proporcionalidade na equação é chamada de resistividade e tem o símbolo ρ (letra grega rô). A resistividade depende do tipo de material condutor e é definida como resistência por unidade de comprimento e área da seção transversal do material.

Sendo a unidade de comprimento em metros e de área da seção transversal metros quadrados e de resistência ohm, a resistividade é a resistência da face de um cubo do material condutor de 1 metro de lado.

A resolução da equação acima fornece a unidade para a resistividade:

$$\rho = \frac{R A}{L} = \frac{\Omega m^2}{m} = \Omega m = \text{ohm} \cdot \text{metro}$$

A unidade da resistividade também é encontrada em ohm.milímetro quadrado / metro.

A unidade de resistividade é definida para uma temperatura de 20°C, pois, à medida que a temperatura aumenta, os átomos de um material tendem a se afastar, o que dificulta a passagem dos elétrons de um átomo para outro, na maioria dos condutores.

A resistividade de alguns materiais condutores mais comuns pode ser vista na tabela a seguir.

Tabela de resistividade

Materiais condutores	Resistividade ($\Omega \cdot m$)
Alumínio	$2,38 \cdot 10^{-8}$
Latão	$7 \cdot 10^{-8}$
Cobre recozido	$1,72 \cdot 10^{-8}$
Cobre duro	$1,78 \cdot 10^{-8}$
Ouro	$2,45 \cdot 10^{-8}$
Platina	$10 \cdot 10^{-8}$
Prata	$1,64 \cdot 10^{-8}$
Estanho	$11,50 \cdot 10^{-8}$
Zinco	$6,23 \cdot 10^{-8}$

O inverso da resistividade é a condutividade, que pode ser definida como a "facilidade" que o cubo de 1 m de lado de um corpo apresenta à passagem da corrente elétrica, representada pela letra S. A unidade da condutividade é o (siemens. metro)⁻¹, 1/(S.m) ou o 1/(mho.m).

$$\sigma = \frac{1}{\rho} [1/(\text{mho.m})]$$

onde mho = Ω^{-1}

Tipos de resistores

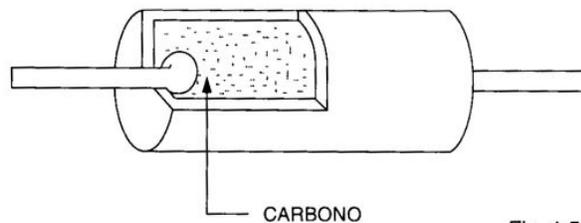
Os tipos de resistores são classificados conforme o material utilizado e o aspecto construtivo. Alguns tipos de resistores são apresentados a seguir:

- resistores de carbono;
- resistores de fio;
- resistores de filme.

Resistores de carbono

São resistores constituídos de uma mistura de carbono e ligas aplicados como uma capa em tubo de vidro ou moldada em uma estrutura densa, como mostra a figura 1.5.

Os valores são apresentados em código de cores, que será abordado mais à frente.



Resistores de fio

São resistores constituídos de fio de área transversal desejada, enrolados em um tubo de cerâmica e protegidos contra problemas mecânicos por uma capa de silicone ou esmalte. São usados geralmente para dissipar grandes quantidades de potência (watts), o que será abordado mais tarde.

Resistores de filme

São resistores constituídos de um núcleo cilíndrico de cerâmica ou epóxi, sendo depositada sobre este, por meio de um processo químico, uma camada de filme de carbono ou filme metálico. São feitos cortes helicoidais nos filmes, cujo ângulo determina o valor de sua resistência. A cobertura de esmalte é para proteção de problemas mecânicos. O valor da resistência é apresentado em código de cores, aplicado sobre a tinta de proteção. A figura 1.6 exemplifica os resistores de filme.

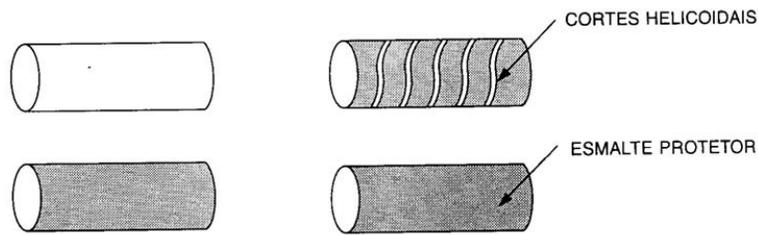


Fig. 1.6

Código de cores

Valores das cores

Conforme mencionado nos itens anteriores, o código de cores é para fornecer o valor da resistência do resistor. São colocadas no resistor listas com cores, em que cada lista representa um valor numérico, conforme tabela.

Valor numérico	Cores	Valor numérico	Cores
0	Preta	5	Verde
1	Marrom	6	Azul
2	Vermelha	7	Violeta
3	Laranja	8	Cinza
4	Amarela	9	Branca

Tolerância

O código pode ser de 4 ou 5 cores, conforme o valor da tolerância do valor da resistência do resistor.

A tolerância do resistor determina a faixa de valores que a sua resistência pode assumir. É determinada em percentual do valor nominal do resistor, que pode ser de 20,10 ou 5%, para resistores considerados comuns, e 1 ou 2% para os considerados de precisão.

O valor nominal do resistor é o determinado pelo código de cores impresso no seu corpo.

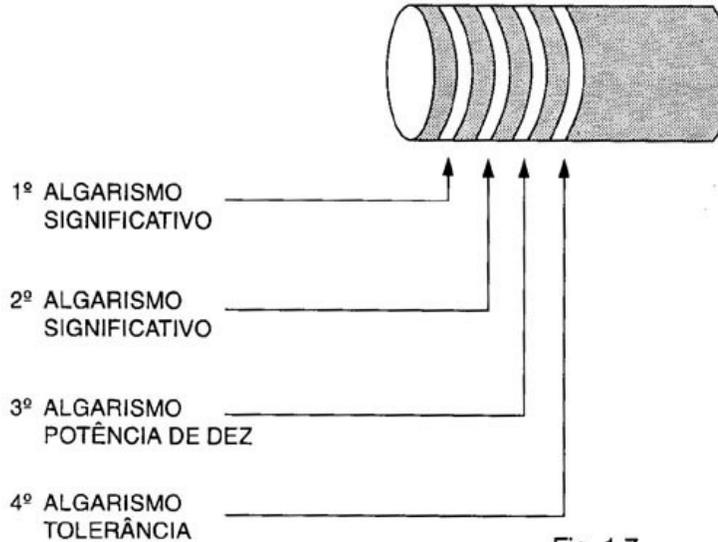
A tolerância apresenta as seguintes cores, conforme tabela:

Tolerância%	Cores
20	Sem cor
10	Prata
5	Ouro
2	Vermelha
1	Marrom

Disposição das cores no resistor

As cores são dispostas no corpo do resistor indicando os algarismos significativos e a potência de dez, sendo este um fator multiplicativo.

Para resistores com 4 cores a disposição é a seguinte: (Fig. 1.7)



Observe que o primeiro algarismo está mais ao extremo do corpo do resistor.

• Exemplo

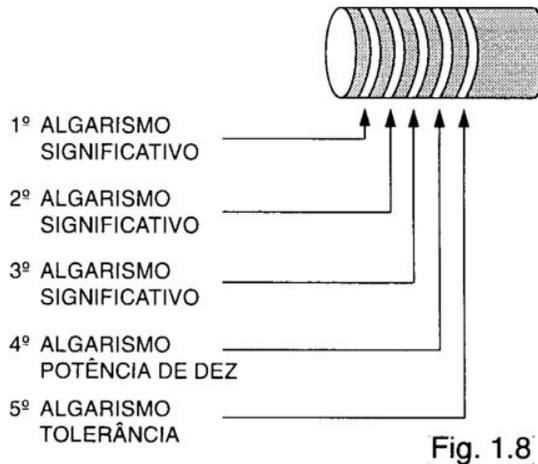
Suponha que um resistor tenha as seguintes cores: marrom, preta, vermelha e ouro. O valor da resistência desse resistor será:

- 1ª cor (marrom) - equivale a 1;
- 2ª cor (preta) - equivale a 0;
- 3ª cor (vermelha) - equivale a 2.

Logo, o valor nominal da resistência será: $10 \cdot 10^2 = 1000 \Omega = 1 \text{ K } \Omega$

A cor da tolerância é ouro, que equivale a 5%; então, o valor da resistência está entre:

$1 \text{ K } \Omega \pm 5\% = 1 \text{ K } \Omega \pm 50 \Omega$, ou seja, o valor da resistência está entre 950Ω e 1050Ω . Para resistores com 5 cores, a disposição é a seguinte: (Fig. 1.8)



O valor da resistência é obtido de forma idêntica à anterior.

•Exemplo

Suponha que um resistor tenha as seguintes cores: vermelha, violeta, vermelha, vermelha e marrom.

O valor da resistência desse resistor será:

- 1ª cor (vermelha) – equivale a 2;
- 2ª cor (violeta) - equivale a 7;
- 3ª cor (vermelha) - equivale a 2;
- 4ª cor (vermelha) - equivale a 2.

Logo, o valor nominal da resistência será: $272 \cdot 10^2 = 27200 \Omega = 27,2 \text{ K } \Omega$.

A cor da tolerância é marrom, que equivale a 1%; então, o valor da resistência está entre:

$$27200 \Omega + 1\% = 27200 \Omega + 272 \Omega \text{ e}$$

$$27200 \Omega - 1\% = 27200 \Omega - 272 \Omega$$

ou seja, o valor da resistência está entre 269280 e 274720.

Observação

Para valores de resistência menores que 10Ω o valor da potência de 10 deve ser menor do que 1; então para este caso, são encontrados os valores : ouro, que equivale a -1, e prata, que equivale a -2.

• Exemplo

Suponha que um resistor tenha as seguintes cores: vermelha, violeta, ouro e ouro.

O valor da resistência desse resistor será:

- 1ª cor (vermelha) - equivale a 2;
- 2ª cor (violeta) - equivale a 7;
- 3ª cor (ouro) - equivale a -1.

Logo, o valor nominal da resistência será: $27 \times 10^{-1} = 2,7 \Omega$

A 4ª cor da tolerância é ouro, que equivale a 5%; então, o valor da resistência está entre:

$2,7 \Omega - 5\% = 2,7 \Omega + 0,135 \Omega$ e $2,7 \Omega - 5\% = 2,7 \Omega - 0,135 \Omega$, ou seja, o valor da resistência está entre $2,565 \Omega$ e $2,835 \Omega$.

Circuito elétrico

É formado quando se tem um “caminho” fechado por onde circula uma corrente elétrica. Para que seja possível esta circulação são necessários uma fonte de tensão, uma resistência e um caminho fechado, que é formado por condutores. A figura 2.1 exemplifica um circuito elétrico.

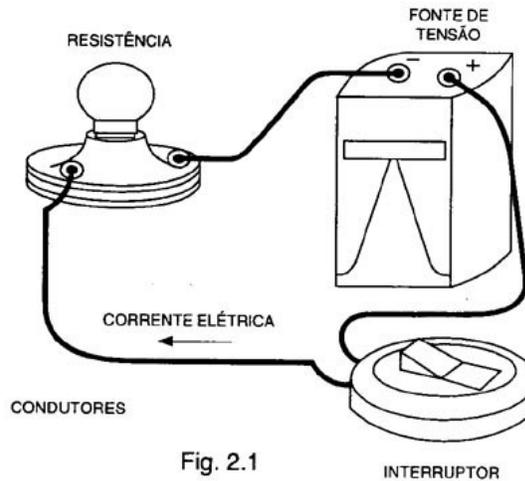


Fig. 2.1

A fonte de tensão é representada por uma bateria, a resistência por uma lâmpada e o caminho fechado por fios condutores. Na presença de um interruptor, haverá circulação de corrente somente quando o interruptor estiver fechado, ou seja, seus contatos estiverem fechados.

Note que a corrente elétrica percorre todos os condutores do circuito; se em algum ponto o condutor partir a corrente será interrompida.

A figura 2.1 é representada em eletricidade conforme a figura 2.2.

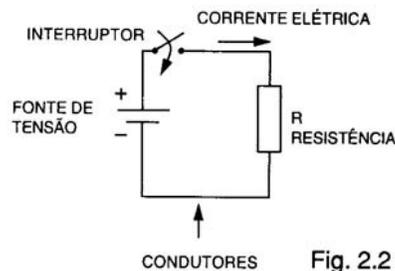


Fig. 2.2

Lei de Ohm

A Lei de Ohm é a lei básica da eletricidade e eletrônica, fundamental para o estudo e compreensão dos circuitos elétricos.

Nos meados de 1800, Georg Simon Ohm pesquisou a relação entre a

tensão existente sobre um simples circuito elétrico e a corrente através do circuito. Ele descobriu que, em circuito onde a resistência não variava com a temperatura, à medida que aumentava a tensão, a corrente aumentava na proporção direta.

A constante de proporcionalidade é conhecida como “resistência elétrica”. Esta relação pode ser escrita como:

$$V = R \cdot I \text{ (Lei de Ohm)}$$

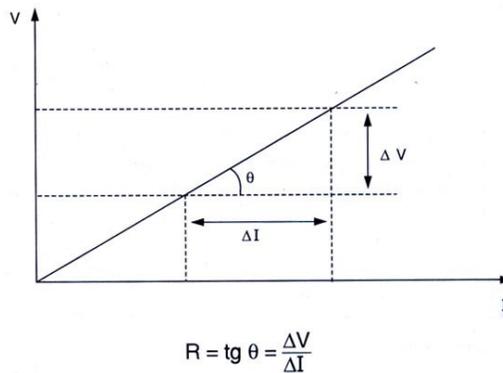
Onde

V - tensão elétrica em volts (V)

R - resistência elétrica em ohms (Ω)

I - corrente elétrica em ampères (A)

Esboçando um gráfico da tensão em função da corrente, observa-se uma relação linear, onde o coeficiente angular é o valor da resistência. (Gráf. 1)

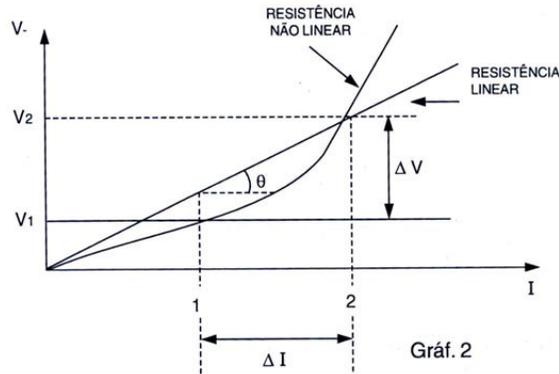


Gráf. 1

Resistências lineares e não lineares

As resistências que acompanham a lei de Ohm para qualquer valor de tensão são chamadas resistências lineares ou resistências ôhmicas; ou seja, o valor da resistência é sempre constante, independente da tensão.

As resistências que não acompanham a lei de Ohm são chamadas resistências não lineares. São resistências cujo valor varia em função da tensão aplicada em seus terminais. A curva a seguir exemplifica uma relação tensão x corrente para uma resistência não linear comparada com uma resistência linear. (Gráf. 2)



As relações entre as tensões na resistência não linear $\frac{V_2}{I_2}$ e $\frac{V_1}{I_1}$ são diferentes para cada valor de tensão V_2 e V_1 ; ou seja, o valor da resistência varia conforme a tensão aplicada.

Para pequenas variações da tensão e da corrente é possível determinar o valor da resistência dinâmica dada em ohms por:

$$R = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1}$$

Potência elétrica e energia

É a capacidade de realização de trabalho por unidade de tempo, ou seja, a transformação da energia elétrica em outro tipo de energia, como energia calorífica (forno), energia mecânica (motor), energia luminosa (lâmpada) etc.

Em um resistor, quanto maior a tensão elétrica aplicada, mais o resistor tende a se aquecer, pois pela Lei de Ohm será maior a corrente que circulará por ele.

A potência é proporcional à tensão e corrente aplicada a um resistor; logo, pode-se escrever que:

$$\text{Potência} = \text{tensão} \cdot \text{corrente}$$

A unidade da potência no sistema MKS é joules por segundo ou watts. Na forma matemática, tem-se:

$$P = V \cdot I$$

Onde

P - potência em watts (W)

V - tensão elétrica em volts (V)

I - corrente elétrica em ampère (A)

A partir da Lei de Ohm podemos escrever:

- a potência em função da resistência e corrente:

$$P = R \cdot I^2$$

- a potência em função da resistência e tensão

$$P = \frac{V^2}{R}$$

sendo a unidade da resistência dada em ohms (Ω).

A potência elétrica determina a energia dissipada por um resistor em um determinado tempo. Para se calcular a energia gasta durante este intervalo de tempo basta multiplicar a potência dissipada durante este tempo pelo intervalo de tempo.

Energia = potência . tempo

Onde

- energia - é dada em joule;
- potência - é dada em watts;
- tempo - em segundos.

Como esta unidade de energia é muito pequena, a unidade mais utilizada na prática é o quilowatt - hora (kWh); note que a unidade de potência é dada em quilowatt e o tempo em hora.

Análise de circuitos - aplicações das leis de Kirchhoff

Leis de Kirchhoff

As leis de Kirchhoff estabelecem regras para análise de circuitos. Entre elas, a lei da conservação da energia, define que toda energia elétrica entregue ao circuito deve ser transformada em corrente nos resistores do circuito.

1ª lei de Kirchhoff

Em um circuito elétrico típico a corrente tem vários caminhos a percorrer.

A junção de dois ou mais condutores em um circuito é chamado de nó.

O enunciado da 1ª lei de Kirchhoff é:

“A soma das correntes que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem deste mesmo nó”.

Expressando matematicamente: $\Sigma I = 0$

Compreende-se que as correntes que entram no nó foram consideradas positivas, e as correntes que saem do nó são consideradas negativas.

A figura 3.1 exemplifica esta lei. Observe que o ponto marcado no circuito é um nó, pois é o ponto onde a corrente encontra dois caminhos.

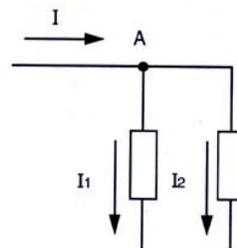


Fig. 3.1

Aplicando a lei de Kirchhoff tem-se:

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

logo

$$I = I_1 + I_2$$

2ª lei de Kirchhoff

O circuito mais simples é o que contém uma fonte de força eletromotriz conectada a uma resistência.

A energia gerada pela fonte é igual à energia consumida pela resistência.

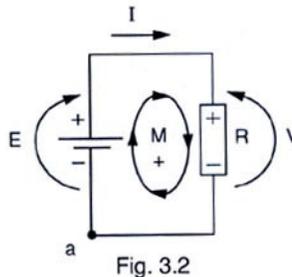
A idéia foi desenvolvida pelo físico alemão Gustav Robert Kirchhoff, e é formalmente escrita como:

“Em uma malha ou caminho elétrico fechado, a soma das quedas de tensão deve ser igual à soma das elevações de tensão”.

Uma malha é um caminho fechado para circular corrente. Escrita matematicamente: $\sum V = 0$.

Compreende-se que é uma soma algébrica: se as elevações forem consideradas positivas, as quedas serão consideradas negativas.

Seja o circuito da figura 3.2, composto de uma malha:



Observação

A fem E da fonte é a elevação de tensão.

A tensão V no resistor R é a queda de tensão.

Considerando a malha M no sentido horário positivo, as tensões que estão no mesmo sentido da malha são positivas, e no sentido contrário, anti-horário, negativas.

Observação

Na elevação de tensão a corrente sai pelo pólo positivo da diferença de potencial.

Na queda de tensão a corrente sai pelo pólo negativo da diferença de potencial.

Aplicando a 2ª lei de Kirchhoff, tem-se:

$$+ E - V = 0$$

logo

$$E = V$$

Circuito série

Um circuito série é uma associação de resistores ligados em sequência, de tal forma que a corrente que circula por um dos resistores é a mesma que circula em todos os resistores da associação.

Para que isto ocorra é necessário que se forme somente um caminho para a corrente do circuito.

Desta forma, os resistores devem ser ligados com o um terminal do resistor ao terminal do outro, e assim sucessivamente. A figura 3.3 apresenta uma ligação de circuito ligado em série.

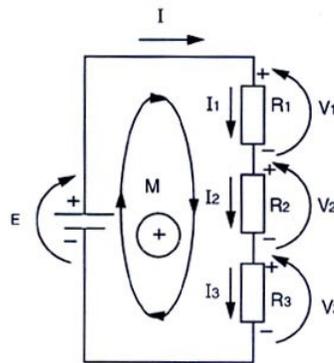


Fig. 3.3

No circuito da fig. 3.3 há somente um caminho para circular corrente, de forma que:

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

A corrente que circula por R_1 , R_2 e R_3 é a mesma corrente que circula pela fonte E. Aplicando a 2ª lei de Kirchhoff, tem-se:

$$+ E - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

logo

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$

multiplicando a equação acima por I, vem:

$$E \cdot I = V_1 \cdot I + V_2 \cdot I + V_3 \cdot I$$

Mas tensão x corrente é igual à potência, daí:

$$P_{\text{fonte}} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}$$

Onde

P_{fonte} - potência fornecida pela fonte

P_{R1} - potência dissipada por R_1

P_{R2} - potência dissipada por R_2

P_{R3} - potência dissipada por R_3

A potência fornecida pela fonte é igual à soma das potências dissipadas pelos resistores do circuito, o que satisfaz a lei da conservação da energia.

Resistência equivalente de associação série

Resistência equivalente de um circuito de associação série é o valor da resistência que, ligada à mesma diferença de potencial que a associação, circulará à mesma corrente que circula na associação.

Ou seja, tomando a equação deduzida anteriormente, tem-se:

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$

aplicando a lei de Ohm, onde:

$$V_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$V_2 = R_2 \cdot I_2$$

$$V_3 = R_3 \cdot I_3$$

e sabendo que: $I = I_1 = I_2 = I_3$, vem,

$$E = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3$$

ou:

$$E = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I$$

Dividindo por I , vem:

$$\frac{E}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

Note que o valor de E dividido por I é o de uma de resistência, que relaciona a tensão da fonte com a corrente total do circuito série.

Logo, uma resistência cujo valor seja a soma das resistências associadas em série no circuito será percorrida por uma corrente de mesmo valor que a

associação. Esta é a resistência equivalente R_s do circuito série.

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3$$

A idéia pode ser estendida para qualquer quantidade de resistores. No caso de uma associação de n resistores a resistência equivalente é:

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots + R_{n-2} + R_{n-1} + R_n$$

Observação

O valor da resistência equivalente série R_s será sempre maior que o valor da maior da resistência da associação.

Circuito paralelo

Um circuito paralelo é uma associação de resistores ligados de tal forma que a tensão elétrica sobre um dos resistores é a mesma em todos os resistores da associação.

Para que isto ocorra é necessário que se conecte os terminais dos resistores ao mesmo potencial.

A figura 3.4 apresenta uma ligação de circuito ligado em paralelo.

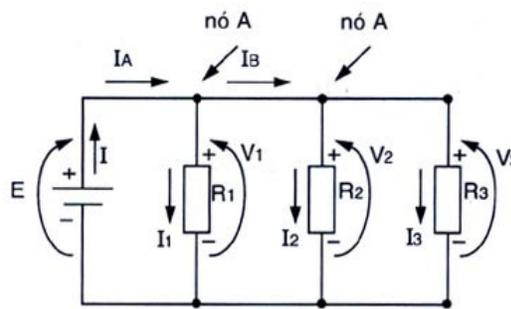


Fig. 3.4

No circuito da figura 3.4 os resistores estão ligados à mesma diferença de potencial. Logo:

$$E = V_1 = V_2 = V_3$$

Ou seja, a tensão elétrica em R_i , R_a e a mesma tensão da fonte E . Aplicando a lei de Kirchhoff, tem-se:

$$\text{No nó A: } +I_A - I_1 - I_B = 0$$

$$\text{No nó B: } +I_B - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_B = I_2 + I_3$$

Substituindo no nó A: $+I_A - I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Fazendo $I_A = I$, que é a corrente na fonte, tem:

$$I - I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

ou:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Note que a soma das correntes que circulam pelos resistores é igual à corrente da fonte.

Multiplicando a equação acima por E, vem:

$$E \cdot I = I_1 \cdot E + I_2 \cdot E + I_3 \cdot E$$

Mas, tensão x corrente é igual a potência, daí:

$$P_{\text{fonte}} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3}$$

Onde

P_{fonte} - potência fornecida pela fonte

P_{R1} - potência dissipada por R_1

P_{R2} - potência dissipada por R_2

P_{R3} - potência dissipada por R_3

A potência fornecida pela fonte é igual à soma das potências dissipadas pelos resistores do circuito, o que satisfaz a lei da conservação da energia.

Resistência equivalente de associação paralela

Resistência equivalente de um circuito de associação paralelo é o valor da resistência que, ligada à mesma diferença de potencial que a associação, circulará à mesma corrente que circula na associação.

Ou seja, tomando a equação deduzida anteriormente, tem-se:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

aplicando a Lei de Ohm, onde:

$$I_1 = V_1 / R_1$$

$$I_2 = V_2 / R_2$$

$$I_3 = V_3 / R_3$$

Vem

$$I = V_1 / R_1 + V_2 / R_2 + V_3 / R_3$$

mas

$$E = V_1 = V_2 = V_3$$

então

$$I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

Passando E para o primeiro membro da equação, tem-se:

$$\frac{I}{E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Note que o valor de I dividido por E é a soma do inverso das resistências, a condutância, que relaciona a corrente total do circuito paralelo e a tensão da fonte.

Esta é a condutância equivalente do circuito paralelo. Para determinar a resistência equivalente R_p do circuito paralelo basta calcular o inverso da condutância equivalente.

$$G = \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Logo uma condutância cujo valor é igual à soma das condutâncias associadas em paralelo em um circuito será percorrida por uma corrente de mesmo valor da corrente da associação.

A resistência equivalente R_p do circuito paralelo, será:

A idéia pode ser estendida para qualquer quantidade de resistores. No caso de uma associação de n resistores, a resistência equivalente é:

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Casos particulares

Associação paralela de resistores de mesmo valor - No caso de associação paralela de resistores com resistência de mesmo valor, o valor da resistência equivalente R_p da associação será o valor de uma das resistências dividido pelo número de resistores da associação, ou seja, o valor da resistência equivalente R_p de uma associação de n resistores de valor R será:

$$R_p = \frac{R}{n}$$

Associação paralela de dois resistores - O valor da resistência equivalente R_p de uma associação paralela de dois resistores é igual ao produto dos valores dos resistores dividido pela soma dos valores dos resistores. Esta forma é conhecida como produto pela soma.

Em associação paralela com R_1 e R_2 , a associação equivalente R_p será:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Observação

O valor da resistência equivalente R_p de uma associação paralela deve ser sempre menor que o valor da menor resistência da associação.

Divisores de tensão e corrente

Divisores de tensão

Seja o circuito da figura 3.5:

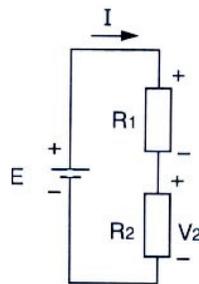


Fig. 3.5

O valor da tensão V_2 , será:

$$V_2 = R_2 \cdot I$$

$$\text{Mas: } I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Logo

$$V_2 = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}$$

Note que:

- a tensão sobre um resistor em uma associação série é igual ao valor da resistência, dividido pela resistência equivalente da associação, multiplicado pela tensão total da associação. Note que o valor de E é a tensão nos terminais da associação série;
- o valor da tensão E pode ser dividido por um fator K , manipulando os valores das resistências da associação;
- a fórmula acima, denominada divisor de tensão, pode ser estendida para associação série de n resistores.

Divisor de corrente

Seja o circuito da figura 3.6.

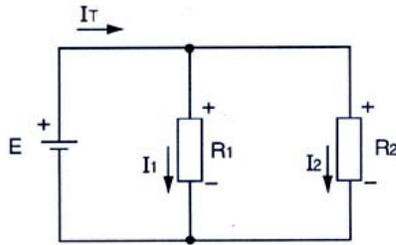


Fig. 3.6

O valor da corrente I_2 será:

$$I_2 = \frac{E}{R_2}$$

Mas: $E = R_p \times I_T$ e $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

então: $E = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot I_T}{R_1 + R_2}$

Dai, I_2 fica: $I_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_T \cdot \frac{1}{R_2}$

Simplificando:

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_T$$

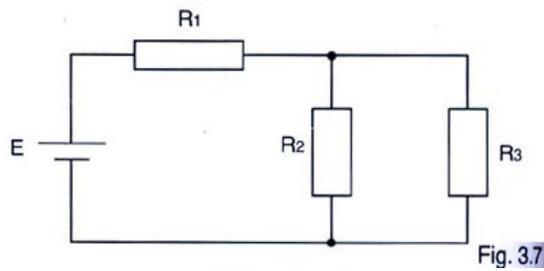
Note que:

- a corrente sobre um resistor, em uma associação paralela, é igual ao valor da outra resistência, dividido pela soma do valor das resistências da associação, multiplicado pela corrente total da associação. Note que o valor de I_r é a corrente nos terminais da associação paralela;
- o valor da corrente I_r pode ser dividido por um fator K, manipulando os valores das resistências da associação;
- a fórmula acima é utilizada em associação paralela de dois resistores.

Circuito misto

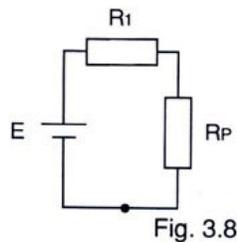
É o circuito mais comumente encontrado, porque tem os dois tipos de associações, série e paralela. Para determinar a resistência equivalente de um circuito misto, deve-se identificar os tipos de associações e resolver em partes até obter o valor de somente uma resistência, que, ligada à mesma fonte do circuito misto, fornecerá a mesma corrente que circula no circuito.

Seja o circuito da figura 3.7.



Os resistores R_2 e R_3 estão em paralelo, pois os terminais desses resistores estão ligados juntos, de forma que se tem a mesma diferença de potencial.

Então, pode-se calcular uma resistência R_p , que equivale a esta associação, e substituí-la no circuito. Tem-se o seguinte circuito equivalente ao anterior (Fig. 3.8):

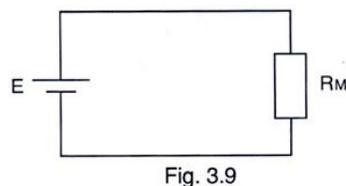


Onde

R_p é igual a R_2 paralelo com R_3

O novo circuito apresenta uma associação série com R_1 e R_p . Calcula-se o valor de uma resistência equivalente desta associação, que será o valor da resistência equivalente R_M de todo o circuito.

O circuito equivalente do circuito total será: (Fig. 3.9)



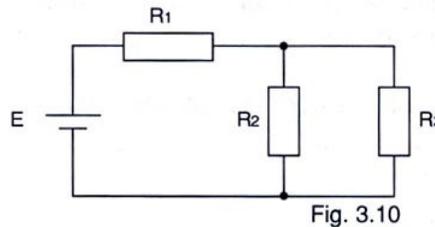
O valor de R_M é: $R_M = R_1 + R_p$

Observação

Este circuito apresenta uma associação paralela (R_2 e R_3) e uma associação série ($R_1 + R_p$), logo denomina-se circuito misto.

Exemplo

Calcular o valor da resistência equivalente para o circuito da figura 3.10.



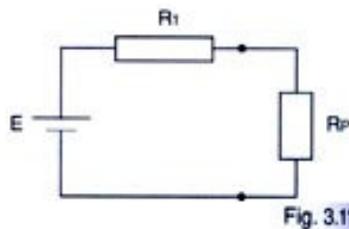
Dados: $R_1 = 270 \Omega$; $R_2 = 470 \Omega$; $R_3 = 330 \Omega$

Solução

Fazendo o paralelo entre R_2 e R_3 , tem-se:

$$R_p = \frac{470 \cdot 330}{470 + 330} = 193,9 \Omega$$

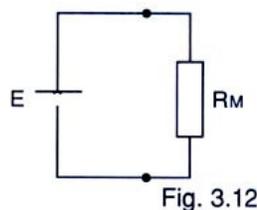
O circuito fica: (Figura 3.11)



Tem-se uma associação série com R_1 e R_p calculando a resistência equivalente dessa associação:

$$R_M = 270 + 193,9 = 463,9 \Omega$$

O circuito equivalente fica: (Figura 3.12)



Onde

R_M é o valor da resistência equivalente do circuito misto.

Fontes de energia

As fontes de energia apresentadas anteriormente são fontes de energia ideal. Na prática, as fontes de energia consomem parte da energia gerada em circuitos internos tais como, contatos, circuitos internos etc.

Esta energia consumida pelas fontes pode ser representada por uma resistência R_i , denominada resistência interna da fonte.

Fonte de tensão

Em uma fonte de tensão ideal, a tensão em seus terminais se mantém constante, independente da corrente solicitada a esta fonte. Em uma fonte real, à medida que se solicita mais corrente a tensão em seus terminais tende a diminuir.

Uma fonte real é representada por uma fonte ideal em série com uma resistência interna, conforme a figura 3.13:

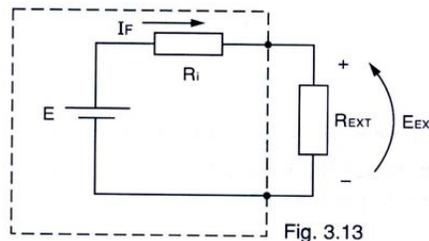


Fig. 3.13

Onde

E - tensão gerada

I_F - corrente solicitada da fonte

R_i - resistência interna

R_{ext} - resistência externa à fonte

E_{ext} - tensão nos terminais da fonte

À medida que a resistência R_{ext} diminui, a corrente I_F que circula pelo circuito aumenta, logo, a queda de tensão em R_i aumenta, diminuindo a queda de tensão E_{ext} sobre a resistência externa.

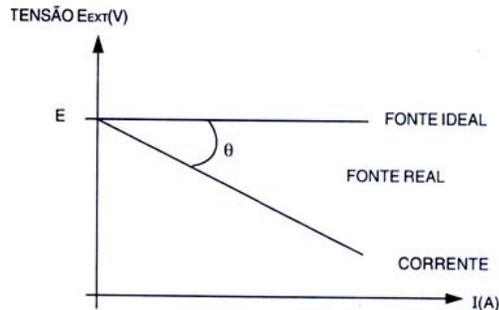
Em uma fonte ideal a resistência R_i é igual a zero. Então, para qualquer de valor de R_{ext} a tensão E_{ext} será sempre igual a E.

Pode-se, então, escrever:

$$E_{\text{ext}} = E - R_i \times I_F$$

que é a equação geral da fonte de tensão, quanto menor a resistência R_i , menores as perdas de energia pela fonte.

Fonte de tensão real x fonte de tensão ideal - A seguir é apresentado um gráfico tensão x corrente comparativo das duas fontes. (Gráf. 3)



Gráf. 3

O gráfico apresentado tem um comportamento linear, equação do tipo $y = Ax + B$ onde A é o coeficiente angular (tangente do ângulo de inclinação da reta) e B o coeficiente escalar (o valor da ordenada para $X = 0$).

Comparando com a equação da fonte de tensão notamos que: R_i determina a inclinação da reta, sendo, portanto o coeficiente angular $\text{tg } \theta$ e B é o valor E .

Para fonte ideal R_i é igual a zero, visto que não há inclinação da reta: $E_{\text{ext}} = E$, e para a fonte real:

$$R_i = \frac{\text{variação da tensão}}{\text{variação da corrente}} = \frac{\Delta E}{\Delta I}$$

Fonte de correntes

Em uma fonte de corrente ideal, a corrente em seus terminais se mantém constante, independente da tensão solicitada a esta fonte. Em uma fonte real, à medida que se solicita mais tensão em seus terminais a corrente fornecida pela fonte tende a diminuir.

Uma fonte real é representada por uma fonte ideal em paralelo com uma resistência interna. A figura 3.14 apresenta o símbolo de uma fonte de corrente para uma fonte ideal e uma fonte real.

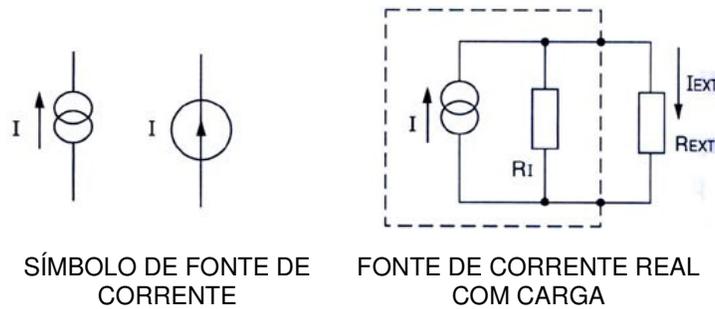


Fig. 3.14

Onde

- I - corrente gerada pela fonte
- R_i - resistência interna
- R_{ext} - resistência externa à fonte
- I_{ext} - corrente nos terminais da fonte

À medida que a resistência R_{ext} diminui, a corrente I_{ext} que circula pelo circuito aumenta; logo, a corrente em R_i diminui. À medida que a R_{ext} aumenta, a corrente I_{ext} diminui; logo, a corrente sobre a resistência interna aumenta, alterando assim a tensão sobre a resistência externa R_{ext} .

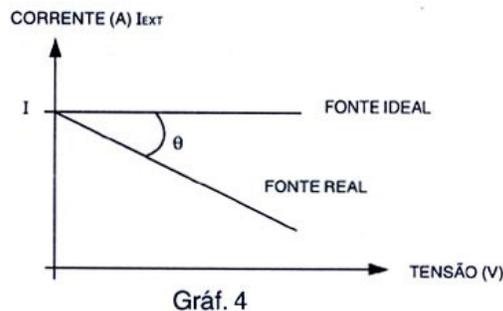
Em uma fonte ideal a resistência R_i é igual a infinito. Então, para qualquer valor de R_{ext} a corrente I_{ext} será sempre igual a 1.

Pode-se, então escrever:

$$I_{ext} = I - V \cdot \frac{1}{R_i}$$

que é a equação geral da fonte de corrente. Quanto maior o valor da resistência R_i , menores as perdas de energia pela fonte.

Fonte de corrente real x fonte de corrente ideal - A seguir é apresentado um gráfico corrente x tensão comparativo das duas fontes. (Gráf. 4)



Gráf. 4

O gráfico apresentado tem um comportamento linear, equação do tipo $y = Ax + B$, onde A é o coeficiente angular (tangente do ângulo de inclinação da reta) e B o coeficiente escalar (o valor da ordenada para $X=0$).

Comparando com a equação da fonte de corrente notamos que: $1/R_i$ determina a inclinação da reta, sendo, portanto o coeficiente angular $\text{tg } \theta$, e B é o valor I.

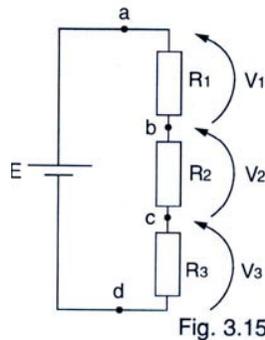
Para fonte ideal R_i é igual a infinito, visto que não há inclinação da reta: $I_{\text{ext}} = I$, e para a fonte real:

$$\frac{1}{R_i} = \frac{\text{variação da corrente}}{\text{variação da tensão}} = \frac{\Delta I}{\Delta V}$$

Diferença de potencial e nomenclatura de duplo índice

A diferença de potencial, como o próprio nome diz, é uma subtração do valor de potencial elétrico entre dois pontos no circuito.

Seja o circuito da figura 3.15:



A tensão V_1 é a tensão sobre o resistor R_1 ; no circuito observa-se que a tensão V_1 é a tensão entre os pontos “a” e o ponto “b”. Para medir a tensão V_1 , deve-se colocar os terminais do voltímetro nesses pontos. Nota-se que a tensão no ponto “a” é maior que a tensão no ponto “b”, pois V_1 é uma queda de tensão. De forma que a diferença de potencial V_1 é o potencial em “a” menos o potencial em “b”, ou seja:

$$V_1 = V_a - V_b = V_{ab}$$

Onde

V_{ab} é a nomenclatura de duplo índice, sendo o “a” o primeiro índice e o “b” o segundo índice, neste caso.

Assim:

$$V_2 = V_b - V_c = V_{bc}$$

$$V_3 = V_c - V_d = V_{cd}$$

A soma das tensões V_1 e V_2 , é:

$$V_1 + V_2 = V_a - V_b + V_b - V_c = V_a - V_c = V_{ac}$$

A soma total das quedas de tensões do circuito V_1 , V_2 e V_3 , é:

$$V_1 + V_2 + V_3 = (V_1 + V_2) + V_3 = V_a - V_c + V_c - V_d = V_a - V_d = V_{ab}$$

Pela lei de Kirchhoff, a soma das quedas é igual à soma das elevações das tensões; então, a soma de V_1 , V_2 e V_3 é igual à tensão E . Assim $E = V_{ad}$, observa-se que os terminais da fonte são os pontos “a” e “d”.

Sendo a diferença de potencial uma subtração de potencial nos pontos, o valor da diferença será positivo se o subtraendo for maior que o subtrator e vice-versa. No caso da queda de tensão V_{ab} , é positivo pois o potencial em “a” é maior que o potencial em “b”.

Os terminais do voltímetro são um terminal positivo e o outro negativo; então, a diferença de potencial será positiva se colocar o terminal positivo no potencial maior e, conseqüentemente, o terminal negativo no potencial menor. Caso contrário, negativo.

Se invertermos a posição dos terminais teremos uma medida de diferença de potencial negativa.

Ou seja, no circuito, se medirmos a tensão V_1 sobre o resistor R_1 com os terminais invertidos, a leitura será negativa. Pois medir-se-á:

$$- V_1 = V_b - V_a = V_{ba} = - (V_a - V_b) = - V_{ab}$$

Logo

$$V_{ab} = - V_{ba}$$

Pois o potencial no ponto “a” é maior que o potencial no ponto “b”.

A diferença de potencial é indicada no circuito por “flechas” onde a seta aponta para o potencial que leva o primeiro índice e o fim do segundo índice. Observa-se no circuito que as tensões indicadas nele são V_{ab} , V_{bc} e V_{cd} ; como são quedas tornam-se positivos.

Técnicas de análise de circuitos

São técnicas utilizadas para análise do comportamento das grandezas elétricas em um circuito elétrico com mais de uma fonte de corrente e com mais de um caminho fechado para corrente. Pelo princípio de conservação de energia, num circuito, a energia que se transforma em energia elétrica no gerador será igual à energia térmica que deverá aparecer nas resistências.

Análise de malhas

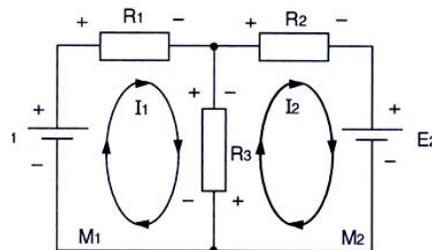
É uma técnica de análise baseada na Lei de Kirchhoff das tensões, onde se quer determinar o valor das correntes desconhecidas no circuito. O método se baseia em equacionar as grandezas elétricas das malhas do circuito.

As etapas para aplicar a análise por malhas em um circuito são descritas abaixo:

1. Determinar o sentido das correntes nas malhas, adotar um sentido horário ou anti-horário aleatório.
2. Indicar as quedas e elevações das tensões nas malhas, conforme o sentido da corrente adotado.
3. Equacionar as tensões nas malhas aplicando a lei de Kirchhoff das malhas. Para n malhas têm-se n equações.
4. Resolver as equações determinando os valores das correntes. Se o valor de uma corrente for negativo, significa que o sentido da corrente no circuito é ao contrário do sentido adotado.

A seguir apresenta-se um exemplo de aplicação de análise de circuitos por malhas.

Seja o circuito da figura 4.1:



Solução

Adotou-se o sentido horário para as correntes nas duas malhas.

Os sinais “+” e “-” no circuito indicam as quedas e elevações das tensões nas malhas. Observa-se que as fontes de tensão têm o sentido determinado.

Na malha 1 (M_1) as tensões em R_1 e R_3 são quedas devido a I_1 , e a fonte E_1 é uma elevação, mas deve-se levar em consideração a queda de tensão devido à

corrente I_F na resistência R_3 . Assim, tem-se:

Para a malha M_1 :

$$\begin{aligned} + E_1 - R_1 I_1 - R_3 I_1 - R_3 I_2 &= 0 \\ + E_1 - (R_1 + R_3) I_1 + R_3 I_2 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{equação 1})$$

Na malha 2 (M_2) as tensões em R_2 e R_3 são quedas devido a I_2 , e a fonte E_2 é uma elevação, mas deve-se levar em consideração a queda de tensão devido à corrente I_1 na resistência R_3 . Assim, tem-se:

Para malha M_2 :

$$\begin{aligned} - E_2 - R_2 I_2 - R_3 I_2 + R_3 I_1 &= 0 & (-1) \\ + E_2 + R_2 I_2 + R_3 I_2 - R_3 I_1 &= 0 \\ + E_2 - R_3 I_1 (R_2 - R_3) I_2 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{equação 2})$$

Tem-se duas equações com as incógnitas I_1 e I_2 ; portanto, há solução para o sistema.

Isolando os termos independentes, fica:

$$(R_1 + R_3) \times I_1 - R_3 I_2 = E_1$$

$$R_3 I_1 - (R_2 + R_3) I_2 = E_2$$

Resolvendo o sistema por matriz, tem:

$$Det = \begin{vmatrix} (R_1 + R_3) & -R_3 \\ R_3 & -(R_2 + R_3) \end{vmatrix} = [(R_1 + R_3) \times -(R_2 + R_3)] - (R_3 \times -R_3)$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & -R_3 \\ E_2 & -(R_2 + R_3) \end{vmatrix}}{Det} = \frac{[E_1 \times -(R_2 + R_3)] - (E_2 \times R_3)}{Det}$$

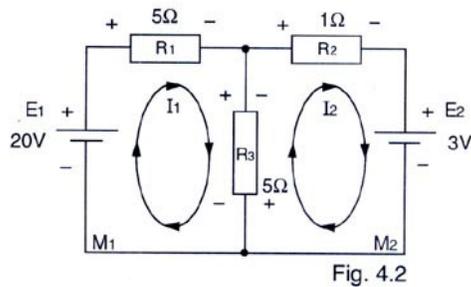
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} (R_1 + R_3) & E_1 \\ R_3 & E_2 \end{vmatrix}}{Det} = \frac{[(R_1 + R_3) \times E_2] - (R_3 \times E_1)}{Det}$$

Observação

A corrente em R_3 será igual a $I_3 = I_1 - I_2$, tomando I_1 como referência. Se I_3 for positivo, terá o sentido de I_1 ; caso negativo, terá o sentido contrário.

• **Exemplo**

Para o circuito da figura 4.2, calcule a corrente em cada resistor:



Solução

Os passos 1 e 2 estão mostrados no circuito.

3. Para equacionar as malhas do circuito, substituir os valores dos resistores nas equações dadas.

$$(R_1 + R_3) \times I_1 - R_3 I_2 = E_1 \quad \text{Malha } M_1$$

$$10 I_1 - 5 I_2 = 20$$

$$R_3 I_1 - (R_2 + R_3) I_2 = E_2 \quad \text{Malha } M_2$$

$$5 I_1 - 6 I_2 = 3$$

4. Aplicando matriz para resolver o sistema.

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} 10 & -5 \\ 5 & -6 \end{vmatrix} = -60 + 25 = -35$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -5 \\ 3 & -6 \end{vmatrix}}{-35} = \frac{-120 + 15}{-35} = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 20 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}}{-35} = \frac{30 - 100}{-35} = 2 \text{ A}$$

5. Cálculo da corrente no resistor de 5 Ω (no meio do circuito) I_3 :

$$I_3 = I_1 - I_2 = 3 - 2 = 1 \text{ A}$$

Análise nodal

O método de análise nodal é baseado nas leis de Kirchhoff para correntes, onde os potenciais nos nós são tomados como incógnita e equacionados. Um circuito tem n nós principais, sendo um deles tomado como referência e atribuído o potencial zero volt. Aos demais são atribuídos então diferentes potenciais simbólicos referenciados ao potencial a que atribuímos o valor zero volt.

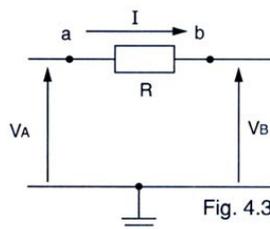
Os passos a serem tomados para solução de um circuito por análise nodal são mostrados a seguir

1. Identifique os nós do circuito.
2. Selecione um nó principal, que será tomado como referência, e atribua aos demais nós ($n-1$) potenciais valores literais como incógnitas.
3. Atribua sentido das correntes nos ramos (escolha arbitrária).
4. Determine as quedas e elevações das tensões, conforme o sentido da corrente atribuído no tem anterior.
5. Escreva as equações das correntes nos nós para cada $n-1$ nós desconhecidos.
6. Escreva a expressões de cada corrente no ramo usando a diferença de potencial entre os resistores.
7. Substitua as expressões das correntes nas equações nodais das correntes, as quais se tornarão um conjunto simultâneo de equações para as tensões nodais desconhecidas.
8. Encontre as tensões desconhecidas e finalmente as correntes nos ramos.

Na escolha do nó de referência, às vezes é conveniente escolher o nó com o maior número de ramos a ele conectados. Este nó pode ser identificado pela conexão de um símbolo de terra para indicar o nó de referência.

Quando se expressam as correntes nos ramos em termos dos potenciais desconhecidos, deve-se contar que a corrente flui do potencial maior para o menor nos resistores.

Considerando a parte do circuito mostrado na figura 4.3, os nós a e b têm os respectivos potenciais V_a e V_b em relação ao nó de referência. Se for assumido que uma corrente flui de a para b, então considera-se que o potencial em a é maior que o potencial em b.

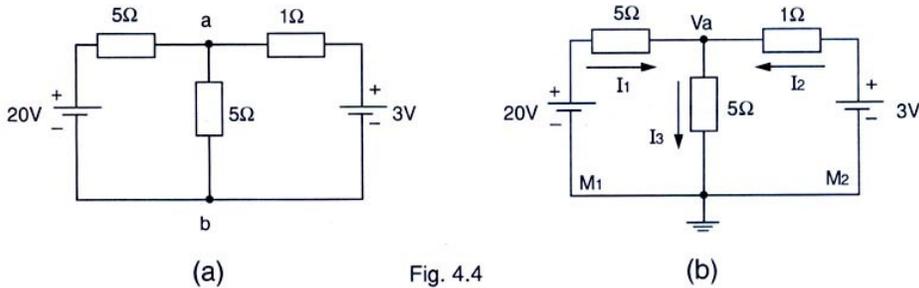


Então, a expressão matemática da corrente I será:

$$I = \frac{V_A - V_B}{R}$$

• Exemplo

Para o circuito da figura 4.4, encontre as correntes nos ramos.



Solução

- Identificaram-se os nós a e b.
- Adotou-se o nó b como referência, atribuiu-se ao nó a o valor de potencial V_a .
- Atribuiu-se os sentidos das correntes nos ramos, conforme mostra a figura 4.4(b).
- As quedas das tensões conforme as correntes mostradas na figura 4.4 (b).

Equação da corrente no nó a,

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Expressões das correntes nos ramos

$$I_1 = \frac{20 - V_a}{5}, \quad I_2 = \frac{3 - V_a}{1}, \quad I_3 = \frac{V_a - 0}{5}$$

Substituindo nas equações dos nós

$$\frac{20 - V_a}{5} + \frac{3 - V_a}{1} = \frac{V_a}{5}$$

Resolvendo a equação, encontra-se:

$$V_a = 5 \text{ V}$$

Logo:

$$I_1 = \frac{20 - 5}{5} = 3A$$

$$I_2 = \frac{3 - 5}{1} = -2A$$

$$I_3 = \frac{5}{5} = 1A$$

Observação

A corrente I_2 ficou negativa, logo o sentido da corrente é contrário ao adotado. O resultado está de acordo com o calculado pela análise das correntes nas malhas.

Teorema da superposição

A corrente em qualquer circuito, ou a tensão através de qualquer elemento em um circuito, é a soma algébrica das correntes ou tensões produzidas separadamente por cada fonte.

Como o efeito de cada fonte é considerado separadamente, as outras fontes são retiradas do circuito mantendo suas resistências internas. Para se determinar o efeito de uma fonte as outras devem ser “zeradas”.

- fonte de tensão deve ser trocada por um curto-circuito;
- fonte de corrente deve ser trocada por um circuito aberto.

Depois de considerado o efeito de cada fonte, esses efeitos são somados algebricamente. O resultado dessa soma é o efeito produzido em cada elemento por todas juntas.

• Exemplo

Calcular a tensão e corrente em cada elemento do circuito da figura 4.5, utilizando o método da superposição.

Seja o circuito da figura 4.5.

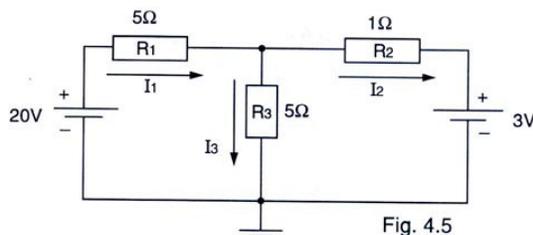


Fig. 4.5

Solução

Considerando a fonte de 20 V e retirando a fonte de 3 V, tem-se (Fig. 4.6):

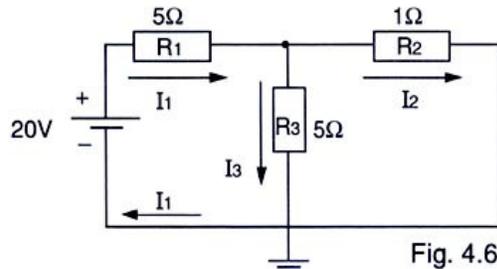


Fig. 4.6

Cálculo das correntes e tensões em cada elemento do circuito.

1. Cálculo da resistência total:

$$R_T = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R_T = 5\Omega + (1\Omega // 5\Omega) = 5,83\Omega$$

2. Cálculo das correntes:

$$I_1 = \frac{V}{R_T}$$

$$I_1 = \frac{20}{5,83} = 3,43 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{5}{6} \cdot 3,43 = 2,86 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{1}{6} \cdot 3,43 = 0,57 \text{ A}$$

3. Cálculo das tensões

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 5 \cdot 3,43 = 17,15 \text{ V}$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 1 \cdot 2,86 = 2,86 \text{ V}$$

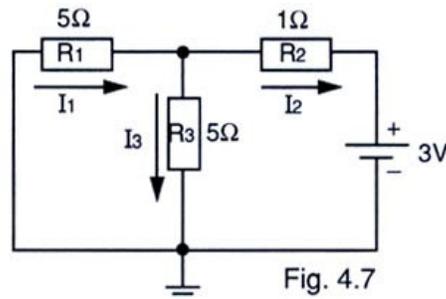
$$V_{R3} = R_3 \cdot I_3 = 5 \cdot 0,57 = 2,85 \text{ V}$$

Observação

Estes valores são devidos à fonte de 20 V

4. Considerando a fonte de 3 V e retirando a fonte de 20 V, tem-se

(Fig. 4.7):



5. Calcular as correntes e tensões em cada elemento do circuito.

a) Cálculo da resistência total.

$$R_T = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_3 + R_1}$$

$$R_T = 1\Omega + (5\Omega // 5\Omega) = 3,50\Omega$$

b) Cálculo das correntes.

$$I_2 = \frac{V}{R_T} \Rightarrow I_2 = \frac{-3}{3,50} = -0,86 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{-5}{10} \cdot 0,86 = -0,43 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \cdot I_2 \Rightarrow I_3 = \frac{-5}{10} \cdot 0,86 = -0,43 \text{ A}$$

Observação

Os sinais nos cálculos aparecem, visto que as correntes, devido à fonte de 3V, estão no sentido contrário ao indicado na figura.

6. Cálculo das tensões.

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 5 \cdot (-0,43) = -2,14 \text{ V}$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 1 \cdot (-0,86) = -0,86 \text{ V}$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_3 = 5 \cdot (+0,43) = +2,14 \text{ V}$$

Observação

Estes valores são devidos à fonte de 3 V.

7. Fazendo a soma algébrica dos resultados obtidos para cada fonte, tem-se o resultado devido às duas fontes, no caso, agindo simultaneamente no circuito.

Então

$$\begin{aligned}V_{R1} &= V_{R1} (- F_{3V}) + V_{R1} (- F_{20V}) \rightarrow V_{R1} = 17,15 - 2,14 = 15,01 \text{ V} \\V_{R2} &= V_{R2} (- F_{3V}) + V_{R2} (- F_{20V}) \rightarrow V_{R2} = -0,86 + 2,85 = 1,99 \text{ V} \\V_{R3} &= V_{R3} (- F_{3V}) + V_{R3} (- F_{20V}) \rightarrow V_{R3} = 2,14 + 2,85 = 4,99 \text{ V}\end{aligned}$$

E as correntes:

$$\begin{aligned}I_1 &= 3,43 - 0,43 = 3,00 \text{ A} \\I_2 &= 2,86 - 0,86 = 2,00 \text{ A} \\I_3 &= 0,57 + 0,43 = 1,00 \text{ A}\end{aligned}$$

Ou ainda:

$$I_1 = \frac{15,01}{5} = 3,00 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{1,99}{1} = 2,00 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{4,99}{5} = 1,00 \text{ A}$$

Observação

Os resultados conferem com os calculados anteriormente.

Teorema de Thèvenin

O teorema de Thèvenin diz que qualquer rede de dois terminais contendo fontes de tensão e/ou corrente pode ser representada por um circuito equivalente, consistindo de uma fonte de tensão, de valor igual à tensão de circuito aberto do circuito original, em série, com uma resistência medida entre os terminais do circuito aberto, com as fontes “desligadas”.

Considerando um ramo do circuito como carga, o ramo que se deseja calcular as grandezas elétricas, sendo o restante considerado como a rede que se quer o equivalente de Thèvenin. (Fig. 4.8)

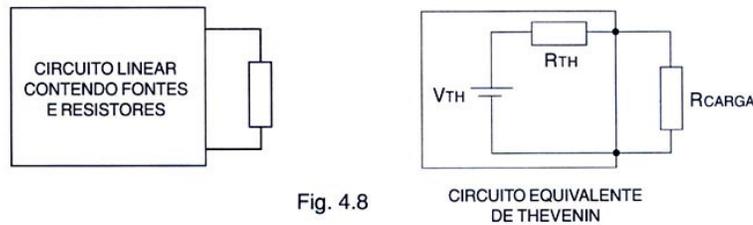


Fig. 4.8

Os passos para determinar o circuito equivalente de Thévenin são os seguintes:

1. Retira-se a carga do circuito, ou seja, o ramo considerado como carga, e identifica-se a sua polaridade.
2. Calcula-se a tensão nos terminais que ficaram abertos, de onde foi retirada a carga. Usando qualquer método estudado anteriormente.
3. Retira-se as fontes do circuito. Fontes de tensão são substituídas por um curto e as fontes de corrente por um circuito aberto.
4. Calcula-se a resistência equivalente neste circuito nos terminais que ficaram abertos.
5. Monta-se o circuito equivalente de Thévenin.

• Exemplo

Seja o circuito da figura 4.9, calcular usando o Teorema de Thévenin o valor da tensão e da corrente no resistor R_L para:

- a) $R_L = 10 \Omega$.
- b) $R_L = 50 \Omega$.

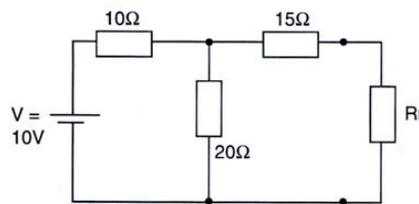


Fig. 4.9

Solução, seguindo os passos:

1. Retira-se a carga do circuito, ou seja, o ramo considerado como carga, e identifica-se a sua polaridade. (Fig. 4.10)

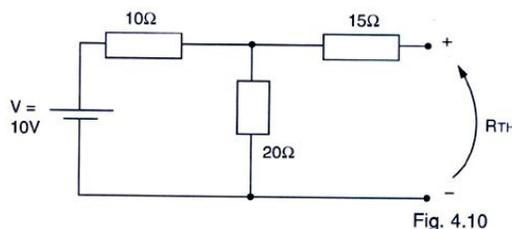


Fig. 4.10

2. Calcula-se a tensão nos terminais que ficaram abertos de onde se tirou a carga, usando qualquer método estudado anteriormente.

Observe que a tensão V_{th} é a tensão sobre o resistor de 20Ω , pois no resistor de 15Ω não circula corrente. Por divisor de tensão tem-se:

$$V_{th} = \frac{20}{10+20} \cdot 10 = 6,67V$$

3. Retira-se as fontes do circuito, fontes de tensão são substituídas por um curto e as fontes de corrente por um circuito aberto. (Fig. 4.11)

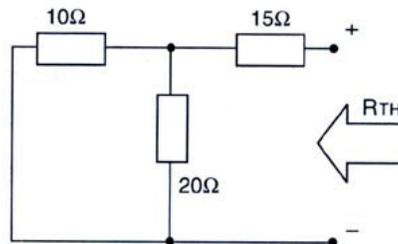


Fig. 4.11

4. Calcula-se a resistência equivalente neste circuito nos terminais que ficaram abertos.

$$R_{th} = 15 + (10 // 20) = 21,67 \Omega$$

5. Monta-se o circuito equivalente de Thèvenin. (Fig. 4.12)

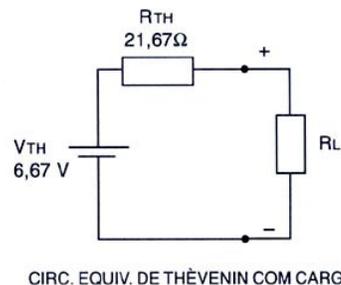
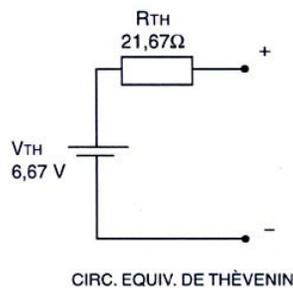


Fig. 4.12

6. Substituindo o valor de R_L no circuito equivalente de Thèvenin calcula-se a corrente e a tensão. Estes valores são os mesmos para o circuito completo, visto que este é um circuito equivalente.

a) Para $R_L = 10 \Omega$, tem-se:

$$V_{RL} = \frac{10}{10+21,67} \cdot 6,67 = 2,1V$$

$$I_{RL} = \frac{6,67}{10+21,67} = 211mA$$

b) Para $R_L = 50 \Omega$, tem-se;

$$V_{RL} = \frac{50}{50+21,67} \cdot 6,67 = 4,7V$$

$$I_{RL} = \frac{6,67}{50+21,67} = 93mA$$

Teorema de Norton

O teorema de Norton diz que qualquer rede de dois terminais contendo fontes de tensão e/ou corrente pode ser representada por um circuito equivalente, consistindo de uma fonte de corrente, de valor igual à corrente de um curto-circuito do circuito original, em paralelo com uma resistência medida entre os terminais do circuito aberto, com as fontes “desligadas”.

Considerando um ramo do circuito como carga, o ramo que se deseja calcular as grandezas elétricas, sendo o restante visto como a rede que se quer o equivalente de Norton. (Fig. 4.13)

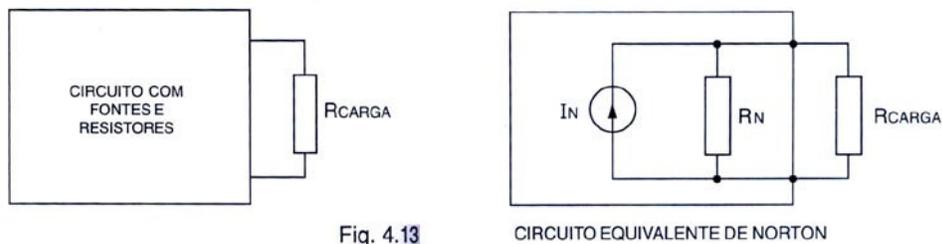


Fig. 4.13

Os passos para determinar o circuito equivalente de Norton são os seguintes:

1. Retira-se a carga do circuito, ou seja, o ramo considerado como carga identifica-se a sua polaridade.
2. Calcula-se a corrente em um curto-circuito nos terminais que ficaram abertos de onde foi tirada a carga, usando qualquer método estudado anteriormente.
3. Retiram-se as fontes do circuito, fontes de tensão são substituídas por um curto e as fontes de corrente por um circuito aberto.
4. Calcula-se a resistência equivalente neste circuito nos terminais que ficaram abertos.

5. Monta-se o circuito equivalente de Norton.

• Exemplo

Seja o circuito da figura 4.14, calcular usando o Teorema de Norton o valor da tensão e da corrente no resistor R_L para:

- a) $R_L = 10 \Omega$.
- b) $R_L = 50 \Omega$.

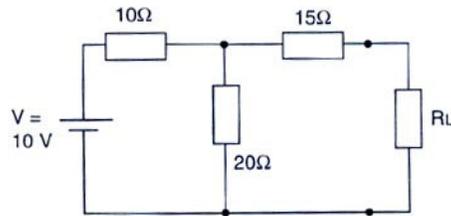


Fig. 4.14

Solução, seguindo os passos:

1. Retira-se a carga do circuito, ou seja, o ramo considerado como carga, e identifica-se a sua polaridade. (Fig. 4.15)

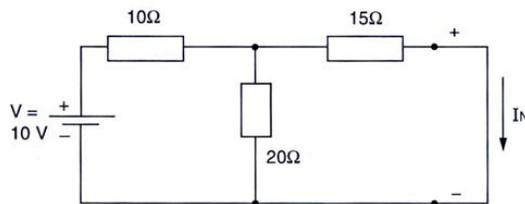


Fig. 4.15

2. Calcular-se a corrente nos terminais que ficaram abertos de onde foi tirada a carga, por meio de um curto-circuito. Usar de qualquer método estudado anteriormente.

Observe a corrente I_N é a corrente através do resistor de 15Ω tem-se:

$$R_T = 10 + (15 // 20) = 18,57 \Omega$$

$$I_T = \frac{10}{18,57} = 538,46 \text{ mA}$$

daí, por divisor de corrente:

$$I_N = \frac{20}{20+15} \cdot 538,46 = 307,69 \text{ mA}$$

3. Retiram-se as fontes do circuito, fontes de tensão são substituídas por

um curto e as fontes de corrente por um circuito aberto, da mesma forma que se calcula R_{th} . (Fig. 4.16)

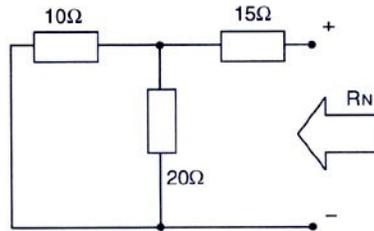
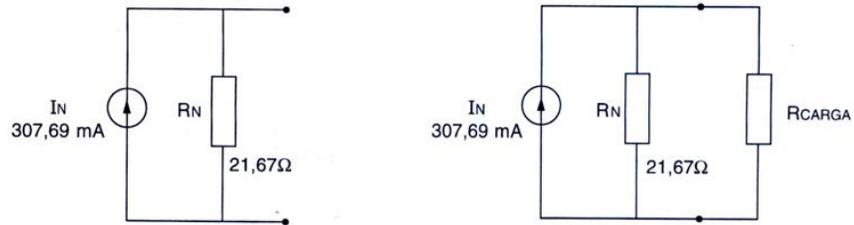


Fig. 4.16

4. Calcula-se a resistência equivalente neste circuito nos terminais que ficaram abertos.

$$R_N = 15 + (10 // 20) = 21,67 \Omega$$

5. Monta-se o circuito equivalente de Norton. (Fig. 4.17)



CIRCUITO EQUIVALENTE NORTON

CIRCUITO EQUIVALENTE NORTON COM GARGA

Fig. 4.17

6. Substituindo o valor de R_L no circuito equivalente de Norton, calcula-se a corrente e a tensão. Estes valores são os mesmos para o circuito completo, visto que este é um circuito equivalente.

a) Para $R_L = 10 \Omega$, tem-se:

$$I_{RL} = \frac{21,67}{10 + 21,67} \cdot 307,69 = 211 \text{ mA}$$

$$V_{RL} = 211,17 \cdot 10 = 2,1 \text{ V}$$

b) Para $R_L = 50 \Omega$, tem-se:

$$I_{RL} = \frac{21,67}{50 + 21,67} \cdot 307,69 = 93 \text{ mA}$$

$$V_{RL} = 93 \cdot 50 = 4,6 \text{ V}$$

As respostas estão de acordo com o exemplo anterior do equivalente de

Thèvenin.

Transformação estrela (Y) e triângulo (Δ)

Uma associação de resistores em forma de estrela, também conhecida como Ypsilon, pode ser transformada em uma associação triângulo, também conhecida como delta, para facilitar análise de circuitos. As associações enunciadas são mostradas na figura 4.18.

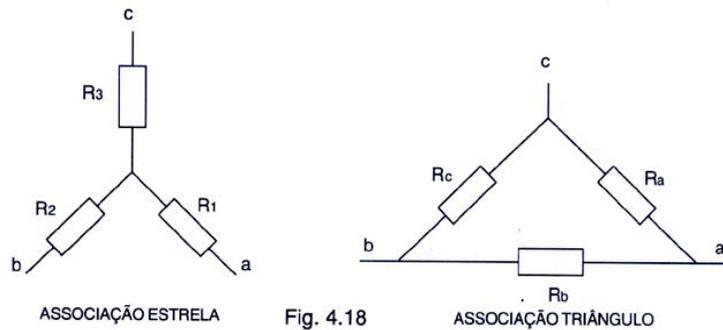


Fig. 4.18

A seguir será apresentada a relação entre as associações estrela e triângulo. (Fig. 4.19)

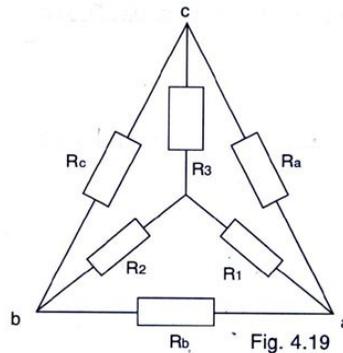


Fig. 4.19

Para transformar uma associação triângulo em estrela tem-se as seguintes relações entre as resistências:

$$R_1 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

Observando a figura nota-se que o resistor da associação estrela equivale ao produto das resistências adjacentes, dividido pela soma das resistências, em triângulo.

Para transformar uma associação estrela em triângulo têm-se as seguintes relações entre as resistências:

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_2}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_3}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_1}$$

Observando a figura, nota-se que o resistor da associação triângulo equivale à soma do produto das resistências tomadas duas a duas, dividida pela resistência oposta em estrela.

• Exemplo

Calcule a corrente I do circuito dado na figura 4.20.

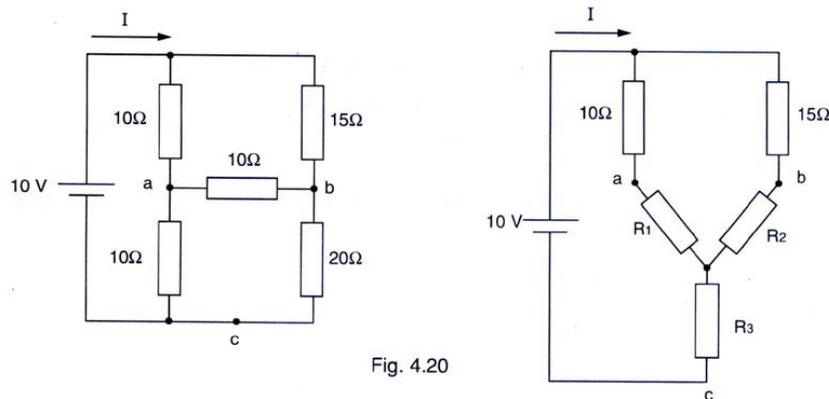
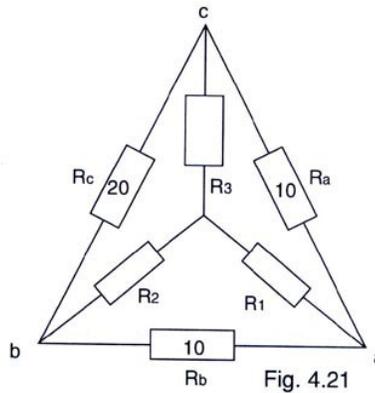


Fig. 4.20

Solução

1. Tomando os resistores entre os pontos a, b e c, nota-se que é uma associação triângulo. Transformando esta associação em estrela, conforme a figura, consegue-se simplificar o circuito.

Então, calculando a transformação (Fig. 4.21)



$$R_1 = \frac{10 \cdot 10}{10+10+20} = 2,5\Omega$$

$$R_2 = \frac{10 \cdot 20}{10+10+20} = 5,0\Omega$$

$$R_3 = \frac{10 \cdot 20}{10+10+20} = 5,0\Omega$$

2. Calculando a resistência total do circuito R_T

$$R_T = (10 + R_1) // (15 + R_2) + R_3 = (10 + 2,5) // (15 + 5) + 5 = 12,69 \Omega$$

$$\text{Daí: } I = \frac{10}{12,69} = 0,79 A$$

Ponte de Wheatstone

É um circuito que, dentre outras aplicações, pode ser usado por medidores de resistências. Tem a configuração da figura 4.22.

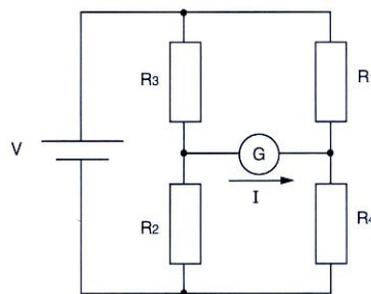


Fig. 4.22

A ponte de Wheatstone estará em equilíbrio quando a corrente I que circula pelo galvanômetro G for igual a zero. Esta condição será satisfeita quando se tiver

a seguinte igualdade:

$$R_1 \cdot R_2 = R_3 \cdot R_4$$

Tornando a resistência R_4 como R_x , uma resistência desconhecida, e manipulando a igualdade, tem-se:

$$R_x = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_1$$

Observe

- o fator R_2/R_3 é um fator multiplicativo de um medidor de resistências;
- o resistor R_1 é uma década resistiva, que pode ser ajustado para se ter o equilíbrio da ponte;
- quando a ponte se equilibrar pode-se determinar o valor da resistência desconhecida R_x .

Capacitância

É a propriedade de um componente que determina a capacidade de armazenar energia, ou também a oposição à variação da tensão. A energia é armazenada em forma de campo elétrico. O capacitor é o elemento que contém a capacitância.

Campo eletrostático

Campo eletrostático ou campo elétrico aparece devido à presença de cargas elétricas. A região do espaço vizinha a um corpo eletrizado é afetada pela presença deste corpo. Diremos então existir um campo elétrico nesta região.

Uma carga puntiforme q colocada próxima de uma carga Q sofrerá a ação de uma força denominada força elétrica. O espaço em que esta força se apresenta é denominado campo elétrico. A força elétrica é expressa da seguinte forma:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{qQ}{r^2} = K \cdot \frac{qQ}{r^2}$$

onde

F - a força elétrica entre as duas cargas (newtons)

K - constante que depende do meio, para o ar ou espaço livre entre as cargas $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$

Q e q - carga (coulombs)

ϵ - é a permissividade do meio capacidade de conduzir o campo elétrico

A intensidade do campo elétrico é dada por:

$$E = \frac{F}{Q} = K \frac{q}{r^2} = \frac{N}{C} \text{ ou } \frac{V}{m}$$

A figura 5.1 exemplifica o campo elétrico:

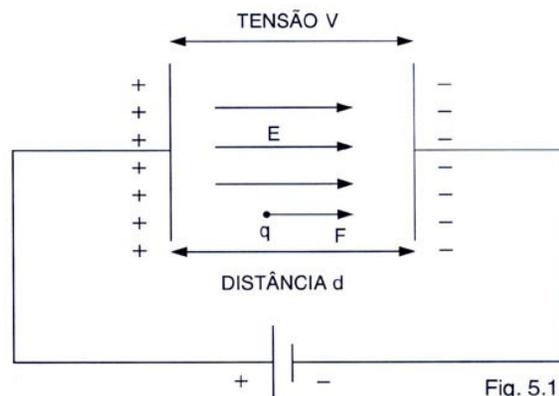


Fig. 5.1

O campo elétrico é representado por linhas de força, que na figura estão mostradas por setas, indicando que o campo elétrico sai da carga positiva e se dirige para carga negativa. As linhas de campo apresentam, além desta, as seguintes características: (Fig. 5.2)

- nunca se cruzam;
- saem de um ponto e sempre chegam a outro ponto;
- saem perpendiculares à superfície da carga.

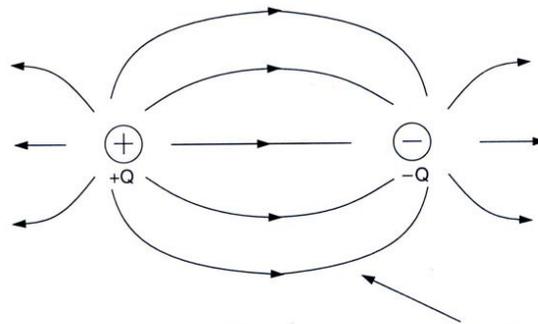


Fig. 5.2

LINHA DE FORÇA

Materiais dielétricos

São materiais com a capacidade de permitir o estabelecimento de campo elétrico. Esta propriedade pode ser medida pela permissividade do meio (ϵ).

A permissividade relaciona a quantidade de linhas de campo em um meio devido ao campo elétrico que age sobre este.

A permissividade do vácuo é a constante ϵ_0 , dada por:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

A permissividade relativa (ϵ_r) é a relação entre a permissividade de um material e a permissividade do vácuo, e então definida como:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \text{adimensional}$$

A permissividade relativa, algumas vezes, é chamada de constante dielétrica. A constante dielétrica para o ar é 1,0006, sendo que a permissividade absoluta para o ar é geralmente tomada como ϵ_0 . Outras constantes dielétricas estão relacionadas na tabela a seguir.

FIEMG

CIEMG

SESI

SENAI

IEL

Dielétrico	Constante dielétrica (ϵ_r)
Ar	1,0006
Baquelite	5
Vidro	6
Mica	5
Óleo	4
Papel	2,5
Borracha	3
Teflon	2

Capacitância

Considere duas placas separadas por um dielétrico, ligadas conforme a figura 5.3.

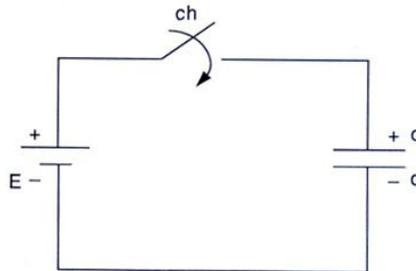


Fig. 5.3

Enquanto a chave *ch* estiver aberta, as placas não têm carga. Uma vez que não têm carga, a diferença de potencial entre elas é zero. Quando a chave *ch* se fecha, a fonte de tensão *E* retira elétrons da placa superior, deixando com carga positiva $+q$ e colocando-os na placa inferior, deixando-a com carga negativa $-q$. Apresenta-se, assim, uma diferença de potencial entre as placas. Quando o fluxo de elétrons cessar, a diferença de potencial nas placas será igual à diferença de potencial da fonte, visto que fluxo de elétrons igual a zero indica corrente igual a zero.

Se a tensão da fonte *E* for aumentada, mais carga será tirada das placas; de forma que a carga nas placas será proporcional à tensão aplicada nas mesmas.

A constante de proporcionalidade entre a tensão aplicada nas placas e a carga retirada das mesmas é definida como capacitância.

A capacitância é a capacidade das placas em armazenar carga, dada da seguinte forma:

$$Q = C V$$

Onde

Q - carga armazenada nas placas (coulomb)

V - diferença de potencial aplicada nas placas (volts)

C - capacitância apresentada pelas placas (C/V ou F = farad)

Observação

A unidade da capacitância é o farad em homenagem ao físico Michael Faraday.

A unidade farad é muito grande, de forma que é usual encontrar submúltiplos como mF (milifarad), μ F (microfarad).

A capacidade de armazenar energia (capacitância) depende dos aspectos físicos das placas, tais como: área, distância das placas e o material entre elas. Pode-se calcular a capacitância da seguinte forma:

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$$

Onde

C - capacitância apresentada pelas placas (F)

ϵ - permissividade do meio dielétrico entre as placas (F/m)

A - área das placas (metro ao quadrado = m^2)

d - distância entre as placas (metro = m)

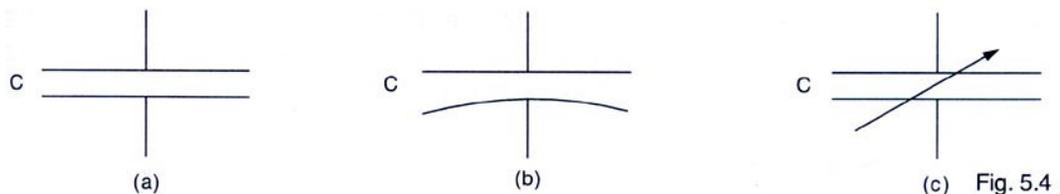
Observação

Quanto maior a área das placas, maior a capacitância.

Quanto menor a distância entre as placas, maior a capacitância.

O valor da capacitância depende do meio que se encontra entre as placas.

Os componentes que apresentam capacitância são chamados "capacitores". Os símbolos dos capacitores são apresentados na figura 5.4.



A figura 5.4 (a) representa os capacitores de valores fixos, a (b) os capacitores onde a placa representada pela curva deve ter um potencial menor, e a (c) os capacitores cujo valor da capacitância pode ser variável.

Tipos de capacitores

Os capacitores são especificados através do material do seu dielétrico. Alguns tipos de capacitores mais usados em circuitos eletrônicos são descritos a seguir.

Capacitores eletrolíticos

São capacitores formados por placas de alumínio, óxido de alumínio como dielétrico e um eletrólito. O contato do eletrólito, que fica em um papel, com o alumínio forma o óxido de alumínio, que funciona como dielétrico. A vantagem deste tipo de capacitor é que se consegue um dielétrico estreito com áreas de alumínio grande, formando capacitores de valores grandes (até a faixa de 1000 microfarads), muito utilizados em fontes de alimentação em circuitos em que os valores DC sejam maiores que os valores AC, visto que estes capacitores contêm polaridade. A desvantagem é que tem uma tolerância alta, podendo chegar até 50%.

Estes capacitores são encapsulados em canecas de metal, as quais são usadas como uma das placas do capacitor.

Outros capacitores eletrolíticos são os capacitores de tântalo, em que o dielétrico é formado com óxido de tântalo. Sua vantagem é que são capacitores de pequena tolerância, muito utilizados em circuitos de temporização, mas têm pequenas tensões de ruptura do dielétrico.

Existem capacitores eletrolíticos de alumínio que não apresentam polaridade.

Capacitores filme plástico

Têm como material dielétrico o plástico: poliéster, poliestileno, poliestireno etc. A vantagem destes capacitores é que têm alta tensão de ruptura, chegam na faixa de até 500V ou mais. São encapsulados em plástico ou metal.

Capacitor de cerâmica

Capacitores de cerâmica consistem em um tubo ou disco de cerâmica de constante dielétrica na faixa de 10 a 10000. Uma fina camada de prata é aplicada a cada lado do dielétrico, terminais são conectados e uma capa isolante é aplicada. Os capacitores de cerâmica são caracterizados por baixas perdas, pequeno tamanho e uma conhecida característica de variação da capacitância com a temperatura.

Código de capacitores

Como os resistores, os capacitores também apresentam o código de cores. Mas os capacitores, além dos valores e tolerância, apresentam uma faixa que representa a tensão de ruptura do capacitor. (Fig. 5.5)



Onde as cores têm os seguintes significados:

Cores	1ª cor / 2ª cor / 3ª cor	4ª cor	5ª cor
Preto	0	20%	
Marrom	1		100 V
Vermelho	2	30%	200 V
Laranja	3		
Amarelo	4	40%	400 V
Verde	5	5%	
Azul	6		600 V
Violeta	7		
Cinza	8		
Branco	9	10%	

Associação de capacitores

Tal como os resistores, os capacitores podem ser associados em série, paralelo e associação mista.

Associação série de capacitores

O circuito da figura 5.6 apresenta uma associação série de capacitores.

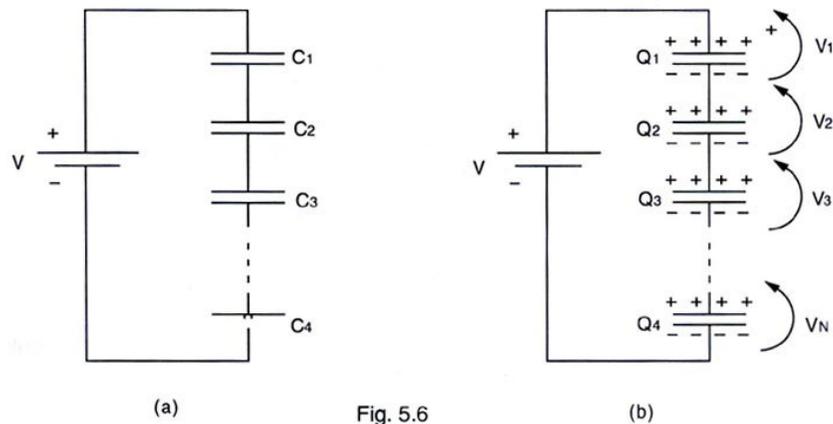


Fig. 5.6

Na figura 5.6 (a) vemos uma associação série de capacitores ligados a uma fonte de tensão V . Devido à fonte, aparecerá nos capacitores desta associação uma diferença de potencial. Por Kirchhoff pode-se escrever que:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

A carga em cada capacitor será igual à carga dos demais, visto que o potencial positivo da fonte atrairá uma carga do capacitor C_1 , na placa ligada à fonte, e uma carga negativa na outra placa do capacitor, de mesma intensidade. Esta carga atrairá uma carga positiva da placa do capacitor C_2 , que está ligada ao capacitor C_1 , gerando uma carga negativa de mesma intensidade à outra placa de C_2 , que assim fará em C_3 e nos outros capacitores até C_n , sendo que na placa do capacitor C_n ligada à fonte terá uma carga negativa igual aos demais capacitores da associação. Assim pode-se escrever:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n$$

Capacitor equivalente de uma associação série - Pode-se calcular o valor de um capacitor que equivale a esta associação, ou seja, o valor do capacitor equivalente de uma associação série (C_s).

A carga do capacitor equivalente C_s (Q) será igual à carga dos capacitores da associação:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n$$

Sabe-se que em um capacitor a carga é igual ao produto da capacitância pela tensão no capacitor:

$$Q = C \cdot V$$

$$\text{Ou: } V = \frac{Q}{C}$$

Assim:
$$V = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} + \dots + \frac{Q_n}{C_n}$$

Sendo as cargas iguais, tem-se:
$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots + \frac{Q}{C_n}$$

Assim:
$$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Nota-se que o quociente da tensão pela carga é o inverso da capacitância, então a capacitância equivalente de uma associação série C_s , será:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Rearranjando tem-se:

$$C_s = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

Observe que o cálculo de uma capacitância equivalente de uma associação série é feito de modo semelhante ao cálculo de uma resistência equivalente de uma associação paralela de resistores. Então, todos os casos particulares de uma associação paralela de resistores podem ser aplicados à associação série de capacitores. E o valor da capacitância equivalente de uma associação série é sempre menor que a menor capacitância da associação.

Associação paralela de capacitores

O circuito da figura 5.7 apresenta uma associação paralela de capacitores.

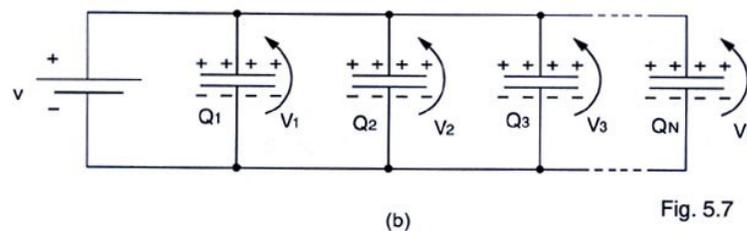
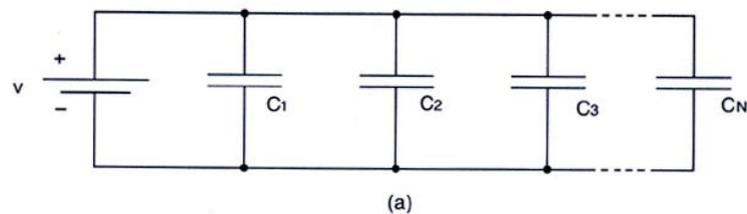


Fig. 5.7

A figura 5.7 (a) apresenta uma associação paralela de capacitores ligados a uma fonte de tensão V . Devido á fonte, aparecerá nos capacitores desta associação uma diferença de potencial. Por Kirchhoff pode-se escrever que:

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_n$$

A carga em cada capacitor será proporcional ao valor das capacitâncias dos capacitores, visto que a diferença da potencial da fonte é a mesma, para qualquer capacitor da associação paralela. E a carga total armazenada desta associação (Q_T) será igual à soma das cargas em cada capacitor da associação.

Assim, pode-se escrever:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n$$

Capacitor equivalente de uma associação em paralelo - Pode-se calcular o valor de um capacitor que equivale á esta associação, ou seja, o valor do capacitor equivalente de uma associação em paralelo (C_p).

Sabe-se que em um capacitor a carga é igual ao produto da capacitância pela tensão no capacitor:

$$Q = C \cdot V$$

Assim:

$$Q_T = C_1 \cdot V_1 + C_2 \cdot V_2 + C_3 \cdot V_3 + \dots + C_n \cdot V_n$$

Sendo as tensões iguais, tem-Se:

$$Q_T = C_1 \cdot V + C_2 \cdot V + C_3 \cdot V + \dots + C_n \cdot V$$

Assim:

$$Q_T / V = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

Nota-se que o quociente da carga pela tensão é a capacitância; então a capacitância equivalente de uma associação paralela C_p será:

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

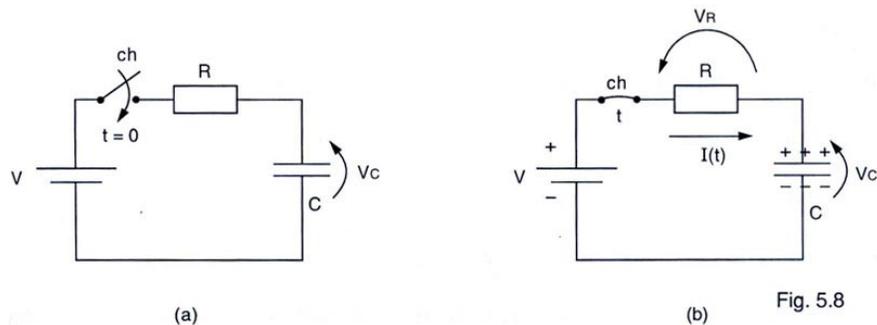
Observe que o cálculo de uma capacitância equivalente de uma associação paralela é feito de modo semelhante ao cálculo de uma resistência equivalente de uma associação série de resistores. Então, o valor da capacitância equivalente de uma associação paralelo é sempre maior que a maior capacitância da associação.

Transitório RC em corrente contínua

O capacitor é usado em circuitos para temporização, ou seja, controle de tempo.

Carga no capacitor

Considere um circuito com resistor, capacitor e uma chave ch, que é fechada no tempo denominado zero. Neste instante forma-se o circuito por onde circulará uma corrente. Tomando o capacitor como inicialmente descarregado, a diferença de potencial em seus terminais é igual a zero. (Fig. 5.8)



Na figura 5.8(b) a chave ch está fechada. Pelo circuito circulará uma corrente I(t), onde:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{V - V_C}{R}$$

Mas, à medida que a corrente circula pelo circuito, o capacitor se carrega com uma carga Q e a diferença em seus terminais aumenta. Assim, VC aumenta com o tempo; logo, a corrente I(t) tende a diminuir com o tempo.

Observe que a carga no capacitor é:
 $Q = C \cdot V$

A corrente no capacitor é a mesma que no resistor; e a corrente é a variação da carga em função do tempo:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{V - V_C}{R}$$

Note que, para manter a igualdade, a tensão VC no capacitor deve variar, como tempo, até o valor de V, tensão da fonte. Quando a tensão no capacitor atingir o valor da fonte a corrente no capacitor será zero, visto que a tensão sobre o resistor será zero.

Então a corrente no capacitor, no instante em que a chave ch é fechada,

será:

para $t(0)$

$$I(0) = \frac{V}{R}$$

e a tensão no capacitor, será:

$$V_C(0) = 0$$

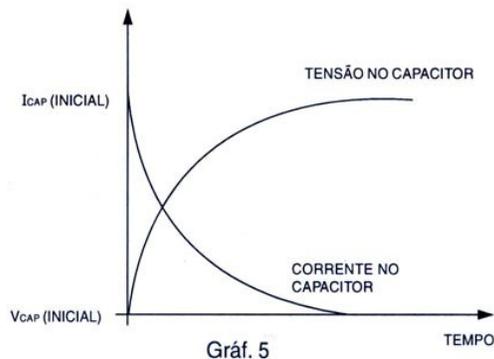
Após muito tempo a chave ter sido fechado, a corrente no capacitor será:

para $t(\infty)$, tem-se:

$$i(\infty) = 0$$

e a tensão no capacitor: $V_C(\infty) = V$ (tensão da fonte)

A corrente no capacitor e a tensão terão um comportamento exponencial, conforme, o gráfico 5.



Gráf. 5

As equações que determinam o comportamento da corrente e da tensão no capacitor durante a carga são dadas a seguir.

Corrente no capacitor

$$I_{CAP} = I_0 \cdot e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

Onde

I_{CAP} - corrente no capacitor durante a carga

I_0 - corrente no capacitor no instante que a chave fecha

e - número neperiano ($e = 2,71828\dots$)

R - valor do resistor (Ω)

C - valor do capacitor (F)

t - tempo que se quer a corrente (s)

Tensão no capacitor

$$V_{CAP} = V_0 \cdot \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} \right)$$

onde

- V_{cap} – tensão no capacitor durante a carga
- V_0 – tensão no capacitor muito tempo após a chave ter sido fechada
- e – número neperiano ($e = 2,71828...$)
- R - valor do resistor (Ω)
- C - valor do capacitor (F)
- t - tempo que se quer a corrente (s)

Sendo as expressões acima exponenciais nota-se que, para um tempo infinito, a corrente e a tensão no capacitor nunca chegam a um valor permanente teoricamente.

Na prática, após um certo tempo (T), pode-se considerar o circuito estabilizado, ou seja, o capacitor carregado.

Este tempo é determinado pelo valor da constante d tempo da expressão exponencial σ multiplicado pelo fator 5, ou seja:

$$\sigma = RC$$

$$T = 5 \cdot \sigma = 5RC$$

Descarga no capacitor

Um capacitor, carregado com seus terminais abertos mantém-se carregado por um tempo infinito (capacitor ideal). Na prática, o dielétrico do capacitor possui uma resistência muito alta, por onde a carga nas placas pode se descarregar, durante um tempo muito grande, devido ser o dielétrico um isolante.

A descarga do capacitor, que será abordada, é feita em um resistor, conforme a figura 5.9:

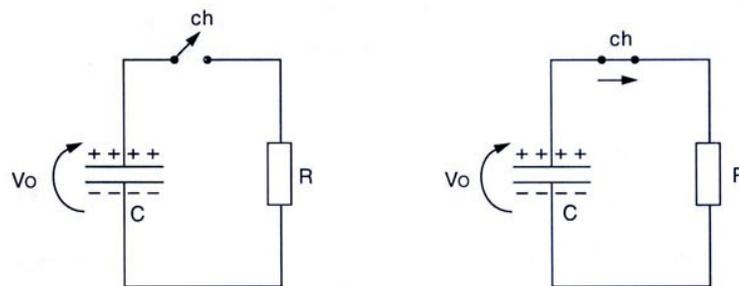


Fig. 5.9

O capacitor carregado apresenta uma tensão V_0 quando a chave ch é fechada. Esta tensão será colocada nos terminais do resistor por onde circulará uma corrente I, de forma que a carga no capacitor diminuirá até que se tenha um equilíbrio elétrico nas placas, ou seja, as placas terão carga zero.

No instante em que a chave se fecha, tem-se:

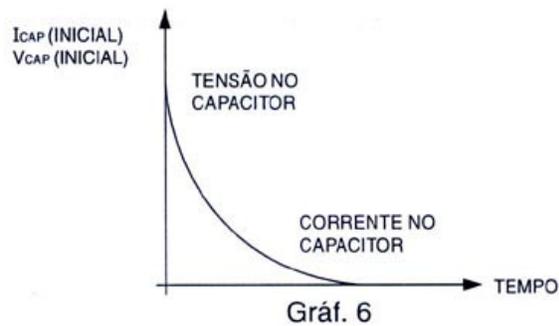
- Tensão no capacitor: $V_C = V_0$
- Corrente no capacitor: $I_C = V_0 / R$

Após muito tempo a chave ter sido fechada, tem-se

- Tensão no capacitor: $V_C = 0$
- Corrente no capacitor: $I_C = 0$

Após muito tempo a chave ter sido fechada o capacitor se descarregou.

A curva que representa a descarga do capacitor também tem um comportamento exponencial, conforma mostrado no gráfico 6.



Note que o comportamento da tensão e corrente do capacitor na descarga é idêntico.

A expressão que exprime o comportamento da descarga do capacitor é mostrada abaixo.

Tensão no capacitor

$$V_{CAP} = V_0 \cdot e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

Onde

V_{cap} – tensão no capacitor durante a carga

V_0 – tensão no capacitor muito tempo após a chave ter sido fechada

e – número neperiano ($e = 2,71828\dots$)

R - valor do resistor (Ω)

C - valor do capacitor (F)

t - tempo que se quer a corrente (s)

Corrente no capacitor

$$I_{CAP} = I_0 \cdot e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

Onde

I_{CAP} - corrente no capacitor durante a carga

I_0 - corrente no capacitor no instante que a chave fecha

e - número neperiano ($e = 2,71828...$)

R - valor do resistor (Ω)

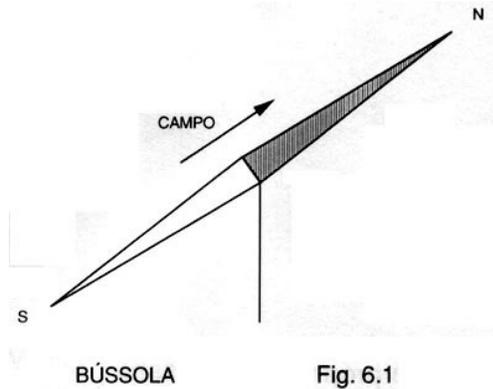
C - valor do capacitor (F)

t - tempo que se quer a corrente (s)

De forma análoga à carga no capacitor. o tempo para que o capacitor se descarregue será dado por:

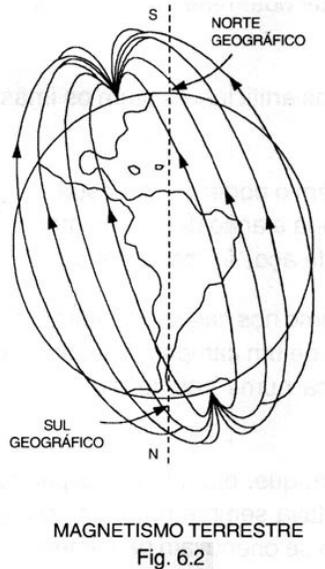
$$\sigma = RC$$

$$T = 5 \cdot \sigma = 5RC$$



Quando a bússola se orienta, diz-se que se alinha segundo o campo magnético terrestre, onde uma das extremidades da agulha aponta sempre para o pólo norte geográfico da terra; daí ser convencionado como pólo norte da bússola e outra extremidade de pólo sul.

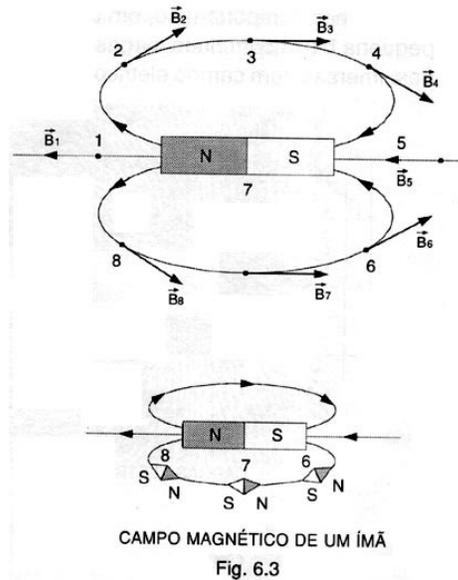
Como a terra é um imã que possui seus pólos como os da agulha, percebeu-se que o pólo norte geográfico da terra é na realidade o pólo sul magnético da terra e o pólo sul geográfico é o pólo norte magnético, conforme a figura 6.2.



Campo magnético

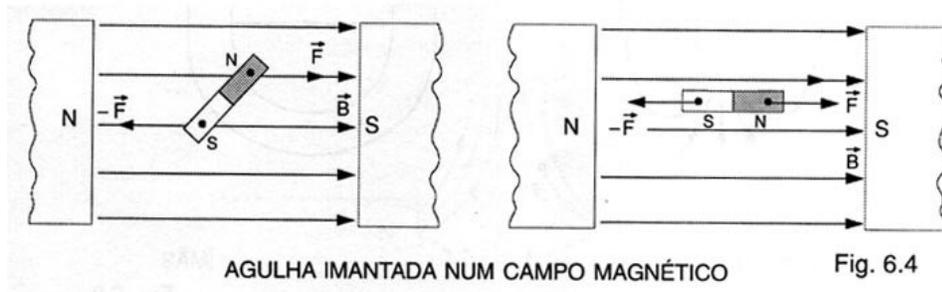
É a região do espaço onde se observam os efeitos magnéticos. Em outras palavras, em toda região na qual uma agulha imantada está sob a ação de uma força que tende a orientá-la existe um campo magnético.

De um modo geral, a ação de um campo varia de ponto para ponto. Com o objetivo de medir a ação de um ímã, associa-se a cada ponto do campo uma grandeza vetorial denominada vetor indução, indicada por \vec{B} . O sentido e a direção do vetor indução magnética \vec{B} num ponto P do campo magnético pode ser determinado por uma agulha colocada num ponto P conforme figura 6.3.



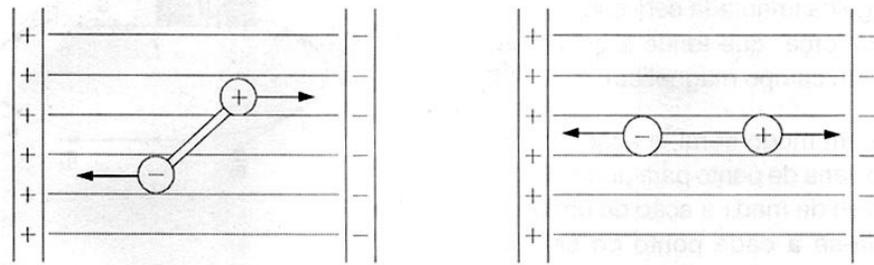
A direção de \vec{B} é aquela em que se orienta a agulha, ou seja, em cada ponto da linha de indução o vetor \vec{B} tem direção da reta tangente à linha. O sentido de \vec{B} é aquele para onde o pólo norte da agulha aponta. A intensidade do vetor de indução depende, geralmente, da posição do ponto considerado.

Quando uma agulha imantada estiver em um campo magnético, após atingir o seu equilíbrio (alinhamento) a força resultante sobre ela será nula. A agulha não se desloca, como ocorreria com uma carga elétrica em um campo elétrico, simplesmente se orienta, conforme a figura 6.4.



Os ímãs comportam-se, em um campo magnético, da mesma maneira que uma pequena barra com duas cargas elétricas iguais de sinais contrários nas

extremidades, imersas num campo elétrico uniforme, conforme a figura 6.5.

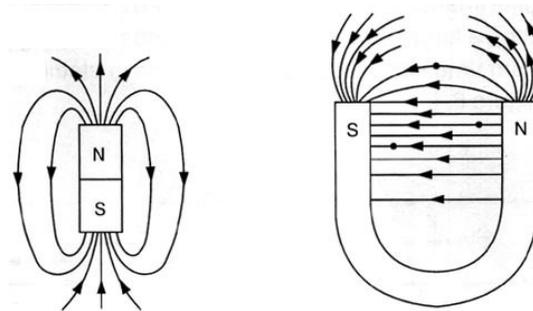


CARGAS ELÉTRICAS IGUAIS IMERSAS NO CAMPO ELÉTRICO

Fig. 6.5

Os ímãs tendem a se alinhar no sentido norte-sul devido a uma lei fundamental do magnetismo. Esta Lei diz que pólos iguais se repelem, enquanto pólos contrários se atraem.

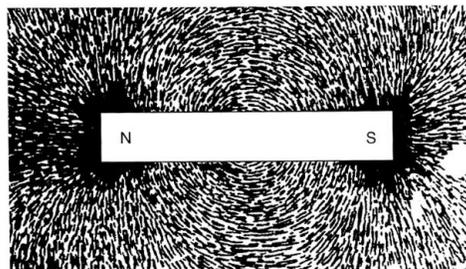
O campo magnético é formado por linhas de indução que circundam o ímã, conforme a figura 6.6.



LINHAS DE INDUÇÃO DO CAMPO MAGNÉTICO DE DOIS ÍMÃS

Fig. 6.6

Embora estas linhas sejam invisíveis, seus efeitos podem ser demonstrados de diferentes formas. Uma das mais comuns é espalhar limalhas de ferro sobre uma folha de papelão (vidro, acrílico, etc) sobre um ímã. As partículas do ferro se alinham de modo que o efeito das linhas de indução fica claramente visível. A configuração formada chama-se espectro magnético o pode ser observada na figura 6.7.

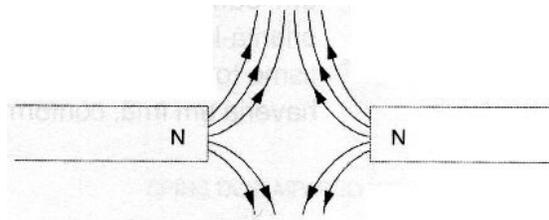


ESPECTRO MAGNÉTICO

Fig. 6.7

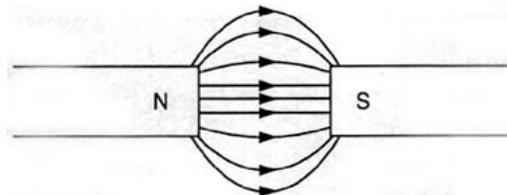
Existem algumas regras básicas e características das linhas de indução que constituem o campo magnético:

- as linhas de indução têm sentido. O sentido das linhas de indução fora do ímã, por convenção, vai do pólo norte para o pólo sul, que pode ser observado na figura 6.6;
- as linhas de indução sempre formam círculos completos, ou são retas conforme a figura 6.6;
- as linhas de indução não se cruzam. Esta é a razão pela qual pólos iguais se repelem. Linhas que têm a mesma polaridade nunca podem conectar-se ou cruzar-se. Quando dois pólos iguais se entrelaçam, as linhas se rejeitam e os ímãs tendem a se afastar, conforme a figura 6.8.



POLOS IGUAIS SE REPELEM Fig. 6.8

- as linhas de indução tendem a formar os menores círculos possíveis. Esta expressão explica por que os pólos opostos se atraem, conforme a figura 6.9.



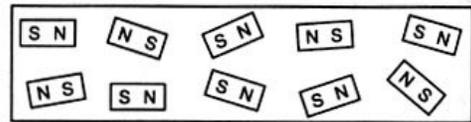
POLOS DIFERENTES SE ATRAEM Fig. 6.9

O ímã possui a propriedade de inseparabilidade dos pólos. Isto significa que mesmo que se quebre um ímã em vários pedaços, o menor deles terá a propriedade magnética. Jamais se conseguirá obter um ímã com apenas um pólo norte ou somente um pólo sul.

Os pólos de um ímã são inseparáveis, porque as linhas de indução são fechadas; portanto, para cada pedaço, o ponto de saída das linhas de indução será norte e ponto de entrada será sul.

Teoria de Weber-Erwing ou teoria dos ímãs elementares

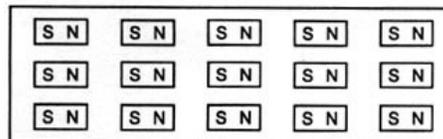
Certas substâncias são constituídas de ímãs moleculares chamados ímãs elementares, cujos efeitos magnéticos não podem ser observados macroscopicamente, pois estes estão dispostos de tal forma que seus efeitos se anulam mutuamente, conforme a figura 6.10.



IMÃS ELEMENTARES DESORIENTADOS

Fig. 6.10

Em condições normais, os ímãs elementares estão desordenados, mas através de um campo magnético externo pode-se orientá-los numa mesma direção e o magnetismo total será a soma das ações e assim haveria um ímã, conforme a figura 6.11.



IMÃS ELEMENTARES ORIENTADOS

Fig. 6.11

Teoria dos domínios magnéticos

A propriedade magnética da matéria é de origem elétrica, resultado dos movimentos de elétrons em torno do núcleo. Como o elétron é uma partícula carregada, pode-se concluir que o magnetismo é propriedade de uma carga elétrica em movimento.

Para o entendimento do magnetismo é preciso conhecer dois tipos de movimentos;

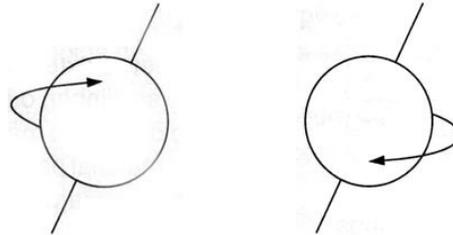
- o primeiro movimento - um elétron girando em torno do núcleo de um átomo, confere uma propriedade magnética à estrutura atômica;
- o segundo movimento - o spin, que é o movimento do elétron em torno de seu próprio eixo.

O elétron pode girar em torno do seu eixo em dois sentidos. Um destes movimentos é denominado spin positivo e o movimento em sentido oposto é chamado spin negativo.

Assim, os efeitos magnéticos nos materiais têm origem nos movimentos orbitais dos elétrons em torno do núcleo e o spin de cada elétron, o que resulta no momento magnético do átomo, os átomos atuam como pequenos ímãs, chamados dipolos magnéticos.

O spin é o que mais contribui para magnetismo do átomo.

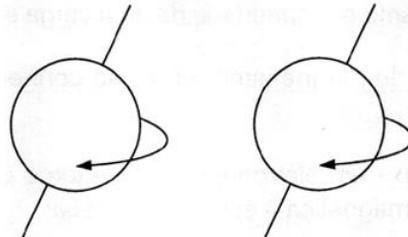
Para que o átomo apresente propriedades magnéticas (dipolo magnético), é necessário que seus subníveis energéticos estejam incompletos, ou seja, que haja spins desemparelhados (girando em sentidos contrários) de acordo com a figura 6.12.



SPINS DESEMPARELHADOS

Fig. 6.12

Quando, num material, uma quantidade de elétrons gira em um sentido (spin positivo) e uma mesma quantidade gira em sentido oposto (spin negativo), os efeitos magnéticos tendem a se anular. A maioria das substâncias se comporta assim. A figura 6.13 mostra os elétrons emparelhados de uma substância.

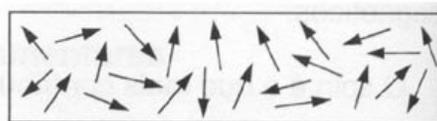


SPINS EMPARELHADOS

Fig. 6.13

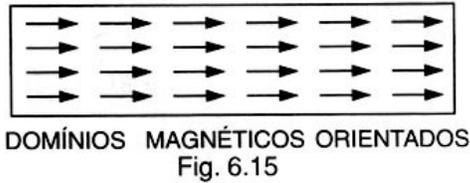
Os materiais que têm átomos com spins emparelhados podem ainda assim, não apresentar propriedades magnéticas, pois os dipolos magnéticos tendem a se agruparem em certas regiões onde estão alinhados num mesmo sentido. Essas regiões recebem o nome de domínios magnéticos.

Em outras palavras, domínios magnéticos nada mais são que grupos de átomos que têm spins não emparelhados, que se tornam minúsculos ímãs permanentes. Devido à orientação aleatória dos domínios magnéticos, o magnetismo resultante de um material pode ser nulo, como mostra a figura 6.14.



DOMÍNIOS MAGNÉTICOS DESORIENTADOS – Fig. 6.14

Submetendo-se este material a um campo magnético externo, os domínios magnéticos vão se alinhar, orientando-se no mesmo sentido do campo magnético externo. Desta forma o material passa a apresentar seu próprio campo magnético, de acordo com a figura 6.15.



Ímã

É todo material que apresenta a propriedade do magnetismo. Pode ser natural ou artificial.

O ímã natural, encontrado na natureza em forma de rochas, é denominado magnetita.

O ímã artificial é feito a partir de materiais ferromagnéticos, cuja definição será dada na próxima seção por meio de processos de imantação e têm geralmente propriedades magnéticas mais intensas que os ímãs naturais. Os ímãs artificiais podem ser:

- permanentes - são aqueles que, depois de imantados, continuam com os ímãs elementares orientados, mesmo que não estejam mais sujeitos à ação de um campo magnético externo;
- temporários - são aqueles que deixam de funcionar como ímãs quando não estão sob a ação de uma força magnetizante.

Características e fenômenos magnéticos observados nos ímãs

As limalhas de ferro espalhadas próximas a um ímã são atraídas em maior quantidade nas suas extremidades, e quase nada na região central. As extremidades são denominadas pólos, e a região central, zona neutra.

Ao suspender um ímã pelo seu centro de gravidade, permitindo que gire livremente, observa-se que ele sempre se orienta na direção norte-sul geográfico. A extremidade voltada para o pólo norte geográfico é denominada pólo norte do ímã, e a outra extremidade, pólo sul do ímã.

Por convenção, um ímã tem seu pólo norte pintado de vermelho e o pólo sul pintado de verde ou azul. Os pólos de mesmo nome se repelem e os opostos se atraem.

Um ímã pode ser dividido em várias partes que, mesmo assim, a menor parte terá a denominação de ímã, com seu pólo norte e pólo sul. A menor parte que o ímã pode ser dividido é o dipolo magnético.

A magnetização é o processo através do qual uma substância ferromagnética passa a apresentar, de forma global, propriedades magnéticas. A magnetização nada mais é do que a orientação dos domínios magnéticos.

Classificação das substâncias magnéticas

A classificação das substâncias pode ser feita com o auxílio do diagrama de Linus Pauling, no qual se observam os spins emparelhados ou desemparelhados. Daí as substâncias podem ser classificadas em:

- substâncias ferromagnéticas;
- substâncias paramagnéticas;
- substâncias diamagnéticas.

Substâncias ferromagnéticas - são aquelas cujos ímãs elementares se orientam facilmente, quando submetidos à ação de um campo magnético externo, sendo assim fortemente imantadas. Como exemplo tem-se níquel, cobalto, ferro, algumas ligas metálicas, dentre outras.

Substâncias paramagnéticas - são substâncias nas quais apenas uma pequena parcela dos ímãs elementares se orienta quando submetida a um campo magnético externo. Devido a isto, são fracamente imantadas, como por exemplo alumínio, manganês, platina, ar, plástico, óleo.

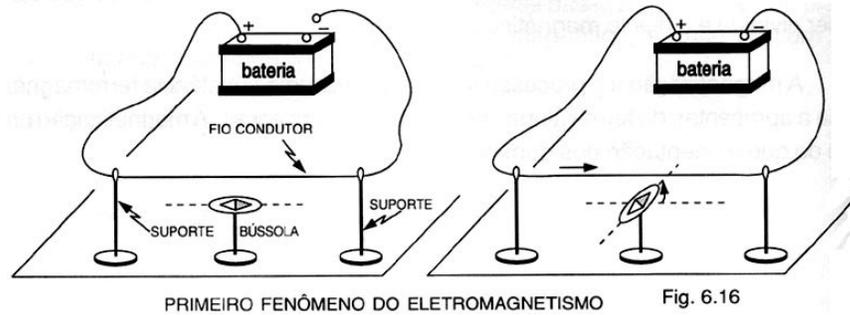
Substâncias diamagnéticas - são aquelas cujos domínios magnéticos se orientam no sentido contrário ao do campo magnético externo. Exemplo: bismuto, cobre, ouro, prata, chumbo.

Eletromagnetismo

É o estudo da inter-relação da eletricidade e do magnetismo. Sempre que houver eletricidade haverá magnetismo presente.

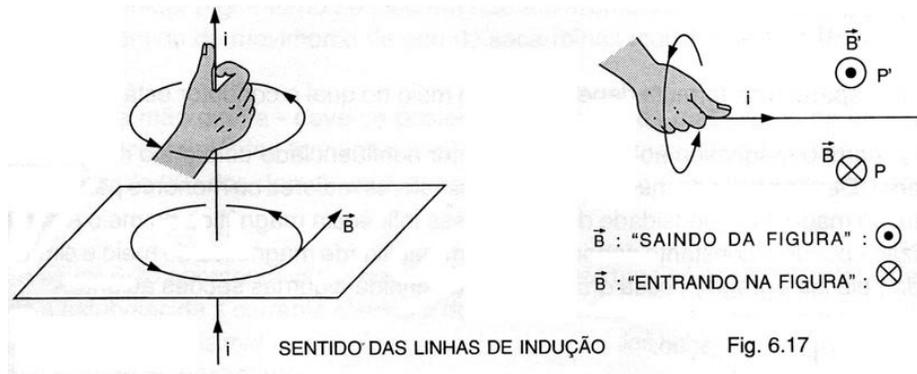
Em 1820, o físico dinamarquês Hans Christian Oersted, responsável pelo início do estudo do eletromagnetismo, verificou que, ao ser estabelecida uma corrente elétrica num condutor, estando este sobre uma bússola, o ponteiro se deslocava. Sabia que o ponteiro da bússola era um ímã e que este só se deslocava na presença de um campo magnético. Assim enunciou a primeira lei do eletromagnetismo:

“Em torno de um condutor retilíneo conduzindo corrente elétrica sempre haverá um campo magnético.” (Fig. 6.16)

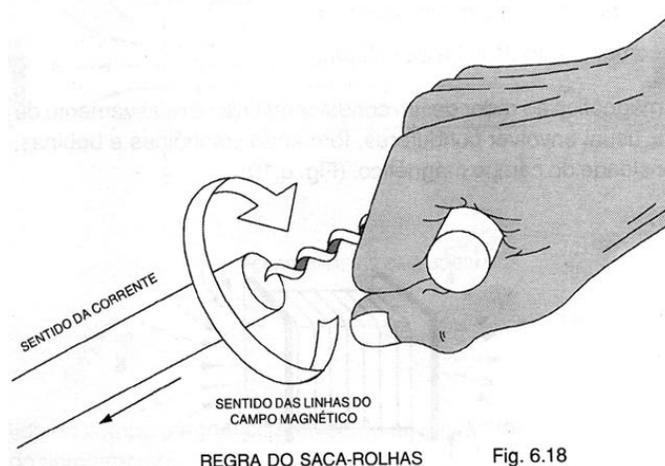


O sentido das linhas de indução desse campo magnético pode ser determinado pela aplicação da regra da mão direita ou regra do saca-rolhas da seguinte forma:

- regra da mão direita - segurar o condutor envolvendo-o com os dedos e mantendo o polegar no sentido da corrente convencional. Os dedos que envolvem o condutor determinam o sentido da corrente, conforme a figura 6.17;



- regra do saca-rolhas - o sentido das linhas de indução será determinado pelo sentido de rotação de um saca-rolhas, que penetra no condutor no sentido da corrente e (convencional) conforme a figura 6.18.



Essas linhas de indução são circulares e concêntricas; seu centro comum é o próprio condutor retilíneo.

A intensidade do campo magnético, gerado pela corrente elétrica em um ponto qualquer, é proporcional à intensidade da corrente i e inversamente proporcional à distância d , que vai do ponto considerado ao condutor, ou seja:

$$B = k \frac{i}{d}$$

k - aparece na fórmula dependendo do meio no qual o condutor está imerso.

O campo magnético ao redor do condutor é influenciado pelo meio no qual está imerso. Dependendo do meio, pode-se obter valores maiores ou menores para o vetor indução magnética (densidade de fluxo). Essa influência magnética do meio é caracterizada por uma constante denominada permeabilidade magnética do meio e simbolizada pela letra grega μ essa grandeza será definida algumas seções adiante.

Então para a equação:

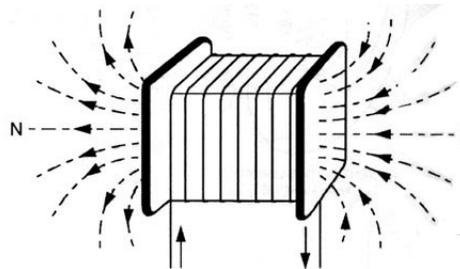
$$B = k \frac{i}{d}$$

Tem-se: $k = \mu$ e $d = 2\pi R$

Onde

μ - a permeabilidade magnética do meio
 $2\pi R$ - é o comprimento da linha de indução

O campo magnético ao redor de um condutor retilíneo é relativamente de pequena intensidade. É usual envolver condutores, formando solenóides e bobinas, para aumentar a intensidade do campo magnético. (Fig. 6.19)



BOBINA Fig. 6.19

O campo magnético formado por um solenóide e/ou bobina é a soma vetorial dos campos formados por suas espiras.

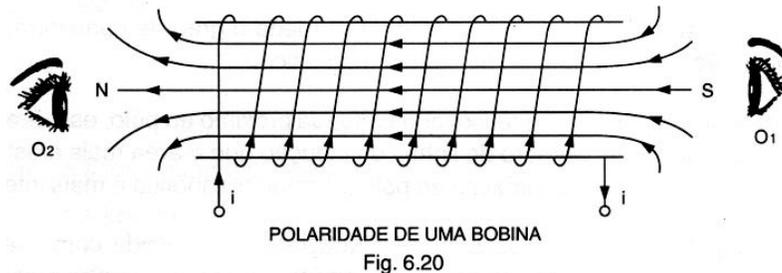
Para determinar o sentido das linhas de indução de um solenóide ou bobina, usa-se também a regra do saca-rolhas ou a regra da mão direita:

- regra do saca-rolhas - deve-se colocar o saca-rolhas no sentido longitudinal do eixo do solenóide, e girá-lo no sentido em que a corrente elétrica percorre as suas espiras. O sentido do movimento de giro do saca-rolhas indica o sentido do campo magnético.

- regra da mão direita - deve-se posicionar os dedos da mão direita na direção em que a corrente elétrica (convencional) circula pela bobina. O dedo polegar, que está deslocado 90° dos demais dedos, aponta para o pólo norte, e o lado oposto o pólo sul.

A figura 6.20 apresenta várias espiras enroladas em uma só camada (solenóide), onde é estabelecida a corrente elétrica e definido o sentido do enrolamento, Pode-se aplicar, além dos dois métodos para determinar o sentido das linhas do campo magnético, o método do observador:

- se a corrente “for vista” no sentido horário, trata-se do pólo sul, e no anti-horário, pólo norte



O sentido do campo magnético é invertido ao se inverter o sentido da corrente ou o sentido do enrolamento.

Grandezas magnéticas fundamentais

Fluxo magnético - Φ

O fluxo magnético é a quantidade de linhas de indução usadas na representação de um campo magnético numa determinada área que essas linhas atravessam.

A unidade do fluxo magnético no sistema internacional de medida é o weber (Wb). Um weber (Wb) é uma unidade bastante grande o representa uma quantidade de 10^8 linhas de indução. No sistema CGS o fluxo magnético tem como unidade uma linha de indução ou um maxwell (Mx) e as relações que existem entre estas unidades são:

$$1 \text{ Wb} = 10^8 \text{ Mx} = 10^8 \text{ linhas de indução}$$

Quando um condutor é submetido a um campo magnético, que varia do seu valor máximo a zero no tempo de um segundo, provocando o aparecimento de uma fem induzida de 1 volt, diz-se que este campo produz um fluxo máximo de 1 weber.

Indução magnética ou densidade de fluxo - B

Indução magnética é uma grandeza vetorial que caracteriza o campo magnético ponto a ponto em módulo, sentido e direção. Seu sentido e direção são os mesmos das linhas de indução e o seu módulo é a razão entre o fluxo que passa numa seção, colocada perpendicularmente as linhas de indução, e a área desta seção.

A densidade de fluxo ou a indução magnética mede o grau de concentração de linhas de indução num dado ponto do campo magnético.

Se a densidade de fluxo magnético for observada próximo ao pólo, esta área será atravessada por um maior número de linhas de indução que a área mais afastada, o que significa que na área mais próxima ao pólo o campo magnético é mais intenso.

Em outras palavras, a densidade de fluxo magnético é definida como sendo o número de linhas de indução que atravessam uma área unitária de campo magnético, ou seja:

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

Onde

B - é a densidade de fluxo

Φ - é o fluxo magnético

S - é a área

A unidade da densidade de fluxo no sistema internacional de medidas pode ser deduzida da seguinte forma:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1\text{Wb}}{1\text{m}^2} = \text{tesla}$$

No sistema CGS a unidade de densidade de fluxo é o maxwell por centímetro quadrado, ou um gauss, tendo a seguinte relação:

$$1 \text{ tesla} = 10^4 \text{ gauss}$$

A densidade de fluxo é de fundamental importância para o entendimento dos fenômenos magnéticos. Sem o conhecimento do valor deste vetor seria praticamente impossível conhecer outras grandezas magnéticas.

A densidade de fluxo criada por um ímã ou eletroímã depende, basicamente, de duas grandezas magnéticas que serão definidas a seguir:

- a intensidade do campo magnético (H);
- a permeabilidade magnética (μ).

Força magnetomotriz - fmm

A força magnetomotriz é definida como o agente responsável pelo surgimento de um campo magnético. Como, em eletromagnetismo, o agente responsável é a corrente elétrica, tem-se:

$$fmm = i$$

Onde

fmm - é a força magnetomotriz
i - é a corrente elétrica

Para aumentar o campo magnético, por meio do eletromagnetismo enrolase o condutor em forma de bobina, Os efeitos dos campos magnéticos tornam-se N vezes mais fortes, de acordo com o número N de voltas ou espiras, então:

$$fmm = N i$$

Onde

N - é o número de espiras da bobina
i - é a corrente elétrica na bobina

A unidade é o ampère-espiras e o seu símbolo é o Ae.

Intensidade de campo magnético - H

A intensidade do campo magnético num ponto qualquer próximo do condutor percorrido por uma corrente elétrica é diretamente proporcional a intensidade da corrente que produz o campo magnético, e inversamente proporcional ao comprimento do circuito magnético, ou seja:

$$H = \frac{i}{\ell} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{i}{2\pi R}$$

Onde

H - é a intensidade do campo magnético
i - e a intensidade da corrente elétrica

ℓ - é o comprimento do condutor

Como i é a força magnetomotriz e considerando uma bobina de N espiras, tem-se:

$$H = \frac{F}{\ell} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{N \cdot i}{\ell}$$

Para cada espira, tem-se.

$$\ell = 2\pi R \quad \text{então:}$$

$$H = \frac{Ni}{2\pi R}$$

Permeabilidade magnética - μ

A permeabilidade magnética exprime a facilidade que um meio, de área e comprimento unitários, oferece ao estabelecimento de um campo magnético. Pode também ser compreendida como a grandeza que caracteriza a qualidade magnética de um material, ou simplesmente a facilidade com que o material magnetiza-se.

A permeabilidade magnética de um material é comparada com a permeabilidade do vácuo obtendo-se então a permeabilidade magnética relativa – μ_r , que mostra quantas vezes é mais fácil o estabelecimento do campo magnético em outro meio qualquer, ou seja:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Onde

μ_r - é a permeabilidade relativa do material

μ_0 - é a permeabilidade do vácuo ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$)

μ - é a permeabilidade de um meio qualquer

A permeabilidade magnética de um material relaciona a densidade de fluxo magnético e a intensidade do campo magnético da seguinte forma:

$$\mu = \frac{B}{H}$$

Sua unidade pode ser obtida por:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{T}{Ae/m} = \frac{T \cdot m}{Ae}$$

Permeância - P

A permeância é a facilidade que um meio oferece ao estabelecimento de um campo magnético. É diretamente proporcional à permeabilidade magnética (μ) e a área (S), e inversamente proporcional ao comprimento do material em que está sendo criado o campo (ℓ), ou seja:

$$P = \frac{\mu \cdot S}{\ell}$$

Onde

P - é a permeância

μ - é a permeabilidade magnética do meio

S - é a área do circuito magnético

ℓ - é o comprimento do circuito magnético

Sua unidade é o weber/ampère.espira (wb/Ae)

Relutância - R

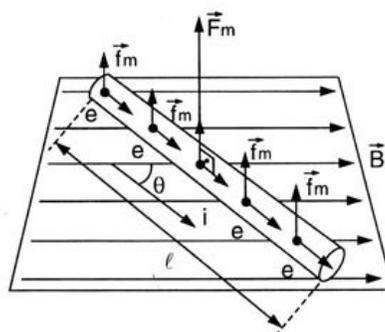
A relutância corresponde à dificuldade oferecida pelo meio ao estabelecimento de um campo magnético, ou seja, é o inverso da permeância:

$$R = \frac{1}{P} = \frac{\ell}{\mu \cdot S}$$

A unidade da relutância é o ampère-espira/weber (Ae/wb)

Força eletromagnética - segundo fenômeno do eletromagnetismo - F_m

Um condutor de comprimento ℓ percorrido por uma corrente elétrica i , colocado perpendicularmente a um campo magnético uniforme B , terá em cada uma das cargas que constituem a corrente elétrica uma força magnética F_m . A força magnética resultante \vec{F}_m será a soma das forças magnéticas que agem sobre todas as cargas elétricas elementares contidas no comprimento ℓ , conforme a figura 6.21.



FORÇA ELETROMAGNÉTICA

Fig. 6.21

Em outras palavras, o fenômeno do eletromagnetismo que explica a força eletromagnética pode ser descrito da seguinte forma:

- um condutor percorrido por uma corrente elétrica, imerso num campo magnético, vai estar sujeito a uma força eletromagnética;
- a força eletromagnética surge da interação entre o campo magnético externo e campo magnético criado ao redor do condutor, conduzindo a corrente elétrica;
- a intensidade e o sentido da força magnética podem ser definidos da seguinte forma:

a) intensidade:

b)

$$\vec{F}_m = \vec{B} \cdot i \cdot \ell \cdot \sin \theta$$

Onde

\vec{F}_m - é a força eletromagnética sobre o condutor

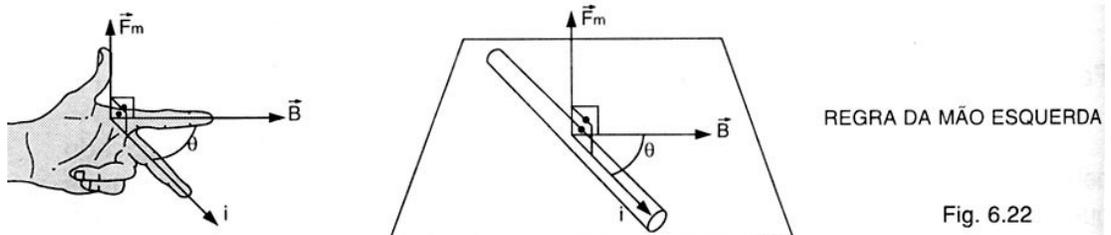
\vec{B} - é a densidade de fluxo, ou vetor indução magnética

i - é a intensidade da corrente elétrica que passa pelo condutor

ℓ - é o comprimento ativo do material

θ - é o ângulo formado entre o condutor retilíneo e a direção das linhas de indução

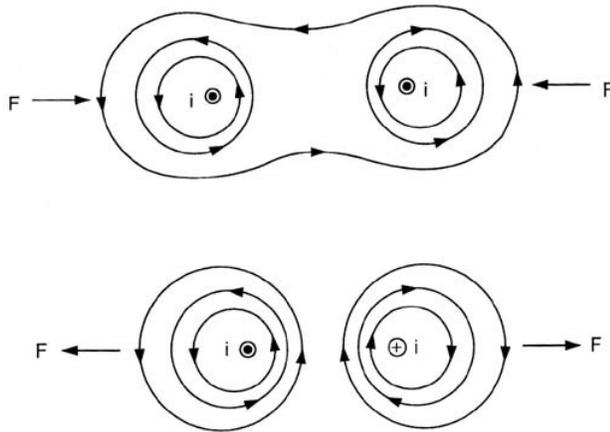
b) o sentido da força magnética pode ser determinado pela regra da mão esquerda onde os dedos indicador, médio e polegar devem estar perpendiculares entre si, indicando: sentido do campo magnético, sentido da corrente (convencional) e o sentido da força magnética respectivamente. A regra da mão esquerda é também chamada regra de Fleming para motores, que pode ser demonstrada conforme a figura 6.22.



É importante lembrar que o sentido da corrente analisada em eletromagnetismo é, normalmente, o sentido convencional da corrente.

Esta força eletromagnética pode dar origem a uma força mecânica e é a responsável pelo princípio de funcionamento dos motores elétricos e de alguns instrumentos de medida.

Se dois condutores, conduzindo corrente elétrica, forem colocados próximos um do outro, haverá uma interação entre os campos magnéticos formados por eles, de tal forma que, quando as correntes forem de mesmo sentido, haverá uma força de atração, e quando as correntes tiverem sentidos contrários, aparecerá uma força de repulsão. (Fig. 6.23)



INTERAÇÃO ENTRE CAMPOS MAGNÉTICOS DE CONDUTORES

Fig. 6.23

Força eletromotriz induzida

O fenômeno da força eletromotriz induzida é conhecido como o terceiro fenômeno do eletromagnetismo, que pode ser enunciado da seguinte forma:

“Se um condutor estiver imerso num campo magnético, desde que haja movimento relativo entre eles, surgirá uma ddp entre suas extremidades.”

O movimento relativo pode ser:

- movimento do condutor em relação ao campo magnético ou vice-versa;
- submeter o condutor a um campo magnético variável.

A diferença de potencial surge quando o condutor é “cortado” pelas linhas de indução, fazendo com que haja variação de fluxo magnético nele. Esta ddp é conhecida como força eletromotriz induzida ou simplesmente fem induzida, e o fenômeno é denominado de indução eletromagnética.

O fenômeno da indução eletromagnética foi descoberto por Michael Faraday no ano de 1831.

Os estudos e as experiências realizadas por Faraday revelaram que a força eletromotriz induzida surge sempre quando ocorre variação de fluxo magnético no condutor ou circuito. E quanto mais rápida for esta variação, maior será a fem induzida. Daí surgiu a Lei de Faraday da indução eletromagnética, que

é escrita da seguinte forma:

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Nesta expressão, $\Delta\Phi$ é a variação de fluxo magnético que ocorre no intervalo de tempo Δt e E a fem induzida.

Esta lei descreve a indução eletromagnética de uma forma geral. Uma variação do fluxo magnético num condutor necessária para que ocorra a indução.

Intensidade e sentido da fem induzida

A fem induzida em um condutor retilíneo que se movimenta em um campo magnético uniforme pode ser calculada pela expressão:

$$E = B \ell v \sin \theta$$

Onde

E - é a fem induzida

B - é a densidade de fluxo

v - é a velocidade do movimento

ℓ - é a comprimento ativo do condutor

θ - é o ângulo formado entre o condutor e o sentido das linhas de indução

O sentido da fem induzida pode ser determinado pela regra da mão direita, também chamada de regra de Fleming, para o sentido convencional da corrente elétrica. Colocando-se os dedos indicador, médio e polegar perpendiculares entre si, eles indicarão o sentido do campo magnético, o sentido da corrente induzida (devido a fem induzida) e o sentido do movimento respectivamente, conforme afigura 6.24.

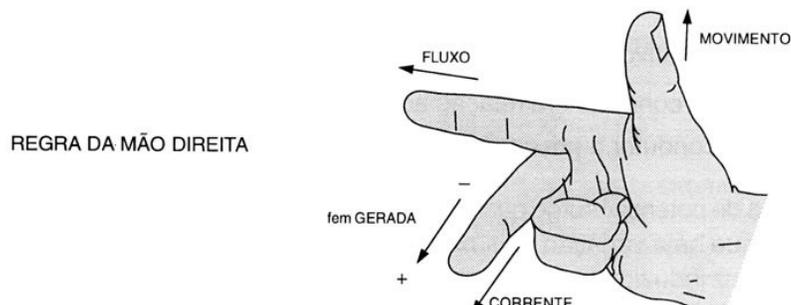


Fig. 6.24

A palavra indução tem o significado semelhante a influência, interação ou ação à distância. Sempre que a fem é gerada por ação de um campo magnético ela será chamada de fem induzida; a corrente produzida por esta tensão é

denominada corrente induzida, O campo magnético que deu origem a estes fenômenos é chamado campo indutor, que é a causa; e o campo magnético criado pela corrente induzida é chamado campo induzido que é o efeito. Os geradores de corrente contínua, os geradores do corrente alternada e os transformadores são aplicações do terceiro fenômeno do eletromagnetismo.

Lei de Lenz

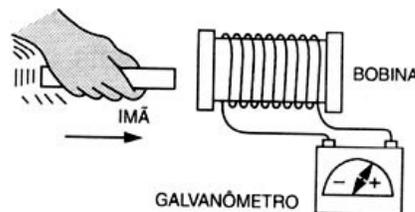
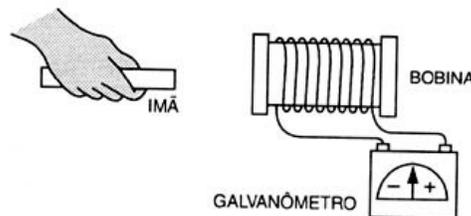
O físico russo Heinrich Lenz publicou, em 1834, um trabalho que veio complementar a Lei de Faraday. A Lei de Lenz, como passou a ser conhecida, estabeleceu de forma universal o sentido da fem induzida.

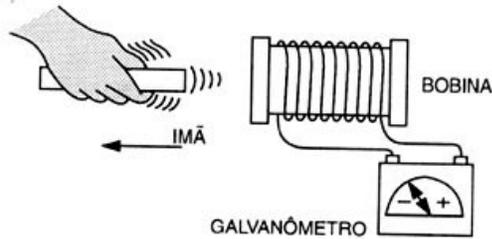
Conforme o Princípio de Conservação de Energia, a energia não pode ser criada, nem destruída, mas apenas transformada em uma outra forma de energia. Baseado nesta afirmativa, quando um fluxo varia dentro de um campo elétrico, gera-se fem e corrente induzida, o que significa a presença de energia elétrica, conforme a figura 6.25.

O fluxo criado pela corrente induzida deve então tentar impedir a variação do fluxo indutor, que é a causa da fem induzida. Assim sendo, para manter a geração de energia elétrica, torna-se necessário o consumo de outra forma de energia para vencer esta oposição. Este fenômeno é conhecido como a Lei do Lenz e pode ser enunciado da seguinte forma:

“Uma variação de fluxo gera uma tem induzida num condutor com o qual se concatena, cujo sentido é tal que a corrente induzida cria um fluxo que tende a anular a variação do fluxo indutor.”

Em outras palavras, pode-se dizer que a fem induzida é tal que se opõe, pelos seus efeitos, à causa que a originou.





INDUÇÃO MAGNÉTICA

Fig. 6.25

Consequentemente, o fenômeno da indução magnética deve ser expresso, matematicamente, pelo sinal (-) na equação de Faraday.

$$E = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Caso o condutor seja enrolado sob a forma de uma bobina de N espiras, tem-se:

$$E = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Indutância - L

Indutância é a propriedade que tem um corpo de fazer aparecer em si mesmo ou em outro condutor uma fem induzida.

Como já foi estudado anteriormente, para que seja criada uma fem induzida num condutor é necessário que o mesmo seja submetido a uma variação de fluxo magnético. Consequentemente, a indutância de um material é uma propriedade que só se manifesta quando a corrente que passa pelo condutor varia de intensidade, o que produz um campo magnético variável, ao qual está submetido o condutor.

A fem induzida é proporcional à variação do fluxo, que, por sua vez, é proporcional a variação da corrente. Matematicamente, pode-se verificar que:

$$E \propto \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{e} \quad E \propto \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Para exprimir esta proporção em uma equação matemática, basta multiplicá-la por uma constante, ou seja:

$$E = -L \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad E = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Onde

E - é a tensão induzida

L - é a indutância ou coeficiente de auto indução

$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ - taxa de variação de fluxo

$\frac{\Delta i}{\Delta t}$ - taxa de variação de corrente

A unidade de medida da indutância é o henry (H), sendo mais usados os seus submúltiplos mH e μ H.

Um indutor possui a indutância de 1 henry se a fem de auto-indução for de 1 volt quando a corrente varia de 1 ampère em 1 segundo.

Auto-indução

Sempre que houver variações de fluxo magnético num condutor surgirá nos terminais deste, uma fem induzida.

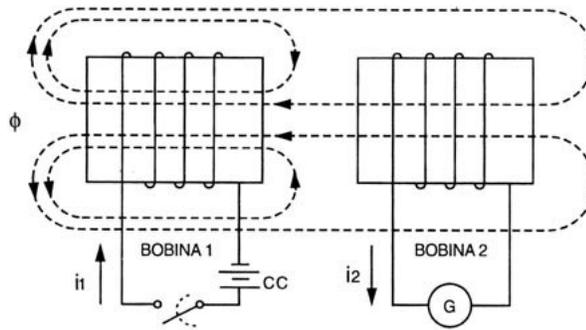
Quando o condutor induz em si mesmo uma força eletromotriz induzida, chama-se o fenômeno de auto-indução e diz-se que o condutor apresenta auto-indutância. A força eletromotriz induzida neste caso é conhecida também como torça eletromotriz de auto-indução.

O fenômeno da auto-indução é pequeno em circuitos com condutores retilíneos, mas aumenta consideravelmente quando o condutor é uma bobina.

Indução mútua - M

Normalmente, quando duas bobinas estão próximas, de forma que o fluxo produzido por uma atravesse o espaço da outra, são consideradas como estando mutuamente acopladas.

Cada uma das bobinas possui uma auto-indutância, pois elas podem produzir uma tensão induzida em seu próprio enrolamento como resultado da variação de seu próprio fluxo magnético produzido. Existindo um acoplamento magnético mútuo, a tensão induzida em uma bobina é também induzida na segunda bobina como resultado da variação do fluxo produzido. (Fig. 6.26)



BOBINAS MUTUAMENTE ACOPLADAS Fig. 6.26

Quando a chave é fechada, surge uma corrente na bobina 1 limitada apenas pela resistência dos condutores da bobina. Houve, então, uma variação de fluxo que era zero e chegou ao máximo. Este fluxo que enlaça as bobinas 2 e 1, pelas leis de Faraday e Lenz, induz na bobina 2 uma fem dada por:

$$E_2 = -M_{12} \frac{di_1}{dt}$$

Onde

E_2 - é a tensão induzida na bobina 2

M_{12} - é a indutância mútua da bobina 1 para a bobina 2

$\frac{di_1}{dt}$ - é a taxa de variação da corrente na bobina 1

Quando a corrente da primeira bobina aumenta, o campo magnético em ambas aumentou. Pela Lei de Lenz, a tensão induzida na bobina 2 é oposta à que foi desenvolvida quando a chave foi inicialmente fechada.

Se a situação das bobinas fosse invertida, ou seja, se a fonte CC e a chave fossem trocadas da bobina 1 com o galvanômetro da bobina 2, a tensão E_1 seria induzida na bobina 1 como resultado da corrente na bobina 2. Assim, a fem₁ seria:

$$E_1 = -M_{21} \frac{di_2}{dt}$$

A indutância mútua da bobina 2 para a bobina 1 é M_{21} . Então pode-se concluir que:

$$M = M_{12} = M_{21}$$

Num circuito acoplado, a bobina na qual a energia elétrica é aplicada é denominado enrolamento primário, e a bobina na qual é induzida uma fem através do acoplamento mútuo é o enrolamento secundário. Nem todo o fluxo primário pode envolver o enrolamento secundário. então, pode-se definir o coeficiente de acoplamento k da seguinte forma:

$$k = \frac{\Phi_m}{\Phi_p}$$

Onde

k - é o coeficiente de acoplamento

Φ_m - é o fluxo mútuo que enlaça ambos os enrolamentos

Φ_p - é o fluxo total do primário

Pode-se observar que k nunca é maior que 1. Dependendo de quanto o fluxo de uma bobina enlaça a outra, muito ou pouco, as bobinas são consideradas como fortemente ou fracamente acopladas, respectivamente.

O coeficiente de acoplamento pode ser aumentado de duas formas:

- aproximando as bobinas e alinhando seus eixos;
- introduzindo um núcleo magnético com o objetivo de diminuir a dispersão de fluxo magnético.

A indutância mútua pode ser obtida da seguinte forma:

- Definindo a indutância:

$$E = -N \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

de forma que:

$$L = N \frac{d\Phi}{di}$$

Esta expressão mostra que as indutâncias mútuas são:

$$M_{12} = N_2 k \left(\frac{d\Phi_1}{dt_1} \right) \quad \text{e} \quad M_{21} = N_1 k \left(\frac{d\Phi_2}{dt_2} \right)$$

O produto $M_{12} \cdot M_{21}$ é:

$$M_{12} \cdot M_{21} = M^2 = N_1 \cdot N_2 \cdot k^2 \left(\frac{d\Phi_1}{dt_1} \right) \cdot \left(\frac{d\Phi_2}{dt_2} \right)$$

Como as expressões das auto-indutâncias são:

$$L_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{di_1} \quad L_2 = N_2 \frac{d\Phi_2}{di_2}$$

Substituindo estas expressões na expressão produto M_{12}

$$M^2 = k^2 \cdot L_1 \cdot L_2$$

ou

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

Este é o princípio de funcionamento dos transformadores e o fenômeno é conhecido como indução mútua ou indutância mútua.

Indutores

Indutância é uma propriedade que tende a se opor a qualquer variação da corrente em um circuito elétrico.

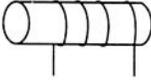
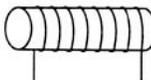
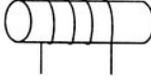
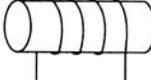
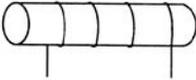
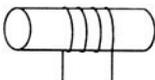
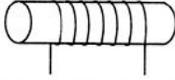
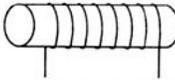
O componente que exibe a propriedade da indutância é chamado indutor. O indutor mais comum é uma bobina feita de fio enrolado.

Enrolando-se o fio em forma de bobina, o indutor se torna menor e mais compacto e, ao mesmo tempo, a indutância aumenta bastante. Mantendo-se as espiras do fio juntas umas das outras, o campo magnético que circunda o fio se tornará mais concentrado.

Quanto maior o campo magnético, maior a tensão induzida e, portanto, maior indutância.

Fatores que afetam a indutância

As características físicas de uma bobina determinam sua indutância, que vai depender: do número de espiras; do espaçamento entre espiras; do diâmetro do fio; do formato da bobina; do número de camadas do enrolamento; do tipo de enrolamento; do diâmetro da bobina; do comprimento da bobina e do tipo de material do núcleo. Alguns destes fatores estão resumidos na figura 6.27.

	INDUTÂNCIA	
	BAIXA	ALTA
NÚMERO DE ESPIRAS		
DIÂMETRO		
COMPRIMENTO E ESPAÇAMENTO DAS ESPIRAS		
MATERIAL DO NÚCLEO	NÚCLEO NÃO MAGNÉTICO 	NÚCLEO MAGNÉTICO 

FATORES QUE INFLUENCIAM NA INDUTÂNCIA

Fig. 6.27

Um fator importante para a indutância é o tipo de material utilizado no núcleo. Muitas bobinas não têm núcleos, sendo conhecidas como indutores com núcleos de ar. Outras são feitas com núcleos que exibem propriedades magnéticas como o ferro, aço e certas ligas que podem concentrar as linhas de indução traduzidas pela bobina e, portanto, aumentam a intensidade do campo magnético. Dessa maneira, aumenta também a tensão induzida e, portanto, a indutância.

O efeito do material do núcleo sobre a indutância da bobina é determinado pela permeabilidade magnética desse material (μ).

É comum usar a expressão matemática, a seguir, como objetivo de calcular o coeficiente de auto-indutância ou simplesmente a indutância de uma bobina.

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{\ell}$$

Onde

- L - é o coeficiente da auto-indutância, ou indutância
- μ - é a permeabilidade do meio em que é criado o campo magnético
- N - é o número de espiras da bobina
- S - é a seção transversal do circuito magnético
- ℓ - é o comprimento do circuito magnético da bobina

Associação de indutores

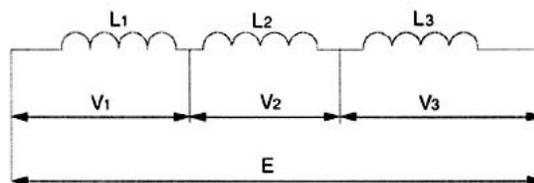
O indutor tem várias aplicações em eletricidade na forma de bobinas usadas em rádios, televisores, equipamentos de som, etc

Da mesma forma que acontece com os resistores e capacitores, não se tem indutores de todos os valores possíveis. Necessita-se associá-los de maneira adequada para se obter os valores desejados.

Numa associação de indutores deve-se prever se haverá, ou não, indutância mútua entre eles, pois alterará o valor da indutância total.

Associação série de indutores sem indutância mútua

Seja uma associação de três indutores conforme a figura 6.28.



ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES

Fig. 6.28

$$L_t = L_1 + L_2 + L_3$$

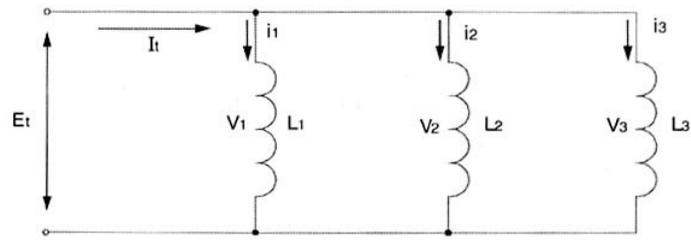
Onde

L_t - é a indutância total da associação
 L_1 , L_2 e L_3 - são as indutâncias parciais

Associação paralela de indutores sem indutância mútua

Da mesma forma que é realizada a associação de resistores é feita a associação de indutores, desde que não haja indutância mútua.

A figura 6.29 apresenta 3 indutores que não possuem a indutância mútua,



ASSOCIAÇÃO PARALELO Fig. 6.29

$$L_t = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}}$$

Se a associação for de apenas dois indutores, sejam quais forem os seus valores, pode-se usar a seguinte fórmula:

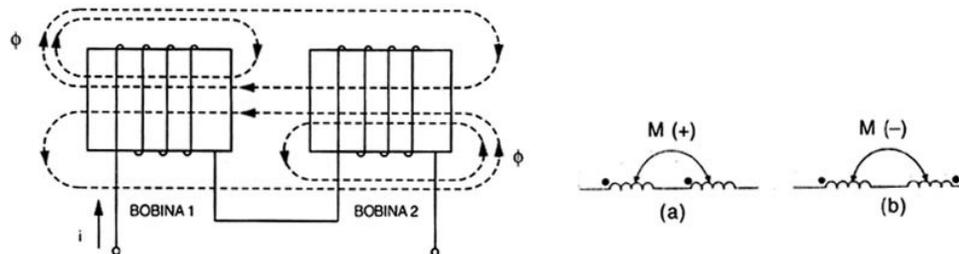
$$L_t = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

Para um número n qualquer de indutores de mesmo valor associados em paralelo, pode-se usar a fórmula a seguir:

$$L_t = \frac{L}{n}$$

Quando mais de dois indutores são associados e entre todos eles houver indutância mútua, o cálculo da indutância se torna complexo. Por isto, o estudo será feito para apenas dois indutores

Ao associar dois indutores, os campos magnéticos podem ter os mesmos sentidos ou sentidos contrários, e a associação é chamada aditiva ou subtrativa, respectivamente. A figura 6.30 apresenta um exemplo de duas bobinas conectadas em série aditiva.



ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES

Fig. 6.30

Como a associação é aditiva, pode-se deduzir que:

$$E_T = E_1 + E_2 + E'_1 + E'_2$$

Onde

E'_1 e E'_2 são as fems induzidas nos indutores 1 e 2 pela indutância mútua. Portanto:

$$L_t = \frac{\Delta i}{\Delta t} = L_1 \frac{\Delta i}{\Delta t} + L_2 \frac{\Delta i}{\Delta t} + M_1 \frac{\Delta i}{\Delta t} + M_2 \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Sabe-se que a variação da corrente é a mesma em todos os indutores e que a indutância mútua tem o mesmo valor nos dois sentidos. Dividindo-se ambos os membros por $\Delta i / \Delta t$, tem-se:

$$L_t = L_1 + L_2 + M_1 + M_2.$$

Como: $M_1 = M_2$, pois dependem apenas de k , L_1 e L_2 conclui-se:

$$L_t = L_1 + L_2 + 2M$$

Se a associação for subtrativa a fórmula será:

$$L_t = L_1 + L_2 - 2M$$

Geralmente, colocam-se as duas fórmulas, numa só:

$$L_t = L_1 + L_2 \pm 2M$$

• **Exemplo**

Calcular a indutância total de uma associação série de dois indutores, $L_1 = 50$ mH e $L_2 = 80$ mH, quando:

- a) não houver indutância mútua;
- b) houver indutância mútua para que a associação seja aditiva e $k = 0,8$
- c) idem a letra b, para associação subtrativa e $k = 0,6$.

Solução

a) Se não existe indutância mútua, só aplicar a fórmula

$$L_t = L_1 + L_2 = 50 + 80 = 130 \text{ mH}$$

b) Calcula-se o valor da indutância mútua M .

$$M = k \sqrt{L_1 \cdot L_2} \Rightarrow M = 0,8 \sqrt{50 \cdot 80} \Rightarrow M = 50,6 \text{ mH}$$

Calcula-se a indutância equivalente

$$L_t = L_1 + L_2 + 2M \Rightarrow L_t = 50 + 80 + 2(50,6) \Rightarrow L_t = 231,2 \text{ mH}$$

c) Realizando as mesmas operações porém utilizando o coeficiente de acoplamento igual 0,6 e calculando a associação subtrativa, tem-se:

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2} \Rightarrow M = 0,6\sqrt{50 \cdot 80} \Rightarrow M = 37,95 \text{ mH}$$

$$L_t = L_1 + L_2 - 2M \Rightarrow L_t = 50 + 80 - 2(37,95) \Rightarrow L_t = 54,1 \text{ mH}$$

Quando duas bobinas mutuamente acopladas são conectadas em paralelo, a indutância total será obtida através da seguinte equação:

$$L_t = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \pm 2M}$$

O sinal negativo do denominador é usado quando as bobinas são aditivas e o sinal positivo, quando as bobinas são subtrativas.

• Exemplo

Um indutor de 10 mH é associado em paralelo com um outro indutor do mesmo valor. Calcule a indutância quando:

- a) quando não houver indutância mútua;
- b) quando houver uma associação aditiva e $k = 0,8$;
- c) quando houver uma associação subtrativa e $k = 0,6$.

Solução

a) Aplicação da fórmula direta:

$$L_t = \frac{L}{2} \Rightarrow L_t = \frac{10}{2} = 5 \text{ mH}$$

b) Calcula-se o valor da indutância mútua e, logo após, o valor da indutância equivalente.

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2} \Rightarrow M = 0,8\sqrt{10 \cdot 10} \Rightarrow M = 8 \text{ mH}$$

$$L_t = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \Rightarrow L_t = \frac{10 \cdot 10 - 8^2}{10 + 10 - 2 \cdot 8} \Rightarrow L_t = \frac{36}{4} \Rightarrow L_t = 9 \text{ mH}$$

e) Idem ao item anterior, porém com o coeficiente de acoplamento igual a 0,6 e para a associação subtrativa.

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2} \Rightarrow M = 0,6\sqrt{10 \cdot 10} \Rightarrow M = 6 \text{ mH}$$

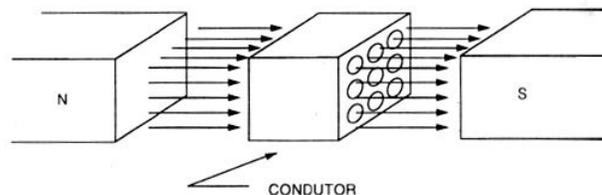
$$L_t = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \Rightarrow L_t = \frac{10 \cdot 10 - 6^2}{10 + 10 - 2 \cdot 6} \Rightarrow L_t = \frac{64}{32} \Rightarrow L_t = 2 \text{ mH}$$

Correntes de Foucault

“Quando houver variação de fluxo magnético num condutor surgirá entre seus terminais uma fem induzida.” (Lei de Faraday)

Quando uma corrente elétrica circula por uma bobina cria-se um campo magnético. Se uma barra de material ferromagnético (núcleo) for inserida nesta bobina, os seus domínios magnéticos irão se orientar de acordo com o fluxo magnético gerado, e as linhas de indução vão circular por este material. Este processo é utilizado para vários fins, como, por exemplo, os eletroímãs e na conversão de energia (máquinas elétricas e transformadores).

Como o material ferromagnético usado nos transformadores e máquinas elétricas é bom condutor de eletricidade (núcleo de ferro), toda vez que houver fluxo variável passando por ele haverá uma tem induzida e, como a resistência é muito baixa, causará a circulação de correntes induzidas muito elevadas chamadas correntes parasitas ou correntes de Foucault, conforme a figura 6.31.



CORRENTES DE FOUCAULT Fig. 6.31

Quando ocorre este fenômeno, há dissipação de considerável quantidade de energia, em forma de calor, causando aquecimento do núcleo.

De acordo com a Lei de Lenz, o campo magnético produzido pelas correntes de Foucault, desmagnetiza o campo indutor e provoca a distribuição desigual do fluxo no núcleo.

Em alguns casos estas correntes parasitas têm aplicação útil, como nos fornos de indução. Mas em transformadores e máquinas elétricas em geral esta corrente é nociva ao funcionamento.

As correntes de Foucault podem ser minimizadas modificando-se a construção do material que constitui o núcleo. Como a resistência de um material é inversamente proporcional à seção transversal, basta então reduzir a seção do núcleo, laminando-o em chapas finas. Após, monta-se o pacote de chapas isoladas de acordo com o formato do núcleo.

A isolação pode ser feita pelo próprio óxido do material, ou, em alguns casos, por uma fina camada de verniz. Não se pode esquecer que a laminação deve estar no sentido do fluxo magnético. Outra forma de aumentar a resistência ôhmica do núcleo e adicionar ao ferro um outro material, o silício, que, por ser um semicondutor, faz com que as correntes parasitas sejam menores.

Magnetização e histerese magnética

O termo histerese vem do grego “hysteresis”, que significa atraso.

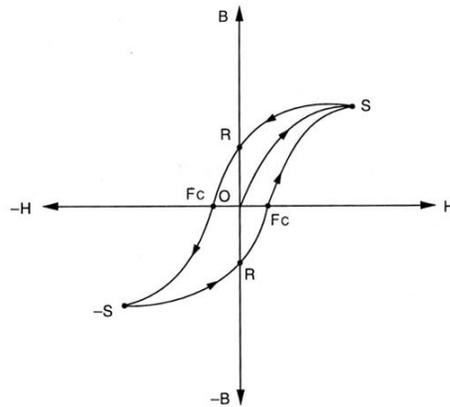
Quando um material ferromagnético está desmagnetizado, seus domínios magnéticos estão dispostos de maneira aleatória. Idealmente é assim que deveria se comportar o material que forma o núcleo das máquinas elétricas.

As máquinas elétricas são constituídas de bobinas e tem em seu interior o núcleo, para auxiliar na conversão eletromagnética. Quando estes enrolamentos são percorridos por uma corrente alternada, verifica-se que o fluxo magnético produzido tem o mesmo comportamento, ou seja, variável no tempo. E exatamente este fluxo que irá direcionar os domínios magnéticos do material que forma o núcleo.

O direcionamento dos domínios magnéticos consiste no processo de magnetização de um material ferromagnético, que será analisado a partir de um núcleo colocado no interior de uma bobina ligada a uma fonte, que permite variar o valor da corrente e inverter o seu sentido (simulando a CA).

A análise deve partir do ponto em que o material que constitui o núcleo não esteja magnetizado e que os domínios magnéticos estejam voltados a direções diversas.

A curva do gráfico 7 será analisada em função de dois eixos ortogonais, sendo que o eixo horizontal representará a intensidade do campo magnético H produzido pela bobina, que, de acordo com a corrente alternada, pode ser positivo ou negativo. O eixo vertical representará a densidade de fluxo magnético B no núcleo.



CICLO HISTERESE MAGNÉTICA Gráf. 7

Analisando-se a curva, percebe-se, a partir da origem ponto 0, que ao aumentar a intensidade do campo magnético indutor H aumenta-se também a densidade do fluxo B , quase na mesma proporção, até atingir a saturação magnética, ponto S. Ocorre então a magnetização do material.

O ponto saturação magnética indica que todos os domínios magnéticos do núcleo estão alinhados no sentido da intensidade do campo magnético H .

Diminuindo-se a intensidade do campo magnético H , através da redução da corrente, a densidade de fluxo magnético B no núcleo também decresce; porém, o seu retorno não acontece sobre a linha original.

Quando o campo indutor anula-se, devido é corrente, percebe-se que ainda existe uma densidade de fluxo B no núcleo, ou seja, mesmo sem a intensidade do campo H alguns domínios magnéticos continuam orientados. Neste ponto, diz-se então que existe um magnetismo residual ou magnetismo remanescente, ponto R.

Invertendo-se a fonte (simulando o outro semiciclo da CA), a corrente inverte o seu sentido; percebe-se que ao aumentar o campo magnético unula-se o magnetismo residual e os seus domínios magnéticos ficarão desorientados. A força magnetizante necessária para anular a densidade de fluxo remanescente é chamada força coerciva F_C . Continuando aumentar a intensidade do campo indutor H , percebe-se que os domínios magnéticos estarão se alinhando em sentido contrário até atingir a saturação inversa, ponto -S.

Reduzindo-se a excitação da bobina magnetizadora, através da corrente, a densidade de fluxo B diminui; e quando a corrente é nula, ainda existem alguns domínios magnéticos alinhados, ou seja, um magnetismo residual, ponto R.

Invertendo novamente a corrente (outro semiciclo da CA) e aumentando a sua intensidade, mais uma vez irá desmagnetizar o material; e continuando a aumentar a intensidade do campo H chega-se novamente à saturação positiva; a partir deste ponto, o ciclo se repete.

A perda por histerese se deve ao trabalho de orientação e desorientação dos domínios magnéticos. Quanto maior for a força coerciva, mais difícil se torna a desmagnetização do material; portanto, mais perdas ocorrem.

Transitório em indutor

Transitório RL em CC

Um circuito que contém uma indutância se opõe à variação de corrente.

Quando o indutor é submetido a uma fonte de tensão de corrente contínua, a indutância se oporá a formação decorrente pelo circuito, ocasionando assim um transitório de corrente através do circuito. Até que a corrente se estabilize no circuito.

A figura 6.32 exemplifica este circuito.

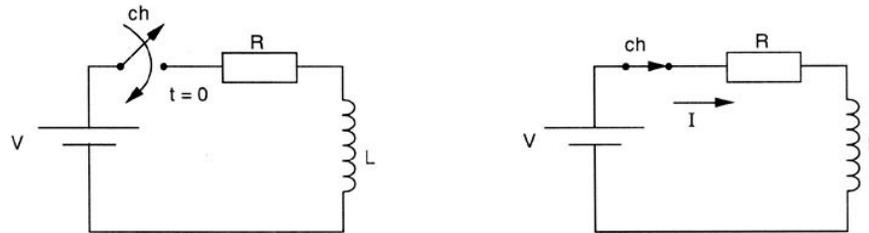


Fig. 6.32

No circuito apresentado, nota-se que, quando a chave ch é fechada, a fonte V tende à formação de uma corrente I através de circuito, mas a indutância L do circuito não deixa formar instantaneamente.

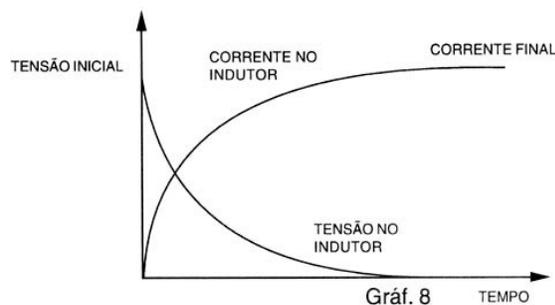
Após um tempo que a chave for fechada, a corrente I se estabilizará no circuito. No instante em que a chave ch for fechada, tem-se:

- corrente no indutor: $I_L = 0$, visto que o indutor se opõe à variação da corrente;
- tensão no indutor: $V_L = V$, visto que neste instante não há corrente no circuito a tensão sobre o resistor será zero, logo a tensão da fonte aparecerá através dos terminais do indutor.

Muito tempo após a chave ch ter sido fechada, tem-se:

- corrente no indutor: $I_L = V/R$, não tendo mais variação de corrente, o indutor não se opõe à corrente, comportando-se como um fio;
- tensão no indutor: $V_L = 0$, visto que o indutor, se comporta como um fio, a tensão sobre ele será zero.

O comportamento da tensão e da corrente através do indutor é exponencial, conforme e gráfico 8.



As equações que representam o comportamento da corrente e da tensão no indutor, durante o transitório, são dadas abaixo:

$$1) \text{ Corrente no indutor: } I_L = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}} \right)$$

Onde

- I_L - é a corrente no indutor durante o transitório (A)
- I_0 - é o valor da corrente após o circuito estabilizar (V/R)
- L - o valor da indutância do indutor (H)
- R - o valor da resistência (Ω)
- t - o tempo que se quer o valor da corrente (segundos)

2) Tensão no indutor:

$$V_L = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{L/R}}$$

Onde

- V_L - é a tensão no indutor durante o transitório (V)
- V_0 - é o valor da tensão no instante em que a chave fecha = tensão da fonte (V)
- L - o valor da indutância do indutor (H)
- R - o valor da resistência (Ω)
- t - o tempo que se quer o valor da tensão (segundos)

O tempo para a estabilização da corrente no indutor, através da equação, seria infinito, visto que é uma exponencial. Na prática, o tempo t para que o circuito estabilize é considerado como cinco constante da tempo. ou seja:

$$T = 5 \cdot \sigma$$

Onde

$$\sigma = L / R \quad \text{então} \quad T = 5 \cdot L / R$$

• **Exemplo**

Determina o valor da tensão e da corrente no circuito abaixo para o tempo igual a zero, 3 σ e 5 σ após a chave ch ter sido fechada. Trace a curva indicando os valores das tensões pedidas.

Dado:

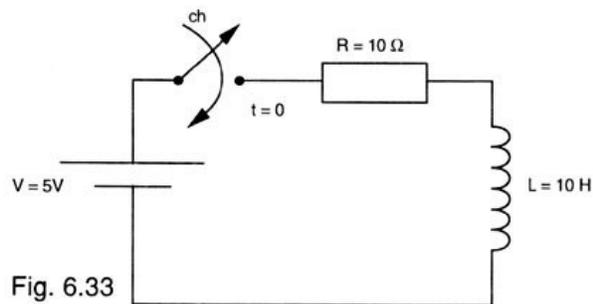


Fig. 6.33

Solução

- Cálculo de σ

$$\sigma = L / R = 10 / 10 = 1 \text{ s}$$

Então

$$3 \sigma = 3 \text{ s}$$

$$5 \sigma = 5 \text{ s}$$

- Cálculo da tensão e corrente no indutor para cada tempo

Para $t = 0$

$$V_L = 5 \text{ V}$$

$$I_L = 0 \text{ A}$$

Para $t = 5 \sigma$ (circuito estabilizado)

$$V_L = 0 \text{ V}$$

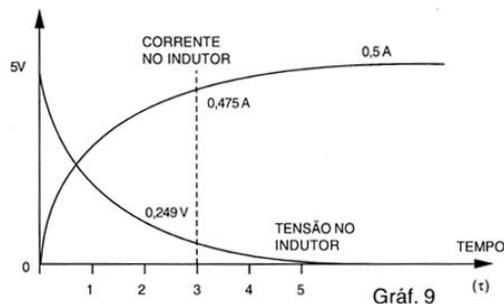
$$I_L = 5\text{V} / 10 \Omega = 0,5 \text{ A}$$

Para $t = 3 \sigma$

$$I_L = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}} \right) = 0,5 \left(1 - e^{-\frac{3}{1}} \right) = 0,475 \text{ A}$$

$$V_L = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{L/R}} = 5 e^{-\frac{3}{1}} = 0,249 \text{ V}$$

A representação gráfica deste circuito é mostrada no gráfico 9



Em um circuito RL estabilizado a corrente é mantida constante pelo indutor.

Veja, no circuito da figura 6.34, o que ocorre quando um circuito estabilizado é ligado a um resistor.

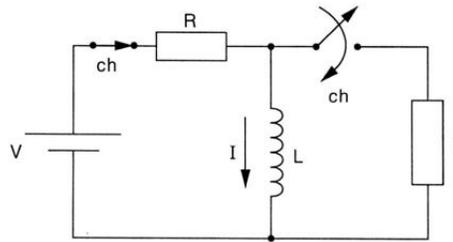


Fig. 6.34

No circuito acima, a chave ch tem duas posições, e quando uma posição está fechada a outra estará aberta. O circuito está estabilizado, ou seja, a tensão no indutor é zero e a corrente é a razão V / R .

Quando a chave mudar de posição, a indutância se oporá à variação da corrente, de forma que a corrente I se mantém no mesmo sentido, através da resistência e da chave ch.

A corrente, no indutor, no instante em que a chave oh muda de posição é:

$$I_L = \text{à corrente } I, \text{ que estava circulando pelo indutor, anterior}$$

A tensão no indutor será:

$$V_L = R \times I$$

Observe que, dependendo do valor da resistência, o valor da tensão no indutor pode ser muito grande.

Após um bom tempo que a chave ch tiver mudado de posição, a corrente no indutor será:

$$I_L = 0$$

E a tensão no indutor será:

$$V_L = 0$$

Visto que a energia armazenada no indutor se descarregará através do resistor.

A função de descarga do indutor, para tensão e corrente, também é exponencial, da forma:

$$1) V_L = V_0 \cdot e^{\frac{-t}{L/R}}$$

Onde:

V_L - é a tensão no indutor durante o transitório (V)

V_0 - é o valor da tensão no instante em que a chave troca de posição (V)

L - o valor da indutância do indutor (H)

R - o valor da resistência (Ω)

t - o tempo que se quer o valor da tensão (segundos)

$$2) I_L = I_0 \cdot e^{\frac{-t}{L/R}}$$

Onde:

I_L - é a corrente no indutor durante o transitório (A)

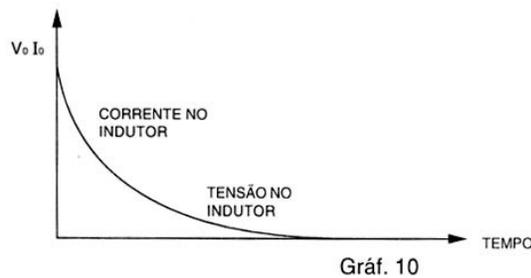
I_0 - é o valor da corrente do circuito estabilizado (V/R)

L - o valor da indutância do indutor (H)

R - o valor da resistência (Ω)

t - o tempo que se quer o valor da corrente (segundos)

As curvas que apresentam estas funções são mostradas no gráfico 10.



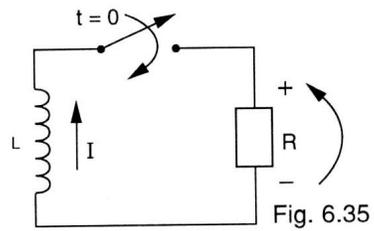
Da mesma forma que a carga do indutor, o tempo t para o circuito se estabilizar será:

$$\sigma = L / R \quad \text{então} \quad T = 5 \cdot L / R$$

• Exemplo

Calcular a corrente e a tensão sobre o indutor no circuito da figura 6.35 sabendo que inicialmente é percorrido por uma corrente de 1 A, o valor do indutor é 50 H e a resistência ligada a ela vale 10 Ω , para o tempo de 0 seg, 10 seg e 60 seg após a chave ser fechada.

Circuito:



Solução

- Calcular a constante de tempo σ

$$\sigma = L / R = 50 / 10 = 5 \text{ s}$$

- Calcular a corrente e a tensão inicial sobre o indutor ($p / t = 0\text{s}$)

$$I_L(0) = 1 \text{ A}$$

$$V_L(0) = R \times I_L(0) = 1 \text{ A} \times 10 \Omega = 10 \text{ V}$$

- Calcular o tempo de acomodação do circuito T

$$T = 5 \cdot \sigma = 5 \times 5 \text{ s} = 25 \text{ s}$$

- para 60 s o circuito já se estabilizou, então

$$I_L(60) = 0 \text{ A}$$

$$V_L(60) = 0 \text{ V}$$

- Para o tempo de 10 s, o circuito está em regime transitório, então:

$$I_L(10) = 1 \cdot e^{\frac{-t}{L/R}} = 1e^{\frac{-10}{5}} = 0,135 \text{ A}$$

$$V_L(10) = 10 \cdot e^{\frac{-t}{L/R}} = 10e^{\frac{-10}{5}} = 1,35 \text{ V}$$

Análise de circuitos de corrente alternada

Chama-se corrente ou tensão alternada aquela cuja intensidade e direção variam periodicamente, sendo o valor médio da intensidade durante um período igual a zero.

As centrais elétricas produzem e os consumidores (residenciais e industriais) consomem a corrente alternada, pois é esta corrente utilizada por transformadores que irá compatibilizar os níveis de tensão para o trabalho. Além disto, nas indústrias principalmente, os motores mais utilizados são os de corrente alternada, mais simples, resistentes e de baixo custo comparados com os motores de corrente contínua.

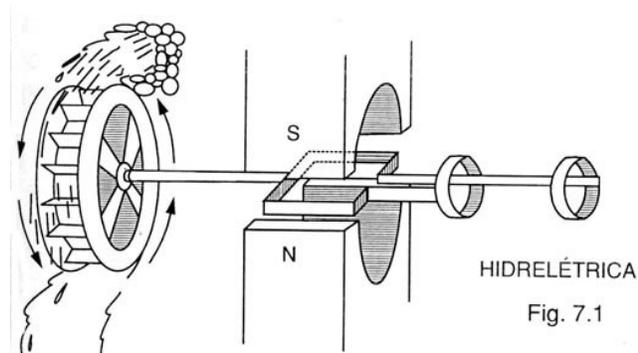
É de suma importância a possibilidade de transformar a energia elétrica. A corrente alternada de pequena intensidade e alta tensão pode ser transformada de uma maneira simples, e com pequenas perdas, em correntes de alta intensidade e baixa tensão e vice-versa.

Tensão alternada

A tensão alternada é obtida através do 3º fenômeno do eletromagnetismo, que diz:

“Se um condutor estiver imerso num campo magnético, desde que haja movimento relativo entre eles, surgirá entre seus terminais uma fem induzida.”

De forma bem simplificada, o enunciado da Lei de Faraday pode ser visualizado através da figura a seguir, que apresenta um gerador de uma hidrelétrica. É a forma mais utilizada para a geração de energia elétrica no nosso país em virtude do aproveitamento da energia mecânica das águas para a conversão de energia.



A usina hidrelétrica é constituída basicamente de uma turbina (conjunto de pás ligadas a um eixo) e um rotor, que vai movimentar as espiras que estão

imersas num campo magnético.

A energia das águas move a turbina, que por sua vez aciona o rotor, tendo como consequência uma variação de fluxo magnético sobre suas espiras, devido a variação do ângulo θ , isto é, variação da área projetada das espiras, na direção perpendicular ao campo magnético. Dessa forma, de acordo com a Lei de Faraday.

$$E = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \text{ surge uma fem induzida.}$$

A representação de tensão e, por sua vez, da corrente alternada gerada, poderá ser analisada a partir da figura do gerador elementar. (Fig. 7.2)

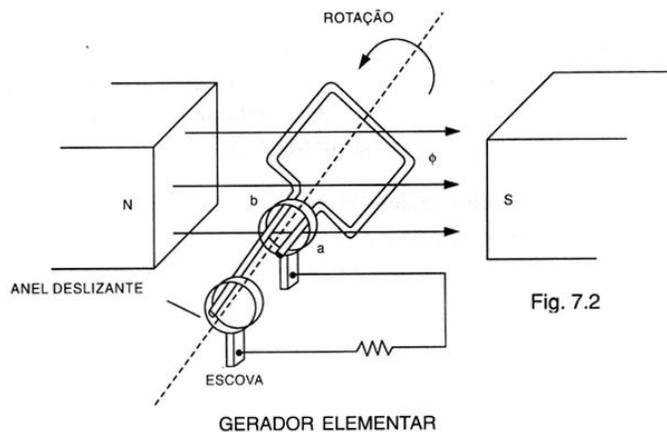


Fig. 7.2

A representação mostra apenas as partes responsáveis pela conversão de energia: o campo magnético bipolar e uma espira. Nos terminais desta espira existem dois anéis coletores, um em cada extremidade. A tensão e, por sua vez, a corrente gerada serão coletadas através do contato deslizante entre os anéis coletores e a escova.

A corrente alternada é um processo periódico: os valores instantâneos da corrente alternada são senoidais (variam em função do seno do ângulo formado entre as linhas de indução e os condutores da espira) e podem ser demonstrados pela seguinte expressão matemática:

$$i = I_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$$

Onde

i - é a corrente instantânea

I_m - é o valor máximo da corrente senoidal

ω - é a velocidade angular da corrente alternada

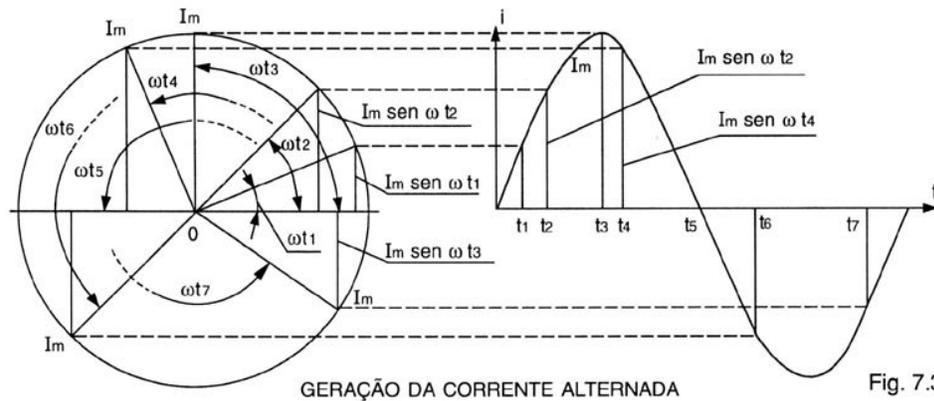
t - é o tempo (define o valor da corrente naquele instante)

θ - é o ângulo de fase em relação origem 0°

é, no momento que começa a contagem do tempo, conforme a figura 7.3.

O método da construção da curva senoidal é obtido da seguinte forma:

- a posição da espira mostrada na figura anterior será determinada por um vetor que é perpendicular ao seu plano:
- a explicação para a construção da curva senoidal será definida através do vetor que determina a posição da espira dentro do campo magnético:
- o segmento I_m , é o valor máximo da corrente e representa o vetor da intensidade da corrente que é um valor senoidal. No plano ortogonal (eixo da corrente Y e tempo X) o vetor da intensidade da corrente está orientado, no início, paralelamente ao eixo horizontal (eixo X). É esta a sua posição quando $t = 0$, isto é, no momento que começa a contagem do tempo, conforme a figura 7.3.



Por convenção o sentido da velocidade angular ω é anti-horário (contrário aos movimentos dos ponteiros do relógio).

O vetor gira com velocidade angular constante (ω) e durante um período percorre 2π (radianos), logo a velocidade angular do gerador é:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

como o inverso do período é a frequência, tem-se:

$$\frac{1}{T} = f$$

Então:

$$\omega = 2\pi f$$

Durante o intervalo t_1 , a partir do momento em que começa a geração, o vetor I_m roda formando o ângulo ωt_1 . A projeção obtida a partir do eixo horizontal (0°) será, nestas condições, $I_m \text{ sen } \omega t_1$.

Para o tempo t_2 , a partir do momento que começa a geração, o comprimento da projeção, da mesma forma será $I_m \text{ sen } \omega t_2$. E finalmente, no

intervalo $t_3 = \frac{T}{4}$, isto é a um quarto do período depois, o vetor I_m , ocupa uma posição perpendicular em relação ao eixo horizontal e o comprimento da projeção será $I_m \text{ sen } \frac{\pi}{2} = I_m$

Na base destes cálculos, conforme a figura 7.2, constrói-se uma curva senoidal. No eixo das abscissas são marcados os instantes t_1, t_2, t_3, \dots , e no eixo das ordenadas, as projeções ou segmentos $I_m \text{ sen } \omega t_1, I_m \text{ sen } \omega t_2, I_m \text{ sen } \omega t_3 \dots$

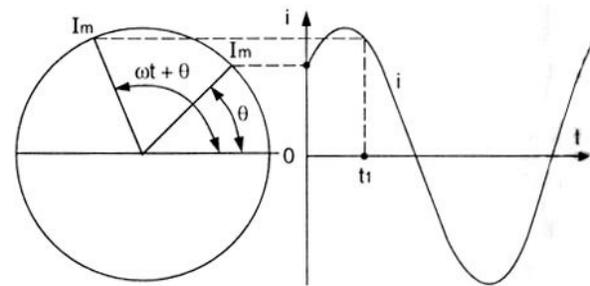
Para o tempo t_4 a projeção da perpendicular diminui daquele valor de t_3 . No momento $t_5 = \frac{T}{2}$ o vetor I_m ocupa uma posição horizontal, isto é, $I_m \text{ sen } \omega t_5 = I_m \text{ sen } 0 = 0$.

O valor senoidal passa por zero e a curva atravessa o eixo das abscissas.

Continuando a análise, a rotação do vetor desce abaixo do eixo horizontal que seria os instantes t_6 , e t_7 . A projeção $I_m \text{ sen } \omega t$ torna-se um valor negativo e o semiciclo curva senoidal fica abaixo do eixo das abscissas.

Durante o intervalo $t = T$ o vetor I_m faz uma volta completa, percorrendo 2π (radianos) e o período do valor senoidal termina. No próximo período todas as suas variações devem repetir-se. Assim se constrói a curva senoidal que mostra a variação instantânea da corrente senoidal.

De uma maneira geral, o momento inicial do tempo não coincide com o valor da onda senoidal por zero; por isto, pode existir um certo ângulo θ do tempo. Pela figura 7.4, nota-se que no momento em que se inicia a contagem de tempo a grandeza já tem o valor $I_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$. O ângulo θ determina o ângulo inicial de fase.



GERAÇÃO DE CA - $i = I_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$ Fig. 7.4

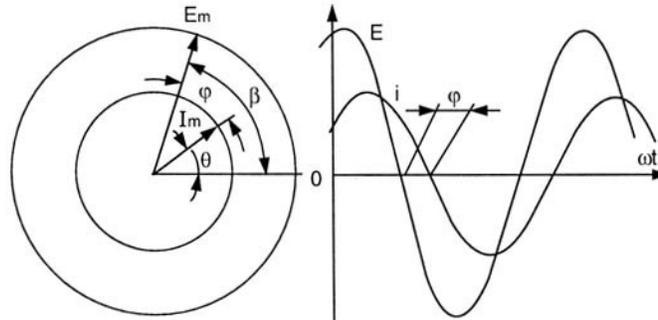
Como se pode observar, no momento inicial a curva senoidal tem uma intensidade, para este caso positiva, o a expressão da forma de onda senoidal será $i = I_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$

A corrente senoidal (i), que tem como expressão $i = I_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$, é gerada por uma fonte cuja tensão (e) tem como expressão $e = E \text{ sen } (\omega t + \beta)$ (Fig. 7.5)

Onde

β - ângulo inicial de fase da tensão

θ - ângulo inicial da corrente



DEFASAGEM ENTRE TENSÃO E CORRENTE Fig. 7.5

Conceitos fundamentais de uma forma de onda senoidal

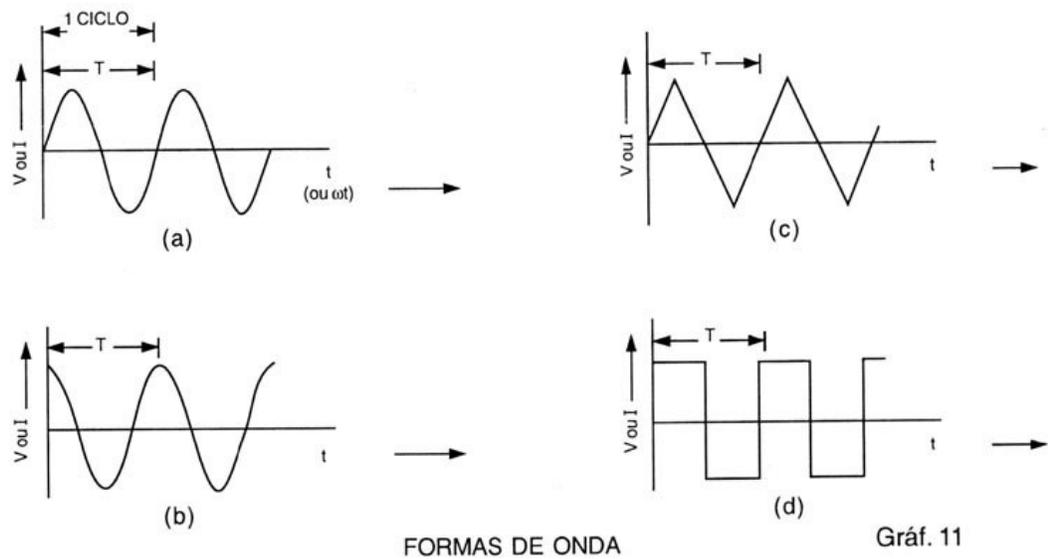
Forma de onda - É a representação gráfica de um parâmetro elétrico (V, I, P) em função do tempo ou ângulo, por exemplo: é comum dizer que forma de onda é um gráfico V x t, I x t, P x t. Geralmente para sinais elétricos, a forma de onda segue uma função matemática, sendo sua variação dada em função do tempo, ângulos (graus ou radianos)

Tensão e corrente alternada - É aquela que varia sua intensidade e polaridade em intervalos regulares de tempo.

Ciclo - É a menor porção não repetitiva de uma forma de onda periódica, ou seja, é a sucessão de valores de uma forma de onda sem que ocorra a repetição do processo.

Período - T - É o intervalo de tempo para que um ciclo se complete. Sua unidade é o segundo (S).

O gráfico 11 apresenta algumas de ondas indicando período e ciclo.



Frequência f - É o número de ciclos que a forma de onda descreve durante tempo de 1 segundo.

Sua unidade é o hertz, Hz. Uma forma de onda tem a frequência de 1 Hz, quando completa um ciclo em 1 segundo.

Então: 1 ciclo / s = 1Hz

Sabendo-se o valor do período da forma de onda T calcula-se a frequência $f = \frac{1}{T}$.

Onde

f - é a frequência da grandeza I ou V

T - é o período da forma de onda

Velocidade angular ω - É a razão entre o ângulo descrito pela espira e o tempo gasto em descrevê-lo ou seja,

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Onde

ω - é a velocidade angular

θ - é o ângulo descrito pela espira

t - é o tempo

Em uma volta completa, o ângulo θ vale 2π (rd) e o tempo gasto para

descrevê-lo é igual ao período T em segundos. Portanto, pode-se deduzir que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ (rd/s)}$$

Como $\frac{1}{T} = f$

$$\omega = 2\pi f \text{ (rd/s)}$$

• **Exemplo**

Dada uma tensão senoidal: $V = 100 \text{ sen}(1000t + 45^\circ)$, determine:

- a) a frequência e o período da forma de onda;
- b) o primeiro instante que a forma da onda da tensão passa por zero

a) Como a velocidade angular, $\omega = 1000 \text{ rad/seg}$, e como:

$$\omega = 2\pi f \quad \rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1000}{2\pi} \quad \rightarrow \quad f = 159,16 \text{ Hz}$$

Como o período T é o inverso da frequência, temos

$$T = \frac{1}{f} \rightarrow T = 6,28 \text{ ms}, \text{ ou seja, 1 ciclo é completado a cada 6,28 ms.}$$

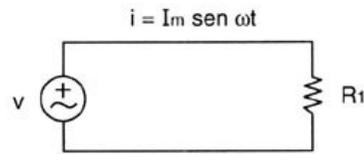
b) Como a expressão está adiantada da referência 0° de 45° determina-se o primeiro instante que a forma de onda passa por zero. Como $45^\circ = \frac{\pi}{4}$, temos:

$$1000t + \frac{\pi}{4} \text{ rad} = \pi \text{ rad} \quad \rightarrow \quad 1000t = \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \quad \rightarrow \quad \frac{3\pi}{4000} = 0,002356$$

e então:

$$t = 2,36 \text{ ms.}$$

Circuito resistivo puro



CIRCUITO R PURO Fig. 7.6

Como a resistência de um material só varia em função da natureza do material da seção transversal, do comprimento e da temperatura, pode ser considerada constante, nesse caso.

A corrente, então, surge devido à tensão da fonte e da resistência do resistor:

$$i = \frac{V_m \text{ sen } \omega t}{R} \quad \rightarrow \quad i = I_m \text{ sen } \omega t$$

A corrente no circuito que contém apenas a resistência R coincide, quanto à fase, com a tensão, ou seja:

- no circuito resistivo puro a tensão e a corrente estão em fase. (Graf. 12)

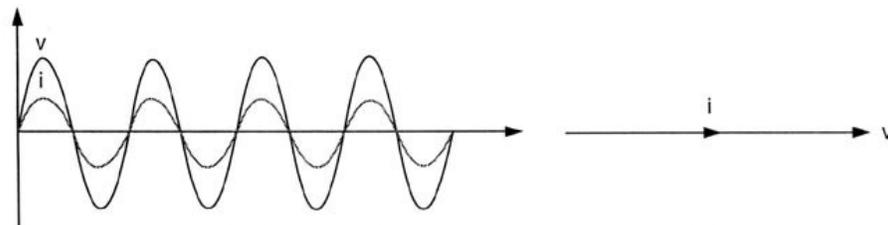
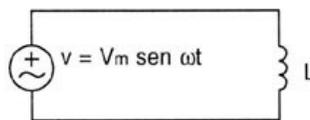


DIAGRAMA FASORIAL (EM FORMA DE ONDA E VETOR)

Gráf. 12

Circuito indutivo puro



CIRCUITO L PURO Fig. 7.7

A indutância em um circuito que tem o elemento indutor puro surge devido

a:

$$L = \frac{\phi}{i}$$

Se existisse esse indutor puro, a corrente neste circuito seria devida à ação da força eletromotriz da auto-indução e a Lei da Lenz.

A tensão de auto-indução surge em função de:

$$V_L = -L \frac{di}{dt}$$

$$V_L = -L \frac{d(I_m \text{ sen } \omega t)}{dt}$$

Como a derivada de $\text{sen } u' = (\cos u) \cdot u'$

Então: $d(\text{sen } \omega t) = \cos \omega t \cdot \omega$

A tensão no indutor passa a ser: $V_L = \omega \cdot L \cdot I_m \cos \omega t$

O sinal negativo surge devido à Lei de Lenz.

Para se converter uma forma de onda cossenoidal para senoidal basta adicionar a forma de onda senoidal 90° ou $\frac{\pi}{2}$. Então:

$$V_L = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot \cos \omega t = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

A corrente num circuito indutivo puro está atrasada da tensão de 90° .

Onde

$\omega \cdot L = X_L$ - (X_L é a reatância indutiva)

$$X_L = 2 \pi f L$$

A unidade da reatância indutiva é o ohm (Ω).

Reatância indutiva X_L é a oposição que a corrente alternada encontra ao passar por um indutor.

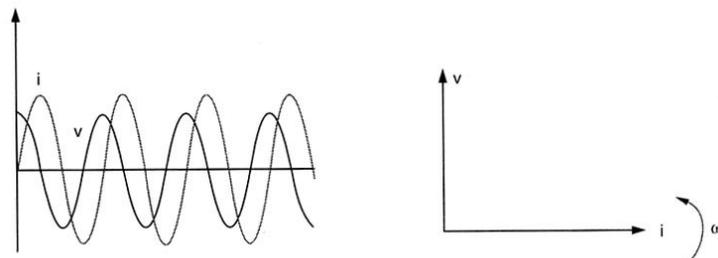
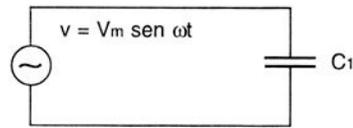


DIAGRAMA FASORIAL DO CIRCUITO INDUTIVO PURO

Gráf. 13

Circuito capacitivo puro



CIRCUITO C PURO Fig. 7.8

A corrente surge somente quando o capacitor é submetido á tensão e desaparece quando a carga deste se iguala á tensão da fonte.

Quando ligado a uma tensão alternada senoidal $v = V_m \text{ sen } \omega t$ varia periodicamente e faz variar da mesma forma a carga do capacitor, pois $Q = v \cdot C = V_m \cdot C \text{ sen } \omega t$.

As variações da carga originam a corrente alternada no circuito, pois quando a carga aumenta os elétrons nos fios irão deslocar-se numa direção, e quando a carga diminui os elétrons deslocam-se em sentido contrário. Se a variação da carga fosse uniforme:

$$i = \frac{Q}{t}$$

Porém, a carga não varia uniformemente. Por isso, $i = \frac{dQ}{dt}$

A capacitância C é um valor constante, por isso $dQ = C dv$, e uma vez que a tensão é $v = V_m \text{ sen } \omega t$, tem-se:

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{C dv}{dt} \quad \rightarrow \quad i = V_m \cdot C \frac{d(\text{sen } \omega t)}{dt}$$

Como

$$d(\text{sen } \omega t) = \cos \omega t \cdot \omega$$

$$i = \omega C \cdot V_m \cdot \cos \omega t \quad \rightarrow \quad i = \omega C \cdot V_m \cdot \text{sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

No circuito capacitivo puro a corrente está adiantada da tensão de 90° .

Para tornar a expressão coerente com a Lei de Ohm, a corrente é expressa da seguinte forma:

$$\text{Onde: } i = \frac{V_m \text{ sen} \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)}{\frac{1}{\omega C}}$$

$\frac{1}{\omega C}$ é a reatância capacitiva X_c

Então

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

A unidade da reatância capacitiva é o ohm (Ω).

Reatância capacitiva é a oposição que a corrente alternada encontra ao passar por um capacitor. (Gráf. 14)

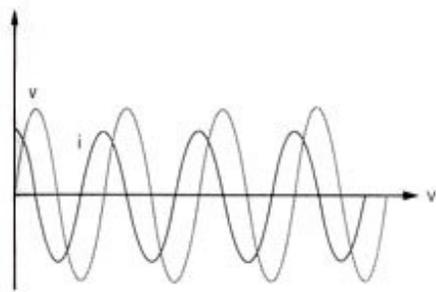
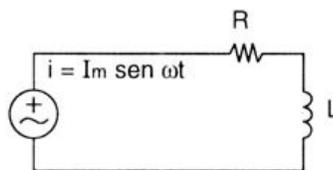


DIAGRAMA FASORIAL DO CIRCUITO C PURO



Gráf. 14

Circuito resistivo - indutivo série



CIRCUITO RL SÉRIE

Fig. 7.9

A tensão instantânea da rede é:

$$v = v_R + v_L$$

$$v = V_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$$

$$v_R = R \cdot I_m \text{ sen } \omega t$$

$$v_L = X_L \cdot I_m \text{ cos } \omega t$$

$$V_m \sin(\omega t + \theta) = R \cdot I_m \sin \omega t + I_m \cos \omega t$$

Como

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$V_m (\sin \omega t \cdot \cos \theta + \cos \omega t \cdot \sin \theta) = R \cdot I_m \sin \omega t + \omega L \cdot I_m \cos \omega t$$

Considerando o circuito resistivo puro e indutivo puro respectivamente, tem-se:

- 1) $V_m \sin \omega t \cos \theta = R \cdot I_m \sin \omega t$;
- 2) $V_m \cos \omega t \sin \theta = \omega L \cdot I_m \cos \omega t$.

Dividindo-se a equação 1 pela equação 2. tem-se:

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{R}{X_L} \rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{X_L}{R} = \operatorname{tg} \theta$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{X_L}{R} \rightarrow \theta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{X_L}{R}$$

θ indica o ângulo da carga resultante dos elementos puros R e L ou seja, o ângulo de defasagem entre a tensão e corrente.

Elevando-se as expressões 1 e 2 ao quadrado, tem-se

$$1 - V_m^2 \cos^2 \theta = R^2 \cdot I_m^2$$

$$2 - V_m^2 \sin^2 \theta = X_L^2 \cdot I_m^2$$

Somando-se as expressões 1 e 2:

$$V_m^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = I_m^2 (R^2 + X_L^2)$$

Como o $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$V_m^2 = I_m^2 \cdot (R^2 + X_L^2)$$

$$\frac{V_m^2}{I_m^2} = R^2 + X_L^2 \rightarrow \frac{V_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = Z \rightarrow \text{impedância}$$

Impedância é o soma fasorial das oposições no circuito de corrente alternada.

$$v = Z \cdot I_m \cdot \text{sen}\left(\omega t + \text{arc tg} \frac{X_L}{R}\right)$$

$$v = Z \cdot I_m \cdot \text{sen}(\omega t + \theta)$$

O diagrama fasorial da tensão e corrente será: (Gráf. 15):

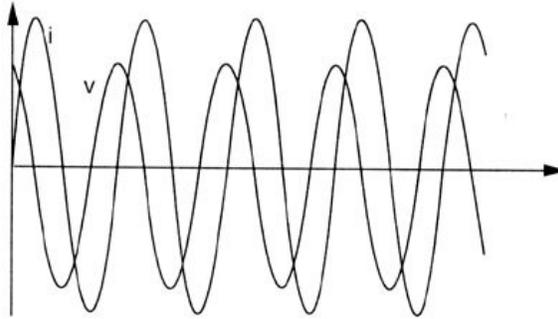


DIAGRAMA FASORIAL DA TENSÃO E CORRENTE

Gráf. 15

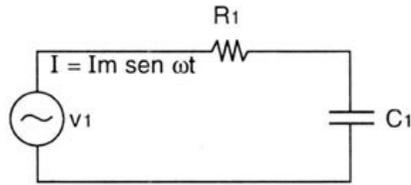
A tensão da rede será a soma fasorial das tensões no resistor e no indutor.

$$v = \sqrt{v_R^2 + v_L^2}$$



Gráf. 16

Circuito resistivo - capacitivo série



CIRCUITO RC SÉRIE

Fig. 7.10

A dedução das fórmulas usadas para o estudo deste circuito é muito parecida com a dedução do circuito RL.

$$V = V_R + V_C$$

$$v = V_m \text{ sen } (\omega t - \theta) \quad v_R = R \cdot I_m \text{ sen } \omega t \quad v_C = X_C \cdot I_m (-\cos \omega t)$$

Não se pode esquecer que, no circuito capacitivo puro, a tensão está atrasada da corrente de 90°.

$$V_m \text{ sen } (\omega t + \theta) = R \cdot I_m \text{ sen } \omega t + X_C \cdot I_m (-\cos \omega t)$$

$$V_m (\text{sen } \omega t \cdot \cos \theta + \cos \omega t \cdot \text{sen } \theta) = R \cdot I_m \text{ sen } \omega t - X_C \cdot I_m \cos \omega t$$

- 1) $V_m \text{ sen } \omega t \cos \theta = R \cdot I_m \text{ sen } \omega t$
- 2) $V_m \cos \omega t \text{ sen } \theta = -X_C \cdot I_m \cos \omega t$

$$\frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta} = \frac{R}{-X_C} \quad \rightarrow \quad \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} = \frac{-X_C}{R} = \text{tg } \theta$$

$$\text{tg } \theta = \frac{-X_C}{R} \quad \rightarrow \quad \theta = \text{arc tg } \frac{-X_C}{R}$$

Pode-se observar que o ângulo θ é negativo devido à reatância capacitiva ser uma grandeza oposta a X_L .

- 1) $V_m^2 \cos^2 \theta = R^2 \cdot I_m^2$
- 2) $V_m^2 \text{ sen}^2 \theta = X_C^2 \cdot I_m^2$

$$V_m^2 (\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta) = I_m^2 [R^2 + (-X_C)^2]$$

$$V_m^2 = I_m^2 [R^2 + (-X_C)^2]$$

$$\frac{V^2}{I_m^2} = R^2 + (-X_C)^2 \quad \rightarrow \quad \frac{V_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + X_C^2} = Z \quad \rightarrow \quad \text{impedância}$$

$$v = Z \cdot I_m \cdot \text{sen}\left(\omega t + \text{arc tg} \frac{-X_C}{R}\right)$$

$$v = Z \cdot I_m \cdot \text{sen}(\omega t - \theta)$$

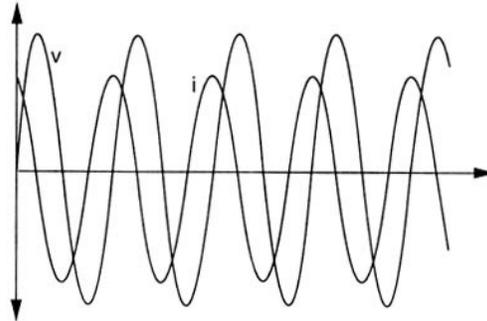


DIAGRAMA FASORIAL ENTRE TENSÃO E CORRENTE

Gráf. 17

A tensão da rede será a soma fasorial das tensões no resistor e capacitor (Gráf. 18).

$$v = \sqrt{v_R^2 + v_C^2}$$

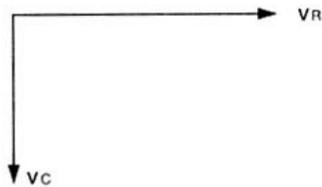


DIAGRAMA FASORIAL DAS TENSÕES

Gráf. 18

•Exemplo 1

A corrente no circuito RL série, de $R = 10 \Omega$, $L = 20 \text{ mH}$ é:

$i = 2 \text{ sen } 500t \text{ A}$. Determine:

- a) a tensão aplicada;
- b) a forma de onda de v e i .

Solução

- a) O 1º passo é determinar a reatância indutiva.

$$X_L = 2\pi fL \rightarrow X_L = \omega L \rightarrow X_L = 500 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 10 \Omega$$

Em seguida calcular o módulo e o ângulo da impedância do circuito RL e logo após, pela lei do Ohm, determinar a expressão da tensão aplicada no circuito RL.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \rightarrow Z = \sqrt{10^2 + 10^2} \rightarrow |Z| = 14,14 \Omega$$

$$\theta = \arctg \frac{-X_L}{R} \rightarrow \theta = \arctg \frac{10}{10} \rightarrow \theta = 45^\circ$$

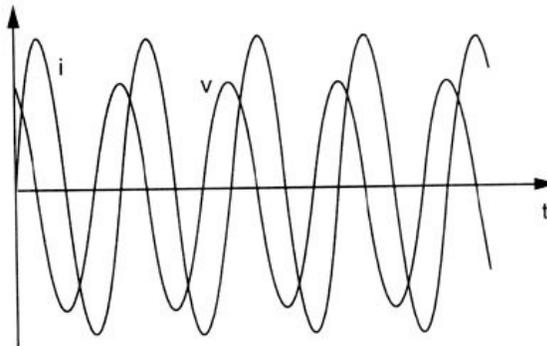
Cálculo da tensão aplicada:

$$v = Z \cdot i \rightarrow v = 14,14 \cdot 2 \rightarrow v = 28,28 \text{ V}$$

A expressão da tensão aplicada será:

$$v = 28,28 \text{ sen } (500t + 45^\circ) \text{ V}$$

b) Gráf. 19



Gráf. 19

•Exemplo 2

Num circuito RL série de $R = 20 \Omega$ e $L = 0,06 \text{ H}$, a corrente está atrasada de 80° em relação á tensão, determine ω .

$$\theta = 80^\circ$$

$$\text{tg } \theta = \frac{X_L}{R} \rightarrow \text{tg } 80^\circ = \frac{X_L}{20} \rightarrow X_L = \text{tg } 80^\circ \cdot 20$$

$$X_L = 113,43 \Omega \rightarrow X_L = \omega L \rightarrow \omega = \frac{X_L}{L}$$

$$\omega = \frac{113,43}{0,06} \rightarrow \omega = 1890,5 \text{ rad/seg}$$

• **Exemplo 3**

Um circuito RC série possui um resistor, de 8Ω e um capacitor da $33 \mu\text{F}$. A tensão que alimenta a associação é $v = 120 \text{ sen}(500t + 30^\circ) \text{ V}$. Determine:

- a) a impedância do circuito;
- b) a corrente instantânea do circuito;
- c) as quedas de tensão em R e C.

Solução

a) Para determinar a impedância do circuito, determinar, antes, a reatância capacitiva.

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \rightarrow X_c = \frac{1}{500 \cdot 330 \cdot 10^{-6}} \rightarrow X_c = 6,06 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} \rightarrow Z = \sqrt{8^2 + 6,06^2} \rightarrow Z = 10,04 \Omega$$

b) Para determinar a expressão da corrente do circuito é necessário, antes, determinar o ângulo da impedância, pois este ângulo será o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.

$$\theta = \text{arc tg} \frac{-X_c}{R} \rightarrow \theta = \text{arc tg} \frac{-6,06}{8} \rightarrow \theta = -37,14^\circ$$

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \rightarrow I_m = \frac{120}{10,04} \rightarrow I_m = 11,95 \text{ A}$$

c) Para determinar as quedas de tensão em R e C, basta multiplicar a corrente pelo resistor, e pelo capacitor, respectivamente, e verificar sua defasagem.

$$v_R = R \cdot i \rightarrow v_R = 8 \cdot 11,95 \text{ sen}(500t + 67,14) \rightarrow v_R = 95,6 \text{ sen}(500t + 67,14)$$

• **Exemplo 4**

Sendo a frequência de um circuito de 500 Hz, determinar o elemento puro que, ligado em série com $R = 25 \Omega$, produza um atraso de 20° da corrente em relação à tensão. Repetir para um avanço de 20° .

Solução

Para que produza um atraso de em relação a v, a característica do circuito indutiva, ou seja:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{X_L}{R} \rightarrow X_L = \operatorname{tg} \theta \cdot R \rightarrow X_L = \operatorname{tg} 20^\circ \cdot 25 \rightarrow X_L = 9,1 \Omega$$

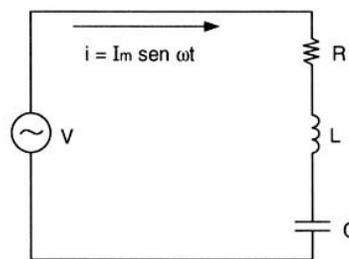
Para produzir um avanço de 20° de i em relação a v, a característica do circuito é capacitiva.

$$X_L = 2 \pi f L \rightarrow L = \frac{X_L}{2 \pi f} \rightarrow L = 2,9 \text{ mH}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow X_C = \frac{1}{2 \pi f C} \rightarrow C = \frac{1}{2 \pi f X_C} \rightarrow C = \frac{1}{2 \pi 500 \cdot 9,1} \rightarrow$$

$$C = 34,9 \mu \text{ F}$$

Circuito RLC Sério



CIRCUITO RLC SERIE

Fig. 7.11

Sendo a corrente e a tensão no circuito RLC:

$$i = I_m \operatorname{sen} \omega t$$

$$v = V_m \operatorname{sen} (\omega t + \theta)$$

Tem-se

$$v_R = R \cdot I_m \operatorname{sen} \omega t$$

$$v_L = X_L \cdot I_m \operatorname{sen} (\omega t + 90^\circ) \rightarrow v_L = X_L \cdot I_m \cos \omega t$$

$$v_C = X_C \cdot I_m \operatorname{sen} (\omega t - 90^\circ) \rightarrow v_C = X_C \cdot I_m (-\cos \omega t) \rightarrow v_C = -X_C \cdot I_m \cos \omega t$$

$$\dot{v} = \dot{v}_R + \dot{v}_L + \dot{v}_C$$

$$V_m \operatorname{sen} (\omega t + \theta) = R \cdot I_m \operatorname{sen} \omega t + X_L \cdot I_m \cos \omega t + (-X_C \cdot I_m \cos \omega t)$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$V_m (\sin \omega t \cos \theta + \cos \omega t \sin \theta) = R \cdot I_m \sin \omega t + I_m \cos \omega t (X_L - X_C)$$

Considerando o circuito indutivo puro e resistivo puro.

$$1) V_m \sin \omega t \cos \theta = R \cdot I_m \sin \omega t \quad \rightarrow \quad V_m \cos \theta = R \cdot I_m$$

$$2) V_m \cos \omega t = I_m \cos \omega t (X_L - X_C) \quad \rightarrow \quad V_m \sin \theta = (X_L - X_C) I_m$$

Dividindo-se a expressão 1 pela expressão 2.

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{R}{X_L - X_C} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{R}{X_L - X_C} \quad \rightarrow \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\theta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{X_L - X_C}{R}$$

Elevando-se as expressões 1 e 2 ao quadrado, temos

$$V_m^2 \cos^2 \theta = R^2 \cdot I_m^2 \quad (1)$$

$$V_m^2 \sin^2 \theta = (X_L - X_C) I_m^2 \quad (2)$$

Somando-se a expressão (1) com (2):

$$V_m^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = I_m^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2]$$

Como

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

Temos

$$V_m^2 = I_m^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2] \quad \rightarrow \quad \frac{V_m^2}{I_m^2} = R^2 + (X_L - X_C)^2 \quad \rightarrow \quad \frac{V_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$v = I_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \operatorname{sen} \left[\omega t + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right) \right]$$

Características do circuito

$$X_L = X_C \quad \rightarrow \quad Z = R$$

$$X_L > X_C \quad \rightarrow \quad \theta > 0 \quad \rightarrow \quad \text{característica indutiva}$$

$$X_L < X_C \quad \rightarrow \quad \theta < 0 \quad \rightarrow \quad \text{característica capacitiva}$$

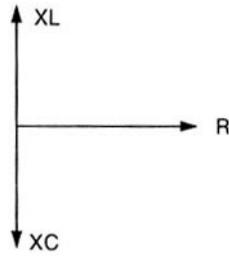


DIAGRAMA FASORIAL

Gráf. 20

•Exemplo

Num circuito RLC série existe um capacitor de $200 \mu\text{F}$ a corrente que passa no circuito é de $i = 12,5 \cos(300t - 45^\circ)$ A e a tensão é $v = 450 \text{ sen}(300t + 75^\circ)$ V.

Determinar:

- a) L e R;
- b) o 3° instante que i e v são máximos positivos;
- c) a tensão e a corrente para $t = 0,5$ s;
- d) a tensão e a corrente instantânea em R, L e C.

Solução

O diagrama do circuito (Fig 7.12) pode ser visto da seguinte forma:

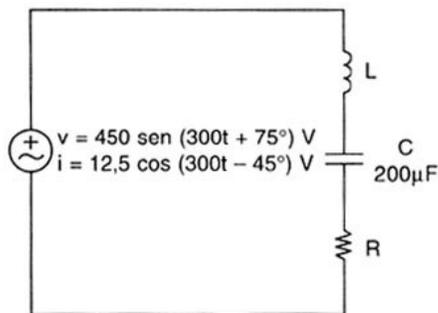


Fig. 7.12

a) Para iniciar a resolução é conveniente trabalhar com a tensão o corrente na mesma base, daí passar a corrente para a função senoidal.

$$i = 12,5 \cos(300t - 45^\circ) \rightarrow i = 12,5 \text{ sen}(300t + 45^\circ)$$

$$Z = \frac{v}{i} \rightarrow Z = 36 \Omega$$

$\theta = 30^\circ$ indutivo (corrente está atrasada da tensão)

$$\cos \theta = \frac{R}{Z} \rightarrow R = 31,18 \Omega$$

$$\sin \theta = \frac{X}{Z} \rightarrow X = 18 \Omega = X_L - X_C$$

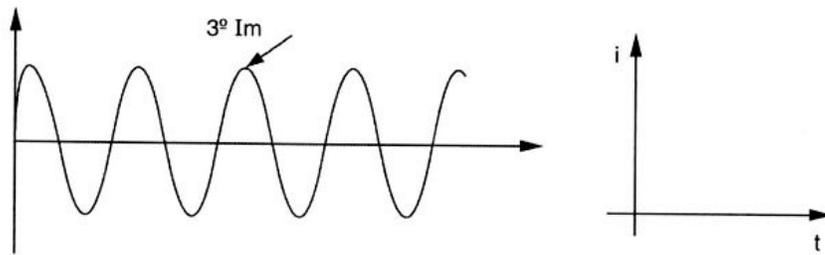
$$X_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow X_C = 16,67 \Omega$$

$$X_L = X + |X_C| \rightarrow X_L = 34,67 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} \rightarrow L = 115,57 \text{ mH}$$

b) Cálculo do 3º instante em que i é máximo.

$$i = 12,5 \sin(300t + 45^\circ)$$



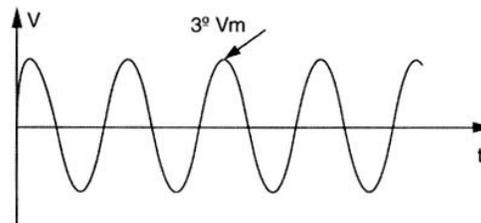
Gráf. 21

$$300t + 45^\circ = 810^\circ \rightarrow 300t = 765^\circ$$

$$t = \frac{765^\circ}{300 \text{ rad}} \rightarrow t = \frac{765^\circ}{17.188,73^\circ} \rightarrow t = 44,5 \text{ ms}$$

Cálculo do 3º instante em que V é máximo

$$V = 450 \sin(300t + 75^\circ)$$



Gráf. 22

$$300t + 75^\circ = 810^\circ$$

$$300t = 735^\circ$$

$$t = \frac{735^\circ}{300 \text{ rad}} \rightarrow t = 0,042765 \text{ ou } t = 42,76 \text{ ms}$$

$$c) i = 12,5 \text{ sen } (300 \cdot 0,5 + 45^\circ) \rightarrow i = 12,5 \text{ sen } 8639,37^\circ$$

$$i = - 137,4 \text{ mA}$$

$$v = 450 \text{ sen } (150 + 75^\circ) \rightarrow v = 450 \text{ sen } 8669,37^\circ$$

$$v = 220,7 \text{ V}$$

$$d) \dot{i}_R = \dot{i}_C = \dot{i}_L = \dot{i} = 12,5 \text{ sen } (300t + 45^\circ) \text{ A}$$

$$v_R = R \cdot i \rightarrow v_R = 389,8 \text{ sen } (300t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$v_L = X_L \cdot i \rightarrow v_L = 433,37 \text{ sen } (300t + 135^\circ) \text{ V}$$

$$v_C = X_C \cdot i \rightarrow v_C = 208,37 \text{ sen } (300t - 45^\circ) \text{ V}$$

Potência em corrente alternada

Circuito resistivo

A potência instantânea em qualquer tipo de circuito, é obtida pela multiplicação dos valores instantâneos da tensão e da corrente, ou seja:

$$p = v \cdot i \rightarrow p = V_m \text{ sen } \omega t \cdot I_m \text{ sen } \omega t$$

$$p = V_m I_m \text{ sen}^2 \omega t$$

Como

Tem - se

O gráfico 23 apresenta a forma de onda da tensão, corrente e potência no circuito resistivo puro.

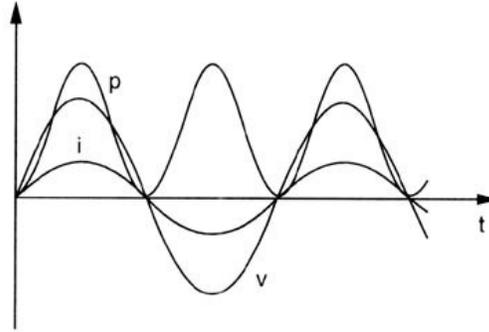


DIAGRAMA v . i = p

Gráf. 23

Pode-se observar que a potência é sempre positiva e que a frequência é o dobro da frequência da tensão e da corrente.

Toda a potência que flui da fonte para o resistor, é transformada em calor e nenhuma é devolvida à fonte, mesmo quando a corrente se inverte.

Esta potência é denominada potência ativa, potência efetiva ou real.

Potência em circuito indutivo

A potência em circuito indutivo puro será:

$$p = v \cdot i \rightarrow p = V_m \sin \omega t \cdot I_m \sin \omega t \rightarrow p = V_m I_m \sin \omega t \cdot \sin \omega t$$

Como

- $\sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A-B) + \sin(A+B)]$, e

$$A = B$$

tem - se

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2} \sin 2A$$

logo,

$$p = V_m I_m \left(\frac{1}{2} \right) \sin 2\omega t$$

$$p = P_m \text{ sen}2\omega t$$

O gráfico a seguir mostra os valores instantâneos da tensão, da corrente e da potência num circuito indutivo puro. (Gráf. 24)

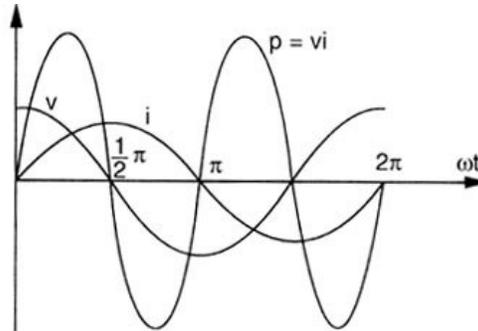


DIAGRAMA FASORIAL $v \cdot i = p$

Gráf. 24

Pode-se observar que a potência neste circuito é senoidal, o que significa que não existe transformação irreversível de potência: ou seja, não há produção de calor. O indutor puro não consome potência ativa. Quando a corrente está crescendo (de 0 a $\pi/2$ e π a $3\pi/2$) há produção de potência para o campo magnético.

Quando a corrente fica constante ou nula, a rede não fornece potência ao Campo magnético.

Quando a corrente está decrescendo (de $\pi/2$ a π e $3\pi/2$ a 2π) a rede recebe energia do Campo magnético.

Existe uma constante troca de potência entre a rede e o campo magnético indutor.

No circuito indutivo puro, esta potência denomina-se potência reativa.

Potência em circuito capacitivo

A potência instantânea num circuito capacitivo puro é também obtida por meio do produto da tensão e corrente da seguinte forma:

$$p = v \cdot i \quad \rightarrow \quad p = V_m \text{ sen } \omega t \cdot I_m \text{ cos } \omega t \quad \rightarrow \quad p = V_m I_m (1/2 \text{ sen } 2\omega t)$$

$$p = P_m \text{ sen } 2 \omega t.$$

No circuito capacitivo puro não existe transformação de energia na forma

de calor conforme mostra o gráfico 25.

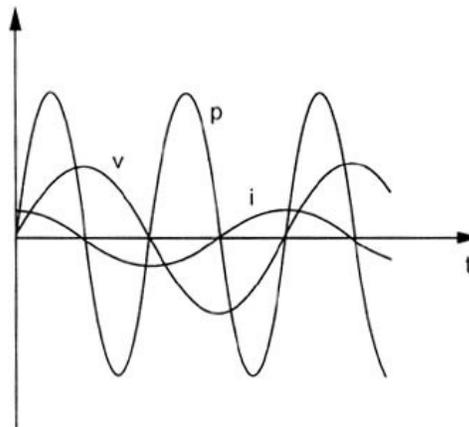


DIAGRAMA FASORIAL v . i = p

Gráf. 25

Quando a tensão está crescendo (de 0 a $\pi/2$ e π a $3\pi/2$) há fornecimento de potência para o campo elétrico.

Quando a tensão está decrescendo (de $\pi/2$ a π e $3\pi/2$ a 2π), a rede recebe a potência do campo elétrico.

Existe uma constante troca de energia entre a rede e o campo elétrico do capacitor.

No Circuito capacitivo puro esta potência é denominada potência reativa.

Potência em circuito RL e RC série

As potências dos circuitos RL e RC série são também obtidas por intermédio do produto da tensão e da corrente instantânea; porém, a defasagem entre a tensão e a corrente não mais será de 90° , como nos circuitos com elementos puros (indutor e capacitor), como mostram os gráficos 26 e 27.

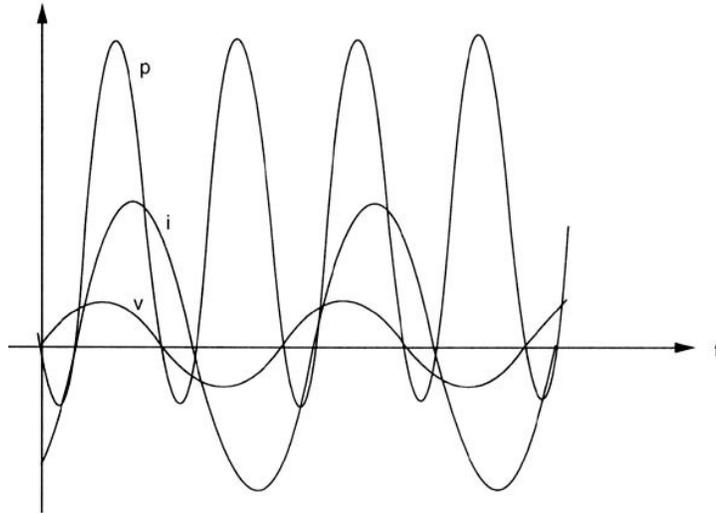


DIAGRAMA FASORIAL $v, i = p$ PARA CIRCUITO RL SÉRIE

Gráf. 26

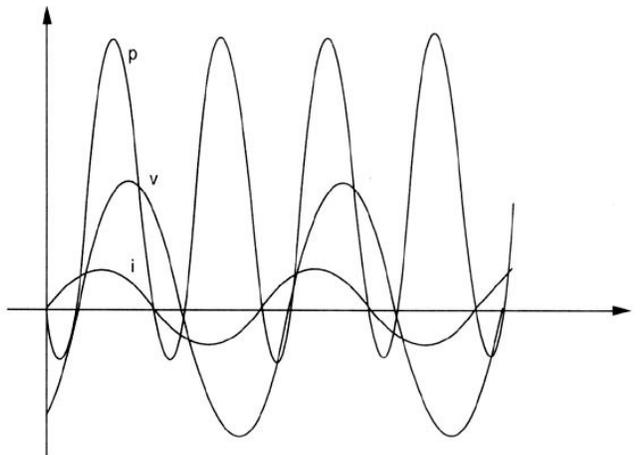


DIAGRAMA FASORIAL $v, i = p$ PARA CIRCUITO RC SÉRIE

Gráf. 27

Em ambos os gráficos a forma de onda da potência tem uma parte positiva e uma outra negativa. A parte positiva representa a potência dissipada pelo resistor mais a potência recebida pelo indutor; A parte negativa refere-se à potência devolvida pelo indutor e pelo capacitor em ambos os gráficos.

Potência em circuito RLC série

Como já foi demonstrado, a potência em circuito contendo resistência e reatância é composta da potência ativa e da potência reativa, que estão

defasadas de 90° entre si. Observou-se também que o indutor, e o capacitor armazenavam potência ou energia durante ¼ de ciclo e devolviam esta potência rede no ¼ de ciclo seguinte. Como a potência reativa é convencionalmente positiva para o indutor e negativa para o capacitor, conclui-se que elas estão defasadas de 180°. O efeito da defasagem é a troca de potência (energia) existente entre o capacitor e indutor, ou seja, quando o capacitor for devolver a energia armazenada para a rede, o indutor absorve sua energia e vice-versa. Se a reatância capacitiva e a indutiva forem iguais, a energia cedida por um dos elementos será sempre igual à do outro elemento. Haverá uma constante troca de energia reativa entre eles.

Como já foi visto, a potência é consumida apenas pelo resistor. O indutor e o capacitor puro não consomem potência ativa.

O fator de potência de um circuito RL, RC ou RLC série é o cos do ângulo θ . O mesmo ângulo da impedância do circuito tratado, ou simplesmente o fator de potência é o cos do ângulo resultante entre a tensão e a corrente que pode ser obtido da seguinte forma:

$$\cos \theta = \frac{R}{Z}$$

Ressonância no circuito RLC série

Um circuito encontra-se em ressonância quando as reatâncias se anulam; sendo assim, o circuito apresenta a característica de puramente resistir. Como mostra o diagrama fasorial a seguir. (Gráf. 28)

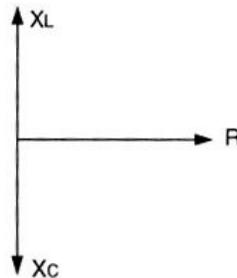


DIAGRAMA FASORIAL RLC SÉRIE

Gráf. 28

A condição de ressonância desejável em vários circuitos usados, porém, podem trazer consequências desagradáveis, como danos para os elementos de um circuito quando não é prevista.

A frequência em que um circuito em série entra em ressonância pode ser deduzida da seguinte forma:

$$X_L = X_C$$

$$2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C}$$

Como se deseja determinar a frequência de ressonância, substitui-se f por fr.

$$fr \cdot fr = \frac{1}{4\pi^2 LC} \quad \rightarrow \quad fr^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \quad \rightarrow \quad fr = \frac{1}{\sqrt{4\pi^2 LC}}$$

$$fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

O fator de potência de um circuito ressonante será sempre 1.

•Exemplo

Um circuito RLC série, constituído de $R = 6 \Omega$, $X_L = 12 \Omega$ e $X_C = 4 \Omega$, é alimentado por uma tensão $v = 120 \text{ sen } 377 t \text{ V}$. Determine:

- a) a impedância;
- b) a corrente;
- c) as quedas de tensões v_R , v_L , e v_C ;
- d) o fator de potência;
- e) o valor da frequência de ressonância.

A partir deste exercício/exemplo a impedância será tratada como impedância completa, onde a resistência, a reatância indutiva e a reatância capacitiva serão demonstradas por intermédio de um módulo e um ângulo que pode ser:

$R < 0^\circ$, $X_L < 90^\circ \Omega$ e $X_C < -90^\circ$ respectivamente,

$$a) Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \text{ arc tg } \frac{X}{R} \quad \rightarrow \quad Z = 10 \angle 53,13^\circ \text{ A}$$

$$b) i = \frac{V}{Z} \quad \rightarrow \quad i = 12 \text{ sen } 377t \angle -53,13^\circ \text{ A}$$

$$c) v_R = R \cdot i \quad \rightarrow \quad v_R = 72 \text{ sen } (377t - 53,13^\circ) \text{ V}$$

$$v_C = X_C \cdot i \quad \rightarrow \quad v_C = 40 \text{ sen } (377t - 143,13^\circ) \text{ V}$$

$$v_L = X_L \cdot i \quad \rightarrow \quad v_L = 144 \text{ sen } (377t - 36,87^\circ) \text{ V}$$

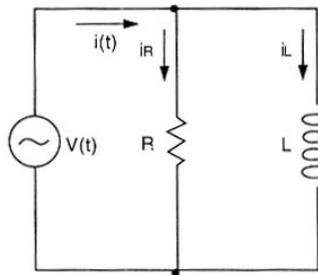
$$d) \cos \theta = \frac{R}{Z} \quad \rightarrow \quad \cos \theta = 0,6$$

$$e) X_L = \omega L \quad \rightarrow \quad L = 31,83 \text{ mH}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad C = 663 \text{ } \mu\text{F}$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \rightarrow \quad f_R = 34,65 \text{ Hz}$$

Circuito RL paralelo



CIRCUITO RL PARALELO

Fig. 7.13

Conforme a figura a corrente instantânea total é:

$$i(t) = i_R + i_L$$

$$i_R = \frac{V_m \cdot \text{sen } \omega t}{R \angle 0^\circ} \quad \rightarrow \quad i_L = \frac{V_m \cdot \text{sen } \omega t}{X_L \angle 90^\circ} \quad \rightarrow$$

$$i_L = \frac{V_m \cdot \text{sen}(\omega t - 90^\circ)}{X_L}$$

$$v = i(t) \cdot Z \quad \Rightarrow \quad i(t) = \frac{v}{Z} \quad \Rightarrow \quad i(t) = \frac{1}{Z} \cdot V_m \text{sen}(\omega t + \theta) \quad \Rightarrow \quad i(t) = Y \cdot V_m \text{sen}(\omega t + \theta)$$

donde: $\frac{1}{Z} = Y \Rightarrow$ admitância.

Admitância Y é a facilidade que a corrente alternada encontra ao passar por um circuito.

$$i_R = \frac{V_m \cdot \text{sen} \omega t}{R} \Rightarrow i_R = \frac{1}{R} \cdot V_m \cdot \text{sen} \omega t \Rightarrow i_R = G \cdot V_m \text{sen} \omega t$$

onde

$$\frac{1}{R} = G \Rightarrow \text{condutância}$$

Condutância é a facilidade que a corrente alternada encontra ao passar por um resistor.

$$i_L = \frac{V_m \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ)}{X_L} \Rightarrow i_L = \frac{1}{X_L} \cdot V_m \cdot \text{sen}(\omega t - 90^\circ) \Rightarrow i_L = B_L \cdot V_m \text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

onde

$$\frac{1}{X_L} = B_L \Rightarrow \text{susceptância indutiva}$$

Susceptância indutiva é a facilidade encontrada pela corrente alternada ao passar por um indutor.

Conclui-se então que:

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} \angle \text{arc tg} \frac{B_L}{G}$$

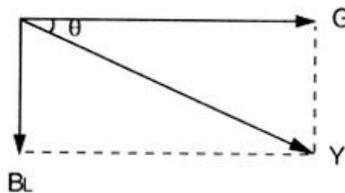


DIAGRAMA FASORIAL DO CIRCUITO RL PARALELO

Gráf. 29

•Exemplo

Um circuito RL paralelo de $R = 6 \Omega$ e $X_L = 8 \Omega$ está ligado à fonte cuja tensão instantânea é $v = 120 \text{sen} 377t \text{ V}$.

Determinar:

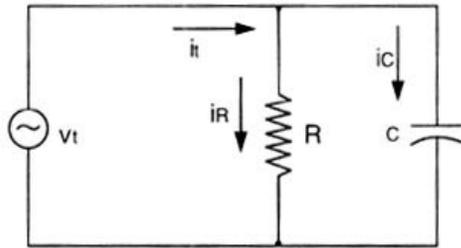
- a) a impedância;
- b) a corrente total $i(t)$;
- c) o diagrama fasorial.

Solução

a) O cálculo da impedância poderia ser solucionado pelo processo anterior, ou seja, pela soma das susceptâncias, para encontrar a admitância e logo após definindo a impedância. Porém, será usado um outro processo que já foi trabalhado em Circuitos CC.

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{R + X_L} \Rightarrow Z = \frac{6 \angle 0^\circ \cdot 8 \angle 90^\circ}{6 + j8} \Rightarrow Z = \frac{48 \angle 90^\circ}{10 \angle 53^\circ} \Rightarrow Z = 4,8 \angle 37^\circ$$

Circuito RC paralelo



CIRCUITO RC PARALELO

Fig. 7.14

A dedução das expressões matemáticas que definem as grandezas neste circuito é feita de forma similar ao estudo anterior para o circuito RL. Por isto serão demonstradas apenas as fórmulas, sem deduções:

$$\dot{i}_t = \dot{i}_R + \dot{i}_C$$

$$i_t = Y \cdot \text{sen}(\omega t + \theta)$$

$$i_R = G \cdot V_m \cdot \text{sen } \omega t$$

$$i_C = \frac{V_m \cdot \text{sen } \omega t}{X_C \angle -90^\circ} \Rightarrow i_C = \frac{1}{X_C} \cdot V_m \text{sen}(\omega t + 90^\circ) \Rightarrow i_C = B_C V_m \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

Onde

$$\frac{1}{X_C} = B_C \Rightarrow \text{susceptância capacitiva}$$

Susceptância capacitiva é a facilidade encontrada pela corrente alternada ao passar por um capacitor.

Diagrama fasorial (Y e V) (Gráf. 30)



DIAGRAMA FASORIAL DA SUSCEPTÂNCIA E DAS TENSÕES
Gráf. 30

Circuito RLC paralelo

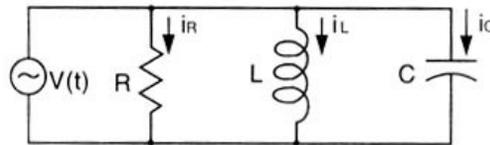


DIAGRAMA RLC PARALELO

Fig. 7.15

$$\dot{i}_t = \dot{i}_R + \dot{i}_L + \dot{i}_C$$

$$i_R = \frac{V_m \cdot \text{sen } \omega t}{R \angle 0^\circ}$$

$$i_L = \frac{V_m \cdot \text{sen } \omega t}{X_L \angle 90^\circ} \rightarrow i_L = \frac{V_m \cdot \text{sen}(\omega t - 90^\circ)}{X_L}$$

$$i_C = \frac{V_m \cdot \text{sen } \omega t}{X_C \angle -90^\circ} \Rightarrow i_C = \frac{1}{X_C} \cdot V_m \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

$$i_t = \sqrt{i_R^2 + (i_C - i_L)^2}$$

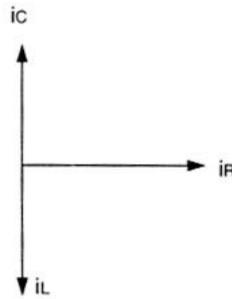


DIAGRAMA FASORIAL DAS CORRENTES

Gráf. 31

A admitância em um circuito RLC pode ser concluída da seguinte forma:

$$v = i(t) \cdot Z \Rightarrow i(t) = \frac{v}{Z} \Rightarrow i(t) = \frac{1}{Z} \cdot V_m \text{ sen}(\omega t + \theta)$$

Onde

$$\frac{1}{Z} = Y$$

$$i_t = Y \cdot V_m \text{ sen}(\omega t + \theta)$$

$$i_R = \frac{V_m \cdot \text{sen} \omega t}{R} \Rightarrow i_R = \frac{1}{R} \cdot V_m \cdot \text{sen} \omega t \Rightarrow i_R = G \cdot V_m \text{ sen} \omega t$$

$$i_C = \frac{V_m \cdot \text{sen} \omega t}{X_C \angle -90^\circ} \Rightarrow i_C = \frac{1}{X_C} \cdot V_m \text{ sen}(\omega t + 90^\circ) \Rightarrow i_C = B_C \cdot V_m \text{ sen}(\omega t + 90^\circ)$$

$$i_L = \frac{V_m \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ)}{X_L} \Rightarrow i_L = \frac{1}{X_L} \cdot V_m \cdot \text{sen}(\omega t - 90^\circ) \Rightarrow i_L = B_L \cdot V_m \text{ sen}(\omega t - 90^\circ)$$

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} \angle \text{arc tg} \frac{B_C - B_L}{G}$$

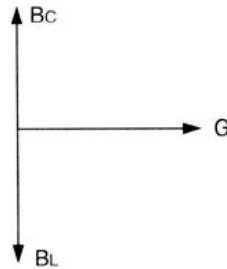


DIAGRAMA FASORIAL DA ADMITÂNCIA

Gráf. 32

•Exemplo

Um circuito RLC paralelo de $R = 20 \Omega$, $L = 31,85 \text{ mH}$ e $C = 106 \mu\text{F}$ é alimentado por uma tensão $v = 100 \text{ sen } 314t \text{ V}$.

Determine

a) a impedância;

b) as correntes.

Solução

a) $X_L = \omega L \quad X_L = 10 \Omega$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad X_C = 30,04 \Omega$$

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} \Rightarrow Y = 0,08337 \text{ S}$$

$$\theta = \text{arc tg} \frac{B_C - B_L}{G} \Rightarrow \theta = -53,15^\circ \Rightarrow Y = 0,08337 \angle -53,15^\circ$$

$$Z = \frac{1}{Y} \Rightarrow Z = 11,99 \angle 53,15^\circ$$

$$i_R = \frac{v}{R} \Rightarrow i_R = \frac{100 \cdot \text{sen } 314t}{20 \angle 0^\circ} \Rightarrow i_R = 5 \text{ sen } 314t \text{ A}$$

$$i_C = \frac{v}{X_C} \Rightarrow i_C = \frac{100 \cdot \text{sen } 314t}{30,04 \angle -90^\circ} \Rightarrow i_C = 3,33 \text{ sen } (314t + 90^\circ) \text{ A}$$

$$i_L = \frac{v}{X_L} \Rightarrow i_L = \frac{100 \cdot \text{sen} 314 t}{10 \angle 90^\circ} \Rightarrow i_L = 10 \text{sen}(314 t - 90^\circ) \text{ A}$$

Valor médio de uma forma de onda

O valor médio de uma forma de onda é correspondente a um valor contínuo médio, ou seja, é a razão entre a área da forma de onda o seu período.

$$V_{\text{méd}} = \frac{\text{soma das áreas}}{\text{período}}$$

O valor médio é o valor medido de uma forma de onda com um voltímetro ou amperímetro CC.

Sendo $f(t)$ a função que representa a forma de onda de uma grandeza, o seu valor médio será:

$$V_{\text{méd}} = \frac{1}{t} \int_0^t f(t) dt$$

Se a forma de onda for simétrica e tiver semiciclo positivo e negativo, o valor médio para um período será zero. Desta forma é comum calcular o valor médio para apenas um semiciclo.

Valor eficaz

O valor eficaz de uma forma de onda alternada pode ser definido como sendo um valor de tensão ou corrente que provoca uma dissipação de potência equivalente a de uma tensão ou corrente contínua.

Sendo $f(t)$ a função que representa a forma de onda de uma grandeza, o seu valor eficaz, para um período, é dado pela expressão:

$$V_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t f(t)^2 dt}$$

Normalmente o valor eficaz de uma forma de onda, tensão ou corrente, pode ser representado por V e i , respectivamente. Os valores eficazes também podem ser escritos através de um outro subíndice. RMS, como por exemplo: V_{RMS} , i_{RMS} ...

RMS são iniciais que representam ROOT, MEAN e SQUARE, ou seja, raiz média quadrática.

Os valores da forma de onda senoidal podem ser definidos através de um resumo feito a seguir:

1 - Forma senóide

Valor médio:

$$V_m = 0$$

Valor eficaz:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

2 - Meia onda

Valor médio:

$$V_{méd} = \frac{V_m}{\pi}$$

Valor eficaz:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

3 - Onda completa

Valor médio:

$$V_{méd} = \frac{V_m}{\pi}$$

Valor eficaz:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

A análise do corrente alternada pode ser trabalhada utilizando os valores eficazes da forma de onda. Para isto é comum apresentar o valor da grandeza através do um número complexo na forma polar, ou seja:

A tensão instantânea $v = 311,13 \text{ sen } (377t - 30^\circ) \text{ V}$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$V = 220 \angle -30^\circ \text{ V}$$

Da mesma forma a corrente instantânea: $i = 14,14 \text{ sen } (377t + 40^\circ) \text{ A}$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$i = 10 \angle 40^\circ \text{ A}$$

•Exemplo

A tensão nos terminais de um circuito RLC é de:
 $V = 50 \angle 15^\circ \text{ V}$

Sendo o valor do resistor $R = 4 \ \Omega$, a reatância indutiva $X_L = 6 \ \Omega$ e a reatância capacitiva $X_C = 4 \ \Omega$ calcule a corrente no circuito.

Solução

Determinação da impedância

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \Rightarrow \quad |Z| = 4,47 \ \Omega$$

$$\theta = \text{arc tg} \frac{(X_L - X_C)}{R} \quad \Rightarrow \quad \theta = 26,57^\circ$$

$$Z = 4,47 \angle 26,57^\circ \ \Omega$$

Cálculo da corrente:

$$I = \frac{V}{Z} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{50 \angle 15^\circ}{4,47 \angle 26,57^\circ} \quad \Rightarrow \quad I = 11,19 \angle -11,57^\circ \text{ A}$$

Potência

A potência em corrente alternada já foi estudada anteriormente. Este texto visa fazer um resumo do que foi estudado e concluir o estudo das potências em CA.

Potência ativa ou efetiva (P) – É aquela que se apresenta em formado trabalho útil. Tem como unidade o watt (W). O instrumento de medida é o Wattímetro.

$$P = V \cdot I \cdot \cos \theta$$

Potência reativa (Q) - É a potência que se apresenta em forma de campo magnético e/ou campo elétrico. A unidade de potência reativa é o volt-ampère reativo (VAr). O instrumento de medida é o Varmetro.

$$S = V \cdot I \cdot \text{sen } \theta.$$

Potência aparente (S) - É a potência disponível para se consumir. Matematicamente, é a soma algébrica das potências ativa e reativa. Sua unidade é o volt-ampère (VA).

$$S = V \cdot I$$

Fator de potência ($\cos \theta$) - Indica o quanto da potência disponível está sendo transformada em potência efetiva.

$$\cos \theta = \frac{P}{S}$$

Triângulo das potências

De acordo com as expressões (fórmulas) que determinaram as potências, tem-se o triângulo: (Fig. 7.16)

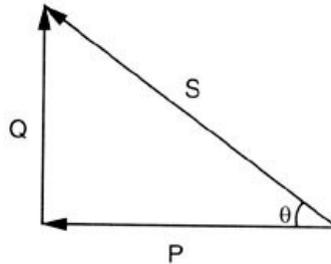


Fig. 7.16

De acordo com a potência reativa o triângulo pode ser invertido. (Fig. 7.17)

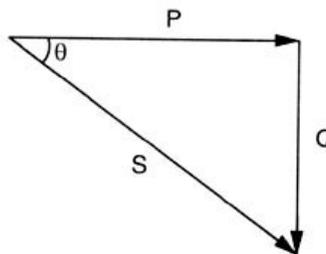


Fig. 7.17

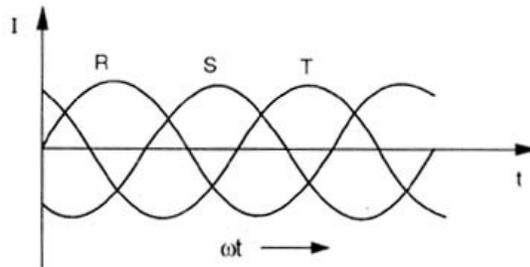
Circuitos trifásicos

Tensões e correntes trifásicas são geradas da mesma forma que as monofásicas. Um sistema trifásico é constituído de três sistemas monofásicos, defasados entre si de 120° . No sistema trifásico, as tensões geradas terão normalmente o mesmo módulo e a mesma frequência.

O gerador monofásico tem apenas uma bobina e nela é induzida uma fem. Se em vez de uma bobina, forem usadas três bobinas deslocadas ou defasadas geometricamente de 120° uma da outra ocorrerá uma distribuição simétrica das bobinas, obtendo-se aí um gerador trifásico.

Como já foi estudado anteriormente, as fems induzidas dependem da posição das bobinas que se encontram com relação ao campo magnético, onde, por meio da regra da mão direita de Fleming convencionam-se o seu sentido.

Devido às bobinas estarem defasadas uma das outras de 120° surge, então, uma tensão e por sua vez uma corrente elétrica defasadas de 120° elétricos, conforme a figura 8.1.



FORMA DE ONDA TRIFÁSICA DEFASADAS 120°

Fig. 8.1

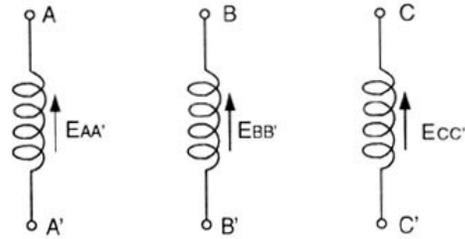
Observando-se as formas de ondas obtidas, verifica-se que a sequência de geração das tensões foi ABC, ou seja, o rotor gira num sentido tal que a fase B está atrasada de 120° da fase A, assim como a fase C está adiantada de 120° da mesma fase A.

Identificação das fases do gerador trifásico

A tensão e a corrente elétrica podem ser representadas por fasores, que determinam o módulo e as relações de tempo das fases.

É comum representar as bobinas do gerador trifásico com sequência de letras, que podem ser ABC e RST, originando os terminais das bobinas com a

mesma identificação conforme a figura 8.2.



BOBINAS DO GERADOR TRIFÁSICO

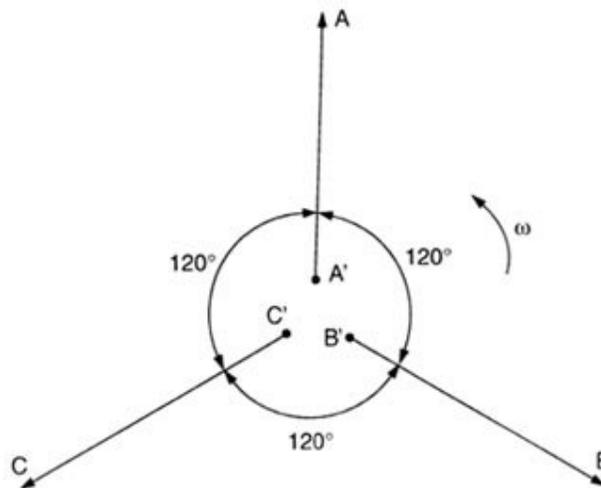
Fig. 8.2

É de fundamental importância que as tensões e correntes sejam identificadas adequadamente. Para isto é comum utilizar a notação duplo índice, usada anteriormente em circuitos monofásicos.

Daí identificar as tensões, como por exemplo:

$$V_{AA'}, V_{BB'}, V_{CC'}$$

Estes índices mostram que a tensão é medida a partir do primeiro índice para o segundo, onde cada um se refere a um ponto no circuito, de acordo com a figura a seguir:



FASORES DO GERADOR TRIFÁSICO

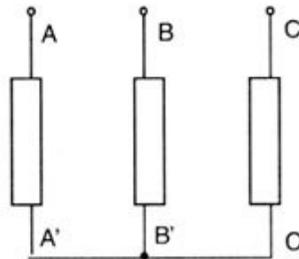
Fig. 8.3

Então a identificação $V_{AA'}$ representa a tensão do ponto A em relação ao ponto A'.

Estas tensões podem ser representadas pelos fasores (Fig. 8.3), não esquecendo de tomar como referência o sentido da velocidade angular (anti-horário).

Conexão do gerador em estrela (Y)

A ligação estrela é obtida através da interligação dos terminais A', B' e C' por exemplo. Esta conexão é chamada estrela, pois as bobinas podem ser dispostas de tal forma que representam a figura Y (estrela) conforme a figura 8.4.



GERADOR LIGADO EM ESTRELA

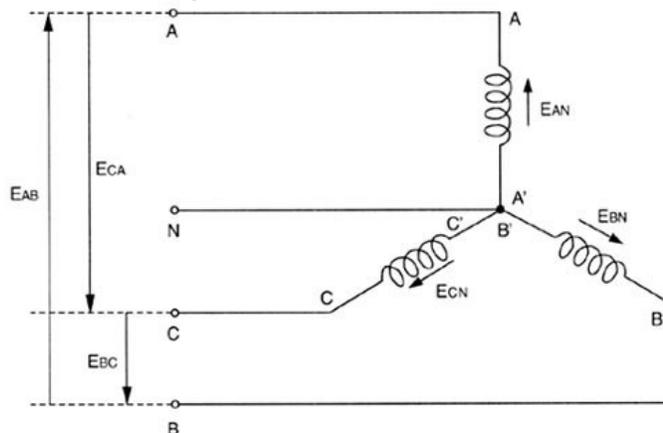
Fig. 8.4

A interligação dos condutores A', B' e C' originou um ponto comum às três bobinas denominado neutro.

A sequência de fase do sistema utilizado determina o sentido da rotação dos geradores trifásicos, dar obter dois sistemas distintos, o ABC ou CBA (RST ou TSR).

O sistema ABC é o mais utilizado. Por isto será a sequência utilizada neste trabalho.

Através da conexão estrela do gerador obtém-se dois valores de tensão trifásica: uma tensão é medida na fase do gerador (nos terminais de cada bobina), denominada tensão de fase; outra tensão é medida entre os terminais que formam a estrela do gerador. Para identificar estas tensões do gerador será usada a letra V, conforme a figura 8.5.



CONEXÃO ESTRELA COM AS TENSÕES DE LINHA E DE FASE

Fig. 8.5

Diagrama fasorial

O diagrama fasorial ou das tensões para a conexão estudada pode ser visto em duas etapas. de acordo com as tensões verificadas na ligação estrela, conforme a figura 8.6.

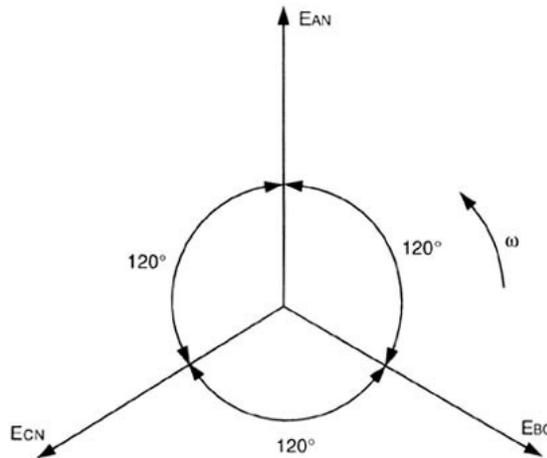


DIAGRAMA FASORIAL DAS TENSÕES

Fig. 8.6

Pode-se observar que as três tensões do diagrama fasorial são as tensões medidas em cada bobina do gerador. denominadas tensões de fase.

A tensão nos terminais externos do gerador, isto é, a tensão de linha, é a soma fasorial das tensões de fase da seguinte forma:

$$\begin{aligned} E_{AB} &= E_{AN} - E_{BN} & \rightarrow & \quad E_{AB} = E_{AN} + E_{NB} \\ E_{BC} &= E_{BN} - E_{CN} & \rightarrow & \quad E_{BC} = E_{BN} + E_{NC} \\ E_{CA} &= E_{CN} - E_{AN} & \rightarrow & \quad E_{CA} = E_{CN} + E_{NA} \end{aligned}$$

As expressões podem ser demonstradas no diagrama fasorial (Fig. 8.7)

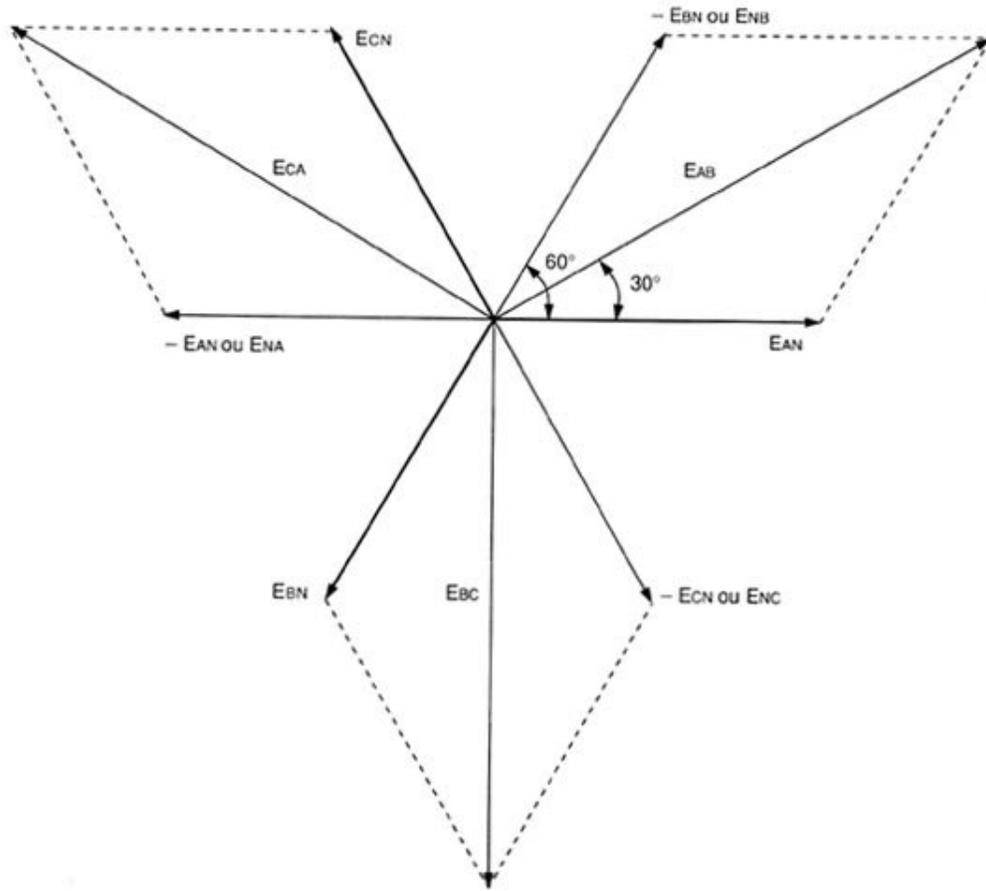


DIAGRAMA FASORIAL DAS TENSÕES

Fig. 8.7

Pode-se perceber que a tensão de linha é maior que a tensão de fase, e que está defasada, adiantada de 30°.

Estas relações existentes entre as tensões de linha e de fase podem ser comprovadas matematicamente da seguinte forma:

$$E_{AB} = E_{AN} \angle 0^\circ + E_{BN} \angle 60^\circ$$

$$E_{AB} = E_{AN} (1 + j0) + E_{BN} \left(\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Como $|E_{AN}| = |E_{BN}|$

Tem-se

$$E_{AB} = E_{AN} \left(1 + j0 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$E_{AB} = E_{AN} \left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Convertendo para a forma polar, tem-se:

$$E_{AB} = E_{AN} \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \angle \arctg \frac{\sqrt{3}/2}{3/2}$$

$$E_{AB} = E_{AN} \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} \angle \arctg \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$E_{AB} = E_{AN} \sqrt{3} \angle 30^\circ$$

Conclui-se que a tensão de linha E_{AB} é $\sqrt{3}$ vezes maior que a tensão de fase E_{AN} , está adiantada de um ângulo de 30° .

Da mesma forma que foi realizada a soma fasorial para obter a tensão de linha E_{AB} , pode-se determinar também as tensões E_{AB} e E_{CA} e conclui-se que a tensão de linha é maior que tensão de fase $\sqrt{3}$ vezes e está adiantada de 30° .

Cargas equilibradas conectadas em estrela

Cargas equilibradas são cargas que possuem a mesma característica e mesmo valor, ou seja, são impedâncias que possuem o mesmo módulo, conforme a figura 8.8.

Cargas equilibradas conectadas em estrela

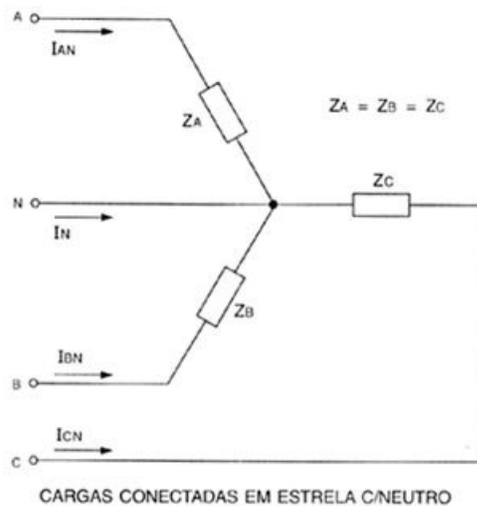


Fig. 8.8

Conforme a figura 8.8 tem-se

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} \quad I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} \quad I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C}$$

Como: $Z_A = Z_B = Z_C \quad \rightarrow \quad |I_A| = |I_B| = |I_C|$

As correntes I_A , I_B e I_C estão defasadas de 120° , independente das características (resistivas, indutivas ou capacitivas) das impedâncias, como por exemplo um circuito de característica indutiva. (Fig 8.9)

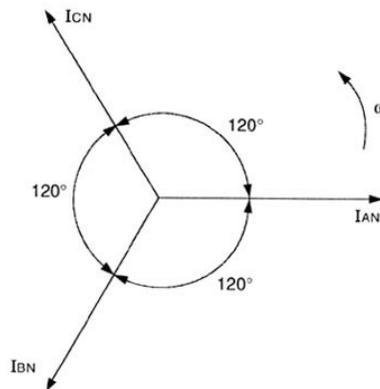


DIAGRAMA FASORIAL DAS CORRENTES

Fig. 8.9

Conforme o diagrama elétrico da conexão estrela, o fio neutro é ligado no ponto comum da ligação das três cargas. A intensidade da corrente, nesse condutor, é determinada da seguinte forma:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

Considerando uma carga com as mesmas características do diagrama fasorial anterior, onde o ângulo θ da impedância vale por exemplo 30° , tem-se:

$$I_N = I_A \angle -30^\circ + I_B \angle -150^\circ + I_C \angle 90^\circ$$

$$I_N = I_A (0,86 - j0,5) + I_B (-0,86 - j0,5) + I_C (0 + j1)$$

$$I_N = 0 \text{ A}$$

Conclui-se então que cargas equilibradas, quando conectadas em estrela, a corrente no condutor neutro será 0 A. Matematicamente, o cálculo das grandezas deste circuito independe do circuito estar ou não com o fio neutro conectado.

Recomenda-se sempre ligar o fio neutro, no ponto comum das cargas trifásicas conectadas em estrela, pois se ocorrer um desequilíbrio casual de carga, o neutro será a proteção para o circuito, não deixando variar a tensão nas demais cargas.

Cálculo da potência para cargas equilibradas conectadas em estrela

A potência no circuito trifásico em estrela é determinada através da potência de fase, isto é, da potência individual das cargas que constituem o circuito, e através da potência total, que é a soma das potências individuais.

Considerando as seguintes grandezas

V_F - tensão de fase

I_F - corrente de fase

θ - o ângulo da impedância (ou ângulo de defasagem entre V e I)

P_F - a potência de fase

P_T - a potência total

A potência individual ou a potência de fase será

$$P_F = V_F \cdot I_F \cos \theta$$

A potência total da conexão estrela será

$$P_T = 3 V_F \cdot I_F \cos \theta$$

Uma outra expressão para a potência total pode ser deduzida da seguinte forma:

$$P_T = 3 V_F \cdot I_F \cos \theta$$

$$P_T = 3 \frac{V_L}{\sqrt{3}} \cdot I_F \cdot \cos \theta$$

$$P_T = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I \cos \theta$$

Da mesma forma que foi demonstrada a potência efetiva de fase (P_F) e total (P_T), pode-se determinar as potências reativas (Q_F e Q_T) e aparentes (S_F e S_T).

Potências de fase

$$Q_F = V_F I \sin \theta$$

$$S_F = V_F I$$

Potências totais

$$Q_T = 3 Q_F = 3 V_F \cdot I \sin \theta$$

$$S_T = 3 S_F = 3 V_F \cdot I$$

O fator de potência do circuito será:

$$\cos \theta = \frac{P}{Q}$$

• **Exemplo**

Um circuito trifásico é composto do três cargas equilibradas conectadas em estrela.

Sendo

$$Z_A = Z_B = Z_C = 20 \angle 20^\circ \Omega$$

Determine:

- a) as correntes I_A , I_B , I_C e I_N
- b) as potências ativa, reativa, aparente e fator de potência.

Solução

- a) Determinam-se, em primeiro lugar, as tensões de fase do circuito.

$$V_{AN} = \frac{V_{AB}}{\sqrt{3}} \angle \theta - 30^\circ \Rightarrow V_{AN} = \frac{210}{\sqrt{3}} \angle 20^\circ - 30^\circ \Rightarrow V_{AN} = 121,24 \angle -10^\circ$$

$$V_{BN} = 121,24 \angle -130^\circ \quad \text{e} \quad V_{CN} = 121,24 \angle 110^\circ$$

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} \Rightarrow \frac{121,24 \angle -10^\circ}{20 \angle 20^\circ} \Rightarrow I_A = 6,06 \angle -30^\circ$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} \Rightarrow \frac{121,24 \angle -130^\circ}{20 \angle 20^\circ} \Rightarrow I_B = 6,06 \angle -150^\circ$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} \Rightarrow \frac{121,24 \angle 110^\circ}{20 \angle 20^\circ} \Rightarrow I_C = 6,06 \angle 90^\circ$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \Rightarrow I_N = 6,06 \angle -30^\circ + 6,06 \angle -150^\circ + 6,06 \angle 90^\circ$$

$$I_N = 6,06 (0,86 - j0,5) + 6,06 (-0,86 - j0,5) + 6,06 (0 + j1)$$

$$I_N = 6,06 (0,86 - j0,5 - 0,86 - j0,5 + j1)$$

$$I_N = 0 \text{ A}$$

b) Cálculo das Potências de fase.

$$S_F = V_F I \quad \rightarrow \quad S_F = 121,24 \cdot 6,06 = 734,71 \text{ VA}$$

$$P_F = V_F I_F \cos \theta \quad \rightarrow \quad P_F = 121,24 \cdot 6,06 \cdot 0,94 = 690,41 \text{ W}$$

$$Q_F = V_F I \sin \theta \quad \rightarrow \quad Q_F = 121,24 \cdot 6,06 \cdot 0,34 = 251,29 \text{ VAR}$$

Potências totais

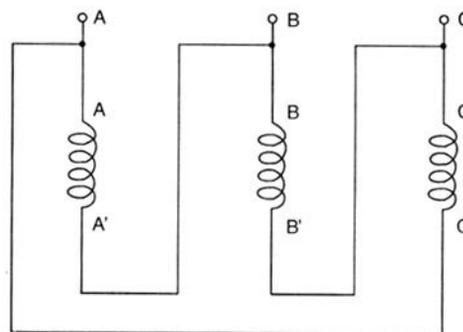
$$S_T = 3 S_F \quad \rightarrow \quad S_T = 3 \cdot 734,71 = 2204,14 \text{ VA}$$

$$P_T = 3 P_F \quad \rightarrow \quad P_T = 3 \cdot 690,41 = 2071,23 \text{ W}$$

$$Q_T = 3 Q_F \quad \rightarrow \quad Q_T = 3 \cdot 251,29 = 753,87 \text{ VAR}$$

Ligação do gerador em triângulo

O gerador trifásico também pode ser conectado em triângulo, de forma que o início da primeira bobina seja ligado com o final da última bobina, originando a fase A; o início da segunda bobina seja ligado como final da primeira, originando a fase B; e o início da terceira bobina seja ligado como final da segunda bobina, originando a fase C, por exemplo, como mostra a figura 8.10.

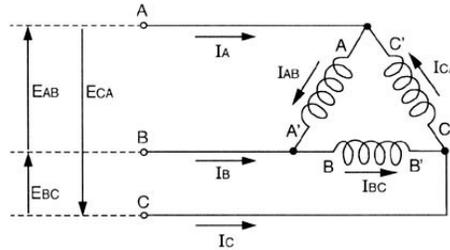


CONEXÃO TRIÂNGULO

Fig. 8.10

Pode-se observar que, na ligação triângulo, não existe o fio neutro, o que é desvantagem em determinados casos.

A conexão triângulo é assim chamada porque os seus terminais podem ser dispostos geometricamente, de tal forma que se apresente a figura triângulo Δ como mostra a figura 8.11.



CONEXÃO TRIANGULO

Fig. 8.11

A figura mostra que a tensão nos terminais da bobina do gerador, ou seja, a tensão de fase é igual à tensão nos vértices da conexão delta, que é a tensão de linha, ou melhor:

$$V_F = V_L$$

Percebe-se, também, que existem duas correntes nesta conexão: uma em cada bobina do gerador denominada de corrente de fase; e a outra corrente, que é a soma das duas, denominada corrente de linha.

Os sentidos das setas colocadas no interior da conexão triângulo estão em forma didática, com o objetivo de facilitar a interpretação dos cálculos das correntes de fase e de linha.

Para análise das correntes no gerador, será demonstrado, primeiramente, o diagrama fasorial das correntes de fase, tomando a corrente I_{AB} na referencia 0° conforme a figura 8.12.

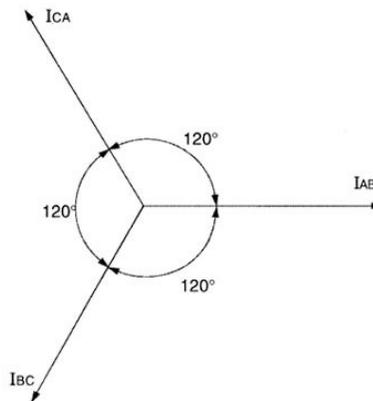


DIAGRAMA FASORIAL DAS CORRENTES DE FASE

Fig. 8.12

A corrente de linha é a soma fasorial das correntes de fase da seguinte forma:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \Rightarrow \dot{I}_A = \dot{I}_{AB} + \dot{I}_{AC}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \Rightarrow \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} + \dot{I}_{BA}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} \Rightarrow \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} + \dot{I}_{CB}$$

O diagrama fasorial da figura 8.13 mostra as correntes de fase e de linha.

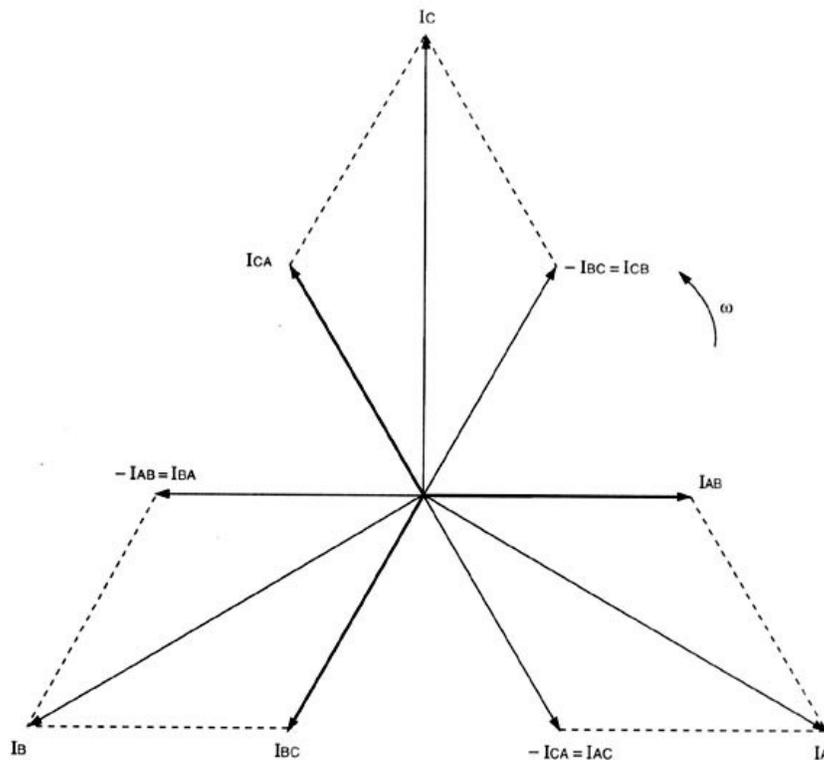


DIAGRAMA FASORIAL DAS CORRENTES

Fig. 8.13

Pode-se observar que a corrente de linha é maior que a corrente de fase. A relação que existe pode ser analisada, por exemplo, $I_{AB} + I_{AC} = I_A$.

$$I_A = I_{AB} \angle 0^\circ + I_{AC} \angle -60^\circ$$

$$I_A = I_{AB} (1 + j0) + I_{AC} \left(\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Como

$$|I_{AB}| = |I_{AC}|$$

Tem-se

$$I_A = I_{AB} \left(1 + j0 + \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$I_A = I_{AB} \left(\frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$I_A = I_{AB} \sqrt{\left(\frac{3}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}$$

$$I_A = I_{AB} \sqrt{3}$$

$$\theta = \text{arc tg} \frac{X}{R} = \text{arc tg} - \frac{\sqrt{3}/2}{3/2} = -30^\circ$$

$$I_A = I_{AB} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

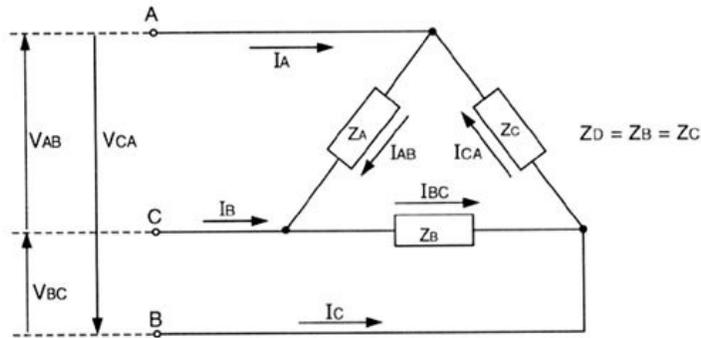
Conclusão:

A corrente de linha I_A é maior que a corrente de fase $\sqrt{3}$ vezes, e está atrasada de 30° ou seja

$$I_L = I_F \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

Cargas equilibradas conectadas em triângulo

A análise de cargas equilibradas, ligadas em triângulo, deve ser feita conforme a figura 8.14.



LIGAÇÃO DE CARGAS EM TRIÂNGULO

Fig. 8.14

As correntes de fase podem ser calculadas da seguinte forma:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_A} \quad I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_B} \quad I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_C}$$

Considerando a tensão V_{AB} na referência 0° e considerando uma carga com características capacitivas, por exemplo, com uma impedância $Z = |Z| \angle -30^\circ \Omega$. Obtêm-se o seguinte diagrama fasorial das correntes e tensão.

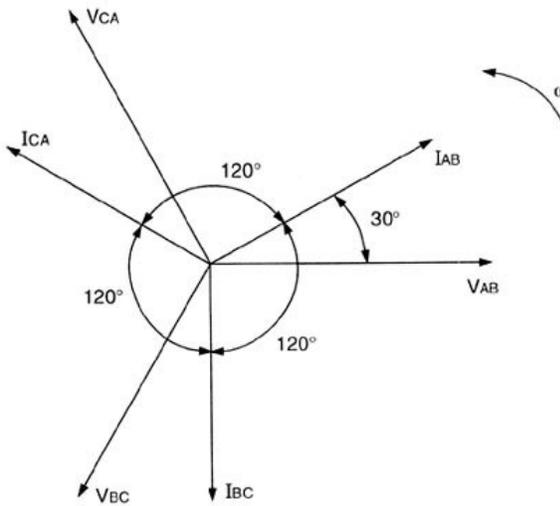


DIAGRAMA FASORIAL
DAS CORRENTES E TENSÃO

Fig. 8.15

Matematicamente, a corrente de linha pode ser calculada como a relação entre I_L e I_F e é a mesma para qualquer fase. Como exemplo calcularemos a corrente I_A .

$$I_A = I_{AB} \angle 30^\circ + I_{AC} \angle -30^\circ$$

$$I_A = I_{AB} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) + I_{AC} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} \right)$$

Como $|I_{AB}| = |I_{AC}|$, tem-se:

$$I_A = I_{AB} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} \right) \Rightarrow I_A = I_{AB} \left(2\frac{\sqrt{3}}{2} + j0 \right)$$

$$I_A = I_{AB} \sqrt{3}$$

$$\theta = \arctg \frac{X}{R} = \arctg 0 = 0^\circ$$

$$I_A = I_{AB} \sqrt{3} \angle 0^\circ, \text{ ou seja, } I_L = I_F \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

Conclusão

A corrente de linha é maior que a corrente de fase $\sqrt{3}$ vezes e está atrasada de 30° em relação a ela (fase).

Cálculo da potência

Da mesma forma que na ligação estrela, o cálculo da potência no circuito triângulo pode ser determinado a partir das potências de fase, ou seja, da potência individual de cada impedância. De maneira resumida pode-se verificar as três potências:

$$\begin{aligned} P_F &= V_F I_F \cos \theta \\ Q_F &= V_F I_F \sin \theta \\ S_F &= V_F I_F \end{aligned}$$

As potências totais podem ser expressas por:

$$\begin{aligned} P_T &= 3 V_F I_F \cos \theta \\ Q_T &= 3 V_F I_F \sin \theta \\ S_T &= 3 V_F I_F \end{aligned}$$

As potências totais podem ser expressas por:

$$P_T = 3 V I_F \cos \theta \Rightarrow P_T = 3 V \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cos \theta \Rightarrow P_T = \sqrt{3} V I_L \cos \theta$$

$$Q_T = 3 V I_F \sin \theta \Rightarrow Q_T = \sqrt{3} V I_L \sin \theta$$

$$S_T = 3 V I_F \Rightarrow S_T = \sqrt{3} V I_L$$

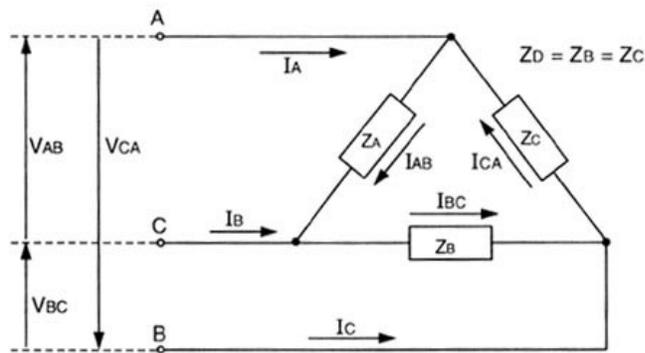
O fator de potência pode ser determinado da seguinte forma.

$$\cos \theta = \frac{P}{S}$$

Portanto, o fator de potência resultante de um circuito com cargas trifásicas equilibradas é o cosseno do ângulo da impedância.

• Exemplo

Analise o circuito a seguir. (Fig. 8.16)



CARGAS CONECTADAS EM TRIÂNGULO

Fig. 8.16

Sendo

$$V_{BC} = 220 \angle -140^\circ$$

$$Z_A = Z_B = Z_C = 20 \angle 45^\circ \Omega$$

Pode-se determinar:

- as correntes I_A , I_B e I_C ;
- o diagrama fasorial;
- as potências totais P , Q e S .

Sendo as tensões defasadas de 120° tem-se:

$$V_{AB} = 220 \angle -20^\circ \quad V_{BC} = 220 \angle -140^\circ \quad V_{CA} = 220 \angle 100^\circ$$

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_A} = \frac{220 \angle -20^\circ}{20 \angle 45^\circ} \Rightarrow I_{AB} = 11 \angle -65^\circ \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_B} = \frac{220 \angle -140^\circ}{20 \angle 45^\circ} \Rightarrow I_{AB} = 11 \angle -185^\circ \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_C} = \frac{220 \angle 100^\circ}{20 \angle 45^\circ} \Rightarrow I_{CA} = 11 \angle 55^\circ \text{ A}$$

$$I_A = I_{AB} \sqrt{3} \angle \theta - 30^\circ \Rightarrow I_A = 11 \sqrt{3} \angle -65^\circ - 30^\circ \Rightarrow I_A = 19,05 \angle -95^\circ$$

$$I_B = I_{BC} \sqrt{3} \angle \theta - 30^\circ \Rightarrow I_B = 11 \sqrt{3} \angle -185^\circ - 30^\circ \Rightarrow I_B = 19,05 \angle -215^\circ$$

$$I_C = I_{CA} \sqrt{3} \angle \theta - 30^\circ \Rightarrow I_C = 11 \sqrt{3} \angle 55^\circ - 30^\circ \Rightarrow I_C = 19,05 \angle 25^\circ$$

b) Cálculo das potências

$$P_T = 3 V_F I_F \cos \theta \rightarrow P_T = 3.220.11. \cos 45^\circ \rightarrow P_T = 5133,59 \text{ W}$$

$$Q_T = 3 V_F I \sin \theta \rightarrow Q_T = 3.220.11. \sin 45^\circ \rightarrow Q_T = 5133,59 \text{ VAR}$$

$$S_T = 3 V_F I \rightarrow S_T = 3.220.11 \rightarrow S_T = 7260 \text{ VA}$$

Referências Bibliográficas

ARRUDA, Miguel Augusto de Toledo, ANJOS, Ivan Gonçalves dos. *Física na escola atual*. São Paulo: Atual Ltda., 1993.

BARTKOWIAK, Robert. *Circuitos elétricos*. Trad. por Moema Sant'anna Belo - Makron Books do Brasil. São Paulo: Editora Ltda., MCGRAW, Hill Ltda., 1994.

BONJORNO, Regina F. S. Azenha, BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Valter. *Física 3 – bonjorno*. São Paulo: TTD S.A., 1985.

CALÇADA, Caio Sérgio, SAMPAIO, José Luiz. *Física Clássica*. São Paulo: Atual Ltda., 1985.

CAVALCANTE, PJ Mendes. *Eletrotécnica*. 10ª Ed. São Paulo: Livraria Freitas Bastos S.A., 1979.

CHIQUELTO, Marcos José, PARADA, Antônio Augusto. *Física – volume 3 Eletricidade*. São Paulo: Scipione Ltda., 1992.

FAJARDO, Sérvulo. *Física volume II – Eletricidade e Magnetismo*. Veja S.A., [s.d.]

HALLIDAY, D. e **RESNICK**, R. *Física volume 3*. 4ª ed. [s.d.]: Livros Técnicos e Científicos S. A., 1984.

JOSEPH A EDMINISTER – *Circuitos Elétricos*. Tradução Sebastião Carlos – Makron Books do Brasil. São Paulo: Macgraw Hill Ltda., 1991.

KASSATKIN, A. S. *Fundamentos da eletrotécnica*. Trad. por K. Asryantz. Mir Moscovo, 1980.