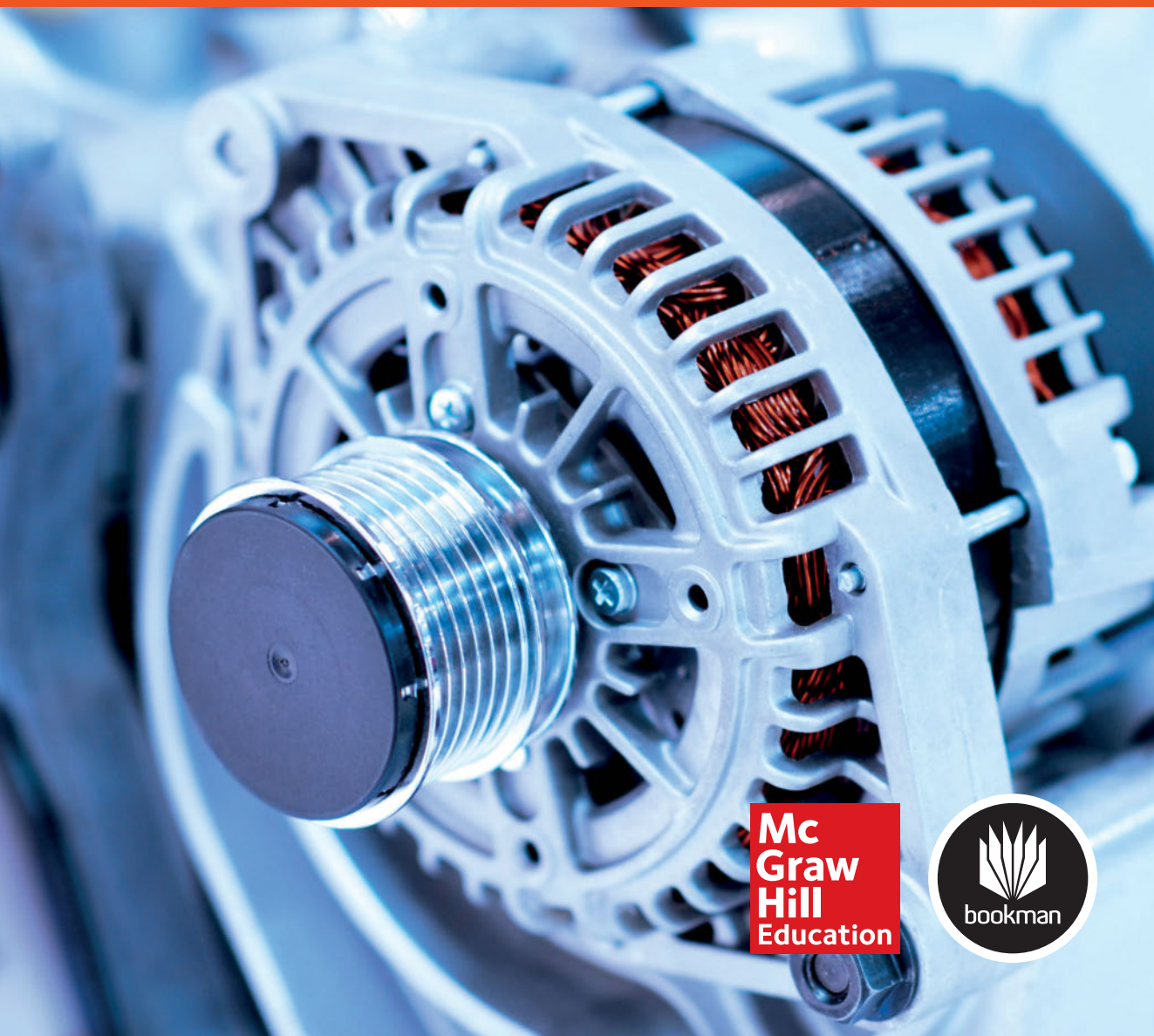


Stephen D. Umans

MÁQUINAS ELÉTRICAS

de Fitzgerald e Kingsley

7ª Edição



Mc
Graw
Hill
Education



O autor

Stephen D. Umans é graduado em engenharia elétrica pelo Massachusetts Institute of Technology (MIT). Hoje, atua como consultor independente. Já desempenhou a posição de engenheiro chefe de pesquisa no Laboratório de Sistemas Eletromecânicos do MIT e conferencista do Departamento de Engenharia Elétrica e Ciência da Computação do MIT. É membro da National Academy of Engineering dos Estados Unidos e *Fellow* do IEEE. Recebeu do prêmio Cyril Veinott Electromechanical Energy Conversion Award da Power Engineering Society do IEEE.



U48m Umans, Stephen D.

Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley [recurso eletrônico] / Stephen D. Umans ; tradução: Anatólio Laschuk. – 7. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : AMGH, 2014.

Editado também como livro impresso em 2014.
ISBN 978-85-8055-374-1

1. Engenharia elétrica. 2. Máquinas elétricas. I. Título.

CDU 621.313

Stephen D. Umans

Consultor Independente

Ex-Engenheiro Chefe de Pesquisa e Conferencista do Departamento de Engenharia Elétrica e Ciência da Computação e do Laboratório de Sistemas Eletromecânicos do Massachusetts Institute of Technology (MIT)

MÁQUINAS ELÉTRICAS

de Fitzgerald e Kingsley

7ª Edição

Tradução

Anatólio Laschuk

Mestre em Ciência da Computação pela UFRGS

Professor aposentado do Departamento de Engenharia Elétrica da UFRGS

Versão impressa
desta obra: 2014



AMGH Editora Ltda.

2014

Obra originalmente publicada sob o título
Fitzgerald & Kingsley's Electric Machinery, 7th Edition
ISBN 0073380466 / 9780073380469

Original edition copyright©2014, The McGraw-Hill Global Education Holdings, LLC, New York,
New York 10121. All rights reserved.

Portuguese language translation copyright ©2014 AMGH Editora Ltda., a Grupo A Educação S.A. company.
All rights reserved.

Gerente editorial: *Arysinha Jacques Affonso*

Colaboraram nesta edição:

Editora: *Verônica de Abreu Amaral*

Capa: *Maurício Pamplona*

Foto da capa: *Wodeweitu/Thinkstock*

Leitura final: *Bianca Basile Parracho*

Editoração: *Techbooks*

Reservados todos os direitos de publicação, em língua portuguesa, à
AMGH EDITORA LTDA., uma parceria entre GRUPO A EDUCAÇÃO S.A. e MCGRAW-HILL EDUCATION
Av. Jerônimo de Ornelas, 670 – Santana
90040-340 – Porto Alegre – RS
Fone: (51) 3027-7000 Fax: (51) 3027-7070

É proibida a duplicação ou reprodução deste volume, no todo ou em parte, sob quaisquer
formas ou por quaisquer meios (eletrônico, mecânico, gravação, fotocópia, distribuição na Web
e outros), sem permissão expressa da Editora.

Unidade São Paulo
Av. Embaixador Macedo Soares, 10.735 – Pavilhão 5 – Cond. Espace Center
Vila Anastácio – 05095-035 – São Paulo – SP
Fone: (11) 3665-1100 Fax: (11) 3667-1333

SAC 0800 703-3444 – www.grupoa.com.br

IMPRESSO NO BRASIL
PRINTED IN BRAZIL

*Esta edição de Máquinas Elétricas é dedicada ao
Professor Gerald Wilson, meu professor, mentor e amigo querido.*

Esta página foi deixada em branco intencionalmente.

Prefácio

Desde que os professores Fitzgerald e Kingsley publicaram a primeira edição em 1952 *Máquinas elétricas* tem sempre enfatizado o desenvolvimento de uma visão física das características das máquinas elétricas e a facilidade das técnicas analíticas usadas para descrever seu desempenho. Muito mudou desde a publicação da primeira edição: o desenvolvimento de aços elétricos de menor perda, ímãs permanentes de terras raras, melhorias nas técnicas de fabricação e o surgimento dos sistemas de acionamento e do controle por eletrônica de potência. O resultado final é que as máquinas elétricas modernas alcançam maior eficiência e são encontradas em um número sempre crescente de aplicações.

Entretanto, os princípios básicos que regem o desempenho das máquinas elétricas permanecem. A reputação de longa data de *Máquinas elétricas* deriva em grande parte da ênfase nesses princípios fundamentais. O desafio de cada nova edição está em “modernizar” adequadamente o tratamento enquanto esse foco básico é mantido. Nas edições anteriores, a modernização incluiu uma introdução aos ímãs permanentes de terras raras, a inclusão de máquinas CA com ímãs permanentes, máquinas de relutância variável e motores de passo, além de uma discussão dos algoritmos de controle de campo orientado.

Um acréscimo significativo à sexta edição foi a introdução do MATLAB® para ser utilizado nos exemplos e nos problemas práticos, assim como nos problemas de final de capítulo. O MATLAB¹ é muito usado em diversas universidades e encontra-se disponível em uma versão para estudante.² Embora o leitor de *Máquinas elétricas* deva conhecer pouquíssimo de matemática sofisticada, os cálculos podem se tornar um tanto volumosos e tediosos. Isso é especialmente verdadeiro na análise de máquinas CA, nas quais há uma quantidade significativa de álgebra envolvendo números complexos. Ferramentas analíticas, como MATLAB, podem aliviar o estudante de executar longos cálculos que em si não agregam ao entendimento.

Considere que, na época da primeira edição deste livro, a régua de cálculo era o principal instrumento de cálculo disponível para os estudantes. Utilizando apenas uma régua de cálculo, a obtenção do desempenho de um motor de indução, em um único ponto de carga, envolvia a resolução de diversas equações com argumentos complexos e tratava-se de uma tarefa considerável que podia consumir muito tempo, com muitas oportunidades para se cometer erros de cálculo.

Avancemos rapidamente até 2013. Um *script* (programa) de MATLAB para resolver o mesmo problema pode ser escrito e posto a funcionar com facilidade em

¹ MATLAB e Simulink são marcas registradas da The MathWorks, Inc., 3 Apple Hill Drive, Natick, MA 01760 (<http://www.mathworks.com>).

² A versão de estudante do MATLAB é publicada e distribuída pela The MathWorks, Inc. (<http://www.mathworks.com>).

poucos minutos, com a solução obtida logo em seguida de forma praticamente instantânea. Com uma pequena modificação, o mesmo *script* pode ser usado para calcular, plotar e pesquisar o desempenho do motor em sua faixa inteira de operação. Também é possível estudar os efeitos das variações de parâmetros, etc., uma tarefa que, se fosse feita com uma régua de cálculo (ou mesmo uma calculadora), exigiria o cálculo repetido para muitos pontos de funcionamento, e o tempo consumido em cada ponto seria o mesmo do primeiro ponto.

Deve-se enfatizar que, embora o MATLAB tenha sido escolhido para *Máquinas elétricas*, programas alternativos de análise numérica equivalentes, dos quais há muitos, podem ser usados com igual eficiência. O ponto-chave é que o uso desses programas reduz muito o esforço computacional do estudante e assim aumenta significativamente a sua capacidade de focar os princípios que estão sendo considerados.

Observe que, mesmo nos casos em que não é diretamente sugerido, a maioria dos problemas de fim de capítulo do livro pode ser trabalhada com MATLAB ou um programa equivalente. Dessa forma, deve-se encorajar os estudantes que sabem utilizar essas ferramentas a fazê-lo, poupando-os da necessidade de lidar com cálculos aritméticos volumosos à mão. Quando estiverem resolvendo os problemas de casa, deve-se continuar exigindo que os estudantes mostrem no papel como eles formularam a solução, porque a chave do entendimento do material é a formulação da solução. Em geral, entretanto, depois que um problema tiver sido formulado adequadamente, há pouca coisa mais que se pode aprender manuseando os números. O valor de se trabalhar com os exemplos e os problemas de final de capítulo deriva principalmente do processo de formulação da solução e da análise dos resultados.

Além disso, quando a revisão para a sexta edição estava sendo realizada, os tópicos relacionados com conversão de energia voltaram a ser introduzidos nos currículos de diversos cursos de engenharia. O retorno dado por professores envolvidos nesses cursos levou à inclusão de um capítulo que cobria os princípios básicos da eletrônica de potência com ênfase na sua aplicação às máquinas elétricas. Naturalmente, esse capítulo não pretendia ser um substituto para uma disciplina completa sobre eletrônica de potência. Hoje, tais disciplinas existem em muitos cursos de engenharia. Professores que revisaram com antecedência esta sétima edição indicaram que não havia mais necessidade de um capítulo sobre eletrônica de potência. Como resultado, o capítulo foi removido da sétima edição e transferido para o site da sétima edição.

Quando se fez a revisão para esta edição, não houve questionamento sobre alterar ou não o foco voltado aos princípios físicos que estão por trás do funcionamento das máquinas elétricas. Esse foco tem sido o ponto forte de *Máquinas elétricas* desde a primeira edição. Além disso, um levantamento feito entre os professores que adotaram a sexta edição mostrou que, com exceção da eliminação do capítulo sobre eletrônica de potência, não havia necessidade de alterar os assuntos cobertos. Por outro lado, a eliminação do capítulo sobre eletrônica de potência resultou em espaço livre para expansão. Portanto, os destaques da revisão atual são:

- A apresentação de todo o material do livro foi cuidadosamente revisada e/ou ampliada quando necessário para facilitar a compreensão. Um exemplo disso é o tratamento ampliado das máquinas CA com ímãs permanentes do Capítulo 5.

Do mesmo modo, a apresentação das máquinas CC do Capítulo 7 foi reorganizada para aumentar a clareza.

- 15 novos exemplos foram acrescentados a esta edição, aumentando o número total de exemplos para 111, e ainda alguns exemplos da edição anterior foram revisados.
- Do total de 371 problemas de fim de capítulo, 96 são novos. Quase todos os demais problemas, ainda que da mesma forma da edição anterior, foram alterados tanto em conteúdo quanto numericamente. Assim, as soluções anteriores não são mais válidas.
- Na sétima edição, o uso de MATLAB foi ampliado consideravelmente em exemplos, em problemas práticos e em problemas de final de capítulo.
- Novo, nesta edição, é uma lista de variáveis com suas definições incluídas no final de cada capítulo.
- A sétima edição apresenta alguns exemplos simples de dinâmica de máquinas elétricas, incluindo alguns exemplos e problemas em MATLAB/Simulink®.
- A maioria das fotografias da edição anterior foi atualizada.

Como aconteceu com as edições anteriores, é muito provável que simplesmente haja material demais nesta edição de *Máquinas elétricas* para uma única disciplina introdutória. O livro foi organizado de modo que os professores possam selecionar e separar o material adequado aos tópicos que desejarem cobrir. Os dois primeiros capítulos introduzem os conceitos básicos de circuitos magnéticos, materiais magnéticos e transformadores. O terceiro capítulo introduz os conceitos básicos de conversão eletromecânica de energia. A seguir, o quarto capítulo dá uma visão geral e uma introdução aos vários tipos de máquinas. Para uma disciplina introdutória, alguns professores podem optar por omitir a maioria ou todo o material do Capítulo 3. Isso pode ser feito sem um impacto significativo na compreensão da maior parte do conteúdo do restante do livro.

Os cinco capítulos seguintes discutem com profundidade os vários tipos de máquinas: máquinas síncronas no Capítulo 5, máquinas de indução no Capítulo 6, máquinas CC no Capítulo 7, máquinas de relutância variável no Capítulo 8 e máquinas mono/bifásicas no Capítulo 9. Como os capítulos são relativamente independentes (com exceção do material do Capítulo 9, baseado na discussão do Capítulo 6 sobre motores de indução polifásicos), a ordem desses capítulos pode ser alterada e/ou o professor pode optar por enfatizar um ou dois tipos de máquinas sem cobrir o conteúdo dos cinco capítulos.

Por fim, os professores podem selecionar tópicos isolados do material sobre controle, dado no Capítulo 10, em vez de incluí-lo por completo. O conteúdo sobre controle de velocidade é basicamente uma ampliação imediata do encontrado nos capítulos anteriores sobre os tipos individuais de máquinas. O conteúdo sobre controle por orientação de campo exige uma compreensão um pouco mais sofisticada e é desenvolvido a partir da transformação $dq0$ encontrada no Apêndice C. Certamente é razoável omitir em uma disciplina introdutória e postergá-la para uma disciplina mais avançada em que haja tempo suficiente para desenvolvê-la.

Eu gostaria de agradecer especificamente ao Prof. Charles Brice, da University of South Carolina, e ao Prof. Gerald Brown, da Cedarville University, que cuidadosamente revisaram várias seções do rascunho e localizaram diversos erros numéricos e de digitação. Também gostaria de agradecer aos muitos outros revisores que forneceram retorno durante o processo de planejamento desta edição.

Mukhtar Ahmad – *Aligarh Muslim University*
Said Ahmed-Zaid – *Boise State University*
Steven Barrett – *University of Wyoming*
Tapas Kumar Bhattacharya – *Indian Institute of Technology Kharagpur*
Kalpana Chaudhary – *Indian Institute of Technology, Banaras Hindu University, Varanasi*
Nagamani Chilakapati – *National Institute of Technology Tiruchirapalli*
S. Arul Daniel – *National Institute of Technology Tiruchirapalli*
Jora M. Gonda – *National Institute of Technology Surathkal*
N. Ammasai Gounden – *National Institute of Technology Tiruchirapalli*
Alan Harris – *University of North Florida*
R.K. Jarial – *National Institute of Technology Hamirpur*
Urmila Kar – *National Institute of Technical Teachers' Training and Research, Kolkata*
M. Rizwan Khan – *Aligarh Muslim University*
Jonathan Kimball – *Missouri University of Science and Technology*
Dave Krispinsky – *Rochester Institute of Technology*
Prabhat Kumar – *Aligarh Muslim University*
Praveen Kumar – *Indian Institute of Technology Guwahati*
N. Kumaresan – *National Institute of Technology Tiruchirapalli*
Eng Gee Lim – *Xi'an Jiaotong-Liverpool University*
Timothy Little – *Dalhousie University*
S. N. Mahendra – *Indian Institute of Technology, Banaras Hindu University, Varanasi*
Yongkui Man – *Northeastern University, China*
David McDonald – *Lake Superior State University*
Shafique S. Mirza – *New Jersey Institute of Technology*
Medhat M. Morcos – *Kansas State University*
G. Narayanan – *Indian Institute of Science, Bangalore*
Adel Nasiri – *University of Wisconsin-Milwaukee*
Sudarshan R. Nelatury – *Penn State*
Sanjoy K. Parida – *Indian Institute of Technology Patna*
Amit N. Patel – *Nirma University*
Peter W. Sauer – *University of Illinois at Urbana-Champaign*
Hesham Shaalan – *US Merchant Marine Academy*
Karma Sonam Sherpa – *Sikkim-Manipal Institute of Technology*
Ajay Srivastava – *G.B. Pant University of Agriculture & Technology*
Murry Stocking – *Ferris State University*
A. Subramanian – *V.R.S College of Engineering and Technology*
Wayne Weaver – *Michigan Technological University*
Jin Zhong – *University of Hong Kong*

Visite o site **www.grupoa.com.br** e procure pelo livro no campo de busca. O capítulo sobre Eletrônica de Potência (em inglês) da sexta edição está disponível no site. Para professores, no link “Área do Professor” da página do livro, há uma versão do manual de soluções, apresentações em PowerPoint® das figuras do livro e resumos em PowerPoint® das aulas (em inglês). Cópias dos arquivos MATLAB e Simulink dos diversos exemplos usados no livro estão disponíveis para estudantes e professores.

Minha mãe, Nettie Umans, com quem eu gostaria muito de ter compartilhado a sétima edição, faleceu enquanto a revisão estava sendo feita. Ela faz muitíssima falta e teria ficado muito emocionada ao ver este livro.

Stephen D. Umans
Belmont, MA

Sumário resumido

- 1 Circuitos magnéticos e materiais magnéticos 1
 - 2 Transformadores 63
 - 3 Princípios de conversão eletromecânica de energia 122
 - 4 Introdução às máquinas rotativas 190
 - 5 Máquinas síncronas 262
 - 6 Máquinas polifásicas de indução 344
 - 7 Máquinas CC 403
 - 8 Máquinas de relutância variável e motores de passo 460
 - 9 Motores mono e bifásicos 510
 - 10 Controle de velocidade e conjugado 553
-
- Apêndice A Circuitos trifásicos 635
 - Apêndice B Tensões, campos magnéticos e indutâncias de enrolamentos CA distribuídos 651
 - Apêndice C A transformação dq0 664
 - Apêndice D Aspectos de engenharia sobre o desempenho e a operação prática de máquinas elétricas 676
 - Apêndice E Tabela de constantes e fatores de conversão para unidades SI 688
 - Índice 689

Sumário

Capítulo 1

Circuitos magnéticos e materiais magnéticos 1

- 1.1 Introdução aos circuitos magnéticos 2
- 1.2 Fluxo concatenado, indutância e energia 11
- 1.3 Propriedades dos materiais magnéticos 19
- 1.4 Excitação CA 22
- 1.5 Ímãs permanentes 29
- 1.6 Aplicações de ímãs permanentes 34
- 1.7 Resumo 45
- 1.8 Variáveis do Capítulo 1 46
- 1.9 Problemas 47

Capítulo 2

Transformadores 63

- 2.1 Introdução aos transformadores 63
- 2.2 Condições sem carga (a vazio) 65
- 2.3 Efeito da corrente do secundário; transformador ideal 70
- 2.4 Reatâncias no transformador e circuitos equivalentes 74
- 2.5 Aspectos de engenharia da análise de transformadores 78
- 2.6 Autotransformadores, transformadores de múltiplos enrolamentos 87
- 2.7 Transformadores em circuitos trifásicos 91
- 2.8 Transformadores de tensão e corrente 96
- 2.9 O sistema por unidade 101
- 2.10 Resumo 109
- 2.11 Variáveis do Capítulo 2 110
- 2.12 Problemas 112

Capítulo 3

Princípios de conversão eletromecânica de energia 122

- 3.1 Forças e conjugados em sistemas de campo magnético 123
- 3.2 Balanço energético e o método da energia 126
- 3.3 Energia em sistemas de campo magnético de excitação única 129
- 3.4 Determinação da força e do conjugado magnéticos a partir da energia 133
- 3.5 Determinação da força e do conjugado magnéticos a partir da coenergia 139
- 3.6 Sistemas de campo magnético multiexcitado 146
- 3.7 Forças e conjugados em sistemas com ímãs permanentes 152
- 3.8 Equações dinâmicas 161
- 3.9 Técnicas analíticas 165
- 3.10 Resumo 171
- 3.11 Variáveis do Capítulo 3 172
- 3.12 Problemas 173

Capítulo 4

Introdução às máquinas rotativas 190

- 4.1 Conceitos elementares 190
- 4.2 Introdução às máquinas CA e CC 193
- 4.3 FMM de enrolamentos distribuídos 202
- 4.4 Campos magnéticos em máquinas rotativas 212
- 4.5 Ondas girantes de FMM em máquinas CA 216
- 4.6 Tensão gerada 223

- 4.7 Conjugado em máquinas de polos não salientes 229
- 4.8 Máquinas lineares 241
- 4.9 Saturação magnética 244
- 4.10 Fluxos dispersivos 247
- 4.11 Resumo 249
- 4.12 Variáveis do Capítulo 4 251
- 4.13 Problemas 252

Capítulo 5

Máquinas síncronas 262

- 5.1 Introdução às máquinas síncronas polifásicas 262
- 5.2 Indutâncias das máquinas síncronas; circuitos equivalentes 265
- 5.3 Características a vazio e de curto-circuito 274
- 5.4 Características de ângulo de carga em regime permanente 284
- 5.5 Características de operação em regime permanente 293
- 5.6 Efeitos dos polos salientes; introdução à teoria dos eixos direto e em quadratura 306
- 5.7 Características de ângulo de carga das máquinas de polos salientes 312
- 5.8 Motores CA de ímã permanente 319
- 5.9 Resumo 330
- 5.10 Variáveis do Capítulo 5 331
- 5.11 Problemas 332

Capítulo 6

Máquinas polifásicas de indução 344

- 6.1 Introdução às máquinas de indução polifásica 344
- 6.2 Correntes e fluxos em máquinas de indução polifásicas 348
- 6.3 Circuito equivalente do motor de indução 351
- 6.4 Análise do circuito equivalente 355
- 6.5 Conjugado e potência usando o teorema de Thévenin 360

- 6.6 Determinação de parâmetros a partir de ensaios a vazio e com rotor bloqueado 369
- 6.7 Efeitos da resistência do rotor; rotores bobinados e de dupla gaiola de esquilo 380
- 6.8 Resumo 389
- 6.9 Variáveis do Capítulo 6 390
- 6.10 Problemas 390

Capítulo 7

Máquinas CC 403

- 7.1 Introdução 403
- 7.2 Ação do comutador 411
- 7.3 Fundamentos analíticos: aspectos do circuito elétrico 413
- 7.4 Efeito da FMM da armadura 417
- 7.5 Fundamentos analíticos: aspectos do circuito magnético 420
- 7.6 Análise de desempenho em estado permanente 428
- 7.7 Máquinas CC de ímã permanente 436
- 7.8 Comutação e interpolos 442
- 7.9 Enrolamentos de compensação 444
- 7.10 Motores série universais 446
- 7.11 Resumo 447
- 7.12 Variáveis do Capítulo 7 449
- 7.13 Problemas 450

Capítulo 8

Máquinas de relutância variável e motores de passo 460

- 8.1 Fundamentos da análise MRV 460
- 8.2 Configurações MRV práticas 468
- 8.3 Formas de onda na produção de conjugado 474
- 8.4 Análise não linear 487
- 8.5 Motores de passo 494
- 8.6 Resumo 503
- 8.7 Variáveis do Capítulo 8 505
- 8.8 Problemas 505

Capítulo 9**Motores mono e bifásicos 510**

- 9.1 Motores de indução monofásicos: um exame qualitativo 510
- 9.2 Desempenhos de partida e de funcionamento dos motores monofásicos de indução e síncronos 513
- 9.3 Teoria do campo girante de motores de indução monofásicos 521
- 9.4 Motores de indução bifásicos 528
- 9.5 Resumo 546
- 9.6 Variáveis do Capítulo 9 547
- 9.7 Problemas 548

Capítulo 10**Controle de velocidade e conjugado 553**

- 10.1 Controle de motores CC 554
- 10.2 Controle de motores síncronos 572
- 10.3 Controle de motores de indução 597
- 10.4 Controle de motores de relutância variável 615
- 10.5 Resumo 619
- 10.6 Variáveis do Capítulo 10 620
- 10.7 Referências 621
- 10.8 Problemas 622

Apêndice A**Circuitos trifásicos 635**

- A.1 Geração de tensões trifásicas 635
- A.2 Tensões, correntes e potências trifásicas 638
- A.3 Circuitos com ligações em Y e Δ 642
- A.4 Análise de circuitos trifásicos equilibrados; diagramas unifilares 647
- A.5 Variáveis do Apêndice A 650

Apêndice B**Tensões, campos magnéticos e indutâncias de enrolamentos CA distribuídos 651**

- B.1 Tensões geradas 651
- B.2 Ondas de FMM de armadura 657
- B.3 Indutâncias de entreferro de enrolamentos distribuídos 660
- B.4 Variáveis do Apêndice B 663

Apêndice C**A transformação dq0 664**

- C.1 Transformação para variáveis de eixo direto e em quadratura 664
- C.2 Relações básicas das máquinas síncronas em variáveis dq0 667
- C.3 Relações básicas das máquinas de indução em variáveis dq0 671
- C.4 Variáveis do Apêndice C 674

Apêndice D**Aspectos de engenharia sobre o desempenho e a operação prática de máquinas elétricas 676**

- D.1 Perdas 676
- D.2 Características nominais e aquecimento 679
- D.3 Métodos de refrigeração das máquinas elétricas 682
- D.4 Excitação 684
- D.5 Eficiência energética das máquinas elétricas 686

Apêndice E**Tabela de constantes e fatores de conversão para unidades SI 688****Índice 689**

Esta página foi deixada em branco intencionalmente.

Circuitos magnéticos e materiais magnéticos

O objetivo deste livro é o estudo dos dispositivos usados na interconversão de energias elétrica e mecânica. É dada ênfase às máquinas rotativas eletromagnéticas, pois é através delas que ocorre a maior parte dessa conversão. No entanto, as técnicas desenvolvidas aplicam-se genericamente a uma larga faixa de outros dispositivos, como máquinas lineares, atuadores e sensores.

Mesmo não sendo um dispositivo de conversão eletromecânica de energia, o transformador é um importante componente do processo global de conversão energética e será discutido no Capítulo 2. Como com a maioria dos dispositivos de conversão eletromecânica de energia discutidos neste livro, os enrolamentos com acoplamento magnético estão na natureza do funcionamento do transformador. Por essa razão, as técnicas desenvolvidas para sua análise formam a base da discussão que se segue sobre máquinas elétricas.

Praticamente todos os transformadores e máquinas elétricas usam material ferromagnético para direcionar e dar forma a campos magnéticos, os quais atuam como meio de transferência e conversão de energia. Materiais magnéticos permanentes, ou ímãs, também são muito usados. Sem esses materiais, não seriam possíveis as implementações práticas da maioria dos dispositivos eletromecânicos familiares de conversão de energia. A capacidade de analisar e descrever sistemas que contenham esses materiais é essencial ao projeto e entendimento desses dispositivos.

Este capítulo desenvolverá algumas ferramentas básicas para a análise de sistemas que usam campos magnéticos. Dará também uma breve introdução às propriedades dos materiais magnéticos usados na prática. No Capítulo 2, esses resultados serão aplicados à análise de transformadores e, nos capítulos seguintes, serão usados na análise de máquinas rotativas.

Neste livro, supõe-se que o leitor tenha um conhecimento básico da teoria de campos magnéticos e elétricos, tal como é dada em disciplinas básicas de física para estudantes de engenharia. É possível que alguns leitores já tenham cursado uma disciplina sobre a teoria do campo eletromagnético com base nas equações de Maxwell. Entretanto, uma compreensão profunda das equações de Maxwell não é um pré-requisito para o estudo deste livro. As técnicas de análise de circuitos magnéticos representam aproximações algébricas das soluções exatas da teoria de campo. São

muito utilizadas no estudo dos dispositivos eletromecânicos de conversão de energia, e formam a base da maioria das análises apresentadas aqui.

1.1 Introdução aos circuitos magnéticos

Em engenharia, a solução detalhada dos campos magnéticos da maioria das aplicações de interesse prático envolve a solução das equações de Maxwell, juntamente com várias relações constitutivas que descrevem as propriedades dos materiais. Embora, na prática, muitas vezes as soluções exatas não sejam alcançáveis, diversas suposições simplificadoras permitem obter soluções úteis em engenharia.¹

Começamos supondo que, para os sistemas considerados neste livro, as frequências e os tamanhos envolvidos são tais que o termo da corrente de deslocamento das equações de Maxwell pode ser desprezado. Esse termo, associado à radiação eletromagnética, é responsável pelos campos magnéticos que ocorrem no espaço e são produzidos por campos elétricos variáveis no tempo. Desprezando esse termo, obtém-se a forma magnética quase estática das equações de Maxwell, relacionando os campos magnéticos às correntes que os produzem.

$$\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} \quad (1.1)$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = 0 \quad (1.2)$$

A Eq. 1.1, muitas vezes referida como *Lei de Ampère*, afirma que a integral de linha da componente tangencial da *intensidade de campo magnético* \mathbf{H} ao longo de um contorno fechado C é igual à corrente total que passa através de qualquer superfície S delimitada por esse contorno. Na Eq. 1.1, vemos que a origem de \mathbf{H} é a *densidade de corrente* \mathbf{J} . A Eq. 1.2, frequentemente referida como *Lei de Gauss dos campos magnéticos*, afirma que a *densidade de fluxo magnético* \mathbf{B} é conservada, ou seja, em uma superfície fechada, não há entrada nem saída líquida de fluxo (isso equivale a afirmar que cargas magnéticas monopolares de campos magnéticos não existem). Dessas equações, vemos que as grandezas de um campo magnético podem ser determinadas usando apenas os valores instantâneos das correntes que lhe dão origem, e que as variações no tempo dos campos magnéticos resultam diretamente das variações no tempo das fontes.

Uma segunda suposição simplificadora envolve o conceito de circuito magnético. A solução genérica da intensidade de campo magnético \mathbf{H} e da densidade de fluxo magnético \mathbf{B} , em uma estrutura de geometria complexa, é muito difícil. No entanto, em muitas aplicações práticas, incluindo a análise de muitos tipos de máquinas elétricas, um problema de campo tridimensional pode em geral ser reduzido ao que é essencialmente um circuito equivalente unidimensional, dando soluções de exatidão aceitável em engenharia.

¹ As soluções numéricas baseadas em computador e no método dos elementos finitos fundamentam uma série de programas comerciais e tornaram-se ferramentas indispensáveis de análise e projeto. Geralmente, essas técnicas são melhor utilizadas para refinar as análises iniciais baseadas em métodos analíticos tais como as encontradas neste livro. Como seu uso pouco contribui para uma compreensão dos princípios fundamentais e do desempenho básico das máquinas elétricas, elas não serão discutidas neste livro.

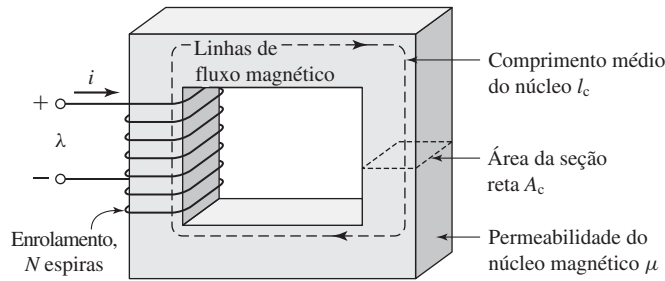


Figura 1.1 Circuito magnético simples. λ é o fluxo concatenado do enrolamento como definido na Seção 1.2.

Um circuito magnético consiste em uma estrutura que, em sua maior parte, é composta por material magnético de permeabilidade elevada.² A presença de um material de alta permeabilidade tende a confinar o fluxo magnético aos caminhos delimitados pela estrutura, do mesmo modo que, em um circuito elétrico, as correntes são confinadas aos condutores. O uso desse conceito de circuito magnético será ilustrado nesta seção e, ao longo do livro, veremos como ele se aplica muito bem a diversas situações.³

Um exemplo simples de um circuito magnético está mostrado na Fig. 1.1. Assume-se que o núcleo é composto de material magnético cuja *permeabilidade magnética* μ é muito maior que a do ar ($\mu \gg \mu_0$), em que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m é a permeabilidade no vácuo. O núcleo tem seção reta uniforme e é excitado por um enrolamento de N espiras conduzindo uma corrente de i ampères. Esse enrolamento produz um campo magnético no núcleo, como mostra na figura.

Devido à alta permeabilidade do núcleo magnético, uma solução exata mostraria que o fluxo magnético está confinado quase inteiramente ao núcleo. Mostraria também que as linhas de campo seguem o caminho definido pelo núcleo e que basicamente a densidade de fluxo é uniforme em uma seção reta qualquer, porque a área desta é uniforme. O campo magnético pode ser visualizado em termos de linhas de fluxo formando laços fechados interligados com o enrolamento.

No caso do circuito magnético da Fig. 1.1, a fonte do campo magnético do núcleo é o produto Ni , em ampères-espiras (A·e). Na terminologia dos circuitos magnéticos, Ni é a *força magnetomotriz* (FMM) \mathcal{F} que atua no circuito magnético. Embora a Fig. 1.1 mostre apenas uma única bobina, os transformadores e a maioria das máquinas rotativas têm no mínimo dois enrolamentos, e Ni deve ser substituído pela soma algébrica dos ampères-espiras de todos os enrolamentos.

O *fluxo magnético* líquido ϕ que atravessa uma superfície S é a integral de superfície da componente normal de \mathbf{B} ; assim

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \tag{1.3}$$

² Em sua forma mais simples, a permeabilidade magnética pode ser entendida como uma razão entre a densidade de fluxo magnético B e a intensidade de campo magnético H .

³ Para um tratamento mais amplo dos circuitos magnéticos, veja A.E.Fitzgerald, D.E. Higgenbotham, e A. Grabel, *Basic Electrical Engineering*, 5ª ed., McGraw-Hill, 1981, Capítulo 13; também E.E. Staff, M.I.T., *Magnetic Circuits and Transformers*, M.I.T. Press, Capítulos 1 a 3.

Em unidades SI, a unidade de ϕ é o *weber* (Wb).

A Eq. 1.2 afirma que o fluxo magnético líquido que entra ou sai de uma superfície fechada (igual à integral de superfície de \mathbf{B} sobre a superfície fechada) é zero. Isso equivale a dizer que todo fluxo que entrar em uma superfície que delimita um volume deverá deixar esse volume passando por uma outra região dessa superfície porque as linhas de fluxo magnético formam laços fechados. Como um pouco de fluxo “escapa” pelos lados do circuito magnético da Fig. 1.1, esse resultado mostra que o fluxo líquido é o mesmo através de qualquer seção reta do núcleo.

Em um circuito magnético desse tipo, é comum assumir que a densidade de fluxo magnético (e, conseqüentemente, a intensidade de campo magnético) é uniforme em qualquer seção reta ao longo do núcleo. Nesse caso, a Eq. 1.3 reduz-se simplesmente à equação escalar*

$$\phi_c = B_c A_c \quad (1.4)$$

em que

ϕ_c = fluxo no núcleo

B_c = densidade do fluxo do núcleo

A_c = Área da seção reta do núcleo

Da Eq. 1.1, a relação entre a FMM que atua em um circuito magnético e a intensidade de campo magnético naquele circuito é⁴

$$\mathcal{F} = Ni = \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} \quad (1.5)$$

As dimensões do núcleo são tais que o comprimento do caminho de qualquer linha de fluxo é aproximadamente igual ao comprimento médio do núcleo l_c . Como resultado, a integral de linha da Eq. 1.5 torna-se simplesmente o produto escalar $H_c l_c$ do módulo de \mathbf{H} vezes o comprimento médio l_c do caminho de fluxo. Assim, a relação entre a FMM e a intensidade de campo magnético pode ser escrita, na terminologia dos circuitos magnéticos, como

$$\mathcal{F} = Ni = H_c l_c \quad (1.6)$$

em que H_c é o módulo médio de \mathbf{H} no núcleo.

O sentido de H_c no núcleo pode ser encontrado a partir da *regra da mão direita*, que pode ser enunciada de dois modos equivalentes. (1) Imagine uma corrente sendo transportada em um condutor segurada pela mão direita, com o polegar apontando no sentido da corrente. Então, os demais dedos apontarão no sentido do campo magnético criado por essa corrente. (2) De forma equivalente, se a bobina da Fig. 1.1 for segurada na mão direita (figurativamente falando), com os dedos apontando no sentido da corrente, então o polegar apontará no sentido do campo magnético.

* N. de T.: O índice c refere-se a núcleo (*core*, em inglês).

⁴ Em geral, a queda de FMM em um determinado segmento de um circuito magnético pode ser calculada como sendo $\int \mathbf{H} d\mathbf{l}$ aplicada a esse trecho do circuito magnético.

A relação entre a intensidade de campo magnético \mathbf{H} e a densidade de fluxo magnético \mathbf{B} é uma propriedade do material em que se encontra o campo magnético. Costuma-se supor uma relação linear. Assim, temos

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{1.7}$$

em que μ é conhecida como permeabilidade magnética do material. Em unidades do SI, \mathbf{H} é medida em ampères por metro, \mathbf{B} em webers por metro quadrado ou, como também é conhecida, em teslas (T) e μ em webers por ampère-espira-metro ou, de forma equivalente, em henrys por metro. Em unidades do SI, a permeabilidade do vácuo é $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ henrys por metro. A permeabilidade dos materiais magnéticos lineares pode ser expressa em termos de sua permeabilidade relativa μ_r , ou seja, seu valor relativo ao do vácuo, ou $\mu = \mu_r \mu_0$. Valores típicos de μ_r variam de 2.000 a 80.000 para os materiais usados em transformadores e máquinas rotativas. As características dos materiais ferromagnéticos estão descritas nas Seções 1.3 e 1.4. Por enquanto, vamos assumir que μ_r seja uma constante conhecida, embora na realidade varie significativamente em função do valor da densidade de fluxo magnético.

Os transformadores são enrolados em núcleos fechados como o da Fig. 1.1. No entanto, os dispositivos de conversão de energia que contêm um elemento móvel devem incluir entreferros de ar em seus circuitos magnéticos. Um circuito magnético com um entreferro de ar está mostrado na Fig. 1.2. Quando o comprimento do entreferro g^* for muito menor do que as dimensões das faces adjacentes do núcleo, o fluxo magnético ϕ_c seguirá o caminho definido pelo núcleo e pelo entreferro. Nesse caso, as técnicas de análise de circuitos magnéticos poderão ser usadas. Quando o comprimento do entreferro torna-se excessivamente grande, observa-se que o fluxo “escapa” ou “dispersa-se” pelos lados do entreferro, e as técnicas de análise de circuitos magnéticos não são mais rigorosamente aplicáveis.

Assim, desde que o comprimento do entreferro g seja suficientemente pequeno, a configuração da Fig. 1.2 pode ser analisada como um circuito magnético com dois componentes em série, ambos conduzindo o mesmo fluxo ϕ : um núcleo magnético de permeabilidade μ , área de seção reta A_c e comprimento médio l_c , e um entreferro de permeabilidade μ_0 , área de seção reta A_g e comprimento g . No núcleo,

$$B_c = \frac{\phi}{A_c} \tag{1.8}$$

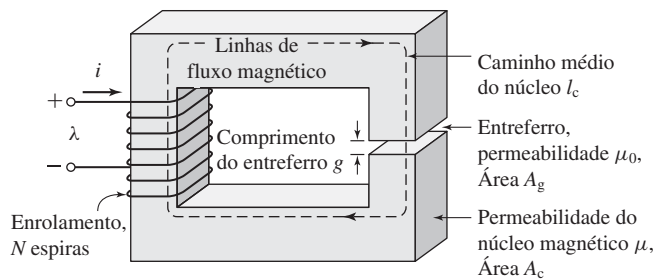


Figura 1.2 Circuito magnético com entreferro de ar.

* N. de T.: O índice g refere-se a entreferro (*gap*, em inglês).

e, no entreferro,

$$B_g = \frac{\phi}{A_c} \quad (1.9)$$

A aplicação da Eq. 1.5 a esse circuito magnético produz

$$\mathcal{F} = H_c l_c + H_g g \quad (1.10)$$

e, usando a relação linear B - H da Eq. 1.7, obtém-se

$$\mathcal{F} = \frac{B_c}{\mu} l_c + \frac{B_g}{\mu_0} g \quad (1.11)$$

Aqui a $\mathcal{F} = Ni$ é a FMM aplicada ao circuito magnético. Da Eq. 1.10, vemos que uma parte da FMM, $\mathcal{F}_c = H_c l_c$, é necessária para produzir campo magnético no núcleo, ao passo que o restante, $\mathcal{F}_g = H_g g$, produz campo magnético no entreferro.

Com os materiais magnéticos usados na prática (como foi discutido nas Seções 1.3 e 1.4), B_c e H_c nem sempre se relacionam entre si de maneira simples através de uma permeabilidade constante conhecida μ , como descrito pela Eq. 1.7. De fato, B_c é muitas vezes uma função não linear plurívoca de H_c . Assim, embora a Eq. 1.10 continue sendo verdadeira, ela não conduz diretamente a uma expressão simples que relacione a FMM com as densidades de fluxo, como na Eq. 1.11. Em vez disso, devem ser usados, gráfica ou analiticamente, os detalhes específicos da relação não linear B_c - H_c . No entanto, em muitos casos, o conceito de permeabilidade constante aplicada a um material dá resultados de exatidão aceitável em engenharia, sendo usado com frequência.

Das Eqs. 1.8 e 1.9, a Eq. 1.11 pode ser reescrita em termos do fluxo ϕ_c como

$$\mathcal{F} = \phi \left(\frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_g} \right) \quad (1.12)$$

Os termos que multiplicam o fluxo nessa equação são conhecidos como *relutâncias* (\mathcal{R}) do núcleo e do entreferro, respectivamente,

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu A_c} \quad (1.13)$$

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} \quad (1.14)$$

e, assim,

$$\mathcal{F} = \phi (\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g) \quad (1.15)$$

Finalmente, pode-se isolar o fluxo na Eq. 1.15, obtendo-se

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g} \quad (1.16)$$

ou

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_g}} \quad (1.17)$$

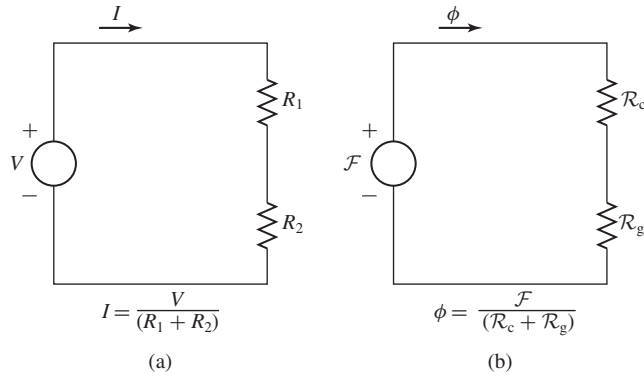


Figura 1.3 Analogia entre circuitos elétrico e magnético. (a) Circuito elétrico, (b) circuito magnético.

Em geral, para qualquer circuito magnético de relutância total \mathcal{R}_{tot} , o fluxo pode ser encontrado como

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_{\text{tot}}} \quad (1.18)$$

O termo que multiplica a FMM é conhecido como *permeância* \mathcal{P} e é o inverso da relutância. Assim, por exemplo, a permeância total de um circuito magnético é

$$\mathcal{P}_{\text{tot}} = \frac{1}{\mathcal{R}_{\text{tot}}} \quad (1.19)$$

Observe que as Eqs. 1.15 e 1.16 são análogas às relações entre corrente e tensão em um circuito elétrico. Essa analogia está ilustrada na Fig. 1.3. A Fig. 1.3a mostra um circuito elétrico em que uma tensão V impulsiona uma corrente I através dos resistores R_1 e R_2 . A Fig. 1.3b mostra a representação esquemática equivalente do circuito magnético da Fig. 1.2. Vemos aqui que a FMM \mathcal{F} (análoga à tensão no circuito elétrico) impulsiona um fluxo ϕ (análogo à corrente no circuito elétrico) através da combinação das relutâncias do núcleo \mathcal{R}_c e do entreferro \mathcal{R}_g . Frequentemente, essa analogia entre as soluções de circuitos magnéticos e elétricos pode ser explorada para se obter as soluções dos fluxos em circuitos magnéticos de grande complexidade.

A fração de FMM necessária para impulsionar o fluxo através de cada parte do circuito magnético, em geral referida como *queda de FMM* naquela parte do circuito magnético, varia proporcionalmente à sua relutância (em analogia direta com a queda de tensão em um elemento resistivo de um circuito elétrico). Considere o circuito magnético da Fig. 1.2. Da Eq. 1.13 vemos que uma alta permeabilidade no material pode resultar em uma baixa relutância de núcleo. Esta pode ser tornada muito inferior à do entreferro: para $(\mu A_c / l_c) \gg (\mu_0 A_g / g)$, $\mathcal{R}_c \ll \mathcal{R}_g$ e assim $\mathcal{R}_{\text{tot}} \approx \mathcal{R}_g$. Nesse caso, a relutância do núcleo pode ser desprezada e o fluxo pode ser obtido da Eq. 1.16 em termos de apenas \mathcal{F} e das propriedades do entreferro:

$$\phi \approx \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_g} = \frac{\mathcal{F} \mu_0 A_g}{g} = Ni \frac{\mu_0 A_g}{g} \quad (1.20)$$

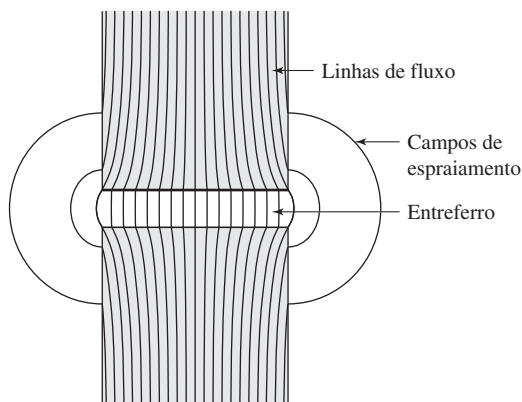


Figura 1.4 Campos de espraçamento no entreferro.

Como será visto na Seção 1.3, na prática, os materiais magnéticos têm permeabilidades que não são constantes, mas que variam de acordo com o nível do fluxo. Das Eqs. 1.13 a 1.16, vemos que, enquanto essa permeabilidade permanecer suficientemente elevada, a sua variação não afetará de forma significativa o desempenho do circuito magnético.

Nos sistemas reais, as linhas de campo magnético “espraíam-se” um pouco para fora quando cruzam o entreferro, como ilustrado na Fig. 1.4. Se esse efeito de espraçamento não for excessivo, o conceito de circuito magnético continuará aplicável. O efeito desses *campos de espraçamento* é aumentar a área efetiva A_g da seção reta do entreferro. Diversos métodos empíricos foram desenvolvidos para levar em conta esse efeito. Em entreferros delgados, uma correção para esses campos de espraçamento pode ser feita acrescentando-se o comprimento do entreferro a cada uma de suas duas dimensões, alterando assim a área de sua seção reta. Neste livro, o efeito dos campos de espraçamento é em geral ignorado e, nesse caso, então $A_g = A_c$.

Normalmente, os circuitos magnéticos podem consistir em múltiplos elementos em série e em paralelo. Para completar a analogia entre circuitos elétricos e magnéticos, podemos generalizar a Eq. 1.5 para

$$\mathcal{F} = \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_k \mathcal{F}_k = \sum_k H_k l_k \quad (1.21)$$

em que \mathcal{F} é a FMM (total de ampères-espiras), que atua para impulsionar o fluxo em um laço fechado de um circuito magnético, e $\mathcal{F}_k = H_k l_k$ é a *queda de FMM* no k -ésimo elemento daquele laço. Isso está em analogia direta com a lei das tensões de Kirchhoff aplicada a circuitos elétricos constituídos por fontes de tensão e resistores

$$V = \sum_k R_k i_k \quad (1.22)$$

em que V é a fonte de tensão que impulsiona a corrente em uma malha e $R_k i_k$ é a queda de tensão no k -ésimo elemento resistivo daquele laço.

De modo semelhante, a equação da lei das correntes de Kirchhoff

$$\sum_n i_n = 0 \quad (1.23)$$

a qual afirma que a corrente líquida, isto é, a soma das correntes que entram em um nó de um circuito elétrico é zero, tem como análoga a equação

$$\sum_n \phi_n = 0 \quad (1.24)$$

a qual afirma que o fluxo líquido em um nó de um circuito magnético é zero.

Assim, descrevemos os princípios básicos para reduzir um problema de campo magnético quase estático de geometria simples a um *modelo de circuito magnético*. O objetivo limitado desta seção é introduzir a terminologia e alguns dos conceitos usados pelos engenheiros para resolver problemas práticos de projeto. Devemos enfatizar que esse tipo de pensamento depende muito do raciocínio e da intuição próprios de engenharia. Por exemplo, deixamos implícita a suposição de que a permeabilidade das partes de “ferro” do circuito magnético seja uma quantidade conhecida constante, embora muitas vezes isso não seja verdadeiro (veja a Seção 1.3), e que o campo magnético esteja confinado unicamente ao núcleo e a seus entreferros. Embora trate-se de uma boa suposição para muitas situações, também é verdadeiro que as correntes dos enrolamentos produzem campos magnéticos fora do núcleo. Como veremos, quando dois ou mais enrolamentos são colocados em um campo magnético, como ocorre no caso de transformadores e máquinas rotativas, esses campos externos ao núcleo, conhecidos como *campos de dispersão*, não podem ser ignorados e afetam de forma significativa o desempenho do dispositivo.

Exemplo 1.1

O circuito magnético mostrado na Fig. 1.2 tem as dimensões $A_c = A_g = 9 \text{ cm}^2$, $g = 0,050 \text{ cm}$, $l_c = 30 \text{ cm}$ e $N = 500$ espiras. Suponha o valor $\mu_r = 70.000$ para o material do núcleo. (a) Encontre as relutâncias \mathcal{R}_c e \mathcal{R}_g . Dada a condição de que o circuito magnético esteja operando com $B_c = 1,0 \text{ T}$, encontre (b) o fluxo ϕ e (c) a corrente i .

Solução

a. As relutâncias podem ser obtidas das Eqs. 1.13 e 1.14:

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0,3}{70.000 (4\pi \times 10^{-7})(9 \times 10^{-4})} = 3,79 \times 10^3 \frac{\text{A} \cdot \text{e}}{\text{Wb}}$$

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} = \frac{5 \times 10^{-4}}{(4\pi \times 10^{-7})(9 \times 10^{-4})} = 4,42 \times 10^5 \frac{\text{A} \cdot \text{e}}{\text{Wb}}$$

b. Da Eq. 1.4,

$$\phi = B_c A_c = 1,0 (9 \times 10^{-4}) = 9 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

c. Das Eqs. 1.6 e 1.15,

$$i = \frac{\mathcal{F}}{N} = \frac{\phi(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}{N} = \frac{9 \times 10^{-4}(4,46 \times 10^5)}{500} = 0,80 \text{ A}$$

Problema prático 1.1

Encontre o fluxo ϕ e a corrente para o Exemplo 1.1 se (a) o número de espiras for dobrado para $N = 1000$ espiras, mantendo-se as mesmas dimensões, e (b) se o número de espiras for $N = 500$ e o entreferro for reduzido a 0,040 cm.

Solução

- $\phi = 9 \times 10^{-4}$ Wb e $i = 0,40$ A
- $\phi = 9 \times 10^{-4}$ Wb e $i = 0,64$ A

Exemplo 1.2

A estrutura magnética de uma máquina síncrona está mostrada esquematicamente na Fig. 1.5. Assumindo que o ferro do rotor e do estator têm permeabilidade infinita ($\mu \rightarrow \infty$), encontre o fluxo ϕ do entreferro e a densidade de fluxo B_g . Neste exemplo, $I = 10$ A, $N = 1000$ espiras, $g = 1$ cm e $A_g = 200$ cm².

Solução

Observe que há dois entreferros em série, de comprimento total $2g$, e que por simetria a densidade de fluxo em cada um é igual. Como assumimos que a permeabilidade do ferro é infinita, a sua relutância é desprezível e a Eq. 1.20 (com g substituído pelo comprimento total de entreferro $2g$) pode ser usada para encontrar o fluxo

$$\phi = \frac{NI\mu_0 A_g}{2g} = \frac{1000(10)(4\pi \times 10^{-7})(0,02)}{0,02} = 12,6 \text{ m Wb}$$

e

$$B_g = \frac{\phi}{A_g} = \frac{0,0126}{0,02} = 0,630 \text{ T}$$

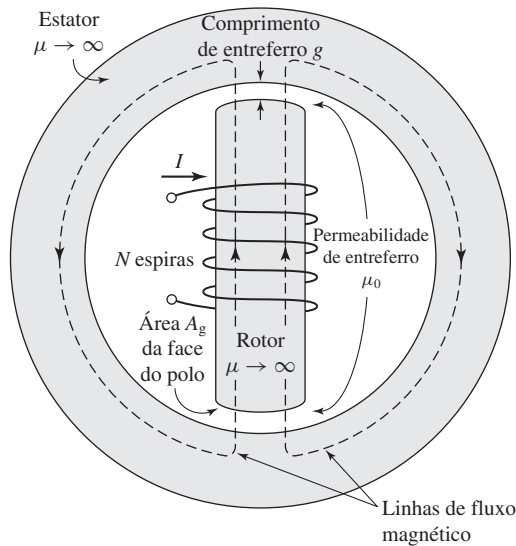


Figura 1.5 Máquina síncrona simples.

Problema prático 1.2

Para a estrutura magnética da Fig. 1.5 com as dimensões dadas no Exemplo 1.2, observa-se que a densidade de fluxo do entreferro é $B_g = 0,9$ T. Encontre o fluxo de entreferro ϕ e, para uma bobina de $N = 500$ espiras, a corrente necessária para produzir esse valor de fluxo no entreferro.

Solução

$\phi = 0,018$ Wb e $i = 28,6$ A.

1.2 Fluxo concatenado, indutância e energia

Quando um campo magnético varia no tempo, produz-se um campo elétrico no espaço de acordo com outra equação de Maxwell, conhecida como *lei de Faraday*:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \tag{1.25}$$

A Eq. 1.25 afirma que a integral de linha da *intensidade de campo elétrico* \mathbf{E} ao longo de um contorno fechado C é igual à razão, no tempo, da variação de fluxo magnético que concatena (ou seja, passa através) aquele contorno. Em estruturas magnéticas, com enrolamentos de alta condutividade elétrica, como na Fig. 1.2, pode-se mostrar que o campo \mathbf{E} no fio é extremamente pequeno podendo ser desprezado, de modo que o primeiro membro da Eq. 1.25 reduz-se ao negativo da *tensão induzida*⁵ e nos terminais do enrolamento. Além disso, no segundo membro da Eq. 1.25 predomina o fluxo do núcleo ϕ . Como o enrolamento (e, portanto, o contorno C) concatena o fluxo do núcleo N vezes, a Eq. 1.25 reduz-se a

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt} \tag{1.26}$$

em que λ é o *fluxo concatenado* do enrolamento. Ele é definido como

$$\lambda = N\phi \tag{1.27}$$

O fluxo concatenado é medido em webers (ou de forma equivalente em webers-espiras). Observe que escolhemos o símbolo ϕ para indicar o valor instantâneo de um fluxo variável no tempo.

Em geral, o fluxo concatenado de uma bobina é igual à integral de superfície da componente normal de densidade do fluxo magnético. A integração é realizada sobre qualquer superfície delimitada pela bobina. Observe que o sentido da tensão induzida e é definido pela Eq. 1.25 de modo que, se os terminais do enrolamento fossem curto-circuitados, uma corrente circularia em um sentido tal que se oporia à variação do fluxo concatenado.

⁵ Frequentemente, a expressão *força eletromotiva* (FEM) é usada no lugar de tensão induzida para representar a componente de tensão referente a um fluxo concatenado variável no tempo.

Em um circuito magnético composto de material magnético de permeabilidade constante ou que inclua um entreferro dominante, a relação entre λ e i será linear e poderemos definir a *indutância* L como

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad (1.28)$$

A substituição das Eqs. 1.5, 1.18 e 1.27 na Eq. 1.28 produz

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{\text{tot}}} \quad (1.29)$$

Dessa equação, podemos ver que a indutância de um enrolamento em um circuito magnético é proporcional ao quadrado das espiras e inversamente proporcional à relutância do circuito magnético associado a esse enrolamento.

Por exemplo, a partir da Eq. 1.20, supondo que a relutância do núcleo seja desprezível em comparação com a do entreferro, a indutância do enrolamento da Fig. 1.2 será igual a

$$L = \frac{N^2}{(g/\mu_0 A_g)} = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{g} \quad (1.30)$$

A indutância é medida em *henrys* (H) ou *webers-espiras por ampère*. A Eq. 1.30 mostra a estrutura dimensional das expressões de indutância. Ela é proporcional ao quadrado do número de espiras, a uma permeabilidade magnética, a uma área de seção reta e inversamente proporcional a um comprimento. Deve-se enfatizar que, estritamente falando, o conceito de indutância requer uma relação linear entre fluxo e FMM. Assim, ela não pode ser aplicada com rigor a situações em que as características não lineares dos materiais magnéticos, como discutido nas Seções 1.3 e 1.4, predominem no desempenho do sistema magnético. No entanto, em muitas situações de interesse prático, a relutância do sistema é dominada pela do entreferro (que é linear), e os efeitos não lineares dos materiais magnéticos podem ser ignorados. Em outros casos, pode ser perfeitamente aceitável assumir um valor médio para a permeabilidade magnética do material do núcleo, calculando-se em seguida uma indutância média correspondente, que pode ser usada com exatidão razoável em cálculos de engenharia. O Exemplo 1.3 ilustra o primeiro caso e o Exemplo 1.4, o último.

Exemplo 1.3

O circuito magnético da Fig. 1.6a é constituído por uma bobina de N espiras enroladas em um núcleo magnético, de permeabilidade infinita, com dois entreferros paralelos de comprimentos g_1 e g_2 , e áreas A_1 e A_2 , respectivamente.

Encontre (a) a indutância do enrolamento e (b) a densidade de fluxo B_1 no entreferro 1 quando o enrolamento está conduzindo uma corrente i . Despreze os efeitos de espriamento no entreferro.

Solução

- a. O circuito equivalente da Fig. 1.6b mostra que a relutância total é igual à combinação em paralelo das relutâncias dos dois entreferros. Assim,

$$\phi = \frac{Ni}{\frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2}}$$

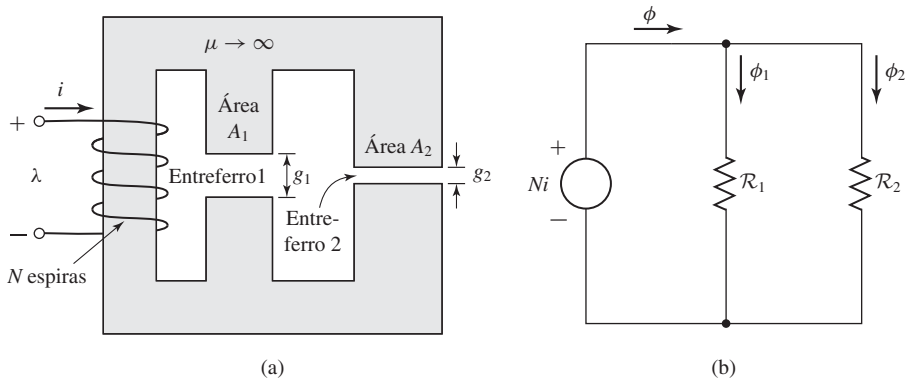


Figura 1.6 (a) Circuito magnético e (b) circuito equivalente para o Exemplo 1.3.

em que

$$\mathcal{R}_1 = \frac{g_1}{\mu_0 A_1} \quad \mathcal{R}_2 = \frac{g_2}{\mu_0 A_2}$$

Da Eq. 1.28,

$$\begin{aligned} L &= \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N^2(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2)}{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2} \\ &= \mu_0 N^2 \left(\frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2} \right) \end{aligned}$$

b. Do circuito equivalente, pode-se ver que

$$\phi_1 = \frac{Ni}{\mathcal{R}_1} = \frac{\mu_0 A_1 Ni}{g_1}$$

e, assim,

$$B_1 = \frac{\phi_1}{A_1} = \frac{\mu_0 Ni}{g_1}$$

Exemplo 1.4

No Exemplo 1.1, assume-se que a permeabilidade relativa do material do núcleo do circuito magnético da Fig. 1.2 é $\mu_r = 70.000$ para uma densidade de fluxo de 1,0 T.

- Em um dispositivo real, o núcleo poderia ser construído de aço elétrico, como o de tipo M-5 discutido na Seção 1.3. Esse material é altamente não linear e sua permeabilidade relativa (definida neste exemplo como a razão B/H) varia entre um valor de aproximadamente $\mu_r = 72.300$, para uma densidade de fluxo de $B = 1,0$ T, e um valor da ordem de $\mu_r = 2.900$, à medida que a densidade de fluxo eleva-se até 1,8 T. Calcule a indutância supondo que a permeabilidade relativa do aço do núcleo seja 72.300.
- Calcule a indutância supondo que a permeabilidade relativa seja 2.900.

Solução

- a. Das Eqs. 1.13 e 1.14 e baseando-se nas dimensões dadas no Exemplo 1.1, obtém-se

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0,3}{72.300 (4\pi \times 10^{-7})(9 \times 10^{-4})} = 3,67 \times 10^3 \frac{\text{A} \cdot \text{e}}{\text{Wb}}$$

ao passo que \mathcal{R}_g permanece inalterada, mantendo-se o valor calculado no Exemplo 1.1 como $\mathcal{R}_g = 4,42 \times 10^5 \text{ A} \cdot \text{e}/\text{Wb}$.

Assim, a relutância total do núcleo e do entreferro é

$$\mathcal{R}_{\text{tot}} = \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g = 4,46 \times 10^5 \frac{\text{A} \cdot \text{e}}{\text{Wb}}$$

e, portanto, da Eq. 1.29

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{\text{tot}}} = \frac{500^2}{4,46 \times 10^5} = 0,561 \text{ H}$$

- b. Para $\mu_r = 2.900$, a relutância do núcleo aumenta de um valor de $3,79 \times 10^3 \text{ A} \cdot \text{e}/\text{Wb}$ para

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \frac{0,3}{2.900 (4\pi \times 10^{-7})(9 \times 10^{-4})} = 9,15 \times 10^4 \frac{\text{A} \cdot \text{e}}{\text{Wb}}$$

e, portanto, a relutância total aumenta de $4,46 \times 10^5 \text{ A} \cdot \text{e}/\text{Wb}$ para $5,34 \times 10^5 \text{ A} \cdot \text{e}/\text{Wb}$. Assim, da Eq. 1.29, a indutância diminui de 0,561 H para

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{\text{tot}}} = \frac{500^2}{5,34 \times 10^5} = 0,468 \text{ H}$$

Esse exemplo ilustra o efeito da linearização de um entreferro dominante em um circuito magnético. Apesar da redução de permeabilidade do ferro por um fator de $72.300/2.900 = 25$, a indutância diminui apenas de $0,468/0,561 = 0,83$, apenas porque a relutância do entreferro é significativamente maior que a do núcleo. Em muitas situações, é comum supor que a indutância seja constante, o que corresponde a uma permeabilidade de núcleo de valor finito e constante (ou, como em muitos casos, assumir simplesmente que $\mu_r \rightarrow \infty$). Análises baseadas nessa forma de representar um indutor em geral levam a resultados que estão dentro da faixa de exatidão aceitável em engenharia. Isso evita a enorme complicação decorrente da modelagem da não linearidade do material do núcleo.

Problema prático 1.3

Repita o cálculo de indutância do Exemplo 1.4 para uma permeabilidade relativa de $\mu_r = 30.000$.

Solução

$$L = 0,554 \text{ H}$$

Exemplo 1.5

Usando MATLAB,⁶ faça um gráfico da indutância do circuito magnético do Exemplo 1.1 e da Fig. 1.2 em função da permeabilidade do núcleo no intervalo $100 \leq \mu_r \leq 100.000$.

⁶ "MATLAB" é uma marca registrada da The MathWorks, Inc., 3 Apple Hill Drive, Natick, MA 01760, <http://www.mathworks.com>. Uma versão do MATLAB para estudantes está disponível.

Solução

O script de MATLAB é:

```

clc
clear

% Permeabilidade do vácuo
mu0 = pi*4.e-7;

%Todas as dimensões expressas em metros
Ac = 9e-4; Ag = 9e-4; g = 5e-4; lc = 0.3;
N = 500;

%Relutância do entreferro
Rg = g/(mu0*Ag);

mur = 1:100:100000;
Rc = lc./(mur*mu0*Ac);
Rtot = Rg+Rc;
L = N^2./Rtot;

plot(mur,L)
xlabel('Permeabilidade relativa do núcleo')
ylabel('Indutância [H]')
    
```

O gráfico resultante está mostrado na Fig. 1.7. Observe que a figura confirma claramente que, no circuito magnético deste exemplo, a indutância é bastante insensível à permeabilidade relativa enquanto esta não baixar até a ordem de 1000. Assim, enquanto a permeabilidade relativa efetiva do núcleo for “elevada” (neste caso, superior a 1000), qualquer não linearidade nas propriedades do núcleo terá um efeito pequeno nas propriedades finais do indutor.

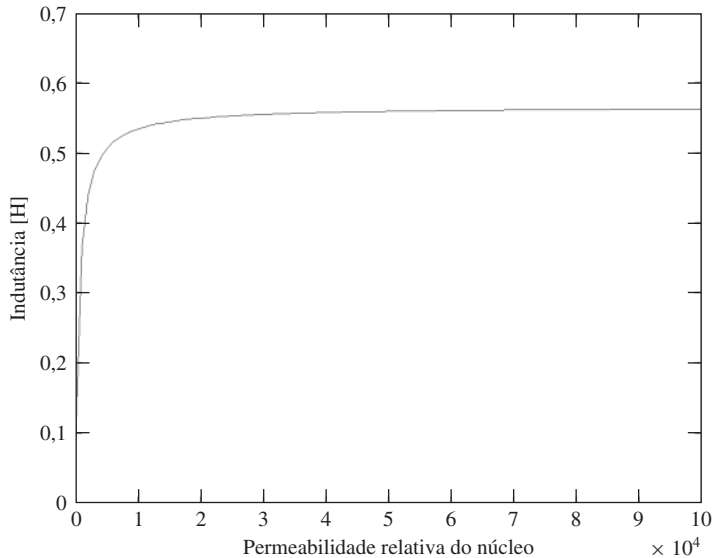


Figura 1.7 Gráfico de MATLAB da indutância versus a permeabilidade relativa do Exemplo 1.5.

Problema prático 1.4

Escreva um script de MATLAB para plotar a indutância do circuito magnético do Exemplo 1.1 com $\mu_r = 70.000$ em função do comprimento do entreferro, quando este varia de 0,01 cm até 0,10 cm.

A Fig. 1.8 mostra um circuito magnético com um entreferro e dois enrolamentos. Nesse caso, observe que a FMM do circuito magnético é dada pelo *total de ampères-espiras* que atua no circuito magnético (ou seja, o total líquido de ampères-espiras de ambos os enrolamentos) e que os sentidos de referência das correntes foram escolhidos de modo a produzirem fluxos no mesmo sentido. A FMM total é, portanto,

$$\mathcal{F} = N_1 i_1 + N_2 i_2 \tag{1.31}$$

e, da Eq. 1.20, desprezando a relutância do núcleo e assumindo que $A_c = A_g$, o fluxo do núcleo ϕ é

$$\phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_c}{g} \tag{1.32}$$

Na Eq. 1.32, ϕ é o *fluxo resultante no núcleo* produzido pela FMM total dos dois enrolamentos. É esse ϕ resultante que determina o ponto de operação do material do núcleo.

Se a Eq. 1.32 for decomposta em termos relacionados individualmente com cada corrente, o fluxo concatenado resultante da bobina 1 pode ser expresso como

$$\lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right) i_1 + N_1 N_2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right) i_2 \tag{1.33}$$

que pode ser escrita como

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \tag{1.34}$$

em que

$$L_{11} = N_1^2 \frac{\mu_0 A_c}{g} \tag{1.35}$$

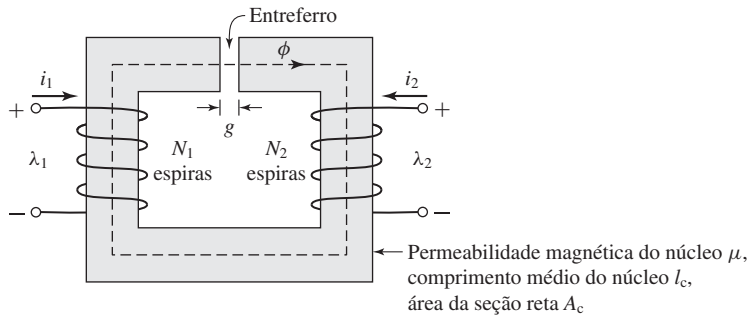


Figura 1.8 Circuito magnético com dois enrolamentos.

é a *indutância própria* (ou autoindutância) da bobina 1 e $L_{11}i_1$ é o fluxo concatenado da bobina 1 devido a sua própria corrente i_1 . A *indutância mútua* entre as bobinas 1 e 2 é

$$L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_c}{g} \quad (1.36)$$

e $L_{12}i_2$ é o fluxo concatenado da bobina 1 devido à corrente i_2 na outra bobina. Do mesmo modo, o fluxo concatenado da bobina 2 é

$$\lambda_2 = N_2 \phi = N_1 N_2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right) i_1 + N_2^2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right) i_2 \quad (1.37)$$

ou

$$\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 \quad (1.38)$$

em que $L_{21} = L_{12}$ é a indutância mútua e

$$L_{22} = N_2^2 \frac{\mu_0 A_c}{g} \quad (1.39)$$

é a indutância própria (ou autoindutância) da bobina 2.

É importante observar que a decomposição dos fluxos concatenados resultantes em duas componentes produzidas por i_1 e i_2 baseia-se na superposição dos efeitos individuais e, portanto, implica uma relação linear fluxo-FMM (característica de materiais de permeabilidade constante).

A substituição da Eq. 1.28 na Eq. 1.26 resulta em

$$e = \frac{d}{dt}(Li) \quad (1.40)$$

para o caso de um circuito magnético com um único enrolamento. Em um circuito magnético estático, a indutância é fixa (supondo que as não linearidades do material não causem variações na indutância). Então, essa equação reduz-se à forma familiar da teoria de circuitos

$$e = L \frac{di}{dt} \quad (1.41)$$

Frequentemente, no entanto, em dispositivos de conversão eletromecânica de energia, as indutâncias variam no tempo e a Eq. 1.40 deve ser escrita como

$$e = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \quad (1.42)$$

Observe que, nos casos de enrolamentos múltiplos, o fluxo concatenado total de cada enrolamento deve ser usado na Eq. 1.26 para encontrar a tensão nos terminais do enrolamento.

Em um circuito magnético, a potência nos terminais de um enrolamento é uma medida da taxa com que o fluxo de energia flui para dentro do circuito naquele enrolamento em especial. A *potência p* é determinada pelo produto da tensão pela corrente

$$p = ie = i \frac{d\lambda}{dt} \quad (1.43)$$

e sua unidade é *watts* (W) ou *joules por segundo*. Assim, a variação da *energia magnética armazenada* ΔW no circuito magnético, durante o intervalo de tempo de t_1 a t_2 , é

$$\Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p \, dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i \, d\lambda \quad (1.44)$$

Em unidades SI, a energia magnética armazenada W é medida em *joules* (J).

No caso de um sistema de enrolamento único e indutância constante, a variação da energia magnética armazenada, quando o nível do fluxo varia de λ_1 a λ_2 , pode ser escrita como

$$\Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i \, d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} \, d\lambda = \frac{1}{2L}(\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \quad (1.45)$$

A energia magnética total armazenada, para qualquer valor de λ , pode ser obtida fazendo-se λ_1 igual a zero:

$$W = \frac{1}{2L}\lambda^2 = \frac{L}{2}i^2 \quad (1.46)$$

Exemplo 1.6

No circuito magnético do Exemplo 1.1 (Fig. 1.2), encontre (a) a indutância L , (b) a energia magnética armazenada W quando $B_c = 1,0$ T e (c) a tensão induzida e para um fluxo de núcleo, que varia no tempo a 60 Hz, dado por $B_c = 1,0 \sin \omega t$ T em que $\omega = (2\pi)(60) = 377$.

Solução

- a. Das Eqs. 1.16 e 1.28 e do Exemplo 1.1,

$$\begin{aligned} L &= \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g} \\ &= \frac{500^2}{4,46 \times 10^5} = 0,56 \text{ H} \end{aligned}$$

Observe que a relutância do núcleo é muito menor que a do entreferro ($\mathcal{R}_c \ll \mathcal{R}_g$). Assim, dentro de uma boa aproximação, a indutância é dominada pela relutância do entreferro, isto é,

$$L \approx \frac{N^2}{\mathcal{R}_g} = 0,57 \text{ H}$$

- b. No Exemplo 1.1 encontramos que, quando $B_c = 1,0$ T, então $i = 0,80$ A. Portanto, da Eq. 1.46,

$$W = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}(0,56)(0,80)^2 = 0,18 \text{ J}$$

- c. Da Eq. 1.26 e do Exemplo 1.1,

$$\begin{aligned} e &= \frac{d\lambda}{dt} = N \frac{d\phi}{dt} = NA_c \frac{dB_c}{dt} \\ &= 500 \times (9 \times 10^{-4}) \times (377 \times 1,0 \cos(377t)) \\ &= 170 \cos(377t) \quad \text{V} \end{aligned}$$

Problema prático 1.5

Repita o Exemplo 1.6 para $B_c = 0,8$ T, supondo que o fluxo do núcleo varie a 50 Hz, em vez de 60 Hz.

Solução

- a. A indutância L permanece inalterada.
- b. $W = 0,115$ J
- c. $e = 113 \cos(314t)$ V

1.3 Propriedades dos materiais magnéticos

No contexto dos dispositivos de conversão eletromecânica de energia, a importância dos materiais magnéticos é dupla. Com seu uso, é possível obter densidades elevadas de fluxo magnético com níveis relativamente baixos de força magnetizante. Como as forças magnéticas e a densidade de energia elevam-se com o aumento da densidade de fluxo, esse efeito tem um papel enorme no desempenho dos dispositivos de conversão de energia.

Além disso, os materiais magnéticos podem ser usados para delimitar e direcionar os campos magnéticos, dentro de caminhos bem definidos. Em transformadores, são usados para maximizar o acoplamento entre os enrolamentos, assim como para diminuir a corrente de excitação requerida para operar o transformador. Em máquinas elétricas, os materiais magnéticos são usados para dar forma aos campos de modo que seja produzido o conjugado desejado e obtidas as características elétricas específicas desejadas nos terminais.

Os *materiais ferromagnéticos*, normalmente compostos de ferro e de ligas de ferro com cobalto, tungstênio, níquel, alumínio e outros metais, são de longe os materiais magnéticos mais comuns. Ainda que esses materiais sejam caracterizados por uma ampla faixa de propriedades, os fenômenos básicos responsáveis por suas propriedades são comuns a todos eles.

Observa-se que os materiais ferromagnéticos são compostos por um grande número de domínios, isto é, regiões nas quais os momentos magnéticos de todos os átomos estão em paralelo, dando origem a um momento magnético líquido naquele domínio. Em uma amostra não magnetizada do material, os momentos magnéticos dos domínios estão orientados aleatoriamente e o fluxo magnético líquido resultante no material é zero.

Quando uma força magnetizante externa é aplicada a esse material, os momentos dos domínios magnéticos tendem a se alinhar com o campo magnético aplicado. Como resultado, os momentos magnéticos dos domínios somam-se ao campo aplicado, produzindo um valor muito mais elevado de densidade de fluxo do que aquele que existiria devido apenas à força magnetizante. Assim, a *permeabilidade efetiva* μ , igual à razão entre a densidade de fluxo magnético total e a intensidade do campo magnético aplicado, é elevada em comparação com a permeabilidade do vácuo μ_0 . À medida que a força magnetizante aumenta, esse comportamento continua até que todos os momentos magnéticos estejam alinhados com o campo aplicado. Nesse ponto, eles não podem mais contribuir para o aumento da densidade do fluxo magnético, e diz-se que o material está completamente *saturado*.

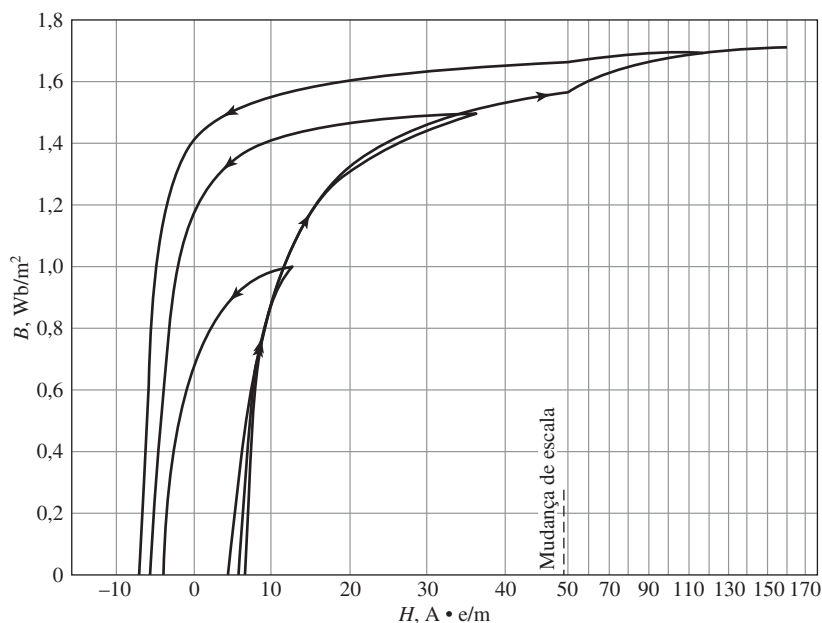


Figura 1.9 Laços B - H para aço elétrico de grão orientado, tipo M-5, de 0,012 polegadas de espessura. Apenas as metades superiores dos laços são mostrados aqui. (Armco Inc.)

Na ausência de uma força magnetizante externamente aplicada, os momentos magnéticos tendem a se alinhar naturalmente segundo certas direções associadas à estrutura cristalina dos domínios, conhecidas como eixos de mais fácil magnetização. Assim, se a força magnetizante aplicada for reduzida, os momentos magnéticos dos domínios relaxam-se indo para as direções de mais fácil magnetização próximas da direção do campo aplicado. Como resultado, quando o campo aplicado é reduzido até zero, os momentos dos dipolos magnéticos, embora tendendo a relaxar e a assumir suas orientações iniciais, não são mais totalmente aleatórios em suas orientações. Eles agora retêm uma componente de magnetização líquida na direção do campo aplicado. Esse efeito é responsável pelo fenômeno conhecido como *histerese magnética*.

Devido a esse efeito de histerese, a relação entre B e H em um material ferromagnético é não linear e plurívoca. Em geral, as características do material não podem ser descritas de forma analítica. Muitas vezes, são apresentadas em forma de gráficos constituídos por conjuntos de curvas determinadas empiricamente, a partir de amostras de ensaios com os materiais, seguindo os métodos prescritos pela American Society for Testing and Materials (ASTM).⁷

A curva mais comum usada para descrever um material magnético é a *curva B - H* ou *laço de histerese*. O primeiro e segundo quadrantes (correspondendo a $B \geq 0$)

⁷ Dados numéricos de uma ampla variedade de materiais magnéticos estão disponibilizados pelos fabricantes de materiais magnéticos. Um problema com o uso de tais dados vem da diversidade dos sistemas de unidades usados. Por exemplo, a magnetização pode ser dada em oersteds ou em ampères-espiras por metro, e a densidade de fluxo magnético em gauss, quilogauss ou teslas. Alguns fatores úteis de conversão são dados no Apêndice E. O leitor deve lembrar-se de que as equações desse livro baseiam-se em unidades SI.

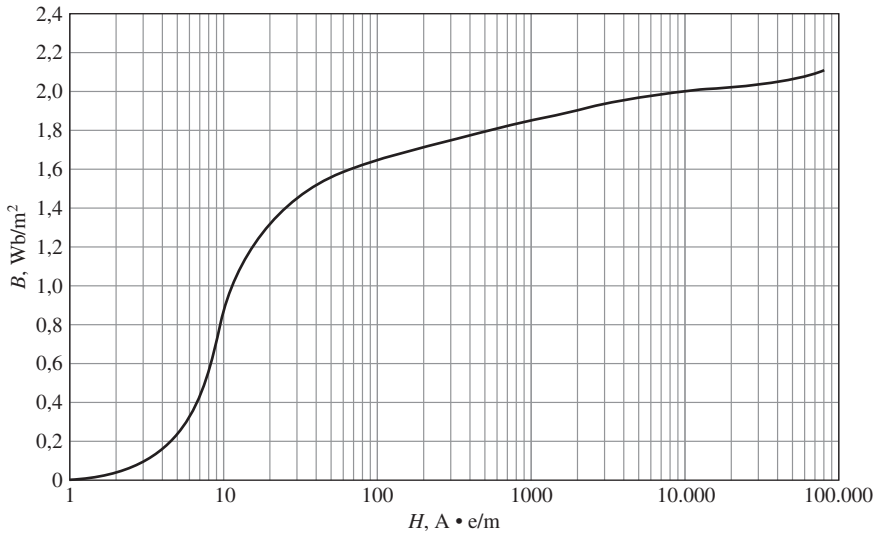


Figura 1.10 Curva de magnetização CC para o aço elétrico de grão orientado M-5 de 0,012 polegadas de espessura. (Armco Inc.)

de um conjunto de laços de histerese estão mostrados na Fig. 1.9 para o aço M-5, um típico aço elétrico de grão orientado, usado em equipamentos elétricos. Esses laços mostram a relação entre a densidade de fluxo magnético B e a força magnetizante H . Cada curva é obtida variando-se ciclicamente a força magnetizante aplicada entre valores iguais positivos e negativos de valor constante. A histerese faz essas curvas serem plurívocas. Depois de diversos ciclos, as curvas B - H formam laços fechados como se mostra na figura. As setas indicam as trajetórias seguidas por B quando H cresce e decresce. Observe que, com um valor crescente de H , as curvas começam a ficar horizontais à medida que o material tende à saturação. Para uma densidade de fluxo em torno de 1,7 T, pode-se ver que o material está muito saturado.

Observe também que quando H decresce desde seu valor máximo até zero, a densidade de fluxo diminui mas não até zero. Isso resulta do relaxamento das orientações dos momentos magnéticos dos domínios, como descrito acima. O resultado é que, quando H é zero, uma *magnetização remanescente* está presente.

Felizmente, para muitas aplicações em engenharia, é suficiente descrever o material por uma curva simples, obtida pela plotagem dos lugares de valores máximos de B e H nas extremidades dos laços de histerese. Essa curva é conhecida como *curva de magnetização CC* ou *normal*. Uma curva de magnetização CC para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 está mostrada na Fig. 1.10. A curva de magnetização CC despreza a natureza histerética do material mas exhibe claramente as suas características não lineares.

Exemplo 1.7

Suponha que o material do núcleo do Exemplo 1.1 seja aço elétrico de grão orientado do tipo M-5, o qual tem a curva de magnetização CC da Fig. 1.10. Encontre a corrente i necessária para produzir $B_c = 1$ T.

Solução

O valor de H_c para $B_c = 1$ T pode ser lido da Fig. 1.10 como

$$H_c = 11 \text{ A} \cdot \text{e/m}$$

A queda de FMM no caminho do núcleo é

$$\mathcal{F}_c = H_c l_c = 11(0,3) = 3,3 \text{ A} \cdot \text{e}$$

Desprezando o espraçamento, $B_g = B_c$ e a queda de FMM no entreferro é

$$\mathcal{F}_g = H_g g = \frac{B_g g}{\mu_0} = \frac{1(5 \times 10^{-4})}{4\pi \times 10^{-7}} = 396 \text{ A} \cdot \text{e}$$

A corrente necessária é

$$i = \frac{\mathcal{F}_c + \mathcal{F}_g}{N} = \frac{399}{500} = 0,80 \text{ A}$$

Problema prático 1.6

Repita o Exemplo 1.7 encontrando a corrente i para que $B_c = 1,6$ T. De quanto a corrente deve ser aumentada para resultar esse aumento de 1,6 vezes na densidade de fluxo?

Solução

Pode-se mostrar que a corrente i deve ser 1,302 A. Assim, a corrente deve ser aumentada de $1,302/0,8 = 1,63$. Devido ao predomínio da relutância do entreferro, esse valor é ligeiramente maior do que o aumento fracionário na densidade de fluxo, apesar de que o núcleo começa a saturar de forma significativa quando a densidade de fluxo atinge 1,6 T.

1.4 Excitação CA

Em sistemas de potência CA, as formas de onda de tensão e de fluxo são bastante próximas de funções senoidais de tempo. Para tais condições, esta seção descreverá as características da excitação e das perdas associadas à operação CA, em regime permanente, dos materiais magnéticos. Como modelo, usaremos um circuito magnético de núcleo fechado, isto é, sem entreferro, tal como o mostrado na Fig. 1.1. O comprimento do caminho magnético é l_c e a área da seção reta é A_c , ao longo do comprimento do núcleo. Além disso, supomos uma variação senoidal para o fluxo $\varphi(t)$ do núcleo, assim

$$\varphi(t) = \phi_{\max} \text{ sen } \omega t = A_c B_{\max} \text{ sen } \omega t \quad (1.47)$$

em que

ϕ_{\max} = amplitude do fluxo no núcleo φ em webers

B_{\max} = amplitude da densidade de fluxo B_c em teslas

ω = frequência angular = $2\pi f$

f = frequência em Hz

Da Eq. 1.26, a tensão induzida no enrolamento de N espiras é

$$e(t) = \omega N \phi_{\max} \cos(\omega t) = E_{\max} \cos \omega t \quad (1.48)$$

em que

$$E_{\max} = \omega N \phi_{\max} = 2\pi f N A_c B_{\max} \quad (1.49)$$

Na operação CA em regime permanente, muitas vezes estamos mais interessados nos *valores eficazes* (ef)* das tensões e correntes do que nos valores instantâneos ou máximos. Em geral, o valor eficaz de uma função periódica de tempo $f(t)$ de período T é definido como

$$F_{\text{ef}} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt\right)} \quad (1.50)$$

A partir da Eq. 1.50, pode-se mostrar que o valor eficaz de uma onda senoidal é $1/\sqrt{2}$ vezes o seu valor de pico. Assim, o valor eficaz da tensão induzida é

$$E_{\text{ef}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N A_c B_{\max} = \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\max} \quad (1.51)$$

Uma *corrente de excitação*, i_φ , correspondente a uma FMM de excitação $Ni_\varphi(t)$ é necessária para produzir o fluxo $\varphi(t)$ no núcleo.⁸ Devido às propriedades magnéticas não lineares do núcleo, a corrente de excitação correspondente a um fluxo senoidal no núcleo será não senoidal. A curva da corrente de excitação em função do tempo pode ser obtida graficamente das características magnéticas do material do núcleo, como ilustra a Fig. 1.11a. Como B_c e H_c se relacionam com φ e i_φ por constantes geométricas conhecidas, o laço de histerese CA da Fig. 1.11b foi desenhado em termos de $\varphi = B_c A_c$ e $i_\varphi = H_c l_c / N$. As ondas senoidais da tensão induzida, e , e do fluxo, φ , de acordo com as Eqs. 1.47 e 1.48, estão mostradas na Fig. 1.11a.

Em qualquer instante determinado, o valor de i_φ correspondente a um valor dado de fluxo pode ser obtido diretamente do laço de histerese. Por exemplo, no tempo t' , o fluxo é φ' e a corrente é i_φ' ; no tempo t'' , os valores correspondentes são φ'' e i_φ'' . Observe que, como o laço de histerese é multivalorado, deve-se ter cuidado buscando os valores de fluxo crescente (φ' na figura) na parte de fluxo crescente do laço de histerese. Do mesmo modo, a parte do fluxo decrescente do laço de histerese deve ser escolhida quando se buscam os valores de fluxo decrescente (φ'' na figura).

Como o laço de histerese “achata-se” devido aos efeitos da saturação, observe que a forma de onda da corrente de excitação apresenta picos acentuados. Seu valor eficaz $I_{\varphi,\text{ef}}$ é definido pela Eq. 1.50, em que T é o período de um ciclo. Está relacionado com o valor eficaz (ef) correspondente H_{ef} de H_c pela equação

$$I_{\varphi,\text{ef}} = \frac{l_c H_{\text{ef}}}{N} \quad (1.52)$$

As características de excitação CA dos materiais usados em núcleos são descritas frequentemente em termos de volts-ampères eficazes, em vez de uma curva de

* N. de T.: Na literatura nacional aparece também rms (root mean square) no lugar de ef.

⁸ De forma mais genérica, em um sistema com múltiplos enrolamentos, a FMM de excitação é o total líquido de ampères-espiras que atua para produzir fluxo no circuito magnético.

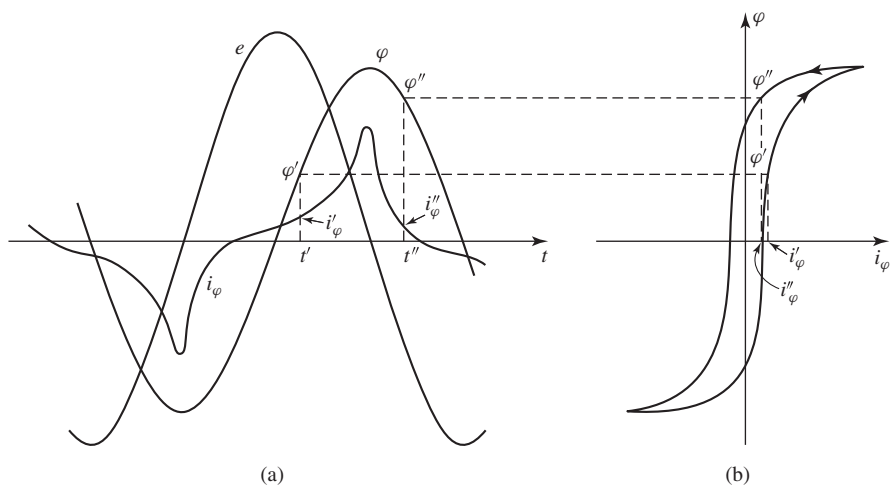


Figura 1.11 Fenômenos de excitação. (a) Tensão, fluxo e corrente de excitação; (b) Laço de histerese correspondente.

magnetização que relacione B com H . A teoria que fundamenta essa representação pode ser explicada combinando as Eqs. 1.51 e 1.52. Assim, das Eqs. 1.51 e 1.52, os volts-ampères eficazes necessários para excitar o núcleo da Fig. 1.1, com uma densidade de fluxo especificada, é igual a

$$\begin{aligned} E_{\text{ef}} I_{\varphi, \text{ef}} &= \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\text{max}} \frac{l_c H_{\text{ef}}}{N} \\ &= \sqrt{2} \pi f B_{\text{max}} H_{\text{ef}} (A_c l_c) \end{aligned} \quad (1.53)$$

Na Eq. 1.53, pode-se ver que o produto $A_c l_c$ é igual ao volume do núcleo e, assim, o valor necessário de excitação, em volts-ampères eficazes, para excitar o núcleo com uma onda senoidal é proporcional à frequência de excitação, ao volume do núcleo e ao produto da densidade do fluxo de pico vezes a intensidade eficaz do campo magnético. Para um material magnético com densidade de massa ρ_c , a massa do núcleo é $A_c l_c \rho_c$ e o valor dos *volts-ampères eficazes de excitação por unidade de massa*, S_a , pode ser expresso como

$$S_a = \frac{E_{\text{ef}} I_{\varphi, \text{ef}}}{\text{massa}} = \sqrt{2} \pi f \left(\frac{B_{\text{max}} H_{\text{ef}}}{\rho_c} \right) \quad (1.54)$$

Observe que, com essa forma de normalização, o valor dos volts-ampères eficazes depende apenas da frequência e de B_{max} porque H_{ef} é uma função unívoca de B_{max} , determinada pela forma do laço de histerese do material em uma frequência dada f qualquer. Como resultado, as condições de excitação CA de um material magnético são fornecidas em geral pelos fabricantes em termos de volts-ampères eficazes por unidade de massa. Esses valores são determinados por meio de ensaios de laboratório realizados com amostras de núcleo fechado do material. Esses resultados estão ilustrados na Fig. 1.12 para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5.

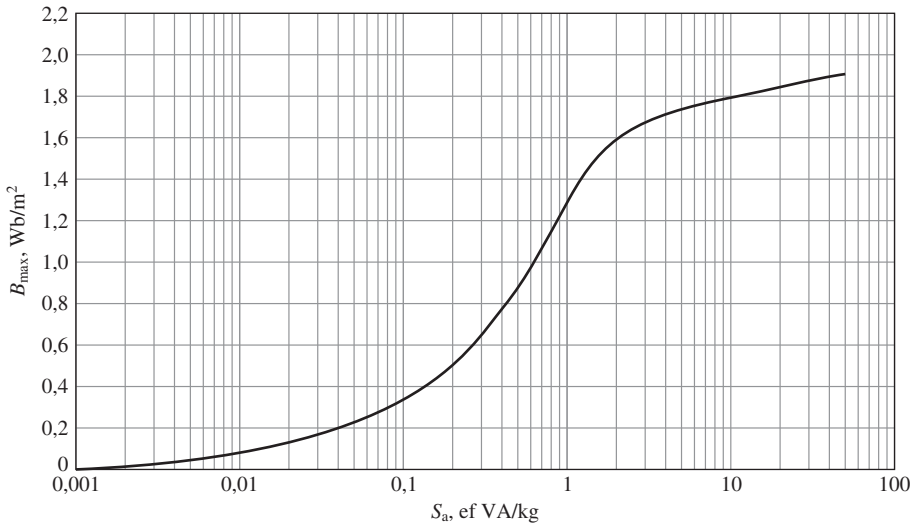


Figura 1.12 Volts-ampères eficazes de excitação por quilograma a 60 Hz para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 de 0,012 polegadas de espessura. (Armco Inc.)

A corrente de excitação fornece a FMM necessária para produzir o fluxo no núcleo e o ingresso da potência associada com a energia do campo magnético do núcleo. Parte dessa energia é dissipada como perdas das quais resulta o aquecimento do núcleo. O restante aparece como potência reativa associada ao armazenamento de energia no campo magnético. Essa potência reativa não é dissipada no núcleo. Ciclicamente, ela é fornecida e absorvida pela fonte de excitação.

Dois mecanismos de perdas estão associados às variações de fluxo nos materiais magnéticos. O primeiro é devido à natureza histerética do material magnético. Como já foi discutido, em um circuito magnético como o da Fig. 1.1, uma excitação variável no tempo submeterá o material magnético a uma variação cíclica descrita por um laço de histerese como o mostrado na Fig. 1.13.

A Eq. 1.44 pode ser usada para calcular o ingresso de energia W no núcleo magnético da Fig. 1.1, quando o material é submetido a um único ciclo. Obtém-se

$$W = \oint i_\varphi d\lambda = \oint \left(\frac{H_c l_c}{N} \right) (A_c N dB_c) = A_c l_c \oint H_c dB_c \quad (1.55)$$

Constatando que $A_c l_c$ é o volume do núcleo e que a integral é a área do laço de histerese CA , vemos que há um fornecimento líquido de energia para dentro do material a cada vez que ele é submetido a um ciclo. Essa energia é requerida para girar os dipolos do material e é dissipada como calor. Assim, para um determinado ciclo, as respectivas *perdas por histerese* são proporcionais à área do ciclo de histerese e ao volume total de material. Como há uma perda de energia a cada ciclo, a potência das perdas por histerese é proporcional à frequência da excitação aplicada.

O segundo mecanismo de perdas é o aquecimento ôhmico devido às correntes induzidas no material do núcleo. Pela lei de Faraday (Eq. 1.25), vemos que os campos magnéticos variáveis no tempo dão origem a campos elétricos. Em materiais

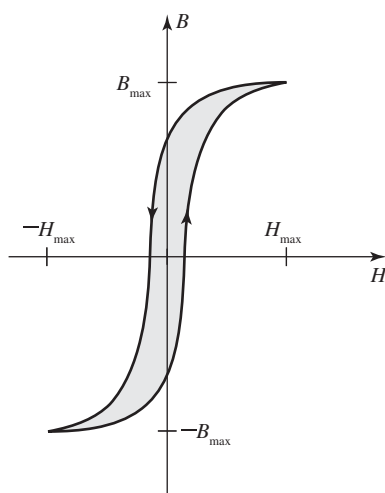


Figura 1.13 Laço de histerese; a perda por histerese é proporcional à área do laço (sombreado).

magnéticos, esses campos elétricos resultam em correntes induzidas, normalmente denominadas *correntes parasitas*, que circulam no material do núcleo e opõem-se às mudanças de densidade de fluxo do material. Para contrabalançar o respectivo efeito de desmagnetização, a corrente no enrolamento de excitação deve aumentar. Assim, o laço B - H “dinâmico”, resultante da operação em CA, é um pouco mais “cheio” do que o laço de histerese, para condições que variem lentamente. Esse efeito se intensifica à medida que a frequência de excitação aumenta. Por essa razão, as características dos aços elétricos variam com a frequência. Em geral, elas são fornecidas pelos fabricantes para a faixa de frequência esperada de operação para cada aço elétrico em especial. Observe, por exemplo, que o valor eficaz dos volts-ampères de excitação da Fig. 1.12 está especificado para a frequência de 60 Hz.

Para reduzir os efeitos das correntes parasitas, as estruturas magnéticas são construídas usualmente com chapas delgadas ou *lâminas* de material magnético. Essas chapas, alinhadas na direção das linhas de campo, estão isoladas entre si por uma camada de óxido em suas superfícies, ou por uma fina cobertura de esmalte ou verniz de isolamento. Isso reduz muito a magnitude das correntes parasitas porque as camadas de isolamento interrompem os caminhos de corrente. Quanto mais delgadas as chapas, menores as perdas. Em geral, como primeira aproximação, as perdas por correntes parasitas tendem a aumentar com o quadrado da frequência de excitação e também com o quadrado da densidade de fluxo de pico.

Muitas vezes, essas perdas dependem do aspecto metalúrgico do material, assim como da densidade de fluxo e da frequência. Os dados sobre perdas no núcleo* são apresentados normalmente em forma de gráficos. São plotados em termos de watts por unidade de massa em função da densidade de fluxo. Com frequência, é fornecida uma família de curvas para diferentes frequências. A Fig. 1.14 mostra as perdas P_c no núcleo para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 a 60 Hz.

* N. de T.: Conhecidas também como “perdas no ferro”.

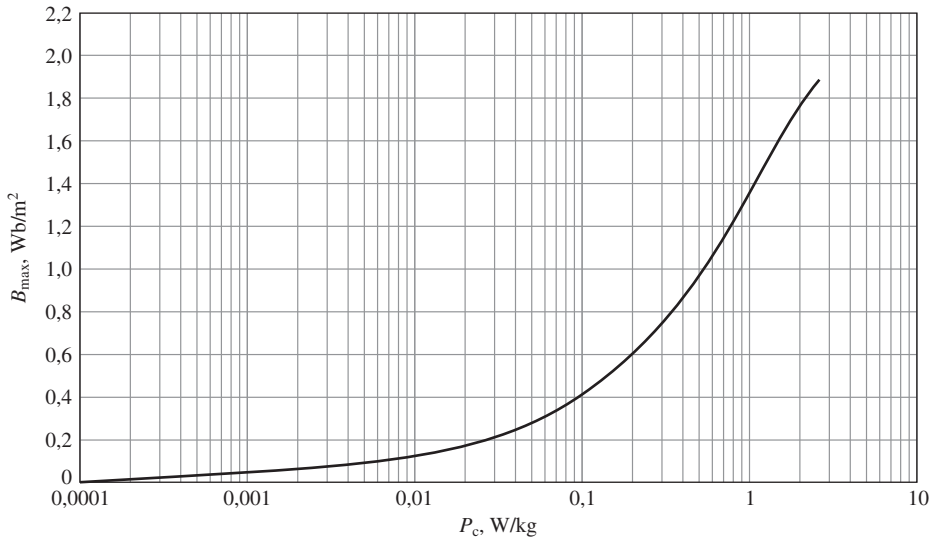


Figura 1.14 Densidade de perdas no núcleo a 60 Hz em watts por quilograma para o aço elétrico de grão orientado do tipo M-5 de 0,012 polegadas de espessura. (Armco Inc.)

Quase todos os transformadores e certas partes de máquinas elétricas usam material à base de chapas de aço. Essas apresentam direções altamente favoráveis de magnetização, ao longo das quais as perdas no núcleo são baixas e a permeabilidade é alta. Esse material é denominado *aço de grão orientado*. A razão dessa propriedade está na estrutura atômica cúbica de corpo centrado dos cristais da liga de silício e ferro. Cada cubo tem um átomo em cada vértice, assim como um outro no seu centro. No cubo, a aresta é o eixo de mais fácil magnetização, a diagonal da face é o eixo mais difícil e a diagonal do cubo é o mais difícil de todos. Usando técnicas adequadas de fabricação, a maioria das arestas dos cubos dos cristais é alinhada na direção de laminação. Desse modo, essa torna-se a direção favorável de magnetização. Em relação às perdas no núcleo e à permeabilidade, o comportamento nessa direção é superior aos *aços não orientados*, nos quais os cristais estão orientados aleatoriamente, produzindo um material de características uniformes em todas as direções. Como resultado, os aços orientados podem operar, em relação aos não orientados, com densidades de fluxo mais elevadas.

Os aços elétricos não orientados são usados em aplicações em que o fluxo não segue um caminho que pode ser orientado na direção de laminação, ou em que o baixo custo é importante. Nesses aços, as perdas são maiores e a permeabilidade é muito menor do que nos aços de grão orientado.

Exemplo 1.8

O núcleo magnético da Fig. 1.15 é feito de chapas de aço elétrico de grão orientado M-5. O enrolamento é excitado com uma tensão de 60 Hz produzindo no aço uma densidade de fluxo de $B = 1,5 \text{ sen } \omega t \text{ T}$, em que $\omega = 2\pi 60 \approx 377 \text{ rad/s}$. O aço ocupa 0,94 da área da seção reta. A densidade de massa do aço é $7,65 \text{ g/cm}^3$. Encontre (a) a tensão aplicada, (b) a corrente de pico, (c) a corrente eficaz de excitação e (d) as perdas no núcleo.

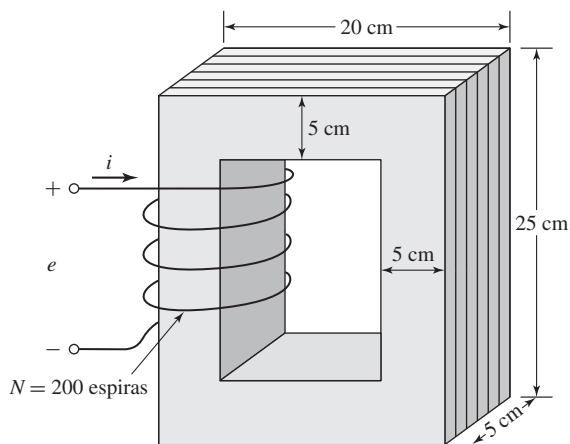


Figura 1.15 Núcleo aço laminado com enrolamento para o Exemplo 1.8.

Solução

- a. Da Eq. 1.26, a tensão é

$$\begin{aligned} e &= N \frac{d\phi}{dt} = N A_c \frac{dB}{dt} \\ &= 200 \times 25 \text{ cm}^2 \times 0,94 \times 1,5 \times 377 \cos(377t) \\ &= 266 \cos(377t) \text{ V} \end{aligned}$$

- b. A intensidade de campo magnético correspondente a $B_{\max} = 1,5 \text{ T}$ está dada na Fig. 1.10 valendo $H_{\max} = 36 \text{ A} \cdot \text{e/m}$. Observe que, como esperado, a permeabilidade relativa $\mu_r = B_{\max} / (\mu_0 H_{\max}) = 33.000$ para um fluxo de $1,5 \text{ T}$ é inferior ao valor de $\mu_r = 72.300$, encontrado no Exemplo 1.4 e correspondente ao valor de $1,0 \text{ T}$, mesmo assim significativamente maior do que o valor de 2900 correspondente a um fluxo de $1,8 \text{ T}$.

$$l_c = (15 + 15 + 20 + 20) \text{ cm} = 0,70 \text{ m}$$

A corrente de pico é

$$I = \frac{H_{\max} l_c}{N} = \frac{36 \times 0,70}{200} = 0,13 \text{ A}$$

- c. A corrente eficaz é obtida do valor de S_a da Fig. 1.12 para $B_{\max} = 1,5 \text{ T}$.

$$S_a = 1,5 \text{ VA/kg}$$

O volume do núcleo e a massa são

$$\text{Vol}_c = 25 \text{ cm}^2 \times 0,94 \times 70 \text{ cm} = 1645 \text{ cm}^3$$

$$M_c = 1645 \text{ cm}^3 \times \left(\frac{7,65 \text{ g}}{1,0 \text{ cm}^3} \right) = 12,6 \text{ kg}$$

Os volts-ampères e a corrente totais são

$$S = 1,5 \text{ VA/kg} \times 12,6 \text{ kg} = 18,9 \text{ VA}$$

$$I_{\varphi, \text{ef}} = \frac{S}{E_{\text{ef}}} = \frac{18,9}{266/\sqrt{2}} = 0,10 \text{ A}$$

- d. A densidade de perdas no núcleo é obtida da Fig. 1.14 como $P_c = 1,2 \text{ W/kg}$. As perdas totais no núcleo são

$$P_{\text{núcleo}} = 1,2 \text{ W/kg} \times 12,6 \text{ kg} = 15,1 \text{ W}$$

Problema prático 1.7

Repita o Exemplo 1.8 para um tensão de 60 Hz dada por $B = 1,0 \text{ sen } \omega t \text{ T}$.

Solução

- $V = 177 \cos 377t \text{ V}$
- $I = 0,042 \text{ A}$
- $I_{\varphi} = 0,041 \text{ A}$
- $P = 6,5 \text{ W}$

1.5 Ímãs permanentes

A Fig. 1.16a mostra o segundo quadrante de um laço de histerese para o Alnico 5, um material magnético permanente (ímã) comum, ao passo que a Fig. 1.16b mostra o segundo quadrante de um laço de histerese para o aço do tipo M-5.⁹ Observe que as curvas têm naturezas semelhantes. No entanto, o laço de histerese do Alnico 5 é caracterizado por um alto valor de *magnetização remanescente* ou *residual* B_r (aproximadamente 1,22 T), assim como um valor elevado de coercividade, H_c (aproximadamente -49 kA/m).

A magnetização remanescente B_r corresponde à densidade de fluxo que permaneceria atuando em uma seção do material se a FMM aplicada (e portanto a intensidade de campo magnético H) fosse reduzida a zero. No entanto, embora o aço elétrico de grão orientado M-5 tenha também um valor elevado de magnetização remanescente (aproximadamente 1,4 T), ele tem um valor muito menor de coercividade (aproximadamente -6 A/m , menor por um fator superior a 7500). A coercividade H_c corresponde à intensidade de campo magnético (proporcional à FMM) requerida para reduzir a densidade de fluxo do material a zero. Como veremos, quanto menor for a coercividade de um determinado material magnético, mais fácil é desmagnetizá-lo.

O significado da magnetização remanescente é que ela pode produzir fluxo magnético em um circuito magnético na ausência de uma excitação externa, como correntes nos enrolamentos. Esse é um fenômeno conhecido de qualquer um que já afixou bilhetes em um refrigerador usando ímãs. Esses são muito usados em dispositivos como alto-falantes e motores de ímãs permanentes.

⁹ Para obter o valor mais elevado de magnetização remanescente, os laços de histerese da Fig. 1.16 são os que seriam obtidos se os materiais tivessem sido excitados por uma FMM suficiente para assegurar que sejam colocados fortemente em saturação. Isso é discutido com mais detalhes na Seção 1.6.

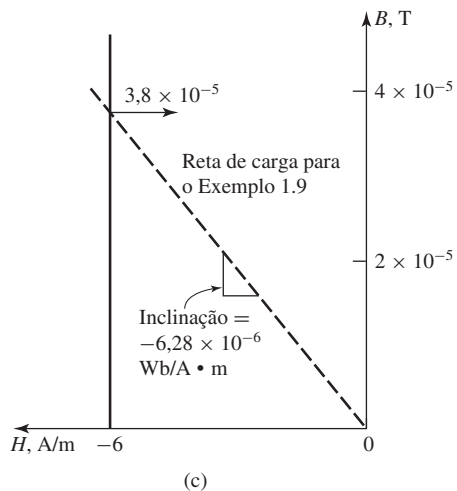
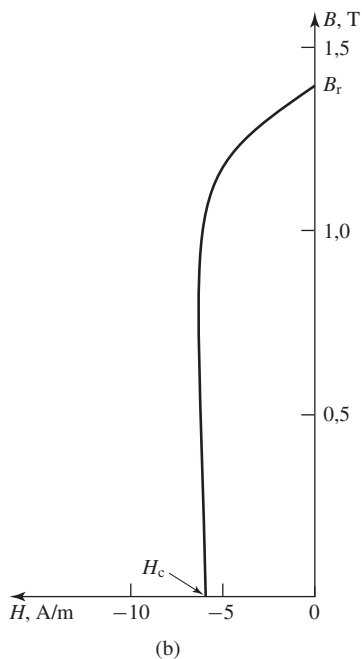
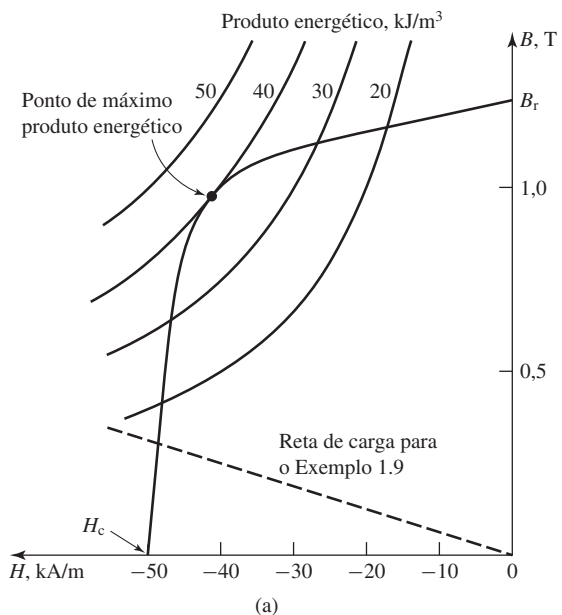


Figura 1.16 (a) Segundo quadrante de um laço de histerese para o Alnico 5; (b) segundo quadrante de um laço de histerese do aço elétrico de grão orientado M-5; (c) laço de histerese ampliado do M-5 para valores pequenos de B . (Armco Inc.)

A partir da Fig. 1.16, poderia parecer que o Alnico 5 e o aço elétrico de grão orientado M-5 seriam úteis na produção de fluxo em circuitos magnéticos desprovidos de excitação, já que ambos têm valores altos de magnetização remanescente. Esse não é o caso, como se pode ilustrar por meio de um exemplo.

Exemplo 1.9

Como mostrado na Fig. 1.17, um circuito magnético é constituído por um núcleo de alta permeabilidade ($\mu \rightarrow \infty$), um entreferro de comprimento $g = 0,2$ cm, e uma seção de material magnético de comprimento $l_m = 1,0$ cm. A área da seção reta do núcleo e do entreferro é igual a $A_m = A_g = 4$ cm². Calcule a densidade de fluxo B_g no entreferro, quando o material magnético é (a) Alnico 5 e (b) aço elétrico M-5.

Solução

- a. Como se assume que a permeabilidade do núcleo é infinita, então a intensidade H no núcleo é desprezível (senão uma H infinita produziria uma B infinita). Verificando que a FMM que atua no circuito magnético da Fig. 1.17 é zero, podemos escrever

$$\mathcal{F} = 0 = H_g g + H_m l_m$$

ou

$$H_g = - \left(\frac{l_m}{g} \right) H_m$$

em que H_g e H_m são as intensidades de campo magnético no entreferro e no material magnético, respectivamente.

Como o fluxo deve ser contínuo ao longo do circuito magnético, então

$$\phi = A_g B_g = A_m B_m$$

ou

$$B_g = \left(\frac{A_m}{A_g} \right) B_m$$

em que B_g e B_m são as densidades de fluxo magnético no entreferro e no material magnético, respectivamente.

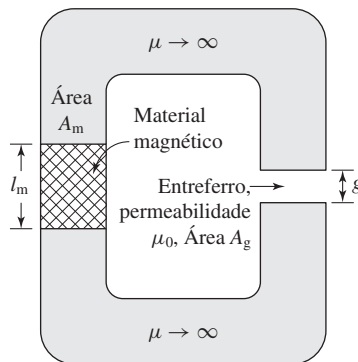


Figura 1.17 Circuito magnético do Exemplo 1.9.

Essas equações podem ser resolvidas fornecendo uma relação linear de B_m em termos de H_m

$$B_m = -\mu_0 \left(\frac{A_g}{A_m} \right) \left(\frac{l_m}{g} \right) H_m = -5 \mu_0 H_m = -6,28 \times 10^{-6} H_m$$

Para obter B_m , verificamos que, para o Alnico 5, B_m e H_m estão relacionados também pela curva da Fig. 1.16a. Assim, essa relação linear, também conhecida como *reta de carga*, pode ser plotada como na Fig. 1.16a e a solução obtida graficamente, resultando

$$B_g = B_m = 0,30 \text{ T} = 3,000 \text{ gauss}$$

- b. A solução para o aço elétrico M-5 é feita exatamente como na parte (a). A reta de carga é a mesma da parte (a) porque ela é determinada apenas pela permeabilidade do entreferro e pelas geometrias do ímã e do entreferro. Assim, da Eq. 1.16c,

$$B_g = 3,8 \times 10^{-5} \text{ T} = 0,38 \text{ gauss}$$

que é muito inferior ao valor obtido com o Alnico 5, sendo praticamente desprezível.

O Exemplo 1.9 mostra que há uma imensa diferença entre materiais magnéticos permanentes, ou ímãs (frequentemente referidos como *materiais magnéticos duros*), tais como o Alnico 5, e *materiais magnéticos moles*, como o aço elétrico de grão orientado M-5. Essa distinção é caracterizada em grande parte pela imensa diferença entre as suas coercividades H_c . A coercividade pode ser entendida como uma medida da magnitude da FMM requerida para reduzir a densidade de fluxo do material a zero. Como visto no Exemplo 1.9, também é uma medida da capacidade do material para produzir fluxo em um circuito magnético que apresenta um entreferro. Vemos assim que os materiais capazes de produzir bons ímãs permanentes são caracterizados por valores elevados de coercividade H_c (bem acima de 1 kA/m).

Uma medida útil da capacidade de desempenho de um ímã permanente é o chamado *produto energético máximo*. Corresponde ao maior produto $B \cdot H$ ($B \cdot H$)_{max} que está localizado em um ponto do segundo quadrante do laço de histerese desse material. Como se pode ver na Eq. 1.55, o produto de B vezes H tem a dimensão de densidade de energia (joules por metro cúbico). Mostraremos agora que o funcionamento neste ponto de um determinado ímã permanente em um circuito magnético resulta no menor volume de material necessário para se produzir uma determinada densidade de fluxo no entreferro.

No Exemplo 1.9, encontramos uma expressão para a densidade de fluxo no entreferro do circuito magnético da Fig. 1.17:

$$B_g = \frac{A_m}{A_g} B_m \quad (1.56)$$

Encontramos também que

$$H_g = - \left(\frac{l_m}{g} \right) H_m \quad (1.57)$$

A Eq. 1.57 pode ser multiplicada por μ_0 obtendo-se $B_g = \mu_0 H_g$. Multiplicando pela Eq. 1.56, obtém-se

$$\begin{aligned} B_g^2 &= \mu_0 \left(\frac{l_m A_m}{g A_g} \right) (-H_m B_m) \\ &= \mu_0 \left(\frac{\text{Vol}_{\text{mag}}}{\text{Vol}_{\text{entreferro}}} \right) (-H_m B_m) \end{aligned} \quad (1.58)$$

em que Vol_{mag} é o volume do ímã, $\text{Vol}_{\text{entreferro}}$ é o volume do entreferro, e o sinal negativo surge porque, no ponto de operação do circuito magnético, o valor de H do ímã (H_m) é negativo.

Resolvendo a Eq. 1.58, obtém-se

$$\text{Vol}_{\text{mag}} = \frac{\text{Vol}_{\text{entreferro}} B_g^2}{\mu_0 (-H_m B_m)} \quad (1.59)$$

que é o resultado desejado. Ela indica que, para obter-se uma densidade desejada de fluxo no entreferro, poderemos minimizar o volume necessário do ímã se ele for posto em operação no ponto onde ocorre o maior valor possível do produto $B-H$, $H_m B_m$, ou seja, no ponto de máximo produto energético. Além disso, quanto maior o valor desse produto, menor será o tamanho do ímã necessário para produzir a densidade de fluxo desejada. Assim, o produto energético máximo é uma medida útil do desempenho de um material magnético, e frequentemente é encontrado tabulado como “figura de mérito” em folhas de dados de especificações de ímãs permanentes. Em termos práticos, esse resultado pode ser utilizado em muitas aplicações práticas de engenharia nas quais o uso de um ímã permanente com o maior produto energético máximo resultará no mínimo volume magnético necessário.

A Eq. 1.58 parece sugerir que é possível obter uma densidade de fluxo arbitrariamente elevada no entreferro reduzindo o seu volume. Na prática, isso não é verdadeiro porque uma redução no comprimento do entreferro aumentará a densidade de fluxo no circuito magnético e, à medida que a densidade de fluxo do circuito magnético aumentar, um ponto será atingido a partir do qual o material magnético do núcleo começará a saturar e a suposição de permeabilidade infinita não será mais verdadeira, invalidando assim a dedução que leva à Eq. 1.58.

Exemplo 1.10

O circuito magnético da Fig. 1.17 é modificado de modo que a área do entreferro seja reduzida a $A_g = 2,0 \text{ cm}^2$, como mostrado na Fig. 1.18. Encontre o volume mínimo de ímã necessário para produzir uma densidade de fluxo de 0,8 T no entreferro.

Solução

Observe que uma curva de produto $B-H$ constante é uma hipérbole. Um conjunto de tais hipérbolas para valores diferentes do produto $B-H$ está plotado na Fig. 1.16a. A partir dessas curvas, vemos que o produto energético máximo para o Alnico 5 é 40 kJ/m^3 , e que isso ocorre no ponto $B = 1,0 \text{ T}$ e $H = -40 \text{ kA/m}$. O menor volume de ímã será obtido com o ímã operando nesse ponto.

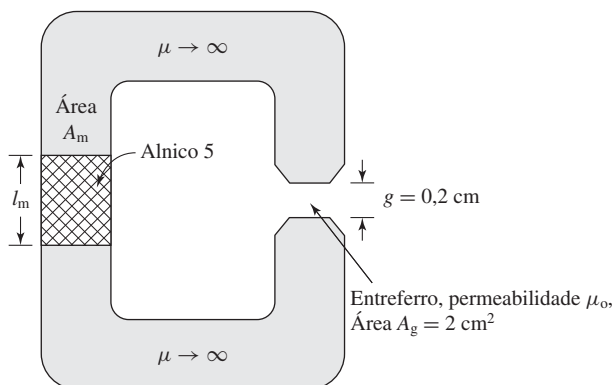


Figura 1.18 Circuito magnético do Exemplo 1.10.

Assim, da Eq. 1.56,

$$\begin{aligned} A_m &= A_g \left(\frac{B_g}{B_m} \right) \\ &= 2 \text{ cm}^2 \left(\frac{0,8}{1,0} \right) = 1,6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

e, da Eq. 1.57,

$$\begin{aligned} l_m &= -g \left(\frac{H_g}{H_m} \right) = -g \left(\frac{B_g}{\mu_0 H_m} \right) \\ &= -0,2 \text{ cm} \left(\frac{0,8}{(4\pi \times 10^{-7})(-40 \times 10^3)} \right) \\ &= 3,18 \text{ cm} \end{aligned}$$

Portanto, o volume mínimo de ímã é igual a $1,6 \text{ cm}^2 \times 3,18 \text{ cm} = 5,09 \text{ cm}^3$.

Problema prático 1.8

Repita o Exemplo 1.10 supondo que a área do entreferro seja novamente reduzida até $A_g = 1,8 \text{ cm}^2$ e que a densidade de fluxo desejada no entreferro seja 0,6 T.

Solução

Volume mínimo de ímã = $2,58 \text{ cm}^3$.

1.6 Aplicações de ímãs permanentes

Os Exemplos 1.9 e 1.10 examinaram a operação de ímãs permanentes supondo que o ponto de operação possa ser determinado simplesmente a partir do conhecimento da geometria do circuito magnético e das propriedades dos vários materiais magnéticos

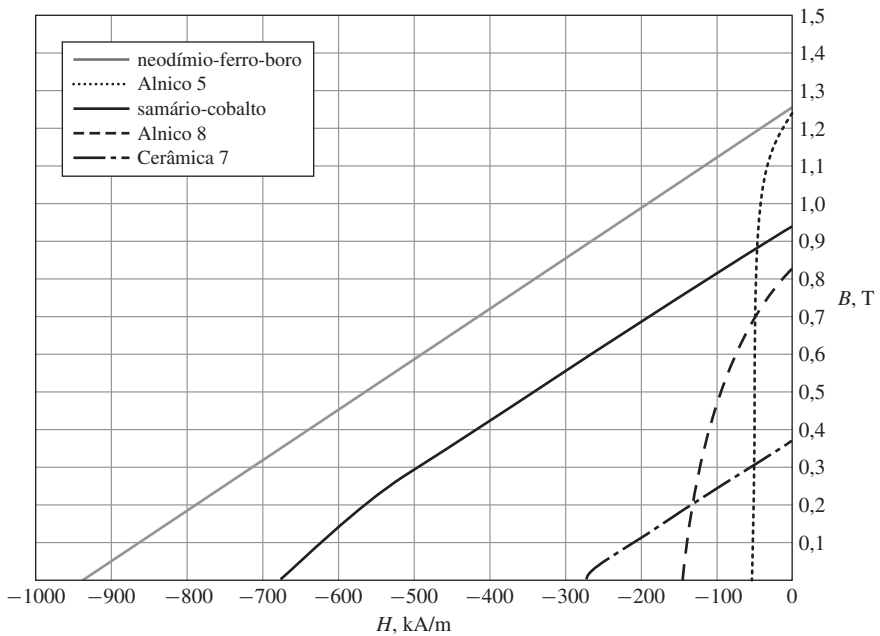


Figura 1.19 Curvas de magnetização para ímãs permanentes comuns.

envolvidos. De fato, nos dispositivos da prática da engenharia, a situação é mais complexa.¹⁰ Esta seção irá ampliar essas questões.

A Fig. 1.19 mostra as características de magnetização de alguns ímãs permanentes comuns. Essas curvas são simplesmente as características do segundo quadrante dos laços de histerese para cada material, obtidas quando submetidas pesadamente à saturação. O Alnico 5 é uma liga bastante utilizada de ferro, níquel, alumínio e cobalto, originalmente descoberta em 1931. Apresenta uma densidade de fluxo residual relativamente elevada. O Alnico 8 tem uma densidade de fluxo residual menor e uma coercividade maior do que a do Alnico 5. Como consequência, é menos sujeito à desmagnetização do que o Alnico 5. As desvantagens dos materiais do tipo Alnico são a coercividade relativamente baixa e a fragilidade mecânica.

Os ímãs permanentes de cerâmica (também conhecidos como *ímãs de ferrite*) são feitos de pós de óxido de ferro ou carbonato de bário ou estrôncio e têm densidades de fluxo residual inferiores às dos materiais do tipo Alnico, mas suas coercividades são significativamente maiores. Como resultado, são menos propensos à desmagnetização. Um desses materiais, a Cerâmica tipo 7, está mostrado na Fig. 1.19, onde sua característica de magnetização é quase uma linha reta. Os ímãs de cerâmica têm boas características mecânicas e sua fabricação é de baixo custo. O samário-

¹⁰ Para uma discussão adicional sobre os ímãs permanentes e suas aplicações, veja P. Campbell, *Permanent Magnet Materials and Their Application*, Cambridge University Press, 1994; R. J. Parker, *Advances in Permanent Magnetism*, John Wiley & Sons, 1990; R.C. O’Handley, *Modern Magnetic Materials: Principles and Applications*, John Wiley & Sons, 2000; e E.P. Ferlani, *Permanent Magnet and Electromechanical Devices*, Academic Press, 2001.

-cobalto representa um avanço significativo da tecnologia de ímãs permanentes, que começou na década de 1960 com a descoberta de ímãs permanentes de terras raras. Na Fig. 1.19, pode-se ver que ele tem uma elevada densidade de fluxo residual, tal como ocorre com os materiais de Alnico, e ao mesmo tempo apresenta coercividade e produto energético máximo muito maiores.

O mais novo dos materiais magnéticos de terras raras é a família do neodímio-ferro-boro. Caracteriza-se por valores de densidade de fluxo residual, coercividade e produto energético máximo maiores ainda que os do samário-cobalto. O desenvolvimento dos ímãs de neodímio-ferro teve um tremendo impacto na área das máquinas rotativas e, como resultado, os motores de ímã permanente com especificações nominais cada vez maiores estão sendo desenvolvidos por diversos fabricantes ao redor do mundo.

Observe que, na Figura 1.19, a natureza histerética das curvas características de magnetização do Alnico 5 e do Alnico 8 é imediatamente aparente, ao passo que as características de magnetização dos demais materiais parecem ser linhas retas. Essa característica linear é ilusória. Em cada caso, a característica do material quebra-se acentuadamente para baixo do mesmo modo que ocorre com os materiais do tipo Alnico. Entretanto, de modo diferente dos materiais do tipo Alnico, essa quebra, em geral referida como o *joelho* da curva de magnetização, ocorre no terceiro quadrante e, portanto, não aparece na Figura 1-19.

Considere o circuito magnético da Fig. 1.20. Compreende uma seção de material magnético duro em um núcleo de material magnético mole altamente permeável e também um enrolamento de excitação com N espiras. Em relação à Fig. 1.21, supondo que no início o material magnético duro esteja desmagnetizado (correspondendo ao ponto (a) da figura), considere o que acontece quando a corrente é aplicada ao enrolamento de excitação. Como se supõe que o núcleo tenha permeabilidade infinita, o eixo horizontal da Fig. 1.21 pode ser considerado como uma medida da corrente aplicada $i = Hl_m/N$ e também uma medida da intensidade H no material magnético.

À medida que a corrente i cresce em direção a seu valor máximo, a trajetória sobre a curva $B-H$ sobe do ponto (a) da Fig. 1.21 até seu valor máximo no ponto (b). Para magnetizar completamente o material, supomos que a corrente seja aumentada até

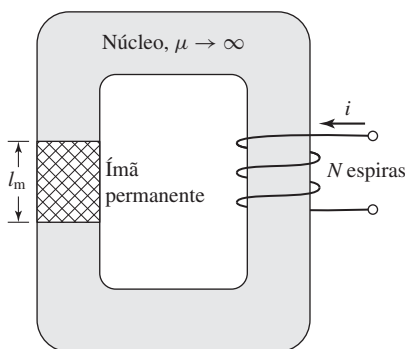


Figura 1.20 Circuito magnético constituído por um ímã permanente e um enrolamento de excitação.

tico. É claro, por exemplo, que o circuito magnético da Fig. 1.20 poderia ter sido usado como um sistema para magnetizar materiais duros. O processo seria simplesmente aplicar uma excitação elevada ao enrolamento, seguida de uma redução a zero. Isso deixaria o material com uma magnetização remanescente B_r (ponto (c) na Fig. 1.21).

Seguindo esse processo de magnetização, a remoção de material do núcleo equivale a abrir um grande entreferro no circuito magnético, desmagnetizando o material de modo similar ao visto no Exemplo 1.9. Nesse ponto, o ímã foi efetivamente enfraquecido, porque, se fosse colocado de volta no núcleo magnético, ele seguiria uma reta de recuo e apresentaria uma magnetização remanescente menor que B_r . Como resultado, os materiais magnéticos duros, como o Alnico da Fig. 1.19, muitas vezes não operam de maneira estável em situações de FMM e geometria variáveis e, também em geral, há risco de que uma operação imprópria possa desmagnetizá-los significativamente.

À custa de uma redução no valor da magnetização remanescente, os materiais magnéticos duros como o Alnico 5 podem ser estabilizados para operar dentro de uma região determinada. Esse procedimento, baseado na reta de recuo mostrada na Fig. 1.21, pode ser melhor ilustrado por meio de um exemplo.

Exemplo 1.11

A Fig. 1.22 mostra um circuito magnético que contém um material magnético duro, um núcleo, um êmbolo de permeabilidade elevada (suposta infinita) e um enrolamento de 100 espiras que será utilizado para magnetizar o material magnético duro. O enrolamento será removido depois que o sistema estiver magnetizado. Como mostrado, o êmbolo move-se na direção x , com o resultado de que a área do entreferro varia dentro do intervalo $2 \text{ cm}^2 \leq A_g \leq 4 \text{ cm}^2$. Supondo que o material magnético duro seja o Alnico 5 e que o sistema seja inicialmente magnetizado com $A_g = 2 \text{ cm}^2$, (a) encontre o comprimento do ímã l_m tal que o sistema opere na reta de recuo que intercepta o ponto de produto $B-H$ máximo da curva de magnetização do Alnico 5, (b) conceba um procedimento para magnetizar o ímã e (c) calcule a densidade de fluxo B_g no entreferro, quando o êmbolo move-se para frente e para trás, e o entreferro varia entre esses dois limites.

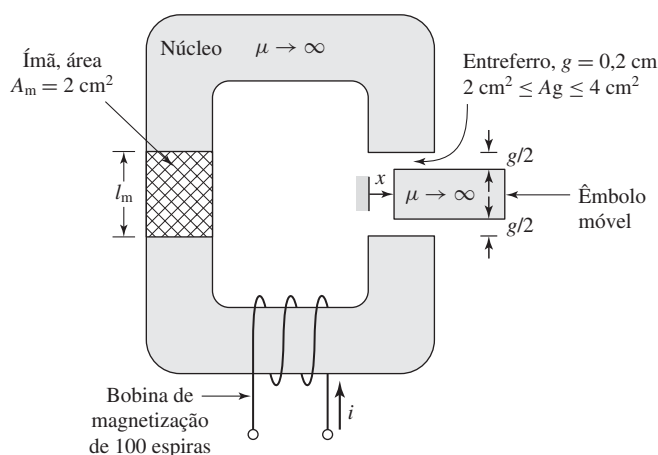


Figura 1.22 Circuito magnético do Exemplo 1.11.

Solução

- a. A Fig. 1.23a mostra a curva de magnetização do Alnico 5 e as duas retas de carga correspondentes aos dois extremos do entreferro, $A_g = 2 \text{ cm}^2$ e $A_g = 4 \text{ cm}^2$. Vemos que o sistema irá operar na reta de recuo desejada se a reta de carga para $A_g = 2 \text{ cm}^2$ interceptar a curva B - H no ponto de produto energético máximo (marcado como ponto (a) na Fig. 1.23a), $B_m^{(a)} = 1,0 \text{ T}$ e $H_m^{(a)} = -40 \text{ kA/m}$.

Das Eqs. 1.56 e 1.57, vemos que a inclinação da reta de carga requerida é dada por

$$\frac{B_m^{(a)}}{-H_m^{(a)}} = \frac{B_g}{H_g} \frac{A_g}{A_m} \frac{l_m}{g}$$

e, assim,

$$\begin{aligned} l_m &= g \left(\frac{A_m}{A_g} \right) \left(\frac{B_m^{(a)}}{-\mu_0 H_m^{(a)}} \right) \\ &= 0,2 \text{ cm} \left(\frac{2}{2} \right) \left(\frac{1,0}{4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^4} \right) = 3,98 \text{ cm} \end{aligned}$$

- b. A Fig. 1.23b mostra uma família de retas de carga do sistema para $A_g = 2 \text{ cm}^2$ com a corrente i aplicada no enrolamento de excitação. A equação genérica dessas retas de carga pode ser deduzida facilmente da Eq. 1.5

$$Ni = H_m l_m + H_g g$$

e das Eqs. 1.3 e 1.7

$$B_m A_m = B_g A_g = \mu_0 H_g A_g$$

Assim,

$$\begin{aligned} B_m &= -\mu_0 \left(\frac{A_g}{A_m} \right) \left(\frac{l_m}{g} \right) H_m + \frac{\mu_0 N}{g} \left(\frac{A_g}{A_m} \right) i \\ &= \mu_0 \left[- \left(\frac{2}{2} \right) \left(\frac{3,98}{0,2} \right) H_m + \frac{100}{2 \times 10^{-3}} \left(\frac{2}{2} \right) i \right] \\ &= -2,50 \times 10^{-5} H_m + 6,28 \times 10^{-2} i \end{aligned}$$

Dessa equação e da Fig. 1.23b, vemos que, para levar o material magnético até a saturação no ponto (H_{\max}, B_{\max}) , a corrente de magnetização do enrolamento deve ser aumentada até o valor i_{\max} em que

$$i_{\max} = \frac{B_{\max} + 2,50 \times 10^{-5} H_{\max}}{6,28 \times 10^{-2}} \text{ A}$$

Nesse caso, não dispomos de um laço completo de histerese para o Alnico 5 e, portanto, teremos que estimar B_{\max} e H_{\max} . Extrapolando linearmente a curva B - H em $H = 0$ de 4 vezes o valor da coercividade, isto é, $H_{\max} = 4 \times 50 = 200 \text{ kA/m}$, obteremos $B_{\max} = 2,1 \text{ T}$. Sem dúvidas, esse valor será extremo e dará uma estimativa excessiva da corrente necessária. Entretanto, usando $B_{\max} = 2,1 \text{ T}$ e $H_{\max} = 200 \text{ kA/m}$, obteremos $i_{\max} = 113 \text{ A}$.

Assim, com uma área de entreferro de 2 cm^2 , a magnetização desejada será obtida aumentando a corrente até 113 A e em seguida reduzindo-a a zero.

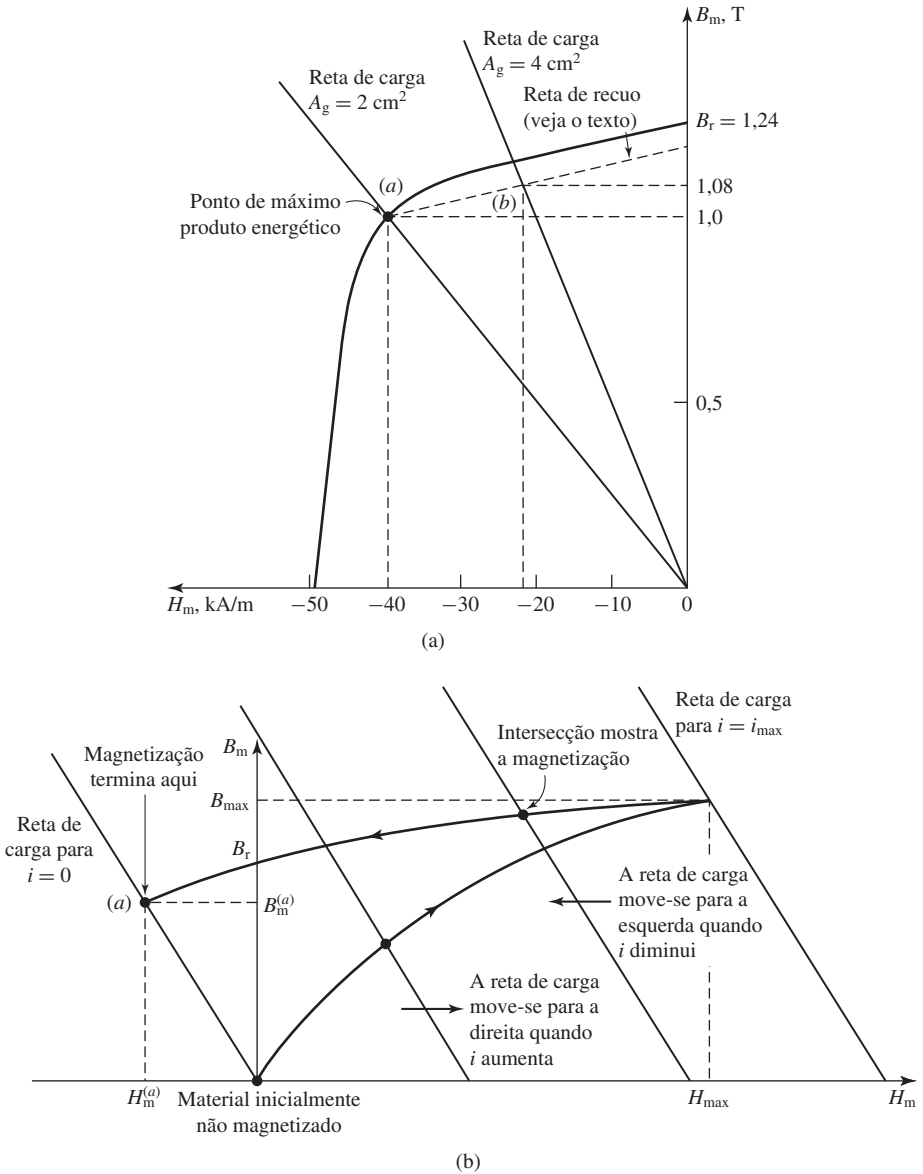


Figura 1.23 (a) Curva de magnetização do Alnico 5 para o Exemplo 1.11; (b) família de retas de carga para $A_g = 2 \text{ cm}^2$ e diversos valores de i mostrando o procedimento de magnetização do Exemplo 1.11.

- c. Como não dispomos de informações específicas sobre a inclinação da reta de recuo, vamos supor que seja igual à da curva $B-H$, no ponto $H = 0$ e $B = B_r$. Na Fig. 1.23a, a reta de recuo foi desenhada com essa inclinação. Quando a área do entreferro varia entre 2 e 4 cm^2 , vemos que a densidade de fluxo magnético B_m varia entre 1,00 e 1,08 T. Como a densidade de fluxo no entreferro é igual a A_m / A_g vezes esse valor, a densidade de fluxo

no entreferro será igual a $(2/2)1,00 = 1,0$ T quando $A_g = 2,0$ cm² e $(2/4)1,08 = 0,54$ T quando $A_g = 4,0$ cm². Na Fig. 1.23a, observe que, quando operado dentro dessas variações de entreferro, o ímã parece ter uma densidade de fluxo residual efetivo de 1,17 T em vez do valor inicial de 1,24 T. Se as variações no entreferro estiverem limitadas ao intervalo considerado aqui, o sistema continuará a operar na linha indicada por “Reta de recuo” na Fig. 1.23a e dizemos que o ímã está *estabilizado*.

Como já foi discutido, os materiais magnéticos duros, como o Alnico 5, estarão sujeitos à desmagnetização se seus pontos de operação forem variados excessivamente. Como mostrado no Exemplo 1.11, esses materiais podem ser estabilizados, com alguma perda na magnetização remanescente efetiva. No entanto, esse procedimento não garante a estabilidade absoluta de operação. Por exemplo, se o material do Exemplo 1.11 fosse submetido a uma área de entreferro inferior a 2 cm², ou a uma corrente excessiva de desmagnetização, o efeito de estabilização seria apagado e o material passaria a operar em uma nova reta de recuo, com uma redução adicional de magnetização.

No entanto, muitos materiais, como o samário-cobalto, a Cerâmica 7 e o neodímio-ferro-boro (veja Fig. 1.19), cujos valores de coercividade são elevados, tendem a apresentar valores muito baixos de permeabilidade de recuo e a reta de recuo é essencialmente tangente à curva $B-H$, dentro de uma grande parte da região útil de operação. Um exemplo pode ser visto na Fig. 1.19, que mostra a curva de magnetização CC do neodímio-ferro-boro e na qual vemos que esse material tem uma magnetização remanescente de 1,25 T e uma coercividade de -940 kA/m. A porção da curva que está entre esses pontos é uma linha reta com uma inclinação igual a $1,06\mu_0$. Esse valor é igual ao da inclinação de sua reta de recuo. Se esses materiais operarem nessa região de baixa permeabilidade incremental de suas curvas $B-H$, não haverá necessidade de estabilização desde que não sejam excessivamente desmagnetizados.

Muitas vezes, é conveniente supor que a curva de magnetização CC desses materiais é linear, dentro do seu intervalo útil de operação, com uma inclinação igual à permeabilidade de recuo μ_R . Dada essa suposição, a curva de magnetização CC desses materiais pode ser escrita na forma

$$B = \mu_R(H - H'_c) = B_r + \mu_R H \tag{1.60}$$

Aqui, H'_c é a *coercividade aparente* associada a essa representação linear. Como pode ser visto na Fig. 1.19, em geral, a coercividade aparente é um tanto maior (isto é, um valor negativo mais elevado) do que a coercividade H_c do material porque a curva característica de magnetização CC tende a se dobrar para baixo nos valores baixos de densidade de fluxo.

Uma característica significativa (e um tanto infeliz) dos ímãs permanentes é que suas propriedades dependem da temperatura. Por exemplo, a magnetização remanescente e a coercividade do neodímio-ferro-boro e do samário-cobalto diminuem com o aumento de temperatura, embora o samário-cobalto seja muito menos sensível à temperatura do que o neodímio-ferro-boro.

A Fig. 1.24 mostra curvas de magnetização em diversas temperaturas para uma liga de neodímio-ferro-boro para uso em temperaturas elevadas. Vemos que o magne-

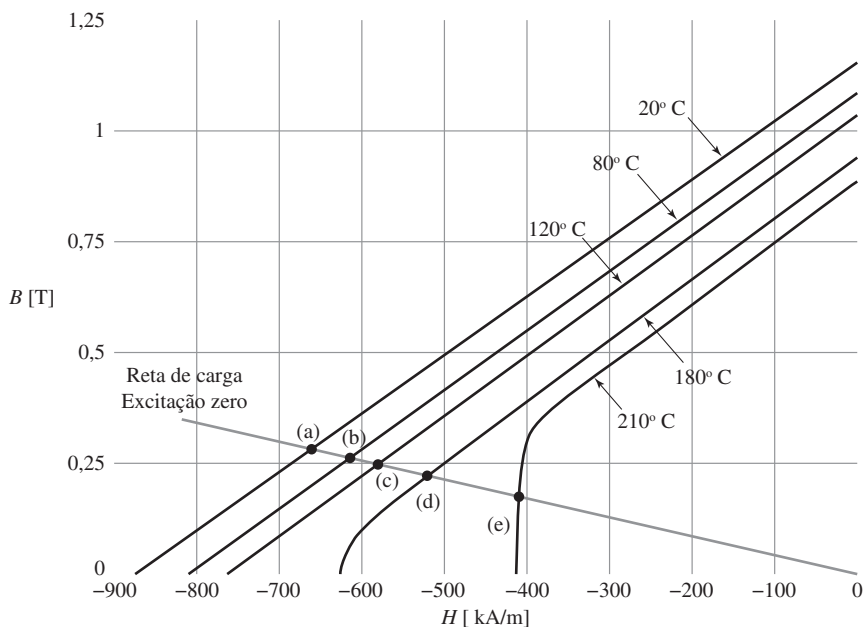


Figura 1.24 Curvas de magnetização do segundo quadrante para o neodímio-ferro-boro mostrando a sua dependência de temperatura.

tismo remanescente cai de em torno de 1,14 T, a uma temperatura de 20° C, para cerca de 0,85 T, a uma temperatura de 180° C. A Tabela 1.1 dá uma lista mais completa da densidade de fluxo remanescente em função da temperatura para esse material, que tem uma permeabilidade de recuo $\mu_R = 1,04\mu_0$.

É interessante que, diferentemente dos ímãs de terras raras, embora os ímãs de cerâmica exibam uma diminuição do magnetismo remanescente com a temperatura, eles exibem um aumento correspondente de coercividade. A Fig. 1.25 mostra a natureza geral da dependência de temperatura da característica de magnetização de um típico material magnético cerâmico.

Embora esses materiais magnéticos permanentes exibam uma redução de magnetização com o aumento de temperatura, essa diminuição de magnetização frequentemente é reversível. Desde que o ponto de operação do material magnético, que varia quando a temperatura muda, permaneça na região linear da característica de magne-

Tabela 1.1 Densidade de fluxo remanescente em função da temperatura para as curvas de magnetização da Fig. 1.24

Temperatura	B_r [T]	Temperatura	B_r [T]
20 C	1,15	150° C	0,99
80 C	1,08	180° C	0,94
120 C	1,03	210° C	0,89

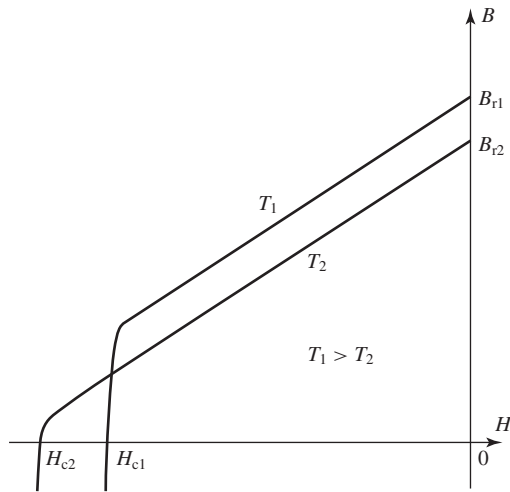


Figura 1.25 Forma geral da dependência de temperatura da característica de magnetização de um típico material magnético cerâmico.

tização, ele recuperará toda a sua magnetização com uma diminuição de temperatura. Entretanto, se a temperatura atingir um valor conhecido como *temperatura Curie*, o material se desmagnetizará por completo e o magnetismo não será restaurado com a redução de temperatura.¹¹

Considere um circuito magnético contendo um ímã permanente e um enrolamento como o mostrado na Fig. 1.26. A Fig. 1.24 contém uma reta de carga de excitação zero, correspondendo ao funcionamento desse circuito magnético com corrente de enrolamento nula. Quando a temperatura varia entre 20° C e 120° C, o ponto de operação varia entre os pontos (a) e (c). Cada ponto de operação nesse intervalo de temperatura está em uma porção do laço de histerese do material que é linear no segundo quadrante. Como vimos, a operação nessa porção linear da característica de magnetização está estabilizada e, quando a corrente do enrolamento é variada, o material magnético continuará operando na porção linear da característica de magnetização desde que a operação permaneça no segundo quadrante.¹² O material não será permanentemente desmagnetizado e, quando a temperatura for reduzida, ele recuperará qualquer perda de magnetização induzida por temperatura.

Se a temperatura for novamente aumentada, um valor será atingido no qual a quebra para baixo aparecerá no segundo quadrante da característica de magnetização. Isso pode ser visto nas curvas de 180° C e 210° C da Fig. 1.24. No caso da característica de 180° C, a corrente de enrolamento pode ser variada sem desmagnetizar o ímã

¹¹ A temperatura Curie do neodímio-ferro-boro é da ordem de 350° C e a do samário-cobalto e Alnico é da ordem de 700° C.

¹² Observe que o ímã ficará permanentemente desmagnetizado se seu ponto de operação for deslocado para o terceiro quadrante além do ponto onde a característica de magnetização cessa de ser linear e começa a se curvar para baixo.

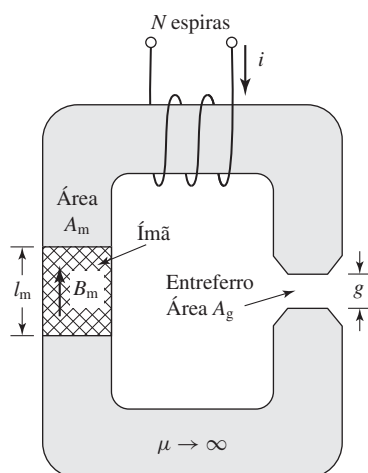


Figura 1.26 Circuito magnético com um ímã, um entreferro e um enrolamento de excitação.

desde que a densidade de fluxo magnético não caia abaixo do ponto onde a característica de magnetização torna-se não linear. A operação abaixo desse ponto é análoga à operação do Alnico 5, como foi discutido em relação ao laço menor e a reta de recuo da Fig. 1.21. Assim, se uma corrente de enrolamento suficiente for aplicada para acionar esse ímã abaixo desse ponto e, então, a corrente for reduzida, um laço menor será criado e o ímã ficará um tanto desmagnetizado. Se a temperatura do ímã for reduzida, o ímã se tornará parcialmente desmagnetizado. No caso da característica de 210°C , vemos que o ponto de operação de excitação zero recai na porção não linear da corrente de magnetização. Como resultado, qualquer corrente de enrolamento que aumente a densidade de fluxo magnético desmagnetizará o ímã.

Exemplo 1.12

Um circuito magnético similar ao da Fig. 1.26 tem um enrolamento de 200 espiras ($N = 200$) e contém um ímã de neodímio-ferro-boro de comprimento $l_m = 3\text{ cm}$ e uma área de seção reta $A_m = 2,5\text{ cm}^2$. O entreferro tem uma área efetiva de $A_g = 0,259\text{ cm}^2$ e um comprimento efetivo de $g = 0,9\text{ cm}$.

- Deduz uma expressão para a reta de carga desse circuito magnético em função da corrente de enrolamento i e mostre que ela coincide com a reta de carga de excitação zero da Fig. 1.24 quando a corrente de enrolamento é igual a zero.
- O circuito magnético é excitado por uma corrente de enrolamento senoidal com amplitude de pico I_{pico} . Para evitar a possibilidade de desmagnetizar o ímã, é desejável limitar I_{pico} a um valor tal que a densidade de fluxo B_m permaneça positiva. Calcule a amplitude máxima I_{pico} para as temperaturas de operação do ímã de 20°C e 120°C .

Solução

- a. Esse circuito magnético é essencialmente idêntico ao do Exemplo 1.11 e da Fig. 1.22. Assim, a equação da reta de carga é idêntica à deduzida naquele exemplo. Especificamente

$$\begin{aligned} B_m &= -\mu_0 \left(\frac{A_g}{A_m} \right) \left(\frac{l_m}{g} \right) H_m + \frac{\mu_0 N}{g} \left(\frac{A_g}{A_m} \right) i \\ &= \mu_0 \left[- \left(\frac{0,259}{2,5} \right) \left(\frac{3}{0,9} \right) H_m + \frac{200}{9 \times 10^{-3}} \left(\frac{0,259}{2,5} \right) i \right] \\ &= -4,34 \times 10^{-7} H_m + 2,89 \times 10^{-3} i \end{aligned}$$

Com $i = 0$, quando $H_m = -600$ kA/m, essa equação dá $B_m = 0,26$ T que coincide muito com a reta de carga com excitação zero da Fig. 1.24.

- b. Da Eq.1.60, na região de operação linear, a relação entre B_M e H_m no ímã é dada por

$$B_m = B_r + \mu_R H_m$$

Combinando essa expressão com a equação da reta de carga da parte (a), obtemos

$$B_m = \frac{\mu_R N i + l_m B_r}{l_m + g \left(\frac{\mu_R}{\mu_0} \right) \left(\frac{A_m}{A_g} \right)} = 2,17 \times 10^{-3} i + 0,249 B_r$$

Para uma corrente com amplitude de pico I_{pico} , B_m permanecerá positiva enquanto

$$I_{pico} = \frac{l_m B_r}{\mu_R N} = 114,8 B_r$$

Para uma temperatura de 80° C, da Tabela 1.1, $B_r = 1,15$ T e assim o valor máximo de I_{pico} é 132 A. De modo similar, para uma temperatura de 120° C, $B_r = 1,03$ T e o valor máximo de I_{pico} é 118 A.

1.7 Resumo

Os dispositivos eletromecânicos que operam com campos magnéticos usam frequentemente materiais ferromagnéticos para guiar e concentrar esses campos. Como a permeabilidade magnética dos materiais ferromagnéticos pode ser elevada (até dezenas de milhares de vezes a do meio ambiente), a maior parte do fluxo magnético está confinada a caminhos muito bem definidos e determinados pela geometria do material magnético. Além disso, muitas vezes as frequências de interesse costumam ser baixas o bastante para permitir que os campos magnéticos sejam considerados quase estáticos. Assim, eles podem ser determinados simplesmente a partir do valor conhecido da FMM líquida que atua na estrutura magnética.

Nessas estruturas, como resultado, a solução dos campos magnéticos pode ser obtida de forma imediata usando-se as técnicas de análise dos circuitos magnéticos. Essas técnicas podem ser utilizadas para converter a solução complexa de um campo magnético tridimensional no que é essencialmente um problema unidimensional. Como em todas as soluções de engenharia, uma certa experiência e bom senso são necessários, mas a técnica fornece resultados úteis em diversas situações de interesse prático da engenharia.

Os materiais ferromagnéticos podem ser encontrados com uma ampla variedade de características. Em geral, o seu comportamento é não linear e suas curvas características B - H são muitas vezes representadas por famílias de laços (B - H) de histerese. As perdas por histerese e por correntes parasitas são funções do nível de fluxo, da frequência de operação e também da composição dos materiais e dos processos de fabricação utilizados. Um entendimento básico da natureza desses fenômenos é muito útil na aplicação desses materiais em dispositivos práticos. Normalmente, as propriedades importantes estão disponíveis na forma de curvas características fornecidas pelos fabricantes de materiais.

Certos materiais magnéticos, em geral conhecidos como duros ou permanentes, os ímãs, são caracterizados por valores elevados de coercividade e de magnetização remanescente. Esses materiais produzem um fluxo magnético significativo, mesmo em circuitos magnéticos com entreferros de ar. Por meio de um projeto adequado, podem ser feitos para operar de forma estável em situações que os sujeitam a uma faixa ampla de variação de temperatura e de valores de FMM. Os ímãs permanentes encontram aplicação em diversos dispositivos de pequeno porte, como alto-falantes, motores CA e CC, microfones e instrumentos analógicos de medida.

1.8 Variáveis do Capítulo 1

μ	Permeabilidade magnética [H/m]
μ_0	Permeabilidade do vácuo = $4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]
μ_r	Permeabilidade relativa
μ_R	Permeabilidade de recuo [H/m]
$\phi, \varphi, \phi_{\max}$	Fluxo magnético [Wb]
ω	Frequência angular [rad/s]
ρ	Densidade de massa [kg/m ³]
A	Área da seção reta [m ²]
\mathbf{B}, B	Densidade de fluxo magnético [T]
B_r	Magnetização residual/remanescente [T]
e	Força eletromotiva [V]
e, E	Tensão [V]
\mathbf{E}	Intensidade de campo elétrico [V/m]
f	Frequência [Hz]
\mathcal{F}	Força magnetomotriz [A]
g	Comprimento de entreferro [m]
\mathbf{H}, H, H_{ef}	Intensidade de campo magnético [A/m]
H_c	Coercividade [A/m]
i, I	Corrente [A]
$i_\varphi, I_{\phi, ef}$	Corrente de excitação [A]
\mathbf{J}	Densidade de corrente [A/m ²]
l	Dimensão linear [m]
L	Indutância [H]
N	Número de espiras
P	Potência [W]
P_c	Perdas no núcleo [W]
P_a	Volts-ampères eficazes de excitação por massa unitária [W/kg]

P_c	Densidade de perda no núcleo [W/kg]
\mathcal{P}	Permeância [H]
R	Resistência [Ω]
\mathcal{R}	Relutância [H^{-1}]
S	Volts-ampères eficazes de excitação [VA]
S_a	Volts-ampères eficazes de excitação por massa [VA/kg]
t	Tempo [s]
T	Período [s]
T	Temperatura [$^{\circ}C$]
V	Tensão [V]
Vol	Volume [m^3]
W	Energia [J]

Índices:

c	Núcleo
g	Entreferro
m, mag	Ímã
max	Máximo
ef	eficaz
tot	Total

1.9 Problemas

1.1 Um circuito magnético com um único entreferro está mostrado na Fig. 1.27.

As dimensões do núcleo são:

$$\text{Área da seção reta } A_c = 3,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Comprimento médio do núcleo } l_c = 25 \text{ cm}$$

$$\text{Comprimento do entreferro } g = 2,4 \text{ mm}$$

$$N = 95 \text{ espiras}$$

Suponha que o núcleo tenha permeabilidade infinita ($\mu \rightarrow \infty$) e despreze os efeitos dos campos de fluxo disperso e de espraiamento no entreferro. (a) Calcule a relutância do núcleo \mathcal{R}_c e a do entreferro \mathcal{R}_g . Para uma corrente de $i = 1,4 \text{ A}$, calcule (b) o fluxo total ϕ , (c) o fluxo concatenado λ da bobina e (d) a indutância L da bobina.

1.2 Repita o Problema 1.1 para uma permeabilidade finita no núcleo de $\mu = 2350 \mu_0$.

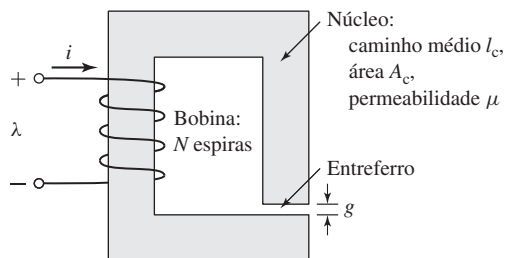


Figura 1.27 Circuito magnético do Problema 1.1.

- 1.3 Considere o circuito magnético da Fig. 1.27 com as mesmas dimensões do Problema 1.1. Supondo uma permeabilidade de núcleo infinita, calcule (a) o número necessário de espiras para obter uma indutância de 15 mH e (b) a corrente no indutor que resultará em uma densidade de fluxo de 1,15 T.
- 1.4 Repita o Problema 1.3 para uma permeabilidade de núcleo de $\mu = 1700 \mu_0$.
- 1.5 O circuito magnético do Problema 1.1 tem um núcleo constituído de material não linear cuja permeabilidade, em função de B_m , é dada por

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{2153}{\sqrt{1 + 0,43(B_m)^{12,1}}} \right)$$

em que B_m é a densidade de fluxo do material.

- Usando o MATLAB, faça o gráfico de uma curva de magnetização CC para esse material (B_m versus H_m) no intervalo $0 \leq B_m \leq 2,1$ T.
 - Encontre a corrente necessária para se obter uma densidade de fluxo de 2,1 T no entreferro.
 - Novamente, usando o MATLAB, faça o gráfico do fluxo concatenado da bobina em função da corrente da bobina, quando essa varia de 0 até o valor encontrado na parte (b).
- 1.6 O circuito magnético da Fig. 1.28 consiste em um núcleo e um êmbolo móvel de largura l_p , ambos de permeabilidade μ . O núcleo tem uma área de seção reta A_c e um comprimento médio l_c . A área da sobreposição A_g para os dois entreferros é uma função da posição x do êmbolo, e pode-se assumir que varie de acordo com

$$A_g = A_c \left(1 - \frac{x}{X_0} \right)$$

Você pode desconsiderar os campos de espraiamento no entreferro e usar aproximações consistentes com a análise de circuitos magnéticos.

- Supondo que $\mu \rightarrow \infty$, deduza uma expressão que forneça a densidade de fluxo magnético B_g no entreferro, em função da corrente de enrolamento i e da posição do êmbolo x (assuma que x esteja limitada ao intervalo $0 \leq x \leq 0,5 X_0$). Escreva uma expressão para a respectiva densidade de fluxo no núcleo.
- Repita a parte (a) para uma permeabilidade finita μ .

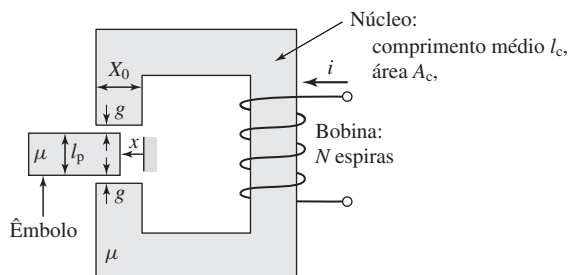


Figura 1.28 Circuito magnético do Problema 1.6.

1.7 O circuito magnético da Fig. 1.28 tem 125 espiras e as seguintes dimensões:

$$\begin{aligned} l_c &= 50 \text{ cm} & l_p &= 4 \text{ cm} \\ g &= 0,25 \text{ cm} & A_c &= 100 \text{ cm}^2 \\ X_0 &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Com $x = 0,5 X_0$, a indutância medida é 52 mH. Usando aproximações razoáveis, calcule a permeabilidade relativa μ_r do material do núcleo e do êmbolo.

1.8 A Fig. 1.29 mostra um indutor construído com dois núcleos em forma de C. Cada núcleo tem uma área A_c e comprimento médio l_c . Há dois entreferros, cada um de comprimento g e área efetiva A_g . Finalmente, há duas bobinas de N espiras, uma em cada um dos núcleos em C. Assumido uma permeabilidade infinita do núcleo e as dimensões seguintes para os núcleos

$$\begin{aligned} \text{Área da seção reta: } A_c &= A_g = 38,7 \text{ cm}^2 \\ \text{Comprimento do núcleo: } l_c &= 45 \text{ cm} \\ \text{Comprimento de entreferro: } g &= 0,12 \text{ cm} \end{aligned}$$

- Calcule o número de espiras necessário para obter uma indutância de 12,2 mH, assumindo permeabilidade de núcleo infinita e que as bobinas estão conectadas em série. Como o número de espiras deve ser inteiro, a sua resposta deve estar arredondada para o inteiro mais próximo. Calcule o valor de indutância com base no número resultante de espiras.
- A indutância poderá ser ajustada com mais precisão se alteramos o comprimento do entreferro para obtermos a indutância desejada. Com base no número de espiras encontrado na parte (a), calcule o comprimento de entreferro necessário para obter a indutância de 12,2 mH.
- Com base nesse último cálculo de indutor, determine a corrente de indutor que produzirá uma densidade de fluxo no núcleo de 1,5 T.

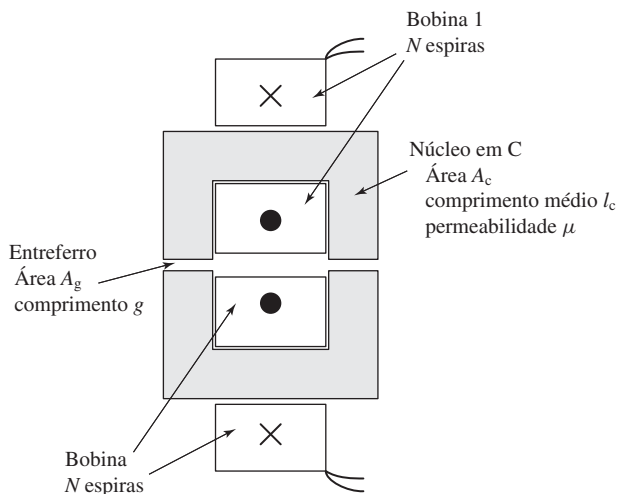


Figura 1.29 Circuito magnético do Problema 1.8.

- 1.9 Assumindo que as bobinas estão conectadas em paralelo, repita o Problema 1.8.
- 1.10 Repita o Problema 1.8, assumindo que o núcleo tem uma permeabilidade de $1800 \mu_0$.
- 1.11 O circuito magnético da Fig. 1.28 e do Problema 1.6 tem as seguintes dimensões:

$$\begin{aligned} A_c &= 9,3 \text{ cm}^2 & l_c &= 27 \text{ cm} \\ l_p &= 2,7 \text{ cm} & g &= 0,6 \text{ mm} \\ X_0 &= 2,3 \text{ cm} & N &= 480 \text{ espiras} \end{aligned}$$

- a. Supondo uma permeabilidade constante de $\mu = 3150 \mu_0$, calcule a corrente requerida para obter uma densidade de fluxo de $1,25 \text{ T}$ no entreferro quando o êmbolo está completamente retraído ($x = 0$).
- b. Repita os cálculos da parte (a) para o caso em que o núcleo e o êmbolo são constituídos de um material não linear cuja permeabilidade é dada por

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{1065}{\sqrt{1 + 0,038|B_m|^9}} \right)$$

em que B_m é a densidade de fluxo do material.

- c. Para o material não linear da parte (b), use o MATLAB para plotar a densidade de fluxo do entreferro em função da corrente de enrolamento para $x = 0$ e $x = 0,5X_0$.

- 1.12 Um indutor com a forma da Fig. 1.27 tem as dimensões:

$$\begin{aligned} \text{Área da seção reta } A_c &= 3,8 \text{ cm}^2 \\ \text{Comprimento médio do núcleo } l_c &= 19 \text{ cm} \\ N &= 122 \text{ espiras} \end{aligned}$$

Supondo uma permeabilidade de núcleo de $\mu = 3240 \mu_0$ e desprezando os efeitos do fluxo disperso e dos campos de espraiamento, calcule o comprimento de entreferro necessário para se obter uma indutância de $6,0 \text{ mH}$.

- 1.13 O circuito magnético da Fig. 1.30 consiste em anéis de material magnético dispostos em uma pilha de altura h . Os anéis têm raios interno R_i e externo R_e .

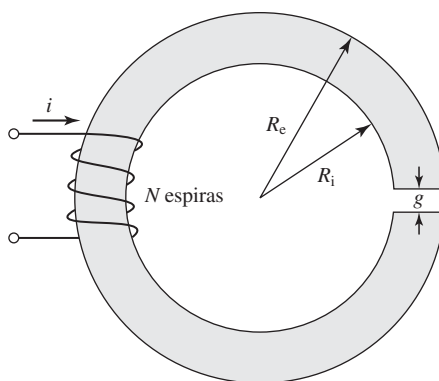


Figura 1.30 Circuito magnético do Problema 1.13.

Suponha que o ferro tenha permeabilidade infinita ($\mu \rightarrow \infty$) e despreze os efeitos de dispersão e de espreadimento magnéticos. Para

$$\begin{aligned} R_i &= 3,2 \text{ cm} \\ R_e &= 4,1 \text{ cm} \\ h &= 1,8 \text{ cm} \\ g &= 0,15 \text{ cm} \end{aligned}$$

calcule:

- O comprimento médio l_c do núcleo e a área da seção reta A_c do núcleo.
- A relutância do núcleo \mathcal{R}_c e a do entreferro \mathcal{R}_g .

Para $N = 72$ espiras, calcule:

- A indutância L .
 - A corrente i requerida para operar com uma densidade de fluxo no entreferro de $B_g = 1,25 \text{ T}$.
 - O respectivo fluxo concatenado λ da bobina.
- 1.14** Repita o Problema 1.13 para uma permeabilidade de núcleo de $\mu = 750 \mu_0$.
- 1.15** Usando o MATLAB, faça o gráfico da indutância do indutor do Problema 1.13 em função da permeabilidade relativa do núcleo quando essa varia de $\mu_r = 100$ até $\mu_r = 100.000$. (Sugestão: Plote a indutância *versus* o logaritmo da permeabilidade relativa.) Qual é a permeabilidade relativa mínima do núcleo para assegurar que a indutância esteja a menos de 5% do valor calculado, supondo que a permeabilidade do núcleo seja infinita?
- 1.16** O indutor da Fig. 1.31 tem um núcleo de seção reta circular uniforme de área A_c , comprimento médio l_c , permeabilidade relativa μ_r e um enrolamento de N espiras. Escreva uma expressão para a indutância L .
- 1.17** O indutor da Fig. 1.31 tem as seguintes dimensões:

$$\begin{aligned} A_c &= 1,1 \text{ cm}^2 \\ l_c &= 12 \text{ cm} \\ g &= 0,9 \text{ mm} \\ N &= 520 \text{ espiras} \end{aligned}$$

- Desprezando os campos de espreadimento e dispersão e supondo $\mu_r = 1.000$, calcule a indutância.
- Calcule a densidade de fluxo do núcleo e o fluxo concatenado do indutor para uma corrente de enrolamento de 1,2 A.

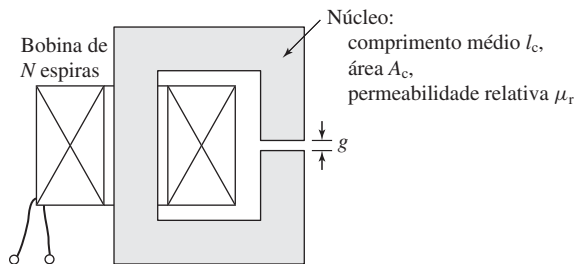


Figura 1.31 Indutor do Problema 1.16.

- 1.18** O indutor do Problema 1.17 deve operar com uma fonte de tensão de 60 Hz. (a) Supondo uma resistência de bobina desprezível, calcule a tensão eficaz no indutor que corresponde a uma densidade de fluxo de pico no núcleo de 1,5 T. (b) Com essa condição de operação, calcule a corrente eficaz e a energia armazenada de pico.
- 1.19** Assuma que o material do indutor do Problema 1.17 tem a permeabilidade dada no Problema 1.5. Escreva um *script* de MATLAB para calcular a densidade de fluxo no núcleo e o fluxo concatenado do indutor com uma corrente de 1,2 A.
- 1.20** Considere o circuito magnético cilíndrico da Fig. 1.32. Essa estrutura, conhecida como *pot-core*, é constituída em geral de duas metades cilíndricas. A bobina de N espiras é enrolada em um carretel e, quando as duas metades são montadas, ela pode ser facilmente inserida na coluna disposta no eixo central do núcleo. Como o entreferro está no interior do núcleo e se este não entrar em saturação excessiva, um fluxo magnético relativamente baixo se “dispersará” do núcleo. Isso faz essa estrutura ter uma configuração especialmente atraente para uma ampla variedade de aplicações em indutores, como o da Fig. 1.31, e também em transformadores.
- Suponha que a permeabilidade do núcleo seja $\mu = 2.300 \mu_0$ e que $N = 180$ espiras. As seguintes dimensões são especificadas:

$$R_1 = 1,6 \text{ cm} \quad R_2 = 4,2 \text{ cm} \quad l = 2,8 \text{ cm}$$

$$h = 0,78 \text{ cm} \quad g = 0,45 \text{ mm}$$

- Embora a densidade de fluxo nas seções radiais do núcleo (as seções de espessura h) diminuam na realidade com o raio, assuma que a densidade de fluxo permanece uniforme. Encontre o valor de R_3 para o qual a densidade de fluxo média na parede externa do núcleo é igual àquela no interior do cilindro central.
- Escreva uma expressão para a indutância da bobina e calcule-a para as dimensões dadas.
- O núcleo deve operar com uma densidade de fluxo de pico de 0,6 T, em uma frequência de 60 Hz. Encontre (i) o respectivo valor eficaz da tensão

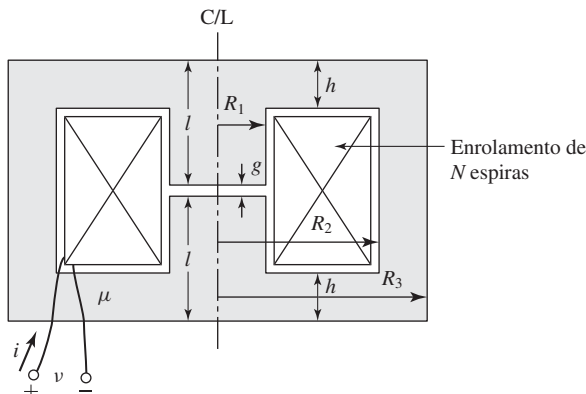


Figura 1.32 Indutor *pot-core* do Problema 1.20.

induzida no enrolamento, (ii) a corrente eficaz na bobina e (iii) a energia armazenada de pico.

d. Repita a parte (c) para a frequência de 50 Hz.

1.21 Uma forma de onda quadrada de tensão, com frequência fundamental de 60 Hz e semiciclos positivos e negativos iguais de amplitude E , é aplicada a um enrolamento de 575 espiras em um núcleo fechado de ferro de seção reta igual a $A_c = 9 \text{ cm}^2$ e comprimento $l_c = 35 \text{ cm}$. Despreze a resistência do enrolamento e todos os efeitos de fluxo disperso.

- a. Faça um esboço da tensão, do fluxo concatenado no enrolamento e do fluxo no núcleo em função do tempo.
- b. Encontre o valor máximo admissível para E se a densidade máxima de fluxo não puder ser superior a 0,95 T.
- c. Calcule a corrente de pico no enrolamento se o núcleo tiver uma permeabilidade magnética de μ_0 .

1.22 Assuma que o núcleo de ferro do Problema 1.21 pode ser descrito por uma permeabilidade magnética dada por

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{1210}{\sqrt{1 + 0,04 |B|^{8,5}}} \right)$$

em que B é a densidade de fluxo do núcleo.

- a. Plote a curva B - H do material do núcleo para densidades de fluxo no intervalo $-1,8 \text{ T} \leq B \leq 1,8 \text{ T}$.
- b. Uma tensão senoidal eficaz de 110 V e 60 Hz é aplicada ao enrolamento. Usando MATLAB, plote um ciclo da corrente de enrolamento resultante em função do tempo. Qual é a corrente de pico?
- c. A tensão da parte (b) é dobrada para 220 V_{ef}. Acrescente um gráfico da corrente resultante em função do tempo para o gráfico da parte (b). Qual é a corrente de pico nesse caso?

1.23 Repita as partes (b) e (c) do Problema 1.22 se um entreferro de 10 mm for inserido no núcleo magnético.

1.24 Um indutor deve ser projetado usando um núcleo magnético com a forma dada na Fig. 1.31. O núcleo tem seção reta uniforme de área $A_c = 6,0 \text{ cm}^2$ e comprimento médio $l_c = 28 \text{ cm}$.

- a. Calcule o comprimento do entreferro g e o número de espiras N tais que a indutância seja 23 mH e de modo que o indutor possa operar com correntes de pico de 10 A sem saturação. Suponha que a saturação ocorra quando a densidade de fluxo de pico do núcleo exceda a 1,7 T e que, abaixo da saturação, o núcleo tenha permeabilidade $\mu = 2700 \mu_0$.
- b. Para uma corrente de indutor de 10 A, use a Eq. 3.21 para calcular (i) a energia magnética armazenada no entreferro e (ii) a energia magnética armazenada no núcleo. Mostre que a energia magnética armazenada total é dada pela Eq. 1.46.

1.25 Escreva um *script* de MATLAB para projetar indutores com base no núcleo magnético da Fig. 1.31. Assuma que o núcleo tem uma seção reta com área de

10,0 cm², um comprimento de 35 cm e uma permeabilidade magnética relativa de 1.700. O indutor deve funcionar com uma corrente senoidal de 50 Hz e deve ser projetado de tal forma que o pico da densidade de fluxo no núcleo seja igual a 1,4 T quando o pico da corrente no indutor for 7,5 A.

Escreva um programa simples para projeto por computador na forma de um *script* de MATLAB. Ele deve calcular o número de espiras e o comprimento do entreferro em função da indutância desejada. O *script* deve ser escrito de modo que solicite do usuário um valor de indutância (em mH) e que a saída seja o comprimento do entreferro em milímetros e o número de espiras. Escreva o seu *script* de modo que rejeite os projetos nos quais o comprimento do entreferro esteja fora do intervalo de 0,05 mm a 6,0 mm, ou nos quais o número de espiras seja menor do que 10.

Usando o programa, encontre as indutâncias (a) mínima e (b) máxima (com o valor mais próximo em mH) que satisfaça às especificações dadas. Para cada um desses valores, determine o comprimento de entreferro necessário, o número de espiras, assim como a tensão eficaz correspondente ao fluxo de pico do núcleo.

- 1.26** Considere um indutor composto de dois núcleos em C, como mostrado na Fig. 1.29. Cada núcleo em C tem um seção reta de área $A_c = 105 \text{ cm}^2$ e um comprimento médio de $l_c = 48 \text{ cm}$.
- Assumindo que as bobinas estão conectadas em paralelo, calcule o número de espiras N por bobina e o comprimento do entreferro g tal que a indutância seja 350 mH e tal que a corrente no indutor possa ser aumentada para 6,0 A sem ultrapassar uma densidade de fluxo no núcleo de 1,2 T, evitando assim a saturação do núcleo. Você pode ignorar a relutância do núcleo e os efeitos de espraçamento no entreferro.
 - Repita a parte (a) assumindo que as bobinas estão conectadas em série.
- 1.27** Assumindo que os núcleos em C do Problema 1.26 têm uma permeabilidade magnética de $\mu = 3,500 \mu_0$, repita o Problema 1.26.
- 1.28** Escreva um *script* de MATLAB para fazer o cálculo automático dos Problemas 1.26 e 1.27. As entradas do seu *script* devem ser a área do núcleo, o comprimento médio do núcleo, a permeabilidade do núcleo e o tipo de conexão dos enrolamentos (paralelo ou em série), assim como a indutância desejada, a densidade de fluxo máxima no núcleo e a corrente. Use o seu *script* para projetar um indutor de 220 mH cujos núcleos têm seção reta com área de 40 cm² e comprimento médio de 35 cm. O indutor deve ser capaz de suportar uma corrente de até 9,0 A com uma densidade de fluxo que não excede 1,1 T.
- 1.29** Um mecanismo proposto para armazenar energia consiste em uma bobina de N espiras, enrolada em torno de um grande núcleo toroidal de material não magnético ($\mu = \mu_0$), como mostrado na Fig. 1.33. Como se pode ver na figura, o núcleo tem uma seção reta circular de raio a e um raio toroidal r , medido até o centro da seção reta. A geometria desse dispositivo é tal que o campo magnético pode ser considerado nulo em qualquer ponto fora do toro. Supondo que $a \ll r$, então pode-se considerar que o campo H no interior do toro esteja orientado acompanhando o toro e que tenha magnitude uniforme dada por

$$H = \frac{Ni}{2\pi r}$$

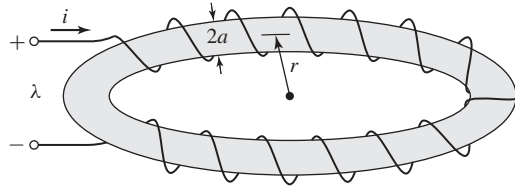


Figura 1.33 Enrolamento toroidal do Problema 1.29.

Para um bobina com $N = 12.000$ espiras, $r = 9$ m e $a = 0,55$ m:

- Calcule a indutância L da bobina.
- A bobina deve ser carregada com uma densidade de fluxo magnético de $1,80$ T. Para essa densidade de fluxo, calcule a energia magnética total armazenada no toro.
- Se a bobina tiver de ser carregada a uma taxa constante (isto é, di/dt constante), calcule a tensão necessária nos terminais para que a densidade de fluxo requerida seja atingida em 40 s. Suponha que a resistência da bobina seja desprezível.

1.30 A Fig. 1.34 mostra um indutor enrolado em um núcleo de seção reta retangular feito de chapas de ferro. Suponha que a permeabilidade do ferro seja infinita. Despreze o espraçamento e a dispersão magnética dos dois entreferros (comprimento total de entreferro = g). O enrolamento de N espiras é de fio de cobre isolado cuja resistividade é $\rho\Omega\cdot\text{m}$. Suponha que uma fração f_{enr} do espaço de enrolamento esteja disponível para o cobre e que o restante do espaço seja usado na isolação.

- Calcule a área da seção reta e o volume do cobre no espaço de enrolamento.
- Escreva uma expressão para a densidade de fluxo B no indutor, em termos da densidade de corrente J_{cobre} no enrolamento de cobre.
- Escreva uma expressão para a densidade de corrente J_{cobre} no cobre, em termos da corrente I do enrolamento, do número de espiras N e da geometria da bobina.
- Deduz uma expressão para a potência elétrica dissipada na bobina, em termos da densidade de corrente J_{cobre} .
- Deduz uma expressão para a energia magnética armazenada no indutor, em termos da densidade de corrente aplicada J_{cobre} .

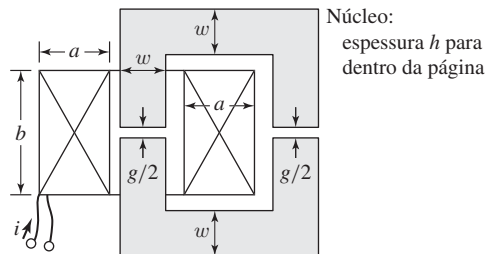


Figura 1.34 Indutor com núcleo de ferro do Problema 1.30.

- f. A partir das partes (d) e (e), deduza uma expressão para a constante de tempo L/R do indutor. Observe que essa expressão é independente do número de espiras da bobina e não se altera quando a indutância e a resistência da bobina são alteradas ao se variar o número de espiras.

1.31 O indutor da Fig. 1.34 tem as seguintes dimensões:

$$a = h = w = 1,8 \text{ cm} \quad b = 2,2 \text{ cm} \quad g = 0,18 \text{ cm}$$

O fator de enrolamento (isto é, a fração do espaço de enrolamento ocupado pelo condutor) é $f_{\text{enr}} = 0,55$. A resistividade do cobre é $1,73 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Quando a bobina opera com uma tensão aplicada CC constante de 40 V, a densidade de fluxo no entreferro é medida como sendo 1,3 T. Encontre a potência dissipada na bobina, a corrente da bobina, o número de espiras, a resistência da bobina, a indutância, a constante de tempo e o diâmetro do fio, expresso pela bitola de fio mais próxima. (Sugestão: A bitola do fio pode ser obtida com a expressão

$$\text{AWG} = 36 - 4,312 \ln \left(\frac{A_{\text{fio}}}{1,267 \times 10^{-8}} \right)$$

em que AWG é o diâmetro do fio, expresso em termos da norma American Wire Gauge e A_{fio} é área da seção reta do condutor em m^2 .)

1.32 O circuito magnético da Fig. 1.35 tem dois enrolamentos e dois entreferros. Pode-se supor que o núcleo tenha permeabilidade infinita. As dimensões do núcleo são indicadas na figura.

- Supondo que a bobina 1 esteja conduzindo uma corrente I_1 e a corrente na bobina 2 seja zero, calcule (i) a densidade de fluxo magnético em cada um dos entreferros, (ii) o fluxo concatenado do enrolamento 1 e (iii) o fluxo concatenado do enrolamento 2.
- Repita a parte (a), supondo uma corrente zero no enrolamento 1 e uma corrente I_2 no enrolamento 2.
- Repita a parte (a), supondo que a corrente do enrolamento 1 seja I_1 e a corrente do enrolamento 2 seja I_2 .
- Encontre as indutâncias próprias (autoindutâncias) dos enrolamentos 1 e 2 e a indutância mútua entre os enrolamentos.

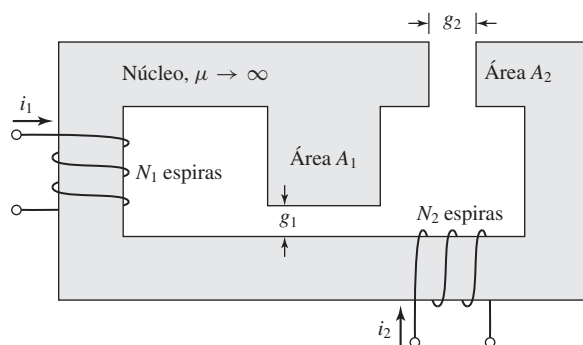


Figura 1.35 Circuito magnético do Problema 1.32.

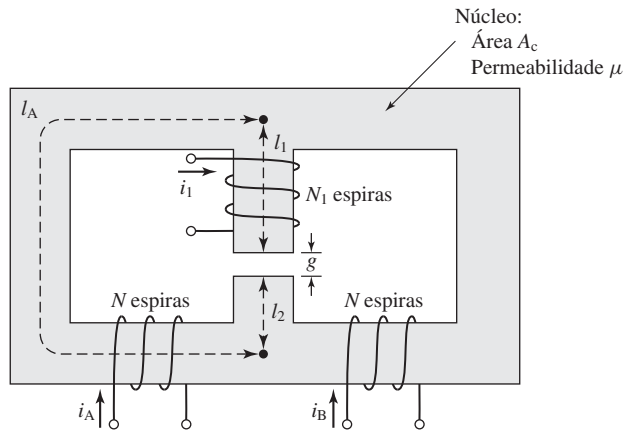


Figura 1.36 Circuito magnético simétrico do Problema 1.33.

1.33 O circuito magnético simétrico da Fig. 1.36 tem três enrolamentos. Os enrolamentos A e B têm N espiras cada um e são enrolados nas duas pernas inferiores do núcleo. As dimensões do núcleo estão indicadas na figura.

- Encontre a indutância própria de cada um dos enrolamentos.
- Encontre as indutâncias mútuas entre os três pares de enrolamentos.
- Encontre a tensão induzida no enrolamento 1 quando as correntes $i_A(t)$ e $i_B(t)$ dos enrolamentos A e B estão variando no tempo. Mostre que essa tensão pode ser usada para medir o desequilíbrio (diferença) entre duas correntes senoidais de mesma frequência.

1.34 O gerador alternador (recíproco) da Fig. 1.37 tem um êmbolo móvel (de posição x) montado de tal modo que desliza para dentro e para fora de uma estrutura magnética, conhecida como *yoke**, mantendo o espaçamento g constante nos dois lados entre o êmbolo e o *yoke*. Esses dois podem ser considerados com permeabilidade infinita. O movimento do êmbolo está restringido de tal modo que sua posição limita-se a $0 \leq x \leq w$.

Há dois enrolamentos nesse circuito magnético. O primeiro enrolamento tem N_1 espiras e conduz uma corrente CC constante I_0 . O segundo de N_2 espiras está em circuito aberto e pode ser conectado a uma carga.

- Desprezando os efeitos de espriamento, encontre a indutância mútua entre os enrolamentos 1 e 2 em função da posição x do êmbolo.
- O êmbolo é acionado por uma fonte externa de tal modo que o seu movimento é descrito por

$$x(t) = \frac{w(1 + \epsilon \sin \omega t)}{2}$$

em que $\epsilon \leq 1$. Encontre uma expressão para a tensão senoidal gerada como resultado desse movimento.

* N. de T.: Alusão à canga, ou jugo, devido à sua forma.

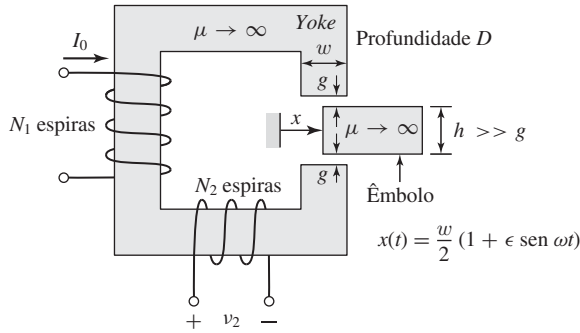


Figura 1.37 Gerador alternador do Problema 1.34.

1.35 A Fig. 1.38 mostra uma configuração que pode ser usada para medir as características magnéticas do aço elétrico. O material a ser testado é cortado ou perfurado, produzindo chapas em formato de anéis circulares que então são empilhadas (intercalando camadas isolantes para evitar a formação de correntes parasitas). Dois enrolamentos envolvem essa pilha de chapas: o primeiro, com N_1 espiras, é usado para produzir um campo magnético na pilha de chapas; o segundo, com N_2 espiras, é usado para captar o fluxo magnético resultante.

A exatidão dos resultados requer que a densidade de fluxo magnético seja uniforme dentro das chapas. Isso será conseguido se a largura dos anéis $w = R_e - R_i$ for muito menor que o raio das chapas e se o enrolamento de excitação envolver uniformemente a pilha de chapas. Para os propósitos desta análise, suponha que haja n chapas, cada uma de espessura Δ . Suponha também que o enrolamento 1 seja excitado com uma corrente $i_1 = I_0 \sin \omega t$.

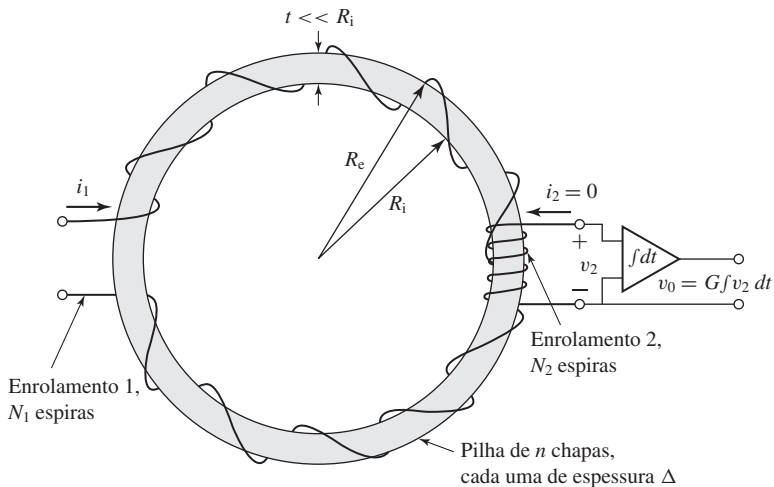


Figura 1.38 Configuração para medição das propriedades do aço elétrico.

- a. Encontre a relação entre a intensidade de campo magnético H nas chapas e a corrente i_1 no enrolamento 1.
- b. Encontre a relação entre a tensão v_2 e a razão, no tempo, da variação de fluxo magnético B nas chapas.
- c. Encontre a relação entre a tensão $v_0 = G \int v_2 dt$ e a densidade de fluxo.

Nesse problema, mostramos que a intensidade do campo magnético H e a densidade do fluxo magnético B nas chapas são proporcionais à corrente i_1 e à tensão v_0 , por meio de constantes conhecidas. Assim, no aço elétrico, B e H podem ser medidas diretamente e as curvas características B - H , como discutidas nas Seções 1.3 e 1.4, podem ser determinadas.

- 1.36** Da curva de magnetização CC da Fig. 1.10, é possível calcular a permeabilidade relativa $\mu_r = B_c / (\mu_0 H_c)$ do aço elétrico M-5 em função do valor de fluxo B_c . Supondo que o núcleo da Fig. 1.2 seja feito de aço elétrico M-5 com as dimensões dadas no Exemplo 1.1, calcule o intervalo de densidade de fluxo tal que a relutância do núcleo nunca exceda em 5% a relutância do circuito magnético total.
- 1.37** Para testar as propriedades de uma amostra de aço elétrico, chapas com a forma dada na Fig. 1.38 foram estampadas a partir de uma chapa de aço elétrico de espessura igual a 3,0 mm. Os raios das chapas são $R_i = 80$ mm e $R_e = 90$ mm. Elas foram montadas em uma pilha de 15 chapas (separadas por isolamento apropriado para evitar as correntes parasitas) com o propósito de testar as propriedades magnéticas, na frequência de 50 Hz.
- a. O fluxo na pilha de chapas será produzido com uma fonte de tensão de 50 Hz de amplitude variável com 20 V de amplitude de pico. Desprezando qualquer queda de tensão na resistor de enrolamento, calcule o número necessário de espiras N_1 do enrolamento de excitação para assegurar que a pilha de chapas possa ser excitada até atingir uma densidade de fluxo de pico de 1,8 T.
 - b. Com um enrolamento secundário de $N_2 = 10$ espiras e um ganho de integração $G = 1.000$, observa-se que a saída do integrador é de 7,5 V de pico. Calcule (i) o respectivo fluxo de pico da pilha de chapas e (ii) a respectiva amplitude da tensão aplicada ao enrolamento de excitação.
- 1.38** As bobinas do circuito magnético mostrado na Fig. 1.39 são conectadas em série de modo que os valores de FMM dos caminhos A e B tendem ambos a estabelecer fluxos na perna central C com o mesmo sentido. As bobinas são enroladas com o mesmo número de espiras, $N_1 = N_2 = 120$. As dimensões são:

- Área das seções retas das pernas A e $B = 8 \text{ cm}^2$
- Área da seção reta da perna $C = 16 \text{ cm}^2$
- Comprimento do caminho $A = 17 \text{ cm}$
- Comprimento do caminho $B = 17 \text{ cm}$
- Comprimento do caminho $C = 5,5 \text{ cm}$
- Entreferro = 0,35 cm

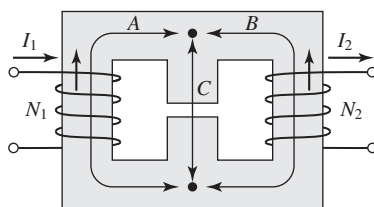


Figura 1.39 Circuito magnético do Problema 1.38.

O material é do tipo aço elétrico M-5 de 0,012 polegadas. Desconsidere o espalhamento e a dispersão.

- Quantos ampères são necessários para produzir uma densidade de fluxo de 1,3 T no entreferro?
- Dada a condição da parte (a), quantos joules de energia são armazenados no campo magnético do entreferro? Com base nessa energia armazenada, calcule a indutância desse enrolamento conectado em série.
- Calcule a indutância do sistema assumindo que o núcleo tenha permeabilidade infinita. Compare a sua indutância com o valor calculado na parte (b).

1.39 A seguinte tabela mostra dados da metade superior de um laço de histerese simétrico de 60 Hz para uma amostra de aço magnético:

B , T	0	0,2	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,4	0,2	0
H , A-espiras/m	48	52	58	73	85	103	135	193	80	42	2	-18	-29	-40	-45	-48

Usando o MATLAB, (a) plote esses dados, (b) calcule a área do laço de histerese em joules e (c) calcule a respectiva densidade de perdas no núcleo a 60 Hz em watts/kg. Assuma que a densidade do aço M-5 é $7,65 \text{ g/cm}^3$.

1.40 Um circuito magnético conforme mostrado na Fig. 1.27 tem as seguintes dimensões:

$$\begin{aligned} \text{Área da seção reta } A_c &= 27 \text{ cm}^2 \\ \text{Comprimento médio do núcleo } l_c &= 70 \text{ cm} \\ \text{Comprimento do entreferro } g &= 2,4 \text{ mm} \\ N &= 95 \text{ espiras} \end{aligned}$$

e é feito com aço elétrico M-5 tendo as propriedades descritas nas Figs. 1.10, 1.12 e 1.14. Suponha que o núcleo esteja operando com uma densidade de fluxo senoidal de 60 Hz cuja densidade de fluxo eficaz é 1,1 T. Desconsidere a resistência do enrolamento e a indutância de dispersão. Para essas condições de operação, obtenha a tensão do enrolamento, a corrente eficaz do enrolamento e as perdas no núcleo. A densidade do aço M-5 é $7,65 \text{ g/cm}^3$.

1.41 Repita o Exemplo 1.8 supondo que todas as dimensões do núcleo sejam duplicadas.

1.42 Usando as curvas de magnetização do samário-cobalto dadas na Fig. 1.19, encontre o ponto de produto energético máximo e os respectivos valores de densidade de fluxo e intensidade de campo magnético. Usando esses valores, repita o Exemplo 1.10 substituindo o ímã de Alnico 5 por um de samário-

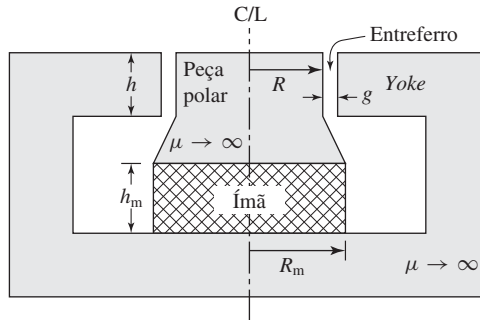


Figura 1.40 Circuito magnético do alto-falante do Problema 1.44 (bobina móvel não mostrada).

-cobalto. De quanto isso reduz o volume de ímã necessário para se obter a densidade de fluxo desejada no entreferro?

- 1.43** Usando as características de magnetização do neodímio-ferro-boro dadas na Fig. 1.19, encontre o ponto de produto energético máximo e os valores correspondentes de densidade de fluxo e intensidade de campo magnético. Usando esses valores, repita o Exemplo 1.10 substituindo o ímã de Alnico 5 por um de neodímio-ferro-boro. De quanto isso reduz o volume de ímã necessário para se obter a densidade de fluxo desejada no entreferro?

- 1.44** A Fig. 1.40 mostra o circuito magnético de um alto-falante de ímã permanente. A bobina móvel (não mostrada), produtora de som, tem a forma cilíndrica e se ajusta ao entreferro. Um ímã de samário-cobalto é usado para criar um campo magnético CC no entreferro. Esse campo interage com as correntes da bobina móvel produzindo o movimento. O projetista determinou que o entreferro deve ter raio $R = 2,2$ cm, comprimento $g = 0,1$ cm e altura $h = 1,1$ cm.

Supondo que a estrutura em *yoke* e a peça polar tenham permeabilidade magnética infinita ($\mu \rightarrow \infty$), encontre a altura h_m e o raio R_m do ímã de modo que seja fornecida uma densidade de fluxo magnético de 1,3 T no entreferro e seja requerido um volume mínimo de ímã.

(Sugestão: Refira-se ao Exemplo 1.10 e à Fig. 1.19 para determinar o ponto de produto energético máximo para o samário-cobalto.)

- 1.45** Repita o Problema 1.44 substituindo o ímã de samário-cobalto por um de neodímio-ferro-boro e utilizando as características de magnetização da Fig. 1.19.
- 1.46** Com base nas características de magnetização do material neodímio-ferro-boro da Fig. 1.24 e da Tabela 1.1, calcule o produto energético máximo para esse tipo de neodímio-ferro-boro em cada uma das temperaturas da Tabela 1.1, além dos respectivos valores de H e B . (Sugestão: Escreva uma expressão analítica para o produto energético máximo em termos de H usando o fato de que a permeabilidade de recuo é $1,04 \mu_0$.)
- 1.47** No entreferro do circuito magnético da Fig. 1.41, deseja-se obter uma densidade de fluxo magnético variável no tempo de acordo com

$$B_g = B_0 + B_1 \text{ sen } \omega t$$

em que $B_0 = 0,6$ T e $B_1 = 0,20$ T. O campo CC B_0 deve ser criado por um ímã de neodímio-ferro-boro com a característica de magnetização da Fig. 1.19. O

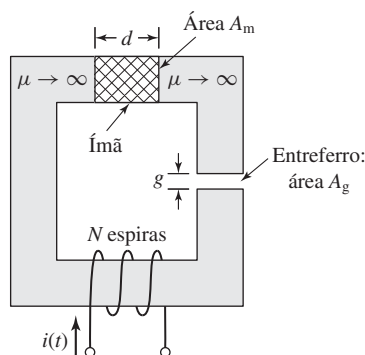


Figura 1.41 Circuito magnético do Problema 1.47.

campo variável no tempo deve ser criado por uma corrente variável no tempo. Para $A_g = 7 \text{ cm}^2$, $g = 0,35 \text{ cm}$, $N = 175$ espiras e com a característica de magnetização da Fig. 1.19, encontre:

- o comprimento d e a área A_m do ímã que permitirão obter a densidade de fluxo desejada no entreferro e minimizar o volume de ímã.
- A amplitude da corrente variável no tempo necessária para se obter a densidade desejada de fluxo de entreferro variável no tempo.

1.48 Um circuito magnético com a forma da Fig. 1.41 deve ser projetado usando material neodímio-ferro-boro com as características da Fig. 1.24 e da Tabela 1.1.

O núcleo do circuito magnético terá uma área de seção reta $A_g = 9 \text{ cm}^2$ e o comprimento do entreferro será $g = 0,32 \text{ cm}$. O circuito deve ser projetado para operar com temperaturas de até 180° C .

- Encontre o comprimento d e a área A_m do ímã que correspondem ao volume mínimo de ímã que produzirá uma densidade de fluxo magnético de $0,8 \text{ T}$ com o sistema operando a uma temperatura de 180° C .
- Para o ímã da parte (a), encontre a densidade de fluxo no entreferro quando a temperatura de operação é 60° C .

Transformadores

Antes de prosseguir com este estudo de máquinas elétricas, é desejável discutir certos aspectos da teoria dos circuitos magneticamente acoplados, com ênfase na assim denominada ação do transformador. Embora o transformador estático não seja um dispositivo de conversão de energia, é um componente indispensável de muitos sistemas de conversão de energia. Como componente significativo de um sistema CA de potência, o transformador torna possível a geração elétrica na tensão mais econômica, a transmissão da energia na tensão mais econômica e a utilização da energia na tensão mais adequada de operação de um determinado dispositivo. O transformador também é muito utilizado em circuitos de baixa potência, em circuitos eletrônicos de baixas correntes e em circuitos de controle. Eles executam funções como o isolamento de dois circuitos e o casamento de impedâncias entre uma fonte e sua carga, permitindo a máxima transferência de potência. Permitem ainda o isolamento da corrente contínua, mantendo a continuidade CA entre dois circuitos.

Um transformador é um dos dispositivos mais simples e é constituído por dois ou mais circuitos elétricos acoplados por um circuito magnético comum. Sua análise envolve muitos dos princípios essenciais ao estudo de máquinas elétricas. Assim, o nosso estudo do transformador servirá como ponte entre a introdução à análise de circuitos magnéticos do Capítulo 1 e o estudo mais detalhado de máquinas elétricas que veremos mais adiante.

2.1 Introdução aos transformadores

Basicamente, um transformador consiste em dois ou mais enrolamentos acoplados por meio de um fluxo magnético comum. Se um desses enrolamentos, o *primário*, for conectado a uma fonte de tensão alternada, então será produzido um fluxo alternado cuja amplitude dependerá da tensão do primário, da frequência da tensão aplicada e do número de espiras. Uma porção desse fluxo, denominado *fluxo mútuo*, concatena um segundo enrolamento, o *secundário*,¹ induzindo neste uma tensão cujo valor

¹ Por convenção, o primário é visto como a “entrada” do transformador e o secundário, como a “saída”. Entretanto, em muitas aplicações, a energia pode fluir em ambos os sentidos e o conceito de enrolamentos primário e secundário pode se tornar confuso. Uma terminologia alternativa, que se refere aos enrolamentos como sendo de “alta tensão” e “baixa tensão”, é usada normalmente eliminando essa confusão.

depende do número de espiras do secundário, assim como da magnitude do fluxo comum e da frequência. Ao se estabelecer uma proporção adequada entre os números de espiras do primário e do secundário, praticamente qualquer *relação de tensões*, ou *relação de transformação*, pode ser obtida.

A essência de funcionamento de um transformador requer apenas a existência de um fluxo mútuo, variável no tempo, enlaçando dois enrolamentos. Tal ação pode ocorrer entre enrolamentos acoplados pelo arquivio. No entanto, o acoplamento entre enrolamentos pode ser muito mais eficiente com o uso de um núcleo de ferro ou de algum outro material ferromagnético. Nesse caso, a maior parte do fluxo fica confinada a um caminho delimitado, de alta permeabilidade, enlaçando os enrolamentos. Tal transformador é normalmente denominado *transformador de núcleo de ferro*. A maioria dos transformadores é desse tipo. A maior parte da discussão a seguir ocupa-se dos transformadores de núcleo de ferro.

Como discutido na Seção 1.4, para reduzir as perdas causadas por correntes parasitas no núcleo, o circuito magnético consiste geralmente em uma pilha de chapas delgadas. Dois tipos comuns de construção estão mostrados de forma esquemática na Fig. 2.1. No tipo de *núcleo envolvido* (Fig. 2.1a), os enrolamentos envolvem duas pernas de um núcleo magnético retangular e, no tipo de *núcleo envolvente* (Fig. 2.1b), os enrolamentos envolvem a perna central de um núcleo de três pernas. Chapas de aço-silício de 0,014 polegadas (0,55 mm) costumam ser usadas em transformadores que operam com frequências inferiores a algumas poucas centenas de hertz. O aço-silício tem as propriedades desejáveis de baixo custo e baixas perdas no núcleo, apresentando alta permeabilidade em densidades de fluxo elevadas. Algumas vezes, os núcleos de pequenos transformadores, usados em circuitos de comunicação de altas frequências e baixos níveis de energia, são constituídos de ligas ferromagnéticas pulverizadas e comprimidas conhecidas como *ferrites*.

Em cada uma dessas configurações, a maior parte do fluxo está confinada ao núcleo e, portanto, enlaça ambos os enrolamentos. Os enrolamentos também produ-

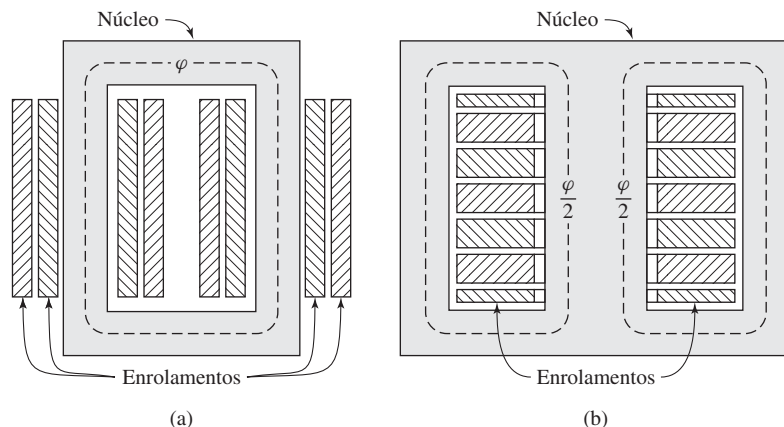


Figura 2.1 Vistas esquemáticas de transformadores de (a) núcleo envolvido e (b) núcleo envolvente.

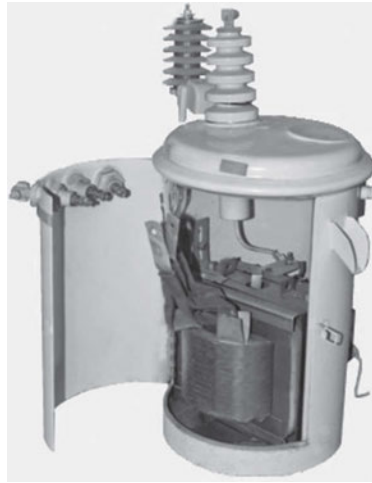


Figura 2.2 Um transformador de distribuição típico dos tamanhos de 2 a 25 kVA, 7200:240/120 V com proteção própria. Apenas um isolador de alta tensão e um protetor contra raios são necessários porque um lado da linha de 7200 V e um lado do primário estão aterrados.

zem fluxo adicional, conhecido como *fluxo disperso*, enlaçando um dos enrolamentos sem enlaçar o outro. Embora o fluxo disperso represente uma fração pequena do fluxo total, desempenha um papel importante na determinação do comportamento do transformador. Na prática, a dispersão dos transformadores é reduzida subdividindo-se os enrolamentos em seções colocadas o mais próximo possível entre si. Nos transformadores de núcleo envolvido, cada enrolamento consiste em duas seções, uma em cada perna das duas pernas do núcleo, e os enrolamentos do primário e do secundário são bobinas concêntricas. Nos transformadores de núcleo envolvente, variações da configuração de enrolamentos concêntricos podem ser usadas ou, então, os enrolamentos podem consistir em diversas bobinas delgadas em forma de “panquecas” que são montadas em uma pilha, intercalando-se as bobinas do primário e do secundário.

A Fig. 2.2 ilustra a construção interna de um *transformador de distribuição*, tal como usado em sistemas públicos de fornecimento de tensões adequadas ao uso por consumidores residenciais. Um transformador de potência de grande porte está mostrado na Fig. 2.3.

2.2 Condições sem carga (a vazio)

A Fig. 2.4 mostra esquematicamente um transformador com o seu circuito secundário aberto, e uma tensão alternada v_1 aplicada aos terminais do primário. Para simplificar os desenhos, é prática comum, em diagramas esquemáticos de transformadores, mostrar os enrolamentos do primário e do secundário como se estivessem em pernas separadas do núcleo, como na Fig. 2.4, embora na prática, estejam intercalados. Como

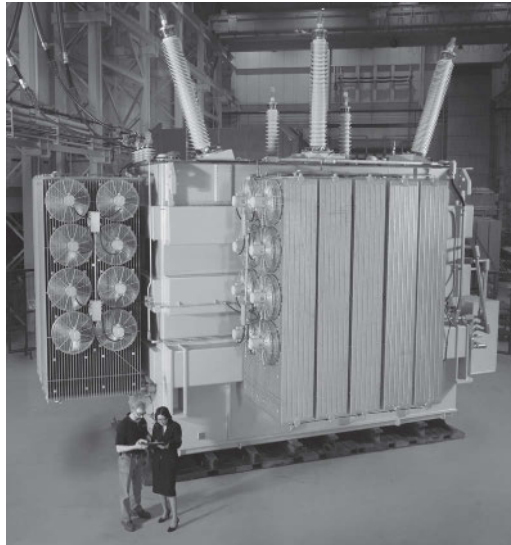


Figura 2.3 Um autotransformador de 230 kV Y-115 kV Y, 100/133/167 MVA (Foto cortesia da empresa SPX Transformer Solutions, Inc.).

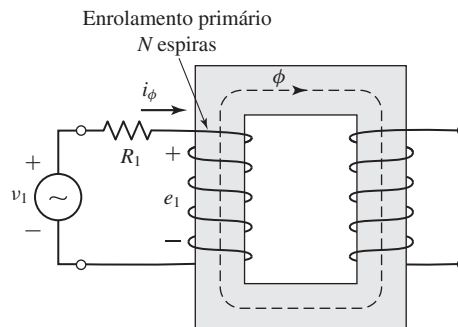


Figura 2.4 Transformador com secundário aberto.

discutido na Seção 1.4, uma pequena corrente, de regime estacionário i_ϕ , denominada *corrente de excitação*, circula no primário e estabelece um fluxo alternado no circuito magnético.² Esse fluxo induz uma FEM³ no primário igual a

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.1)$$

² Em geral, a corrente de excitação corresponde ao valor líquido de ampères-espiras (FMM) que atua no circuito magnético, não sendo possível distinguir se circula no enrolamento primário, no secundário ou parcialmente em cada um deles.

³ Como discutido no Capítulo 1, o termo FEM (força eletromotiva) é usado muitas vezes no lugar de tensão induzida para representar aquela componente da tensão referente a um fluxo concatenado variável no tempo.

onde

$\lambda_1 =$ fluxo concatenado do enrolamento primário

$\varphi =$ fluxo no núcleo enlaçando ambos os enrolamentos

$N_1 =$ número de espiras do enrolamento primário

A tensão e_1 é em volts quando φ é em webers. Essa FEM, junto com a queda de tensão na *resistência de primário* R_1 (mostrada esquematicamente como uma resistência em série na Fig. 2.4), deve igualar-se à tensão aplicada v_1 . Assim,

$$v_1 = R_1 i_\varphi + e_1 \quad (2.2)$$

Observe que, para os objetivos desta discussão, estamos desprezando os efeitos do fluxo disperso do primário, o que corresponderia a acrescentar um termo adicional de FEM induzida à Eq. 2.2. Em transformadores comuns, esse fluxo é uma porcentagem pequena do fluxo do núcleo, por isso é justificável desprezá-lo aqui para nossos propósitos. Entretanto, representa um papel bem importante no comportamento dos transformadores, e será discutido com algum detalhe na Seção 2.4.

Na maioria dos transformadores de grande porte, a queda de tensão a vazio (sem carga) na resistência de primário é de fato bem pequena. Além disso, a FEM induzida e_1 iguala-se bem de perto à tensão aplicada v_1 . Além disso, as formas de onda de tensão e fluxo são quase senoidais. A análise pode então ser bastante simplificada, como já vimos na Seção 1.4. Assim, se o fluxo instantâneo φ for

$$\varphi = \phi_{\max} \text{ sen } \omega t \quad (2.3)$$

a tensão induzida e_1 será

$$e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} = \omega N_1 \phi_{\max} \cos \omega t \quad (2.4)$$

onde ϕ_{\max} é o valor máximo do fluxo e $\omega = 2\pi f$, onde a frequência é f Hz. Em relação aos sentidos de referência da corrente e da tensão mostrados na Fig. 2.4, a FEM induzida está adiantada 90° em relação ao fluxo. O valor eficaz da FEM induzida e_1 é

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \phi_{\max} = \sqrt{2} \pi f N_1 \phi_{\max} \quad (2.5)$$

Conforme a Eq. 2.2, se a queda de tensão na resistência for desprezível, a força contraeletromotriz (FCEM) será igual à tensão aplicada. Nessas condições, quando uma tensão senoidal é aplicada a um enrolamento, um fluxo senoidal deve estabelecer-se no núcleo com um valor máximo de ϕ_{\max} , satisfazendo a condição de que E_1 na Eq. 2.5 é igual ao valor eficaz V_1 da tensão aplicada. Assim,

$$\phi_{\max} = \frac{V_1}{\sqrt{2} \pi f N_1} \quad (2.6)$$

Nessas condições, o fluxo do núcleo é determinado unicamente pela tensão aplicada, a sua frequência e o número de espiras do enrolamento. Essa importante relação aplica-se não somente aos transformadores, mas também a qualquer dispositivo que opere com uma tensão aplicada senoidal, desde que as quedas de tensão referentes à

resistência e à indutância do fluxo disperso sejam desprezíveis. O fluxo do núcleo é estabelecido pela tensão aplicada e a corrente de excitação necessária é determinada pelas propriedades magnéticas do núcleo. A corrente de excitação ajusta-se sozinho de tal forma que a FMM necessária é produzida criando o fluxo definido pela Eq. 2.6.

Não se deve subestimar a importância e utilidade desse conceito. Em geral, é muito útil na análise de máquinas elétricas alimentadas com fonte de tensão mono ou polifásicas. Em um primeiro momento, a resistência de enrolamento pode muitas vezes ser desconsiderada. Apesar dos enrolamentos adicionais (como, por exemplo, o enrolamento em curto do rotor nas máquinas de indução, como veremos no Capítulo 6), o fluxo da máquina é determinado pela tensão aplicada e as correntes de enrolamento devem se ajustar para produzir a FMM correspondente.

Devido às propriedades magnéticas não lineares do ferro, a forma de onda da corrente de excitação difere da forma de onda do fluxo. A corrente de excitação de uma forma de onda de fluxo senoidal não será senoidal. Esse efeito é especialmente evidente em circuitos magnéticos fechados, como os encontrados em transformadores. Em circuitos magnéticos, nos quais a relutância é determinada em sua maior parte por um entreferro com característica magnética linear, como é o caso de muitas máquinas elétricas, as relações entre o fluxo líquido e a FMM aplicada é relativamente linear. Nesse caso, a corrente de excitação será muito mais senoidal.

No caso de um circuito magnético fechado, uma curva da corrente de excitação, em função do tempo, pode ser obtida graficamente a partir do laço de histerese CA, como foi discutido na Seção 1.4 e mostrado na Fig. 1.11. Se a corrente de excitação for analisada por métodos baseados em série de Fourier, constata-se que ela consiste em uma componente fundamental e uma série de harmônicas ímpares. A componente fundamental pode, por sua vez, ser decomposta em duas componentes: uma em fase com a FCEM e a outra atrasada 90° em relação à FCEM. A componente em fase fornece a potência absorvida no núcleo pelas perdas por histerese e por correntes parasitas. É referida como a *componente de perdas no núcleo* da corrente de excitação. Quando a componente de perdas no núcleo é subtraída da corrente total de excitação, o resultado é denominado *corrente de magnetização*. Compreende uma componente fundamental atrasada 90° em relação à FCEM, junto com todas as harmônicas. A harmônica principal é a terceira. No caso de transformadores de potência comuns, a terceira harmônica representa cerca de 40% da corrente de excitação.

Exceto em problemas que tratam diretamente dos efeitos das correntes harmônicas, em geral as peculiaridades da forma de onda da corrente de excitação não precisam ser levadas em consideração, porque a corrente de excitação em si é pequena, especialmente em transformadores de grande porte. Por exemplo, no caso de um transformador de potência comum, a corrente de excitação constitui cerca de 1 a 2% da corrente a plena carga. Logo, os efeitos das harmônicas são muitas vezes encobertos pelas correntes senoidais fornecidas aos outros elementos lineares do circuito. A corrente de excitação pode então ser representada por uma corrente senoidal equivalente, de mesmo valor eficaz e frequência, capaz de produzir a mesma potência média que a corrente de excitação real.

Tal representação é essencial à construção de um *diagrama fasorial*, que representa em forma vetorial as relações de fase entre as várias tensões e correntes de um sistema. Cada sinal é representado por um fasor, cujo módulo é proporcional à am-

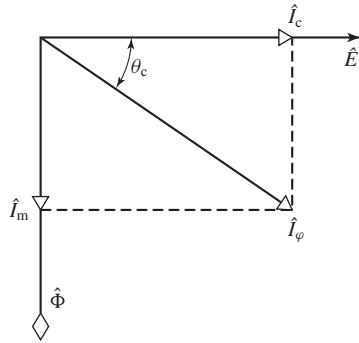


Figura 2.5 Diagrama fasorial sem carga (a vazio).

plitude do sinal e cujo ângulo é igual ao ângulo de fase do sinal, medido em relação a um sinal de referência escolhido. Na Fig. 2.5, os fasores \hat{E}_1 e $\hat{\Phi}$, respectivamente, representam as amplitudes complexas da FEM eficaz induzida e do fluxo. O fasor \hat{I}_φ representa a amplitude complexa da corrente senoidal equivalente eficaz de excitação. Em relação à FEM induzida \hat{E}_1 , ela está atrasada de um ângulo θ_c . Também mostrado na figura está o fasor \hat{I}_c , em fase com \hat{E}_1 , que é a componente de perdas no núcleo da corrente de excitação. A componente \hat{I}_m , em fase com o fluxo, representa uma corrente senoidal equivalente com o mesmo valor eficaz que a corrente de magnetização.

O valor das perdas no núcleo $P_{\text{núcleo}}$, igual ao produto das componentes em fase de \hat{E}_1 e \hat{I}_φ , é dado por

$$P_{\text{núcleo}} = E_1 I_\varphi \cos \theta_c = E_1 I_c \tag{2.7}$$

As Figs. 1.12 e 1.14 mostram, em volts-ampères, algumas curvas características da excitação e das perdas no núcleo para chapas de aço-silício de alta qualidade, usadas em transformadores de potência e distribuição.

Exemplo 2.1

No Exemplo 1.8, as perdas no núcleo e os volts-ampères de excitação do núcleo da Fig. 1.15 para $B_{\text{max}} = 1,5 \text{ T}$ e 60 Hz, foram calculados obtendo-se

$$P_{\text{núcleo}} = 16\text{W} \quad (VI)_{\text{ef}} = 20 \text{ VA}$$

e a tensão induzida foi $V = 274 / \sqrt{2} = 194 \text{ V}$ eficaz, quando o enrolamento tinha 200 espiras.

Encontre o fator de potência, a corrente I_c das perdas no núcleo e a corrente de magnetização I_m .

Solução

Fator de potência: $\cos \theta_c = \frac{16}{20} = 0,80$ (atrasado), assim $\theta_c = -36,9^\circ$.

Sabemos que o fator de potência está atrasado porque o sistema é indutivo.

Corrente de excitação: $I_\varphi = \frac{(VI)_{\text{ef}}}{V} = 0,10 \text{ A}$ eficaz

Componente de perdas no núcleo: $I_c = \frac{P_{\text{núcleo}}}{V} = 0,082 \text{ A}$ eficaz

Componente de magnetização: $I_m = I_\varphi \times \sin \theta_c = 0,060 \text{ A}$ eficaz

2.3 Efeito da corrente do secundário; transformador ideal

Como uma primeira aproximação para uma teoria quantitativa, considere um transformador com um enrolamento primário de N_1 espiras e um secundário de N_2 espiras, como mostrado esquematicamente na Fig. 2.6. Observe que a corrente do secundário é definida como positiva quando sai do enrolamento. Assim, uma corrente positiva no secundário produz uma FMM de sentido oposto ao criado por uma corrente positiva no primário. Vamos idealizar as propriedades desse transformador supondo que as resistências dos enrolamentos são desprezíveis, que todo o fluxo está confinado ao núcleo enlaçando completamente ambos os enrolamentos (o fluxo disperso é considerado desprezível), que não há perdas no núcleo e que a permeabilidade do núcleo é tão alta que apenas uma FMM de excitação insignificante é requerida para criar o fluxo. Na prática com os transformadores reais, aproximações muito boas dessas propriedades são alcançadas, mas nunca inteiramente. Um transformador hipotético que apresente essas propriedades é em geral denominado *transformador ideal*.

Dadas essas suposições, quando uma tensão v_1 variável no tempo é aplicada aos terminais do primário, então um fluxo φ deve ser estabelecido no núcleo de modo que a FCEM e_1 seja igual à tensão aplicada v_1 . Assim,

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.8)$$

O fluxo do núcleo também enlaça o secundário produzindo uma FEM induzida e_2 e uma outra tensão igual v_2 nos terminais do secundário, dadas por

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.9)$$

Da razão entre as Eqs. 2.8 e 2.9, vem

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.10)$$

Assim, um transformador ideal transforma tensões na razão direta das espiras de seus enrolamentos.

Agora, vamos assumir que uma carga que consome uma corrente i_2 é conectada ao secundário. A corrente de carga produzirá assim uma FMM $N_2 i_2$ no secundário. Como a tensão aplicada no primário determina o fluxo no núcleo conforme especificado pela

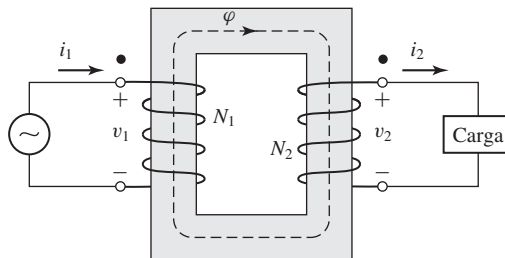


Figura 2.6 Transformador ideal com carga.

Eq. 2.8, o fluxo no núcleo não se altera pela presença de uma carga no secundário. Além disso, como a FMM líquida que atua no núcleo (igual a $N_1i_1 - N_2i_2$) deve permanecer desprezível, as correntes do primário e do secundário devem satisfazer à equação

$$N_1i_1 - N_2i_2 = 0 \tag{2.11}$$

Da Eq. 2.11, vemos que uma FMM de compensação deve surgir no primário para cancelar a do secundário. Portanto,

$$N_1i_1 = N_2i_2 \tag{2.12}$$

Dessa discussão, concluímos que o requisito de que o fluxo no núcleo e, conseqüentemente, a respectiva FMM líquida permaneçam inalteradas é o meio pelo qual o primário “toma conhecimento” da presença de uma corrente de carga no secundário. Qualquer mudança na FMM que circula no secundário, resultante de uma carga, se faz acompanhada de uma mudança correspondente na FMM do primário. Observe que, para os sentidos de referência mostrados na Fig. 2.6, os valores de FMM de i_1 e i_2 estão em sentidos opostos e, portanto, compensam-se.

Da Eq. 2.12,

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \tag{2.13}$$

Portanto, um transformador ideal transforma correntes na razão inversa das espiras de seus enrolamentos.

Observe também, das Eqs. 2.10 e 2.13, que

$$v_1i_1 = v_2i_2 \tag{2.14}$$

ou seja, a potência instantânea de entrada do primário é igual à potência instantânea de saída do secundário, uma condição necessária porque todos os mecanismos dissipativos e de armazenamento de energia foram desconsiderados.

Uma propriedade adicional do transformador ideal pode ser vista examinando-se o caso em que se aplica uma tensão senoidal e usa-se uma impedância como carga. O circuito está mostrado de forma simplificada na Fig. 2.7a, na qual os terminais do transformador, assinalados com marcas circulares, correspondem aos terminais marcados de forma semelhante na Fig. 2.6. Como todas as tensões e correntes são senoidais, elas são representadas por suas amplitudes complexas. As marcas circulares indicam terminais de polaridades correspondentes; isto é, se seguirmos ao longo dos enrolamentos primário e secundário da Fig. 2.6, começando nos terminais com

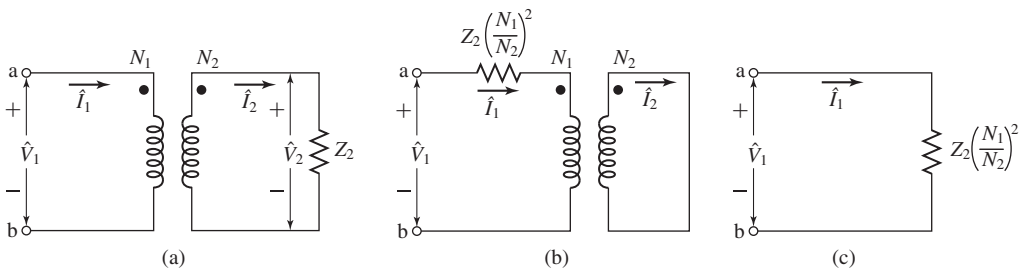


Figura 2.7 Três circuitos que são idênticos nos terminais a-b quando o transformador é ideal.

marcas, verificaremos que ambos os enrolamentos circundam o núcleo no mesmo sentido em relação ao fluxo. Portanto, se comparamos as tensões dos dois enrolamentos, as tensões de um terminal com marca até o outro sem marca terão as mesmas polaridades instantâneas no primário e no secundário. Em outras palavras, as tensões \hat{V}_1 e \hat{V}_2 da Fig. 2.7a estão em fase. As correntes \hat{I}_1 e \hat{I}_2 também estão em fase, como se vê a partir da Eq. 2.12. Observe novamente que a polaridade de \hat{I}_1 é definida como entrando no terminal marcado e a polaridade de \hat{I}_2 , como saindo do terminal marcado.

Os circuitos da Fig. 2.7 nos permitirão investigar as propriedades da transformação de impedâncias de um transformador. Em forma fasorial, as Eq. 2.10 e 2.13 podem ser expressas como

$$\hat{V}_1 = \frac{N_1}{N_2} \hat{V}_2 \quad \text{e} \quad \hat{V}_2 = \frac{N_2}{N_1} \hat{V}_1 \quad (2.15)$$

$$\hat{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \hat{I}_2 \quad \text{e} \quad \hat{I}_2 = \frac{N_1}{N_2} \hat{I}_1 \quad (2.16)$$

Dessas equações, vem

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} \quad (2.17)$$

Observamos que a impedância de carga Z_2 relaciona-se com a tensão e a corrente do secundário por

$$Z_2 = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_2} \quad (2.18)$$

onde Z_2 é a impedância complexa da carga. Consequentemente, das Eqs. 2.17 e 2.18, vemos que a impedância Z_1 vista nos terminais a-b é igual a

$$Z_1 = \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \quad (2.19)$$

e, consequentemente, vemos que, nos terminais a-b, uma impedância Z_2 no circuito secundário poderá ser substituída por uma impedância equivalente Z_1 no circuito primário se satisfizer à relação

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \quad (2.20)$$

Os três circuitos da Fig. 2.7 são indistinguíveis quando os seus desempenhos são observados a partir dos terminais a-b. Esse modo de transferir a impedância de um lado a outro de um transformador é conhecido por *referir* ou *refletir a impedância* para o outro lado. As impedâncias são transformadas proporcionalmente ao quadrado da relação de espiras. Do mesmo modo, as tensões e correntes podem ser *referidas* a um lado ou outro, usando-se as Eqs. 2.15 e 2.16 para calcular a tensão e a corrente equivalentes no lado escolhido.

Em resumo, *em um transformador ideal, as tensões são transformadas na razão direta da relação de espiras; as correntes, na razão inversa, e as impedâncias, na*

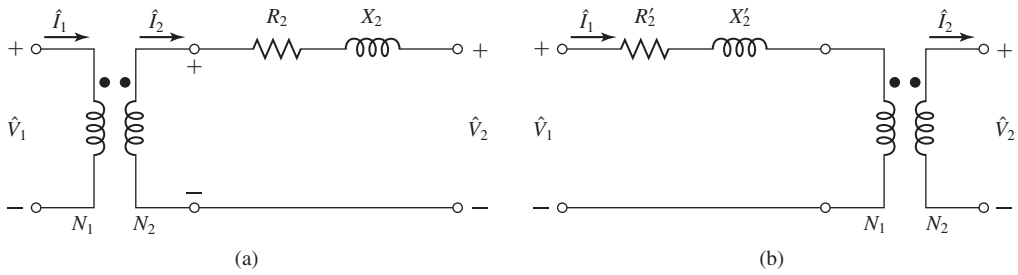


Figura 2.8 Circuitos equivalentes para o Exemplo 2.2. (a) Impedância em série com o secundário. (b) Impedância referida ao primário.

razão direta da relação de espiras ao quadrado. A potência e os volts-ampères não se alteram.

Exemplo 2.2

O circuito equivalente da Fig. 2.8a mostra um transformador ideal em que a impedância $R_2 + jX_2 = 1 + j4 \Omega$ está conectada em série com o secundário. A relação de espiras é $N_1/N_2 = 5:1$. (a) Desenhe um circuito equivalente cuja impedância em série esteja referida ao primário. (b) Para uma tensão eficaz de primário de 120 V e um curto-circuito conectado entre os terminais do secundário ($V_2 = 0$), calcule a corrente do primário e a corrente que circula no curto-circuito.

Solução

- a. O novo circuito equivalente está mostrado na Fig. 2.8b. A impedância do secundário é referida ao primário pela relação de espiras ao quadrado. Assim,

$$R'_2 + jX'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 (R_2 + jX_2) = 25 + j100 \Omega$$

- b. Da Eq. 2.20, um curto nos terminais A-B aparecerá como um curto no primário do transformador ideal da Fig. 2.8b porque a tensão zero do curto será refletida pela relação de espiras N_1/N_2 ao primário. Assim, a corrente do primário será dada por

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{R'_2 + jX'_2} = \frac{120}{25 + j100} = 0,28 - j1,13 \text{ A eficazes}$$

correspondendo a um valor eficaz de 1,16 A eficazes. Da Eq. 2.13, a corrente do secundário será igual a $N_1/N_2 = 5$ vezes a corrente do primário. Portanto, a corrente no curto terá um valor eficaz de $5(1,16) = 5,8 \text{ A eficaz}$.

Problema prático 2.1

Repita a parte (b) do Exemplo 2.2 com uma impedância em série de $R_2 + jX_2 = 0,05 + j0,97 \Omega$ e uma relação de espiras de 14:1.

Solução

A corrente eficaz do primário é $0,03 - j0,63 \text{ A eficazes}$ ou, em módulo, $0,63 \text{ A eficazes}$. A corrente no curto será 14 vezes maior e assim terá um valor eficaz de $8,82 \text{ A eficazes}$.

2.4 Reatâncias no transformador e circuitos equivalentes

As diferenças de um transformador real em relação a um ideal devem ser incluídas em grau maior ou menor na maioria das análises de desempenho dos transformadores. Um modelo mais completo deve levar em consideração os efeitos das resistências dos enrolamentos, os fluxos dispersos e as correntes finitas de excitação relativas à permeabilidade finita (não linear, na realidade) do núcleo. Em alguns casos, as capacitâncias dos enrolamentos também têm efeitos importantes, notavelmente em problemas que envolvem o comportamento do transformador em frequências acima da faixa de áudio, ou durante condições transitórias com variações muito rápidas, como as encontradas em transformadores de sistemas de potência, resultantes de surtos de tensão causados por raios ou transitórios de chaveamento. Entretanto, a análise desses problemas de alta frequência está além do escopo desta abordagem e, por essa razão, as capacitâncias dos enrolamentos serão desprezadas.

Dois métodos de análise, pelos quais as características reais e não as ideais podem ser levadas em consideração, são (1) uma técnica de circuito equivalente baseada em raciocínio físico e (2) uma abordagem matemática baseada na teoria clássica dos circuitos magneticamente acoplados. Ambos os métodos são de uso corrente e ambos encontram paralelos quase iguais nas teorias de máquinas rotativas. Como oferece um excelente exemplo do processo de raciocínio usado na conversão de conceitos físicos em uma teoria quantitativa, a técnica do circuito equivalente será apresentada aqui.

Para iniciar o desenvolvimento de um circuito equivalente de transformador, examinaremos primeiro o enrolamento primário. O fluxo total que concatena o enrolamento primário pode ser dividido em duas componentes: primeiro, o fluxo mútuo resultante, confinado essencialmente ao núcleo de ferro e produzido pelo efeito combinado das correntes de primário e de secundário e, segundo, o fluxo disperso de primário, que concatena apenas o primário. Essas componentes estão identificadas no transformador esquemático mostrado na Fig. 2.9 onde, para simplificar, os enrolamentos do primário e do secundário estão mostrados em pernas opostas do núcleo. Em um

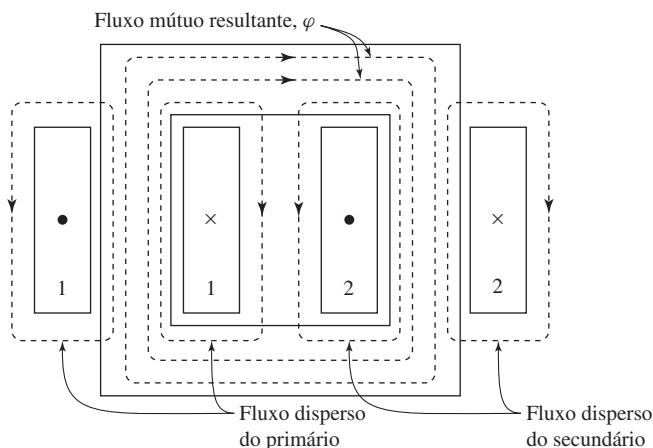


Figura 2.9 Vista esquemática dos fluxos mútuo e disperso de um transformador. O sinal \times e o ponto indicam sentidos da corrente nas diversas bobinas.

transformador real, com enrolamentos entrelaçados, os detalhes da distribuição de fluxo são mais complicados, mas as características essenciais permanecem as mesmas.

No enrolamento primário, o fluxo disperso induz uma tensão que se soma àquela produzida pelo fluxo mútuo. Como a maior parte do caminho do fluxo disperso está no ar, esse fluxo e a tensão induzida por ele variam linearmente com a corrente \hat{I}_1 de primário. Portanto, pode ser representado por uma *indutância de dispersão do primário* L_{l_1} (igual ao fluxo de dispersão concatenado com o primário, por unidade de corrente de primário). A correspondente *reatância de dispersão de primário* X_{l_1} é dada por*

$$X_{l_1} = 2\pi f L_{l_1} \quad (2.21)$$

Além disso, haverá uma queda de tensão na *resistência de primário* R_1 (não mostrada na Figura 2.9).

Vemos agora que a tensão nos terminais do primário \hat{V}_1 consiste em três componentes: a queda $\hat{I}_1 R_1$ na resistência do primário, a queda $j \hat{I}_1 X_{l_1}$ oriunda do fluxo disperso do primário e a FEM \hat{E}_1 induzida no primário pelo fluxo mútuo resultante. A Fig. 2.10a mostra um circuito equivalente do enrolamento primário que inclui todas essas tensões.

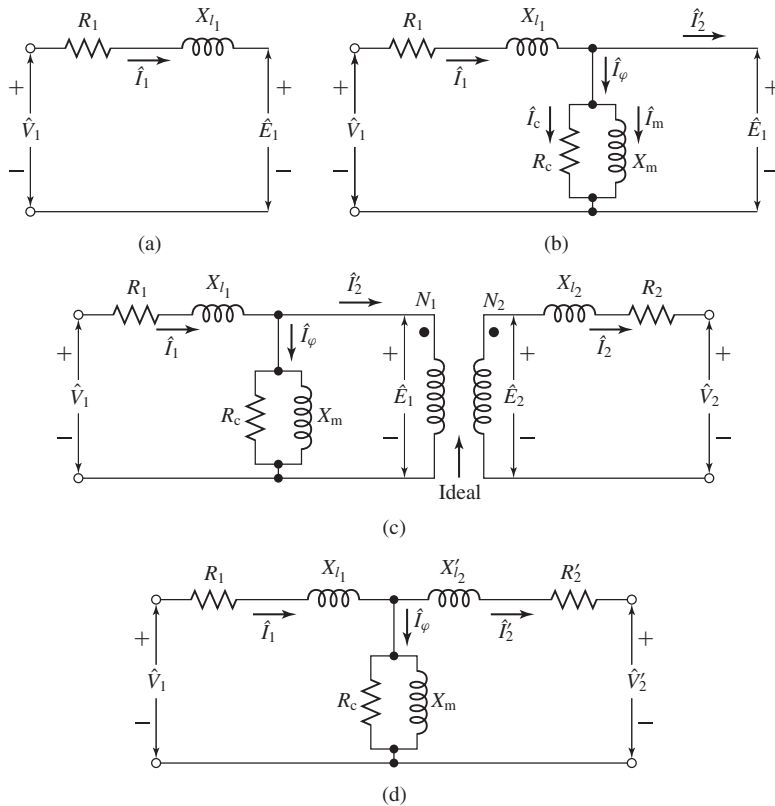


Figura 2.10 Passos do desenvolvimento do circuito equivalente do transformador.

* N. de T.: O índice l refere-se à dispersão (*leakage*, em inglês).

O fluxo mútuo resultante concatena ambos os enrolamentos, primário e secundário, e é criado por suas FMMs combinadas. É conveniente tratar essas FMMs considerando que a corrente do primário deve atender a duas condições do circuito magnético: deve não só produzir a FMM requerida para produzir o fluxo mútuo resultante, mas deve também contrabalançar o efeito da FMM do secundário que atua no sentido de desmagnetizar o núcleo. Um ponto de vista alternativo é que a corrente do primário deve não só magnetizar o núcleo, como também fornecer corrente para a carga conectada ao secundário. De acordo com esse quadro, convém decompor a corrente do primário em duas componentes: uma componente de excitação e uma componente de carga. A *componente de excitação* \hat{I}_φ é definida como uma corrente de primário adicional, necessária para produzir o fluxo mútuo resultante. É uma corrente não senoidal cuja natureza foi descrita na Seção 2.2.⁴ A *componente de carga* \hat{I}'_2 é definida como uma componente da corrente de primário que contrabalança exatamente a FMM da corrente de secundário \hat{I}_2 .

Como a componente de excitação é a que produz o fluxo do núcleo, a FMM líquida deve ser igual a $N_1\hat{I}_\varphi$ e vemos assim que

$$\begin{aligned} N_1\hat{I}_\varphi &= N_1\hat{I}_1 - N_2\hat{I}_2 \\ &= N_1(\hat{I}_\varphi + \hat{I}'_2) - N_2\hat{I}_2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

e, da Eq. 2.22, temos que

$$\hat{I}'_2 = \frac{N_2}{N_1}\hat{I}_2 \quad (2.23)$$

Da Eq. 2.23, vemos que a componente de carga da corrente de primário é igual à corrente de secundário referida ao primário, como no transformador ideal.

A corrente de excitação pode ser tratada como uma corrente senoidal equivalente \hat{I}_φ , no modo descrito na Seção 2.2, podendo ser decomposta em uma componente de perdas no núcleo \hat{I}_c , em fase com a FEM \hat{E}_1 , e em uma componente de magnetização \hat{I}_m , atrasada de 90° em relação a \hat{E}_1 . No circuito equivalente da Fig. 2.10b, a corrente de excitação senoidal equivalente foi levada em conta por meio de um ramo em derivação conectado a \hat{E}_1 . Compreende uma *resistência de perdas no núcleo* R_c e, em paralelo, uma *indutância de magnetização* L_m cuja reatância, conhecida como *reatância de magnetização*, é dada por

$$X_m = 2\pi f L_m \quad (2.24)$$

No circuito equivalente da Fig. 2.10b, as perdas no núcleo, devido ao fluxo mútuo resultante, são dadas pela potência E_1^2/R_c . A resistência R_c é referida como a *resistência de magnetização* que, juntamente com X_m , forma o *ramo de excitação* do circuito equivalente. A combinação em paralelo de R_c e X_m será referida como a *impedância de magnetização* Z_φ . Quando se assume que R_c é constante, supõe-se, como consequência, que as perdas no núcleo variem proporcionalmente a E_1^2 . Estritamente falando, a reatância de magnetização X_m varia com a saturação do ferro. Entretanto, frequentemente assume-se que X_m é constante, logo, assume-se também que a cor-

⁴ De fato, a corrente de excitação corresponde à FMM líquida que atua no núcleo do transformador e não pode, em geral, ser considerada circulando apenas no primário. Entretanto, para os propósitos desta discussão, essa distinção não é significativa.

rente de magnetização é independente da frequência e diretamente proporcional ao fluxo mútuo resultante. Muitas vezes, em operação normal, R_c e X_m são determinados com os valores nominais de tensão e frequência. Supõe-se também que permanecerão constantes mesmo que ocorram pequenos desvios em torno desses valores nominais.

A seguir, acrescentaremos uma representação do enrolamento secundário ao nosso circuito equivalente. Começamos constatando que o fluxo mútuo resultante $\hat{\Phi}$ induz uma FEM \hat{E}_2 no secundário. Como esse fluxo concatena ambos os enrolamentos, a razão entre as FEMs induzidas deve ser igual à relação de espiras dos enrolamentos, isto é,

$$\frac{\hat{E}_1}{\hat{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.25)$$

exatamente como em um transformador ideal. Essa transformação de tensão e mais a de corrente da Eq. 2.23 podem ser incluídas introduzindo-se um transformador ideal no circuito equivalente, como mostrado na Fig. 2.10c. Entretanto, como visto no caso do enrolamento primário, a FEM \hat{E}_2 não é a tensão presente nos terminais do secundário por causa da *resistência R_2 do secundário* e porque a corrente \hat{I}_2 do secundário cria um fluxo disperso no secundário (veja a Fig. 2.9). Entre a tensão nos terminais do secundário \hat{V}_2 e a tensão induzida \hat{E}_2 , há uma diferença dada pela queda de tensão referido à resistência de secundário R_2 e à *reatância de dispersão do secundário X_{l_2}* (correspondente à *indutância de dispersão do secundário L_{l_2}*), como mostrado à direita de \hat{E}_2 no circuito equivalente do transformador (Fig. 2.10c).

A partir do circuito equivalente da Fig. 2.10, pode-se ver que um transformador real é equivalente a um transformador ideal mais impedâncias externas. Referindo todas as grandezas ao primário, ou ao secundário, o transformador ideal da Fig. 2.10c pode ser deslocado, respectivamente, à direita ou à esquerda do circuito equivalente. Isso é feito quase sempre e o circuito equivalente é desenhado em geral como na Fig. 2.10d, onde o transformador ideal não é mostrado e todas as tensões, correntes e impedâncias são referidas ao enrolamento do primário ou secundário. No caso específico da Fig. 2.10d, temos

$$X'_{l_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_{l_2} \quad (2.26)$$

$$R'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 \quad (2.27)$$

e

$$V'_2 = \frac{N_1}{N_2} V_2 \quad (2.28)$$

O circuito da Fig. 2.10d é chamado *circuito equivalente T* de um transformador.

Na Fig. 2.10d, na qual as grandezas do secundário foram referidas ao primário, os valores referidos estão indicados com sinais de plica ('), por exemplo, X'_{l_2} e R'_2 , para distingui-los dos valores reais da Fig. 2.10c. Na discussão a seguir, lidaremos quase sempre com valores referidos e as plicas serão omitidas. Deve-se simplesmente ter em mente o lado do transformador ao qual todas as grandezas foram referidas.

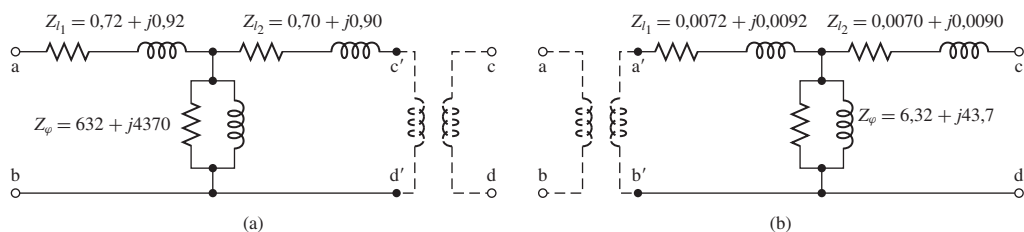


Figura 2.11 Circuitos equivalentes para o transformador do Exemplo 2.3 referidos ao (a) lado de alta tensão e (b) lado de baixa tensão.

Exemplo 2.3

Um transformador de distribuição de 50 kVA, 2400:240 V e 60 Hz tem uma impedância de dispersão de $0,72 + j0,92 \Omega$ no enrolamento de alta tensão e $0,0070 + j0,0090 \Omega$, no de baixa tensão. Na tensão e frequência nominais, a impedância Z_ϕ do ramo em derivação (igual à impedância de R_c e jX_m em paralelo), responsável pela corrente de excitação, é $6,32 + j43,7 \Omega$, quando vista do lado de baixa tensão. Desenhe o circuito equivalente referido ao (a) lado de alta tensão e (b) o lado de baixa tensão, indicando numericamente as impedâncias no desenho.

Solução

Os circuitos estão dados na Fig. 2.11a e b, respectivamente, com o lado de alta tensão indicado pelo número 1 e o de baixa tensão, pelo número 2. As tensões de placa de um transformador, usado em sistemas de potência, baseiam-se na relação de espiras e, quando em carga, as pequenas quedas de tensão referentes à impedância de dispersão são desprezadas. Como esse é um transformador de 10 para 1, as impedâncias são referidas multiplicando-se ou dividindo-se por 100. Por exemplo, o valor de uma impedância referida ao lado de alta tensão é maior (por um fator de 100) do que seu valor referido ao lado de baixa tensão.

O transformador ideal pode ser desenhado de forma explícita, como aparece tracejado na Fig. 2.11, ou pode ser omitido do diagrama. Nesse caso, ele deve ser lembrado mentalmente de modo que as letras sem as plicas sejam os terminais. Se isso for feito, deve-se lembrar, claro, de referir todas as impedâncias e fontes conectadas de tal forma que sejam consistentes com a ausência do transformador ideal.

Problema prático 2.2

Se 2400 V eficazes forem aplicados ao lado de alta tensão do transformador do Exemplo 2.3, calcule o valor da corrente que entra na impedância de magnetização Z_ϕ das Figs. 2.11a e b, respectivamente.

Solução

A corrente em Z_ϕ é 0,543 A eficaz, quando referida ao lado de alta tensão, como na Fig. 2.11a, e 5,43 A eficaz quando referida ao lado de baixa tensão.

2.5 Aspectos de engenharia da análise de transformadores

Em análises de engenharia, envolvendo o transformador como elemento de circuito, costuma-se adotar uma entre as diversas formas de aproximação, e não o circuito

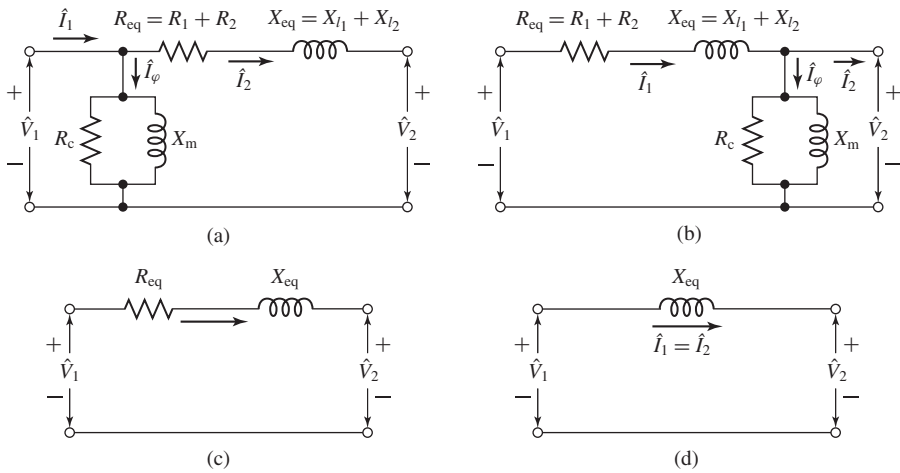


Figura 2.12 Circuitos equivalentes aproximados de transformadores.

completo, para o circuito equivalente da Fig. 2.10. A aproximação escolhida para um determinado caso depende muito do raciocínio físico, baseando-se nas ordens de grandeza das variáveis que foram desconsideradas. As aproximações mais comuns são apresentadas nesta seção. Além disso, são fornecidos métodos de ensaio para determinar as constantes do transformador.

Os circuitos equivalentes aproximados normalmente utilizados nas análises de transformadores de potência, em frequência constante, estão resumidos para comparação na Fig. 2.12. Todas as quantidades nesses circuitos são referidas ou ao primário, ou ao secundário, e o transformador ideal não aparece.

Muitas vezes os cálculos podem ser bastante simplificados deslocando-se o ramo em derivação, que representa a corrente de excitação, desde o meio do circuito T até os terminais do primário ou secundário, como na Fig. 2.12a e b. Essas formas de circuito equivalente são referidas como *circuitos L*.* O ramo em série é a combinação das resistências e das reatâncias de dispersão do primário e do secundário, referidas ao mesmo lado. Essa impedância é chamada algumas vezes de *impedância equivalente em série*. Suas componentes são a *resistência equivalente em série* R_{eq} e a *reatância equivalente em série* X_{eq} , como mostrado nas Fig. 2.12a e b.

Quando comparado com o circuito equivalente T da Fig. 2.10d, o circuito L apresenta erros porque é desprezada a queda de tensão causada pela corrente de excitação na impedância de dispersão do primário ou secundário. Como a impedância do ramo de excitação é normalmente bem elevada em transformadores de potência de grande porte, a respectiva corrente de excitação é bem pequena. Esse erro é insignificante na maioria das situações que envolvem transformadores de grande porte.

Exemplo 2.4

Considere o circuito equivalente T da Fig. 2.11a do transformador de distribuição, com 50 kVA e 2400:240 V, do Exemplo 2.3, no qual as impedâncias estão referidas ao lado de alta tensão.

* N. de T.: *Cantilever circuits*, em inglês.

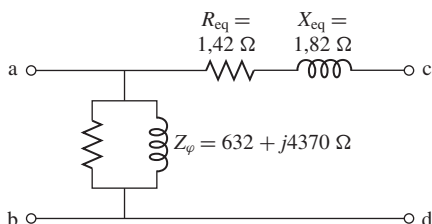


Figura 2.13 Circuito equivalente L do Exemplo 2.4.

(a) Desenhe o circuito equivalente L com o ramo em derivação nos terminais de alta tensão. Calcule e indique numericamente no desenho os valores de R_{eq} e X_{eq} . (b) Com os terminais de baixa tensão em circuito aberto e 2400 V aplicados aos terminais de alta tensão, calcule a tensão nos terminais de baixa tensão para cada tipo de circuito equivalente.

Solução

- a. O circuito equivalente L está mostrado na Fig. 2.13. Os valores de R_{eq} e X_{eq} são calculados simplesmente como a soma das impedâncias em série dos enrolamentos de alta e baixa tensão da Fig. 2.11a, ou seja,

$$R_{eq} = 0,72 + 0,70 = 1,42 \, \Omega$$

$$X_{eq} = 0,92 + 0,90 = 1,82 \, \Omega$$

- b. Para o circuito equivalente T da Fig. 2.11a, a tensão nos terminais c'-d' será dada por

$$\hat{V}_{c'-d'} = 2400 \left(\frac{Z_\phi}{Z_\phi + Z_{l1}} \right) = 2399 + j0,3 \, \text{V}$$

correspondendo a uma tensão eficaz de 2399 V. Quando refletida aos terminais de baixa tensão, pela relação de espiras de baixa para alta tensão, essa tensão corresponde a 239,9 V.

No circuito equivalente L da Fig. 2.13, como a impedância de magnetização está ligada diretamente aos terminais de alta tensão, não haverá queda de tensão nas impedâncias de dispersão em série e a tensão de secundário prevista será 240 V. Essas duas soluções diferem em 0,025%, o que está dentro de uma exatidão razoável em termos de engenharia, justificando claramente o uso do circuito equivalente L na análise desse transformador.

Uma simplificação analítica adicional tem como resultado, se desconsiderarmos a corrente de excitação por completo, como na Fig. 2.12c, o transformador representado por uma impedância equivalente em série. Se o transformador for de grande porte (diversas centenas de quilovolts-ampères ou mais), a resistência equivalente R_{eq} será pequena, quando comparada com a reatância equivalente X_{eq} , e em geral pode ser desconsiderada, resultando o circuito equivalente da Fig. 2.12d. Os circuitos da Fig. 2.12c e d são suficientemente exatos para a maioria dos problemas comuns de sistemas de potência, usados em todas as análises, com exceção das mais detalhadas. Por fim, em situações onde as correntes e as tensões são determinadas quase inteiramente por circuitos externos ao transformador, ou quando um alto grau de exatidão não é exigido, pode-se desprezar por completo a impedância do transformador e considerá-lo ideal, como na Seção 2.3.

Os circuitos da Fig. 2.12 têm a vantagem adicional de que a resistência equivalente total R_{eq} e a reatância equivalente total X_{eq} podem ser determinadas por meio de um ensaio muito simples, no qual um dos terminais é curto-circuitado. Por outro lado, o processo para se determinar as reatâncias de dispersão X_{l1} e X_{l2} , e também um conjunto completo de parâmetros, é mais difícil no caso do circuito equivalente T da Fig. 2.10c. O Exemplo 2.4 ilustra que, devido à queda de tensão nas impedâncias de dispersão, a relação das tensões medidas de um transformador não será identicamente igual à relação idealizada de tensões que seria medida se o transformador fosse ideal. De fato, sem algum conhecimento *a priori* da relação de espiras (baseado, por exemplo, no conhecimento da construção interna do transformador), não é possível fazer um conjunto de medidas que determine de forma única a relação de espiras, a indutância de magnetização e as impedâncias individuais de dispersão.

Pode-se mostrar, a partir de medidas feitas nos terminais, que a relação de espiras, a reatância de magnetização e as reatâncias de dispersão de um circuito equivalente de um transformador não são características únicas. Por exemplo, a relação de espiras pode ser escolhida de forma arbitrária e, para cada escolha, haverá um conjunto correspondente de valores de reatâncias de dispersão e de magnetização que se ajustam às características medidas. Cada um dos circuitos equivalentes terá as mesmas características elétricas nos terminais. Esse fato tem a feliz consequência de que qualquer conjunto autoconsistente de parâmetros determinados empiricamente pode representar adequadamente o transformador.

Exemplo 2.5

Um transformador de 50 kVA e 2400-240 V, cujos parâmetros estão dados no Exemplo 2.3, é usado para baixar a tensão no lado da carga de um sistema alimentador cuja impedância é $0,30 + j1,60 \Omega$. A tensão V_s no terminal de envio* do alimentador é 2400 V.

Encontre a tensão nos terminais do secundário do transformador, quando a carga conectada ao seu secundário consome a corrente nominal do transformador e o fator de potência da carga é 0,80 atrasado**. Despreze as quedas de tensão, no transformador e no sistema de alimentação, causadas pelas corrente de excitação.

Solução

O circuito equivalente, com todas as grandezas referidas ao lado de alta tensão (primário) do transformador, está mostrado na Fig. 2.14a, em que o transformador foi representado por sua impedância equivalente, como na Fig. 2.12c. Da Fig. 2.11a, o valor da impedância equivalente é $Z_{eq} = 1,42 + j1,82 \Omega$ e a impedância combinada do alimentador e do transformador em série é $Z = 1,72 + j3,42 \Omega$. Da especificação nominal do transformador, a corrente de carga, referida ao lado de alta tensão, é $I = 50.000/2400 = 20,8 \text{ A}$.

Observe que o fator de potência está definido no lado da carga do transformador e, portanto, determina o ângulo de fase θ , entre a corrente de carga \hat{I} e a tensão \hat{V}_2 , onde

$$\theta = -\arccos(0,80) = -36,87^\circ$$

Assim,

$$\hat{I} = 20,8 e^{-j36,87^\circ} \text{ A}$$

* N. de T.: O índice s em V_s refere-se a enviar (*send*, em inglês).

** N. de T.: Em relação ao fator de potência, neste livro usaremos atrasado ou indutivo, e adiantado ou capacitivo, conforme o contexto.

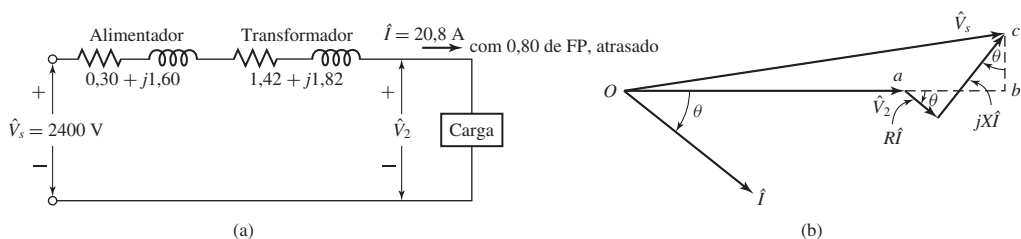


Figura 2.14 (a) Circuito equivalente e (b) diagrama fasorial do Exemplo 2.5.

Do circuito equivalente da Fig. 2.11, vemos que

$$\begin{aligned}\hat{V}_2 &= \hat{V}_s - Z\hat{I} = 2400 - (1,72 + j3,42) \times 20,8 e^{-j36,87^\circ} \\ &= 2329 e^{-j0,87^\circ} \text{ V}\end{aligned}$$

Embora uma solução algébrica dessa equação complexa seja frequentemente a forma mais simples e direta de obter uma solução, algumas vezes é útil resolver esses tipos de problema com o auxílio de um diagrama fasorial. Ilustraremos isso com um diagrama fasorial referido ao lado de alta tensão, como mostrado Fig. 2.14b. Do diagrama fasorial, vem

$$Ob = \sqrt{V_s^2 - (bc)^2} \quad \text{e} \quad V_2 = Ob - ab$$

Observe que

$$bc = IX \cos \theta - IR \sin \theta \quad ab = IR \cos \theta + IX \sin \theta$$

onde R e X são, respectivamente, a resistência e a reatância combinadas do transformador e do alimentador. Assim,

$$bc = 20,8(3,42)(0,80) - 20,8(1,72)(0,60) = 35,5 \text{ V}$$

$$ab = 20,8(1,72)(0,80) + 20,8(3,42)(0,60) = 71,4 \text{ V}$$

A substituição dos valores numéricos mostra que $V_2 = 2329 \text{ V}$, referida ao lado de alta tensão. A tensão real nos terminais do secundário é $2329/10$ ou

$$V_2 = 233 \text{ V}$$

Problema prático 2.3

Repita o Exemplo 2.5 para uma carga que consome a corrente nominal do transformador, com um fator de potência de 0,8 adiantado.

Solução

$$V_2 = 239 \text{ V}$$

Dois ensaios muito simples servem para determinar os parâmetros dos circuitos equivalentes das Figs. 2.10 e 2.12. Consistem em medir tensão, corrente e potência na entrada do primário; primeiro, com o secundário em curto-circuito, e após, com o

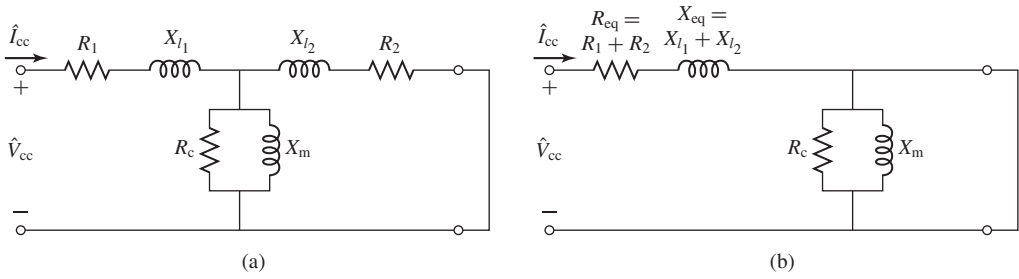


Figura 2.15 Circuito equivalente com o secundário em curto-circuito. (a) Circuito equivalente completo. (b) Circuito equivalente L com o ramo de excitação no secundário do transformador.

secundário em circuito aberto (ou a vazio). Observe que, seguindo a prática comum, a relação de tensões do transformador é utilizada como relação de espiras quando referimos parâmetros de um lado a outro com o propósito de determinar parâmetros.

Ensaio de curto-circuito O *ensaio de curto-circuito* pode ser usado para encontrar a impedância equivalente em série $R_{eq} + j X_{eq}$. Embora seja arbitrária a escolha de qual enrolamento usar para o curto-circuito, simplificaremos essa discussão considerando que o curto-circuito seja aplicado ao secundário do transformador e a tensão, ao primário. Nesse tipo de ensaio, por conveniência, o lado de alta tensão em geral é como o primário. Em um transformador comum, como a impedância em série equivalente é relativamente baixa, então uma tensão da ordem de 10 a 15% ou menos do valor nominal, quando aplicada ao primário, resultará na corrente nominal.

A Fig. 2.15a mostra o circuito equivalente, com a impedância do secundário do transformador referida ao lado do primário e um curto-circuito aplicado ao secundário. A impedância de curto-circuito Z_{cc} , olhando para o primário nessas condições, é

$$Z_{cc} = R_1 + j X_{l1} + \frac{Z_{\phi}(R_2 + j X_{l2})}{Z_{\phi} + R_2 + j X_{l2}} \quad (2.29)$$

Como a impedância Z_{ϕ} do ramo de excitação é muito maior do que a impedância de dispersão do secundário (o que é verdadeiro a não ser que o núcleo esteja muito saturado por uma tensão excessiva aplicada ao primário; que não é o caso aqui), a impedância de curto-circuito pode ser aproximada por

$$Z_{cc} \approx R_1 + j X_{l1} + R_2 + j X_{l2} = R_{eq} + j X_{eq} \quad (2.30)$$

Observe que a aproximação feita aqui é equivalente à aproximação feita quando o circuito equivalente T é reduzido ao equivalente L. Isso pode ser visto a partir da Fig. 2.15b. A impedância vista na entrada desse circuito equivalente é claramente $Z_{cc} = Z_{eq} = R_{eq} + j X_{eq}$ porque o ramo de excitação foi colocado diretamente em curto pelo curto-circuito do secundário.

Normalmente, a instrumentação utilizada nesse ensaio mede, em módulo, os valores eficazes da tensão aplicada V_{cc} , da corrente de curto-circuito I_{cc} e da potência

P_{cc} . Baseando-se nessas três medidas, a resistência e reatância equivalentes (referidas ao primário) podem ser obtidas a partir de

$$|Z_{eq}| = |Z_{cc}| = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \quad (2.31)$$

$$R_{eq} = R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} \quad (2.32)$$

$$X_{eq} = X_{cc} = \sqrt{|Z_{cc}|^2 - R_{cc}^2} \quad (2.33)$$

onde o símbolo $||$ indica o módulo da grandeza complexa envolvida. A impedância equivalente pode, claro, ser referida de um lado a outro do modo habitual.

Observe que o ensaio de curto-circuito não fornece informação suficiente para determinar as impedâncias de fluxo disperso individuais dos enrolamentos primário e secundário. Nas ocasiões em que se deve usar o circuito equivalente T da Fig. 2.10d, valores aproximados das resistências e reatâncias de dispersão individuais do primário e do secundário podem ser obtidas supondo que $R_1 = R_2 = 0,5R_{eq}$ e $X_{l1} = X_{l2} = 0,5 X_{eq}$, com todas as impedâncias referidas ao mesmo lado. Estritamente falando, é evidente que se pode medir R_1 e R_2 diretamente, realizando uma medida CC de resistência em cada enrolamento (e então referindo uma ou outra ao outro lado do transformador ideal). Entretanto, como já foi discutido, não existe um teste simples como esse para as reatâncias de dispersão X_{l1} e X_{l2} .

Ensaio de circuito aberto O *ensaio de circuito aberto* (ou a vazio) é realizado com o secundário em aberto e uma tensão aplicada ao primário. Sob essas condições, obtém-se uma corrente de excitação de alguns poucos por cento da corrente de plena carga (menor nos grandes transformadores e maior nos pequenos). Normalmente, a tensão nominal é escolhida de modo a assegurar que o núcleo, e por consequência a reatância de magnetização, opere em um nível de fluxo próximo daquele que ocorre em condições normais de operação. Se o transformador for usado com alguma outra tensão, diferente da nominal, então o ensaio deve ser feito com aquela tensão e não com a nominal. Por conveniência, nesse ensaio o lado de baixa tensão é tomado usualmente como sendo o primário. Nesse teste, se o primário escolhido for o enrolamento oposto ao usado no ensaio de curto-circuito, deveremos garantir que as diversas impedâncias medidas sejam referidas a um mesmo lado do transformador, para obter um conjunto autoconsistente de valores de parâmetros.

A Fig. 2.16a mostra o circuito equivalente com a impedância do secundário do transformador referida ao lado do primário e o secundário em aberto. A impedância de circuito aberto Z_{ca} vista no primário sob essas condições é

$$Z_{ca} = R_1 + jX_{l1} + Z_{\varphi} = R_1 + jX_{l1} + \frac{R_c (jX_m)}{R_c + jX_m} \quad (2.34)$$

Como a impedância do ramo de excitação é bem elevada, normalmente a queda de tensão na impedância de dispersão do primário, causada pela corrente de excitação, é desprezível, e a tensão aplicada ao primário \hat{V}_{ca} é quase igual à FEM \hat{E}_{ca} induzida pelo fluxo resultante no núcleo. Do mesmo modo, a perda $I_{ca}^2 R_1$ no primário, causada pela corrente de excitação, é desprezível. Desse modo, a potência de entrada P_{ca} é quase igual à perda no núcleo E_{ca}^2/R_c . Como resultado, é comum ignorar a impedância de

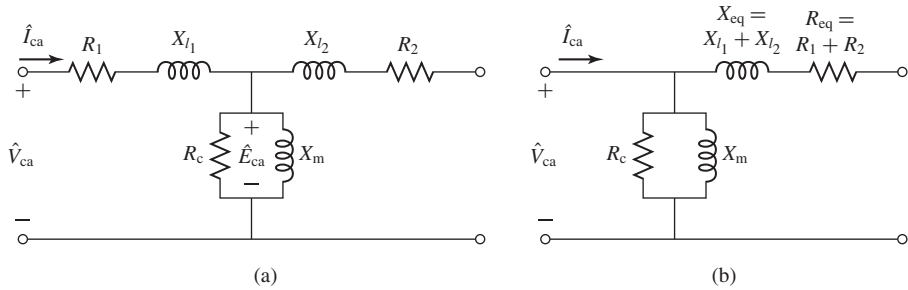


Figura 2.16 Circuito equivalente com o secundário em circuito aberto. (a) Circuito equivalente completo. (b) Circuito equivalente L, com o ramo de excitação no primário do transformador.

dispersão do primário e aproximar a impedância de circuito aberto como sendo igual à impedância de magnetização

$$Z_{ca} \approx Z_{\varphi} = \frac{R_c(jX_m)}{R_c + jX_m} \tag{2.35}$$

Observe que a aproximação feita aqui é equivalente à aproximação feita ao se reduzir o circuito equivalente T ao equivalente L da Fig. 2.16b. A impedância vista na entrada desse circuito equivalente é claramente Z_{φ} porque nenhuma corrente irá circular no secundário em aberto.

Como no ensaio de curto-circuito, a instrumentação típica utilizada nesse ensaio mede os valores eficazes da tensão aplicada V_{ca} , da corrente de circuito aberto I_{ca} e da potência P_{ca} . Desprezando a impedância de dispersão do primário e baseando-se nessas três medidas, a resistência e a reatância de magnetização (referidas ao primário) podem ser obtidas a partir de

$$R_c = \frac{V_{ca}^2}{P_{ca}} \tag{2.36}$$

$$|Z_{\varphi}| = \frac{V_{ca}}{I_{ca}} \tag{2.37}$$

$$X_m = \frac{1}{\sqrt{(1/|Z_{\varphi}|)^2 - (1/R_c)^2}} \tag{2.38}$$

Naturalmente, os valores obtidos são referidos ao lado usado como primário neste ensaio.

O ensaio de circuito aberto pode ser usado para se obter as perdas no núcleo, em cálculos de rendimento, e para se verificar o módulo da corrente de excitação. Algumas vezes, a tensão nos terminais em aberto do secundário é medida para verificar a relação de espiras.

Observe que, se desejado, um cálculo ligeiramente mais exato de X_m e R_c é possível usando-se as medidas de R_1 e X_{l1} , obtidas do ensaio de curto-circuito (referido ao lado adequado do transformador) e baseando a dedução na Eq. 2.34. Entretanto, esse esforço adicional raramente é necessário para os propósitos de exatidão tais como os adotados em engenharia.

Exemplo 2.6

Com os instrumentos aplicados no lado de alta tensão e o lado de baixa tensão em curto-circuito, as leituras do ensaio de curto-circuito com o transformador de 50 kVA e 2400:240 V do Exemplo 2.3 são 48 V, 20,8 A e 617 W. Um ensaio de circuito aberto, com o lado de baixa tensão energizado, fornece as leituras naquele lado de 240 V, 5,41 A e 186 W. Determine o rendimento e a regulação de tensão a plena carga do transformador com um fator de potência de 0,80 atrasado.

Solução

Do ensaio de curto-circuito, os valores da impedância equivalente, da resistência equivalente e da reatância equivalente do transformador (referido ao lado de alta tensão, indicado pelo índice A) são

$$|Z_{\text{eq,A}}| = \frac{48}{20,8} = 2,31 \, \Omega \quad R_{\text{eq,A}} = \frac{617}{20,8^2} = 1,42 \, \Omega$$

$$X_{\text{eq,A}} = \sqrt{2,31^2 - 1,42^2} = 1,82 \, \Omega$$

A operação a plena carga, com um fator de potência de 0,80 atrasado, corresponde a uma corrente de

$$I_A = \frac{50000}{2400} = 20,8 \, \text{A}$$

e uma potência de saída de

$$P_{\text{saída}} = P_{\text{carga}} = (0,8)50000 = 40000 \, \text{W}$$

Observe que o ensaio de curto-circuito foi realizado com a corrente nominal e, conseqüentemente, as perdas I^2R a plena carga serão iguais às do ensaio de curto-circuito. De modo semelhante, o ensaio de circuito aberto foi realizado com a tensão nominal e, portanto, as perdas de plena carga serão iguais às do ensaio de circuito aberto. Como resultado, o valor das perdas totais nessas condições de operação é igual à soma das perdas no enrolamento

$$P_{\text{enrol}} = I_A^2 R_{\text{eq,A}} = 20,8^2 (1,42) = 617 \, \text{W}$$

e das perdas no núcleo determinadas pelo ensaio de circuito aberto

$$P_{\text{núcleo}} = 186 \, \text{W}$$

Assim,

$$P_{\text{perdas}} = P_{\text{enrol}} + P_{\text{núcleo}} = 803 \, \text{W}$$

e a potência de entrada do transformador é

$$P_{\text{entrada}} = P_{\text{saída}} + P_{\text{perdas}} = 40803 \, \text{W}$$

O *rendimento* de um dispositivo conversor de potência é definido como

$$\text{rendimento} = \frac{P_{\text{saída}}}{P_{\text{entrada}}} = \frac{P_{\text{entrada}} - P_{\text{perdas}}}{P_{\text{entrada}}} = 1 - \frac{P_{\text{perdas}}}{P_{\text{entrada}}}$$

que pode ser expresso em percentagem multiplicando-se por 100%. Assim, para essa condição de operação, vem

$$\text{rendimento} = 100\% \left(\frac{P_{\text{saída}}}{P_{\text{entrada}}} \right) = 100\% \left(\frac{40000}{40000 + 803} \right) = 98,0\%$$

A *regulação de tensão* de um transformador é definida como a variação de tensão nos terminais do secundário quando se passa da condição sem carga para carga total. É expressa

normalmente como uma porcentagem da tensão a plena carga. Em aplicações de sistemas de potência, a regulação é uma figura de mérito de um transformador: um valor baixo indica que as variações de carga do secundário no transformador não afetam de forma significativa o valor da tensão fornecida à carga. É calculada supondo que a tensão do primário permanece constante quando a carga é removida do secundário do transformador.

O circuito equivalente da Fig. 2.12c será usado com todas as variáveis referidas ao lado de alta tensão. Supõe-se que a tensão do primário seja ajustada de modo que a tensão dos terminais do secundário tenha o seu valor nominal a plena carga, ou $V_{2A} = 2400$ V. Para uma carga com o valor nominal e fator de potência 0,8 atrasado (correspondendo a um ângulo de fator de potência de $\theta = -\cos^{-1}(0,8) = -36,9^\circ$), a corrente de carga será

$$\hat{I}_A = \left(\frac{50 \times 10^3}{2400} \right) e^{-j36,9^\circ} = 20,8 e^{-j36,9^\circ} = 16,6 - j12,5 \text{ A}$$

O valor necessário de tensão no primário V_{1A} pode ser calculado como

$$\begin{aligned} \hat{V}_{1A} &= \hat{V}_{2A} + \hat{I}_H(R_{\text{eq},A} + jX_{\text{eq},A}) \\ &= 2400 + (16,6 - j12,5)(1,42 + j1,82) \\ &= 2446 e^{j0,29^\circ} \text{ V} \end{aligned}$$

O valor de \hat{V}_{1A} é 2446 V. Se essa tensão fosse mantida constante e a carga removida, a tensão do secundário em circuito aberto se elevaria para 2446V, referida ao lado de alta tensão. Então,

$$\text{Regulação} = \left(\frac{2446 - 2400}{2400} \right) \times 100\% = 1,92\%$$

Problema prático 2.4

Repita o cálculo da regulação de tensão do Exemplo 2.6 com uma carga de 50 kW (carga especificada, fator de potência unitário).

Solução

$$\text{Regulação} = 1,24 \%$$

2.6 Autotransformadores, transformadores de múltiplos enrolamentos

Os princípios discutidos nas seções anteriores foram desenvolvidos tendo como referência específica os transformadores de dois enrolamentos. Aplicam-se também a transformadores com outras configurações de enrolamentos. Nesta seção, aspectos relativos a autotransformadores e transformadores de múltiplos enrolamentos serão examinados.

2.6.1 Autotransformadores

Na Fig. 2.17a, um transformador de dois enrolamentos é mostrado com N_1 e N_2 espiras nos enrolamentos primário e secundário, respectivamente. O mesmo efeito de transformação sobre tensões, correntes e impedâncias pode ser obtido quando esses enrolamentos são conectados como mostrado na Fig. 2.17b. No entanto, observe que

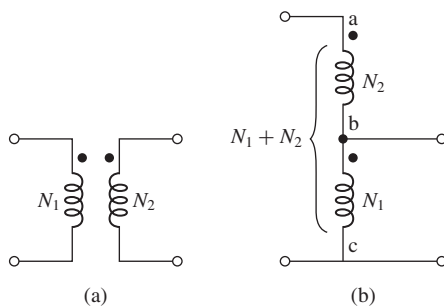


Figura 2.17 (a) Transformador de dois enrolamentos. (b) Conectado como autotransformador.

nessa figura o enrolamento bc é comum a ambos os circuitos do primário e do secundário. Esse tipo de transformador é chamado *autotransformador*. É similar a um transformador normal conectado de forma especial, exceto que os enrolamentos devem ser isolados adequadamente para suportar a tensão de funcionamento.

Uma diferença importante entre o transformador de dois enrolamentos e o autotransformador é que os enrolamentos do transformador de dois enrolamentos estão eletricamente isolados, ao passo que os do autotransformador estão conectados diretamente entre si. Além disso, conectado como autotransformador, o enrolamento ab exige uma isolamento extra, pois deve estar isolado contra a plena tensão máxima do autotransformador. Os autotransformadores têm reatâncias de dispersão menores, perdas mais baixas, menores correntes de excitação e custam menos que os transformadores de dois enrolamentos, desde que as relações de tensões não sejam muito diferentes de 1:1.

O exemplo a seguir ilustra os benefícios de um autotransformador nas situações em que o isolamento elétrico entre os enrolamentos do primário e do secundário não é uma consideração importante.

Exemplo 2.7

O transformador de 2400:240 V e 50 kVA do Exemplo 2.6 é conectado em forma de autotransformador, como mostrado na Fig. 2.18a, na qual ab é o enrolamento de 240 V e bc é o de 2400 V. (Supõe-se que o enrolamento de 240 V tem isolamento suficiente para suportar uma tensão de 2640 V em relação à terra.)

- Calcule as tensões nominais V_A e V_B nos lados de alta e baixa tensão, respectivamente, do autotransformador.
- Calcule a especificação nominal em kVA do autotransformador.
- Dados relativos às perdas são fornecidos no Exemplo 2.6. Calcule o rendimento a plena carga do autotransformador, operando com uma carga nominal cujo fator de potência é 0,80 atrasado.

Solução

- Como o enrolamento bc de 2400 V é conectado ao circuito de baixa tensão, então $V_B = 2400$ V. Quando $V_{bc} = 2400$ V, uma tensão $V_{ab} = 240$ V em fase com V_{bc} será induzida no enrolamento ab (as quedas de tensão causadas pela impedância de dispersão são desprezíveis). Portanto, a tensão do lado de alta tensão é

$$V_A = V_{ab} + V_{bc} = 2640 \text{ V}$$

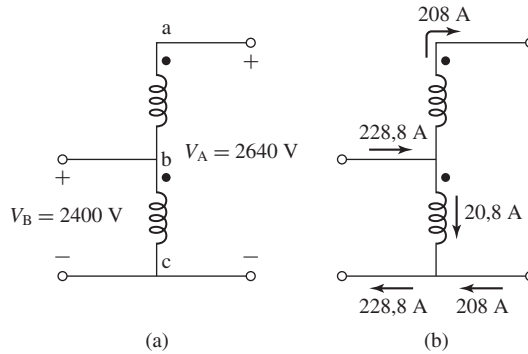


Figura 2.18 (a) Conexão em forma de autotransformador para o Exemplo 2.7. (b) Correntes sob carga nominal.

- b. A partir do valor nominal de 50 kVA, como transformador normal de dois enrolamentos, a corrente nominal do enrolamento de 240 V será $50.000/240 = 208$ A. Como o terminal de alta tensão do autotransformador está conectado ao enrolamento de 240 V, a corrente nominal I_A no lado de alta tensão do autotransformador é igual à corrente nominal do enrolamento de 240 V ou 208 A. Portanto, a especificação em kVA como autotransformador é dada por

$$\frac{V_A I_A}{1000} = \frac{2640 \times 208}{1000} = 550 \text{ kVA}$$

Observe que, nessa configuração de conexão, o autotransformador tem uma relação de espiras equivalente de 2640/2400. Assim, a corrente nominal no enrolamento de baixa tensão (o enrolamento de 2400 V nessa conexão) deve ser

$$I_B = \left(\frac{2640}{2400} \right) 208 \text{ A} = 229 \text{ A}$$

A princípio, isso parece um tanto perturbador porque o enrolamento de 2400 V do transformador tem uma corrente nominal de $50 \text{ kVA}/2400 \text{ V} = 20,8$ A. Mais intrigante é o fato de que esse transformador, cujo valor nominal como transformador normal de dois enrolamentos é 50 kVA, é capaz de lidar com 550 kVA como autotransformador.

O valor mais alto como autotransformador é consequência do fato de que nem todos os 550 kVA devem ser transformados por indução eletromagnética. De fato, tudo que o transformador precisa fazer é impulsionar uma corrente de 208 A através de uma elevação de potencial de 240 V, correspondendo a uma capacidade de transformação de 50 kVA. Esse fato é melhor ilustrado talvez pela Fig. 2.18b que mostra as correntes no autotransformador sob condições nominais. Observe que os enrolamentos conduzem apenas os seus valores nominais de corrente apesar da especificação nominal mais elevada do transformador.

- c. Quando conectado como autotransformador, com as correntes e tensões mostradas na Fig. 2.18, as perdas são as mesmas do Exemplo 2.6, ou seja, 803 W. Entretanto, a saída como autotransformador a plena carga, com um fator de potência de 0,80, é $0,80 \times 550.000 = 440.000 \text{ W}$. O rendimento, portanto, é

$$\left(1 - \frac{803}{440.803} \right) 100\% = 99,82\%$$

O rendimento é tão elevado porque as perdas são as correspondentes a transformar apenas 50 kVA.

Problema prático 2.5

Um transformador de 450 kVA e 460 V:7,97 kV tem um rendimento de 97,8% quando alimenta uma carga nominal com um fator de potência unitário. Se for conectado como um autotransformador de 7,97:8,43 kV, calcule as correntes nominais nos terminais, a potência aparente em kVA e o rendimento quando alimenta uma carga com fator de potência unitário.

Solução

A corrente nominal no terminal de 8,43 kV é 978 A, no de 7,97 kV é 1034 A e a potência aparente nominal é 8,25 MVA. O seu rendimento, quando alimenta uma carga de fator de potência unitário, é 99,88%.

Do Exemplo 2.7, vemos que, quando o transformador é conectado na forma de um autotransformador, como na Fig. 2.17, as tensões nominais do autotransformador podem ser expressas em termos das tensões de um transformador de dois enrolamentos como

Baixa tensão:

$$V_{B_{\text{nominal}}} = V_{1_{\text{nominal}}} \quad (2.39)$$

Alta tensão:

$$V_{A_{\text{nominal}}} = V_{1_{\text{nominal}}} + V_{2_{\text{nominal}}} = \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1} \right) V_{B_{\text{nominal}}} \quad (2.40)$$

A relação de espiras efetiva do autotransformador é assim $(N_1 + N_2)/N_1$. Além disso, a potência nominal do autotransformador é igual a $(N_1 + N_2)/N_2$ vezes a do transformador de dois enrolamentos, embora a potência real manipulada pelo transformador não será superior à de um transformador padrão de dois enrolamentos.

2.6.2 Transformadores de múltiplos enrolamentos

Transformadores com três ou mais enrolamentos, conhecidos como *transformadores de múltiplos enrolamentos* ou *de múltiplos circuitos*, são usados muitas vezes para interconectar três ou mais circuitos que podem ter tensões diferentes. Para esses propósitos, um transformador de múltiplos enrolamentos custa menos e é mais eficiente do que um número equivalente de transformadores de dois enrolamentos. Transformadores com um primário e múltiplos secundários são encontrados frequentemente em fontes de alimentação CC de saídas múltiplas para aplicações em eletrônica. Os transformadores de distribuição, usados no fornecimento de energia elétrica para uso doméstico, têm em geral dois secundários de 120 V conectados em série.* Circuitos de iluminação e aplicações de baixa potência são conectados aos enrolamentos de 120 V, ao passo que fogões elétricos, aquecedores de água, secadores de roupa e outras cargas de potências elevadas são abastecidos com uma tensão de 240 V obtida dos secundários conectados em série.

Do mesmo modo, um grande sistema de distribuição pode ser alimentado através de um banco trifásico de transformadores de múltiplos enrolamentos a partir de

* N. de T.: O autor refere-se aos Estados Unidos.

dois ou mais sistemas de transmissão de tensões diferentes. Além disso, os bancos de transformadores trifásicos usados para interligar dois sistemas de transmissão de tensões diferentes têm frequentemente um terceiro (ou terciário) conjunto de enrolamentos para fornecer tensão para fins auxiliares em subestações ou para alimentar um sistema de distribuição local. Capacitores estáticos ou condensadores síncronos podem ser conectados aos enrolamentos terciários para corrigir o fator de potência ou regular a tensão. Algumas vezes, enrolamentos terciários conectados em Δ são colocados em bancos trifásicos para fornecer um caminho de baixa impedância para as componentes de terceira harmônica da corrente de excitação, de modo a reduzir as componentes de terceira harmônica da tensão do neutro.

Algumas das questões que surgem no uso de transformadores de enrolamentos múltiplos estão associadas aos efeitos das impedâncias de dispersão sobre a regulação de tensão, as correntes de curto-circuito e a divisão de carga entre circuitos. Esses problemas podem ser resolvidos por uma técnica de circuito equivalente similar à usada no tratamento de transformadores de dois circuitos.

Os circuitos equivalentes de transformadores de enrolamentos múltiplos são mais complicados do que os de dois enrolamentos, porque devem levar em conta as impedâncias de dispersão associadas a cada par de enrolamentos. Normalmente, nesses circuitos equivalentes, todas as grandezas são referidas a uma base comum, seja usando as relações de espiras adequadas para referir os enrolamentos, seja expressando todas as grandezas no chamado sistema por unidade. Desprezar a corrente de excitação é habitual.

2.7 Transformadores em circuitos trifásicos

Três transformadores monofásicos podem ser conectados para formar um *banco trifásico de transformadores*. Isso pode ser feito utilizando qualquer uma das quatro maneiras mostradas na Fig. 2.19.* Nas quatro subfiguras, os enrolamentos da esquerda são os primários e os da direita, os secundários. Além disso, qualquer enrolamento primário em um transformador corresponde ao respectivo enrolamento secundário desenhado em paralelo. Também estão mostradas as tensões e correntes que resultam da aplicação equilibrada ao primário de tensões de linha V e correntes de linha I . Supõe-se que a relação de espiras entre primário e secundário seja dada por $N_1/N_2 = a$ e que o transformador seja ideal.⁵ Observe que as tensões e correntes nominais do primário e do secundário do banco trifásico de transformadores dependem da conexão utilizada, mas que o valor nominal em kVA do banco trifásico é três vezes o dos transformadores monofásicos individuais, independentemente do tipo de conexão.

A conexão Y- Δ (ou estrela-triângulo) em geral é utilizada no abaixamento de uma tensão alta para uma tensão média ou baixa. Uma razão para isso é que assim pode-se dispor de um neutro para aterramento no lado de alta tensão, um procedimento que pode

* N. de T.: Na configuração Y de um transformador trifásico, há três terminais denominados terminais de linha e um central comum denominado terminal neutro. A tensão entre um terminal de linha e o neutro é denominada tensão de fase (ou, às vezes, linha-neutro). A tensão entre dois terminais de linha é denominada tensão de linha (ou, às vezes, linha-linha).

⁵ As relações entre as grandezas trifásicas e monofásicas são discutidas no Apêndice A.

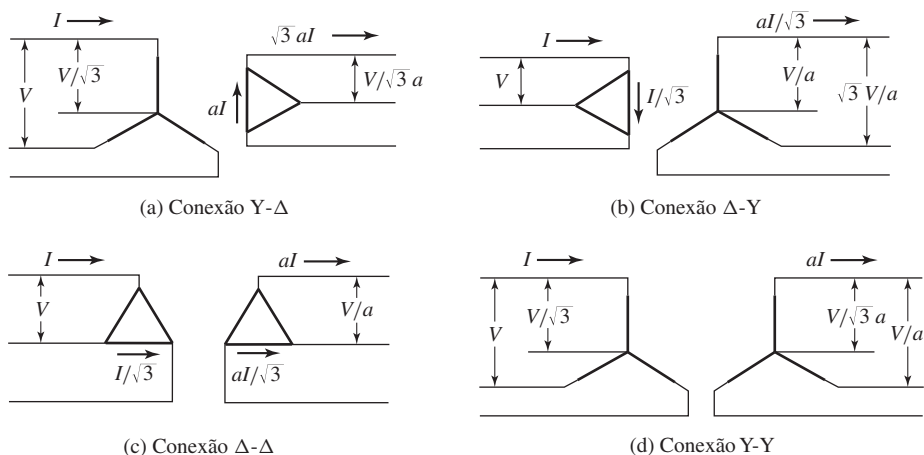


Figura 2.19 Conexões trifásicas comuns de transformadores; os enrolamentos do transformador são indicados pelas linhas cheias.

se mostrar desejável em muitos casos. Ao contrário, a conexão Δ-Y (ou triângulo-estrela) costuma ser utilizada na elevação para uma tensão alta. A conexão Δ-Δ (ou triângulo-triângulo) tem a vantagem de que um transformador pode ser removido para conserto ou manutenção enquanto os dois restantes continuam funcionando como um banco trifásico, com o valor nominal reduzido a 58% do valor do banco original. É conhecida como conexão *V* ou *delta aberto*. A conexão Y-Y (estrela-estrela) é raramente utilizada devido a dificuldades oriundas de fenômenos associados à corrente de excitação.⁶

Em vez de três transformadores monofásicos, um banco trifásico pode consistir em um *transformador trifásico* tendo os seis enrolamentos em um núcleo comum de pernas múltiplas e contido em um único tanque. Os transformadores trifásicos são mais vantajosos que as conexões com três transformadores monofásicos pois eles custam menos, pesam menos, requerem menos espaço e têm um rendimento um pouco maior. Uma foto das partes internas de um transformador trifásico de grande porte é mostrada na Fig. 2.20.

Os cálculos de circuitos que envolvem bancos trifásicos de transformadores em condições equilibradas podem ser feitos usando apenas um dos transformadores ou fases e verificando que as condições são as mesmas nas duas outras fases, exceto pelas defasagens de um sistema trifásico. Em geral, é conveniente realizar os cálculos com base em uma única fase (por fase Y ou linha-neutro), porque então as impedâncias dos transformadores podem ser somadas diretamente em série com as impedâncias da linha de transmissão. As impedâncias das linhas de transmissão podem ser referidas (ou refletidas) de um lado a outro do banco de transformadores, usando o quadrado da relação ideal de tensões de linha do banco. Ao lidar com bancos Y-Δ ou Δ-Y, todas as grandezas podem ser referidas ao lado conectado em Y. Ao lidar com bancos Δ-Δ em série com linhas de transmissão, convém substituir as impedâncias conectadas em Δ do transformador por impedâncias equivalentes conectadas em Y.

⁶ Como não há conexão de neutro para conduzir as harmônicas da corrente de excitação, tensões de harmônicas são produzidas distorcendo de modo significativo as tensões do transformador.

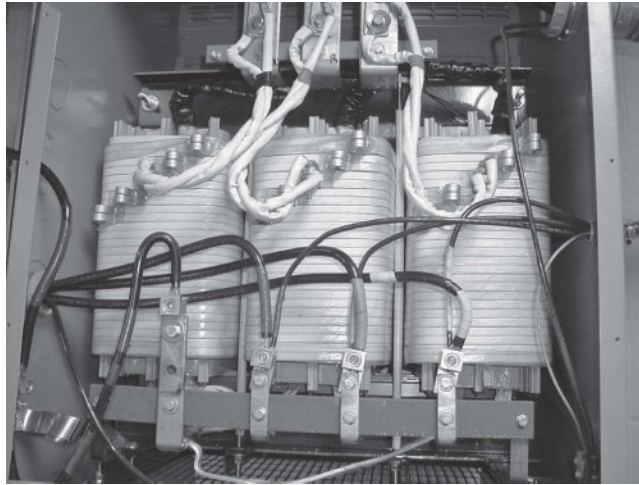


Figura 2.20 Vista interna de um transformador trifásico 480V-Y/208V-Δ.

Pode-se mostrar que um circuito equilibrado conectado em Δ com $Z_{\Delta} \Omega/\text{fase}$ será equivalente a um circuito equilibrado conectado em Y com $Z_Y \Omega/\text{fase}$ se tivermos

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_{\Delta} \quad (2.41)$$

Exemplo 2.8

Três transformadores monofásicos de 50 kVA e 2400:240 V, idênticos ao do Exemplo 2.6, são conectados em Y-Δ em um banco trifásico de 150 kVA para baixar a tensão no lado da carga de um alimentador cuja impedância é $0,15 + j1,00 \Omega/\text{fase}$. A tensão no terminal de envio do alimentador é 4160 V de linha. No lado dos secundários, os transformadores suprem uma carga trifásica equilibrada através de um outro alimentador cuja impedância é $0,0005 + j0,0020 \Omega/\text{fase}$. Encontre a tensão de linha na carga quando esta consome a corrente nominal dos transformadores com um fator de potência de 0,80 atrasado.

Solução

Para a conexão dada, a tensão de linha nominal nos terminais de alta tensão do banco de transformadores trifásicos será $\sqrt{3} 2400 \approx 4160$ V. Assim, o banco de transformadores terá uma relação de espiras nominal de 4160/240. Os cálculos podem ser feitos com base em uma única fase referindo tudo ao lado de alta tensão, conectado em Y, do banco de transformadores. A tensão no terminal de envio do alimentador é equivalente a uma fonte de tensão V_s de

$$V_s = \frac{4160}{\sqrt{3}} \approx 2400 \text{ V tensão de fase}$$

Da especificação do transformador, a corrente nominal no lado de alta tensão é 20,8 A/fase Y. A impedância de baixa tensão do alimentador, referida ao lado de alta tensão por meio do quadrado da relação nominal de espiras, é

$$Z_{bt,A} = \left(\frac{4160}{240} \right)^2 (0,0005 + j0,0020) = 0,15 + j0,60 \Omega$$

e a impedância combinada em série dos alimentadores de alta e baixa tensões, referida ao lado de alta tensão, é assim

$$Z_{\text{alimentador,A}} = 0,30 + j1,60 \Omega/\text{fase Y}$$

Como o banco de transformadores no seu lado de alta tensão está conectado em Y, sua impedância equivalente em série monofásica é igual à impedância em série monofásica de cada transformador monofásico, quando referida ao seu lado de alta tensão. Essa impedância foi originalmente calculada no Exemplo 2.4 como

$$Z_{\text{eq,A}} = 1,42 + j1,82 \Omega/\text{fase Y}$$

Devido à escolha dos valores selecionados para esse exemplo, o circuito equivalente monofásico do sistema completo é idêntico ao do Exemplo 2.5, como pode ser visto de forma específica na Fig. 2.14a. De fato, a solução com base em uma fase por vez é exatamente a mesma do Exemplo 2.5, de onde a tensão de carga referida ao lado de alta tensão é 2329 V em relação ao neutro. A tensão de fase real de carga pode ser calculada referindo esse valor ao lado de baixa tensão do banco de transformadores como

$$V_{\text{carga}} = 2329 \left(\frac{240}{4160} \right) = 134 \text{ V, tensão de linha}$$

que pode ser expresso como uma tensão de linha multiplicando por $\sqrt{3}$

$$V_{\text{carga}} = 134\sqrt{3} = 233 \text{ V, tensão de linha}$$

Observe que essa tensão de linha é igual à tensão de fase da carga calculada no Exemplo 2.5 porque nesse caso os transformadores estão ligados em delta nos seus lados de baixa tensão e, assim, a tensão de linha nos seus lados de baixa tensão é igual à tensão nos terminais de baixa tensão dos transformadores.

Problema prático 2.6

Repita o Exemplo 2.8 com os transformadores conectados em Y-Y e com todos os demais aspectos da proposição do problema permanecendo os mesmos.

Solução

405 V, tensão de linha

Exemplo 2.9

Os três transformadores do Exemplo 2.8 são reconectados em configuração Δ - Δ e recebem potência elétrica através de um alimentador trifásico de 2400 V (de linha) cuja reatância é $0,80 \Omega/\text{fase}$. Como mostrado na Fig. 2.21, no terminal de envio, o alimentador é conectado aos terminais do secundário de um transformador trifásico conectado em Y- Δ cuja especificação é 500 kVA, 24 kV:2400 V (de linha). A impedância em série equivalente do transformador de envio é $0,17 + j0,92 \Omega/\text{fase}$ referida ao lado de 2400 V. A tensão aplicada aos terminais do primário do transformador de envio é 24,0 kV de linha.

Um curto-circuito trifásico ocorre nos terminais de 240 V dos transformadores no lado de recepção do alimentador. Calcule a corrente de curto-circuito em regime permanente nas linhas de fase de 2400 V do alimentador, nos enrolamentos do primário e do secundário dos transformadores do lado de recepção, e nos terminais de 240 V.

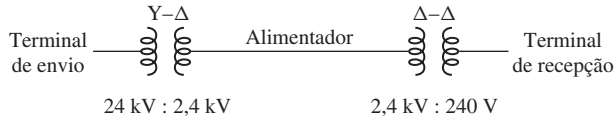


Figura 2.21 Diagrama unifilar do Exemplo 2.9.

Solução

Os cálculos serão feitos com base em um equivalente por fase (linha-neutro) com todas as grandezas referidas ao alimentador de 2400 V. A tensão da fonte é então

$$\frac{2400}{\sqrt{3}} = 1385 \text{ V tensão de fase}$$

Da Eq. 2.41, a impedância em série equivalente monofásica do transformador em Δ-Δ, vista no seu lado de 2400 V, é

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = \frac{1,42 + j1,82}{3} = 0,47 + j0,61 \Omega/\text{fase}$$

Então, a impedância em série total no curto-circuito é a soma dessa impedância mais a do transformador do lado de envio e a reatância do alimentador

$$Z_{tot} = (0,47 + j0,61) + (0,17 + j0,92) + j0,80 = 0,64 + j2,33 \Omega/\text{fase}$$

que tem um valor de

$$|Z_{tot}| = 2,42 \Omega/\text{fase}$$

O valor da corrente de fase no alimentador de 2400 V pode agora ser calculado simplesmente como a tensão de fase dividida pela impedância em série

$$\text{Corrente nos enrolamentos de 2400 V} = \frac{1385}{2,42} = 572 \text{ A}$$

e, como mostrado na Fig. 2.19c, a corrente no enrolamento de 2400 V do transformador no lado de recepção é igual à corrente de fase dividida por $\sqrt{3}$ ou

$$\text{Corrente nos enrolamentos de 240 V} = \frac{572}{\sqrt{3}} = 330 \text{ A}$$

ao passo que a corrente nos enrolamentos de 240 V é 10 vezes esse valor

$$\text{Corrente nos enrolamentos de 240 V} = 10 \times 330 = 3300 \text{ A}$$

Por fim, referindo-se à Fig. 2.19c, a corrente de fase nos terminais de 240 V em curto-circuito é dada por

$$\text{Corrente nos terminais de 240 V} = 3300\sqrt{3} = 5720 \text{ A}$$

Naturalmente, observe que esse mesmo resultado poderia ter sido calculado apenas lembrando que a relação de espiras do banco de transformadores em Δ-Δ é igual a 10:1 e, portanto, em condições de equilíbrio trifásico, a corrente de fase no lado de baixa tensão será 10 vezes a do lado de alta tensão.

Problema prático 2.7

Repita o Exemplo 2.9 com a condição de que os três transformadores sejam conectados em Δ-Y, em vez de Δ-Δ, de modo que o lado de baixa tensão do transformador trifásico tenha 416 V de linha.

Solução

Corrente no alimentador de 2400 V = 572 A

Corrente nos enrolamentos de 2400 V = 330 A

Corrente nos enrolamentos de 416 V = 3300 A

Corrente nos terminais de 416 V = 3300 A

2.8 Transformadores de tensão e corrente

Os transformadores são usados frequentemente em aplicações de instrumentação para compatibilizar os valores das tensões e correntes com as faixas de operação de um medidor ou de algum outro instrumento. Por exemplo, a maioria da instrumentação para sistemas de potência de 60 Hz baseia-se em tensões na faixa de 0-120 V eficazes e correntes na faixa de 0-5 A eficazes. Como as tensões dos sistemas de potência alcançam 765 kV de linha e as correntes podem alcançar dezenas de kA, é necessário algum método para fornecer aos instrumentos uma representação exata e em níveis baixos desses sinais.

Uma técnica comum utiliza transformadores especializados, conhecidos como *transformadores de potencial* ou *TPs* e *transformadores de corrente* ou *TCs*. Se construído com uma relação de espiras de $N_1:N_2$, um transformador ideal de potencial teria uma tensão de secundário igual ao valor de N_2/N_1 vezes a do primário e de mesma fase. Do mesmo modo, um transformador ideal de corrente teria uma corrente de saída no secundário igual a N_1/N_2 vezes a corrente de entrada do primário e novamente de mesma fase. Em outras palavras, os transformadores de potencial e de corrente (também referidos como *transformadores de instrumentação*) são projetados para, na prática, funcionarem tão próximo quanto possível dos transformadores ideais.

O circuito equivalente da Fig. 2.22 mostra um transformador carregado com uma impedância $Z_b = R_b + j X_b$ em seu secundário. Para as finalidades desta discussão, a resistência de perdas no núcleo R_c foi desprezada. Se desejado, a análise apresentada aqui pode ser estendida facilmente para incluir esses efeitos. Seguindo a terminologia convencional, a carga de um transformador de instrumentação muitas vezes é referida como *burden** do transformador, daí vem o índice "b" na equação de impedância acima. Para simplificar a nossa discussão, optamos por referir todas as grandezas do secundário ao lado primário do transformador.

Considere primeiro um transformador de potencial. Idealmente, deve medir com exatidão a tensão, e ao mesmo tempo, comportar-se como um circuito aberto para o sistema que está sendo medido, isto é, consumindo corrente e potência desprezíveis. Assim, sua impedância de carga deve ser "elevada" no sentido em que será quantificada agora.

Primeiro, vamos supor que o secundário do transformador esteja em circuito aberto ($|Z_b| = \infty$). Nesse caso, podemos escrever que

$$\frac{\hat{V}_2}{\hat{V}_1} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right) \frac{j X_m}{R_1 + j(X_1 + X_m)} \quad (2.42)$$

* N. de T.: Expressão pela qual essa carga especial, costuma ser conhecida. Em inglês, significa fardo ou carga (especialmente pesados).

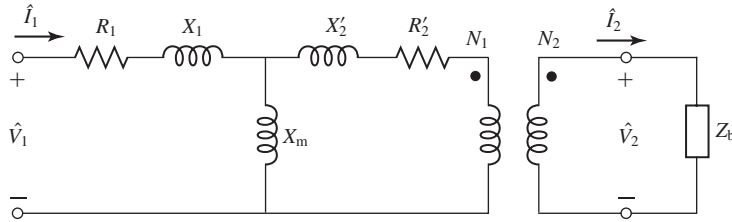


Figura 2.22 Circuito equivalente de um transformador de instrumentação.

Dessa equação, vemos que um transformador de potencial com um secundário em aberto tem um erro inerente (em valor e fase) devido à queda de tensão produzida pela corrente de magnetização na resistência de primário e na reatância de dispersão. Se for possível fazer a resistência de primário e a reatância de dispersão serem baixas em comparação à reatância de magnetização, então poderemos diminuir muito esse erro inerente.

A situação é prejudicada na presença de uma carga (*burden*) finita. Incluindo o efeito da impedância dessa carga, a Eq. 2.42 torna-se

$$\frac{\hat{V}_2}{\hat{V}_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \frac{Z_{eq} Z'_b}{(R_1 + jX_1)(Z_{eq} + Z'_b + R'_2 + jX'_2)} \tag{2.43}$$

onde

$$Z_{eq} = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_m + X_1)} \tag{2.44}$$

e

$$Z'_b = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_b \tag{2.45}$$

é a impedância da carga (*burden*) referida ao primário do transformador.

Dessas equações, pode-se ver que as características para se ter exatidão em um transformador de potencial incluem uma reatância de magnetização elevada (mais exatamente, uma impedância de magnetização alta já que os efeitos das perdas no núcleo, embora desprezados na análise apresentada aqui, também devem ser minimizados), assim como resistências de enrolamento e reatâncias de dispersão relativamente baixas. Por fim, como se verá no Exemplo 2.10, a impedância de carga (*burden*) deve ser mantida acima de um valor mínimo para evitar que erros excessivos sejam introduzidos no valor da tensão medida e no seu ângulo de fase.

Exemplo 2.10

Um transformador de potencial com uma relação de 2400:120 V e 60 Hz tem os seguintes parâmetros (referidos ao enrolamento de 2400 V):

$$\begin{aligned} X_1 &= 143 \, \Omega & X'_2 &= 164 \, \Omega & X_m &= 163 \, \text{k}\Omega \\ R_1 &= 128 \, \Omega & R'_2 &= 141 \, \Omega \end{aligned}$$

(a) Supondo uma entrada de 2400 V, que idealmente deve produzir uma tensão de 120 V no enrolamento de baixa tensão, calcule os erros de módulo e de ângulo de fase da tensão do secundário se o enrolamento do secundário for posto em circuito aberto. (b) Supondo que a impedância de carga seja puramente resistiva ($Z_b = R_b$), calcule a resistência mínima (carga máxima) que pode ser aplicada ao secundário de modo que o erro no valor da tensão seja inferior a 0,5%. (c) Repita a parte (b) mas encontre a resistência mínima de modo que o erro de ângulo de fase seja inferior a 1,0 grau.

Solução

- a. Esse problema é resolvido mais facilmente usando MATLAB.⁷ Da Eq. 2.42 sendo $\hat{V}_1 = 2400$ V, o seguinte *script* de MATLAB fornece

$$\hat{V}_2 = 119,90 \angle 0,045^\circ \text{ V}$$

que corresponde a um erro de valor inferior a 0,1% e a um erro de ângulo de fase de 0,045°.

O *script* de MATLAB é:

```
clc
clear

%Parâmetros TP
R1 = 128;
X1 = 143;
Xm = 163e3;
N1 = 2400;
N2 = 120;
N = N1/N2;

%Tensão de primário
V1 = 2400;

%Tensão de secundário
V2 = V1*(N2/N1)*(j*Xm/(R1+ j*(X1+Xm)));
magV2 = abs(V2);
phaseV2 = 180*angle(V2)/pi;

fprintf('\nValor de V2 = %g [V]', magV2)
fprintf('\n e ângulo = %g [graus]\n\n', phaseV2)
```

- b. Aqui, mais uma vez, é relativamente imediato escrever um *script* de MATLAB capaz de implementar a Eq. 2.43 e calcular o erro percentual do valor da tensão \hat{V}_2 , quando comparada com a tensão de 120 V que deveria ser medida se o TP fosse ideal. A resistência de carga R_b pode ser inicializada com um valor elevado e então reduzida até que o erro no valor da tensão alcance 0,5%. O resultado de tal análise mostraria que a resistência mínima é 162,5 Ω , correspondendo a um erro de 0,50% no valor da tensão e de 0,22° no ângulo de fase. (Observe que isso aparece como uma resistência de 65 k Ω , quando referida ao primário.)
- c. O *script* de MATLAB da parte (b) pode ser modificado para obter a carga resistiva mínima que tornará o erro de ângulo de fase inferior a 1,0 grau. O resultado mostraria que a resistência mínima é 41,4 Ω , correspondendo a um ângulo de fase de 1,00° e um erro no valor da tensão de 1,70%.

⁷ MATLAB é uma marca registrada da The MathWorks, Inc.

Problema prático 2.8

Usando MATLAB, repita as partes (b) e (c) do Exemplo 2.10, supondo que a impedância de carga seja puramente reativa ($Z_b = j X_b$) e encontrando a impedância mínima correspondente X_b em cada caso.

Solução

A reatância de carga mínima que resulta em uma tensão de secundário, dentro de 0,5% do valor esperado de 120 V, é $X_b = 185,4 \Omega$, do qual resulta um ângulo de fase de $0,25^\circ$. A reatância de carga mínima que corresponde a um ângulo de fase na tensão de secundário, dentro de $1,0^\circ$ do ângulo de fase da tensão do primário, é $X_b = 39,5 \Omega$, e para a qual o erro no valor de tensão é 2,0%.

A seguir, considere um transformador de corrente. Um transformador de corrente ideal deve medir com exatidão a corrente, ao mesmo tempo em que aparece como um curto-circuito para o sistema que está sendo medido, isto é, desenvolvendo uma queda de tensão desprezível e consumindo uma potência também desprezível. Assim, sua impedância de carga deve ser “baixa” no sentido em que iremos quantificar agora.

Vamos começar supondo que o secundário do transformador esteja em curto-circuito ($|Z_b| = 0$). Nesse caso, podemos escrever que

$$\frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \frac{jX_m}{R'_2 + j(X'_2 + X_m)} \tag{2.46}$$

Com base em um argumento similar ao usado na discussão do transformador de potencial, a Eq. 2.46 mostra que em um transformador de corrente com um secundário em curto-circuito há um erro inerente (em valor e fase) devido ao fato de que parte da corrente de primário é desviada para a reatância de magnetização e não alcança o secundário. Se for possível fazer a reatância de magnetização ser elevada em relação à resistência de secundário e à reatância de dispersão, então esse erro poderá diminuir muito.

Uma carga finita (*burden*) aparecerá em série com a impedância do secundário e aumentará o erro. Incluindo o efeito da impedância de carga, a Eq. 2.46 torna-se

$$\frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \frac{jX_m}{Z'_b + R'_2 + j(X'_2 + X_m)} \tag{2.47}$$

Dessas equações, pode-se ver que, para ter exatidão em um transformador de corrente, ele deve ter uma impedância de magnetização elevada e resistências de enrolamento e reatâncias de dispersão relativamente baixas. Além disso, como vimos no Exemplo 2.11, a impedância de carga de um transformador de corrente deve ser mantida abaixo de um valor máximo para evitar que erros adicionais excessivos sejam introduzidos no valor da corrente medida e no seu ângulo de fase.

Exemplo 2.11

Um transformador de corrente com uma relação de 800:5 A e 60 Hz tem os seguintes parâmetros (referidos ao enrolamento de 800 A):

$$X_1 = 44,8 \mu\Omega \quad X_2' = 54,3 \mu\Omega \quad X_m = 17,7 \text{ m}\Omega$$

$$R_1 = 10,3 \mu\Omega \quad R_2' = 9,6 \mu\Omega$$

Supondo que o enrolamento de corrente elevada esteja conduzindo uma corrente de 800 A, calcule o valor da corrente e da fase relativa no enrolamento de corrente baixa se a impedância de carga for puramente resistiva com $R_b = 2,5 \Omega$.

Solução

A corrente no secundário pode ser obtida a partir da Eq. 2.47 fazendo $\hat{I}_1 = 800 \text{ A}$ e $R_b' = (N_1/N_2)^2 R_b = 0,097 \text{ m}\Omega$. O seguinte *script* de MATLAB fornece

$$\hat{I}_2 = 4,98 \angle 0,346^\circ \text{ A}$$

O *script* de MATLAB é:

```

clc
clear

%Parâmetros TC
R_2p = 9.6e-6;
X_2p = 54.3e-6;
X_m = 17.7e-3;

N_1 = 5;
N_2 = 800;
N = N_1/N_2;

%Impedância de carga
R_b = 2.5;
X_b = 0;
Z_bp = N^2*(R_b + j * X_b);

%Corrente de primário
I1 = 800;

%Corrente de secundário
I2 = I1*N*j*X_m/(Z_bp + R_2p + j*(X_2p + X_m));

magI2 = abs(I2);
phaseI2 = 180*angle(I2)/pi;

fprintf('\nValor da corrente de secundário = %g [A] ',magI2)
fprintf('\n e ângulo de fase = %g [graus]\n$',phaseI2)

```

Problema prático 2.9

Para o transformador de corrente do Exemplo 2.11, encontre a impedância máxima de carga puramente reativa ($Z_b = j X_b$), tal que, para 800 A circulando no primário do transformador, a corrente de secundário seja superior a 4,95 A (haverá no máximo um erro de 1,0% no valor da corrente).

Solução

X_b deve ser inferior a $3,19 \Omega$.

2.9 O sistema por unidade

Os sistemas elétricos de potência consistem geralmente na interconexão de um grande número de geradores, transformadores, linhas de transmissão e cargas (das quais uma grande fração consiste em motores elétricos). As características desses componentes podem variar dentro de uma faixa muito ampla, com as tensões indo de centenas de volts a centenas de quilovolts e as potências nominais indo de quilowatts a centenas de megawatts. As análises de sistemas de potência e mesmo as análises de componentes individuais de sistemas de potência muitas vezes são executadas na forma conhecida como *por unidade*, isto é, com todas as grandezas pertinentes expressas como frações decimais dos assim denominados *valores de base* adequadamente escolhidos. A seguir, todos os cálculos rotineiros são executados utilizando esses valores por unidade, no lugar dos familiares volts, ampères, ohms e assim por diante.

Há uma série de vantagens nesse sistema. Uma é que, quando expressos no sistema por unidade com base em seus valores nominais, os valores dos parâmetros das máquinas e dos transformadores ocorrem em geral dentro de um intervalo numérico razoavelmente estreito. Isso permite fazer um teste rápido de razoabilidade dos valores dos parâmetros e também obter estimativas aproximadas desses valores que, de outra forma, não estariam disponíveis. Uma segunda vantagem é que, quando os parâmetros do circuito equivalente do transformador são convertidos para seus valores por unidade, a relação de espiras do transformador ideal torna-se 1:1 e, assim, o transformador ideal pode ser eliminado do circuito equivalente. Isso simplifica muito a análise já que elimina a necessidade de referir as impedâncias para um lado ou outro dos transformadores.

Grandezas como tensão V , corrente I , potência P , potência reativa Q , potência aparente VA , resistência R , reatância X , impedância Z , condutância G , susceptância B e admitância Y podem ser transformadas da e para a forma por unidade como segue:

$$\text{Grandeza por unidade} = \frac{\text{Grandeza real}}{\text{Valor de base da grandeza}} \quad (2.48)$$

onde “Grandeza real” refere-se ao valor em volts, ampères, ohms e assim por diante. Até certo ponto, os valores de base podem ser escolhidos arbitrariamente, mas certas relações entre eles devem ser observadas para que as leis elétricas normais sejam verdadeiras no sistema por unidade. Assim, em um sistema monofásico, a potência de base (potências total, ativa e reativa) relaciona-se com a tensão de base e corrente de base segundo

$$VA_{\text{base}} (P_{\text{base}}, Q_{\text{base}}) = V_{\text{base}} \times I_{\text{base}} \quad (2.49)$$

e a impedância de base (complexa, ativa e reativa) relaciona-se com a tensão de base e corrente de base segundo

$$Z_{\text{base}} (R_{\text{base}}, X_{\text{base}}) = \frac{V_{\text{base}}}{I_{\text{base}}} \quad (2.50)$$

O resultado líquido é que *apenas duas grandezas independentes de base podem ser escolhidas arbitrariamente*. As demais são determinadas usando as relações dadas pelas Eqs. 2.49 e 2.50. Em aplicações comuns, os valores de $V_{A_{base}}$ e V_{base} são escolhidos primeiro e então os valores de I_{base} e de todas as demais grandezas das Eqs. 2.49 e 2.50 são estabelecidos de forma única.

O valor de $V_{A_{base}}$ deve ser o mesmo em todo o sistema que está sendo analisado. Isso pode ser visto no circuito equivalente da Fig. 2.10c. Se as tensões de base do primário e do secundário forem escolhidas com a mesma razão que a relação de espiras do transformador ideal, então o transformador ideal por unidade terá uma relação de espiras unitária e, portanto, poderá ser eliminado. Em geral as tensões nominais dos respectivos lados são escolhidas como valores de base. Mesmo que, como vimos, os parâmetros do circuito equivalente do transformador variem segundo o quadrado da relação de espiras, quando são refletidos de um lado a outro do transformador, as impedâncias por unidade serão as mesmas independentemente do lado do transformador que é escolhido para iniciar os cálculos. Isso é coerente com a relação de espiras por unidade do transformador ideal, ocorrendo automaticamente quando são usadas as Eqs. 2.49 e 2.50 para determinar os valores por unidade.

Se essas regras forem seguidas, o procedimento para realizar análises utilizando o sistema por unidade pode ser resumido como segue:

1. Escolha uma base VA e uma tensão de base em algum ponto do sistema.
2. Converta todas as grandezas para o sistema por unidade na base VA escolhida, usando uma base de tensão que se transforme de acordo com a relação de espiras dos transformadores encontrados à medida que se percorre todo o sistema.
3. Realize uma análise elétrica padrão no circuito elétrico resultante com todas as grandezas no sistema por unidade.
4. Quando a análise estiver completa, todas as grandezas podem ser convertidas de volta às unidades reais (por exemplo, volts, ampères, watts, etc.) multiplicando seus valores por unidade pelos valores de base correspondentes.

Quando apenas um dispositivo elétrico está envolvido, como um transformador, o próprio valor nominal do dispositivo em volts-ampères costuma ser usado como base. Quando seus parâmetros são expressos no sistema por unidade, baseando-se em seus valores nominais, as características dos transformadores de força e de distribuição não variam muito dentro de uma faixa ampla de valores. Por exemplo, normalmente a corrente de excitação está entre 0,02 e 0,06 por unidade (2 a 6% da corrente nominal) ou menos nos transformadores de grande porte, a resistência equivalente está entre 0,005 e 0,02 por unidade (os valores menores aplicam-se a grandes transformadores), e a reatância equivalente está em geral entre 0,05 e 0,10 por unidade (os valores maiores aplicam-se a grandes transformadores de alta tensão, como é necessário para limitar as correntes de curto-circuito). Do mesmo modo, os valores por unidade dos parâmetros das máquinas síncronas e de indução caem dentro de um intervalo relativamente estreito. A razão disso é que a física por detrás de cada tipo desses dispositivos é a mesma e, em um sentido não aprofundado, eles podem simplesmente ser considerados versões em escalas diferentes do mesmo dispositivo básico. Como resultado, quando normalizados a suas próprias especificações nominais, o efeito de escala é eliminado e o resultado é um conjunto de valores, por unidade, que é muito semelhante em todo o intervalo de tamanhos daquele dispositivo.

Muitas vezes, os fabricantes fornecem os parâmetros de um dispositivo utilizando o sistema por unidade e baseando-se no próprio dispositivo. Entretanto, quando diversos dispositivos estiverem envolvidos, deve-se fazer, normalmente, uma escolha arbitrária de potência em volts-ampères passando a usar esse valor em todo o sistema. Como resultado, ao realizar uma análise do sistema, pode ser necessário transformar os parâmetros por unidade fornecidos pelo fabricante nos valores por unidade correspondentes à base escolhida para a análise. As seguintes relações podem ser utilizadas para converter valores por unidade (pu) de uma base para outra:

$$(P, Q, VA)_{\text{pu na base 2}} = (P, Q, VA)_{\text{pu na base 1}} \left[\frac{VA_{\text{base 1}}}{VA_{\text{base 2}}} \right] \quad (2.51)$$

$$(R, X, Z)_{\text{pu na base 2}} = (R, X, Z)_{\text{pu na base 1}} \left[\frac{(V_{\text{base 1}})^2 VA_{\text{base 2}}}{(V_{\text{base 2}})^2 VA_{\text{base 1}}} \right] \quad (2.52)$$

$$V_{\text{pu na base 2}} = V_{\text{pu na base 1}} \left[\frac{V_{\text{base 1}}}{V_{\text{base 2}}} \right] \quad (2.53)$$

$$I_{\text{pu na base 2}} = I_{\text{pu na base 1}} \left[\frac{V_{\text{base 2}} VA_{\text{base 1}}}{V_{\text{base 1}} VA_{\text{base 2}}} \right] \quad (2.54)$$

Exemplo 2.12

O circuito equivalente de um transformador de 100 MVA e 7,97 kV:79,7 kV está mostrado na Fig. 2.22a. Os parâmetros do circuito equivalente são:

$$X_B = 0,040 \, \Omega \quad X_A = 3,75 \, \Omega \quad X_m = 114 \, \Omega$$

$$R_B = 0,76 \, \text{m}\Omega \quad R_A = 0,085 \, \Omega$$

Observe que a indutância de magnetização foi referida ao lado de baixa tensão do circuito equivalente. Converta os parâmetros do circuito equivalente para a forma por unidade utilizando as especificações nominais do transformador como base.

Solução

As grandezas de base do transformador são:

Lado de baixa tensão:

$$VA_{\text{base}} = 100 \, \text{MVA} \quad V_{\text{base}} = 7,97 \, \text{kV}$$

e, das Eqs. 2.49 e 2.50,

$$R_{\text{base}} = X_{\text{base}} = \frac{V_{\text{base}}^2}{VA_{\text{base}}} = 0,635 \, \Omega$$

Lado de alta tensão:

$$VA_{\text{base}} = 100 \, \text{MVA} \quad V_{\text{base}} = 79,7 \, \text{kV}$$

e, das Eqs. 2.49 e 2.50,

$$R_{\text{base}} = X_{\text{base}} = \frac{V_{\text{base}}^2}{VA_{\text{base}}} = 63,5 \, \Omega$$

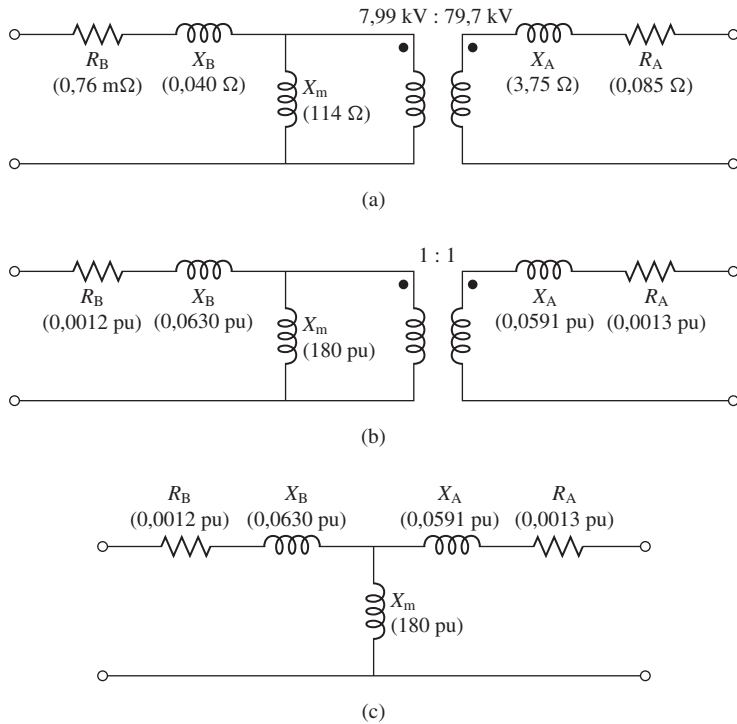


Figura 2.23 Circuitos equivalentes de transformador para o Exemplo 2.12. (a) Circuito equivalente em unidades reais. (b) Circuito equivalente por unidade com um transformador ideal 1:1. (c) Circuito equivalente por unidade após a eliminação do transformador ideal.

Agora, os valores por unidade dos parâmetros do transformador podem ser calculados dividindo-se pelos valores de base correspondentes.

$$X_B = \frac{0,040}{0,635} = 0,0630 \text{ por unidade}$$

$$X_A = \frac{3,75}{63,5} = 0,0591 \text{ por unidade}$$

$$X_m = \frac{114}{0,635} = 180 \text{ por unidade}$$

$$R_B = \frac{7,6 \times 10^{-4}}{0,635} = 0,0012 \text{ por unidade}$$

$$R_A = \frac{0,085}{63,5} = 0,0013 \text{ por unidade}$$

Finalmente, cada uma das tensões que representam a relação de espiras do transformador ideal deve ser dividida pela tensão de base no respectivo lado do transformador. Assim, a relação de espiras de 7,97 kV:79,7 kV torna-se, por unidade,

$$\text{Relação de espiras por unidade} = \left(\frac{7,97 \text{ kV}}{7,97 \text{ kV}} \right) : \left(\frac{79,7 \text{ kV}}{79,7 \text{ kV}} \right) = 1 : 1$$

O circuito equivalente por unidade resultante está mostrado na Fig. 2.23b. Como tem uma relação de espiras unitária, não há necessidade de manter o transformador ideal. Assim, o circuito equivalente pode ser reduzido à forma da Fig. 2.23c.

Exemplo 2.13

A corrente de excitação medida no lado de baixa tensão de um transformador de 50 kVA e 2400:240 V é 5,41 A. A sua impedância equivalente referida ao lado de alta tensão é $1,42 + j1,82 \Omega$. Usando a especificação nominal do transformador como base, expresse no sistema por unidade e nos lados de alta e baixa tensão (a) a corrente de excitação e (b) a impedância equivalente.

Solução

Os valores de base das tensões e correntes são

$$V_{base,A} = 2400 \text{ V} \quad V_{base,B} = 240 \text{ V} \quad I_{base,A} = 20,8 \text{ A} \quad I_{base,B} = 208 \text{ A}$$

onde os índices A e B indicam os lados de alta e baixa tensão, respectivamente,

Da Eq. 2.50,

$$Z_{base,A} = \frac{2400}{20,8} = 115,2 \Omega \quad Z_{base,B} = \frac{240}{208} = 1,152 \Omega$$

- a. Da Eq. 2.48, a corrente de excitação por unidade, referida ao lado de baixa tensão, pode ser calculada como:

$$I_{\phi,B} = \frac{5,41}{208} = 0,0260 \text{ por unidade}$$

A corrente de excitação, referida ao lado de alta tensão, é 0,541 A. Seu valor por unidade é

$$I_{\phi,A} = \frac{0,541}{20,8} = 0,0260 \text{ por unidade}$$

Observe que, como esperado, os valores por unidade são os mesmos quando referidos a ambos os lados, fazendo o transformador por unidade corresponder a um transformador ideal com relação de espiras unitária. Trata-se de uma consequência direta da escolha de tensões de base na razão da relação de espiras do transformador e a escolha de uma base constante de volts-ampères.

- b. Da Eq. 2.48 e do valor de Z_{base} , tem-se

$$Z_{eq,A} = \frac{1,42 + j1,82}{115,2} = 0,0123 + j0,0158 \text{ por unidade}$$

A impedância equivalente referida ao lado de baixa tensão é $0,0142 + j0,0182 \Omega$. Seu valor por unidade é

$$Z_{eq,B} = \frac{0,142 + j0,0182}{1,152} = 0,0123 + j0,0158 \text{ por unidade}$$

Os valores por unidade, referidos aos lados de alta e baixa tensões, são os mesmos. A relação de espiras do transformador, no sistema por unidade, é explicada pelos valores de base. Observe novamente que isso é consistente com a relação de espiras unitária do transformador ideal no circuito equivalente do transformador utilizado no sistema por unidade.

Problema prático 2.10

Um transformador de 15 kVA e 120:460 V tem uma impedância em série equivalente de $0,018 + j0,042$ por unidade. Calcule a impedância em série equivalente em ohms (a) referida ao lado de baixa tensão e (b) referida ao lado de alta tensão.

Solução

$$Z_{eq,B} = 0,017 + j0,040 \quad e \quad Z_{eq,A} = 0,25 + j0,60 \, \Omega$$

Quando aplicados à análise de sistemas trifásicos, os valores de base do sistema por unidade são escolhidos de modo que, entre eles, as seguintes relações sejam verdadeiras em um sistema trifásico equilibrado:

$$(P_{base}, Q_{base}, VA_{base})_{trifásico} = 3VA_{base, \text{ por fase}} \quad (2.55)$$

No tratamento de sistemas trifásicos, normalmente são escolhidos primeiro $VA_{base, trifásico}$, a base trifásica de potência aparente em volts-ampères, e $V_{base, trifásico} = V_{base, l-l}$, a base de tensão de linha ("l-l" linha-linha) em volts. Então, os valores de base para a tensão de fase ("l-n" linha-neutro) são obtidos fazendo

$$V_{base, l-n} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{base, l-l} \quad (2.56)$$

Observe que a corrente de base em sistemas trifásicos é igual à corrente de fase, a qual é a mesma que a corrente de base usada em uma análise monofásica (por fase). Assim,

$$I_{base, trifásico} = I_{base, \text{ por fase}} = \frac{VA_{base, trifásico}}{\sqrt{3} V_{base, trifásico}} \quad (2.57)$$

Finalmente, a impedância de base trifásica é escolhida como a impedância de fase monofásica. Assim,

$$\begin{aligned} Z_{base, trifásico} &= Z_{base, \text{ por fase}} \\ &= \frac{V_{base, l-n}}{I_{base, \text{ por fase}}} \\ &= \frac{V_{base, trifásico}}{\sqrt{3} I_{base, trifásico}} \\ &= \frac{(V_{base, trifásico})^2}{VA_{base, trifásico}} \end{aligned} \quad (2.58)$$

As equações de conversão de base para base, Eqs. 2.51 a 2.54, aplicam-se igualmente à conversão trifásica de bases. Observe que os fatores $\sqrt{3}$ e 3, que estabelecem as relações entre grandezas Δ e Y de volts, ampères e ohms em um sistema trifásico equilibrado, surgem automaticamente no sistema por unidade a partir dos valores de base. Assim, os problemas trifásicos podem ser resolvidos no sistema por unidade, como se fossem problemas monofásicos, e os detalhes do transformador (Y *versus* Δ no primário e secundário do transformador) e as conexões de impedância (Y *versus* Δ) desaparecem, exceto na transformação dos valores de volts, ampères e ohms de e para o sistema por unidade.

Exemplo 2.14

Refaça o Exemplo 2.9 no sistema por unidade, calculando especificamente as correntes de fase de curto-circuito que circulam no alimentador e nos terminais de 240 V no lado de recepção do banco de transformadores. Utilizando o sistema por unidade, faça os cálculos usando como base a tensão nominal trifásica do transformador de 150 kVA no lado de recepção.

Solução

Começamos convertendo todas as impedâncias para o sistema por unidade. A impedância no terminal de envio do transformador de 500 kVA e 24 kV:2400V é $0,17 + j0,92 \Omega$ /fase, referida ao lado de 2400 V. Da Eq. 2.58, a impedância de base correspondente à base de 2400 V e 150 kVA é

$$Z_{base} = \frac{2400^2}{150 \times 10^3} = 38,4 \Omega$$

Do Exemplo 2.9, a impedância total em série é igual a $Z_{tot} = 0,64 + j2,33 \Omega$ /fase e assim, no sistema por unidade, torna-se

$$Z_{tot} = \frac{0,64 + j2,33}{38,4} = 0,0167 + j0,0607 \text{ por unidade}$$

cujo valor é

$$|Z_{tot}| = 0,0629 \text{ por unidade}$$

A tensão aplicada ao lado de alta tensão do transformador de envio é $V_s = 24,0 \text{ kV} = 1,0$ por unidade, tomando a tensão nominal como base. Assim, a corrente de curto-circuito será igual a

$$I_{cc} = \frac{V_s}{|Z_{tot}|} = \frac{1,0}{0,0629} = 15,9 \text{ por unidade}$$

Para calcular as correntes de fase em ampères, é necessário simplesmente multiplicar a corrente de curto-circuito, por unidade, pela corrente de base apropriada. Assim, no alimentador de 2400 V, a corrente de base será

$$I_{base, 2400-V} = \frac{150 \times 10^3}{\sqrt{3} 2400} = 36,1 \text{ A}$$

e, portanto, a corrente do alimentador será

$$I_{alimentador} = 15,9 \times 36,1 = 574 \text{ A}$$

A corrente de base nos secundários de 240 V dos transformadores do lado de recepção é

$$I_{base, 240-V} = \frac{150 \times 10^3}{\sqrt{3} 240} = 361 \text{ A}$$

e, assim, a corrente de curto-circuito é

$$I_{240-V \text{ secundário}} = 15,9 \times 361 = 5,74 \text{ kA}$$

Como esperado, esses valores são equivalentes, dentro da precisão numérica, aos calculados no Exemplo 2.9.

Problema prático 2.11

Calcule o valor da corrente de curto-circuito do alimentador do Exemplo 2.9 se o alimentador de 2400 V for substituído por um alimentador com uma impedância de $0,07 + j0,68 \Omega/\text{fase}$. Realize esse cálculo tomando como base a tensão nominal do transformador de 500 kVA no lado de envio e expresse a sua solução no sistema por unidade e também em ampères por fase.

Solução

Corrente de curto-circuito = 5,20 por unidade = 636 A

Exemplo 2.15

Uma carga trifásica é alimentada a partir de um transformador de 2,4 kV:460 V e 250 kVA cuja impedância equivalente em série é $0,026 + j0,12$ por unidade, em sua própria base. Observa-se que a tensão de carga é 438 V de linha e está consumindo 95 kW com um fator de potência unitário. Calcule a tensão no lado de alta tensão do transformador. Faça os cálculos tomando como bases 460 V e 100 kVA.

Solução

A impedância, com base no lado de 460 V do transformador, é

$$Z_{\text{base, transformador}} = \frac{460^2}{250 \times 10^3} = 0,846 \Omega$$

ao passo que, com base em 100 quilovolts-ampères, é

$$Z_{\text{base, 100-kVA}} = \frac{460^2}{100 \times 10^3} = 2,12 \Omega$$

Assim, da Eq. 2.52, a impedância por unidade do transformador, na base de 100 kVA, é

$$Z_{\text{transformador}} = (0,026 + j0,12) \left(\frac{0,864}{2,12} \right) = 0,0106 + j,0489 \text{ por unidade}$$

A tensão de carga, por unidade, é

$$\hat{V}_{\text{carga}} = \frac{438}{460} = 0,952 \angle 0^\circ \text{ por unidade}$$

onde a tensão de carga foi escolhida como referência para os cálculos de ângulos de fase.

A potência da carga, por unidade, é

$$P_{\text{carga}} = \frac{95}{100} = 0,95 \text{ por unidade}$$

e, assim, a corrente de carga por unidade, que está em fase com a tensão de carga porque a carga opera com um fator de potência unitário, é

$$\hat{I}_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{carga}}}{V_{\text{carga}}} = \frac{0,95}{0,952} = 0,998 \angle 0^\circ \text{ por unidade}$$

Portanto, podemos agora calcular a tensão no lado de alta tensão do transformador

$$\begin{aligned} \hat{V}_A &= \hat{V}_{\text{carga}} + \hat{I}_{\text{carga}} Z_{\text{transformador}} \\ &= 0,952 + 0,998 \times (0,0106 + j0,0489) \\ &= 0,963 + j0,0488 = 0,964 \angle 29,0^\circ \text{ por unidade} \end{aligned}$$

Assim, a tensão no lado de alta tensão é igual a $0,964 \times 2400 \text{ V} = 2313 \text{ V}$ (de linha).

Problema prático 2.12

Repita o Exemplo 2.15 se o transformador trifásico de 250 kVA for substituído por um transformador de 150 kVA com especificação nominal também de 2,4 kV:460V e cuja impedância equivalente em série é $0,038 + j0,135$ por unidade, em sua própria base. Faça os cálculos tomando como bases 460 V e 100 kVA.

Solução

Tensão do lado de alta tensão = 0,982 por unidade = 2357 V (de linha)

2.10 Resumo

Mesmo não sendo um dispositivo eletromecânico, o transformador é um componente comum e indispensável de sistemas CA onde é usado para transformar tensões, correntes e impedâncias em níveis apropriados para uma utilização otimizada. Para os propósitos de nosso estudo de sistemas eletromecânicos, o transformador serve de exemplo valioso das técnicas de análise que devem ser empregadas. Oferecem-nos oportunidades para investigar as propriedades dos circuitos magnéticos, incluindo os conceitos de FMM, corrente de magnetização, fluxos mútuo, dispersivo e de magnetização, além de suas indutâncias associadas.

Tanto em transformadores como em máquinas rotativas, um campo magnético é criado pela ação combinada das correntes nos enrolamentos. Em um transformador de núcleo de ferro, a maior parte do fluxo está confinada ao núcleo e enlaça todos os enrolamentos. O fluxo mútuo resultante induz tensões nos enrolamentos proporcionalmente a seus números de espiras e é responsável pela propriedade do transformador de converter tensões. Em máquinas rotativas, a situação é similar, embora haja um entreferro de ar que separa a parte rotativa da estacionária da máquina. De forma análoga ao modo pelo qual o fluxo do núcleo de um transformador enlaça os diversos enrolamentos, o fluxo mútuo em máquinas rotativas atravessa o entreferro, concatenando os enrolamentos do motor e do estator. Como no transformador, o fluxo mútuo induz tensões nesses enrolamentos proporcionalmente ao número de espiras e à razão, no tempo, da variação do fluxo.

Uma diferença significativa entre transformadores e máquinas rotativas é que nestas há um movimento relativo entre os enrolamentos do rotor e do estator. Esse movimento relativo produz e acrescenta uma componente adicional à taxa de variação, no tempo, dos diversos fluxos concatenados de enrolamento. Como será discutido no Capítulo 3, a componente resultante de tensão, conhecida como *tensão de velocidade*, é característica do processo de conversão eletromecânica de energia. Em um transformador estático, entretanto, a variação dos fluxos concatenados no tempo é causada simplesmente pela variação, no tempo, das correntes dos enrolamentos. Não há movimento mecânico envolvido, tampouco conversão eletromecânica de energia.

No núcleo de um transformador, o fluxo resultante induz uma força contraeletromotriz (FCEM) no primário que, juntamente com as quedas de tensão na resistência e na reatância dispersiva do primário, deve ser igual à tensão aplicada. Como essas quedas de tensão em geral são pequenas, a FCEM deve ser aproximadamente igual

à tensão aplicada e o fluxo no núcleo deve ajustar-se sozinho de forma adequada. Fenômenos semelhantes devem ocorrer nos enrolamentos da armadura de um motor CA. A onda de fluxo resultante no entreferro deve ajustar-se sozinha para gerar uma FCEM aproximadamente igual à tensão aplicada. Tanto em transformadores como em máquinas rotativas, a FMM líquida de todas as correntes deve ajustar-se sozinha adequadamente para criar o fluxo resultante requerido por esse equilíbrio de tensões.

Em um transformador, a corrente do secundário é determinada pela tensão induzida no secundário, pela impedância de dispersão do secundário e pela carga elétrica. Como veremos, em um motor de indução, a corrente de secundário (rotor) é determinada pela tensão induzida no secundário, pela impedância de dispersão do secundário e pela carga mecânica em seu eixo. Essencialmente, os mesmos fenômenos ocorrem no enrolamento do primário de um transformador e nos enrolamentos da armadura (estator) dos motores síncronos e de indução. Nos três, a história é a mesma: a corrente de primário ou de armadura deve ajustar-se sozinha de modo que a FMM combinada de todas as correntes produza o fluxo requerido pela tensão aplicada e, como resultado, uma variação na corrente de carga resultará em mudança correspondente na corrente do primário.

Além dos fluxos mútuos úteis, tanto em transformadores como em máquinas rotativas, há fluxos de dispersão que concatenam enrolamentos individuais sem concatenar outros. Mesmo que o quadro detalhado dos fluxos de dispersão de máquinas rotativas seja mais complicado do que o de transformadores, seus efeitos são basicamente os mesmos. Em ambos, os fluxos de dispersão produzem quedas de tensão nas reatâncias de dispersão dos enrolamentos e em geral reduzem o fluxo mútuo abaixo do nível que, de outra forma, seria produzido pela tensão aplicada. Em ambos, as relutâncias dos caminhos dos fluxos de dispersão são dominadas pelas relutâncias de um caminho através do ar e, portanto, os fluxos de dispersão são quase linearmente proporcionais às correntes que os produzem. Desse modo, muitas vezes se assume que as reatâncias de dispersão são constantes, independentemente do grau de saturação do circuito magnético principal.

Outros exemplos de semelhanças básicas entre transformadores e máquinas rotativas podem ser citados. Exceto pelo atrito e pelo deslocamento de ar, as perdas nos transformadores e nas máquinas rotativas são essencialmente as mesmas. Ensaios para determinar as perdas e os parâmetros dos circuitos equivalentes são semelhantes: um ensaio de circuito aberto, ou a vazio, dá informações sobre os requisitos de excitação e as perdas no núcleo (junto com as perdas por atrito e por deslocamento de ar, nas máquinas rotativas), ao passo que um ensaio de curto-circuito junto com a medida CC de resistências fornece informações sobre as reatâncias de dispersão e as resistências de enrolamento. O modelamento dos efeitos da saturação magnética é um outro exemplo: tanto em transformadores como em máquinas rotativas CA, em geral se assume que as reatâncias de dispersão não são afetadas pela saturação e, além disso, se assume que a saturação do circuito magnético principal é determinada pelo fluxo mútuo resultante ou de entreferro.

2.11 Variáveis do Capítulo 2

λ	Fluxo concatenado [Wb]
ω	Frequência angular [rad/s]
φ, ϕ_{\max}	Fluxo magnético [Wb]

$\hat{\Phi}$	Fluxo magnético, amplitude complexa [Wb]
θ	Ângulo de fase [rad]
B_{\max}	Densidade do fluxo de pico [T]
e	Força eletromotiva (FEM), tensão induzida [V]
E	Tensão [V]
\hat{E}	FEM, tensão, amplitude complexa [V]
f	Frequência [Hz]
i, I	Corrente [A]
i_{φ}	Corrente de excitação [A]
\hat{I}	Corrente, amplitude complexa [A]
\hat{I}_c	Componente de perda no núcleo da corrente de excitação, amplitude complexa [A]
\hat{I}_m	Corrente de magnetização, amplitude complexa [A]
\hat{I}_{φ}	Corrente de excitação, amplitude complexa [A]
L	Indutância [H]
N	Número de espiras
Q	Potência reativa [var]
R	Resistência [Ω]
R_{base}	Resistência de base [Ω]
t	Tempo [s]
v, V	Tensão [V]
V_{base}	Tensão de base [V]
\hat{V}	Tensão, amplitude complexa [V]
VA	Volts-ampères [VA]
X	Reatância [Ω]
Z	Impedância [Ω]
Z_{Δ}	Impedância equivalente delta de fase [Ω /fase]
Z_{φ}	Impedância de excitação [Ω]
Z_Y	Impedância equivalente Y de fase [Ω /fase]

Índices:

ϕ	Excitação
b	Carga (<i>burden</i>)
base	Grandeza de base
c	Núcleo (<i>core</i>)
eq	Equivalente
A	Lado de alta tensão
l	Dispersão (<i>leakage</i>)
l-n	Linha-neutro (fase)
B	Lado de baixa tensão
m	Magnetizante
max	Máximo
ca	Círculo aberto
pu	Por unidade
ef	Eficaz
s	Envio (<i>send</i>)
cc	Curto-circuito
tot	Total

2.12 Problemas

- 2.1 Um transformador é constituído por uma bobina primária de 1150 espiras e uma bobina secundária em aberto de 80 espiras enroladas em torno de um núcleo fechado de seção reta de 56 cm^2 . O material do núcleo pode ser considerado saturado quando a densidade de fluxo eficaz atinge $1,45 \text{ T}$. Qual é a tensão máxima eficaz de 60 Hz no primário que é possível sem que esse nível de saturação seja atingido? Qual é a tensão correspondente no secundário? De que forma esses valores serão modificados se a frequência for reduzida para 50 Hz ?
- 2.2 Um circuito magnético com uma seção reta de 20 cm^2 deve operar a 60 Hz a partir de uma fonte de 115 V eficazes. Calcule o número necessário de espiras para atingir uma densidade de fluxo magnético de pico de $1,6 \text{ T}$ no núcleo.
- 2.3 Um transformador deve ser usado para transformar a impedância de um resistor de 75Ω em uma impedância de 300Ω . Calcule a relação de espiras necessária, supondo que o transformador seja ideal.
- 2.4 Um resistor de 150Ω é conectado ao secundário de um transformador ideal com uma relação de espiras de $1:4$ (primário-secundário). Uma fonte de tensão de 12 V eficazes e 1 kHz é ligada ao primário. (a) Assumindo que o transformador é ideal, calcule a corrente do primário, a tensão no resistor e a potência. (b) Repita esse cálculo assumindo que o transformador tem uma indutância de dispersão de $340 \mu\text{H}$, referida ao primário.
- 2.5 Uma carga consistindo em um resistor de 5Ω em série com um indutor de $2,5 \text{ mH}$ é conectada ao enrolamento de baixa tensão de um transformador $20:120 \text{ V}$. Uma fonte de 110 V eficazes e 50 Hz é conectada ao enrolamento de alta tensão. Assumindo que o transformador é ideal, calcule a corrente de carga eficaz e a corrente eficaz que será consumida da fonte.
- 2.6 Uma fonte, que pode ser representada por uma fonte de tensão de 12 V eficazes em série com uma resistência interna de $1,5 \text{ k}\Omega$, é conectada a um resistor de carga de 75Ω por meio de um transformador ideal. Calcule o valor da relação de espiras com a qual a máxima potência é fornecida para a carga e a respectiva potência de carga. Usando MATLAB, plote a potência fornecida à carga, em miliwatts, em função da relação de transformação, cobrindo valores de $1,0$ a $10,0$.
- 2.7 Repita o Problema 2.6 com a resistência de fonte substituída por uma reatância indutiva de $1,5 \text{ k}\Omega$.
- 2.8 Um transformador monofásico de 60 Hz tem uma tensão nominal de placa de $7,97 \text{ kV}:120 \text{ V}$ a qual se baseia na relação conhecida de espiras de seus enrolamentos. O fabricante calcula que a indutância de dispersão do primário ($7,97 \text{ kV}$) seja 193 mH e a indutância de magnetização do primário seja 167 H . Para uma tensão primária de 7970 V a 60 Hz , calcule a tensão resultante de secundário a circuito aberto (a vazio).
- 2.9 O fabricante calcula que o transformador do Problema 2.8 tenha uma indutância de dispersão de secundário igual a $44 \mu\text{H}$.
 - a. Calcule a indutância de magnetização quando referida ao lado do secundário.
 - b. Uma tensão de 120 V e 60 Hz é aplicada ao secundário. Calcule (i) a tensão resultante de circuito aberto do primário e (ii) a corrente de secundário que resultaria se o primário fosse curto-circuitado.

- 2.10** Um transformador de 230 V:6,6 kV, 50 Hz e 45 kVA tem uma reatância de magnetização (quando medida nos terminais de 230V) de $46,2 \Omega$. O enrolamento de 230 V tem uma reatância de dispersão de $27,8 \text{ m}\Omega$ e o enrolamento de 6,6 kV tem uma reatância de dispersão de $25,3 \Omega$.
- Com o secundário em aberto e 230 V aplicados ao enrolamento do primário (230 V), calcule a corrente de primário e a tensão de secundário.
 - Com o secundário curto-circuitado, calcule a tensão de primário da qual resulta a corrente nominal no enrolamento do primário. Calcule a respectiva corrente no enrolamento do primário.
- 2.11** O transformador do Problema 2.10 deve ser usado em um sistema de 60 Hz.
- Calcule a reatância de magnetização, referida ao enrolamento de baixa tensão, e a reatância de dispersão de cada enrolamento.
 - Com 240 V aplicados ao enrolamento de baixa tensão (primário) e com o enrolamento secundário em aberto, calcule a corrente do enrolamento primário e a tensão do secundário.
- 2.12** Um transformador de 460 V:2400 V tem uma reatância de dispersão em série de $39,3 \Omega$, referida ao lado de alta tensão. Observa-se que uma carga conectada ao lado de baixa tensão está absorvendo 42 kW com fator de potência unitário e que a tensão mede 447 V. Calcule a tensão e o fator de potência correspondentes, medidos nos terminais de alta tensão.
- 2.13** O transformador de 460 V:2400 V do Problema 2.12 deve operar com uma fonte de 50 Hz. Observa-se que uma carga de fator de potência unitário conectada ao lado de baixa tensão está absorvendo 34,5 kW, com fator de potência unitário e uma tensão de 362 V. Calcule a tensão aplicada ao enrolamento de alta tensão do transformador.
- 2.14** As resistências e reatâncias de dispersão de um transformador de distribuição monofásico com 40 kVA, 60 Hz e 7,97 kV:240 V são

$$R_1 = 41,6 \Omega \quad R_2 = 37,2 \text{ m}\Omega$$

$$X_{l1} = 42,1 \Omega \quad X_{l2} = 39,8 \text{ m}\Omega$$

onde o índice 1 denota o enrolamento de 7,97 kV e o índice 2, o de 240 V. Cada grandeza está referida a seu próprio lado no transformador.

- Desenhe o circuito equivalente referido aos lados de (i) alta e (ii) baixa tensão. Indique numericamente no desenho as impedâncias.
- Considere que o transformador esteja entregando sua potência aparente nominal (kVA) a uma carga no lado de baixa tensão com 240 V sobre a carga.
 - Encontre a tensão nos terminais de alta tensão para uma carga com fator de potência de 0,87 atrasado. (ii) Encontre a tensão nos terminais de alta tensão para uma carga com fator de potência de 0,87 adiantado.
- Considere uma carga, em kVA nominais, conectada aos terminais de baixa tensão. Supondo que a tensão na carga permanece constante com 240 V, use MATLAB para plotar a tensão nos terminais de alta tensão em função do ângulo de fator de potência, quando este varia de 0,6 adiantado, passa pelo valor unitário e atinge 0,6 atrasado.

- 2.15** Repita o Problema 2.14 para um transformador de distribuição com 75 kVA, 50 Hz e 3,81 kV: 230 V cujas resistências e reatâncias de dispersão são

$$R_1 = 4,85 \, \Omega \quad R_2 = 16,2 \, \text{m}\Omega$$

$$X_{1_1} = 4,13 \, \Omega \quad X_{1_2} = 16,9 \, \text{m}\Omega$$

onde o índice 1 denota o enrolamento de 3,81 kV e o índice 2, o de 230 V. Cada grandeza está referida a seu próprio lado do transformador. Deve-se assumir que a carga das partes (b) e (c) estão operando com a tensão de 230 V.

- 2.16** Uma carga monofásica é abastecida através de um alimentador de 35 kV cuja impedância é $90 + j320 \, \Omega$ e um transformador de 35 kV:2400 V cuja impedância em série equivalente é $0,21 + j1,33 \, \Omega$, referida a seu lado de baixa tensão. A carga é de 135 kW com um fator de potência de 0,78 adiantado e 2385 V.
- Calcule a tensão nos terminais de alta tensão do transformador.
 - Calcule a tensão no lado de envio do alimentador.
 - Calcule os ingressos de potências ativa e reativa no lado de envio do alimentador.
- 2.17** Escreva um *script* de MATLAB para (a) repetir os cálculos do Problema 2.16 para fatores de potência de 0,78 adiantado, unitário e 0,78 atrasado, assumindo que a potência de carga continua constante em 135 kW e que a tensão de carga permanece constante em 2385 V. (b) Use seu *script* de MATLAB para plotar (*versus* o ângulo de fator de potência) a tensão do terminal de envio requerida para manter uma tensão de carga de 2385 V quando o fator de potência varia de 0,7 adiantado, passa pela unidade e chega a 0,7 atrasado.
- 2.18** Repita o Exemplo 2.6 com o transformador operando a plena carga e um fator de potência unitário.
- 2.19** Um transformador monofásico de 450 kVA e 50 Hz, com um enrolamento primário de 11 kV, absorve sem carga 0,33 A e 2700 W, com tensão e frequência nominais. Um outro transformador tem um núcleo com todas as dimensões lineares $\sqrt{2}$ vezes maiores que as respectivas dimensões do primeiro transformador. O material do núcleo e a espessura das chapas são as mesmas em ambos os transformadores. (a) Se os enrolamentos do primário de ambos os transformadores tiverem o mesmo número de espiras, qual tensão primária deve ser aplicada para produzir a mesma densidade de fluxo no núcleo. (b) Com o primário excitado pela tensão encontrada na parte (a), calcule a corrente do primário e a potência.
- 2.20** A placa de um transformador monofásico de 25 MVA e 60 Hz indica que ele tem uma tensão nominal de 8,0 kV:78 kV. Um ensaio de curto-circuito é executado no lado de alta tensão (enrolamento de baixa tensão em curto-circuito), sendo as leituras 4,53 kV, 321 A e 77,5 kW. Um ensaio de circuito aberto é executado no lado de baixa tensão e as respectivas leituras nos instrumentos de medida são 8,0 kV, 39,6 A e 86,2 kW.
- Calcule a impedância em série equivalente do transformador referida aos terminais de alta tensão.
 - Calcule a impedância em série equivalente do transformador referida aos terminais de baixa tensão.

- c. Fazendo as aproximações apropriadas, desenhe um circuito equivalente T para o transformador.
- 2.21** Execute os cálculos do Problema 2.20 para um transformador monofásico de 175 kVA e 50 Hz cuja tensão nominal é 3,8 kV:6,4 kV. Um ensaio de circuito aberto é realizado no lado de baixa tensão e as respectivas leituras nos instrumentos são 3,8 kV, 0,58 A e 603 W. De modo semelhante, um ensaio de curto-circuito no lado de alta tensão (enrolamento de baixa tensão em curto-circuito) dá as leituras 372 V, 27,3 A e 543 W.
- 2.22** Uma tensão de 7,96 kV é aplicada ao enrolamento de baixa tensão de um transformador monofásico de 7,96 kV:39,8 kV, 60 Hz e 10 MVA com o enrolamento de alta tensão em circuito aberto, resultando uma corrente de 17,3 A e uma potência de 48,0 kW. A seguir, o enrolamento de baixa tensão é colocado em curto-circuito e uma tensão de 1,92 kV é aplicada ao enrolamento de alta tensão resultando uma corrente de 252 A e uma potência de 60,3 kW.
- Calcule os parâmetros dos circuitos equivalentes L das Figs. 2.12a e b, referidos ao enrolamento de alta tensão do transformador.
 - Calcule os parâmetros de circuito equivalente L referidos ao enrolamento de baixa tensão do transformador.
 - Com o transformador operando com a carga nominal e a tensão nominal em seu terminal de baixa tensão, calcule a potência dissipada no transformador.
- 2.23** Os seguintes dados foram obtidos para um transformador monofásico de 2,5 MVA, 50 Hz, 19,1 kV:3,81 kV em um ensaio a 50 Hz:

	Tensão, V	Corrente, A	Potência, kW
Enrolamento BT com terminais AT em circuito aberto	3810	9,86	8,14
Enrolamento AT com terminais BT em curto-circuito	920	141	10,3

- Calcule os parâmetros dos circuitos equivalentes L das Figs. 2.12a e b, referidos ao enrolamento de alta tensão do transformador.
 - Calcule os parâmetros de circuito equivalente L referidos ao enrolamento de baixa tensão do transformador.
 - Com o transformador operando com a carga nominal e a tensão nominal em seu terminal de baixa tensão, calcule a potência dissipada no transformador.
- 2.24** Escreva um *script* de MATLAB para calcular os parâmetros dos circuitos equivalentes T das Figs. 2.12a e b, com os parâmetros referidos ao enrolamento de alta tensão e baseado nos seguintes dados de um ensaio:
- Tensão, corrente e potência de um ensaio de circuito aberto realizado no enrolamento de baixa tensão (enrolamento de alta tensão em circuito aberto)
 - Tensão, corrente e potência de um ensaio de curto-circuito realizado no enrolamento de baixa tensão (enrolamento de alta tensão em curto-circuito)
- Teste o seu *script* com as medições feitas no transformador do Problema 2.22.

- 2.25** O enrolamento de alta tensão do transformador do Problema 2.22 é substituído por um outro enrolamento idêntico com o dobro de espiras e um fio com metade da área da seção reta.
- Calcule a tensão e potência nominais desse transformador modificado.
 - Com o enrolamento de alta tensão em circuito aberto e com a tensão nominal aplicada ao enrolamento de baixa tensão, calcule a corrente e a potência fornecidas ao enrolamento de baixa tensão.
 - Com o enrolamento de baixa tensão em curto-circuito, calcule a tensão aplicada ao enrolamento de alta tensão que resultará em uma dissipação de curto-circuito de 60,3 kW.
 - Calcule os parâmetros de circuito equivalente T desse transformador referidos a (i) lado de baixa tensão e (ii) lado de alta tensão.
- 2.26** (a) Determine o rendimento e a regulação de tensão do transformador do Problema 2.20 se ele estiver fornecendo a carga nominal (fator de potência unitário) com tensão nominal em seus terminais de baixa tensão. (b) Repita a parte (a), assumindo que a carga está com um fator de potência de 0,9 adiantado.
- 2.27** Assuma que o transformador do Problema 2.23 está operando com a tensão nominal e com uma carga que consome a corrente nominal em seus terminais de baixa tensão. Escreva um *script* de MATLAB para plotar (a) o rendimento e (b) a regulação de tensão do transformador como função do fator de potência da carga, quando o fator de potência varia desde 0,75 atrasado, passa pela unidade e chega a 0,55 adiantado.
- 2.28** Os seguintes dados foram obtidos para um transformador de distribuição de 25 kVA, 60 Hz e 2400:240 V em um ensaio a 60 Hz:

	Tensão, V	Corrente, A	Potência, W
Enrolamento BT com terminais AT em circuito aberto	240	1,37	139
Enrolamento AT com terminais BT em curto-circuito	67,8	10,1	174

- Compute o rendimento do transformador quando ele está operando na tensão nominal de terminal com uma carga de fator de potência 0,85 (atrasado) em seus terminais de secundário que estão absorvendo a corrente de plena carga.
 - Observa-se que o transformador está operando com tensão nominal em seus terminais primário e secundário e abastecendo uma carga em seus terminais de secundário que consome a corrente nominal. Calcule o fator de potência da carga (SUGESTÃO: Use MATLAB para encontrar a solução).
- 2.29** Um transformador monofásico de distribuição com 150 kVA, 240 V:7970 V e 60 Hz tem os seguintes parâmetros referidos ao lado de alta tensão:

$$R_1 = 2,81 \, \Omega \quad X_1 = 21,8 \, \Omega$$

$$R_2 = 2,24 \, \Omega \quad X_2 = 20,3 \, \Omega$$

$$R_c = 127 \, \text{k}\Omega \quad X_m = 58,3 \, \text{k}\Omega$$

Suponha que o transformador esteja fornecendo a sua potência aparente nominal (kVA) em seus terminais de baixa tensão. Escreva um *script* de MATLAB para determinar o rendimento e a regulação do transformador para qualquer fator de potência de carga especificado (adiantado ou atrasado). Você pode usar aproximações razoáveis de engenharia para simplificar a sua análise. Use o seu *script* de MATLAB para determinar o rendimento e a regulação de uma carga com fator de potência 0,92 adiantado.

- 2.30** Um transformador monofásico de 45 kVA, 120 V:280 V deve ser conectado como um autotransformador de 280 V:400 V. Determine as tensões nominais dos enrolamentos de alta e baixa tensões para essa conexão e a potência aparente nominal (em kVA) dessa conexão em forma de autotransformador.
- 2.31** Um transformador monofásico de 120:480 V e 10 kVA deve ser usado como autotransformador para fornecer 480 V a um circuito a partir de uma fonte de 600 V. Quando testado como um transformador de dois enrolamentos usando a carga nominal e fator de potência unitário, seu rendimento é 0,982.
- Faça um diagrama das conexões do autotransformador.
 - Determine a sua potência nominal (em kVA) como autotransformador.
 - Encontre seu rendimento como autotransformador quando está operando com carga aparente nominal (kVA), fator de potência 0,93 adiantado e 480 V, conectada ao enrolamento de baixa tensão.
- 2.32** Considere o transformador de 8 kV:78 kV e 25 MVA do Problema 2.20 conectado como autotransformador de 78 kV:86 kV.
- Determine as tensões nominais dos enrolamentos de alta e baixa tensão para esse tipo de conexão e também a potência aparente nominal (em MVA).
 - Calcule o rendimento do transformador com essa conexão quando está suprindo a sua carga nominal com um fator de potência unitário.
- 2.33** Para um transformador monofásico, escreva um *script* de MATLAB cujas entradas são as suas especificações nominais (tensão e kVA) e o rendimento para a carga nominal e fator de potência unitário. As saídas do *script* são as especificações nominais do transformador e o seu rendimento quando ele está operando com carga nominal e fator de potência unitário e está conectado como autotransformador. Teste seu programa com o autotransformador do Problema 2.32.
- 2.34** Os terminais de alta tensão de um banco trifásico de três transformadores monofásicos são abastecidos a partir de um sistema de três fios e três fases de 13,8 kV (de linha). Os terminais de baixa tensão devem ser conectados a uma carga (subestação) de três fios e três fases, de até 4500 kVA em 2300 V (de linha). Obtenha as especificações nominais necessárias de tensão, corrente e potência aparente (em kVA) de cada transformador (os enrolamentos de alta e baixa tensão) para as seguintes conexões:

	Enrolamentos de alta tensão	Enrolamentos de baixa tensão
a.	Y	Δ
b.	Δ	Y
c.	Y	Y
d.	Δ	Δ

- 2.35** Três transformadores monofásicos de 75 MVA com especificações nominais de 39,8 kV:133 kV devem ser conectados em um banco trifásico. Cada transformador tem uma impedância em série de $0,97 + j11,3 \Omega$ referida a seu enrolamento de 133 kV.
- Se os transformadores forem conectados em Y-Y, calcule (i) a tensão e potência nominais da conexão trifásica, (ii) a impedância equivalente referida a seus terminais de baixa tensão e (iii) a impedância equivalente referida aos seus terminais de alta tensão.
 - Repita a parte (a) se o transformador for conectado em Y no seu lado de baixa tensão e em Δ no seu lado de alta tensão.
- 2.36** Repita os cálculos do Problema 2.35 para três transformadores de 225 kVA, 277 V:7,97 kV cujas impedâncias em série são $3,1 + j21,5 \text{ m}\Omega$ referidas a seus enrolamentos de baixa tensão.
- 2.37** Repita o Exemplo 2.8 com uma carga que consome a corrente nominal dos transformadores com um fator de potência unitário.
- 2.38** Um transformador trifásico Y-Y tem especificações nominais de 25 MVA, 13,8 kV:69 kV e uma impedância em série equivalente de $62 + j388 \text{ m}\Omega$, referida ao enrolamento de baixa tensão.
- Um curto-circuito trifásico é aplicado no enrolamento de baixa tensão. Calcule qual deve ser a tensão aplicada ao enrolamento de alta tensão para que resulte a corrente nominal no curto-circuito.
 - O curto-circuito é removido e uma carga trifásica é conectada ao enrolamento de baixa tensão. Com a tensão nominal aplicada ao enrolamento de alta tensão, observa-se que a potência de entrada do transformador é 18 MW com um fator de potência 0,75 atrasado. Calcule a tensão de linha de terminal na carga.
- 2.39** Um transformador trifásico Y- Δ tem especificações nominais de 225 kV:24 kV e 400 MVA e uma reatância equivalente em série monofásica de $6,08 \Omega$, referida a seus terminais de alta tensão. O transformador está abastecendo uma carga de 375 MVA com um fator de potência de 0,89 adiantado e uma tensão de 24 kV (de linha) no lado de baixa tensão. O transformador é abastecido por um alimentador, cuja impedância é $0,17 + j2,2 \Omega$, conectado a seus terminais de alta tensão. Nessas condições, calcule (a) a tensão de linha nos terminais de alta tensão do transformador e (b) a tensão de linha no lado de envio do alimentador.
- 2.40** Suponha que a potência aparente da carga do sistema do Problema 2.39 mantenha-se constante em 375 MVA. Escreva um *script* de MATLAB para calcular a tensão de linha, que deve ser aplicada no lado de envio do alimentador para manter a tensão da carga com 24 kV de linha, em função do fator de potência da carga. Plote a tensão no lado de envio em função do ângulo do fator de potência com o fator de potência variando de 0,3 atrasado, passando pela unidade e chegando a 0,3 adiantado.
- 2.41** Um banco, conectado em Δ -Y, de três transformadores idênticos de 150 kVA, 2400 V:120 V e 60 Hz é abastecido em seus terminais de alta tensão a partir de

um alimentador cuja impedância é $6,4 + j154 \text{ m}\Omega$ por fase. A tensão no lado de envio do alimentador é mantida constante em 2400 V de linha. Os resultados de um ensaio monofásico de curto-circuito em um dos transformadores, com seus terminais de baixa tensão curto-circuitados, são

$$V_A = 131 \text{ V} \quad I_A = 62,5 \text{ A} \quad P = 1335 \text{ W}$$

- a. Calcule a impedância em série desse banco trifásico de transformadores, quando referida a seus terminais de alta tensão.
 - b. Determine a tensão de linha fornecida ao alimentador quando o banco de transformadores está fornecendo a corrente nominal com tensão nominal a uma carga trifásica equilibrada com fator de potência unitário em seus terminais de baixa tensão.
- 2.42** Um transformador de potencial de 13,8 kV:120 V e 60 Hz tem os seguintes parâmetros, vistos do enrolamento de alta tensão (primário):

$$X_1 = 6,88 \text{ k}\Omega \quad X'_2 = 7,59 \text{ k}\Omega \quad X_m = 6,13 \text{ M}\Omega$$

$$R_1 = 5,51 \text{ k}\Omega \quad R'_2 = 6,41 \text{ k}\Omega$$

- a. Supondo que o secundário esteja em aberto e que o primário esteja conectado a uma fonte de 13,8 kV, calcule o valor e o ângulo de fase (em relação à fonte de alta tensão) da tensão nos terminais do secundário.
 - b. Calcule o valor e o ângulo de fase da tensão do secundário se uma carga resistiva de $750 \text{ }\Omega$ for conectada aos terminais do secundário.
 - c. Repita a parte (b) se a carga (*burden*) for trocada por uma reatância de $750 \text{ }\Omega$.
- 2.43** Para o transformador de potencial do Problema 2.42, encontre a carga reativa máxima (reatância mínima) que pode ser aplicada aos terminais do secundário, de modo tal que o erro no valor da tensão não exceda 0,75%.
- 2.44** Considere que o transformador de potencial do Problema 2.42 esteja conectado a uma fonte de 13,8 kV.

- a. Use MATLAB para plotar o erro percentual no valor da tensão em função do valor da impedância de carga (i) para uma carga resistiva de $100 \text{ }\Omega \leq R_b \leq 2000 \text{ }\Omega$ e (ii) para uma carga reativa de $100 \text{ }\Omega \leq X_b \leq 2000 \text{ }\Omega$. Plote essas curvas no mesmo eixo.
 - b. A seguir, plote o erro de fase, em graus, em função do valor da impedância de carga (i) para uma carga resistiva de $100 \text{ }\Omega \leq R_b \leq 2000 \text{ }\Omega$ e (ii) para uma carga reativa de $100 \text{ }\Omega \leq X_b \leq 2000 \text{ }\Omega$. Novamente, plote essas curvas no mesmo eixo.
- 2.45** Um transformador de corrente de 150 A:5 A e 60 Hz tem os seguintes parâmetros vistos do enrolamento de 150 A (primário):

$$X_1 = 1,70 \text{ m}\Omega \quad X'_2 = 1,84 \text{ m}\Omega \quad X_m = 1728 \text{ m}\Omega$$

$$R_1 = 306 \text{ }\mu\Omega \quad R'_2 = 291 \text{ }\mu\Omega$$

- a. Supondo uma corrente de 150 A no primário e que o secundário seja curto-circuitado, encontre o valor e o ângulo de fase da corrente do secundário.
 - b. Repita os cálculos da parte (a) se o TC for curto-circuitado através de uma carga de $0,1 \text{ m}\Omega$.
- 2.46** Considere o transformador de corrente do Problema 2.45.
- a. Use MATLAB para plotar o erro percentual no valor da corrente em função do valor da impedância de carga (i) para uma carga resistiva de $50 \mu\Omega \leq R_b \leq 200 \mu\Omega$ e (ii) para uma carga reativa de $50 \mu\Omega \leq X_b \leq 200 \mu\Omega$. Plote essas curvas no mesmo eixo.
 - b. A seguir, plote o erro de fase, em graus, em função do valor da impedância de carga (i) para uma carga resistiva de $50 \mu\Omega \leq R_b \leq 200 \mu\Omega$ e (ii) para uma carga reativa de $50 \mu\Omega \leq X_b \leq 200 \mu\Omega$. Novamente, plote essas curvas no mesmo eixo.
- 2.47** Um transformador monofásico de 15 kV:175 kV, 225 MVA e 60 Hz tem impedâncias de primário e secundário de $0,0029 + j0,023$ por unidade cada. A impedância de magnetização é $j172$ por unidade. Todas as grandezas são por unidade na base do transformador. Calcule as resistências e as reatâncias do primário e do secundário, além da reatância de magnetização (referidas ao lado de baixa tensão) em ohms.
- 2.48** Calcule os parâmetros por unidade de um circuito equivalente L para o transformador do Problema 2.20.
- 2.49** Calcule os parâmetros por unidade de um circuito equivalente L para o transformador do Problema 2.23.
- 2.50** A placa de especificações de um transformador monofásico de 7,97 kV:266 V e 25 kVA indica que ele tem uma reatância em série de 7,5% (0,075 por unidade).
- a. Calcule a reatância em série, em ohms, referida aos terminais (i) de baixa tensão e (ii) de alta tensão.
 - b. Se três desses transformadores forem ligados em uma conexão trifásica Y-Y, calcule (i) os valores nominais trifásicos de tensão e potência, (ii) a impedância por unidade do banco de transformadores, (iii) a reatância em série, em ohms, referida aos terminais de alta tensão e (iv) a reatância em série, em ohms, referida aos terminais de baixa tensão.
 - c. Repita a parte (b) se os três transformadores forem conectados em Y no seu lado de alta tensão e em Δ , no de baixa tensão.
- 2.51** a. Considere a conexão em Y-Y do Problema 2.50, parte (b). Se a tensão de linha de 500 V for aplicada aos terminais de alta tensão e os três terminais de baixa tensão forem curto-circuitados, calcule o valor da corrente de fase por unidade, em ampères, nos lados de (i) alta tensão e (ii) baixa tensão.
- b. Repita esse cálculo para a conexão Y- Δ do Problema 2.50, parte (c).
- 2.52** Um transformador trifásico elevador, usado com um gerador, tem as especificações nominais de 26 kV:345 kV, 850 MVA e uma impedância em série de $0,0025 + j0,057$ por unidade, nessa base. Ele é conectado a um gerador de

26 kV e 800 MVA, que pode ser representado como uma fonte de tensão em série com uma reatância de $j1,28$ por unidade, na base do gerador.

- a. Converta a reatância por unidade do gerador para a base do transformador elevador.
- b. A unidade está fornecendo 750 MW, em 345 kV, e um fator de potência de 0,90 adiantado, ao sistema nos terminais de alta tensão do transformador. Desenhe um diagrama fasorial para essa situação, usando o lado de alta tensão do transformador como fasor de referência.
- c. Calcule a tensão de terminal do gerador e a tensão interna por trás de sua reatância em kV para as condições da parte (b). Encontre a potência de saída do gerador em MW e o fator de potência.

CAPÍTULO 3

Princípios de conversão eletromecânica de energia

Neste capítulo, trataremos do processo de conversão eletromecânica de energia que utiliza, como meio, o campo elétrico ou magnético do dispositivo de conversão. Ainda que os diversos dispositivos de conversão operem com princípios similares, as suas estruturas dependem de suas funções. Os dispositivos de medida e controle frequentemente são denominados *transdutores*. Em geral, operam com sinais relativamente pequenos e sob condições lineares de entrada e saída. Diversos exemplos podem ser dados, como microfones, cápsulas fonográficas, sensores e alto-falantes. Uma segunda categoria de dispositivos abrange os *dispositivos produtores de força* incluindo solenoides, relés e eletroímãs. Uma terceira categoria inclui os *equipamentos de conversão contínua de energia* como motores e geradores.

Esse capítulo está voltado aos princípios de conversão eletromecânica de energia e à análise dos dispositivos que realizam essa função. A ênfase será colocada na análise de sistemas que usam campos magnéticos como meio de conversão, tendo em vista que os capítulos restantes deste livro tratarão de tais dispositivos. No entanto, as técnicas de análise usadas em sistemas com campos elétricos são muito semelhantes.

Os propósitos de tal análise são três: (1) auxiliar na compreensão de como ocorre a conversão de energia, (2) fornecer técnicas de projeto e otimização de dispositivos para necessidades específicas e (3) desenvolver modelos de dispositivos de conversão eletromecânica de energia que, como componentes de sistemas de engenharia, possam ser usados na análise de seus desempenhos. Os transdutores e os dispositivos produtores de força são tratados neste capítulo, e os dispositivos de conversão contínua de energia serão tratados no restante do livro.

Os conceitos e as técnicas apresentados neste capítulo são bastante poderosos e podem ser aplicados a uma larga faixa de situações de engenharia que envolvem a conversão eletromecânica de energia. As Seções 3.1 e 3.2 apresentam uma discussão quantitativa das forças em sistemas eletromecânicos e uma visão geral do méto-

do baseado em energia, que forma a base dos desenvolvimentos apresentados aqui. Apoiados no método da energia, no restante do capítulo desenvolveremos expressões para as forças e os conjugados em sistemas eletromecânicos baseados em campos magnéticos.

3.1 Forças e conjugados em sistemas de campo magnético

A Lei da Força de Lorentz

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{3.1}$$

dá a força \mathbf{F} de uma partícula de carga q na presença de campos elétrico e magnético. Em unidades SI, \mathbf{F} é dada em *newtons*, q em *coulombs*. A intensidade do campo elétrico E é dada em *volts por metro*, a densidade de fluxo \mathbf{B} é dada em *teslas* e v , que é a velocidade da partícula relativa ao campo magnético, em *metros por segundo*.

Assim, em um sistema no qual só há campo elétrico, ($\mathbf{B} = \mathbf{0}$), a força é determinada apenas pela carga da partícula e pelo campo elétrico, ou seja,

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \tag{3.2}$$

A força atua na direção do campo elétrico e independe de qualquer movimento da partícula.

Em sistemas puramente magnéticos, ($\mathbf{E} = \mathbf{0}$), a situação é mais complexa. Aqui, a força

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{3.3}$$

é determinada pelo módulo da carga da partícula, pelo módulo do campo \mathbf{B} assim como pela velocidade da partícula. De fato, a direção da força sempre é perpendicular tanto à direção da velocidade da partícula quanto do campo magnético. Matematicamente, isso é indicado pelo produto vetorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ na Eq. 3.3. O módulo desse produto vetorial é igual ao produto dos módulos de \mathbf{v} e \mathbf{B} e do seno do ângulo entre eles. O seu sentido pode ser determinado pela regra da mão direita, a qual afirma que, quando o polegar da mão direita aponta no sentido de \mathbf{v} e o dedo indicador no sentido de \mathbf{B} , então, a força, perpendicular a ambas as direções (de \mathbf{B} e \mathbf{v}), apontará no sentido normal à palma da mão, como mostrado na Figura 3.1.

Nas situações em que grandes quantidades de partículas com carga estão em movimento, é conveniente reescrever a Eq. 3.1 em termos da *densidade de carga* ρ (medida em unidades de *coulombs por metro cúbico*) como

$$\mathbf{F}_v = \rho(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{3.4}$$

em que o índice v indica que \mathbf{F}_v é uma *densidade de força* (força por unidade de volume) a qual, em unidades SI, é medida em *newtons por metro cúbico*.

O produto $\rho\mathbf{v}$ é conhecido como *densidade de corrente*

$$\mathbf{J} = \rho\mathbf{v} \tag{3.5}$$

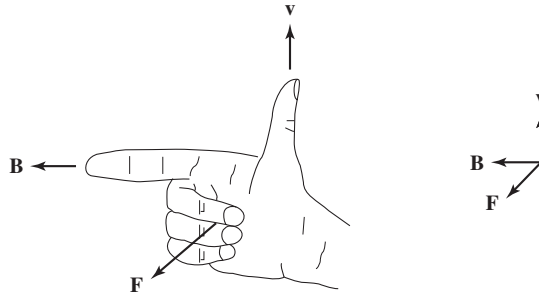


Figura 3.1 Regra da mão direita para determinar o sentido da força de Lorentz $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, em relação ao campo magnético.

a qual é medida em *ampères por metro quadrado*. A densidade de força do sistema magnético, correspondente à Eq. 3.3, pode ser escrita então como

$$\mathbf{F}_v = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \tag{3.6}$$

No caso de correntes fluindo em meios condutores, a Eq. 3.6 pode ser usada para encontrar a densidade de força que atua sobre o próprio material. Observe que uma quantidade substancial de física está por detrás dessa expressão aparentemente simples, tendo em vista que o mecanismo pelo qual a força é transferida das cargas móveis para o meio condutor é complexo.

Exemplo 3.1

Um rotor cilíndrico não magnético (montado em um eixo no seu centro), contendo uma bobina de espira única, está colocado em um campo magnético uniforme de módulo B_0 , como

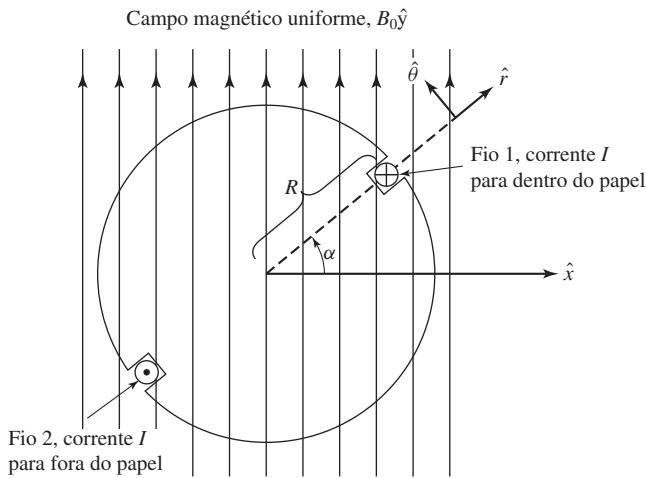


Figura 3.2 Rotor com bobina de espira única do Exemplo 3.1.

mostrado na Figura 3.2. Os lados da bobina estão a uma distância do eixo igual ao raio R e o fio conduz uma corrente I como indicado. Encontre o conjugado na direção θ em função da posição do rotor α quando $I = 10$ A, $B_0 = 0,02$ T e $R = 0,05$ m. Suponha que o comprimento do rotor seja $l = 0,3$ m.

Solução

A corrente líquida I em um fio condutor é igual à integral da densidade de corrente J na área da seção reta do fio,

$$I = \int_{\text{fio}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$$

De modo semelhante, a força líquida por unidade de comprimento em um fio colocado dentro de um campo magnético uniforme B pode ser encontrada pela integração da Eq. 3.6 na área da seção reta do fio. Assim,

$$\mathbf{F} = \left(\int_{\text{fio}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \right) \times \mathbf{B} = \mathbf{I} \times \mathbf{B}$$

Assim, para o fio 1 que conduz a corrente I para dentro do papel, a força na direção θ é dada por

$$F_{1\theta} = -I B_0 l \sin \alpha$$

e, para o fio 2 (que conduz a corrente no sentido oposto e dista 180° do fio 1),

$$F_{2\theta} = -I B_0 l \sin \alpha$$

onde l é o comprimento do rotor. O conjugado T que atua sobre o rotor é dado pela soma dos produtos de força e braço de alavanca de cada fio, ou seja,

$$T = -2I B_0 R l \sin \alpha = -2(10)(0,02)(0,05)(0,3) \sin \alpha = -0,006 \sin \alpha \quad \text{N} \cdot \text{m}$$

Problema prático 3.1

Repita o Problema 3.1 para a situação na qual o campo magnético uniforme aponta para a direita em vez de apontar verticalmente para cima como na Figura 3.2.

Solução

$$T = -0,006 \cos \alpha \quad \text{N} \cdot \text{m}$$

Em situações onde as forças atuam apenas sobre elementos condutores de corrente de geometria simples (tais como os do Exemplo 3.1), a Eq. 3.6 é geralmente a maneira mais simples e fácil de se calcular as forças atuantes no sistema. Infelizmente, pouquíssimas situações práticas caem nessa classe. De fato, como discutido no Capítulo 1, a maioria dos dispositivos de conversão eletromecânica de energia contém material magnético e, nesses sistemas, as forças atuam diretamente no material magnético e é evidente que não podem ser calculadas a partir da Eq. 3.6. Técnicas para calcular forças e conjugados nesses sistemas serão discutidas na próxima seção.

3.2 Balanço energético e o método da energia

Técnicas de cálculo detalhado e localizado de forças que atuam sobre os materiais magnéticos são extremamente complexas e exigem conhecimento minucioso da distribuição dos campos por toda a estrutura. Felizmente, a maioria dos dispositivos de conversão eletromecânica de energia é construída com estruturas rígidas indeformáveis. O desempenho desses dispositivos é determinado normalmente pela força líquida, ou conjugado, que atua sobre o componente móvel. Raramente é necessário calcular os detalhes da distribuição interna das forças. Por exemplo, em um motor projetado de forma adequada, as características são determinadas pelo conjugado líquido da aceleração que atua sobre o rotor. As forças associadas, que atuam no sentido de esmagar ou deformar o rotor, não representam papel significativo no desempenho do motor e em geral não são calculadas.

Assim, para se compreender o comportamento das máquinas rotativas, uma imagem física simples pode ser bem útil. Associado à estrutura do rotor existe um campo magnético (produzido em muitas máquinas por correntes nos enrolamentos do rotor) e, de modo similar, o mesmo ocorre no estator. Pode-se entender cada um deles como um par de polos magnéticos, norte e sul, associado a cada uma das estruturas. Do mesmo modo que a agulha da bússola tenta alinhar-se com o campo magnético terrestre, esses dois conjuntos de campos tentam alinhar-se surgindo um conjugado proporcional ao deslocamento desde a posição de alinhamento. Assim, em um motor, o campo magnético do estator gira à frente do campo do rotor, puxando-o e realizando trabalho. O oposto é verdadeiro em um gerador no qual o rotor faz trabalho sobre o estator.

Começamos com o princípio da *conservação da energia*: ele afirma que a energia não é criada nem destruída: ela simplesmente muda de forma. Por exemplo, uma bola de golfe é impelida do seu suporte com uma certa quantidade de energia cinética. No final, quando a bola atinge o repouso sobre o gramado, essa energia terá se dissipado como calor devido ao atrito do ar ou do rolamento da bola. Do mesmo modo, depois que um prego penetrar em um pedaço de madeira, no final, a energia cinética do martelo terá se dissipado como calor. Em sistemas isolados, com os seus limites claramente identificáveis, esse fato permite-nos acompanhar a energia de maneira simples: o fluxo líquido de energia que entra no sistema através de seus limites é igual à soma das taxas de variação, no tempo, da energia armazenada no sistema.

A técnica para calcular forças e conjugados no processo de conversão eletromecânica de energia desenvolvida neste capítulo e usado em todo o livro é conhecida como o *método da energia* e baseia-se no princípio da conservação da energia. Esse resultado, que é uma expressão da primeira lei da termodinâmica, é bem genérico. Neste capítulo, iremos aplicá-lo a sistemas eletromecânicos cujo mecanismo predominante de armazenamento de energia é o campo magnético. Em tais sistemas, pode-se equacionar a transferência de energia como

$$\left(\begin{array}{c} \text{Entrada de} \\ \text{energia a partir de} \\ \text{fontes elétricas} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Saída de} \\ \text{energia} \\ \text{mecânica} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Aumento da energia} \\ \text{armazenada no} \\ \text{campo magnético} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Energia} \\ \text{convertida} \\ \text{em calor} \end{array} \right) \quad (3.7)$$

A Eq. 3.7 está escrita de modo que, no caso de um motor, os termos de energias elétrica e mecânica têm ambos valores positivos, isto é, a potência elétrica de entrada

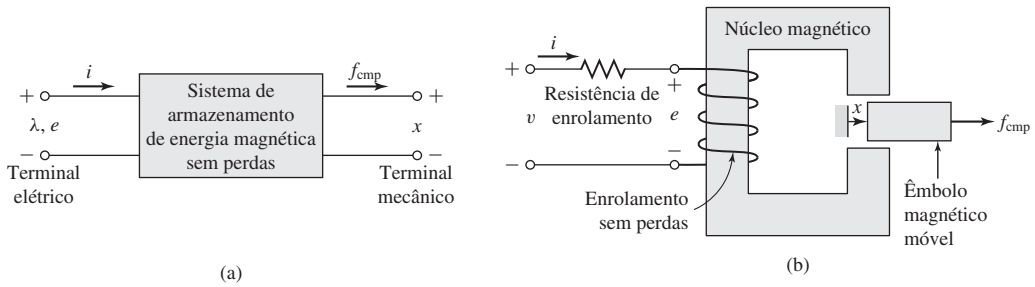


Figura 3.3 (a) Dispositivo esquemático de conversão eletromecânica de energia baseado em campo magnético; (b) dispositivo simples produtor de força.

é convertida em energia mecânica de saída. No caso de um gerador, no qual a potência mecânica de entrada é convertida em potência elétrica de saída, esses termos são ambos negativos. Nos dois casos, o sinal do termo da geração de calor é tal que, quando essa geração ocorre dentro do sistema, resulta um fluxo de energia térmica para fora do sistema.

Nos sistemas aqui considerados, a conversão da energia em calor dá-se por mecanismos tais como aquecimento ôhmico, devido à circulação de corrente nos enrolamentos dos terminais elétricos, e atrito mecânico, devido ao movimento dos componentes de sistema que formam os terminais mecânicos. Nesses sistemas, em geral, é possível separar matematicamente os mecanismos de perda de armazenamento de energia. Em tais casos, a interação entre os terminais elétrico e mecânico, isto é, a conversão eletromecânica de energia, ocorre através do meio da energia magnética armazenada. O dispositivo pode ser representado como um sistema de armazenamento de energia, sem perdas, com terminais elétricos e mecânicos, como mostrado na Figura 3.3a. Em sistemas que podem ser modelados dessa forma, os mecanismos de perda podem ser representados por elementos externos conectados a esses terminais: resistências nos terminais elétricos e amortecedores mecânicos nos terminais mecânicos. As perdas não precisam ser consideradas em cálculos que envolvem o processo de conversão eletromecânica de energia. A Figura 3.3b mostra um exemplo de tal sistema, um dispositivo simples produtor de força com uma única bobina formando o terminal elétrico e um êmbolo móvel servindo como o terminal mecânico.

A Figura 3.3a pode ser generalizada de imediato para situações com um número qualquer de terminais elétricos ou mecânicos. Observe que a Figura 3.3a representa um sistema no qual há energia magnética armazenada e o campo magnético atua como meio de acoplamento entre os terminais elétricos e mecânicos. Essa discussão também pode ser aplicada igualmente bem a um sistema com energia elétrica armazenada.

A capacidade de identificar um sistema de armazenamento de energia magnética sem perdas é a essência do método da energia. É importante entender que isso é feito matematicamente como parte do processo de modelagem. Não é possível, claro, retirar a resistência dos enrolamentos nem o atrito dos mancais. Entretanto, estamos fazendo uso do fato de que um modelo, no qual isso é feito, é uma representação válida do sistema físico.

Para um sistema de armazenamento de energia magnética sem perdas a Eq. 3.7 pode ser escrita como

$$P_{\text{ele}} = P_{\text{mec}} + \frac{dW_{\text{cmp}}}{dt} \quad (3.8)$$

onde

P_{ele} = Entrada de energia elétrica

P_{mec} = Saída de energia mecânica

$\frac{dW_{\text{cmp}}}{dt}$ = Taxa de variação de energia magnética armazenada

Na Fig. 3.3a, o terminal elétrico tem duas variáveis de terminal, uma tensão e e uma corrente i . O terminal mecânico também tem duas variáveis de terminal, a força f_{cmp} (cmp = campo) e a posição x . A entrada de potência elétrica pode ser escrita como o produto da tensão e e da corrente i

$$\frac{dW_{\text{ele}}}{dt} = ei \quad (3.9)$$

e a potência de saída mecânica pode ser escrita como o produto da força f_{cmp} e da velocidade (a derivada em relação ao tempo da posição x) como

$$P_{\text{mec}} = f_{\text{cmp}} \frac{dx}{dt} \quad (3.10)$$

A partir da Eq. 3.8 e substituindo as Eqs. 3.9 e 3.10, temos

$$\frac{dW_{\text{cmp}}}{dt} = ei - f_{\text{cmp}} \frac{dx}{dt} \quad (3.11)$$

Para um sistema de armazenamento de energia magnética, o terminal elétrico é representado normalmente por um enrolamento, como o mostrado na Fig. 3.3b. Tendo em conta que, da Eq. 1.26, a tensão nos terminais de um enrolamento sem perda é dada pela derivada em relação ao tempo do fluxo concatenado do enrolamento, temos

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \quad (3.12)$$

A substituição na Eq. 3.11 e multiplicando por dt fornece

$$dW_{\text{cmp}} = i d\lambda - f_{\text{cmp}} dx \quad (3.13)$$

Como foi mostrado na Seção 3.4, a Eq. 3.13 permite obter a força simplesmente como uma função do fluxo concatenado λ e da posição x do terminal mecânico. Observe novamente que este resultado surge como consequência de nossa suposição de que é possível separar as perdas em um problema físico, resultando em um sistema de armazenamento de energia, como na Fig. 3.3a.

As Eqs. 3.11 e 3.13 formam o fundamento do método da energia. Essa técnica é bastante poderosa em sua capacidade de calcular forças e conjugados em sistemas complexos de conversão eletromecânica de energia. O leitor deve reconhecer que

esse poder vem de uma visão detalhada do mecanismo de produção de força. As forças em si são produzidas por fenômenos físicos bem conhecidos, como a força de Lorentz que atua em elementos condutores de corrente, descrita pela Eq. 3.6, e a interação do campo magnético com os dipolos do material magnético.

3.3 Energia em sistemas de campo magnético de excitação única

Nos Capítulos 1 e 2, examinamos principalmente os circuitos magnéticos de geometria fixa tais como os usados em transformadores e indutores. Nesses dispositivos, a energia é armazenada nos campos de dispersão e até certo ponto no próprio núcleo. No entanto, a energia armazenada não entra diretamente no processo de transformação. Nesse capítulo, trataremos dos sistemas de conversão de energia. Entre as partes estacionárias e móveis, os circuitos magnéticos têm entreferros nos quais uma energia considerável é armazenada no campo magnético. Esse campo atua como meio de conversão da energia, e tal energia é o reservatório entre os sistemas elétricos e mecânicos.

Considere o relé eletromagnético mostrado esquematicamente na Figura 3.4. A resistência da bobina de excitação está mostrada como uma resistência externa R . As variáveis do terminal mecânico estão mostradas como a força f_{cmp} produzida pelo campo magnético, dirigido do relé para o sistema mecânico externo, e o deslocamento x . As perdas mecânicas podem ser incluídas como elementos externos conectados ao terminal mecânico. Do mesmo modo, a armadura móvel aparece com massa nula; a sua massa representa energia mecânica armazenada e pode ser incluída como uma massa externa conectada ao terminal mecânico. Como resultado, o núcleo magnético e a armadura constituem um sistema de armazenamento de energia magnética sem perdas, como representado esquematicamente na Figura 3.3a.

Essa estrutura de relé é essencialmente a mesma que as estruturas magnéticas analisadas no Capítulo 1. Naquele capítulo, vimos que o circuito magnético da Figura 3.4 pode ser descrito por uma indutância L , que é função da geometria da estrutura magnética e das permeabilidades magnéticas dos diversos componentes do sistema. Os dispositivos de conversão eletromecânica de energia têm entreferros em seus circuitos magnéticos para separar as partes móveis. Como discutido na Seção 1.1, na maioria dos casos, a relutância do entreferro é muito maior do que a do material mag-

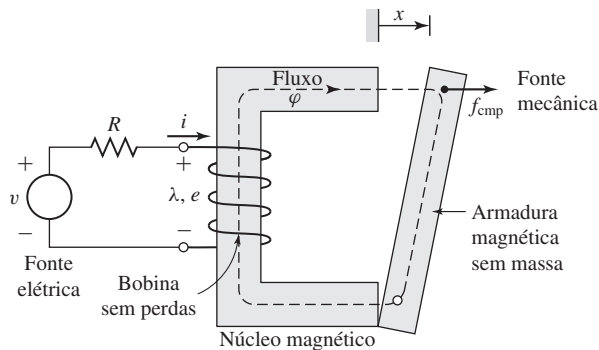


Figura 3.4 Desenho esquemático de um relé eletromagnético.

nético. Assim, o armazenamento predominante de energia ocorre no entreferro, e as propriedades do circuito magnético são determinadas pelas dimensões do entreferro.

Devido à simplicidade das relações resultantes, a não linearidade magnética e as perdas do núcleo são em geral desprezadas na análise de dispositivos práticos. Os resultados finais dessas análises aproximadas podem ser, se necessário, corrigidas por métodos semiempíricos para se levar em consideração os efeitos dos fatores desprezados. Logo, as análises são realizadas supondo que o fluxo e a FMM são diretamente proporcionais ao longo de todo o circuito magnético. Assim, o fluxo concatenado λ e a corrente i são considerados como relacionados linearmente por uma indutância que depende somente da geometria e, portanto, da posição x da armadura.

$$\lambda = L(x)i \tag{3.14}$$

onde mostra-se a dependência explícita de L em função de x .

Como o sistema de armazenamento de energia magnética não tem perdas, trata-se de um *sistema conservativo* e o valor de W_{cmp} é especificado unicamente pelos valores de λ e x . Assim, as variáveis λ e x são denominadas *variáveis de estado* já que seus valores determinam de forma única o estado do sistema. Como a força magnética f_{cmp} foi definida atuando a partir do relé sobre o sistema mecânico externo, então P_{mec} é definida como a saída de energia mecânica do relé, coerente com as deduções feitas na Seção 3.2 e na Eq. 3.13, que é repetida aqui, mostrando a dependência explícita de W_{cmp} com λ e x .

$$dW_{\text{cmp}}(\lambda, x) = i d\lambda - f_{\text{cmp}} dx \tag{3.15}$$

Dessa discussão, vemos que a energia armazenada W_{cmp} , determinada unicamente pelos valores de λ e x , é a mesma independentemente de como as variáveis λ e x são levadas até os seus valores finais. Considere a Figura 3.5, na qual dois caminhos separados são mostrados para os quais a Eq. 3.15 pode ser integrada para obter W_{cmp} no ponto (λ_0, x_0) . O caminho 1 é o caso geral e é difícil de integrar a menos que ambos, i e f_{cmp} , sejam conhecidos explicitamente como funções de λ e x . No entanto, como a integração da Eq. 3.15 não depende da forma do caminho, o caminho 2 dá o mesmo resultado e permite uma integração muito mais fácil. Da Eq. 3.15,

$$W_{\text{cmp}}(\lambda_0, x_0) = \int_{\text{caminho 2a}} dW_{\text{cmp}} + \int_{\text{caminho 2b}} dW_{\text{cmp}} \tag{3.16}$$

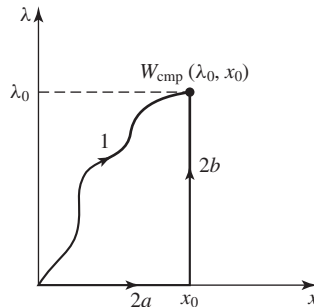


Figura 3.5 Caminhos de integração para W_{cmp} .

Observe que no caminho 2a, $d\lambda = 0$ e $f_{\text{cmp}} = 0$ (porque $\lambda = 0$ e não pode haver força magnética na ausência de campos magnéticos). Assim, da Eq. 3.15, $dW_{\text{cmp}} = 0$ no caminho 2a. No caminho 2b, $dx = 0$ e, assim, da Eq. 3.15, a Eq. 3.16 reduz-se à integral de $i d\lambda$ no caminho 2b (para o qual $x = x_0$).

$$W_{\text{cmp}}(\lambda_0, x_0) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x_0) d\lambda \tag{3.17}$$

Para um sistema linear no qual λ é proporcional a i , como na Eq. 3.14, a Eq. 3.17 dá

$$W_{\text{cmp}}(\lambda_0, x_0) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x_0) d\lambda = \int_0^{\lambda_0} \frac{\lambda}{L(x_0)} d\lambda = \frac{1}{2} \frac{\lambda_0^2}{L(x_0)} \tag{3.18}$$

Observe que, como o ponto (λ_0, x_0) é arbitrário, a expressão de W_{cmp} da Eq. 3.18 é válida para todos os pontos (λ, x) . Para destacar esse ponto, a Eq. 3.18 pode ser escrita também como

$$W_{\text{cmp}}(\lambda, x) = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)} \tag{3.19}$$

Pode-se mostrar que a energia magnética armazenada também pode ser expressa em termos da densidade de energia do campo magnético integrada no seu volume V . Neste caso,

$$W_{\text{cmp}} = \int_V \left(\int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}' \right) dV \tag{3.20}$$

Para material magnético mole de permeabilidade constante ($\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$), isso reduz-se a

$$W_{\text{cmp}} = \int_V \left(\frac{B^2}{2\mu} \right) dV \tag{3.21}$$

Exemplo 3.2

O relé mostrado na Figura 3.6a é construído de material magnético de permeabilidade infinita com um êmbolo móvel, também de permeabilidade infinita. A altura do êmbolo é muito maior que o comprimento do entreferro ($h \gg g$). Calcule a energia magnética armazenada W_{cmp} em função da posição do êmbolo ($0 < x < d$) para $N = 1000$ espiras, $g = 2,0$ mm, $d = 0,15$ m, $l = 0,1$ m e $i = 10$ A.

Solução

A Eq. 3.19 pode ser usada para determinar W_{cmp} quando λ é conhecido. Nesse caso, i é mantido constante. Agora, seria útil ter uma expressão para W_{cmp} em função de i e x . Isso pode ser obtido simplesmente substituindo a Eq. 3.14 na Eq. 3.19, do que resulta

$$W_{\text{cmp}} = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

A indutância é dada por

$$L(x) = \frac{\mu_0 N^2 A_{\text{gap}}}{2g}$$

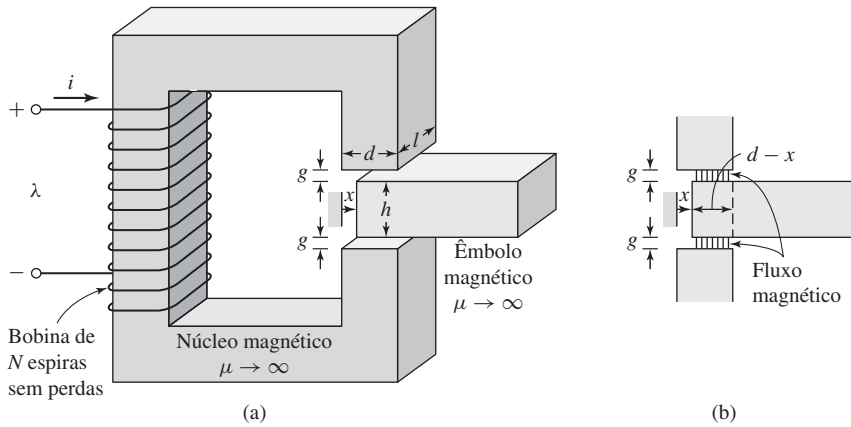


Figura 3.6 (a) Relé de êmbolo móvel para o Exemplo 3.2. (b) Detalhe mostrando a configuração do entreferro quando o êmbolo está parcialmente removido.

onde A_{gap} é a área do entreferro da seção reta. Da Eq. 3.6b, pode-se ver que A_{gap} é

$$A_{\text{gap}} = l(d - x) = ld \left(1 - \frac{x}{d}\right)$$

Assim,

$$L(x) = \frac{\mu_0 N^2 l d (1 - x/d)}{2g}$$

e

$$\begin{aligned} W_{\text{cmp}} &= \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu_0 l d (1 - x/d)}{2g} i^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{(1000^2)(4\pi \times 10^{-7})(0,1)(0,15)}{2(0,002)} \times 10^2 \left(1 - \frac{x}{d}\right) \\ &= 236 \left(1 - \frac{x}{d}\right) \text{ J} \end{aligned}$$

Problema prático 3.2

O relé da Figura 3.6 é modificado de modo que os entreferros acima e abaixo do êmbolo não sejam mais uniformes. O comprimento do entreferro superior é aumentado para $g_{\text{sup}} = 3,5$ mm e o do entreferro inferior é aumentado para $g_{\text{inf}} = 2,5$ mm. O número de espiras é aumentado para $N = 1500$ espiras. Calcule a energia armazenada em função da posição do êmbolo ($0 < x < d$) para uma corrente de $i = 5$ A.

Solução

$$W_{\text{cmp}} = 88,5 \left(1 - \frac{x}{d}\right) \text{ J}$$

Nesta seção, vimos as relações existentes entre a energia magnética armazenada e as variáveis de terminais elétrico e mecânico, para o caso de um sistema que pode

ser representado em termos de um elemento de armazenamento de energia magnética sem perdas. Se tivéssemos escolhido como exemplo um dispositivo com um terminal rotativo em vez de um com deslocamento linear, os resultados teriam sido idênticos exceto que força e deslocamento linear teriam sido substituídos por conjugado e deslocamento angular, respectivamente. Na Seção 3.4, veremos como o conhecimento da energia magnética armazenada permite-nos obter a força mecânica e o conjugado.

3.4 Determinação da força e do conjugado magnéticos a partir da energia

Como foi discutido na Seção 3.3, em um sistema de armazenamento de energia magnética sem perdas, a energia magnética armazenada W_{cmp} é uma *função de estado*, determinada unicamente pelos valores das variáveis independentes de estado λ e x . Isso está mostrado explicitamente pela Eq. 3.15, repetida aqui,

$$dW_{\text{cmp}}(\lambda, x) = i d\lambda - f_{\text{cmp}} dx \tag{3.22}$$

Para qualquer função de estado de duas variáveis independentes, por exemplo, $F(x_1, x_2)$, a diferencial total de F , em relação às duas variáveis de estado x_1 e x_2 , pode ser escrita como

$$dF(x_1, x_2) = \left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|_{x_2} dx_1 + \left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_{x_1} dx_2 \tag{3.23}$$

É extremamente importante ter em mente que cada uma das derivadas parciais da Eq. 3.23 é determinada em relação a uma das variáveis de estado, mantendo constante a outra variável.

A Eq. 3.23 é válida para qualquer função de estado F e, portanto, também o será para W_{cmp} ; assim

$$dW_{\text{cmp}}(\lambda, x) = \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}}{\partial \lambda} \right|_x d\lambda + \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}}{\partial x} \right|_\lambda dx \tag{3.24}$$

Como λ e x são variáveis independentes, as Eqs. 3.22 e 3.24 devem ser iguais para todos os valores de $d\lambda$ e dx . Assim, igualando termos, vemos que

$$i = \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}(\lambda, x)}{\partial \lambda} \right|_x \tag{3.25}$$

onde a derivada parcial foi obtida mantendo x constante, e

$$W_{\text{cmp}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}(\lambda, x)}{\partial x} \right|_\lambda \tag{3.26}$$

onde λ foi mantido constante para se obter a derivada parcial.

Esse é o resultado que procurávamos. Uma vez conhecido W_{cmp} em função de λ e x , a Eq. 3.25 pode ser usada para se obter $i(\lambda, x)$. Mais importante ainda, a Eq. 3.26 pode usada para se obter a força mecânica $f_{\text{cmp}}(\lambda, x)$. Não é demais enfatizar que a derivada parcial da Eq. 3.26 é obtida mantendo constante o fluxo concatenado λ .

Isso é feito facilmente desde que W_{cmp} seja uma função conhecida de λ e x . Observe que essa é uma exigência puramente matemática e não tem nada a ver com manter λ constante quando o dispositivo real for operado.

A força f_{cmp} é obtida diretamente da Eq. 3.26 em termos da variável de estado λ . Se então quisermos expressar a força em função de i , poderemos fazê-lo substituindo a expressão adequada de λ , em função de i , na expressão de f_{cmp} obtida usando-se a Eq. 3.26. Observe que essa substituição deve ser feita somente após obtermos a derivada parcial.

Para sistemas magnéticos lineares, nos quais $\lambda = L(x)i$, a energia é expressa pela Eq. 3.19 e a força pode ser encontrada por substituição direta na Eq. 3.26, resultando

$$f_{\text{cmp}} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)} \right) \Big|_{\lambda} = \frac{\lambda^2}{2L(x)^2} \frac{dL(x)}{dx} \tag{3.27}$$

Se desejado, agora a força pode ser expressa diretamente em termos da corrente i fazendo apenas a substituição $\lambda = L(x)i$

$$f_{\text{cmp}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(x)}{dx} \tag{3.28}$$

Exemplo 3.3

A Tabela 3.1 contém dados de um experimento no qual a indutância de um solenoide foi medida em função da posição x , onde $x = 0$ corresponde a uma retração total do solenoide.

Tabela 3.1 Dados para o Exemplo 3.3

x [cm]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
L [mH]	2,8	2,26	1,78	1,52	1,34	1,26	1,20	1,16	1,13	1,11	1,10

Plote a força do solenoide para uma corrente de 0,75 A em função da posição no intervalo $0,2 \leq x \leq 1,8$ cm.

Solução

A solução é obtida mais facilmente usando MATLAB. Primeiro, um ajuste polinomial de quarta ordem da indutância em função de x é obtido usando a função *polyfit* do MATLAB. O resultado tem a forma

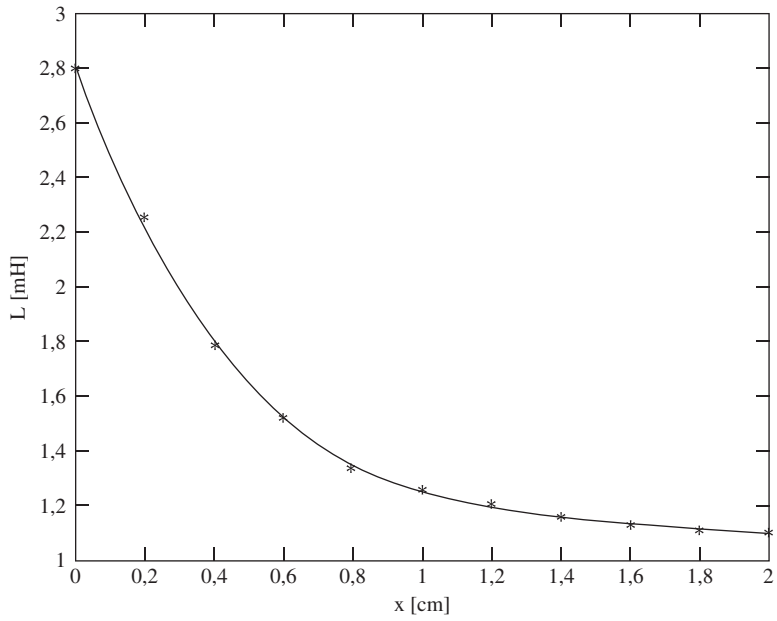
$$L(x) = a(1)x^4 + a(2)x^3 + a(3)x^2 + a(4)x + a(5)$$

A Figura 3.7a mostra uma plotagem dos pontos de dados juntamente com os resultados do ajuste polinomial.

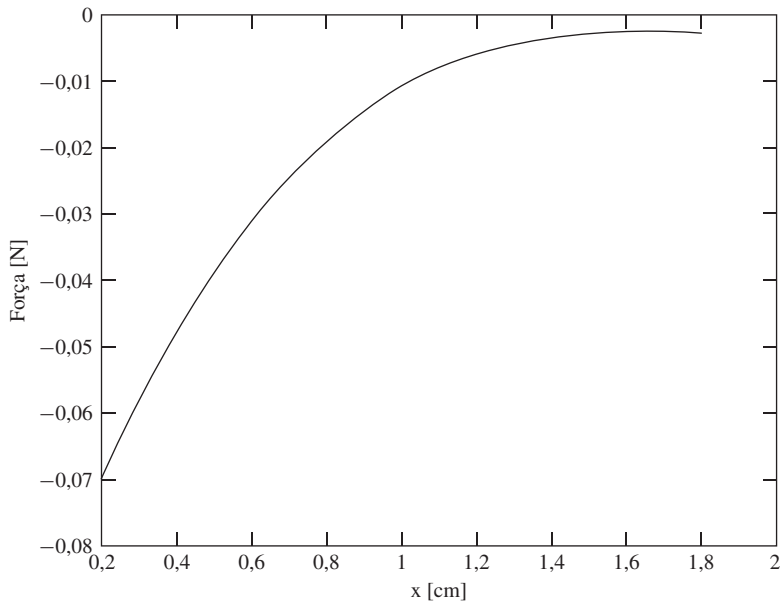
Uma vez obtido esse ajuste, é uma questão imediata calcular a força a partir da Eq. 3.28.

$$f_{\text{cmp}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(x)}{dx} = \frac{i^2}{2} (4a(1)x^3 + 3a(2)x^2 + 2a(3)x + a(4))$$

Essa força está plotada na Figura 3.7b. Observe que a força é negativa, significando que atua em um sentido tal que o êmbolo é puxado para dentro do solenoide em direção a $x = 0$.



(a)



(b)

Figura 3.7 Exemplo 3.3. (a) Ajuste de indutância a uma curva polinomial. (b) Força em função da posição x para $i = 0,75$ A.

Aqui está o *script* de MATLAB:

```

clc
clear

% Aqui estão os dados: x em cm, L em mH
xdata = [0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0];
Ldata = [2.8 2.26 1.78 1.52 1.34 1.26 1.20 1.16 1.13 1.11 1.10];

% Converta para unidades SI
x = xdata*1.e-2;
L = Ldata*1.e-3;

len = length(x);
xmax = x(len);

% Use polyfit para realizar um ajuste de quarta ordem de
% L em função de x. Armazene os coeficientes polinomiais em
% um vetor a. O ajuste será da forma:
%
%          Lfit = a(1)*x^4 + a(2)*x^3 + a(3)*x^2 + a(4)*x + a(5);
%
a = polyfit(x,L,4);

% Vamos conferir o ajuste

n = 1:101;
xfit = xmax*(n-1)/100;
Lfit = a(1)*xfit.^4 + a(2)*xfit.^3 + a(3)*xfit.^2 ...
      + a(4)*xfit + a(5);

% Plote os dados e em seguida o ajuste para comparação
% (converta xfit para cm e Lfit para mH)

plot(xdata,Ldata,'*')
hold
plot(xfit*100,Lfit*1000)
hold
xlabel('x [cm]')
ylabel('L [mH]')

fprintf('\n Pausa. Aperte qualquer tecla para plotar a força.\n')
pause;
% Agora plote a força. A força será dada
%
%          i^2      dL      i^2
%  --- * ---- = --- ( 4*a(1)*x^3 + 3*a(2)*x^2+ 2*a(3)*x + a(4))
%    2          dx          2

```



```
% Inicialize a corrente com 0,75 A
I = 0.75;

n = 1:101;
xfit = 0.002+ .016*(n-1)/100;
F = 4*a(1)*xfit.^3 + 3* a(2)*xfit.^2 + 2*a(3)*xfit + a(4);
F = (I^2/2)*F;

plot(xfit*100,F)
xlabel('x [cm]')
ylabel('Força [N]')
```

Problema prático 3.3

Um controlador externo é conectado ao solenoide do Exemplo 3.3 que mantém constante o fluxo concatenado da bobina com $\lambda = 1,5 \text{ mWb}$. Plote a força resultante do solenoide no intervalo $0,2 \leq x \leq 1,8 \text{ cm}$.

Solução

A força resultante está plotada na Figura 3.8.

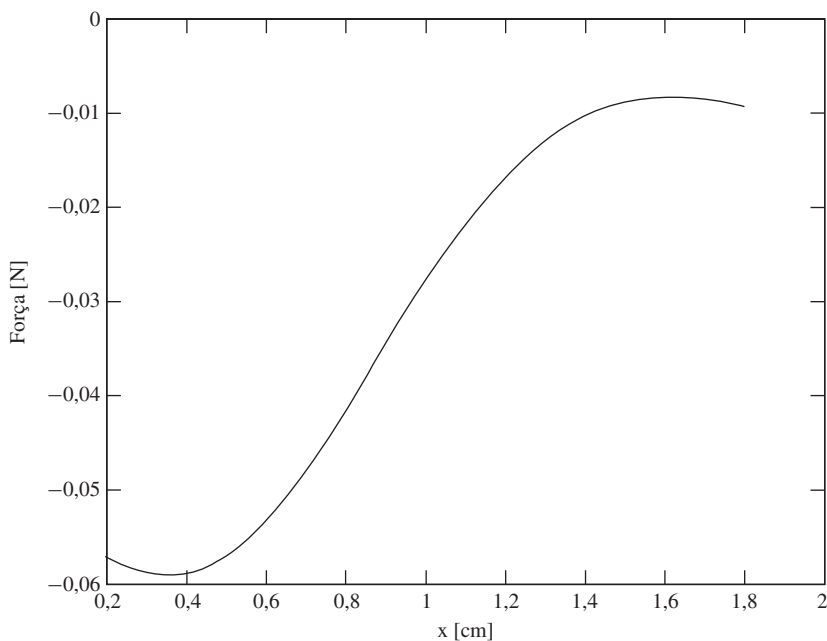


Figura 3.8 Problema prático 3.3. Plotagem da força versus x para $\lambda = 1,5 \text{ mWb}$.

Em um sistema com um terminal mecânico rotativo, as variáveis mecânicas tornam-se o deslocamento angular θ e o conjugado T_{cmp} . Nesse caso, a Eq. 3.22 torna-se

$$dW_{\text{cmp}}(\lambda, \theta) = i d\lambda - T_{\text{cmp}} d\theta \tag{3.29}$$

onde a dependência explícita de W_{cmp} em função das variáveis de estado λ e θ foi indicada.

Por analogia ao desenvolvimento que levou à Eq. 3.26, pode-se obter o conjugado como o negativo da derivada parcial da energia em relação a θ , mantendo λ constante,

$$T_{\text{cmp}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}(\lambda, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda} \tag{3.30}$$

Em sistemas magnéticos lineares, nos quais $\lambda = L(\theta)i$ e, por analogia à Eq. 3.19, a energia é dada por

$$T_{\text{cmp}}(\lambda, \theta) = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(\theta)} \tag{3.31}$$

Portanto, o conjugado é dado por

$$T_{\text{cmp}} = - \left. \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(\theta)} \right) \right|_{\lambda} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(\theta)^2} \frac{dL(\theta)}{d\theta} \tag{3.32}$$

que pode ser expresso indiretamente em termos da corrente i como

$$T_{\text{cmp}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta} \tag{3.33}$$

Exemplo 3.4

O circuito magnético da Figura 3.9 consiste em um estator de bobina única e um rotor oval. Como o entreferro não é uniforme, a indutância da bobina varia com a posição angular do rotor, medida entre o eixo magnético da bobina do estator e o eixo principal do rotor, de acordo com

$$L(\theta) = L_0 + L_2 \cos(2\theta)$$

onde $L_0 = 10,6$ mH e $L_2 = 2,7$ mH. Observe a variação de indutância de segunda harmônica em função do ângulo θ do rotor. Isso é consistente com o fato de que a indutância não se altera se o rotor for girado de 180° .

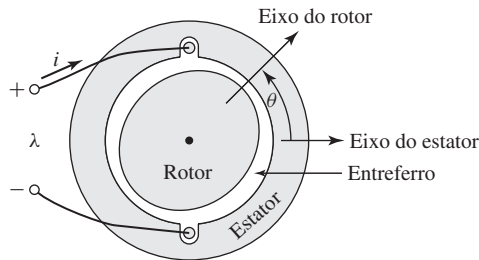


Figura 3.9 Circuito magnético para o Exemplo 3.4.

Encontre o conjugado em função de θ para uma corrente de 2 A na bobina.

Solução

Da Eq. 3.33,

$$T_{\text{cmp}}(\theta) = \frac{i^2}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta} = \frac{i^2}{2} (-2L_2 \text{sen}(2\theta))$$

A substituição numérica dá

$$T_{\text{cmp}}(\theta) = -(1,08 \times 10^{-2}) \text{sen}(2\theta) \text{ N} \cdot \text{m}$$

Observe que neste caso o conjugado atua em um sentido tal que o eixo do rotor é tracionado para se alinhar com o eixo da bobina e assim maximizar a indutância desta.

Problema prático 3.4

Constata-se que a indutância de uma bobina de um circuito magnético, similar ao da Figura 3.9, varia em função da posição do rotor conforme

$$L(\theta) = L_0 + L_2 \cos(2\theta) + L_4 \text{sen}(4\theta)$$

onde $L_0 = 25,4$ mH, $L_2 = 8,3$ mH e $L_4 = 1,8$ mH. (a) Encontre o conjugado em função de θ para uma corrente de enrolamento de 3,5 A. (b) Encontre uma posição de rotor θ_{max} tal que produza um máximo negativo de conjugado.

Solução

- a. $T_{\text{cmp}}(\theta) = -0,1017 \text{sen}(2\theta) + 0,044 \cos(4\theta) \text{ N} \cdot \text{m}$
- b. O máximo negativo de conjugado ocorre quando $\theta = 45^\circ$ e $\theta = 225^\circ$. Isso pode ser determinado analiticamente, mas é útil plotar o conjugado usando o MATLAB.

3.5 Determinação da força e do conjugado magnéticos a partir da coenergia

Uma manipulação matemática da Eq. 3.22 pode ser usada para definir uma nova função de estado, conhecida como *coenergia*, que permite obter a força diretamente como uma função de corrente. A escolha de energia ou coenergia como função de estado é apenas uma questão de conveniência; ambas fornecem o mesmo resultado, mas uma ou outra pode ser analiticamente mais simples, dependendo do resultado desejado e das características do sistema analisado.

A coenergia W'_{cmp} é definida como uma função de i e x tal que

$$W'_{\text{cmp}}(i, x) = i\lambda - W_{\text{cmp}}(\lambda, x) \tag{3.34}$$

A dedução desejada é realizada usando a diferencial de $i\lambda$

$$d(i\lambda) = i d\lambda + \lambda di \tag{3.35}$$

e a diferencial de $dW_{\text{cmp}}(\lambda, x)$ da Eq. 3.22. Da Eq. 3.34, tem-se

$$dW'_{\text{cmp}}(i, x) = d(i\lambda) - dW_{\text{cmp}}(\lambda, x) \tag{3.36}$$

A substituição das Eqs. 3.22 e 3.35 na Eq. 3.36 resulta em

$$dW'_{\text{cmp}}(i, x) = \lambda di + f_{\text{cmp}} dx \quad (3.37)$$

Da Eq. 3.37, pode-se ver que a coenergia $W'_{\text{cmp}}(i, x)$ é uma função de estado das duas variáveis independentes i e x . Assim, sua diferencial pode ser expressa como

$$dW'_{\text{cmp}}(i, x) = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}}{\partial i} \right|_x di + \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}}{\partial x} \right|_i dx \quad (3.38)$$

As Eqs. 3.37 e 3.38 devem ser iguais para todos os valores de di e dx . Assim,

$$\lambda = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i, x)}{\partial i} \right|_x \quad (3.39)$$

$$f_{\text{cmp}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i, x)}{\partial x} \right|_i \quad (3.40)$$

A Eq. 3.40 fornece a força mecânica diretamente em termos de i e x . Observe que a derivada parcial da Eq. 3.40 é obtida mantendo i constante. Assim, W'_{cmp} deve ser uma função conhecida de i e x . Para qualquer sistema dado, as Eqs. 3.26 e 3.40 darão o mesmo resultado; a escolha de qual usar para calcular a força será ditada pela preferência e conveniência do usuário.

Por analogia à dedução da Eq. 3.17, a coenergia pode ser calculada da integral de λdi

$$W'_{\text{cmp}}(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x) di' \quad (3.41)$$

Portanto, em sistemas magnéticos lineares para os quais $\lambda = L(x)i$, a coenergia é dada por

$$W'_{\text{cmp}}(i, x) = \frac{1}{2} L(x) i^2 \quad (3.42)$$

e a força pode ser encontrada a partir da Eq. 3.40 como

$$f_{\text{cmp}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(x)}{dx} \quad (3.43)$$

a qual, como esperado, é idêntica à expressão dada pela Eq. 3.28.

Observe que, em sistemas lineares, a substituição de $L(x)i$ em λ na Eq. 3.19 mostra que numericamente $W'_{\text{cmp}} = W_{\text{cmp}}$. Esse fato é utilizado para obter W_{cmp} no Exemplo 3.2. Entretanto, é importante considerar que, quando se calcula a força a partir da energia utilizando a Eq. 3.26, a energia deve ser expressa explicitamente em termos de λ na forma da Eq. 3.19. De modo similar, quando se calcula a força a partir da coenergia utilizando a Eq. 3.40, a energia deve ser expressa explicitamente em termos de i na forma da Eq. 3.42.

Em um sistema com deslocamento mecânico rotacional, a coenergia pode ser expressa em termos da corrente e do deslocamento angular θ por

$$W'_{\text{cmp}}(i, \theta) = \int_0^i \lambda(i', \theta) di' \quad (3.44)$$

e o conjugado é dado por

$$T_{\text{cmp}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i, \theta)}{\partial \theta} \right|_i \quad (3.45)$$

Se o sistema for magneticamente linear,

$$W'_{\text{cmp}}(i, \theta) = \frac{1}{2}L(\theta)i^2 \quad (3.46)$$

e

$$T_{\text{cmp}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta} \quad (3.47)$$

a qual é idêntica à Eq. 3.33.

Em termos da teoria de campo, para materiais magnéticos moles (em que $\mathbf{B} = 0$ quando $\mathbf{H} = 0$), pode-se mostrar que

$$W'_{\text{cmp}} = \int_V \left(\int_0^{H_0} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{H} \right) dV \quad (3.48)$$

No caso de material magnético mole de permeabilidade constante ($\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$), isso reduz-se a

$$W'_{\text{cmp}} = \int_V \frac{\mu H^2}{2} dV \quad (3.49)$$

Para materiais magnéticos permanentes (duros), como os discutidos no Capítulo 1, e para os quais $B = 0$ quando $H = H_c$, a energia e a coenergia são iguais a zero quando $B = 0$ e, portanto, quando $H = H_c$. Assim, embora a Eq. 3.20 ainda seja aplicável ao cálculo de energia, a Eq. 3.48 deve ser modificada para a forma

$$W'_{\text{cmp}} = \int_V \left(\int_{H_c}^{H_0} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{H} \right) dV \quad (3.50)$$

Observe que a Eq. 3.50 pode ser considerada de aplicação genérica já que os materiais magnéticos moles podem ser considerados simplesmente como materiais magnéticos duros com $H_c = 0$. Nesse caso, a Eq. 3.50 reduz-se à Eq. 3.48.

Em alguns casos, as representações de circuitos magnéticos podem ser difíceis de se obter ou podem não fornecer soluções com a exatidão desejada. Frequentemente, tais situações caracterizam-se por geometrias complexas e/ou materiais magnéticos em saturação profunda. Nessas situações, técnicas numéricas podem ser utilizadas para calcular a energia do sistema usando a Eq. 3.20, ou a coenergia usando-se a Eq. 3.48 ou a 3.50.

Uma dessas técnicas, conhecida como *método dos elementos finitos*,¹ tornou-se muito usada. Por exemplo, esses programas, disponibilizados comercialmente por diversos fornecedores, podem ser usados para calcular as coenergias correspondentes a diversos valores do deslocamento x de um atuador de deslocamento linear (assegu-

¹ Veja, por exemplo, P.P.Sylvester e R.L.Ferrari, *Finite Elements for Electrical Engineers*, Cambridge University Press, New York, 1983.

rando-se de manter constante a corrente quando o valor de x é variado). A força então pode ser obtida da Eq. 3.40, calculando-se numericamente a derivada da coenergia em relação a x a partir dos resultados da análise de elementos finitos.

Exemplo 3.5

Para o relé do Exemplo 3.2, encontre a força no êmbolo em função de x quando a bobina é acionada por um controlador que produz uma corrente em função de x dada por

$$i(x) = I_0 \left(\frac{x}{d} \right) \text{ A}$$

Solução

Do Exemplo 3.2,

$$L(x) = \frac{\mu_0 N^2 l d (1 - x/d)}{2g}$$

Esse é um sistema magneticamente linear para o qual a força pode ser calculada usando a Eq. 3.43, obtendo-se

$$f_{\text{cmp}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(x)}{dx} = -\frac{i^2}{2} \left(\frac{\mu_0 N^2 l}{2g} \right)$$

Substituindo $i(x)$ nessa expressão, a força em função de x pode ser determinada por

$$f_{\text{cmp}} = -\frac{I_0^2 \mu_0 N^2 l}{4g} \left(\frac{x}{d} \right)^2$$

Observe que da Eq. 3.42 a coenergia desse sistema é igual a

$$W'_{\text{cmp}}(i, x) = \frac{i^2}{2} L(x) = \frac{i^2}{2} \frac{N^2 \mu_0 l d (1 - x/d)}{2g}$$

e a derivada dessa expressão em relação a x dá a expressão esperada para a força em termos da corrente i .

Neste exemplo, poderíamos pensar em introduzir a expressão de $i(x)$ diretamente na expressão da coenergia. Nesse caso, a coenergia seria dada por

$$W'_{\text{cmp}}(i, x) = \frac{I_0^2 N^2 \mu_0 l d (1 - x/d)}{4g} \left(\frac{x}{d} \right)^2$$

Embora essa seja uma expressão perfeitamente correta da coenergia em função de x , dentro das condições especificadas de operação, se tentássemos calcular a força tomando a derivada parcial dessa expressão de W'_{cmp} em relação a x , a expressão resultante não forneceria a expressão correta da força. A razão é bem simples: como visto a partir da Eq. 3.40, a derivada parcial deve ser calculada mantendo constante a corrente. Depois de substituir $i(x)$ para obter essa equação de coenergia, a corrente não é mais constante e tal requisito não pode ser atendido. Isso ilustra os problemas que poderão surgir se as diversas expressões de força e conjugado desenvolvidas aqui forem mal aplicadas.

Problema prático 3.5

Considere um êmbolo cuja indutância varia como

$$L(x) = L_0(1 - (x/d)^2)$$

Encontre a força do êmbolo em função de x quando a bobina é acionada por um controlador que produz uma corrente em função de x dada por

$$i(x) = I_0 \left(\frac{x}{d} \right)^2 \text{ A}$$

Solução

$$f_{\text{cmp}} = - \left(\frac{L_0 I_0^2}{d} \right) \left(\frac{x}{d} \right)^5$$

Em um sistema magnético linear, a energia e a coenergia são numericamente iguais: $\frac{1}{2}\lambda^2/L = \frac{1}{2}Li^2$. O mesmo é verdadeiro para as densidades de energia e coenergia: $\frac{1}{2}B^2/\mu = \frac{1}{2}\mu H^2$. Em um sistema não linear, no qual μ e i ou B e H não são linearmente proporcionais, as duas funções não são nem mesmo numericamente iguais. Uma interpretação gráfica da energia e da coenergia em um sistema não linear está mostrada na Figura 3.10. A área entre a curva $\lambda - i$ e o eixo vertical, igual à integral de $d\lambda$, é a energia. A área até o eixo horizontal, dada pela integral de λdi , é a coenergia. Nesse sistema de excitação única, a soma da energia com a coenergia é, por definição (veja Eq. 3.34),

$$W_{\text{cmp}} + W'_{\text{cmp}} = \lambda i \tag{3.51}$$

A força produzida por um campo magnético, em um dispositivo como o da Figura 3.4, para um valor em particular de x e i ou λ , não pode naturalmente depender do fato de ser calculada a partir da energia ou da coenergia. Uma ilustração gráfica demonstrará que ambos os métodos devem fornecer o mesmo resultado.

Suponha que a armadura do relé da Figura 3.4 esteja na posição x , de modo que o dispositivo esteja operando no ponto a da Figura 3.11a. A derivada parcial da Eq. 3.26 pode ser interpretada como o limite de $-\Delta W_{\text{cmp}}/\Delta x$ com λ constante quando $\Delta x \rightarrow 0$. Se permitirmos uma variação Δx , a variação $-\Delta W_{\text{cmp}}$ será mostrada pela área sombreada da Figura 3.11a. Assim, a força será $f_{\text{cmp}} = (\text{área sombreada})/\Delta x$ quando $\Delta x \rightarrow 0$. Por outro lado, a derivada parcial da Eq. 3.40 pode ser interpretada

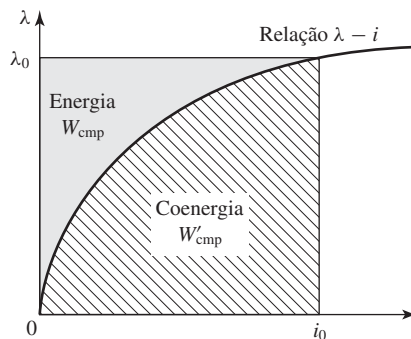


Figura 3.10 Interpretação gráfica da energia e da coenergia em um sistema de excitação única.

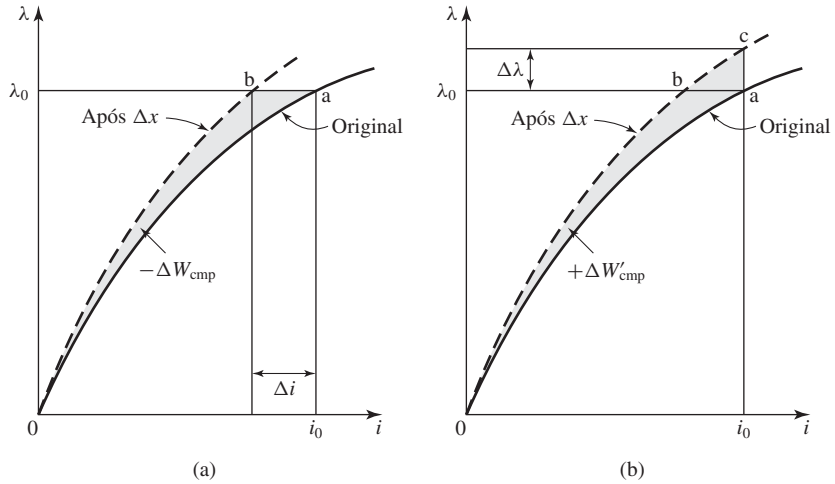


Figura 3.11 Efeito de Δx sobre a energia e a coenergia de um dispositivo de excitação única: (a) variação de energia mantendo λ constante; (b) variação de coenergia mantendo i constante.

como o limite de $\Delta W'_{\text{cmp}} / \Delta x$ com i constante quando $\Delta x \rightarrow 0$. Essa perturbação no dispositivo está mostrada na Figura 3.11b. A força será $f_{\text{cmp}} = (\text{área sombreada}) / \Delta x$ quando $\Delta x \rightarrow 0$. As áreas sombreadas diferem apenas pelo pequeno triângulo abc de lados Δi e $\Delta \lambda$ de modo que no limite as áreas resultantes de Δx , com λ ou i constantes, são iguais. Assim, a força produzida pelo campo magnético não depende de a determinação ser feita a partir da energia ou da coenergia.

As Eqs. 3.26 e 3.40 expressam a força mecânica de origem elétrica em termos das derivadas parciais das funções de energia e coenergia $W_{\text{cmp}}(\lambda, x)$ e $W'_{\text{cmp}}(i, x)$. É importante observar duas coisas a respeito delas: as variáveis em termos das quais devem ser expressas e seus sinais algébricos. É evidente que a força depende fisicamente da dimensão x e do campo magnético. O campo (e, portanto, a energia e a coenergia) pode ser especificado em termos do fluxo concatenado λ , ou da corrente de excitação i , ou de variáveis relacionadas. Voltamos a enfatizar que a escolha da função de energia ou coenergia como base para a análise é uma questão de conveniência.

Os sinais algébricos das Eqs. 3.26 e 3.40 mostram que a força atua em um sentido tal que a energia armazenada no campo magnético é diminuída, no caso de fluxo constante, ou que a coenergia é aumentada, no caso de corrente constante. Em um dispositivo de excitação única, a força atua aumentando a indutância. Isto é obtido tracionando as partes do dispositivo de modo a reduzir a relutância do caminho magnético que concatena o enrolamento.

Exemplo 3.6

O circuito magnético mostrado na Figura 3.12 é feito de aço elétrico de alta permeabilidade. O rotor está livre para girar em torno de um eixo vertical. As dimensões estão mostradas na figura.

- a. Deduza uma expressão para o conjugado, que atua no rotor, em termos das dimensões e do campo magnético dos dois entreferros. Assuma que a relutância do aço seja desprezível ($\mu \rightarrow \infty$) e despreze os efeitos de espraçamento.

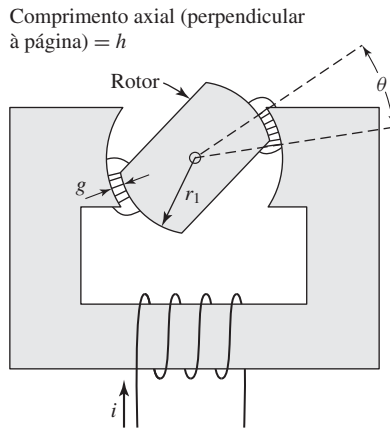


Figura 3.12 Sistema magnético do Exemplo 3.6.

- b. A densidade máxima de fluxo nas porções sobrepostas dos entreferros está limitada a 1,65 T para evitar saturação excessiva do aço. Calcule o conjugado máximo para $r_1 = 2,5 \text{ cm}$, $h = 1,8 \text{ cm}$ e $g = 3 \text{ mm}$.

Solução

- a. Há dois entreferros em série, cada um de comprimento g , e portanto, como a permeabilidade do aço foi assumida infinita, a intensidade de campo H_g do entreferro é igual à

$$H_g = \frac{Ni}{2g}$$

O valor de $B_{aço}$ deve permanecer finito e como $\mu \rightarrow \infty$, $H_{aço} = B_{aço}/\mu$ e, portanto, a densidade de coenergia (Eq. 3.49) do aço é zero ($\mu H_{aço}^2/2 = B_{aço}^2/2\mu = 0$). Assim, a coenergia do sistema é igual à dos entreferros, nos quais a densidade de coenergia é $\mu_0 H_g^2/2$. O volume dos dois entreferros sobrepostos é $2gh(r_1 + 0,5g)\theta$. Consequentemente, a coenergia é igual ao produto da densidade de coenergia do entreferro e do volume do entreferro, ou seja

$$W'_g = \left(\frac{\mu_0 H_g^2}{2} \right) (2gh(r_1 + 0,5g)\theta) = \frac{\mu_0 (Ni)^2 h(r_1 + 0,5g)\theta}{4g}$$

e, assim, da Eq. 3.40,

$$T_{\text{cmp}} = \left. \frac{\partial W'_g(i, \theta)}{\partial \theta} \right|_i = \frac{\mu_0 (Ni)^2 h(r_1 + 0,5g)}{4g}$$

O sinal do conjugado é positivo e atua, portanto, no sentido de aumentar o ângulo de sobreposição θ e de assim alinhar o rotor e as faces polares do estator.

- b. Para $B_g = 1,65 \text{ T}$,

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{1,65}{4\pi \times 10^{-7}} = 1,31 \times 10^6 \text{ A/m}$$

e, assim,

$$Ni = 2gH_g = 2(3 \times 10^{-3})(1,31 \times 10^6) = 7860 \text{ A}\cdot\text{e}$$

T_{cmp} pode agora ser calculado como

$$T_{\text{cmp}} = \frac{4\pi \times 10^{-7} (7860)^2 (1,8 \times 10^{-2}) (2,5 \times 10^{-2} + 0,5(3 \times 10^{-3}))}{4(3 \times 10^{-3})}$$

$$= 3,09 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Problema prático 3.6

- Escreva uma expressão para a indutância do circuito magnético da Figura 3.12 em função de θ .
- Usando essa expressão, deduza uma outra para o conjugado que atua no rotor em função da corrente de entreferro i e do ângulo de rotor θ .

Solução

a.

$$L(\theta) = \frac{\mu_0 N^2 h (r_1 + 0,5g)\theta}{2g}$$

b.

$$T_{\text{cmp}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta} = \frac{i^2}{2} \left(\frac{\mu_0 N^2 h (r_1 + 0,5g)}{2g} \right)$$

3.6 Sistemas de campo magnético multiexcitado

Muitos dispositivos eletromecânicos têm terminais elétricos múltiplos. Em sistemas de medição, frequentemente é desejável obter conjugados proporcionais a dois sinais elétricos; um exemplo é um medidor que determina a potência como o produto de tensão e corrente. Do mesmo modo, a maioria dos dispositivos de conversão eletromecânica de energia consiste em sistemas de campo magnético multiexcitado.

A análise desses sistemas segue-se diretamente das técnicas discutidas nas seções anteriores. Esta seção ilustra essas técnicas com base em um sistema de dois terminais elétricos. Uma representação esquemática de um sistema simples com dois terminais elétricos e um mecânico está mostrada na Figura 3.13. Nesse caso, representa um sistema de movimento rotacional. As variáveis do terminal mecânico são o conjugado T_{cmp} e o deslocamento angular θ . Como há três terminais, o sistema deve ser descrito em termos de três variáveis independentes. Podem ser o ângulo mecânico θ juntamente com os fluxos concatenados λ_1 e λ_2 , ou as correntes i_1 e i_2 , ou um conjunto híbrido incluindo uma corrente e um fluxo.²

Quando os fluxos são usados, a função diferencial de energia $dW_{\text{cmp}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)$, correspondente à Eq. 3.29, é

$$dW_{\text{cmp}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_{\text{cmp}} d\theta \quad (3.52)$$

² Veja, por exemplo, H.H.Woodson e J.R.Melcher, *Electromechanical Dynamics*, Wiley, New York, 1968, Pt. I, Cap. 3.

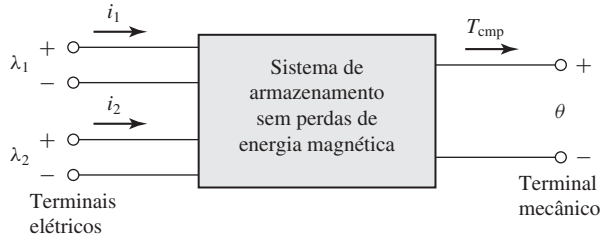


Figura 3.13 Sistema multiexcitado de armazenamento de energia magnética.

e, em analogia direta com a dedução anterior para um sistema de excitação única,

$$i_1 = \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta} \quad (3.53)$$

$$i_2 = \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta} \quad (3.54)$$

e

$$T_{\text{cmp}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2} \quad (3.55)$$

Observe que em cada uma dessas equações a derivada parcial em relação a cada variável independente deve ser tomada mantendo constantes as outras duas variáveis independentes.

A energia W_{cmp} pode ser encontrada integrando a Eq. 3.52. Como no caso de excitação única, embora a energia em qualquer ponto seja independente do caminho de integração, isso é feito de maneira mais conveniente mantendo λ_1 e λ_2 constantes em zero e integrando primeiro em θ . Sob essas condições, T_{cmp} é zero e, assim, essa integral é nula. Em seguida, pode-se integrar em λ_2 (mantendo λ_1 em zero) e finalmente em λ_1 . Assim,

$$W_{\text{cmp}}(\lambda_{10}, \lambda_{20}, \theta_0) = \int_0^{\lambda_{20}} i_2(\lambda_1 = 0, \lambda_2, \theta = \theta_0) d\lambda_2 + \int_0^{\lambda_{10}} i_1(\lambda_1, \lambda_2 = \lambda_{20}, \theta = \theta_0) d\lambda_1 \quad (3.56)$$

Esse caminho de integração está ilustrado na Figura 3.14 e é um análogo direto do mostrado na Figura 3.5. Pode-se, claro, permutar a ordem de integração em relação a λ_1 e λ_2 . Entretanto, é muito importante ter em mente que, para a expressão da Eq. 3.56, as variáveis de estado são integradas em um caminho específico, no qual apenas uma variável de estado é variada por vez. Por exemplo, λ_1 é inicialmente mantido em zero enquanto se integra em relação a λ_2 . Isso está explícito na Figura 3.56 e também pode ser visto na Figura 3.14. A não observância das restrições impostas por um determinado caminho de integração escolhido é um dos erros mais comuns feitos na análise desses sistemas.

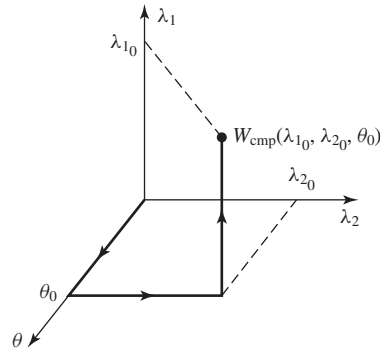


Figura 3.14 Caminho de integração para se obter $W_{\text{cmp}}(\lambda_{1_0}, \lambda_{2_0}, \theta_0)$.

Em um sistema magnético linear, as relações entre λ e i podem ser especificadas em termos das indutâncias, como discutido na Seção 1.2, por

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \quad (3.57)$$

$$\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 \quad (3.58)$$

onde

$$L_{12} = L_{21} \quad (3.59)$$

Aqui, as indutâncias são geralmente funções da posição angular θ .

Essas equações podem ser manipuladas para se obter expressões de i em função de θ

$$i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D} \quad (3.60)$$

$$i_2 = \frac{-L_{21}\lambda_1 + L_{11}\lambda_2}{D} \quad (3.61)$$

onde

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21} \quad (3.62)$$

A energia desse sistema linear pode ser encontrada a partir da Eq. 3.56

$$\begin{aligned} W_{\text{cmp}}(\lambda_{1_0}, \lambda_{2_0}, \theta_0) &= \int_0^{\lambda_{2_0}} \frac{L_{11}(\theta_0)\lambda_2}{D(\theta_0)} d\lambda_2 \\ &+ \int_0^{\lambda_{1_0}} \frac{(L_{22}(\theta_0)\lambda_1 - L_{12}(\theta_0)\lambda_{2_0})}{D(\theta_0)} d\lambda_1 \\ &= \frac{1}{2D(\theta_0)} L_{11}(\theta_0)\lambda_{2_0}^2 + \frac{1}{2D(\theta_0)} L_{22}(\theta_0)\lambda_{1_0}^2 \\ &- \frac{L_{12}(\theta_0)}{D(\theta_0)} \lambda_{1_0}\lambda_{2_0} \end{aligned} \quad (3.63)$$

onde a dependência das indutâncias e do determinante $D(\theta)$, em função do deslocamento angular θ , foi indicada explicitamente.

Na Seção 3.5, para o caso de sistemas de enrolamento único, a função coenergia foi definida de modo que permita a determinação da força e do conjugado diretamente em termos da corrente. Uma função semelhante de coenergia pode ser definida para o caso de sistemas de dois enrolamentos, como

$$W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 - W_{\text{cmp}} \quad (3.64)$$

É uma função de estado que depende das correntes dos dois terminais e do deslocamento mecânico. A sua diferencial, seguindo a substituição da Eq. 3.52, fornece

$$dW'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, \theta) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_{\text{cmp}} d\theta \quad (3.65)$$

Da Eq. 3.65, vemos que

$$\lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \right|_{i_2, \theta} \quad (3.66)$$

$$\lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \right|_{i_1, \theta} \quad (3.67)$$

Agora, de forma mais significativa, o conjugado pode ser determinado diretamente em termos das correntes como

$$T_{\text{cmp}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2} \quad (3.68)$$

De modo semelhante à Eq. 3.56, a coenergia pode ser obtida como

$$\begin{aligned} W'_{\text{cmp}}(i_{10}, i_{20}, \theta_0) &= \int_0^{i_{20}} \lambda_2(i_1 = 0, i_2, \theta = \theta_0) di_2 \\ &+ \int_0^{i_{10}} \lambda_1(i_1, i_2 = i_{20}, \theta = \theta_0) di_1 \end{aligned} \quad (3.69)$$

Para o sistema linear das Eqs. 3.57 a 3.59, tem-se

$$W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2} L_{11}(\theta) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(\theta) i_2^2 + L_{12}(\theta) i_1 i_2 \quad (3.70)$$

Em tal sistema linear, o conjugado pode ser encontrado ou a partir da energia dada pela Eq. 3.63 usando a Eq. 3.55, ou da coenergia dada pela Eq. 3.70 usando a Eq. 3.68. É nesse ponto que a utilidade da função coenergia torna-se aparente. A expressão de energia da Eq. 3.63 é uma função complexa do deslocamento. A sua derivada também o é em grau ainda maior. Como alternativa, a coenergia é uma função relativamente simples de deslocamento e, a partir de sua derivada, pode-se determinar com facilidade uma expressão para o conjugado, em função das correntes de enrolamento i_1 e i_2 como

$$\begin{aligned} T_{\text{cmp}} &= \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2} \\ &= \frac{i_1^2}{2} \left(\frac{dL_{11}(\theta)}{d\theta} \right) + \frac{i_2^2}{2} \left(\frac{dL_{22}(\theta)}{d\theta} \right) + i_1 i_2 \left(\frac{dL_{12}(\theta)}{d\theta} \right) \end{aligned} \quad (3.71)$$

Os sistemas com mais de dois terminais elétricos são tratados de modo análogo. Como no caso dos dois pares de terminais recém utilizados, o uso da coenergia em função das correntes de terminal simplifica muito a determinação do conjugado ou da força.

Exemplo 3.7

No sistema mostrado na Figura 3.15, as indutâncias em henrys são dadas por $L_{11} = (3 + \cos 2\theta) \times 10^{-3}$; $L_{12} = 0,3 \cos \theta$ e $L_{22} = 30 + 10 \cos 2\theta$. Encontre e plote o conjugado $T_{\text{cmp}}(\theta)$ para as correntes $i_1 = 0,8 \text{ A}$ e $i_2 = 0,01 \text{ A}$.

Solução

O conjugado pode ser determinado a partir da Eq. 3.71,

$$T_{\text{cmp}} = \frac{i_1^2}{2} \left(\frac{dL_{11}(\theta)}{d\theta} \right) + \frac{i_2^2}{2} \left(\frac{dL_{22}(\theta)}{d\theta} \right) + i_1 i_2 \left(\frac{dL_{12}(\theta)}{d\theta} \right)$$

$$= \frac{i_1^2}{2} (-2 \times 10^{-3}) \text{sen } 2\theta + \frac{i_2^2}{2} (-20 \text{sen } 2\theta) - i_1 i_2 (0,3) \text{sen } \theta$$

Para $i_1 = 0,8 \text{ A}$ e $i_2 = 0,01 \text{ A}$. O conjugado é

$$T_{\text{cmp}} = -1,64 \times 10^{-3} \text{sen } 2\theta - 2,4 \times 10^{-3} \text{sen } \theta$$

Observe que a expressão do conjugado consiste em termos de dois tipos. Um deles, proporcional a $i_1 i_2 \text{sen } \theta$, é devido à interação mútua entre as correntes do rotor e do estator, atuando no sentido de alinhar o rotor e o estator de modo a maximizar a sua indutância mútua. Como opção, pode-se pensar também que é devido à tendência de alinhamento de dois campos magnéticos (nesse caso, os do rotor e do estator).

A expressão do conjugado também tem termos proporcionais a 2θ e ao quadrado das correntes individuais das bobinas. Esses termos são devidos à ação individual das correntes de enrolamento e correspondem aos conjugados vistos em sistemas de excitação única. Aqui cada componente de conjugado atua em uma direção que

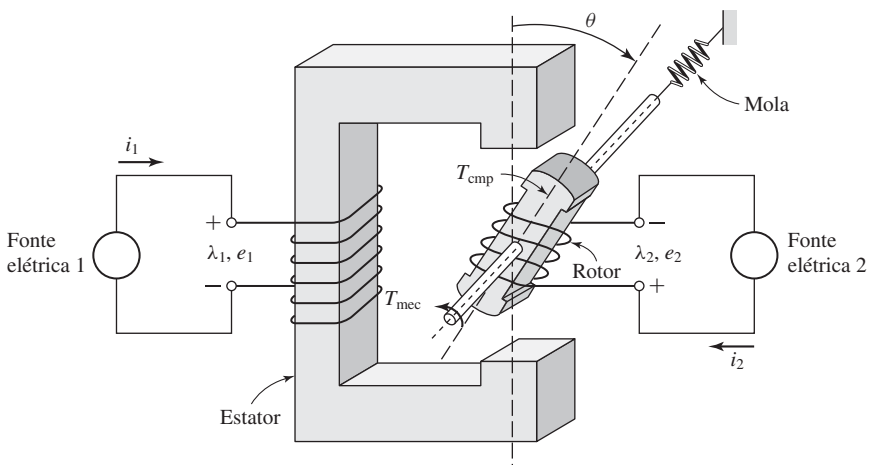


Figura 3.15 Sistema magnético de excitação múltipla do Exemplo 3.7.

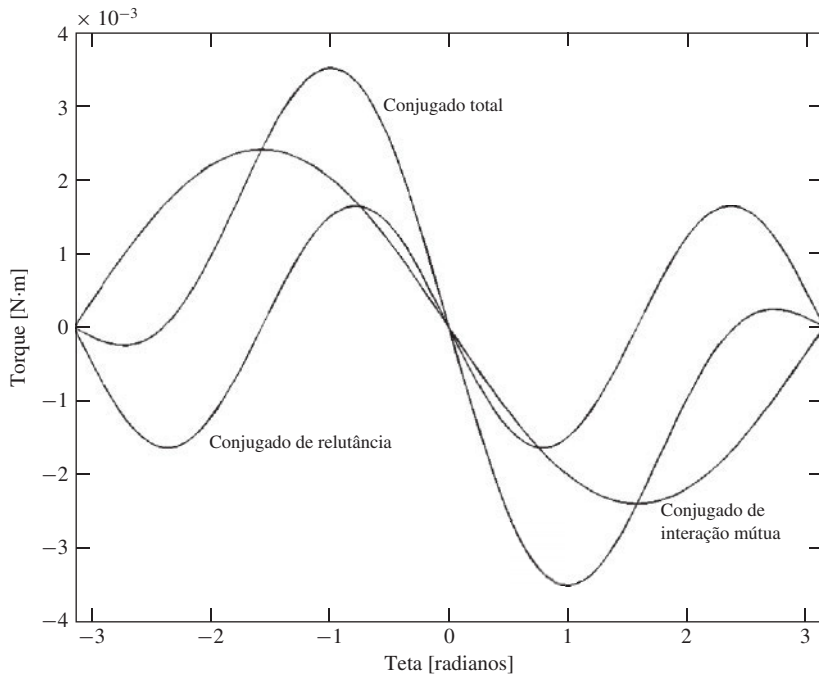


Figura 3.16 Plotagem dos componentes de conjugado do sistema de excitação múltipla do Exemplo 3.7.

maximiza a respectiva indutância de modo a maximizar a coenergia. A variação 2θ de conjugado é devido à variação 2θ nas indutâncias próprias (exatamente como foi visto no Exemplo 3.4), o que por sua vez é devido à variação da relutância de entreferro. Observe que uma rotação de 180° , a partir de qualquer posição, resulta na mesma relutância de entreferro (por isso a variação em dobro do ângulo). Esse componente de conjugado é conhecido como *conjugado de relutância*. Os dois componentes de conjugado (mútuo e de relutância), juntamente com o conjugado total, estão plotados com MATLAB na Figura 3.16.

Problema prático 3.7

Encontre uma expressão para o conjugado de um sistema simétrico de dois enrolamentos cujas indutâncias variam conforme

$$L_{11} = L_{22} = 0,8 + 0,27 \cos 4\theta$$

$$L_{12} = 0,65 \cos 2\theta$$

dada a condição de que $i_1 = -i_2 = 0,37$ A.

Solução

$$T_{\text{cmp}} = -0,148 \text{ sen } (4\theta) + 0,178 \text{ sen } (2\theta)$$

A dedução recém apresentada para deslocamento angular pode ser repetida de modo semelhante à dos sistemas de deslocamento linear. Se isso for feito, as expressões encontradas para a energia e a coenergia serão

$$W_{\text{cmp}}(\lambda_{10}, \lambda_{20}, x_0) = \int_0^{\lambda_{20}} i_2(\lambda_1 = 0, \lambda_2, x = x_0) d\lambda_2 + \int_0^{\lambda_{10}} i_1(\lambda_1, \lambda_2 = \lambda_{20}, x = x_0) d\lambda_1 \quad (3.72)$$

$$W'_{\text{cmp}}(i_{10}, i_{20}, x_0) = \int_0^{i_{20}} \lambda_2(i_1 = 0, i_2, x = x_0) di_2 + \int_0^{i_{10}} \lambda_1(i_1, i_2 = i_{20}, x = x_0) di_1 \quad (3.73)$$

Do mesmo modo, a força pode ser obtida de

$$f_{\text{cmp}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{cmp}}(\lambda_1, \lambda_2, x)}{\partial x} \right|_{\lambda_1, \lambda_2} \quad (3.74)$$

ou

$$f_{\text{cmp}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, x)}{\partial x} \right|_{i_1, i_2} \quad (3.75)$$

Em um sistema magnético linear, a expressão de coenergia dada pela Eq. 3.70 torna-se

$$W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2, x) = \frac{1}{2} L_{11}(x) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(x) i_2^2 + L_{12}(x) i_1 i_2 \quad (3.76)$$

e, assim, a força é dada por

$$f_{\text{cmp}} = \frac{i_1^2}{2} \left(\frac{dL_{11}(x)}{dx} \right) + \frac{i_2^2}{2} \left(\frac{dL_{22}(x)}{dx} \right) + i_1 i_2 \left(\frac{dL_{12}(x)}{dx} \right) \quad (3.77)$$

3.7 Forças e conjugados em sistemas com ímãs permanentes

As deduções das expressões de força e conjugado das Seções 3.4 a 3.6 voltaram-se a sistemas nos quais os campos magnéticos são produzidos pela excitação elétrica de enrolamentos específicos do sistema. No entanto, na Seção 3.5, foi visto que é preciso um cuidado especial quando são considerados os sistemas que contêm ímãs permanentes (também referidos como materiais magnéticos *duros*). Especificamente, a discussão que acompanhou a dedução da expressão da coenergia da Eq. 3.50 mostrou que em tais sistemas a densidade de fluxo magnético é zero quando $H = H_c$ e não $H = 0$.

Por essa razão, as deduções das expressões de força e conjugado das Seções 3.4 a 3.6 devem ser modificadas para o caso de sistemas que contenham ímãs permanentes. Considere, por exemplo, que a dedução da Eq. 3.17 depende do fato de que, na Eq. 3.16, quando a integração se dá ao longo do caminho $2a$, a força pode ser consi-

derada nula porque não há excitação elétrica no sistema. Um argumento semelhante aplica-se à dedução das expressões de coenergia das Eqs. 3.41 e 3.69.

Em sistemas com ímãs permanentes, essas deduções devem ser revisitadas com cuidado. Em alguns casos, tais sistemas não apresentam enrolamento. Os seus campos magnéticos devem-se apenas à presença de material magnético permanente, e não é possível fundamentar as deduções puramente em fluxos e correntes de enrolamentos. Em outros casos, os campos magnéticos podem ser produzidos por meio de uma combinação de ímãs permanentes e enrolamentos.

Uma modificação das técnicas apresentadas nas seções anteriores pode ser usada em sistemas que contenham ímãs permanentes. Embora a dedução apresentada aqui seja aplicável especificamente a sistemas em que o ímã aparece como um elemento pertencente a um circuito magnético de campo interno uniforme, pode-se generalizá-la para situações mais complexas. No caso mais geral, as expressões da teoria de campo para a energia (Eq. 3.20) e a coenergia (Eq. 3.50) podem ser usadas.

A essência dessa técnica está em considerar o sistema com um *enrolamento fictício* adicional, que atua na mesma porção do circuito magnético que o ímã permanente. Em condições normais de operação, o enrolamento fictício conduz uma corrente nula. A sua função é simplesmente a de uma “muleta” matemática que pode ser usada para realizar a análise requerida. A corrente nesse enrolamento pode ser ajustada de modo a cancelar o campo magnético produzido pelo ímã permanente. Dessa forma, pode-se obter o ponto de partida de “força zero” para as análises, como as que levam da Eq. 3.16 à Eq. 3.17.

Com o propósito de se calcular a energia e a coenergia do sistema, esse enrolamento é tratado como outro enrolamento qualquer, com seu próprio conjunto de corrente e fluxo concatenado. Como resultado, as expressões de energia e coenergia podem ser obtidas como função de todos os fluxos concatenados ou correntes de enrolamento, incluindo o enrolamento fictício. Como em condições normais de operação a corrente nesse enrolamento será ajustada para o valor zero, é útil deduzir a expressão da força a partir da coenergia do sistema, pois as correntes de enrolamento são expressas explicitamente nessa representação.

A Figura 3.17a mostra um circuito magnético com um ímã permanente e um êmbolo móvel. Para encontrar a força no êmbolo, em função de sua posição, supomos

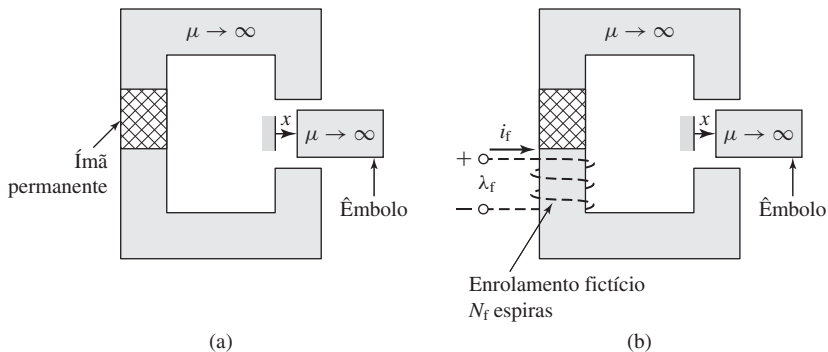


Figura 3.17 (a) Circuito magnético com ímã permanente e êmbolo móvel; (b) Enrolamento fictício acrescentado.

que haja um enrolamento fictício, de N_f espiras conduzindo uma corrente i_f , enrolado de tal modo que é produzido um fluxo através do ímã permanente, como se mostra na Figura 3.17b.

Para esse sistema de enrolamento único, podemos escrever a expressão da diferencial de coenergia a partir da Eq. 3.37 como

$$dW'_{\text{cmp}}(i_f, x) = \lambda_f di_f + f_{\text{cmp}} dx \tag{3.78}$$

onde o índice ‘f’ indica o enrolamento fictício. De acordo com a Eq. 3.40, a força nesse sistema pode ser escrita como

$$f_{\text{cmp}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i_f = 0, x)}{\partial x} \right|_{i_f} \tag{3.79}$$

onde a derivada parcial é obtida mantendo-se i_f constante com $i_f = 0$, como foi indicado na Eq. 3.79. Como vimos, manter i_f constante, na derivada da Eq. 3.79, é uma exigência do método da energia. Nesse caso, ela deve ser tornada zero para se calcular apropriadamente apenas a força do ímã, de modo a não incluir uma componente de força da corrente no enrolamento fictício.

Para calcular a coenergia $W'_{\text{cmp}}(i_f = 0, x)$ desse sistema, é necessário integrar a Eq. 3.78. Como W'_{cmp} é uma função de estado de i_f e x , estamos livres para escolher qualquer caminho de integração que desejarmos. A Figura 3.18 ilustra um caminho em que essa integração é especialmente simples. Para esse caminho, podemos escrever a expressão da coenergia do sistema como

$$\begin{aligned} W'_{\text{cmp}}(i_f = 0, x) &= \int_{\text{caminho 1a}} dW'_{\text{cmp}} + \int_{\text{caminho 1b}} dW'_{\text{cmp}} \\ &= \int_0^x f_{\text{cmp}}(i_f = I_{f0}, x') dx' + \int_{I_{f0}}^0 \lambda_f(i_f, x) di_f \end{aligned} \tag{3.80}$$

que corresponde diretamente à expressão análoga de energia encontrada na Eq. 3.16.

Observe que a integração é feita primeiro em x com a corrente i_f mantida constante em $i_f = I_{f0}$. Essa é uma corrente muito específica, igual à corrente fictícia de

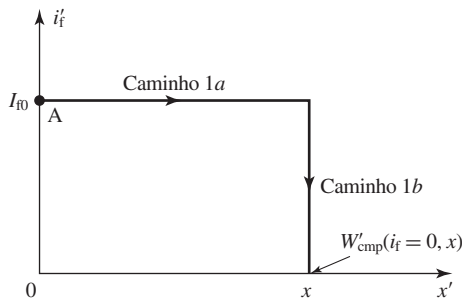


Figura 3.18 Caminho de integração para calcular $W'_{\text{cmp}}(i_f = 0, x)$ no sistema de ímã permanente da Figura 3.17.

enrolamento que reduz o fluxo magnético a zero no sistema. Em outras palavras, a corrente I_{f0} é a corrente no enrolamento fictício que contrabalança totalmente o campo magnético produzido pelo ímã permanente. Dessa forma, a força f_{cmp} é zero no ponto A da Figura 3.18 e assim permanece na integração em x ao longo do caminho $1a$. Portanto, a integral ao longo do caminho $1a$ da Eq. 3.80 é zero e essa equação reduz-se a

$$W'_{\text{cmp}}(i_f = 0, x) = \int_{I_{f0}}^0 \lambda_f(i_f, x) di_f \tag{3.81}$$

Devemos enfatizar que a Eq. 3.81 é completamente geral e não requer que nem o ímã permanente nem o material magnético do circuito magnético sejam lineares. Após calcular a Eq. 3.81, a força em uma posição dada x do êmbolo pode ser obtida com facilidade da Eq. 3.79.

Exemplo 3.8

O circuito magnético da Figura 3.19 é excitado por um ímã permanente de samário-cobalto e contém um êmbolo móvel. Também está mostrado o enrolamento fictício de N_f espiras, conduzindo uma corrente i_f , que foi incluído aqui para a análise. As dimensões são:

$$\begin{aligned} W_m = 2,0 \text{ cm} \quad W_g = 3,0 \text{ cm} \quad W_0 = 2,0 \text{ cm} \\ d = 2,0 \text{ cm} \quad g = 0,2 \text{ cm} \quad D = 3,0 \text{ cm} \end{aligned}$$

Encontre (a) uma expressão para a coenergia do sistema em função da posição x do êmbolo e (b) uma expressão para a força no êmbolo em função de x . Finalmente, (c) calcule a força em $x = 0$ e $x = 0,5$ cm. Despreze os efeitos dos fluxos de espraiamento nesse cálculo.

Solução

- a. Como é bem linear na maior parte de seu intervalo útil de operação, a curva de magnetização CC do samário-cobalto pode ser representada como uma linha reta dada pela Eq. 1.60

$$B_m = \mu_R(H_m - H'_c) = \mu_R H_m + B_r$$

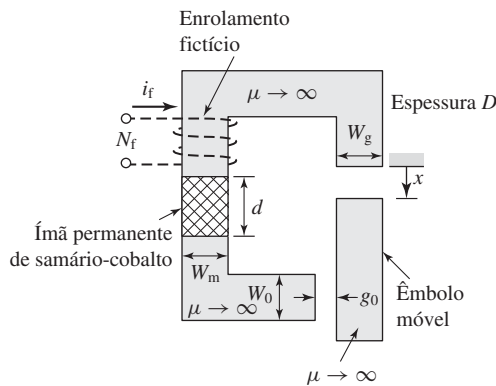


Figura 3.19 Circuito magnético do Exemplo 3.8.

onde o índice 'm' é usado aqui para indicar especificamente os campos dentro do ímã de samário-cobalto e

$$\mu_R = 1,05\mu_0$$

$$H'_c = -712 \text{ kA/m}$$

$$B_r = 0,94 \text{ T}$$

Observe, com base na Figura 1.19, que a curva de magnetização CC do samário-cobalto não é completamente linear; ela se dobra ligeiramente para baixo nos valores baixos de densidade de fluxo. Assim, na curva característica B - H dada acima, a coercividade aparente H'_c é um pouco maior do que a real do samário-cobalto.

Da Eq. 1.5, podemos escrever

$$N_f i_f = H_m d + H_g x + H_0 g_0$$

onde o índice 'g' refere-se ao entreferro variável de comprimento x e o índice '0' ao entreferro fixo de comprimento g_0 . De modo semelhante, da condição de continuidade de fluxo, Eq. 1.3, podemos escrever

$$B_m W_m D = B_g W_g D = B_0 W_0 D$$

Considerando que nos entreferros temos $B_g = \mu_0 H_g$ e $B_0 = \mu_0 H_0$, podemos resolver as equações acima em relação a B_m :

$$B_m = \frac{\mu_R (N_f i_f - H'_c d)}{d + W_m \left(\frac{\mu_R}{\mu_0} \right) \left(\frac{x}{W_g} + \frac{g_0}{W_0} \right)}$$

Finalmente, podemos determinar o fluxo concatenado λ_f do enrolamento fictício como

$$\lambda_f = N_f W_m D B_m = \frac{N_f W_m D \mu_R (N_f i_f - H'_c d)}{d + W_m \left(\frac{\mu_R}{\mu_0} \right) \left(\frac{x}{W_g} + \frac{g_0}{W_0} \right)}$$

Assim, vemos que o fluxo concatenado λ_f será zero quando $i_f = I_{f0}$ onde

$$I_{f0} = \frac{H'_c d}{N_f} = \frac{-B_r d}{\mu_R N_f}$$

e, da Eq. 3.81, podemos obter a coenergia como

$$\begin{aligned} W'_{\text{cmp}}(x) &= \int_{H'_c d / N_f}^0 \left[\frac{N_f W_m D \mu_R (N_f i_f - H'_c d)}{d + W_m \left(\frac{\mu_R}{\mu_0} \right) \left(\frac{x}{W_g} + \frac{g_0}{W_0} \right)} \right] di_f \\ &= \frac{W_m D (B_r d)^2}{2\mu_R \left[d + W_m \left(\frac{\mu_R}{\mu_0} \right) \left(\frac{x}{W_g} + \frac{g_0}{W_0} \right) \right]} \end{aligned}$$

Observe que a resposta não depende nem de N_f nem de i_f . Isso é o esperado, pois o enrolamento fictício não existe de fato nesse sistema.

b. Uma vez encontrada a coenergia, a força pode ser determinada da Eq. 3.79 como

$$f_{\text{cmp}} = - \frac{W_m^2 D (B_r d)^2}{2\mu_0 W_g \left[d + W_m \left(\frac{\mu_R}{\mu_0} \right) \left(\frac{x}{W_g} + \frac{g_0}{W_0} \right) \right]^2}$$

Observe que a força é negativa, indicando que ela atua no sentido de diminuir x , isto é, puxar o êmbolo no sentido que diminui o entreferro.

c. Finalmente, a substituição na expressão da força fornece

$$f_{\text{cmp}} = \begin{cases} -115 \text{ N} & \text{em } x = 0 \text{ cm} \\ -85,8 \text{ N} & \text{em } x = 0,5 \text{ cm} \end{cases}$$

Problema prático 3.8

- a. Deduza uma expressão para a coenergia do circuito magnético da Figura 3.20 em função da posição x do êmbolo.
- b. Deduza uma expressão para a força na direção de x sobre o êmbolo e calcule-a para $x = W_g/2$. Despreze os efeitos dos fluxos de espraio. As dimensões são:

$$W_m = 2,0 \text{ cm} \quad W_g = 2,5 \text{ cm} \quad D = 3,0 \text{ cm}$$

$$d = 1,0 \text{ cm} \quad g = 0,2 \text{ cm}$$

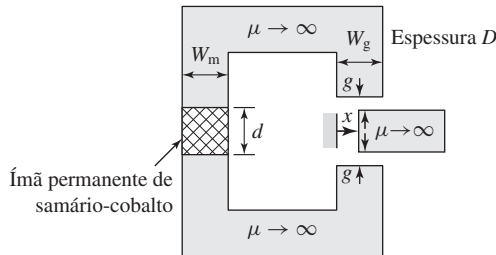


Figura 3.20 Circuito magnético do Problema prático 3.8.

Solução

a.

$$W'_{\text{cmp}} = \frac{W_m D (B_r d)^2}{2\mu_R \left[d + \left(\frac{\mu_R}{\mu_0} \right) \left(\frac{2g W_m}{(W_g - x)} \right) \right]}$$

b.

$$f_{\text{cmp}} = - \frac{\mu_0 g D (W_m B_r d)^2}{(2\mu_R g W_m + \mu_0 d (W_g - x))^2}$$

Em $x = W_g/2, f_{\text{cmp}} = -38,6 \text{ N}$.

Considere o circuito magnético esquemático da Figura 3.21a. Consiste em uma seção de material magnético duro (ímã) e linear ($B_m = \mu_R(H_m - H'_c)$), de área A e comprimento d . Está conectada em série com um circuito magnético externo de FMM \mathcal{F}_e .

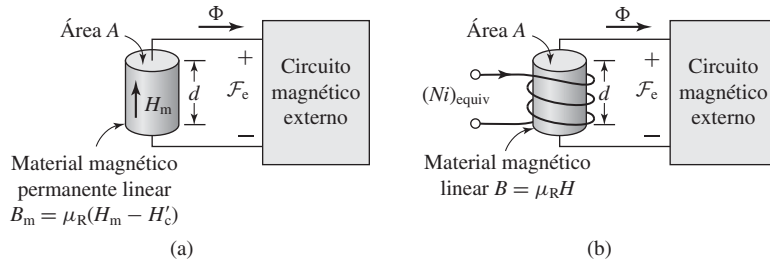


Figura 3.21 (a) Circuito magnético genérico contendo uma seção de material magnético permanente (ímã) linear. (b) Circuito magnético genérico no qual o ímã permanente foi substituído por uma seção de material magnético linear e um enrolamento fictício.

Da Eq. 1.21, considerando que não há ampères-espiras atuando nesse circuito magnético, temos

$$H_m d + \mathcal{F}_c = 0 \tag{3.82}$$

O fluxo produzido no circuito magnético externo pelo ímã permanente é dado por

$$\Phi = AB_m = \mu_R A (H_m - H'_c) \tag{3.83}$$

Da Eq. 3.82, substituindo H_m na Eq. 3.83, obtém-se

$$\Phi = \mu_R A \left(-H'_c - \frac{\mathcal{F}_c}{d} \right) \tag{3.84}$$

Agora, considere o circuito magnético esquemático da Figura 3.21b, no qual o material magnético duro e linear da Figura 3.21a foi substituído por um material magnético mole e linear de mesma permeabilidade ($B = \mu_R H$) e mesmas dimensões (comprimento d e área A). Além disso, foi incluído um enrolamento que conduz $(Ni)_{equiv}$ ampères-espiras.

Nesse circuito magnético, é possível mostrar que o fluxo pode ser dado por

$$\Phi = \mu_R A \left(\frac{(Ni)_{equiv}}{d} - \frac{\mathcal{F}_c}{d} \right) \tag{3.85}$$

Comparando as Eqs. 3.84 e 3.85, vemos que o mesmo fluxo será produzido no circuito magnético externo se o valor de ampères-espiras, $(Ni)_{equiv}$, do enrolamento da Figura 3.21b, for igual a $-H'_c d$.

Esse resultado é útil na análise de estruturas de circuitos magnéticos que contêm materiais magnéticos permanentes lineares, cujas características $B-H$ podem ser representadas na forma da Eq. 1.60. Nesses casos, a substituição da seção constituída pelo ímã permanente por uma outra de material magnético linear de mesma geometria e permeabilidade μ_R juntamente com um enrolamento equivalente de ampères-espiras dado por

$$(Ni)_{equiv} = -H'_c d \tag{3.86}$$

produzirá o mesmo fluxo no circuito magnético externo. Como consequência, tanto o ímã permanente linear como a combinação do material magnético linear com o enrolamento são indistinguíveis em relação à produção de campos magnéticos no circuito magnético externo, produzindo assim forças idênticas. Portanto, a análise de tais sistemas pode ser simplificada com essa substituição, como se mostra no Exemplo 3.9. Essa técnica é especialmente útil na análise de circuitos magnéticos que contêm ao mesmo tempo ímã permanente e um ou mais enrolamentos.

Exemplo 3.9

A Figura 3.22a mostra um atuador, constituído por um yoke de permeabilidade infinita e um êmbolo, que é excitado com um ímã de neodímio-ferro-boro e um enrolamento de excitação com $N_1 = 1500$ espiras. As dimensões são

$$W = 4,0 \text{ cm} \quad W_1 = 4,5 \text{ cm} \quad D = 3,5 \text{ cm}$$

$$d = 8 \text{ mm} \quad g_0 = 1 \text{ mm}$$

Encontre (a) a força sobre o êmbolo na direção x quando a corrente no enrolamento de excitação é zero e $x = 3$ mm. (b) Calcule a corrente necessária, no enrolamento de excitação, para reduzir a zero a força no êmbolo.

Solução

- a. Como foi discutido na Seção 1.6, a curva característica de magnetização CC do neodímio-ferro-boro pode ser representada por uma relação linear da forma

$$B = \mu_R(H - H'_c) = B_r + \mu_R H$$

onde $\mu_R = 1,06\mu_0$, $H'_c = -940$ kA/m e $B_r = 1,25$ T. Como discutido nesta seção, podemos substituir o ímã por uma seção de material linear de permeabilidade μ_R e um enrolamento equivalente cujo valor de ampères-espiras é

$$(Ni)_{\text{equiv}} = -H'_c d = -(-9,4 \times 10^5)(8 \times 10^{-3}) = 7520 \text{ ampères-espiras}$$

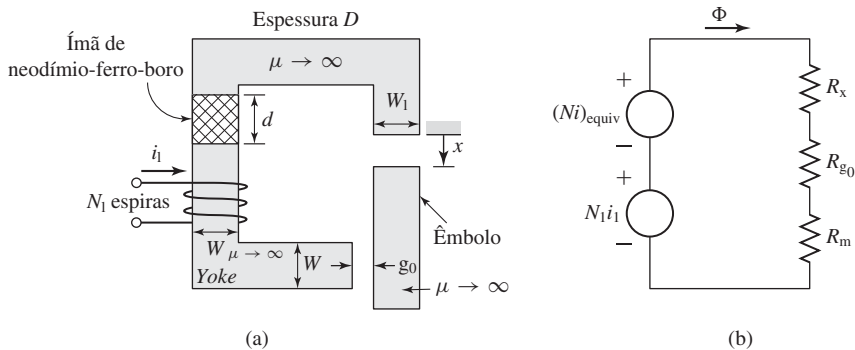


Figura 3.22 (a) Atuador do Exemplo 3.9. (b) Circuito equivalente do atuador onde o ímã permanente foi substituído por um material linear e um enrolamento equivalente que conduz $(Ni)_{\text{equiv}}$ ampères-espiras.

Baseado nessa substituição, o circuito equivalente do sistema torna-se o da Figura 3.22b. Há duas fontes de FMM em série com três relutâncias: a \mathcal{R}_x do entreferro variável, a \mathcal{R}_0 do entreferro fixo e a \mathcal{R}_m do ímã.

$$\mathcal{R}_x = \frac{x}{\mu_0 W_1 D}$$

$$\mathcal{R}_0 = \frac{g_0}{\mu_0 W D}$$

$$\mathcal{R}_m = \frac{d}{\mu_R W D}$$

Com $i_1 = 0$, o atuador é equivalente a um sistema de enrolamento único cuja coenergia é dada por

$$W'_{\text{cmp}} = \frac{1}{2} L i_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{(Ni)_{\text{equiv}}^2}{\mathcal{R}_x + \mathcal{R}_0 + \mathcal{R}_m} \right)$$

A força sobre o êmbolo pode então ser obtida de

$$f_{\text{cmp}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}}{\partial x} \right|_{i_{\text{equiv}}} = - \frac{(Ni)_{\text{equiv}}^2}{(\mathcal{R}_x + \mathcal{R}_0 + \mathcal{R}_m)^2} \left(\frac{d\mathcal{R}_x}{dx} \right)$$

$$= - \frac{(Ni)_{\text{equiv}}^2}{\mu_0 W_1 D (\mathcal{R}_x + \mathcal{R}_0 + \mathcal{R}_m)^2}$$

Substituindo os valores dados, obtém-se $f_{\text{cmp}} = -703 \text{ N}$, em que o sinal negativo indica que a força atua no sentido de reduzir x (fechar o entreferro).

- b. O fluxo no atuador é proporcional ao valor total efetivo de ampères-espiras $(Ni)_{\text{equiv}} + N_1 i_1$ que atua no circuito magnético. Assim, a força será nula quando o valor líquido de ampères-espiras for igual a zero ou quando

$$i_1 = \frac{(Ni)_{\text{equiv}}}{N_1} = \frac{7520}{1500} = 5,01 \text{ A}$$

Observe, no entanto, que o sinal da corrente (isto é, em que sentido ela deve ser aplicada ao enrolamento de excitação) não pode ser determinado a partir da informação dada aqui, considerando que desconhecemos o sentido de magnetização do ímã. Como a força depende do quadrado da densidade do fluxo magnético, o ímã, na perna esquerda do circuito magnético, pode ser orientado para produzir fluxo tanto no sentido ascendente como no descendente e a força calculada na parte (a) será a mesma. Para reduzir a força a zero, uma corrente de 5,01 ampères deve ser aplicada ao enrolamento de excitação, em um sentido tal que o fluxo seja reduzido a zero. Se a corrente oposta for aplicada, tanto a densidade de fluxo como a força aumentarão.

Problema prático 3.9

O Problema prático 3.8 deve ser refeito substituindo o ímã de samário-cobalto por uma seção de material linear e um enrolamento equivalente. Escreva (a) expressões para \mathcal{R}_m , a relutância da seção de material linear; \mathcal{R}_g , a relutância do entreferro; e $(Ni)_{\text{equiv}}$, os ampères-espiras do enrolamento equivalente; e (b) uma expressão para a indutância do enrolamento equivalente e a coenergia.

$$W_m = 2,0 \text{ cm} \quad W_g = 2,5 \text{ cm} \quad D = 3,0 \text{ cm}$$

$$d = 1,0 \text{ cm} \quad g_0 = 0,2 \text{ cm}$$

Solução

a.

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_m &= \frac{d}{\mu_R W_m D} \\ \mathcal{R}_g &= \frac{2g}{\mu_0 (W_g - x) D} \\ (Ni)_{\text{equiv}} &= -H'_c d = \frac{(B_r d)}{\mu_R} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} L &= \frac{N_{\text{equiv}}^2}{(\mathcal{R}_m + \mathcal{R}_g)} \\ W'_{\text{cmp}} &= \frac{Li_{\text{equiv}}^2}{2} = \frac{(B_r d)^2}{2\mu_R^2 (\mathcal{R}_m + \mathcal{R}_g)} = \frac{W_m D (B_r d)^2}{2\mu_R \left[d + \left(\frac{\mu_R}{\mu_0} \right) \left(\frac{2g W_m}{(W_g - x)} \right) \right]} \end{aligned}$$

É evidente que os métodos descritos neste capítulo podem ser estendidos para tratar de situações em que há ímãs permanentes e múltiplos enrolamentos conduzindo corrente. Em muitos dispositivos de interesse prático, independentemente do número de enrolamentos e/ou ímãs permanentes, a geometria é bastante complexa. Nesses casos, a análise dos circuitos magnéticos não é necessariamente aplicável. Se for possível encontrar soluções, pode-se esperar que elas serão inexatas. Contudo, poderemos usar técnicas numéricas, como o método dos elementos finitos já discutido. Aplicando esse método ao caso de ímã permanente, a coenergia da Eq. 3.48 ou da Eq. 3.50 pode ser calculada numericamente para correntes constantes de enrolamento e valores variáveis de deslocamento.

3.8 Equações dinâmicas

Deduzimos expressões para as forças e conjugados produzidos em dispositivos de conversão eletromecânica de energia como funções das variáveis dos terminais elétricos e do deslocamento mecânico. Essas expressões foram deduzidas para sistemas conservativos de conversão de energia, nos quais assume-se que as perdas podem ser atribuídas a elementos elétricos e mecânicos externos, conectados aos terminais do sistema de conversão de energia. Tais dispositivos de conversão de energia são planejados para operar como um meio de acoplamento entre sistemas elétricos e mecânicos. Portanto, estamos interessados basicamente na operação por completo do sistema eletromecânico e não apenas no sistema de conversão eletromecânica de energia, em torno do qual ele é construído.

O modelo de um sistema eletromecânico simples, como o mostrado na Figura 3.23, ilustra os componentes básicos do sistema. Os detalhes variam de sistema para sistema. O sistema mostrado consiste em três partes: o sistema elétrico externo, o sistema de conversão eletromecânica de energia e o sistema mecânico externo. O sistema elétrico é representado por uma fonte de tensão v_0 e uma resistência R ; a fonte poderia ser representada alternativamente por uma fonte de corrente e uma condutância G em paralelo.

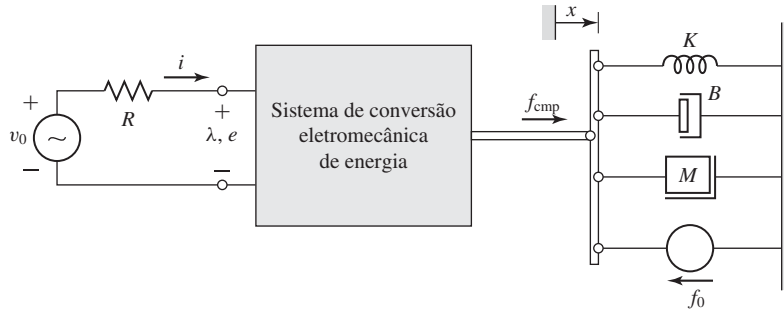


Figura 3.23 Modelo de um sistema eletromecânico de excitação simples.

Nesse modelo, observe que todas as perdas do sistema, incluindo as que são inerentes ao sistema de conversão eletromecânica de energia, são atribuídas à resistência R . Por exemplo, se a fonte de tensão tiver uma resistência equivalente R_f e a resistência de enrolamento do sistema de conversão eletromecânica de energia for R_{enr} , então a resistência R será dada pela soma dessas duas resistências; $R = R_f + R_{enr}$.

A equação elétrica desse modelo é

$$v_0 = iR + e = iR + \frac{d\lambda}{dt} \tag{3.87}$$

Se o fluxo concatenado puder ser expresso como $\lambda = L(x)i$, a equação externa torna-se

$$v_0 = iR + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\frac{dx}{dt} \tag{3.88}$$

O segundo termo da direita, $L(di/dt)$, é o termo de tensão da indutância própria. O terceiro termo $i(dL/dx)(dx/dt)$ inclui o multiplicador dx/dt . Essa é a velocidade do terminal mecânico, muitas vezes denominada simplesmente *tensão de velocidade*. O termo de tensão de velocidade é comum a todos os sistemas de conversão eletromecânica de energia, representando o mecanismo pelo qual a energia é transferida de e para o sistema mecânico pelo sistema elétrico.

Em um sistema de excitação múltipla, equações elétricas correspondentes à Eq. 3.87 são escritas para cada par de entradas. Se as expressões para os λ forem expandidas em termos de indutâncias, como na Eq. 3.88, então serão necessárias as indutâncias própria e mútua.

O sistema mecânico da Figura 3.23 inclui a representação de uma mola (constante de elasticidade ou de mola K), um amortecedor (constante de amortecimento B), uma massa M e uma força externa de excitação f_0 . Aqui, como no sistema elétrico, o amortecedor representa as perdas do sistema mecânico externo e também todas as perdas mecânicas do sistema de conversão eletromecânica de energia.

As forças na direção x e o deslocamento x relacionam-se como segue:

Mola:

$$f_K = -K(x - x_0) \tag{3.89}$$

Amortecedor:

$$f_D = -B \frac{dx}{dt} \tag{3.90}$$

Massa:

$$f_M = -M \frac{d^2x}{dt^2} \tag{3.91}$$

onde x_0 é o valor de x com a mola normalmente não esticada. Nesse caso, o equilíbrio de forças requer que

$$f_{\text{cmp}} + f_K + f_D + f_M - f_0 = f_{\text{cmp}} - K(x - x_0) - B \frac{dx}{dt} - M \frac{d^2x}{dt^2} - f_0 = 0 \tag{3.92}$$

Combinando as Eqs. 3.88 e 3.92, temos que as equações diferenciais para o sistema completo da Figura 3.23, com entradas arbitrárias $v_0(t)$ e $f_0(t)$, são

$$v_0(t) = iR + L(x) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(x)}{dx} \tag{3.93}$$

$$f_0(t) = -M \frac{d^2x}{dt^2} - B \frac{dx}{dt} - K(x - x_0) + f_{\text{cmp}}(x, i) \tag{3.94}$$

As funções $L(x)$ e $f_{\text{cmp}}(x, i)$ dependem das propriedades do sistema de conversão eletromecânica de energia e são calculadas como já foi discutido.

Exemplo 3.10

A Figura 3.24 mostra a seção transversal de um eletroímã com um solenoide cilíndrico dentro do qual o êmbolo cilíndrico de massa M move-se verticalmente dentro de guias de latão de espessura g e diâmetro médio d . A permeabilidade do latão é a mesma do vácuo e vale $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m em unidades SI. O êmbolo está sustentado por uma mola cuja constante de elasticidade é K . O comprimento dela, quando não esticada, é l_0 . Uma força mecânica de carga f_i é aplicada ao êmbolo pelo sistema mecânico a ele conectado, como mostrado na Figura 3.24. Suponha que a força de atrito seja linearmente proporcional à velocidade e que o coeficiente de atrito seja B . A bobina tem N espiras e resistência R . Sua tensão de terminal é v_t e sua corrente é i . Os efeitos da dispersão magnética e da relutância do aço são desprezíveis.

Deduz as equações dinâmicas de movimento do sistema eletromecânico, isto é, as equações diferenciais que expressam as variáveis dependentes i e x em termos de v_t , f_t e das constantes e dimensões dadas.

Solução

Começamos expressando a indutância em função de x . Os termos de acoplamento, ou seja, a força magnética f_{cmp} e a FEM induzida e , podem ser expressos então em termos de x e i . A seguir, essas expressões são substituídas nas equações dos sistemas mecânico e elétrico.

A relutância do circuito magnético é a dos dois anéis guias em série, onde o fluxo é direcionado radialmente através deles, como mostrado pelas linhas tracejadas de fluxo φ na Figura 3.24. Como $g \ll d$, a densidade de fluxo nos anéis-guias é quase constante em relação à distância radial. Em uma região onde a densidade de fluxo é constante, a relutância é

$$\frac{\text{Comprimento do caminho de fluxo na direção do fluxo}}{\mu \text{ (área do caminho de fluxo perpendicular ao campo)}}$$

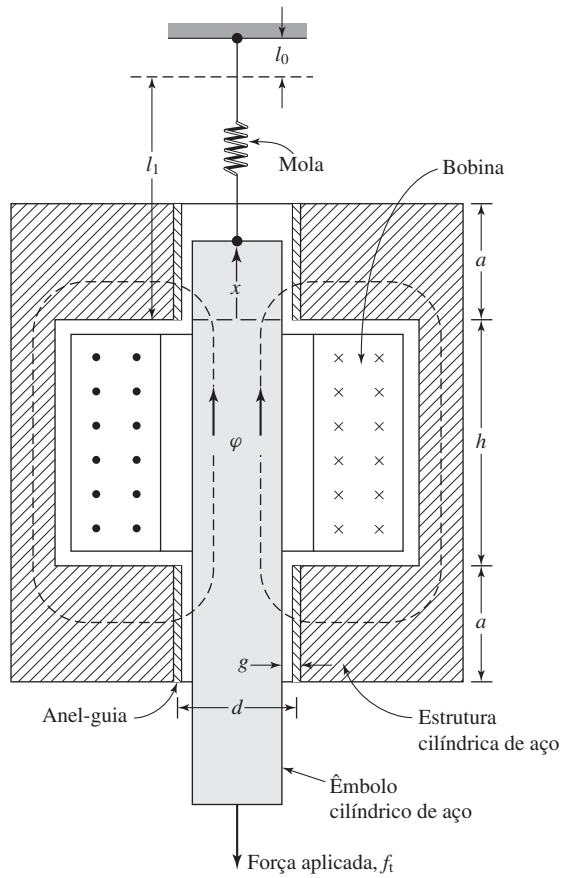


Figura 3.24 Eletroímã com solenoide do Exemplo 3.10.

A relutância do entreferro superior é

$$\mathcal{R}_1 = \frac{g}{\mu_0 \pi x d}$$

onde assume-se que o campo está concentrado na área entre o lado superior do êmbolo e o lado inferior do anel-guia superior. Do mesmo modo, a relutância do entreferro inferior é

$$\mathcal{R}_2 = \frac{g}{\mu_0 \pi a d}$$

A relutância total é

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 = \frac{g}{\mu_0 \pi d} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a} \right) = \frac{g}{\mu_0 \pi a d} \left(\frac{a+x}{x} \right)$$

Assim, a indutância é

$$L(x) = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{\mu_0 \pi a d N^2}{g} \left(\frac{x}{a+x} \right) = L' \left(\frac{x}{a+x} \right)$$

onde

$$L' = \frac{\mu_0 \pi a d N^2}{g}$$

A força magnética que atua verticalmente para cima sobre o êmbolo na direção x positiva é

$$f_{\text{cmp}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i, x)}{\partial x} \right|_i = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx} = \frac{i^2}{2} \frac{aL'}{(a+x)^2}$$

A FEM induzida na bobina é

$$e = \frac{d}{dt}(Li) = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dx} \frac{dx}{dt}$$

ou

$$e = L' \left(\frac{x}{a+x} \right) \frac{di}{dt} + L' \left(\frac{ai}{(a+x)^2} \right) \frac{dx}{dt}$$

A substituição da força magnética na equação diferencial de movimento do sistema mecânico (Eq. 3.94) fornece

$$f_i = -M \frac{d^2x}{dt^2} - B \frac{dx}{dt} - K(x - l_0) + \frac{1}{2} L' \frac{ai^2}{(a+x)^2}$$

A equação de tensão do sistema elétrico é (da Eq. 3.93)

$$v_i = iR + L' \left(\frac{x}{a+x} \right) \frac{di}{dt} + iL' \left(\frac{a}{(a+x)^2} \right) \frac{dx}{dt}$$

Essas duas equações são os resultados desejados. São válidas apenas enquanto o lado superior do êmbolo estiver bem dentro do anel-guia superior, digamos, entre os limites $0,1a < x < 0,9a$. Esse é o intervalo normal de trabalho do solenoide.

3.9 Técnicas analíticas

Discutimos dispositivos relativamente simples neste capítulo. Os dispositivos têm um ou dois terminais elétricos e um mecânico, que em geral está restrito a um movimento incremental. Dispositivos mais complicados, capazes de conversão contínua de energia, serão tratados nos capítulos seguintes. As técnicas analíticas discutidas aqui aplicam-se aos dispositivos simples, mas os princípios são aplicáveis também aos mais complicados.

Alguns dos dispositivos descritos neste capítulo são usados para produzir movimento grosseiro, como em relés e solenoides, onde os dispositivos operam em condições essencialmente de “ligado” ou “desligado”. Técnicas descritas neste capítulo podem ser usadas para determinar a força em função do deslocamento e da reação sobre a fonte elétrica. Tais cálculos já foram feitos neste capítulo. Se forem necessários detalhes do movimento, como o deslocamento em função do tempo após a energização do dispositivo, então equações diferenciais não lineares na forma das Eqs. 3.93 e 3.94 deverão ser resolvidas.

Contrastando com dispositivos de movimento grosseiro, outros dispositivos como alto-falantes, cápsulas fonográficas ou de microfone e transdutores de vários tipos são projetados para operar com deslocamentos relativamente pequenos e para produzir uma relação linear entre os sinais elétricos e os movimentos mecânicos e vice-versa. A relação entre as variáveis elétricas e mecânicas é tornada linear, tanto pelo projeto do dispositivo quanto pela limitação da excursão dos sinais a um intervalo linear. Em ambos os casos, as equações diferenciais são lineares e podem ser resolvidas usando técnicas padronizadas para resposta transitória em frequência e assim por diante, conforme a necessidade.

3.9.1 Movimento grosseiro

As equações diferenciais de um dispositivo de excitação simples, como deduzidas no Exemplo 3.10, são da forma

$$\frac{1}{2}L' \left(\frac{ai^2}{(a+x)^2} \right) = M \frac{d^2x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + K(x - l_0) + f_t \quad (3.95)$$

$$v_t = iR + L' \left(\frac{x}{a+x} \right) \frac{di}{dt} + L' \left(\frac{ai}{(a+x)^2} \right) \frac{dx}{dt} \quad (3.96)$$

Um problema comum, usando essas equações diferenciais, é encontrar o deslocamento $x(t)$ quando uma determinada tensão $v_t = V_0$ é aplicada em $t = 0$. Não há solução analítica genérica para essas equações diferenciais; elas são não lineares, envolvendo produtos e potências das variáveis x e i e de suas derivadas. Em geral, uma solução pode ser obtida com mais facilidade usando técnicas de integração numéricas baseadas em computadores.

Diversos pacotes comerciais estão disponíveis para acelerar a análise desses sistemas. Um deles é o pacote MATLAB/Simulink.³ Com o uso de Simulink, as Eqs. 3.95 e 3.96 podem ser resolvidas prontamente reformulando-as como equações integrais que em seguida são integradas numericamente. Em especial, o Simulink resolve problemas na forma de um sistemas de equações integrais não lineares de primeira ordem.

As Eqs. 3.95 e 3.96 poderão ser formuladas na forma requerida se definirmos uma variável x_1 tal que

$$x_1 = \frac{dx}{dt} \quad (3.97)$$

a qual, quando combinada com as Eqs. 3.95 e 3.96, produz um sistemas de três equações diferenciais não lineares de primeira ordem:

$$\frac{dx}{dt} = x_1 \quad (3.98)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{M} \left[\frac{1}{2}L' \left(\frac{ai^2}{(a+x)^2} \right) - Bx_1 - K(x - l_0) - f_t \right] \quad (3.99)$$

³ "MATLAB" e "Simulink" são marcas registradas de The MathWorks, Inc., 3 Apple Hill Drive, Natick, MA 01760, <http://www.mathworks.com>. Matlab e Simulink estão disponíveis em edição estudantil.

$$\frac{di}{dt} = \left(\frac{a+x}{x}\right) \left[v_t - iR - L' \left(\frac{ai}{(a+x)^2} \right) x_1 \right] \quad (3.100)$$

Na forma integral, esse sistema torna-se

$$x = \int_0^t \{x_1\} dt \quad (3.101)$$

$$x_1 = \int_0^t \left\{ \frac{1}{M} \left[\frac{1}{2} L' \left(\frac{ai^2}{(a+x)^2} \right) - Bx_1 - K(x-l_0) - f_t \right] \right\} dt \quad (3.102)$$

$$i = \int_0^t \left\{ \left(\frac{a+x}{x} \right) \left[v_t - iR - L' \left(\frac{ai}{(a+x)^2} \right) x_1 \right] \right\} dt \quad (3.103)$$

Exemplo 3.11

O sistema de êmbolo do Exemplo 3.10 tem as seguintes características:

$M = 0,5 \text{ kg}$	$K = 60 \text{ N/m}$
$B = 1 \text{ kg/s}$	$l_0 = 5 \text{ cm}$
$a = 2,5 \text{ cm}$	$L' = 46,8 \text{ mH}$
$R = 5 \text{ } \Omega$	

O sistema está inicialmente em repouso com $v_t = 0$ e $f_t = 0$. Use Simulink para calcular e plotar a posição x do êmbolo e a corrente i se a tensão v_t for chaveada para 10 V no tempo $t = 0,5 \text{ s}$.

Solução

A Figura 3.25 mostra o modelo Simulink. Como se pode ver, há três integradores, correspondendo a cada uma das três equações integrais, Eqs. 3.101 a 3.103. O modelo contém dois subsistemas que implementam as Eqs. 3.102 e 3.103. Os detalhes dessas implementações estão mostrados na Figura 3.26.

A Figura 3.27 mostra os resultados da simulação. Observe que a corrente atinge um valor estável em torno de 0,5 s, tendo o valor esperado de $V_t/R = 2 \text{ A}$ com uma resposta que basicamente aparenta ser de primeira ordem. Por outro lado, o transitório em x é basicamente de segunda ordem e amortece em mais ou menos 4,5 segundos. Sem ser surpreendente, aumentando o valor da constante de amortecimento B e repetindo a simulação, obteremos uma resposta que amortece com mais rapidez.

Com frequência, o problema do movimento grosseiro pode ser simplificado. Alguns casos permitem solução por métodos analíticos, eliminando assim a necessidade de elaborar e resolver uma simulação numérica. Em muitos casos, essa simplificação fornece *insight* importante a respeito do comportamento do sistema e dos mecanismos físicos que determinam esse comportamento. Por exemplo quando o enrolamento do Exemplo 3.10 tem uma resistência relativamente elevada, o termo iR pode dominar o segundo membro da equação no lado direito da Eq. 3.96 em comparação com o termo de tensão di/dt da indutância própria e o termo dx/dt da tensão de velocidade. Pode-se supor então que a corrente i seja igual a v_t/R e inseri-la diretamente na Eq. 3.95. De modo semelhante, nos casos em que a corrente é fornecida diretamente por um circuito eletrônico, a forma de onda da corrente fornecida também pode ser inserida diretamente na Eq. 3.95.

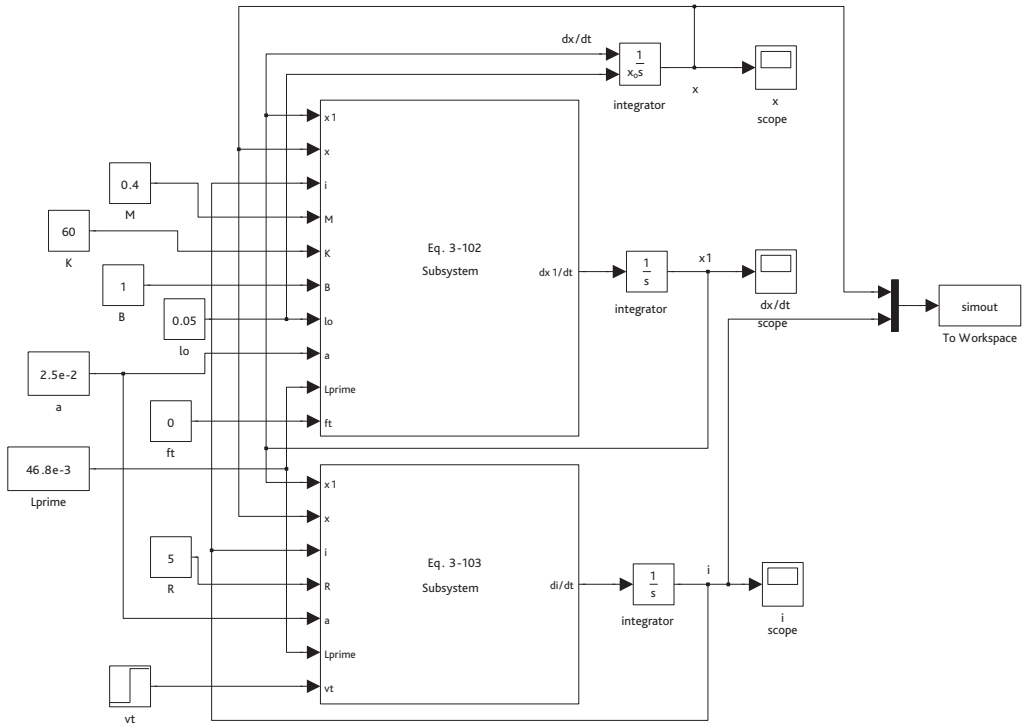
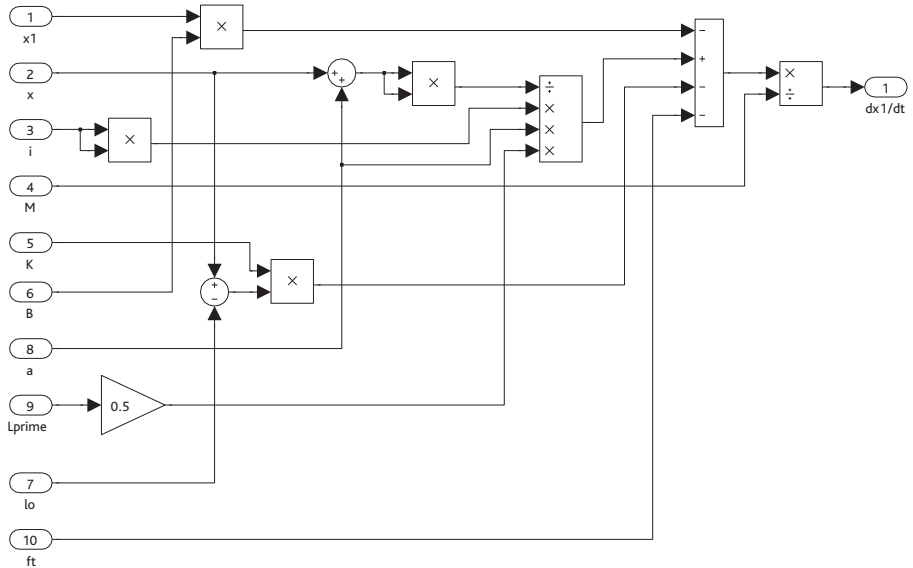


Figura 3.25 Um modelo Simulink para o Exemplo 3.11.

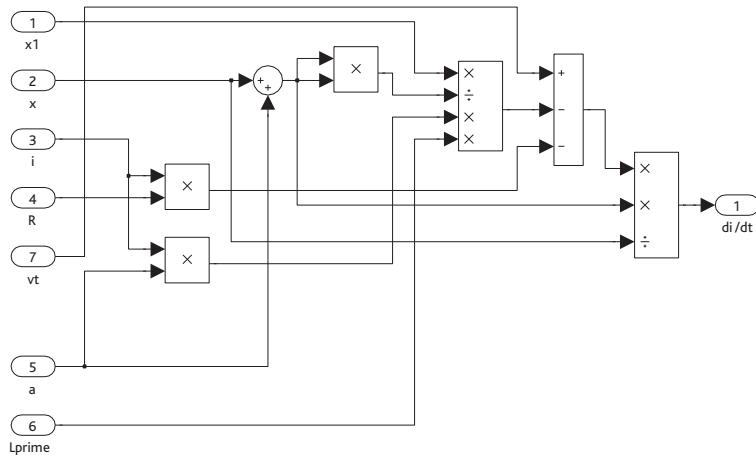
3.9.2 Linearização

Muitas vezes, embora o comportamento dos dispositivos eletromecânicos seja inerentemente não linear, os dispositivos são projetados para fornecer uma resposta linear aos sinais de entrada. Em outros casos, eles são projetados para trabalhar em pontos fixos de operação e sua estabilidade nesses pontos pode ser investigada examinando os seus comportamentos com pequenos desvios em torno desses pontos de operação. Por exemplo, quando forem usados como transdutores, os dispositivos caracterizados por equações diferenciais não lineares, como as Eqs. 3.95 e 3.96, geralmente fornecerão respostas não lineares a sinais de entrada arbitrários. Para obter comportamento linear, os deslocamentos e os sinais elétricos em tais dispositivos devem ser limitados a pequenos desvios em torno de seus valores de equilíbrio. Por exemplo, o ponto de equilíbrio em um dado sistema poderia ser determinado por uma FMM de polarização produzida por um enrolamento CC (ou por um ímã permanente) que atua contra uma mola. Em outro sistema, poderia ser determinado por dois enrolamentos que produzem FMMs cujas forças cancelam-se no ponto de equilíbrio. Em ambos os casos, o ponto de equilíbrio deve ser estável; o transdutor deve retornar à posição de equilíbrio após uma pequena perturbação.

Considere o sistema do Exemplo 3.10. Com a tensão e a força aplicada iguais a seus valores de equilíbrio, V_{t0} e F_{t0} respectivamente, as equações para o deslocamento



(a)



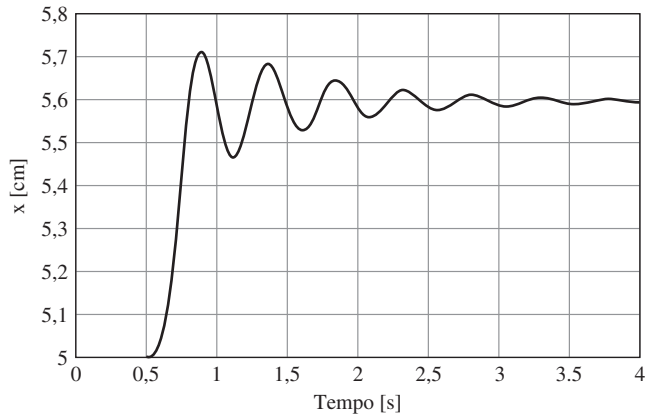
(b)

Figura 3.26 Subsistemas Simulink que implementam (a) Eq. 3.102 e (b) Eq. 3.103.

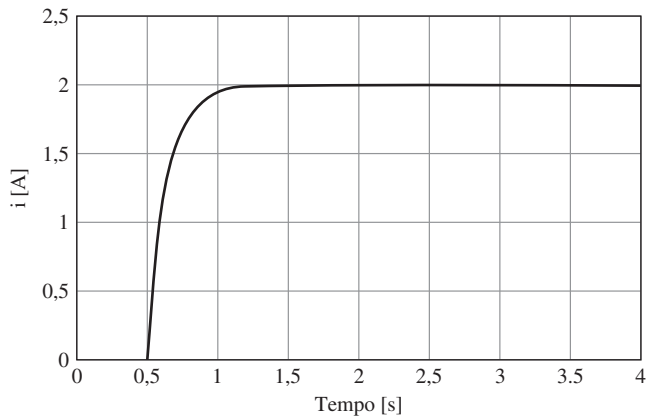
de equilíbrio X_0 e a corrente I_0 podem ser determinados, para o sistema descrito, a partir das Eqs. 3.95 e 3.96, tornando as derivadas, em relação ao tempo, iguais a zero. Assim,

$$\frac{1}{2}L' \left(\frac{aI_0^2}{(a + X_0)^2} \right) = K(X_0 - I_0) + F_{t_0} \tag{3.104}$$

$$V_{t_0} = I_0R \tag{3.105}$$



(a)



(b)

Figura 3.27 Plotagens de (a) x e (b) i para o exemplo 3.11.

A operação incremental pode ser descrita expressando cada variável como a soma de seus valores de equilíbrio e de incremento; assim $i = I_0 + i'$, $f_t = F_{t_0} + f'$, $v_t = V_0 + v'$ e $x = X_0 + x'$. Então, as Eqs. 3.95 e 3.96 são linearizadas cancelando todos os produtos de incrementos, que são de segunda ordem. Portanto,

$$\frac{L'a(I_0 + i')^2}{2(a + X_0 + x')^2} = M \frac{d^2x'}{dt^2} + B \frac{dx'}{dt} + K(X_0 + x' - l_0) + F_{t_0} + f' \quad (3.106)$$

e

$$V_0 + v' = (I_0 + i')R + \left(\frac{L'(X_0 + x')}{a + X_0 + x'} \right) \frac{di'}{dt} + \left(\frac{L'a(I_0 + i')}{(a + X_0 + x')^2} \right) \frac{dx'}{dt} \quad (3.107)$$

Os termos de equilíbrio são cancelados e, mantendo-se apenas os termos incrementais de primeira ordem, resulta um conjunto de equações diferenciais lineares:

$$\frac{L'aI_0}{(a + X_0)^2} i' = M \frac{d^2x'}{dt^2} + B \frac{dx'}{dt} + \left[K + \frac{L'aI_0^2}{(a + X_0)^3} \right] x' + f' \quad (3.108)$$

$$v' = i' R + \left(\frac{L'X_0}{a + X_0} \right) \frac{di'}{dt} + \left(\frac{L'aI_0}{(a + X_0)^2} \right) \frac{dx'}{dt} \quad (3.109)$$

Para obter a resposta no tempo, técnicas padronizadas, incluindo integração numérica, podem ser usadas para resolver esse sistema de equações diferenciais. Alternativamente, como em geral se faz ao projetar sistemas de controle e/ou investigar a estabilidade de um sistema, pode-se supor que o funcionamento em regime permanente seja senoidal. Em seguida, as Eqs. 3.106 e 3.107 podem ser convertidas em um sistema de equações algébricas lineares complexas e, finalmente, podem ser resolvidas no domínio de frequência.

3.10 Resumo

Em sistemas eletromecânicos, a energia é armazenada em campos elétricos e magnéticos. Quando a energia do campo for influenciada pela configuração das partes mecânicas que delimitam o campo, criam-se forças mecânicas que tendem a mover os elementos mecânicos de forma que a energia seja transmitida do campo para o sistema mecânico.

Sistemas magnéticos de excitação simples foram considerados primeiro na Seção 3.3. Removendo os elementos de perdas elétricas e mecânicas do sistema de conversão eletromecânica de energia (e incorporando-os como elementos de perdas nos sistemas externos elétricos e mecânicos), o dispositivo de conversão de energia pode ser modelado como um sistema conservativo. A sua energia torna-se então uma função de estado, determinada pelas variáveis λ e x . Na Seção 3.4, foram deduzidas expressões para determinar a força e o conjugado como o negativo da derivada parcial da energia em relação ao deslocamento e calculada mantendo-se constante o fluxo concatenado λ .

Na Seção 3.5, a função de estado da coenergia, com variáveis de estado i e x ou θ , é introduzida. Mostra-se então que a força e o conjugado são dados pela derivada parcial da coenergia, em relação ao deslocamento, e calculada mantendo-se constante a corrente i .

Esses conceitos são ampliados na Seção 3.6 para incluir sistemas com enrolamentos múltiplos. A Seção 3.7 expande ainda mais esse desenvolvimento para incluir sistemas em que os ímãs permanentes estão presentes entre as fontes de energia magnética armazenada.

Os dispositivos de conversão de energia operam entre sistemas elétricos e mecânicos. O seu comportamento é descrito por equações diferenciais que incluem os termos de acoplamento entre sistemas, como foi discutido na Seção 3.8. Normalmente, essas equações são não lineares e, se necessário, podem ser resolvidas por métodos numéricos. Como discutido na Seção 3.9, em alguns casos, aproximações podem

ser feitas para simplificar as equações. Em muitas situações, por exemplo, as análises linearizadas podem fornecer *insights* úteis, tanto em relação ao projeto quanto ao desempenho dos dispositivos.

Este capítulo tratou de princípios básicos que se aplicam de forma ampla ao processo de conversão eletromecânica de energia, com ênfase em sistemas com campos magnéticos. Basicamente, as máquinas rotativas e os transdutores lineares de deslocamento trabalham da mesma forma. O restante deste livro será quase todo dedicado a máquinas rotativas. Em geral, contêm múltiplos enrolamentos e podem incluir ímãs permanentes. O seu desempenho pode ser analisado usando as técnicas e princípios desenvolvidos neste capítulo.

3.11 Variáveis do Capítulo 3

α, θ	Posição angular [rad]
λ	Fluxo concatenado [Wb]
ρ	Densidade de carga [Coulomb/m ³]
μ	Permeabilidade magnética [H/m]
μ_0	Permeabilidade do vácuo = $4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]
μ_R	Permeabilidade de recuo [H/m]
Φ	Fluxo magnético [Wb]
a, h, l, d, D, W	Dimensão linear [m]
A	Área [m ²]
B, \mathbf{B}	Densidade de fluxo [T]
B	Coefficiente de amortecimento [N/(m/s)]
B_r	Magnetização residual/remanescente [T]
e, v	Tensão [V]
\mathbf{E}	Intensidade de campo elétrico [V/m]
$f, f_{\text{cmp}}, F, \mathbf{F}$	Força [N]
\mathbf{F}_v	Densidade de força [N/m ³]
\mathcal{F}	Força magnetomotriz [A]
g	Comprimento de entreferro (gap) [m]
\mathbf{H}	Intensidade de campo magnético [A/m]
H_c	Coercividade [A/m]
i, I, \mathbf{I}	Corrente [A]
\mathbf{J}	Densidade de corrente [A/m ²]
K	Constante de elasticidade/mola [N/m]
L	Indutância [H]
M	Massa [kg]
N	Número de espiras
N_{equiv}	Ampères-espiras equivalentes [A]
P_{ele}	Potência elétrica de entrada [W]
P_{mec}	Potência mecânica de saída [W]
q	Carga elétrica [Coulomb]
r	Raio [m]
R	Resistência [Ω]
\mathcal{R}	Relutância [H ⁻¹]
t	Tempo [s]
T, T_{cmp}	Conjugado [N · m]

v	Velocidade [m/s]
W_{cmp}	Energia magnética armazenada [J]
W'_{cmp}	Coenergia [J]
x, X	Posição [m]

Índices:

e	Externo
equiv	Equivalente
c	Campo
g	Entreferro (gap)
m	Magnético

3.12 Problemas

3.1 O rotor da Figura 3.28 é semelhante ao da Figura 3.2 (Exemplo 3.1), exceto o fato de que tem duas bobinas em vez de uma. O rotor é não magnético e está colocado em um campo magnético uniforme de valor B_0 . Os lados das bobinas têm raio R e estão espaçados uniformemente ao redor da superfície do rotor. A primeira bobina está conduzindo uma corrente I_1 e a segunda, uma corrente I_2 .

Supondo que o rotor tenha um comprimento de 0,32 m, $R = 0,13$ m e $B_0 = 0,87$ T, encontre o conjugado no sentido de θ em função da posição α do rotor para (a) $I_1 = 0$ A e $I_2 = 5$ A, (b) $I_1 = 5$ A e $I_2 = 0$ A e (c) $I_1 = 8$ A e $I_2 = 8$ A.

3.2 As correntes de enrolamento do rotor do Problema 3.1 são controladas em função do ângulo α do rotor de modo que

$$I_1 = 8 \text{ sen } \alpha \text{ A} \quad \text{e} \quad I_2 = 8 \text{ cos } \alpha \text{ A}$$

Escreva uma expressão para o conjugado do rotor em função da posição α do rotor.

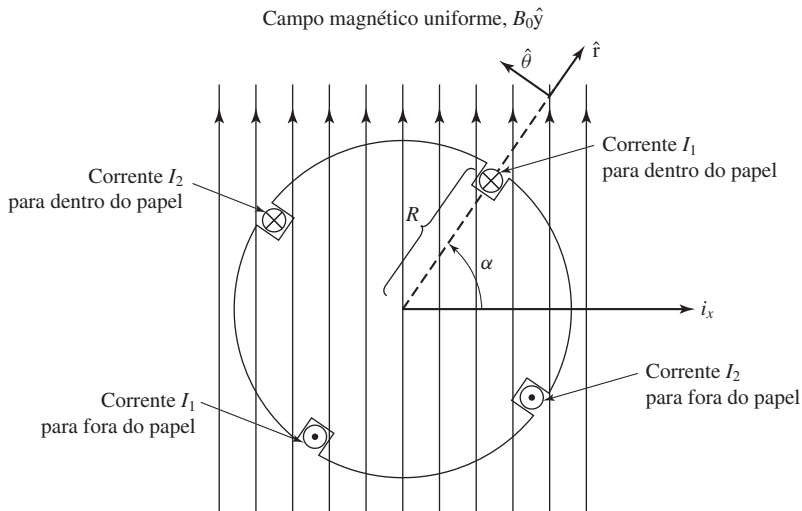


Figura 3.28 Rotor de duas bobinas do Problema 3.1.

- 3.3** Considere o circuito magnético do Exemplo 1.2. Para as condições de funcionamento expressas no exemplo (a) encontre a energia magnética armazenada da Eq. 3.21 e (b) Encontre (i) a indutância do enrolamento de N espiras, (ii) o fluxo concatenado do enrolamento e (iii) a energia magnética armazenada da Eq. 3.19.
- 3.4** Um indutor tem uma indutância que foi obtida experimentalmente como

$$L = \frac{2L_0}{1 + \frac{x}{x_0}}$$

onde $L_0 = 70$ mH, $x_0 = 1,20$ mm e x é o deslocamento de um elemento móvel. A sua resistência de enrolamento foi medida e é igual a 135 m Ω .

- O deslocamento x é mantido constante em $1,30$ mm e a corrente é incrementada de 0 a $7,0$ A. Encontre a energia magnética armazenada resultante no indutor.
 - Em seguida, a corrente é mantida constante em $7,0$ A e o deslocamento é incrementado até $2,5$ mm. Encontre a respectiva variação de energia magnética armazenada.
- 3.5** O indutor do Problema 3.4 é acionado por uma fonte senoidal de corrente da forma

$$i(t) = I_0 \text{ sen } \omega t$$

onde $I_0 = 7,0$ A e $\omega = 120\pi$ (60 Hz). Com o deslocamento mantido fixo em $x = x_0$, calcule (a) a energia magnética média (W_{cmp}), em relação ao tempo, armazenada no indutor e (b) a potência dissipada média, em relação ao tempo, na resistência de enrolamento.

- 3.6** Um atuador com uma palheta rotativa está mostrada na Figura 3.29. Você pode assumir que a permeabilidade do núcleo e da palheta é infinita ($\mu \rightarrow \infty$).

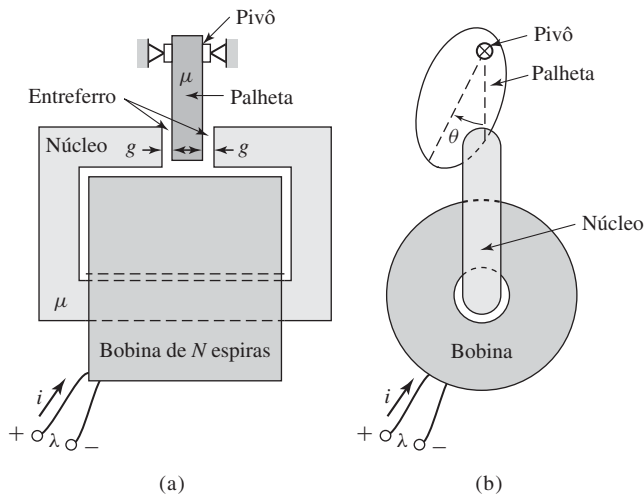


Figura 3.29 Atuador com palheta rotativa do Problema 3.6. (a) Vista lateral. (b) Vista frontal.

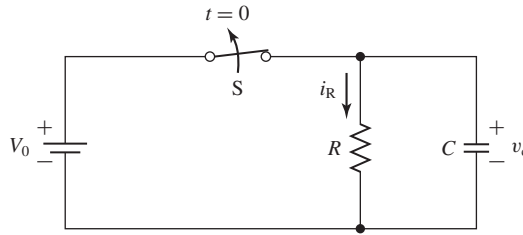


Figura 3.30 Circuito RC do Problema 3.8.

O comprimento total do entreferro é $2g$ e o formato da palheta é tal que podemos assumir que a área efetiva do entreferro é dada por

$$A_g = A_0 \left(1 - \left(\frac{4\theta}{\pi} \right)^2 \right)$$

(válido apenas no intervalo $|\theta| \leq \pi/6$).

- a. Encontre a indutância $L(\theta)$.
 - b. Para $g = 0,9 \text{ mm}$, $A_0 = 5,0 \text{ mm}^2$, $N = 450$ espiras e $i = 5 \text{ A}$, use o MATLAB para plotar a energia magnética armazenada no atuador em função do ângulo θ para $|\theta| \leq \pi/6$.
- 3.7** O indutor do Problema 3.6 é conectado a um controlador que mantém constante o fluxo concatenado do enrolamento. Observa-se que a corrente de enrolamento é 5 A quando $\theta = 0$. Usando MATLAB, plote a energia magnética armazenada no atuador em função do ângulo $|\theta|$ para $|\theta| \leq \pi/6$.
- 3.8** Um circuito RC está conectado a uma bateria, como mostrado na Figura 3.30. A chave S está inicialmente fechada e é aberta no tempo $t = 0$.
- a. Encontre a tensão $v_C(t)$ do capacitor para $t \geq 0$.
 - b. Quais são os valores inicial e final ($t = \infty$) da energia armazenada no capacitor? (Sugestão: $W_{\text{cmp}} = \frac{1}{2}q^2/C$, onde $q = Cv_C$.) Qual é a energia armazenada no capacitor em função do tempo?
 - c. Qual é a potência dissipada no resistor em função do tempo? Qual é a energia total dissipada no resistor?
- 3.9** Um circuito RL está conectado a uma bateria, como mostrado na Figura 3.31. A chave S está inicialmente fechada e é aberta no tempo $t = 0$.
- a. Encontre a corrente $i_L(t)$ do indutor para $t \geq 0$. (Sugestão: Observe que enquanto a chave estiver fechada o diodo está inversamente polarizado, podendo ser visto como um circuito aberto. Logo após a chave ser aberta, o diodo torna-se diretamente polarizado, podendo ser visto como um curto-circuito.)
 - b. Quais são os valores inicial e final ($t = \infty$) da energia armazenada no indutor? Qual é a energia armazenada no indutor em função do tempo?
 - c. Qual é a potência dissipada no resistor em função do tempo? Qual é a energia total dissipada no resistor?

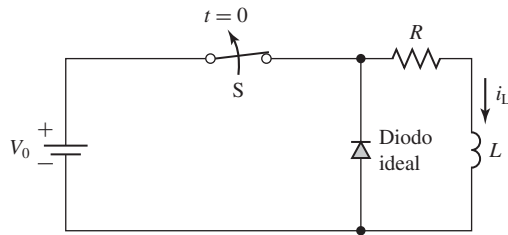


Figura 3.31 Circuito RL do Problema 3.9.

- 3.10** A constante de tempo L/R do enrolamento de campo de um gerador síncrono de 500 MVA é 4,8 s. Em condições normais de funcionamento, sabe-se que o enrolamento de campo dissipa 1,3 MW. (a) Calcule a energia magnética armazenada nessas condições. (b) Se a tensão dos terminais do enrolamento de campo for subitamente reduzida para 70% do valor da parte (a), calcule a energia magnética armazenada em função do tempo.
- 3.11** No seu intervalo normal de funcionamento, a indutância do atuador de uma campainha elétrica é medida como sendo da forma

$$L(x) = \frac{L_0}{(x/X_0)^2}$$

na faixa de funcionamento $0,5 X_0 \leq x \leq 2 X_0$.

- Encontre a energia magnética armazenada $W_{\text{cmp}}(\lambda, x)$.
 - Encontre uma expressão para a força do atuador em função de λ e x .
 - Encontre uma expressão para a força em função de x assumindo que a corrente do atuador é mantida constante em $i = I_0$. A força atua no sentido de aumentar ou diminuir x ?
- 3.12** A indutância de um enrolamento de fase de um motor trifásico de polos salientes foi medida e é dada por

$$L(\theta_m) = L_0 + L_2 \cos 2\theta_m$$

onde θ_m é a posição angular do rotor.

- Quantos polos há no rotor deste motor?
 - Supondo que todas as demais correntes de enrolamento sejam zero e que esta fase seja excitada por uma corrente constante I_0 , encontre o conjugado $T_{\text{cmp}}(\theta)$ que atua sobre o rotor.
- 3.13** Um sistema de campo magnético contém uma única bobina e um rotor tal que a indutância da bobina varia com o ângulo do rotor θ_m segundo

$$L(\theta_m) = L_0 + L_6 \sin 6\theta_m$$

A bobina é alimentada por uma fonte de energia que usa realimentação para manter uma corrente constante I_0 .

- Encontre uma expressão para o conjugado magnético T_{cmp} que atua no rotor em função de sua posição θ_m .

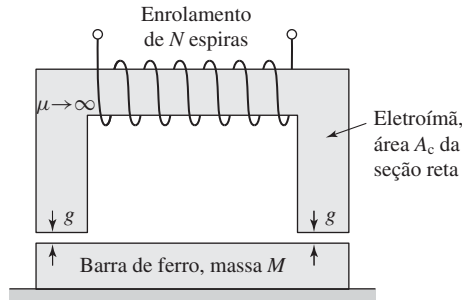


Figura 3.32 Elevação de uma barra de ferro por um eletroímã (Problema 3.14).

- b. Se o rotor for acionado com velocidade angular constante tal que $\theta_m = \omega_m t$, encontre uma expressão para a potência instantânea $p(t)$ que deve ser fornecida à bobina pela fonte de alimentação.
- 3.14** Como mostrado na Figura 3.32, um eletroímã de N espiras deve ser usado para levantar uma barra de ferro de massa M . A aspereza da superfície do ferro é tal que quando o ferro e o eletroímã estão em contato, há um entreferro mínimo de $g_{\min} = 0,31$ mm em cada perna. A área da seção reta do eletroímã é $A_c = 32$ cm² e a resistência da bobina de 475 espiras é $2,3$ Ω . Calcule a tensão mínima na bobina que deve ser usada para elevar uma barra de 12 kg de massa contra a força de gravidade. Despreze a relutância do caminho do fluxo através do ferro.
- 3.15** Atuadores de solenoide, cilíndricos e envoltos em ferro, na forma mostrada na Figura 3.33, são usados em acionamento de disjuntores, operação de válvulas e outras aplicações em que uma força relativamente grande deve ser aplicada a um elemento que se desloca por uma distância relativamente pequena. Quando a corrente da bobina é zero, o êmbolo cai até um pino limitador de deslocamento de modo que o entreferro g tenha um valor máximo g_{\max} . Quando a bobina é energizada por uma corrente contínua de intensidade suficiente, o êmbolo é erguido até um outro pino limitador, ajustado de modo que o entreferro g seja g_{\min} . O êmbolo é montado de tal modo que pode se mover livremente na direção vertical.

Para os propósitos deste problema, você pode desprezar o espreadimento magnéticos nos entreferros e assumir que a queda de FMM no ferro pode ser desconsiderada.

- Deduz uma expressão para a densidade de fluxo B_g no entreferro variável em função do comprimento de entreferro g e da corrente i da bobina.
- Deduz uma expressão para o fluxo concatenado da bobina λ e da indutância L em função do comprimento da corrente g de entreferro e da corrente i da bobina.
- Deduz uma expressão para a coenergia W'_{cmp} no atuador em função do comprimento atual g de entreferro e da corrente i da bobina.
- Deduz uma expressão para a força no êmbolo em função do comprimento g de entreferro e da corrente i da bobina. Se i for mantida constante, a força atuará aumentando ou diminuindo g ?

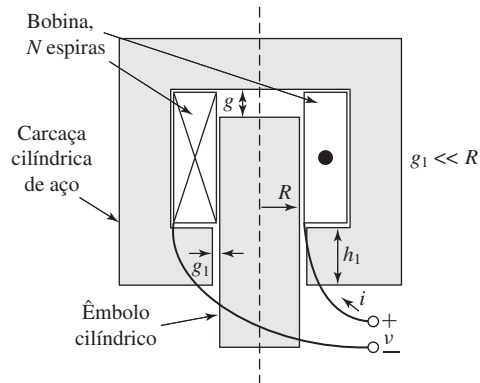


Figura 3.33 Atuador de êmbolo cilíndrico do Problema 3.15.

3.16 Considere o atuador do êmbolo do Problema 3.15 e Figura 3.33 com as seguintes características:

$$\begin{aligned}
 R &= 6 \text{ cm} & h_1 &= 3 \text{ cm} \\
 g_{\min} &= 0,15 \text{ cm} & g_{\max} &= 2,2 \text{ cm} \\
 g_1 &= 0,6 \text{ mm} & N &= 2500 \text{ espiras} \\
 \text{Resistência da bobina} &= 2,9 \Omega
 \end{aligned}$$

- O entreferro g do atuador é ajustado para seu valor mínimo g_{\min} e uma fonte de corrente é usada para ajustar a corrente da bobina de tal forma que a densidade de fluxo no entreferro variável é igual a $0,8 \text{ T}$. Calcule a corrente da bobina I_0 .
- Com a corrente da bobina mantida constante em I_0 , uma força externa é aplicada ao êmbolo e ele é puxado à sua posição máxima g_{\max} . Use o MATLAB para plotar a força externa f_{ext} necessária para mover o êmbolo quando o entreferro varia de g_{\min} até g_{\max} .
- Quando o entreferro variável vai de g_{\min} até g_{\max} na parte (b), calcule
 - a variação de energia magnética armazenada ΔW_{cmp} ,
 - A energia total fornecida ao atuador pelo sistema externo E_{ext} e
 - A energia total E_{gen} fornecida à fonte de corrente. Sugestão: Use a conservação de energia. Como a corrente da bobina é constante, a potência dissipada na resistência da bobina também é constante e não precisa ser considerada neste cálculo.

3.17 A Figura 3.34 mostra uma vista esquemática de um sistema-vibrador cilíndrico simétrico que pode ser usado para imprimir oscilações de baixa frequência a um sistema sob teste. Há uma bobina de N espiras com resistência R_c . O êmbolo tem raio R e está afastado do núcleo por um pequeno entreferro fixo de comprimento $g \ll R$ em seus lados e por um entreferro de comprimento variável δ embaixo. Pode-se assumir que a permeabilidade do núcleo e do êmbolo é infinita.

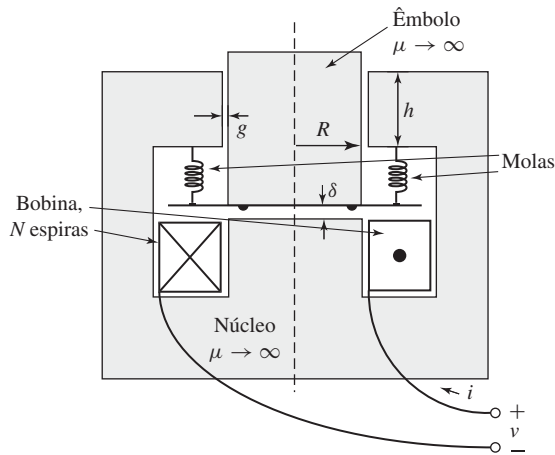


Figura 3.34 Sistema-vibrador de baixa frequência do Problema 3.17.

O êmbolo é suportado por um conjunto de molas com constante de mola combinada K que produz uma força líquida no êmbolo de

$$f_K = K(\delta_0 - \delta)$$

Limitadores mecânicos no êmbolo restringem o valor mínimo de δ a 1 mm. Para os propósitos deste problema, você pode desconsiderar os efeitos dos campos de espraimento.

$R = 4 \text{ cm}$	$h = 3 \text{ cm}$
$g = 0,5 \text{ mm}$	$K = 4,5 \text{ N/mm}$
$N = 1000 \text{ espiras}$	$\delta_0 = 5 \text{ mm}$
$R_c = 35 \text{ m}\Omega$	

- a. Escreva uma expressão para a indutância da bobina em função de δ .
- b. Encontre uma expressão para a força magnética no êmbolo em função da posição do êmbolo δ e (i) o fluxo concatenado da bobina λ e (ii) a corrente da bobina i . Em cada caso, indique se a força atua no sentido de aumentar ou diminuir δ .
- c. Usando MATLAB, plote a força líquida no êmbolo no intervalo $1 \text{ mm} \leq \delta \leq \delta_0$ para uma corrente de 150 mA. Encontre a respectiva posição de equilíbrio do êmbolo.

3.18 O indutor da Figura 3.35 é constituído de dois núcleos em forma de C, cada um com uma área de seção reta A_c e comprimento médio l_c . Há dois entreferros, cada um de comprimento g , e duas bobinas conectadas em série, cada uma de N espiras. Suponha que o núcleo tenha permeabilidade infinita e despreze qualquer espraimento nos entreferros.

$A_c = 9,7 \text{ cm}^2$	$l_c = 15 \text{ cm}$
$g = 5 \text{ mm}$	$N = 450 \text{ espiras}$

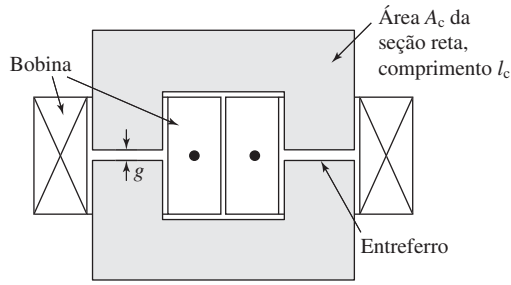


Figura 3.35 Indutor com núcleos em C do Problema 3.18.

- Calcule a indutância.
- O espaçamento dos entreferos é mantido constante por meio de espaçadores de 5 mm. Calcule a densidade de fluxo magnético nos entreferos, a força em N e a pressão em N/cm^2 que atua apertando os espaçadores quando está circulando uma corrente de 15 A nas bobinas.

3.19 Os resultados de um conjunto de medições das características de magnetização CC de um aço elétrico estão nesta tabela:

Dados $B-H$ de um aço elétrico para o Problema 3.19

H [A/m]	B[T]	H [A/m]	B[T]
0	0	1100	1,689
68	0,733	1500	1,703
135	1,205	2500	1,724
203	1,424	4000	1,731
271	1,517	5000	1,738
338	1,560	9000	1,761
406	1,588	12000	1,770
474	1,617	20000	1,80
542	1,631	25000	1,816
609	1,646		

- Use MATLAB para plotar a curva $B-H$ desse material. Considere o indutor do Problema 3.18 e a Figura 3.35 com núcleos em C constituídos desse material.
- Para intervalos de entreferro e densidades de fluxo no núcleo de até 1,8 T, plote a densidade de fluxo em função da corrente de bobina necessária. (Sugestão: Use a função “spline” do MATLAB para encontrar o valor de H para um determinado valor de B . Esse valor poderá então ser usado para encontrar a queda de FMM para aquele valor de B .) Para o mesmo intervalo de corrente, plote a densidade de fluxo no núcleo que resultaria se o núcleo em C fosse de permeabilidade infinita. Até que valor de densidade de fluxo e corrente de bobina o núcleo pode ser aproximado como tendo permeabilidade infinita?
- Calcule a força e a pressão que atuam apertando cada espaçador quando está circulando uma corrente de 10 A na bobina.

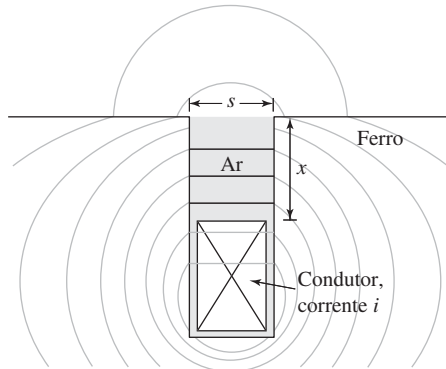


Figura 3.36 Condutor em uma ranhura (Problema 3.21).

- d. Calcule a força e a pressão que atuam apertando cada espaçador quando está circulando uma corrente de 20 A na bobina. (Sugestão: Use MATLAB para calcular a coenergia W'_{cmp} para uma corrente na bobina de 20 A e comprimentos de entreferro de 5 e 5,01 mm.)
- 3.20** Um indutor é constituído de uma bobina de 480 espiras montada em um núcleo com seção reta de 15 cm^2 de área e comprimento de entreferro de 0,14 mm. A bobina está conectada diretamente a uma fonte de tensão de 120 V eficaz e 60 Hz. Despreze a resistência da bobina e a indutância de dispersão. Supondo que a relutância da bobina seja desprezível, calcule a força média, em relação ao tempo, que atua sobre o núcleo tendendo a fechar o entreferro. Como essa força iria variar se o comprimento do entreferro fosse dobrado?
- 3.21** A Figura 3.36 mostra de forma genérica o fluxo dispersivo em uma ranhura, produzido por uma corrente i em um condutor de seção retangular que está inserido em uma ranhura retangular no ferro. Suponha que a relutância do ferro seja desprezível e que o fluxo dispersivo cruze retilineamente a ranhura na região entre a parte superior do condutor e o topo da ranhura.
- Deduz uma expressão para a densidade de fluxo B_s na região entre a parte superior do condutor e o topo da ranhura.
 - Deduz uma expressão para a coenergia armazenada na região da ranhura acima do condutor por metro de comprimento de ranhura em função da corrente líquida i e das dimensões s e x .
 - Deduz uma expressão para a força f_x por metro na direção de x no condutor a partir da coenergia da parte (b) usando a Eq. 3.40. Observe que, embora haja coenergia adicional associada com o fluxo dentro do condutor, essa coenergia permanece constante independentemente da posição do condutor dentro da ranhura e, portanto, sua derivada em relação a x é zero e não desempenha um papel no cálculo da força. Em que sentido a força atua?
 - Quando a corrente no condutor é 900 A, calcule a força por metro em um condutor que está inserido em uma ranhura de 5,0 cm de largura.

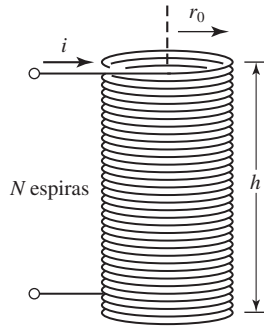


Figura 3.37 Bobina solenoide (Problema 3.22).

3.22 Um solenóide comprido e delgado de raio r_0 e altura h está mostrado na Figura 3.37. O campo magnético dentro de um solenoide como esse está direcionado axialmente e é essencialmente uniforme, igual a $H = Ni/h$. Pode-se mostrar que o campo magnético fora do solenóide é desprezível. Calcule a pressão radial, em newtons por metro quadrado, que age sobre os lados do solenoide para uma corrente constante $i = I_0$.

3.23 Um sistema eletromecânico, no qual o armazenamento de energia elétrica dá-se nos campos elétricos, pode ser analisado por técnicas diretamente análogas às deduzidas neste capítulo para os sistemas de campo magnético. Considere um sistema como esse em que é possível separar matematicamente o mecanismo de perdas e o de armazenamento de energia nos campos elétricos. Então, o sistema poderá ser representado como na Figura 3.38. Para um único terminal elétrico, a Eq. 3.8 pode ser aplicada, tendo-se

$$dW_{\text{ele}} = vi \, dt = v \, dq$$

onde v é a tensão no terminal elétrico e q é a carga líquida associada ao armazenamento de energia elétrica. Assim, por analogia com a Eq. 3.15,

$$dW_{\text{cmp}} = v \, dq - f_{\text{cmp}} \, dx$$

- Deduza uma expressão para a energia elétrica armazenada $W_{\text{cmp}}(q, x)$ análoga à da energia magnética armazenada da Eq. 3.17.
- Deduza uma expressão, análoga à Eq. 3.26, para a força de origem elétrica f_{cmp} . Expresse claramente qual variável deve ser mantida constante quando se calcula a derivada.

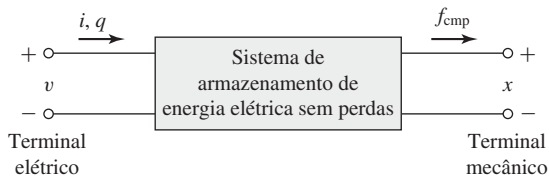


Figura 3.38 Sistema de armazenamento de energia elétrica sem perdas.

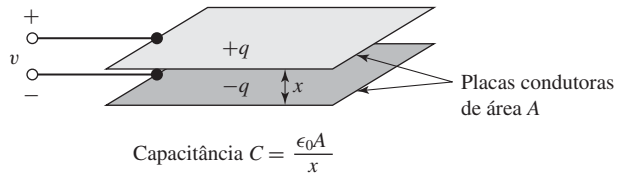


Figura 3.39 Placas de capacitor (Problema 3.24).

c. Por analogia com a dedução das Eqs. 3.34 a 3.41, deduza uma expressão para a coenergia $W'_{\text{cmp}}(v, x)$ e a correspondente força de origem elétrica.

3.24 Um capacitor (Figura 3.39) é constituído de duas placas condutoras de área A separadas no ar por uma distância x . A tensão nos terminais é v e a carga nas placas é q . A capacitância C , definida como a razão entre a carga e a tensão, é

$$C = \frac{q}{v} = \frac{\epsilon_0 A}{x}$$

onde ϵ_0 é a constante dielétrica do vácuo (em unidades do SI $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F/m).

a. Usando os resultados do Problema 3.23, deduza expressões para a energia $W_{\text{cmp}}(q, x)$ e a coenergia $W'_{\text{cmp}}(v, x)$.

b. Os terminais do capacitor são conectados a uma fonte de tensão constante V_0 . Deduza uma expressão que forneça a força necessária para manter as placas separadas por uma distância constante $x = \delta$.

3.25 A Figura 3.40 mostra esquematicamente um *voltímetro eletrostático* que é um sistema capacitivo constituído por um eletrodo fixo e um outro móvel. O eletrodo móvel é conectado a um braço que gira em torno de um eixo de modo

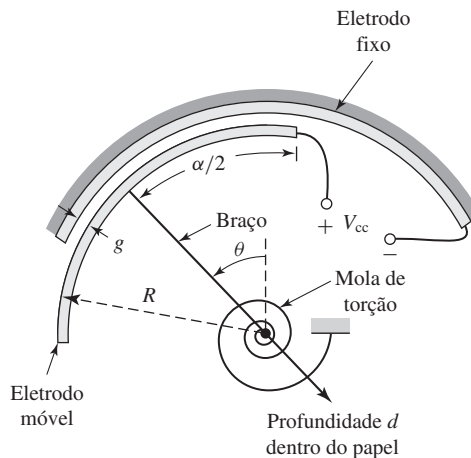


Figura 3.40 Voltímetro eletrostático esquemático (Problema 3.25).

que o entreferro entre os eletrodos mantém-se constante quando o braço gira. A capacitância deste sistema é dada por

$$C(\theta) = \frac{\epsilon_0 R d (\alpha - |\theta|)}{g} \quad (|\theta| \leq \alpha)$$

Uma mola de torção está conectada ao braço móvel, produzindo um conjugado

$$T_{\text{mola}} = -K(\theta - \theta_0)$$

- Para $0 \leq \theta \leq \alpha$, usando os resultados do Problema 3.23, deduza uma expressão para o conjugado eletromagnético T_{cmp} em termos da tensão aplicada V_{cc} .
- Encontre uma expressão para a posição angular do braço móvel em função da tensão aplicada V_{cc} .
- Para um sistema com

$$R = 13 \text{ cm}, \quad d = 3,8 \text{ cm}, \quad g = 0,2 \text{ mm}$$

$$\alpha = \pi/3 \text{ rad}, \quad \theta_0 = 0 \text{ rad}, \quad K = 4,15 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$

Plote a posição do braço em graus como uma função da tensão aplicada para $0 \leq V_{\text{cc}} \leq 1800 \text{ V}$.

3.26 O circuito magnético de dois enrolamentos da Figura 3.41 tem um enrolamento em um *yoke* fixo e um segundo enrolamento em um elemento móvel. O elemento móvel é obrigado a se movimentar de modo que os comprimentos g dos dois entreferros permaneçam iguais.

- Encontre as indutâncias próprias dos enrolamentos 1 e 2 em termos das dimensões do núcleo e do número de espiras.
- Encontre a indutância mútua entre os dois enrolamentos.
- Calcule a coenergia $W'_{\text{cmp}}(i_1, i_2)$.
- Encontre uma expressão para a força que atua sobre o elemento móvel, em função das correntes dos enrolamentos.

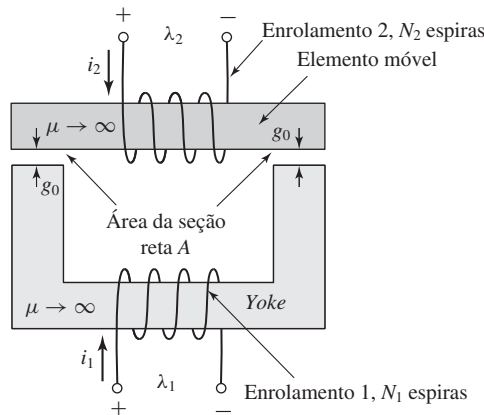


Figura 3.41 Circuito magnético de dois enrolamentos para o Problema 3.26.

3.27 Duas bobinas, uma montada em um estator e a outra, em um rotor, têm indutâncias próprias e mútuas de

$$L_{11} = 5,3 \text{ mH} \quad L_{22} = 2,7 \text{ mH} \quad L_{12} = 3,1 \cos \theta \text{ mH}$$

onde θ é o ângulo entre os eixos das bobinas que está limitado ao intervalo $0 \leq \theta \leq 90^\circ$. Elas estão conectadas em série e conduzem uma corrente

$$i = \sqrt{2}I \sin \omega t$$

- a. Deduza uma expressão para o conjugado instantâneo T no rotor em função da posição angular θ .
- b. Encontre uma expressão para o conjugado médio $T_{\text{médio}}$, em relação ao tempo, em função de θ .
- c. Calcule o valor numérico de $T_{\text{médio}}$ para $I = 10 \text{ A}$ e $\theta = 90^\circ$.
- d. Faça o esboço gráfico das curvas de $T_{\text{médio}}$ versus θ para as correntes $I = 5, 7,07$ e 10 A .
- e. Agora, uma mola helicoidal controladora de posição, tendendo a manter o rotor em $\theta = 90^\circ$, é conectada ao rotor. O conjugado da mola é proporcional à deflexão angular medida desde $\theta = 90^\circ$ e vale $-0,1 \text{ N} \cdot \text{m}$ quando o rotor é girado até $\theta = 0^\circ$. Mostre, nas curvas da parte (d), como você poderia obter a posição angular da combinação rotor mais mola para correntes de bobina de $I = 5, 7,07$ e 10 A . Com base nas curvas, estime o ângulo do rotor para cada uma dessas correntes.
- f. Escreva um *script* de MATLAB para plotar a posição angular do rotor em função da corrente eficaz para $0 \leq I \leq 10 \text{ A}$.

(Observe que esse problema ilustra os princípios do amperímetro CA do tipo eletrodinâmico.)

3.28 Dois enrolamentos, um montado em um estator e o outro em um rotor têm indutâncias próprias e mútuas de

$$L_{11} = 7,3 \text{ H} \quad L_{22} = 4,7 \text{ H} \quad L_{12} = 5,6 \cos \theta \text{ H}$$

onde θ é o ângulo entre os eixos dos enrolamentos. As resistências dos enrolamentos podem ser desprezadas. O enrolamento 2 está em curto-circuito e a corrente no enrolamento 1, em função do tempo, é $i_1 = \sqrt{2} I_0 \sin \omega t \text{ A}$. Plote o conjugado médio no tempo versus θ para $I_0 = 10 \text{ A}$ para $0 \leq \theta \leq 180^\circ$.

3.29 Um alto-falante é constituído de um núcleo magnético de permeabilidade infinita e simetria circular, como mostrado nas Figs. 3.42a e b. O comprimento g do entreferro é muito menor que o raio r_0 do núcleo central. A bobina móvel só pode se movimentar na direção x e está conectada ao cone do alto-falante, não mostrado na figura. Um campo magnético radial constante é produzido no entreferro por uma corrente contínua na bobina 1, $i_1 = I_1$. Um sinal de audiofrequência $i_2(t)$ é aplicado então à bobina móvel. Suponha que a bobina móvel tenha uma espessura desprezível e que seja composta de N_2 espiras distribuídas uniformemente ao longo de sua altura h . Suponha também que o seu deslocamento é tal que ela permanece dentro do entreferro ($0 \leq x \leq l - h$).

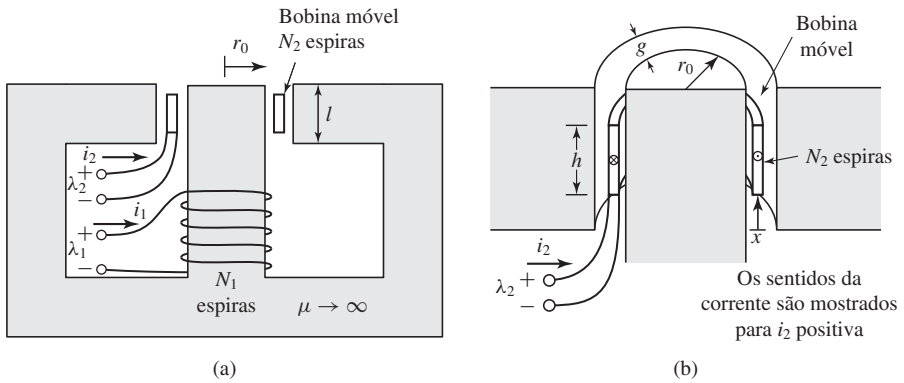


Figura 3.42 Alto-falante do Problema 3.29.

- Deduza uma expressão para a força sobre a bobina móvel, usando a Lei da Força de Lorentz (Eq. 3.1) em termos do deslocamento x da bobina móvel e da corrente i_2 .
- Deduza uma expressão para a indutância própria de cada bobina.
- Deduza uma expressão para a indutância mútua entre as bobinas. (Sugestão: Suponha que uma corrente seja aplicada à bobina móvel. A seguir, calcule o fluxo concatenado da bobina 1. Observe que o fluxo concatenado varia com o deslocamento x .)
- Deduza uma expressão para a coenergia do sistema W'_{cmp} e a força na bobina móvel em função do deslocamento da bobina móvel e da corrente i_2 .

3.30 Repita o Exemplo 3.8 com o ímã de samário-cobalto substituído por um de neodímio-ferro-boro.

3.31 A estrutura magnética da Figura 3.43 é uma vista esquemática de um sistema projetado para sustentar um bloco de material magnético ($\mu \rightarrow \infty$) de massa M contra a força de gravidade. O sistema contém um ímã permanente e um enrolamento. Sob condições normais, a força é fornecida apenas pelo ímã per-

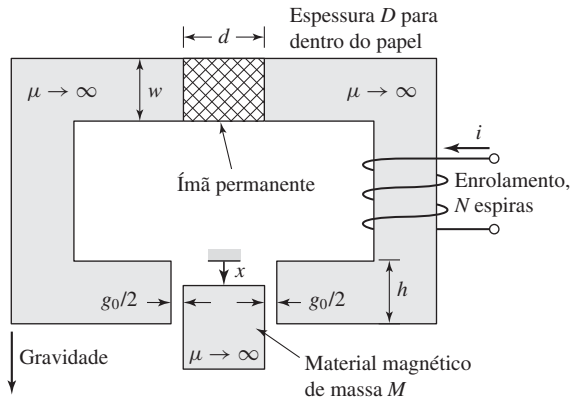


Figura 3.43 Sistema de sustentação magnética para o Problema 3.31.

manente. A função do enrolamento é contrabalançar o campo produzido pelo ímã de modo que a massa possa ser removida do dispositivo. O sistema é projetado de forma que os entreferos nos lados da massa permanecem constantes com comprimento $g_0/2$.

Suponha que o ímã permanente possa ser representado por uma característica linear da forma

$$B_m = \mu_R(H_m - H_c)$$

e que o sentido do enrolamento é tal que uma corrente positiva de enrolamento reduz o fluxo de entreferro produzido pelo ímã permanente. Despreze os efeitos do espraiamento magnético.

- a. Suponha que a corrente de enrolamento seja zero.
 - i. Encontre a força $f_{\text{cmp}}(x)$ que atua sobre a massa devido apenas ao ímã permanente ($(0 \leq x \leq h)$).
 - ii. Encontre a massa máxima M_{max} que pode ser sustentada contra a gravidade.
- b. Para $M = M_{\text{max}}/2$, encontre a corrente mínima I_{min} necessária para garantir que a massa caia do sistema quando a corrente é aplicada.

3.32 O enrolamento 1 no alto-falante do Problema 3.29 (Figura 3.42) é substituído por um ímã permanente, como mostrado na Figura 3.44. O ímã pode ser representado pela característica linear $B_m = \mu_R(H_m - H_c)$.

- a. Supondo que a corrente da bobina móvel seja zero ($i_2 = 0$), deduza uma expressão para a densidade de fluxo magnético no entreferro.
- b. Deduza uma expressão para o fluxo concatenado da bobina móvel referente ao ímã permanente em função do deslocamento x .
- c. Deduza uma expressão para a coenergia $W'_{\text{cmp}}(i_2, x)$, supondo que a corrente da bobina móvel seja suficientemente pequena, de modo que a componente de W'_{cmp} , devido à indutância própria da bobina móvel, possa ser ignorada.
- d. Baseado na expressão da coenergia da parte (c), deduza uma expressão para a força na bobina móvel.

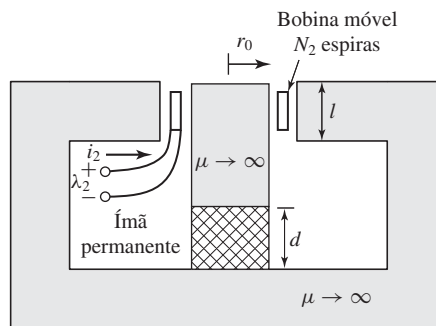


Figura 3.44 Núcleo do alto-falante da Figura 3.42 com o enrolamento 1 substituído por um ímã permanente (Problema 3.32).

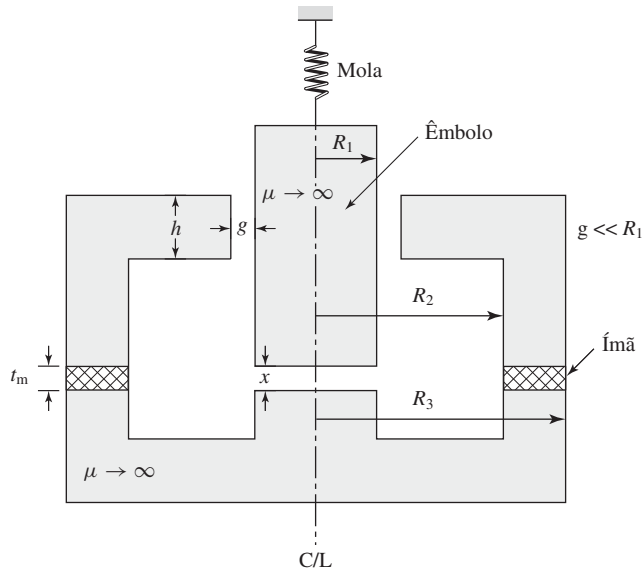


Figura 3.45 Sistema com ímã permanente para o Problema 3.33.

3.33 A Figura 3.45 mostra um sistema de simetria circular no qual um êmbolo móvel (que pode se mover apenas na direção vertical) é sustentado por uma mola de constante de elasticidade K . O sistema é excitado por um ímã permanente de samário-cobalto com a forma de uma arruela de raio externo R_3 , raio interno R_2 e espessura t_m . As dimensões do sistema são:

$$R_1 = 2,1 \text{ cm}, \quad R_2 = 4 \text{ cm}, \quad R_3 = 4,5 \text{ cm}$$

$$h = 1 \text{ cm}, \quad g = 1 \text{ mm}, \quad t_m = 3 \text{ mm}$$

Observa-se que a posição de equilíbrio do êmbolo é $X_0 = 0,5 \text{ mm}$.

- Encontre a densidade de fluxo magnético B_g , no entreferro constante, e B_x , no entreferro variável.
 - Calcule a força magnética na direção x que puxa para baixo o êmbolo.
 - Plote a força magnética sobre o êmbolo no intervalo $0 \leq x \leq X_0$.
 - Encontre o valor mínimo da constante de mola K em N/cm garantindo que o êmbolo retornará a seu ponto de equilíbrio estável se ele for baixado até $x = 0$ sendo liberado em seguida.
- 3.34** O êmbolo de um solenoide é conectado a uma mola. A indutância do solenoide tem a forma $L = L_0(1 - x/X_0)$ e sua resistência de enrolamento é R_c . A força na mola é dada por $f_{mola} = K_0(0,5 X_0 - x)$, onde x é o comprimento do entreferro. Inicialmente, o êmbolo está em repouso na posição $x = 0,5 X_0$, quando uma tensão CC de magnitude V_0 é aplicada ao solenoide.
- Encontre uma expressão, em função do tempo, para a força necessária para manter o êmbolo na posição $X_0/2$.

- b. Se o êmbolo for liberado e permitido que atinja o equilíbrio, encontre a posição de equilíbrio x_0 . Você pode supor que K_0 seja suficientemente grande para que x_0 esteja dentro do intervalo $0 \leq x_0 \leq X_0$.
- 3.35** Considere o rotor de bobina única do Exemplo 3.1. Suponha que o enrolamento do rotor esteja conduzindo uma corrente constante $I = 8$ A e que o rotor tenha um momento de inércia de $J = 0,0175$ kg · m².
- Encontre a posição de equilíbrio do rotor. É estável?
 - Escreva as equações dinâmicas do movimento do sistema.
 - Encontre a frequência natural em hertz para o movimento incremental do rotor em torno de sua posição de equilíbrio.
- 3.36** Considere um magneto de solenoide similar ao do Exemplo 3.10 (Figura 3.24), exceto o fato de que o comprimento do êmbolo cilíndrico é reduzido a $a + h$. O êmbolo é inicialmente ajustado na posição $x = X_0 = a/2$ e, então, a bobina é conectada a uma fonte de energia que mantém constante o fluxo concatenado, $\lambda = \lambda_0$. Calcule a força no êmbolo em função de x . Você pode supor que o êmbolo está bem dentro do núcleo, por exemplo, $a/4 \leq x \leq 3a/4$.
- 3.37** Considere o sistema de solenoide do Problema 3.34. Assuma os seguintes valores para os parâmetros:

$$L_0 = 6,2 \text{ mH} \quad X_0 = 2,4 \text{ cm} \quad R_c = 1,6 \text{ } \Omega \quad K_0 = 4,1 \text{ N/cm}$$

Suponha que a bobina seja conectada a uma fonte CC de tensão de valor 4,0 V.

- Encontre o deslocamento de equilíbrio x_0 .
 - O êmbolo tem massa M . Escreva as equações dinâmicas do movimento do sistema.
 - Para $M = 0,2$ kg, assumindo que a corrente permanece constante em seu valor de regime permanente, calcule a frequência de oscilação do êmbolo, caso ele seja perturbado de sua posição de equilíbrio x_0 .
 - Simule a resposta do sistema usando Simulink. Assuma que o sistema está inicialmente em repouso com uma tensão aplicada de zero volts e que a fonte CC de 4,0 V é repentinamente aplicada no tempo $t = 1,0$ s. Plote
 - o movimento resultante do êmbolo em função do tempo e
 - a respectiva componente variável no tempo da corrente da bobina.
- 3.38** Considere o sistema-vibrador do Problema 3.17. Assumindo que o êmbolo está inicialmente em repouso com uma corrente de bobina igual a zero, use Simulink para obter o movimento do êmbolo $\delta(t)$ se uma tensão CC de 0,1 V for repentinamente aplicada à bobina.

Introdução às máquinas rotativas

O objetivo deste capítulo é introduzir e discutir alguns dos princípios que fundamentam o funcionamento das máquinas elétricas. Como será visto, esses princípios são comuns a ambas as máquinas (CA e CC). São desenvolvidas várias técnicas e aproximações utilizadas na redução de uma máquina real a modelos matemáticos simples, capazes de ilustrar os princípios básicos.

4.1 Conceitos elementares

A Equação 1.26, $e = d\lambda/dt$, pode ser usada para determinar as tensões induzidas por campos magnéticos variáveis no tempo. A conversão eletromagnética de energia ocorre quando surgem alterações no fluxo concatenado λ decorrentes do movimento mecânico. Nas máquinas rotativas, as tensões são geradas nos enrolamentos ou grupos de bobinas quando estes giram mecanicamente dentro de um campo magnético, ou quando um campo magnético gira mecanicamente próximo aos enrolamentos, ou ainda quando o circuito magnético é projetado de modo que a relutância varie com a rotação do rotor. Por meio desses métodos, o fluxo concatenado em uma bobina específica é alterado ciclicamente e uma tensão variável no tempo é gerada.

Um grupo dessas bobinas, conectadas em conjunto, é referido normalmente como *enrolamento de armadura*. Em geral, o termo enrolamento de armadura de uma máquina rotativa é usado para se referir a um enrolamento ou grupo de enrolamentos que conduzam corrente alternada. Em *máquinas CA*, tais como as síncronas ou as de indução, os enrolamentos de armadura alojam-se geralmente na parte estacionária do motor conhecida como *estator*, caso em que esses enrolamentos podem ser referidos também como *enrolamentos de estator*. A Figura 4.1 mostra o enrolamento de estator de um motor síncrono trifásico multipolos de grande porte em construção.

Em uma *máquina CC*, o enrolamento de armadura encontra-se na parte rotativa conhecida como *rotor*. A Figura 4.2 mostra o rotor de uma máquina CC. Como veremos, o enrolamento de armadura de uma máquina CC consiste em muitas bobinas conectadas entre si para formar um laço fechado. Quando o rotor está girando, um contato mecânico rotativo é usado para fornecer corrente ao enrolamento de armadura.

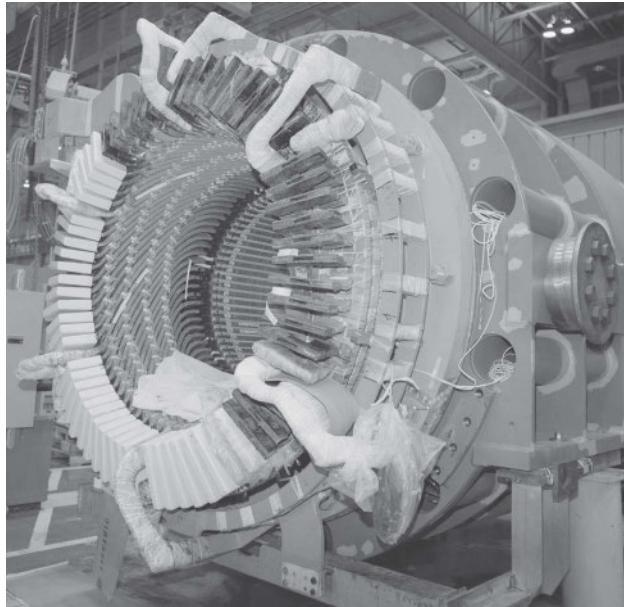


Figura 4.1 Estator de um gerador síncrono trifásico refrigerado a ar de 100 MVA em construção. (Foto cortesia da empresa General Electric Company.)



Figura 4.2 Armadura de um motor CC. (Foto cortesia da empresa Baldor Electric/ABB.)

Em geral, as máquinas síncronas e CC apresentam um segundo enrolamento (ou conjunto de enrolamentos) que conduz corrente contínua e que é usado para produzir o fluxo principal de operação da máquina. Tal enrolamento é referido como *enrolamento de campo*. O enrolamento de campo em uma máquina CC encontra-se no estator, ao passo que, no caso de uma máquina síncrona, ele é encontrado no rotor, caso em que a corrente deve ser fornecida ao enrolamento de campo por meio de um contato mecânico rotativo. A exceção são as máquinas nas quais um sistema de excitação rotativo fornece a corrente de campo. Como já vimos, os ímãs permanentes também produzem fluxo magnético CC e, em algumas máquinas, são usados no lugar



Figura 4.3 Instalação do enrolamento de campo no rotor de um gerador síncrono de 200 MW e 2 polos. (Foto cortesia da empresa General Electric Company.)

dos enrolamentos de campo. A Figura 4.3 mostra o enrolamento de campo sendo instalado no rotor de um gerador síncrono de grande porte de 200 MW e 4 polos.

Na maioria das máquinas rotativas, o estator e o rotor são feitos de aço elétrico e os enrolamentos são instalados em ranhuras alojadas nessas estruturas. Como foi discutido no Capítulo 1, o uso de um material como esse, de alta permeabilidade, maximiza o acoplamento entre as bobinas e aumenta a densidade de energia magnética associada com a interação eletromecânica. Também permite que o projetista de máquinas dê forma aos campos magnéticos e distribua-os de acordo com as exigências de projeto de cada máquina em particular. O fluxo variável no tempo, presente nas estruturas da armadura dessas máquinas, tende a induzir correntes, conhecidas como *correntes parasitas*, no aço elétrico. As correntes parasitas podem ser uma grande fonte de perdas nessas máquinas e podem reduzir significativamente o seu desempenho. Para minimizar os efeitos das correntes parasitas, a estrutura da armadura é construída muitas vezes com chapas delgadas de aço elétrico isoladas entre si.

Em algumas máquinas, tais como *máquinas de relutância variável* e *motores de passo*, o rotor não tem enrolamentos. A operação dessas máquinas depende da não uniformidade da relutância de entreferro, associada às variações de posição do rotor e também das correntes variáveis no tempo que são aplicadas aos seus enrolamentos de estator. Em tais máquinas, tanto as estruturas do estator como as do rotor estão sujeitas a um fluxo magnético variável no tempo e, como resultado, ambas podem necessitar de chapas para reduzir as perdas por correntes parasitas.

As máquinas elétricas rotativas assumem diversas formas e são conhecidas por diversos nomes: CC, síncronas, de ímã permanente, de indução, de relutância variável, de histerese, sem escovas, e assim por diante. Embora essas máquinas aparentem ser bastante diferentes, os princípios físicos que regem o seu comportamento são muito similares e frequentemente é útil pensar nelas em termos de um mesmo ponto de vista físico. Por exemplo, a análise de uma máquina CC mostra que, associadas tanto ao rotor como ao estator, há distribuições fixas de fluxo magnético no espaço e que a característica de produção de conjugado da máquina CC provém da tendência desses fluxos a se alinhar entre si. Uma máquina de indução, apesar de muitas diferenças fundamentais, trabalha exatamente de acordo com o mesmo princípio. É possível identificar

distribuições de fluxo associadas ao rotor e o estator. Embora não sejam estacionárias, mas estejam na realidade girando em sincronismo, exatamente como no motor CC, elas estão distanciadas entre si por uma separação angular constante, e o conjugado é produzido pela tendência dessas distribuições de fluxo a se alinhar entre si.

Modelos analíticos são essenciais à análise e ao projeto de máquinas elétricas e, ao longo deste livro, tais modelos serão desenvolvidos. Entretanto, é importante também reconhecer que um *insight* físico do desempenho desses dispositivos também é útil. Um dos objetivos deste capítulo e dos subsequentes é conduzir o leitor no desenvolvimento de tal *insight*.

4.2 Introdução às máquinas CA e CC

4.2.1 Máquinas CA

As máquinas CA tradicionais classificam-se em duas categorias: *síncronas* e *de indução*. Nas máquinas síncronas, as correntes do enrolamento do rotor são fornecidas diretamente na parte estacionária do motor através de contatos rotativos. Nas máquinas de indução, as correntes são induzidas nos enrolamentos do rotor por meio da combinação da variação, no tempo, das correntes de estator e do movimento do rotor em relação ao estator.

Máquinas síncronas Uma descrição preliminar do desempenho de uma máquina síncrona pode ser obtida discutindo a tensão induzida na armadura do gerador síncrono CA de *polos salientes*, muito simplificado, que está mostrado esquematicamente na Figura 4.4. O enrolamento de campo dessa máquina produz apenas um par de polos magnéticos (como os de uma barra imantada), e por essa razão essa máquina é referida como máquina de *dois polos*.

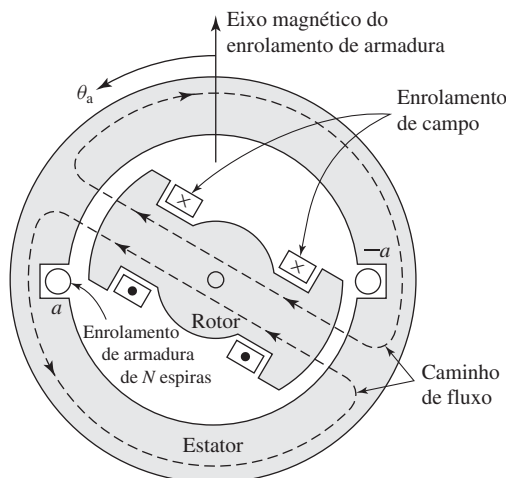


Figura 4.4 Vista esquemática de um gerador síncrono monofásico com um único enrolamento e dois polos.

Com raras exceções, o enrolamento de armadura de uma máquina síncrona localiza-se no estator e o enrolamento de campo está no rotor, como também é o caso da máquina simplificada na Figura 4.4. O enrolamento de campo é excitado por uma corrente contínua que é levada até ele por meio de *escovas* estacionárias de carvão que fazem contato com *anéis coletores* ou *anéis deslizantes* girantes, embora em alguns casos o enrolamento de campo pode ser alimentado a partir de um sistema de excitação rotativo, conhecido como *sistema de excitação sem escovas*. Normalmente, essa disposição para os dois enrolamentos é ditada por fatores de ordem prática: é vantajoso ter o enrolamento de campo, único e de baixa potência, no rotor, e o enrolamento de armadura, de potência elevada e geralmente polifásico, no estator.

O enrolamento de armadura consiste aqui em uma única bobina de N espiras. Está mostrada por meio de uma vista transversal dos seus dois lados a e $-a$ que estão alojados em ranhuras estreitas, diametralmente opostas, localizadas na periferia interna do estator da Figura 4.4. Os condutores que formam esses lados da bobina são paralelos ao eixo da máquina e são ligados em série por terminais de conexão (não mostrados na figura). O rotor é girado a velocidade constante a partir de uma fonte de potência mecânica conectada ao seu eixo. Supõe-se que o enrolamento de armadura esteja em circuito aberto e, portanto, o fluxo dessa máquina será produzido apenas pelo enrolamento de campo. Os caminhos de fluxo estão mostrados esquematicamente por linhas tracejadas na Figura 4.4.

Em uma análise altamente idealizada dessa máquina, será assumido que a distribuição do fluxo magnético no entreferro é senoidal. A distribuição radial resultante da densidade de fluxo B está mostrada na Figura 4.5a como função do ângulo espacial θ_a (medido em relação ao eixo magnético do enrolamento da armadura) ao longo da periferia do rotor. Na prática, moldando-se as faces dos polos de forma adequada, pode-se conseguir com que a densidade de fluxo, no entreferro de máquinas reais de polos salientes, esteja muito próxima de uma distribuição senoidal.

À medida que o rotor gira, o fluxo concatenado do enrolamento da armadura varia no tempo. Considerando as suposições de distribuição senoidal da densidade de fluxo e de velocidade constante do rotor, a tensão resultante na bobina será senoidal no tempo, como está mostrado na Figura 4.5b. A tensão da bobina passa por um ciclo completo a cada revolução da máquina de dois polos da Figura 4.4. Sua frequência em ciclos por segundo (Hz) é a mesma que a velocidade do rotor em rotações por segundo: a frequência elétrica da tensão gerada está sincronizada com a velocidade mecânica; sendo essa a razão para a expressão máquina “síncrona”. Assim, uma

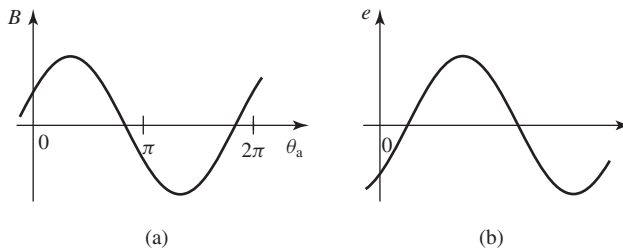


Figura 4.5 (a) Distribuição espacial senoidal ideal da densidade de fluxo radial no entreferro e (b) a respectiva forma de onda da tensão gerada no gerador monofásico da Figura 4.4.

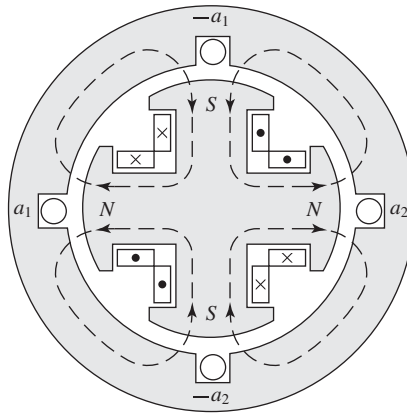


Figura 4.6 Vista esquemática de um gerador simples, síncrono, monofásico e de quatro polos.

máquina síncrona de dois polos deve girar a 3600 rotações por minuto para produzir uma tensão de 60 Hz.

Um número bem elevado de máquinas síncronas tem mais de dois polos. Como exemplo específico, a Figura 4.6 mostra esquematicamente um gerador monofásico de *quatro polos*. As bobinas de campo estão ligadas de modo que os polos tenham polaridades alternadas. Há dois comprimentos de onda completos, ou ciclos, na distribuição de fluxo ao longo da periferia, como se mostra na Figura 4.7. O enrolamento de armadura consiste agora em duas bobinas $a_1, -a_1$ e $a_2, -a_2$ que podem estar ligadas em série ou paralelo. A cada bobina corresponde um comprimento de onda de fluxo. Agora a tensão gerada passa por dois ciclos completos a cada revolução do rotor. A frequência em hertz será assim o dobro da velocidade em rotações por segundo.

Quando uma máquina tem mais de dois polos, é conveniente concentrar-se em apenas um par de polos e assegurar-se de que as condições elétricas, magnéticas e mecânicas associadas aos demais pares de polos sejam repetições das do par considerado. Por essa razão, é conveniente expressar os ângulos em *graus elétricos* ou *radianos elétricos* em vez de unidades mecânicas. Um par de polos em uma máquina de múltiplos polos, ou um ciclo de distribuição de fluxo, corresponde a 360 graus elé-

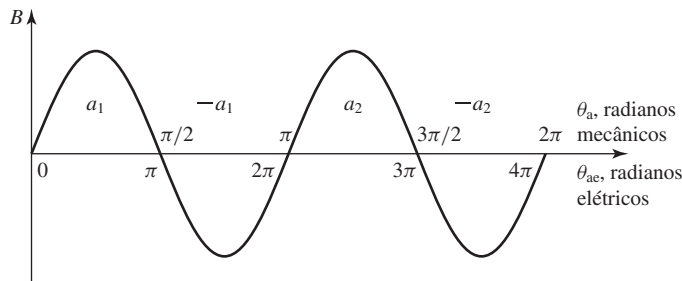


Figura 4.7 Distribuição espacial da densidade de fluxo de entreferro em um gerador síncrono ideal de quatro polos.

tricos ou 2π radianos elétricos. Como há polos/2 comprimentos de onda, ou ciclos, a cada revolução completa, resulta, por exemplo, que

$$\theta_{ac} = \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \theta_a \tag{4.1}$$

onde θ_{ac} é o ângulo em unidades elétricas e θ_a é o ângulo espacial. Essa mesma relação aplica-se a todas as medidas angulares em uma máquina de múltiplos polos. Seus valores em unidades elétricas serão iguais a (polos/2) vezes seus valores espaciais reais.

A tensão de bobina de uma máquina de múltiplos polos passa por um ciclo completo toda vez que um par de polos passa pela bobina ou (polos/2) vezes a cada revolução. A frequência elétrica f_e da tensão gerada em uma máquina síncrona é, portanto,

$$f_e = \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \frac{n}{60} \text{ Hz} \tag{4.2}$$

onde n é a velocidade mecânica em rotações por minuto e, portanto, $n/60$ é a velocidade em rotações por segundo. A frequência elétrica da tensão gerada em radianos por segundo é

$$\omega_e = \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \omega_m \tag{4.3}$$

onde ω_m é a velocidade mecânica em radianos por segundo.

Os rotores mostrados nas Figuras 4.4 e 4.6 têm polos *salientes* com *enrolamentos concentrados*. A Figura 4.8 mostra esquematicamente um rotor de *polos não salientes*, referido também como *cilíndrico* ou *liso*. O enrolamento de campo no rotor é um *enrolamento distribuído* de dois polos. Os lados da bobina estão distribuídos em múltiplas ranhuras ao longo da periferia do rotor e posicionados de modo tal que uma distribuição aproximadamente senoidal de fluxo radial no entreferro é produzida.

A relação entre a frequência elétrica e a velocidade de um rotor, dada pela Equação 4.2, pode servir de base para compreendermos a razão pela qual alguns geradores síncronos têm rotores com estruturas de polos salientes, ao passo que outros têm rotores cilíndricos. A maioria dos sistemas de potência do mundo operam com frequência de 50

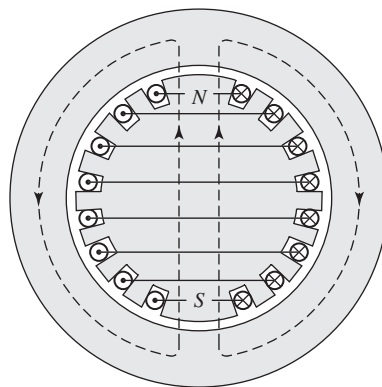


Figura 4.8 Enrolamento elementar de campo de um rotor cilíndrico de dois polos.

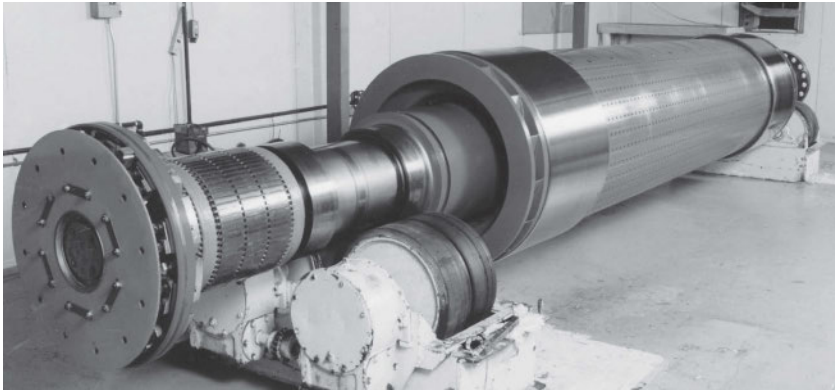


Figura 4.9 Rotor de um gerador a turbina de 100 MW. Um sistema de excitação sem escovas, usado para fornecer a corrente de campo, pode ser visto na extremidade mais próxima do rotor. (Foto cortesia da empresa General Electric Company.)

ou 60 Hz. Uma estrutura de polos salientes é característica de geradores hidrelétricos porque as turbinas hidráulicas operam em velocidades relativamente baixas e, portanto, um número relativamente elevado de polos é necessário para produzir a frequência desejada; a estrutura de polos salientes é mecanicamente melhor adaptada a essa situação. As turbinas a vapor ou a gás operam melhor com velocidades relativamente elevadas. Como consequência, os alternadores acionados por turbina, ou geradores a turbina, são em geral máquinas de rotor cilíndrico de dois ou quatro polos. Os rotores são feitos a partir de uma única peça forjada de aço, ou de diversas peças, como mostrado na Figura 4.9.

A maioria dos sistemas de potência do mundo é trifásica e, conseqüentemente, os geradores síncronos são máquinas trifásicas com pouquíssimas exceções. Para se produzir um conjunto de três tensões defasadas de 120 graus elétricos no tempo, devem ser usadas no mínimo três bobinas defasadas de 120 graus elétricos no espaço. Uma vista esquemática simplificada de uma máquina trifásica de dois polos, com uma bobina por fase, está mostrada na Figura 4.10a. As três fases são indicadas pelas letras a, b e c. Em uma máquina elementar de quatro polos, um mínimo de dois conjuntos de bobinas como esse deve ser usado, como mostrado na Figura 4.10b. Em uma máquina elementar com múltiplos polos, o número mínimo de conjuntos de bobinas é dado pela metade do número de polos.

As duas bobinas de cada fase da Figura 4.10b são conectadas em série de modo que suas tensões são somadas e as três fases podem então ser ligadas em Y ou em Δ . A Figura 4.10c mostra como as bobinas podem ser interligadas para formar uma ligação em Y. No entanto, observe que, como as tensões de cada fase são idênticas, uma conexão em paralelo também é possível, por exemplo, a bobina ($a, -a$) em paralelo com a bobina ($a', -a'$), e assim por diante.

Quando um gerador síncrono fornece potência elétrica a uma carga, a corrente de armadura cria no entreferro uma onda de fluxo magnético que gira na velocidade síncrona, como mostra a Figura 4.5. Esse fluxo reage ao fluxo criado pela corrente de campo, resultando um conjugado eletromecânico a partir da tendência desses dois campos magnéticos a se alinhar entre si. Em um gerador, esse conjugado opõe-se à rotação e, então, um conjugado mecânico deve ser aplicado a partir de uma máquina mo-

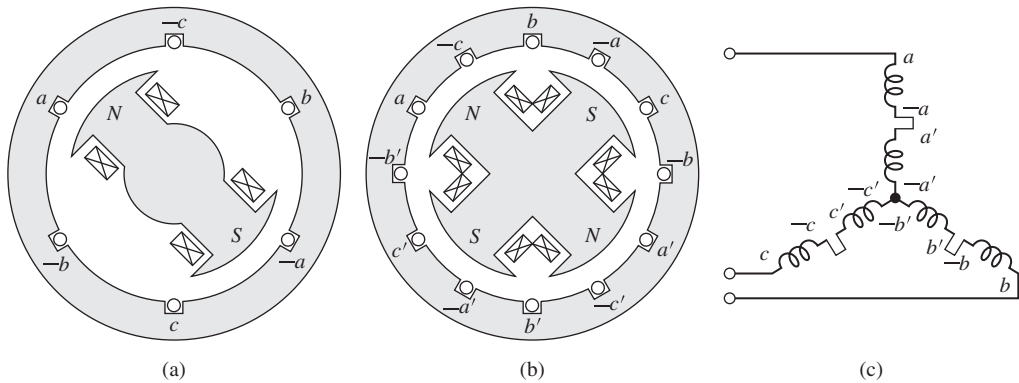


Figura 4.10 Vistas esquemáticas de geradores trifásicos: (a) dois polos, (b) quatro polos e (c) ligação em Y dos enrolamentos.

triz externa para que a rotação seja mantida. Esse conjugado eletromecânico é o mecanismo através do qual o gerador síncrono converte a energia mecânica em elétrica.

A máquina correlata do gerador síncrono é o motor síncrono. Uma corrente alternada é aplicada ao enrolamento de armadura do estator e uma excitação CC ao enrolamento de campo do rotor. O campo magnético produzido pelas correntes de armadura gira em velocidade síncrona (igual a $2/\text{polos}$ vezes a frequência elétrica das correntes de armadura). Um conjugado eletromecânico constante é produzido quando o rotor gira em sincronismo com o campo magnético produzido pelas correntes de armadura. Assim, a velocidade de regime permanente em um motor síncrono é determinada pelo número de polos e pela frequência da corrente de armadura. Dessa forma, um motor síncrono operado a partir de uma fonte CA de frequência constante funcionará com velocidade constante de regime permanente.

Em um motor, o conjugado eletromecânico tem o sentido da rotação e contrabalança o conjugado oposto necessário para movimentar a carga mecânica. O fluxo produzido pelas correntes na armadura de um motor síncrono gira à frente do fluxo produzido pelo enrolamento de campo do rotor, arrastando assim o enrolamento de campo (e, conseqüentemente, o rotor) além de realizar trabalho. O oposto ocorre em um gerador síncrono, onde o campo faz trabalho quando seu fluxo arrasta o da armadura. Tanto em geradores como em motores, além de um conjugado eletromecânico, é induzida uma tensão de velocidade (FEM) na armadura pelo enrolamento de campo girante. Como foi discutido no Capítulo 3, a produção de força ou conjugado e uma tensão de velocidade são, ambas, componentes essenciais da conversão eletromecânica de energia.

Máquinas de indução Um segundo tipo de máquina CA é a *máquina de indução*. Em uma máquina de indução, os enrolamentos do estator são basicamente os mesmos de uma máquina síncrona. Entretanto, os enrolamentos do rotor são eletricamente curto-circuitados e muitas vezes não apresentam conexões externas. As correntes são induzidas por ação de transformador a partir dos enrolamentos do estator. Uma vista em corte longitudinal de um motor de indução com gaiola de esquilo (rotor) está mostrado na Figura 4.11. Aqui, os “enrolamentos” do rotor são na realidade barras sólidas de alumínio que são fundidas nas ranhuras do rotor e colocadas em curto circuito por anéis de

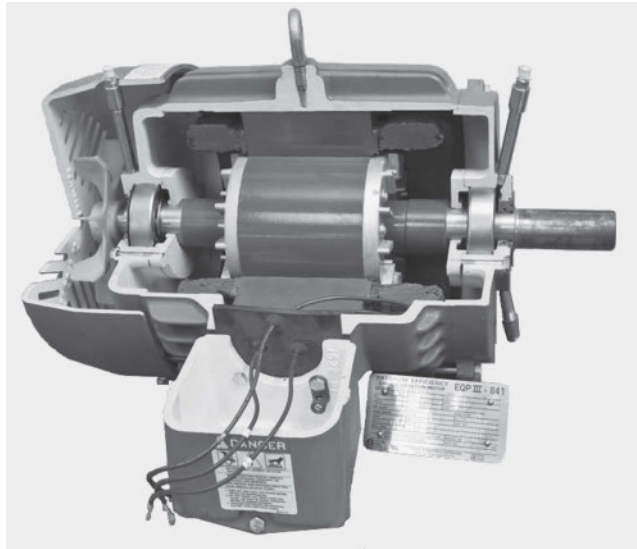


Figura 4.11 Vista em corte longitudinal de um motor de indução de 460 V e 7,5 HP, com rotor gaiola de esquilo.

alumínio fundido localizados em cada extremidade do rotor. Esse tipo de construção de rotor resulta em motores de indução que são relativamente baratos e altamente confiáveis, fatores que contribuem à sua imensa popularidade e ampla aplicação.

Diferentemente de uma máquina síncrona na qual um enrolamento de campo no rotor é excitado com corrente CC e o rotor gira em sincronismo com a onda de fluxo produzida pelas correntes CA de armadura, os enrolamentos do rotor de uma máquina de indução não são excitados por uma fonte externa. Em vez disso, correntes são induzidas nos enrolamentos curto-circuitados do rotor quando este atravessa a onda de fluxo da armadura sincronicamente. Assim, as máquinas de indução são *máquinas assíncronas* e produzem conjugado apenas quando a velocidade do rotor é diferente da velocidade síncrona.

É interessante observar que, embora o rotor opere de forma assíncrona, a onda de fluxo produzida pelas correntes induzidas do rotor giram em sincronismo com a onda de fluxo do estator. De fato, isso é um requisito e está coerente com a capacidade de uma máquina de indução produzir conjugado líquido. Os motores de indução operam com velocidades abaixo da velocidade mecânica síncrona, caso em que o fluxo de armadura no motor de indução está à frente daquele do rotor, produzindo um conjugado eletromecânico que puxa o rotor como no caso de um motor síncrono. Uma curva característica comum de velocidade *versus* conjugado para um motor de indução está mostrada na Figura 4.12.

Como as correntes do rotor são produzidas por indução, um máquina de indução pode ser vista com um transformador genérico no qual a potência elétrica é transformada entre rotor e estator juntamente com uma mudança de frequência e um fluxo de potência mecânica. Embora as máquinas de indução sejam usadas basicamente como motores, nos últimos anos verificou-se que os geradores de indução são bem adequados em aplicações que envolvem energia eólica.

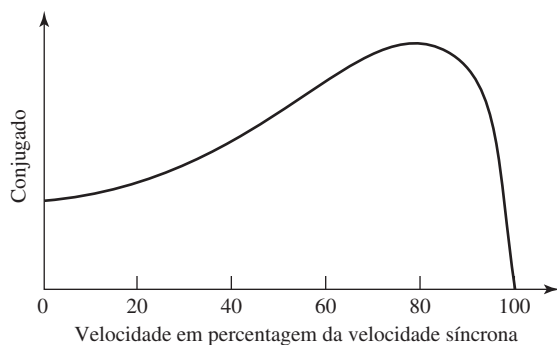


Figura 4.12 Curva característica de velocidade *versus* conjugado de um motor de indução típico.

4.2.2 Máquinas CC

Como já foi discutido, o enrolamento de armadura de um gerador CC está no rotor, com a corrente entrando e saindo dele por meio de escovas de carvão. O enrolamento de campo está no estator e é excitado por corrente contínua. Uma vista em corte longitudinal de um motor CC está mostrada na Figura 4.13.

Considere um gerador CC de dois polos muito elementar como o mostrado na Figura 4.14. O enrolamento de armadura, consistindo em uma única bobina de N espiras, está indicado pelos dois lados da bobina a e $-a$ colocados em pontos diametralmente opostos sobre o rotor com os condutores paralelos ao eixo. O rotor gira normalmente com velocidade constante a partir de uma fonte de potência mecânica conectada ao eixo. Em geral, a distribuição de fluxo no entreferro

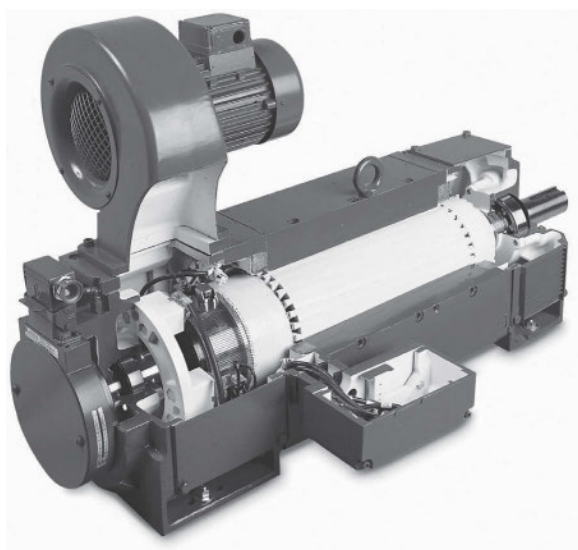


Figura 4.13 Vista em corte longitudinal de um motor CC de 25 HP, 1750 rpm e 500 V. (Foto cortesia da empresa Baldor Electric/ABB.)

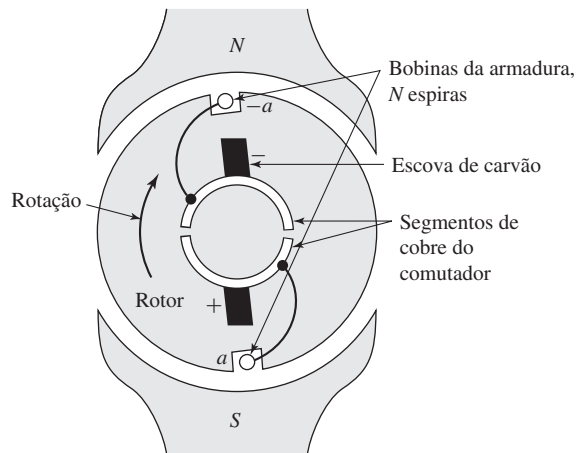


Figura 4.14 Máquina CC elementar com comutador. O rotor, a bobina da armadura e o comutador giram enquanto as escovas permanecem estacionárias.

aproxima-se de uma onda de picos achatados, em vez da onda senoidal encontrada nas máquinas CA, como se mostra na Figura 4.15a. A rotação da bobina, mostrada esquematicamente na Figura 4.15a, gera uma tensão de bobina que é uma função de tempo com a mesma forma que a da onda de distribuição da densidade de fluxo espacial.

A função de um gerador CC é a produção de tensão e corrente CC. Assim, as tensões e correntes CA induzidas no enrolamento de armadura devem ser retificadas. Em uma máquina CC, a retificação é produzida mecanicamente por meio de um *comutador* – um cilindro formado de segmentos de cobre aos quais as bobinas da armadura são conectadas. Esses segmentos são, em geral, isolados entre si por mica, ou algum outro material altamente isolante, e montados, mas isolados, sobre o eixo do rotor. Escovas estacionárias de carvão são mantidas apoiadas contra a superfície do comutador que conecta o enrolamento aos terminais externos de armadura. O comutador e as escovas podem ser vistos na Figura 4.13 e um comutador simples de dois segmentos está mostrado na Figura 4.14. A necessidade de comutação é a razão pela qual os enrolamentos de armadura das máquinas CC são encontrados no rotor.

No caso do gerador CC elementar, o comutador assume a forma mostrada na Figura 4.14. Para compreender a sua função como retificador, observe que o comutador, em qualquer instante, conecta o lado da bobina que está mais próximo do polo sul à escova positiva e o lado que está mais próximo do polo norte à escova negativa. Assim, a cada meia rotação do rotor, as escovas mudam de polaridade em relação à polaridade da bobina. Como resultado, embora a tensão da bobina seja uma tensão alternada semelhante em forma à distribuição de fluxo no entreferro da Figura 4.15a, o comutador executa uma retificação de onda completa, transformando a tensão de bobina na tensão entre escovas da Figura 4.15b e tornando disponível uma tensão unipolar para o circuito externo. Naturalmente, a máquina CC da Figura 4.14 foi simplificada até o ponto de estar fora da realidade em termos práticos e, depois, será essencial examinar a ação de comutadores mais realistas.

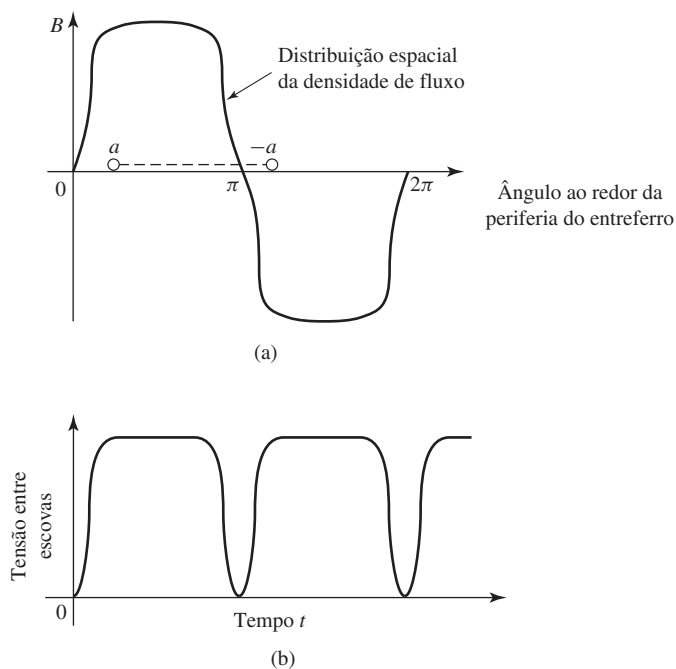


Figura 4.15 (a) Distribuição espacial da densidade de fluxo no entreferro de uma máquina CC elementar; (b) forma de onda da tensão entre as escovas.

A corrente contínua no enrolamento de campo de uma máquina CC cria uma distribuição estacionária de fluxo magnético em relação ao estator. De modo similar, o efeito do comutador é tal que, quando uma corrente contínua flui através das escovas, a armadura cria uma distribuição de fluxo magnético que também é fixa no espaço e cujo eixo, determinado pelo projeto da máquina e pela posição das escovas, é normalmente perpendicular ao eixo do fluxo de campo.

Assim, da mesma como nas máquinas CA discutidas anteriormente, é a interação dessas duas distribuições de fluxo que cria o conjugado da máquina CC. Se a máquina estiver atuando como gerador, esse conjugado opõe-se à rotação. Se estiver atuando como motor, o conjugado eletromecânico atua no sentido da rotação. Comentários semelhantes aos já feitos em relação aos papéis desempenhados, no processo de conversão de energia das máquinas síncronas, pela tensão gerada e pelo conjugado eletromecânico aplicam-se bem às máquinas CC.

4.3 FMM de enrolamentos distribuídos

A maioria das armaduras tem enrolamentos distribuídos – enrolamentos que se estendem por diversas ranhuras ao redor da periferia do entreferro, como nas Figuras 4.1 e 4.2. As bobinas individuais são conectadas entre si de modo que o resultado seja um campo magnético que tem o mesmo número de polos que o enrolamento de campo.

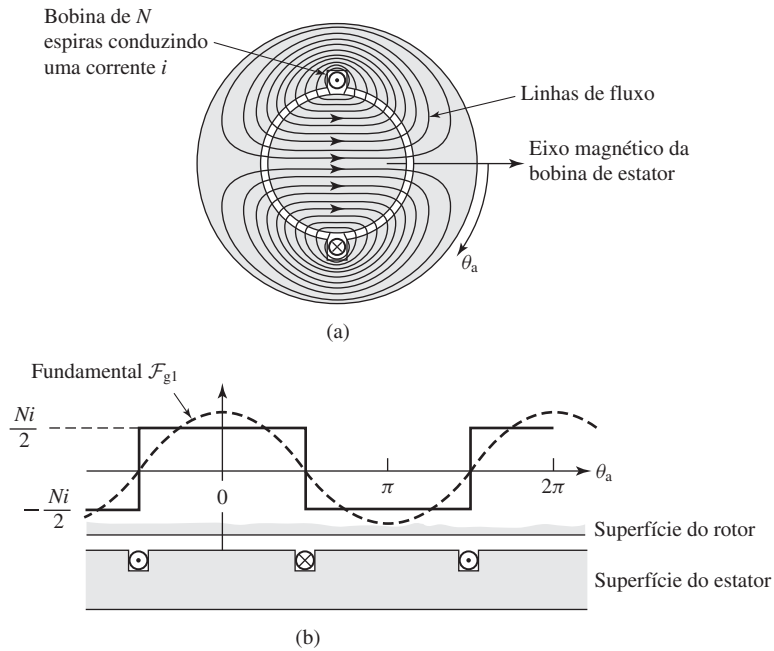


Figura 4.16 (a) Fluxo produzido por um enrolamento concentrado de passo pleno em uma máquina de entreferro uniforme. (b) A FMM produzida no entreferro por uma corrente nesse enrolamento.

Os campos magnéticos de enrolamentos distribuídos podem ser estudados examinando-se o campo magnético produzido por um enrolamento que tenha uma única bobina de N espiras compreendendo 180 graus elétricos, como mostrado na Figura 4.16a. Uma bobina que se estende por 180 graus elétricos é conhecida como *bobina de passo pleno*. Os pontos e cruzes indicam fluxos de corrente que se aproximam ou se afastam do leitor, respectivamente. Por uma questão de simplicidade, o rotor cilíndrico mostrado é concêntrico. A natureza bipolar do campo magnético produzido pela corrente na bobina está mostrada pelas linhas de fluxo 4.16a. Como as permeabilidades do ferro da armadura e do campo são muito maiores que a do ar, podemos assumir com exatidão suficiente para nossos objetivos que toda a relutância do circuito magnético encontra-se no entreferro. Pela simetria da estrutura, é evidente que a intensidade do campo magnético H_g de entreferro na posição angular θ_a , sob um dos polos, é a mesma em valor que aquela localizada no ângulo $\theta_a + \pi$, sob o polo oposto. Entretanto, os campos apresentam sentidos opostos.

Ao longo de qualquer um dos caminhos fechados mostrados pelas linhas de fluxo na Figura 4.16a, temos que a FMM é Ni . Como assumimos que a relutância do circuito magnético é predominantemente a do entreferro, a queda de FMM no ferro pode ser desprezada e toda a queda de FMM aparecerá no entreferro. Por simetria, podemos argumentar que os campos H_g no entreferro nos lados opostos do rotor são iguais em valor mas opostos em sentido. Segue-se que a FMM no entreferro deve estar distribuída de modo uniforme. Como cada linha de fluxo cruza o entreferro duas vezes, a queda de FMM no entreferro deve ser igual à metade do total ou $Ni/2$.

A Figura 4.16b mostra o entreferro e o enrolamento em forma desenvolvida, isto é, dispostos em forma plana. A distribuição de FMM no entreferro está mostrada pela distribuição de amplitude $Ni/2$ semelhante a degraus. Supondo que as aberturas das ranhuras sejam estreitas, a FMM faz um salto Ni ao passar de um lado a outro da bobina. Essa distribuição de FMM será discutida novamente na Seção 4.4, onde os campos magnéticos resultantes serão calculados.

4.3.1 Máquinas CA

A análise de Fourier pode mostrar que a FMM produzida no entreferro por uma única bobina, como a de passo pleno da Figura 4.16, consiste em uma componente espacial harmônica fundamental mais uma série de componentes harmônicas de ordem mais elevada. No projeto de máquinas CA, sérios esforços são feitos para distribuir as bobinas construindo os enrolamentos de modo a minimizar as componentes harmônicas de ordem mais elevada e a produzir uma onda de FMM de entreferro, constituída predominantemente pela componente fundamental senoidal no espaço. Assim, é adequado assumir aqui que isso foi feito e concentrar a nossa atenção na componente fundamental.

A onda retangular da FMM de entreferro da bobina concentrada de dois polos e passo pleno da Figura 4.16b pode ser decomposta em uma série de Fourier compreendendo uma componente fundamental e uma série de harmônicas ímpares. A componente fundamental \mathcal{F}_{g1} é

$$\mathcal{F}_{g1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2} \right) \cos \theta_a \quad (4.4)$$

onde θ_a é medido a partir do eixo magnético da bobina do estator, como mostrado pela senoide tracejada na Figura 4.16b. É uma onda senoidal espacial de amplitude

$$(F_{g1})_{\text{pico}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2} \right) \quad (4.5)$$

com seu pico alinhado com o eixo magnético da bobina.

Agora considere um *enrolamento distribuído*, consistindo em bobinas distribuídas em diversas ranhuras. Por exemplo, a Figura 4.17a mostra a fase a do enrolamento de armadura de uma máquina CA trifásica de dois polos que foi um tanto simplificada. As fases b e c ocupam as ranhuras vazias. Os enrolamentos das três fases são idênticos e estão posicionados com os seus eixos magnéticos separados de 120 graus entre si. Vamos direcionar nossa atenção apenas à FMM de entreferro da fase a. Deixaremos a discussão das três fases para a Seção 4.5. O enrolamento está disposto em duas camadas. Cada bobina de passo pleno de N_b espiras tem um lado no topo de uma ranhura e o outro lado da bobina está no fundo de uma ranhura distanciada de um polo. Em máquinas reais, essa disposição de duas camadas simplifica o problema geométrico de se fazer passar as espiras dos terminais das bobinas individuais umas pelas outras.

A Figura 4.17b mostra um polo do enrolamento que foi desenvolvido no plano. Com as bobinas conectadas em série e, desse modo, conduzindo a mesma corrente, a onda de FMM é uma série de degraus de altura $2N_b i_a$ cada um (igual aos ampères-espiras na ranhura), onde i_a é a corrente de enrolamento. Sua componente fundamental espacial é mostrada pela senoide. Pode-se ver que o enrolamento distribuído produz

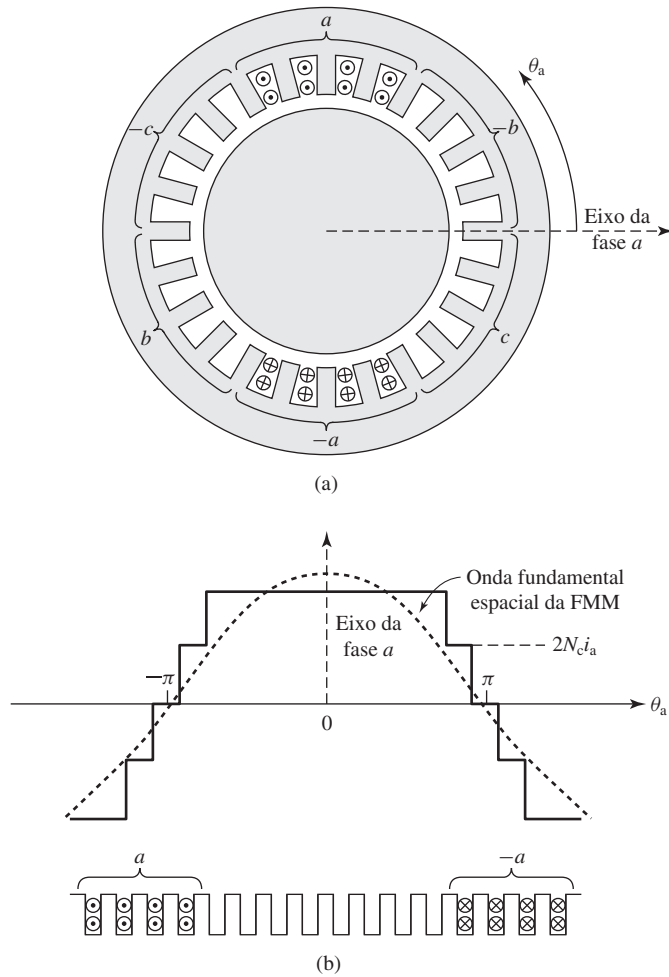


Figura 4.17 A FMM de uma fase de um enrolamento trifásico distribuído de dois polos com bobinas de passo pleno.

uma onda que se aproxima mais de uma onda de FMM senoidal do que a bobina concentrada da Figura 4.16.

A forma modificada da Equação 4.4 para um enrolamento distribuído de múltiplos polos tendo N_{fase} espiras por fase em série é

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_{g1} &= \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) i_a \cos \left(\frac{\text{polos}}{2} \theta_a \right) \\
 &= \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) i_a \cos (\theta_{ae})
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

em que o fator $4/\pi$ surge da análise de série de Fourier da onda retangular da FMM de uma bobina concentrada com passo pleno, como na Equação 4.4, e o *fator de enrolamento* k_{enr} leva em consideração a distribuição do enrolamento. Esse fator é

necessário porque as FMMs produzidas pelas bobinas individuais de qualquer grupo de uma fase têm eixos magnéticos diferentes e, portanto, não se somam diretamente. Quando elas são ligadas em série para formar o enrolamento de fase, a sua soma fasorial é então menor do que a sua soma numérica. (Veja o Apêndice B para detalhes.) Para a maioria dos enrolamentos trifásicos, o valor de k_{enr} está normalmente no intervalo de 0,85 a 0,95.

O fator $k_{\text{enr}}N_{\text{fase}}$ é o número efetivo de espiras por fase em série para a FMM fundamental. A amplitude de pico dessa onda de FMM é

$$(F_{g1})_{\text{pico}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) i_a \quad (4.7)$$

Exemplo 4.1

O enrolamento da fase a da armadura de dois polos da Figura 4.17a pode ser considerado como consistindo em oito bobinas, de passo pleno e N_b espiras, ligadas em série, com cada ranhura contendo duas bobinas. Há um total de 24 ranhuras de armadura, e assim cada ranhura está separada por $360^\circ/24 = 15^\circ$. Defina o ângulo θ_a como sendo medido a partir do eixo magnético da fase a de modo que as quatro ranhuras contendo os lados indicados por a das bobinas estejam em $\theta_a = 67,5^\circ, 82,5^\circ, 97,5^\circ$ e $112,5^\circ$. Os lados opostos de cada bobina estão assim nas ranhuras localizadas em $-112,5^\circ, -97,5^\circ, -82,5^\circ$ e $-67,5^\circ$, respectivamente. Suponha que esse enrolamento esteja conduzindo uma corrente i_a .

(a) Escreva uma expressão para a FMM espacial fundamental produzida pelas duas bobinas cujos lados estão nas ranhuras em $\theta_a = 112,5^\circ$ e $-67,5^\circ$. (b) Escreva uma expressão para a FMM espacial fundamental produzida pelas duas bobinas cujos lados estão nas ranhuras em $\theta_a = 67,5^\circ$ e $-112,5^\circ$. (c) Escreva uma expressão para a FMM espacial fundamental do enrolamento completo da armadura. (d) Determine o fator de enrolamento k_{enr} para esse enrolamento distribuído.

Solução

- a. Observando que o eixo magnético desse par de bobinas está em $\theta_a = (112,5^\circ - 67,5^\circ)/2 = 22,5^\circ$ e que o total de ampères-espiras em cada ranhura é igual a $2N_b i_a$, a FMM produzida por esse par de bobinas pode ser obtida por analogia com a Equação 4.4, obtendo-se

$$(\mathcal{F}_{g1})_{22,5^\circ} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{2N_c i_a}{2} \right) \cos(\theta_a - 22,5^\circ)$$

- b. Esse par de bobinas produz a mesma FMM espacial fundamental que o par da parte (a) com a exceção de que essa FMM está centrada em $\theta_a = -22,5^\circ$. Assim

$$(\mathcal{F}_{g1})_{-22,5^\circ} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{2N_c i_a}{2} \right) \cos(\theta_a + 22,5^\circ)$$

- c. Em analogia com as partes (a) e (b), a FMM espacial fundamental total pode ser escrita como

$$\begin{aligned} (\mathcal{F}_{g1})_{\text{total}} &= (\mathcal{F}_{g1})_{-22,5^\circ} + (\mathcal{F}_{g1})_{-7,5^\circ} + (\mathcal{F}_{g1})_{7,5^\circ} + (\mathcal{F}_{g1})_{22,5^\circ} \\ &= \frac{4}{\pi} \left(\frac{2N_c}{2} \right) i_a \left[\cos(\theta_a + 22,5^\circ) + \cos(\theta_a + 7,5^\circ) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\theta_a - 7,5^\circ) + \cos(\theta_a - 22,5^\circ) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4}{\pi} \left(\frac{7,66N_c}{2} \right) i_a \cos \theta_a \\
 &= 4,88N_c i_a \cos \theta_a
 \end{aligned}$$

- d. Verificando que, para esse enrolamento, temos $N_{\text{fase}} = 8N_b$, a FMM total da parte (c) pode ser reescrita como

$$(\mathcal{F}_{\text{gl}})_{\text{total}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{0,958N_{\text{fase}}}{2} \right) i_a \cos \theta_a$$

Uma comparação com a Equação 4.6 mostra que, nesse enrolamento, o fator de enrolamento é $k_{\text{enr}} = 0,958$.

Problema prático 4.1

Calcule o fator de enrolamento para o enrolamento da fase a da Figura 4.17 se o número de espiras nas quatro bobinas nos dois pares externos de ranhuras for reduzido a seis, ao passo que o número de espiras nas quatro bobinas nas ranhuras internas permanece em oito.

Solução

$$k_{\text{enr}} = 0,962$$

A Equação 4.6 descreve a componente fundamental espacial da onda de FMM produzida pela corrente da fase a de um enrolamento distribuído. Se a corrente da fase a for senoidal no tempo, por exemplo, $i_a = I_{\text{max}} \cos \omega t$, o resultado será uma onda de FMM que é estacionária no espaço e varia senoidalmente em relação a θ_a e ao tempo. Na Seção 4.5, estudaremos o efeito das correntes nas três fases e veremos que a aplicação de correntes trifásicas produzirá uma onda girante de FMM.

De modo semelhante, os enrolamentos do rotor são distribuídos frequentemente nas ranhuras para reduzir os efeitos das harmônicas espaciais. A Figura 4.18a mostra o rotor de um gerador típico de dois polos e rotor cilíndrico. Embora o enrolamento seja simétrico em relação ao eixo do rotor, o número de espiras por ranhura pode ser variado para controlar as diversas harmônicas. Na Figura 4.18b, pode-se ver que há menos espiras nas ranhuras próximas da face do polo (eixo do motor). Além disso, o projetista pode variar o distanciamento entre as ranhuras. Em relação aos enrolamentos distribuídos de armadura, a onda fundamental de FMM no entreferro de um enrolamento de rotor de múltiplos polos pode ser obtida a partir da Equação 4.6 em termos do número total N_r de espiras em série, a corrente de enrolamento I_r e um fator de enrolamento k_r , obtendo-se

$$\mathcal{F}_{\text{gl}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_r N_r}{\text{polos}} \right) I_r \cos \left(\frac{\text{polos}}{2} \theta_r \right) \tag{4.8}$$

onde θ_r é o ângulo espacial medido em relação ao eixo magnético do rotor, como mostrado na Figura 4.18b. Sua amplitude de pico é

$$(\mathcal{F}_{\text{gl}})_{\text{pico}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_r N_r}{\text{polos}} \right) I_r \tag{4.9}$$

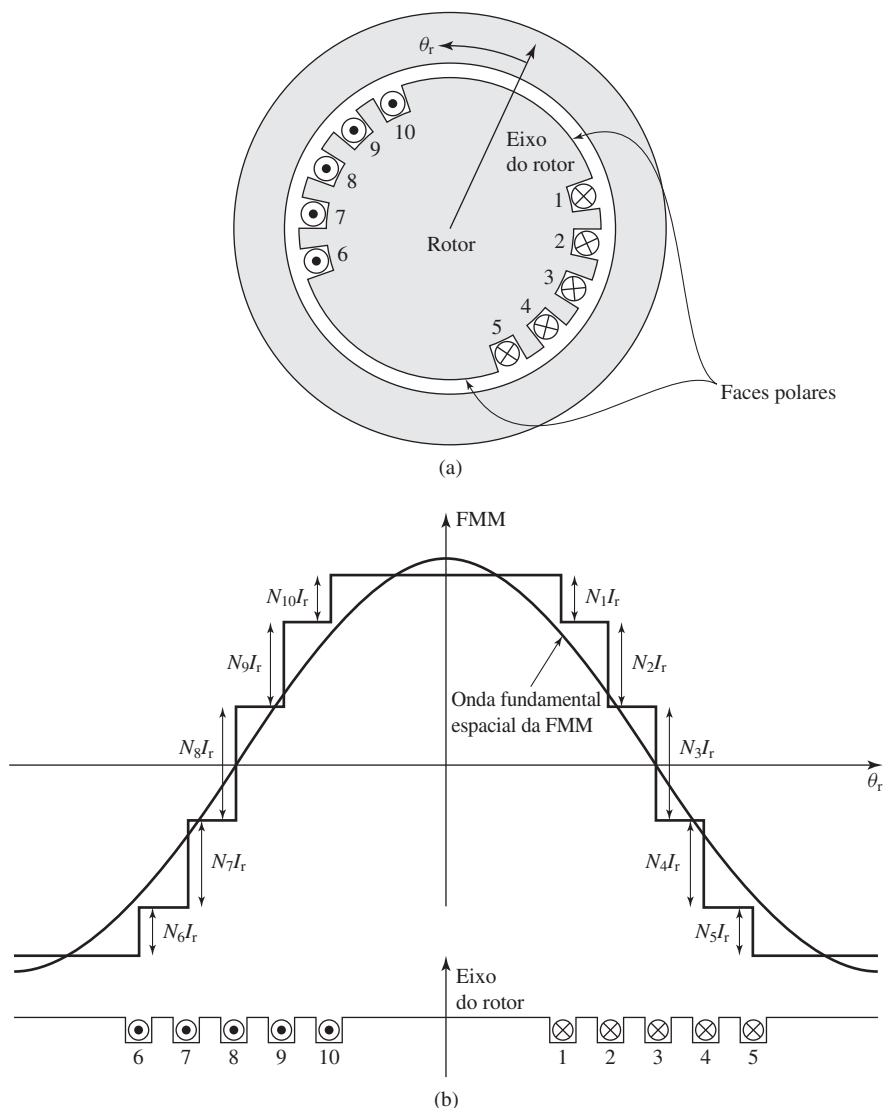


Figura 4.18 A FMM de entreferro do enrolamento distribuído do rotor de um gerador de rotor cilíndrico.

4.3.2 Máquinas CC

Devido às restrições impostas à disposição do enrolamento pelo comutador, a onda de FMM da armadura de uma máquina CC aproxima-se mais da forma de onda em dente de serra do que da forma de onda senoidal das máquinas CA. Por exemplo, a Figura 4.19 mostra esquematicamente em corte transversal a armadura de uma máquina CC de dois polos. (Na prática, em todas as máquinas CC, com exceção das muito pequenas, um número mais elevado de bobinas e ranhuras seria provavelmente usado.) Os sentidos das correntes são mostrados por pontos e cruzes. As conexões da bobina do

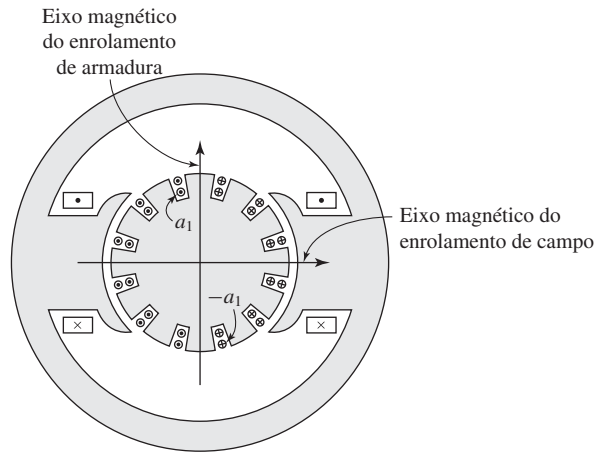


Figura 4.19 Seção transversal de uma máquina CC de dois polos.

enrolamento da armadura são tais que esse enrolamento produz um campo magnético cujo eixo é vertical, sendo assim perpendicular ao eixo do enrolamento de campo. À medida que a armadura gira, as conexões das bobinas aos circuitos externos são alteradas pelo comutador de tal modo que o campo magnético da armadura permaneça vertical. Assim, o fluxo da armadura está sempre perpendicular ao produzido pelo enrolamento de campo, resultando um conjugado unidirecional contínuo. A ação do comutador será discutida com algum detalhe na Seção 7.2.

A Figura 4.20a mostra esse enrolamento desenvolvido no plano. A onda de FMM está mostrada na Figura 4.20b. Assumindo que as ranhuras sejam estreitas, ela consistirá em uma série de degraus. A altura de cada degrau será igual ao número de ampères-espiras $2N_b i_b$ em uma ranhura, onde N_b é o número de espiras em cada bobina e i_b é a corrente da bobina. O valor de pico da onda de FMM ocorre na direção do eixo magnético da armadura, a meio caminho entre os polos do campo. Esse enrolamento é equivalente a uma bobina de $12N_b i_b$ ampères-espiras distribuídos ao redor da armadura. Supondo que os polos sejam simétricos, o valor de pico da onda de FMM em cada polo de armadura é $6N_b i_b$ ampères-espiras.

Essa onda de FMM pode ser representada aproximadamente pela forma de onda em dente de serra da Figura 4.20b e repetida na Figura 4.20c. Em um enrolamento mais realista, com um número maior de ranhuras de armadura por polo, a distribuição triangular torna-se uma aproximação maior. Essa onda de FMM seria produzida por uma distribuição retangular de densidade de corrente na superfície da armadura, como mostrado na Figura 4.20c.

Neste nosso estudo preliminar, é conveniente decompor as ondas de FMM dos enrolamentos distribuídos em suas componentes de série de Fourier. A componente fundamental da forma de onda em dente de serra da FMM da Figura 4.20c está mostrada pela onda senoidal. Seu valor de pico é $8/\pi^2 = 0,81$ vezes a altura da onda em dente de serra. Essa onda fundamental de FMM é a que seria produzida pela componente harmônica espacial fundamental da distribuição retangular de densidade de corrente da Figura 4.20c.

Observe que a distribuição de FMM nos entreferros depende apenas da disposição dos enrolamentos e da simetria das estruturas magnéticas em cada polo. Entretanto-

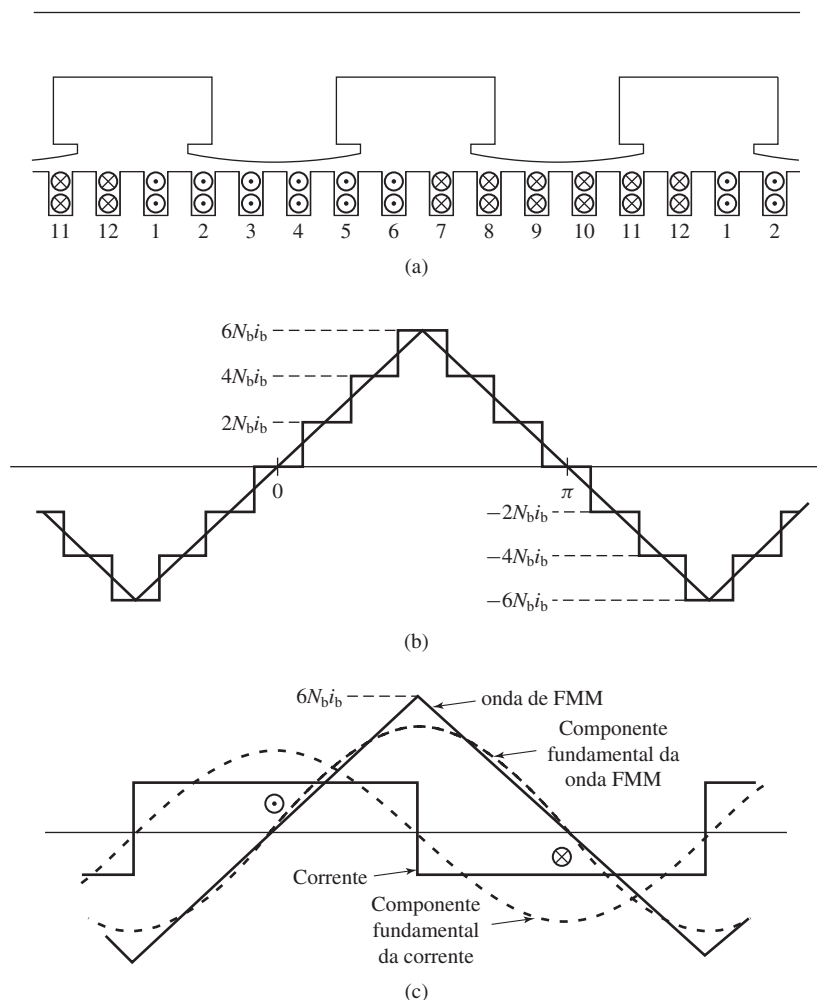


Figura 4.20 (a) Desenvolvimento no plano da máquina CC da Figura 4.19; (b) onda de FMM; (c) onda equivalente em dente de serra da FMM, sua componente fundamental e a corrente retangular laminar equivalente.

to, a densidade de fluxo magnético nos entreferros não depende apenas da FMM mas também das condições magnéticas nos limites geométricos, principalmente o comprimento do entreferro, o efeito das aberturas das ranhuras e a forma das faces dos polos. O projetista leva em consideração esses efeitos por meio de análises detalhadas com as quais, no entanto, não precisamos nos ocupar aqui.

As máquinas CC em geral têm uma estrutura magnética com mais de dois polos. Por exemplo, a Figura 4.21a mostra de forma esquemática uma máquina CC de quatro polos. O enrolamento de campo produz alternadamente polaridades norte-sul-norte-sul e os condutores da armadura são distribuídos em quatro feixes nas ranhuras conduzindo correntes que alternadamente aproximam-se ou afastam-se do leitor, como está simbolizado pelas áreas hachuradas. Essa máquina está mostrada em

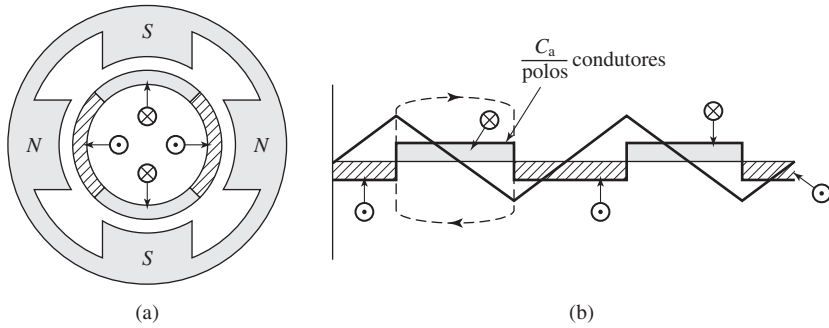


Figura 4.21 (a) Seção transversal de uma máquina CC de quatro polos; (b) planificação da corrente e da onda de FMM.

forma plana na Figura 4.21b. A respectiva onda da FMM em forma de dente de serra também está mostrada. Supondo que haja simetria nos enrolamentos e polos do campo, cada par sucessivo de polos será igual a qualquer outro par. Então, as condições magnéticas no entreferro podem ser determinadas examinando um par qualquer de polos adjacentes (de 360 graus elétricos).

O valor de pico da onda em dente de serra da FMM de armadura pode ser escrita em termos do número total de condutores nas ranhuras da armadura como

$$(F_g)_{\text{pico}} = \left(\frac{C_a}{2m \times \text{polos}} \right) i_a \quad A \cdot \text{espiras/polo} \quad (4.10)$$

onde

- C_a = número total de condutores no entreferro de armadura
- m = número de caminhos paralelos no enrolamento de armadura
- i_a = corrente de armadura, A

Essa equação leva em consideração o fato de que em alguns casos a armadura pode estar enrolada com múltiplos caminhos de corrente em paralelo. Essa é a razão pela qual muitas vezes é mais conveniente pensar na armadura em termos do número de condutores (em que cada condutor corresponde a um único caminho que conduz corrente dentro de uma ranhura). Assim, i_a/m é a corrente em cada condutor. Essa equação vem diretamente da integral de linha ao longo do caminho fechado tracejado da Figura 4.21b, que cruza o entreferro duas vezes e envolve C_a/polos condutores, cada um desses conduzindo a corrente i_a/m no mesmo sentido. Em forma mais compacta,

$$(F_g)_{\text{pico}} = \left(\frac{N_a}{\text{polos}} \right) i_a \quad (4.11)$$

onde $N_a = C_a/(2m)$ é o número de espiras em série da armadura. Da série de Fourier da onda de FMM, em dente de serra, da Figura 4.21b, o valor de pico da respectiva componente fundamental espacial da onda de FMM é dada por

$$(F_{g1})_{\text{pico}} = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{N_a}{\text{polos}} \right) i_a \quad (4.12)$$

4.4 Campos magnéticos em máquinas rotativas

Nossas investigações preliminares das máquinas CA e CC estão baseadas na suposição de que as distribuições espaciais de FMM sejam senoidais. Veremos que essa suposição levará a resultados muito satisfatórios na maioria dos problemas que envolvem máquinas CA, porque em geral seus enrolamentos estão distribuídos de modo a minimizar os efeitos das componentes harmônicas espaciais. Devido às restrições impostas pelo comutador à disposição dos enrolamentos, as ondas de FMM das máquinas CC aproximam-se intrinsecamente mais de uma forma de onda em dente de serra. No entanto, uma análise baseada no modelo senoidal coloca em evidência as características fundamentais do funcionamento das máquinas CC. Sempre que necessário, os resultados podem ser prontamente modificados para explicar qualquer discrepância significativa.

Muitas vezes, é mais fácil começar examinando uma máquina de dois polos, na qual os ângulos e as velocidades elétricas e mecânicas são iguais. Os resultados podem ser extrapolados imediatamente a máquinas de múltiplos polos lembrando-se que ângulos elétricos e velocidades angulares estão relacionados com os ângulos mecânicos e as velocidades angulares por um fator de polos/2 (veja, por exemplo, a Equação 4.1).

O comportamento das máquinas elétricas é determinado pelos campos magnéticos criados por correntes nos diversos enrolamentos da máquina. Esta seção discute como esses campos magnéticos e correntes relacionam-se.

4.4.1 Máquinas com entreferros uniformes

A Figura 4.22a mostra uma bobina, de N espiras e passo pleno, alojada em uma estrutura magnética de alta permeabilidade ($\mu \rightarrow \infty$) com um rotor cilíndrico concêntrico. A FMM \mathcal{F}_g de entreferro dessa configuração está plotada, em função do ângulo θ_a , na Figura 4.22b. Para essa estrutura, com um entreferro uniforme de dimensão g no raio r_r (muito maior que g), pode-se assumir com boa exatidão que o campo magnético \mathbf{H} no entreferro tem predominantemente sentido apenas radial e que seu valor é constante no entreferro.

A distribuição de FMM no entreferro da Figura 4.22b é igual à integral de linha de H_g através do entreferro. Nesse caso de H_g radial constante, essa integral é igual ao produto do campo magnético radial H_g no entreferro vezes o comprimento g do entreferro. Assim, H_g pode ser obtido dividindo-se a FMM do entreferro pelo comprimento deste:

$$H_g = \frac{\mathcal{F}_g}{g} \quad (4.13)$$

Assim, na Figura 4.22c, pode-se ver que o campo radial H_g e a FMM apresentam forma idêntica, relacionando-se entre si simplesmente pelo fator $1/g$.

A componente harmônica espacial fundamental de H_g pode ser obtida diretamente da componente fundamental \mathcal{F}_{g1} , dada pela Equação 4.4.

$$H_{g1} = \frac{\mathcal{F}_{g1}}{g} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2g} \right) \cos \theta_a \quad (4.14)$$

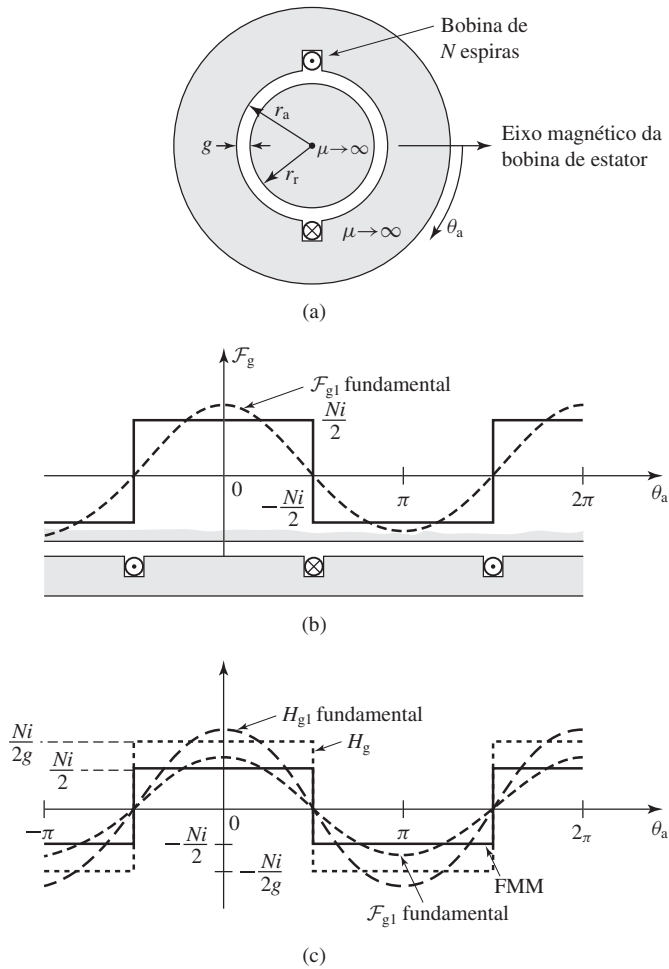


Figura 4.22 A FMM de entreferro e a componente radial de H_g para um enrolamento concentrado de passo pleno.

É uma onda espacial senoidal de amplitude

$$(H_{g1})_{\text{pico}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2g} \right) \quad (4.15)$$

Para um enrolamento distribuído, como o da Figura 4.17, com um fator de enrolamento k_{enr} , a intensidade de campo magnético no entreferro é obtida facilmente, tão logo a FMM de entreferro seja conhecida. Assim, generalizando para o caso de uma máquina de múltiplos polos com N_{fase} espiras em série por polo, a componente fundamental de H_g pode ser encontrada dividindo-se a componente fundamental da FMM de entreferro (Equação 4.6) pelo comprimento de entreferro g .

$$H_{g1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{g \times \text{polos}} \right) i_a \cos(\theta_{ae}) \quad (4.16)$$

Observe que a FMM espacial fundamental de entreferro \mathcal{F}_{g1} com o campo magnético de entreferro H_{g1} , produzida por um enrolamento distribuído com fator de enrolamento k_{enr} e N_{fase} /polos espiras em série por polo, é igual à produzida por um enrolamento concentrado de passo pleno com $(k_{\text{enr}}N_{\text{fase}})$ /polos espiras por polo. Na análise de máquinas com enrolamentos distribuídos, esse resultado é útil porque, quando se consideram grandezas fundamentais espaciais, ele permite que a solução distribuída seja obtida a partir da solução para uma única bobina de N espiras e passo pleno, apenas substituindo N pelo número efetivo de espiras, $k_{\text{enr}}N_{\text{fase}}$ /polos, do enrolamento distribuído.

Exemplo 4.2

Um gerador CA síncrono de quatro polos com um entreferro liso tem um enrolamento de rotor distribuído com 264 espiras em série, um fator de enrolamento de 0,935 e um entreferro de comprimento 0,7 mm. Supondo que a queda de FMM no aço elétrico seja desprezível, encontre a corrente de enrolamento de rotor necessária para produzir uma densidade de fluxo magnético espacial fundamental de pico de 1,6 T no entreferro da máquina.

Solução

A fundamental espacial do campo magnético no entreferro pode ser encontrada a partir da fundamental espacial da FMM no entreferro dividida pelo comprimento de entreferro g . A seguir, multiplicando pela permeabilidade do vácuo μ_0 , teremos a fundamental espacial da densidade de fluxo magnético no entreferro. Assim, da Equação 4.9

$$(B_{g1})_{\text{pico}} = \frac{\mu_0(\mathcal{F}_{g1})_{\text{pico}}}{g} = \frac{4\mu_0}{\pi g} \left(\frac{k_r N_r}{\text{polos}} \right) I_r$$

A corrente I_r pode ser obtida de

$$\begin{aligned} I_r &= \left(\frac{\pi g \times \text{polos}}{4\mu_0 k_r N_r} \right) (B_{g1})_{\text{pico}} \\ &= \left(\frac{\pi \times 0,0007 \times 4}{4 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0,935 \times 264} \right) 1,6 \\ &= 11,4 \text{ A} \end{aligned}$$

Problema prático 4.2

Uma máquina síncrona de dois polos tem um comprimento de entreferro de 2,2 cm e um enrolamento de campo com um total de 830 espiras em série. Quando excitada por uma corrente de campo de 47 A, a fundamental espacial da densidade de fluxo magnético de pico no entreferro da máquina é medida como 1,35 T.

Com base na densidade de fluxo medida, calcule o fator de enrolamento k_r do enrolamento de campo.

Solução

$$k_r = 0,952$$

4.4.2 Máquinas com entreferros não uniformes

A Figura 4.23a mostra a estrutura de uma máquina CC típica e a Figura 4.23b mostra a estrutura de uma máquina síncrona típicas de polos salientes. Ambas as máquinas

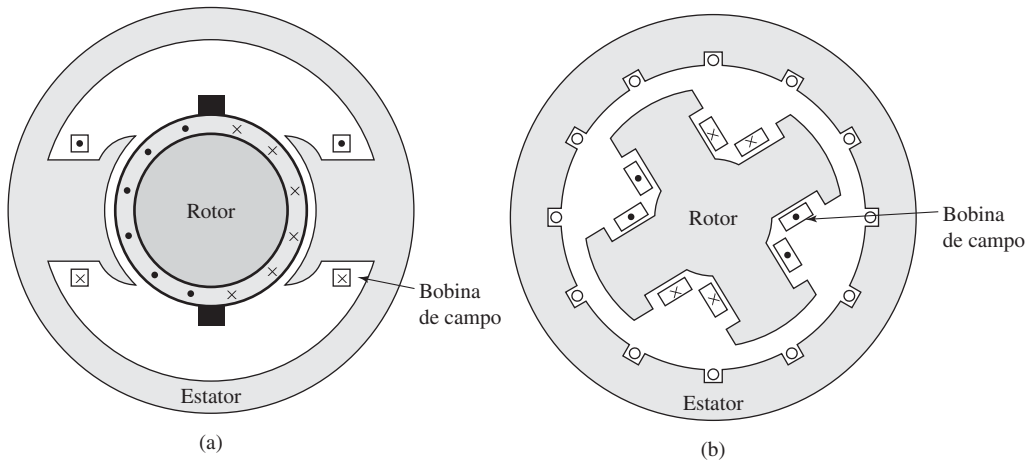


Figura 4.23 Estrutura de máquinas típicas de polos salientes: (a) máquina CC e (b) máquina síncrona de polos salientes.

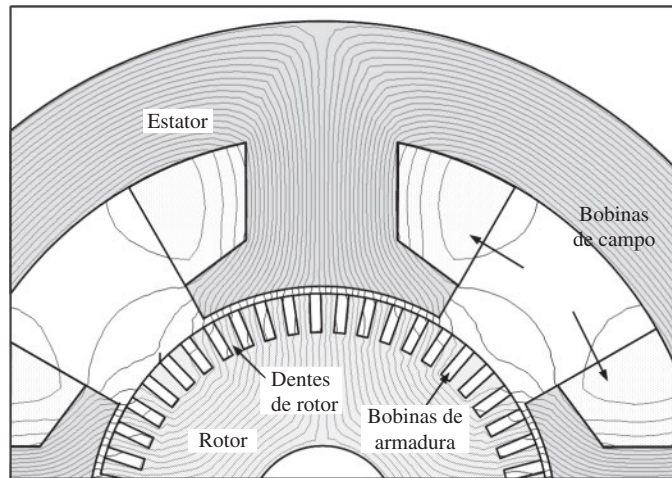


Figura 4.24 Solução baseada em elementos finitos mostrando a distribuição do campo magnético em uma máquina CC de polos salientes com as bobinas de campo excitadas (bobinas de armadura sem corrente).

consistem em estruturas magnéticas com entreferros extremamente não uniformes. Nesses casos, a distribuição do campo magnético no entreferro é mais complexa do que a de máquinas de entreferro uniforme.

A análise detalhada das distribuições de campo magnético nessas máquinas requer soluções completas para o problema do campo. Por exemplo, a Figura 4.24 mostra a distribuição de campo magnético em um gerador CC de polos salientes, obtida por um programa de elementos finitos. No entanto, a experiência tem mostrado que, por meio de diversas suposições de simplificação, pode-se desenvolver técnicas analíticas que produzem resultados de exatidão razoável. Essas técnicas serão ilustradas em capítulos posteriores, em que serão discutidos os efeitos das saliências em máquinas CC e CA.

4.5 Ondas girantes de FMM em máquinas CA

Para compreender a teoria e a operação das máquinas CA polifásicas, é necessário estudar a natureza da onda de FMM produzida por um enrolamento polifásico. A atenção será focada em uma máquina de dois polos (ou, de forma equivalente, um par de polos de um enrolamento de múltiplos polos; $-\pi \leq \theta_{ae} \leq \pi$). Para desenvolver um *insight* do caso polifásico, começaremos com a análise de um enrolamento monofásico.

4.5.1 Onda de FMM de um enrolamento monofásico

A Figura 4.25a mostra a componente fundamental espacial da distribuição de FMM de um enrolamento monofásico, onde, a partir da Equação 4.6,

$$\mathcal{F}_{g1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) i_a \cos(\theta_{ae}) \quad (4.17)$$

onde θ_{ae} é dado pela Eq. 4.1. Quando esse enrolamento é excitado por uma corrente que varia de forma senoidal no tempo com a frequência ω_e

$$i_a = I_a \cos \omega_e t \quad (4.18)$$

a distribuição da FMM é dada por

$$\mathcal{F}_{g1} = F_{\text{max}} \cos(\theta_{ae}) \cos \omega_e t \quad (4.19)$$

A Equação 4.19 foi escrita de forma a enfatizar o fato de que o resultado é uma distribuição de FMM de amplitude máxima.

$$F_{\text{max}} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) I_a \quad (4.20)$$

Essa distribuição de FMM permanece fixa no espaço com uma amplitude que varia de forma senoidal no tempo com frequência ω_e , como mostrado na Figura 4.25a. Observe que, para simplificar a notação, a Equação 4.1 foi usada para expressar a distribuição de FMM da Equação 4.19 em termos do ângulo elétrico θ_{ae} .

O uso de uma identidade trigonométrica comum¹ permite reescrever a Equação 4.19 na forma

$$\mathcal{F}_{g1} = F_{\text{max}} \left[\frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) + \frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t) \right] \quad (4.21)$$

mostrando que a FMM de um enrolamento monofásico pode ser decomposta em duas ondas girantes de FMM, cada uma de amplitude igual à metade da amplitude máxima de \mathcal{F}_{g1} com uma delas, \mathcal{F}_{g1}^+ , girando no sentido $+\theta_{ae}$ e a outra, \mathcal{F}_{g1}^- , girando no sentido $-\theta_{ae}$.

$$\mathcal{F}_{g1}^+ = \frac{1}{2} F_{\text{max}} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \quad (4.22)$$

$$\mathcal{F}_{g1}^- = \frac{1}{2} F_{\text{max}} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t) \quad (4.23)$$

¹ $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$

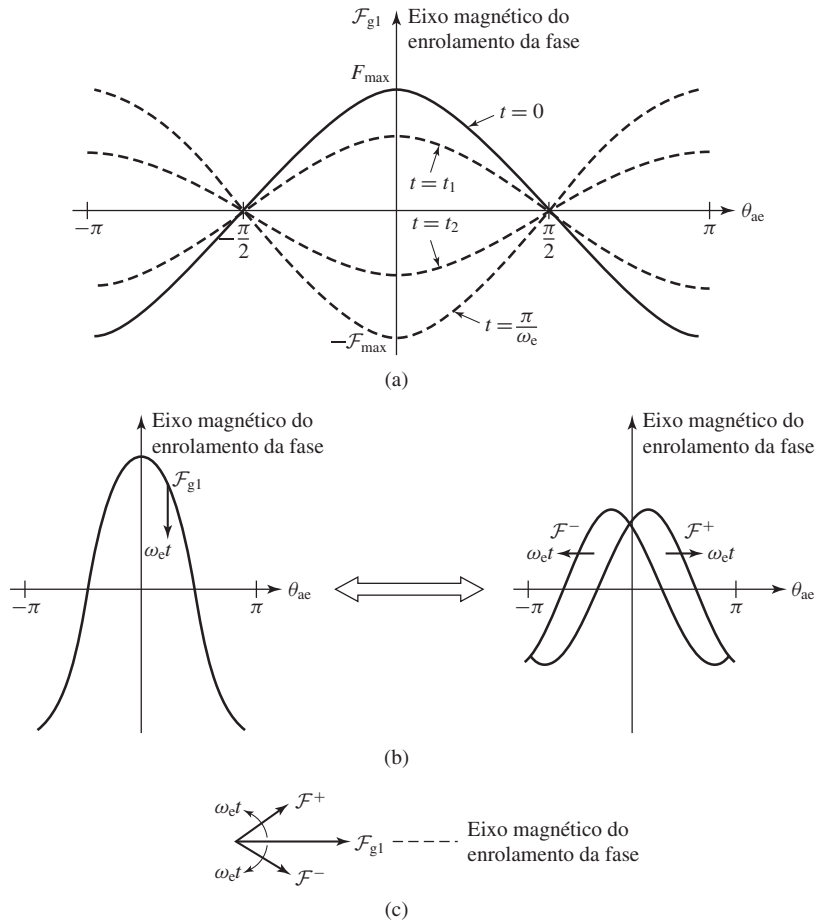


Figura 4.25 FMM fundamental espacial de entreferro para um enrolamento monofásico: (a) distribuição de FMM para um enrolamento monofásico em diversos instantes; (b) FMM total \mathcal{F}_{g1} decomposta em duas ondas progressivas \mathcal{F}^- e \mathcal{F}^+ ; (c) decomposição fasorial de \mathcal{F}_{g1} .

Ambas as ondas de fluxo giram em seus respectivos sentidos com a velocidade angular elétrica ω_e , correspondendo a uma velocidade angular mecânica ω_m , onde

$$\omega_m = \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \omega_e = \left(\frac{\pi}{30} \right) n \quad (4.24)$$

em que n é a velocidade rotacional em rpm. Essa decomposição está mostrada graficamente na Figura 4.25b e em representação fasorial na Figura 4.25c.

O fato de que a FMM no entreferro de um enrolamento monofásico excitado por uma fonte de corrente alternada pode ser decomposta em ondas progressivas girantes é um passo conceitual importante na compreensão das máquinas CA. Em máquinas monofásicas CA, a onda progressiva positiva de fluxo produz conjugado útil, ao passo que a onda progressiva negativa de fluxo produz conjugado tanto negativo como pulsante e também perdas. Embora as máquinas monofásicas sejam projetadas para minimizar

os efeitos da onda progressiva negativa de fluxo, eles não podem ser completamente eliminados. Por outro lado, como mostrado na Seção 4.5.2, em máquinas CA polifásicas, os enrolamentos estão igualmente deslocados em termos de fase no espaço e as correntes de enrolamento estão deslocadas de modo similar em termos de fase no tempo, com o resultado de que as ondas progressivas negativas de fluxo dos vários enrolamentos somam-se, resultando zero, ao passo que as ondas progressivas positivas de fluxo reforçam-se, resultando uma única onda progressiva positiva de fluxo.

4.5.2 Onda de FMM de um enrolamento polifásico

Nesta seção, estudaremos as distribuições de FMM em enrolamentos trifásicos, como as encontradas no estator de máquinas trifásicas síncronas e de indução. As análises apresentadas podem ser prontamente estendidas para um enrolamento polifásico com qualquer número de fases. Aqui também a atenção estará focada em uma máquina de dois polos ou um par de polos de um enrolamento de múltiplos polos.

Em uma máquina trifásica, os enrolamentos das fases individuais estão afastados entre si por 120 graus elétricos no espaço ao redor da circunferência de entreferro, como mostrado pelas bobinas ($a, -a$), ($b, -b$) e ($c, -c$) na Figura 4.26. As bobinas concentradas de passo pleno mostradas aqui podem ser consideradas representando enrolamentos distribuídos que produzem ondas senoidais de FMM centradas nos eixos magnéticos das respectivas fases. As ondas senoidais fundamentais espaciais de FMM das três fases estão respectivamente afastadas de 120 graus elétricos no espaço. Cada fase é excitada por uma corrente alternada que varia de forma senoidal no tempo. Sob condições de equilíbrio trifásico, as correntes instantâneas são

$$i_a = I_{\max} \cos \omega_e t \quad (4.25)$$

$$i_b = I_{\max} \cos (\omega_e t - 120^\circ) \quad (4.26)$$

$$i_c = I_{\max} \cos (\omega_e t + 120^\circ) \quad (4.27)$$

onde I_{\max} é o valor máximo de corrente e a origem do tempo é tomada arbitrariamente como o instante em que a corrente de fase a está em seu valor máximo positivo. Assume-se que a sequência de fases seja abc . As correntes instantâneas estão mostradas na

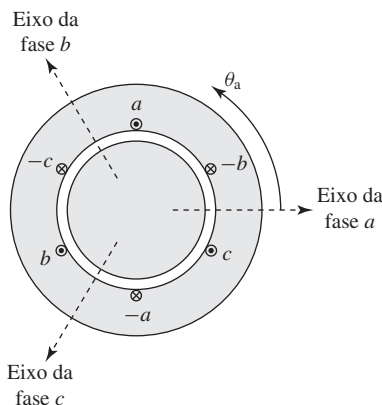


Figura 4.26 Enrolamento de estator trifásico simplificado de dois polos.

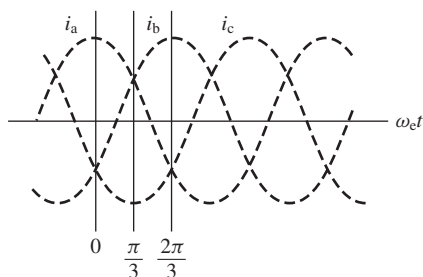


Figura 4.27 Correntes de fase instantâneas em condições de equilíbrio trifásico.

Figura 4.27. Os pontos e cruzes ao lado das bobinas (Figura 4.26) indicam os sentidos de referência para correntes positivas de fase.

Foi mostrado anteriormente que a FMM da fase a é

$$\mathcal{F}_{a1} = \mathcal{F}_{a1}^+ + \mathcal{F}_{a1}^- \quad (4.28)$$

onde

$$\mathcal{F}_{a1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \quad (4.29)$$

$$\mathcal{F}_{a1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t) \quad (4.30)$$

e

$$F_{\max} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) I_{\max} \quad (4.31)$$

Observe que para evitar uma complexidade excessiva de notação, o índice g foi descartado. Aqui o índice a1 indica a componente fundamental espacial da FMM da fase a no entreferro.

Do mesmo modo, para as fases b e c, cujos eixos estão em $\theta_{ae} = 120^\circ$ e $\theta_{ae} = -120^\circ$, respectivamente, pode-se mostrar que as FMMs de entreferro são

$$\mathcal{F}_{b1} = \mathcal{F}_{b1}^+ + \mathcal{F}_{b1}^- \quad (4.32)$$

$$\mathcal{F}_{b1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \quad (4.33)$$

$$\mathcal{F}_{b1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t + 120^\circ) \quad (4.34)$$

e

$$\mathcal{F}_{c1} = \mathcal{F}_{c1}^+ + \mathcal{F}_{c1}^- \quad (4.35)$$

$$\mathcal{F}_{c1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \quad (4.36)$$

$$\mathcal{F}_{c1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t - 120^\circ) \quad (4.37)$$

A FMM total é a soma das contribuições de cada uma das três fases

$$\mathcal{F}(\theta_{ae}, t) = \mathcal{F}_{a1} + \mathcal{F}_{b1} + \mathcal{F}_{c1} \quad (4.38)$$

Essa soma pode ser realizada bem facilmente em termos de ondas progressivas positivas e negativas. A soma das ondas progressivas negativas resulta em zero

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^-(\theta_{ae}, t) &= \mathcal{F}_{a1}^- + \mathcal{F}_{b1}^- + \mathcal{F}_{c1}^- \\ &= \frac{1}{2} F_{\max} [\cos(\theta_{ae} + \omega_e t) + \cos(\theta_{ae} + \omega_e t - 120^\circ) \\ &\quad + \cos(\theta_{ae} + \omega_e t + 120^\circ)] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

ao passo que as ondas progressivas positivas reforçam-se

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^+(\theta_{ae}, t) &= \mathcal{F}_{a1}^+ + \mathcal{F}_{b1}^+ + \mathcal{F}_{c1}^+ \\ &= \frac{3}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \end{aligned} \quad (4.40)$$

Assim, o resultado de se deslocar os três enrolamentos de 120° em termos de fase espacial e de deslocar as correntes de enrolamento 120° em termos de fase temporal é uma onda progressiva positiva de FMM

$$\mathcal{F}(\theta_{ae}, t) = \frac{3}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \quad (4.41)$$

A onda de FMM de entreferro, descrita pela Equação 4.41, é uma função senoidal fundamental espacial do ângulo espacial elétrico θ_{ae} (e conseqüentemente do ângulo espacial $\theta_a = 2 \theta_{ae}/\text{polos}$). Ela tem uma amplitude constante de $(3/2)F_{\max}$, isto é, 1,5 vezes a amplitude de pico da onda de FMM de entreferro, produzida pelas fases individuais e apresentando um pico positivo no ângulo $\theta_a = (2 \omega_e t/\text{polos})$. Assim, em condições de equilíbrio trifásico, o enrolamento trifásico produz uma onda de FMM de entreferro que gira na *velocidade angular síncrona* ω_s

$$\omega_s = \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \omega_e \quad (4.42)$$

onde

ω_e = frequência angular da excitação elétrica aplicada [rad/s]

ω_s = velocidade angular espacial síncrona da onda de FMM de entreferro [rad/s]

A respectiva *velocidade síncrona* n_s , em rpm (rotações por minuto), pode ser expressa em termos da frequência elétrica aplicada

$$f_e = \frac{\omega_e}{2\pi} \text{ Hz} \quad (4.43)$$

como

$$n_s = \left(\frac{120}{\text{polos}} \right) f_e \text{ rpm} \quad (4.44)$$

Em geral, um campo girante de amplitude constante será produzido por um enrolamento de q fases ($q \geq 3$) excitado por q correntes de fase equilibradas de frequência f_c quando os respectivos eixos de fase estiverem afastados de $2\pi/q$ radianos elétricos no espaço. A amplitude dessa onda de fluxo será $q/2$ vezes a contribuição máxima de qualquer fase e a velocidade angular síncrona permanecerá $\omega_s = (2 \omega_e/\text{polos})$ radianos por segundo. Para uma máquina bifásica, os eixos de fase estão localizados com um afastamento de $\pi/2$ radianos elétricos no espaço e a amplitude da onda de fluxo girante será igual a das fases individuais.

Nessa seção, vimos que um enrolamento polifásico excitado por correntes polifásicas equilibradas produz uma onda de FMM girante. A produção de uma onda de FMM girante e o respectivo fluxo magnético girante é a chave da operação das máquinas elétricas rotativas polifásicas. É a interação dessa onda de fluxo magnético com o fluxo magnético do rotor que produz conjugado. Conjugado constante é produzido quando o fluxo magnético produzido pelo rotor gira em sincronismo com o do estator.

4.5.3 Análise gráfica de FMM polifásica

Para correntes trifásicas equilibradas, como dadas pelas Equações 4.25 a 4.27, a produção de uma FMM girante também pode ser mostrada graficamente. Considere a situação em $t = 0$ (Figura 4.27), o momento em que a corrente de fase a está em seu valor máximo I_{\max} . Então, a FMM da fase a está com o seu valor máximo F_{\max} , como mostrado pelo vetor \mathbf{F}_a desenhado ao longo do eixo magnético da fase a na máquina de dois polos, mostrada esquematicamente na Figura 4.28a. Nesse momento, as correntes i_b e i_c são ambas $I_{\max}/2$ no sentido negativo, como está mostrado pelos pontos e cruces na Figura 4.28a indicando os sentidos reais instantâneos. As respectivas FMMs das fases b e c são mostradas pelos vetores \mathbf{F}_b e \mathbf{F}_c , ambos de módulo $F_{\max}/2$ desenhados no sentido negativo ao longo dos eixos magnéticos das fases b e c, respectivamente. A resultante, obtida pela soma das contribuições individuais das três fases, é um vetor de módulo $F = \frac{3}{2} F_{\max}$ centrado no eixo da fase a. Ela representa uma onda senoidal espacial com o seu pico positivo centrado no eixo da fase a e tendo uma amplitude $\frac{3}{2}$ vezes a da fase a sozinha.

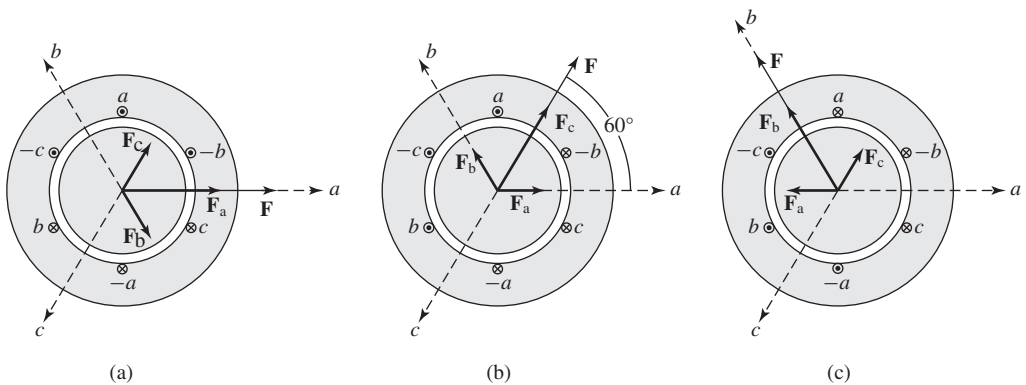


Figura 4.28 A produção de um campo magnético girante por meio de correntes trifásicas.

Em um tempo posterior $\omega_e t = \pi/3$ (Figura 4.27), as correntes das fases a e b são a metade do máximo positivo e a da fase c é um máximo negativo. As componentes de FMM individuais e suas resultantes estão mostradas agora na Figura 4.28b. A resultante tem a mesma amplitude que em $t = 0$, mas agora ela girou 60 graus elétricos no espaço em sentido anti-horário. Do mesmo modo, em $\omega_e t = 2\pi/3$ (quando a corrente de fase b é um máximo positivo e as correntes de fase a e c são a metade do máximo negativo), a mesma distribuição resultante de FMM é obtida novamente, mas ela girou 60 graus elétricos ainda mais além em sentido anti-horário e agora está alinhada com o eixo magnético da fase b (veja a Figura 4.28c). À medida que o tempo passa, a onda de FMM resultante retém a amplitude e a forma senoidal, mas gira progressivamente ao redor do entreferro. Pode-se ver que o resultado líquido é uma onda de FMM de amplitude constante girando com uma velocidade angular uniforme.

Depois de um ciclo, a FMM resultante deve estar de volta à posição da Figura 4.28a. Portanto, a onda de FMM executa uma revolução por ciclo elétrico em uma máquina de dois polos. Em uma máquina de múltiplos polos, a onda progride um par de polos a cada ciclo elétrico e, portanto, uma revolução em $(\text{polos}/2)$ ciclos elétricos.

Exemplo 4.3

Considere um estator trifásico excitado com correntes equilibradas de 60 Hz. Obtenha a velocidade angular síncrona em rad/s e a velocidade em rpm para estatores com dois, quatro e seis polos.

Solução

Para uma frequência $f_e = 60$ Hz, a frequência angular elétrica é igual a

$$\omega_e = 2\pi f_e = 120\pi \text{ rad/s}$$

Usando as Equações 4.42 e 4.44, a seguinte tabela pode ser construída:

Polos	n_s /rpm	ω_s (rad/s)
2	3600	120π
4	1800	60π
6	1200	40π

Problema prático 4.3

Repita o Exemplo 4.3 para um estator trifásico excitado por correntes equilibradas de 50 Hz.

Solução

Polos	n_s /rpm	ω_s (rad/s)
2	3000	100π
4	1500	50π
6	1000	$100\pi/3$

4.6 Tensão gerada

A natureza genérica da tensão induzida já foi discutida na Seção 4.2. Agora, expressões quantitativas para a tensão induzida serão determinadas.

4.6.1 Máquinas CA

Uma máquina CA elementar está mostrada em corte transversal na Figura 4.29. As bobinas do rotor e do estator estão ilustradas como concentradas, de múltiplas espiras e de passo pleno. Como vimos, o funcionamento de uma máquina com enrolamentos distribuídos pode ser determinado a partir do funcionamento de uma máquina com enrolamentos concentrados simplesmente multiplicando o número de espiras em série no enrolamento por um fator de enrolamento. Supondo um entreferro pequeno, podemos assumir que o enrolamento de campo do rotor produz basicamente um fluxo fundamental espacial radial senoidal com uma densidade de fluxo de pico B_{pico} no entreferro.

Como foi deduzido no Exemplo 4.2, se o entreferro for uniforme, o valor de B_{pico} poderá ser obtido de

$$B_{pico} = \frac{4\mu_0}{\pi g} \left(\frac{k_f N_f}{\text{polos}} \right) I_f \tag{4.45}$$

onde

g = comprimento do entreferro

N_f = total de espiras em série no enrolamento de campo*

k_f = fator de enrolamento do enrolamento de campo

I_f = corrente de campo

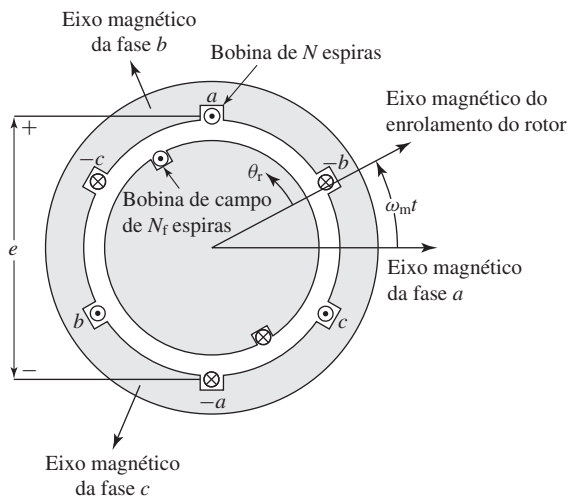


Figura 4.29 Vista em seção transversal de uma máquina elementar CA trifásica.

* N. de T.: O índice f refere-se a campo (*field*, em inglês).

Quando os polos do rotor estão alinhados com o eixo magnético de um enrolamento de fase do estator, o fluxo concatenado com esse enrolamento (de N_{fase} espiras em série por fase e fator de enrolamento k_{enr}) de uma fase do estator é $k_w N_{\text{fase}} \Phi_p$, onde Φ_p é o fluxo de entreferro por polo. Para a densidade de fluxo senoidal de entreferro que foi assumida tem-se

$$B = B_{\text{pico}} \cos \left(\frac{\text{polos}}{2} \theta_r \right) \quad (4.46)$$

Φ_p pode ser obtido como a integral da densidade de fluxo sobre a área do polo

$$\begin{aligned} \Phi_p &= l \int_{-\pi/\text{polos}}^{+\pi/\text{polos}} B_{\text{pico}} \cos \left(\frac{\text{polos}}{2} \theta_r \right) r d\theta_r \\ &= \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) 2 l r B_{\text{pico}} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Aqui,

θ_r = ângulo medido a partir do eixo magnético do rotor

r = raio até o entreferro

l = comprimento axial do ferro do estator/rotor

Observe que, embora a Figura 4.29 mostre uma máquina de dois polos, a análise apresentada aqui é para o caso genérico de uma máquina de múltiplos polos.

À medida que o rotor gira, o fluxo concatenado de cada fase do estator varia cossenoidalmente com o ângulo entre os eixos magnéticos daquela fase e o do enrolamento de campo do rotor. Com o rotor girando na velocidade angular constante ω_m , $\theta_r = \omega_m t$, o fluxo concatenado com o enrolamento da fase a do estator é, portanto,

$$\begin{aligned} \lambda_a &= k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \Phi_p \cos \left(\left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \omega_m t \right) \\ &= k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \Phi_p \cos \omega_e t \end{aligned} \quad (4.48)$$

onde o tempo t é escolhido arbitrariamente sendo zero quando o eixo magnético do enrolamento de campo coincide com o eixo magnético da fase a e ω_e é frequência elétrica em rad/s dada pela Eq. 4.3.

Pela lei de Faraday, a tensão induzida na fase a pode ser encontrada a partir da Eq. 4.48 como

$$e_a = \frac{d\lambda_a}{dt} = k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \frac{d\Phi_p}{dt} \cos(\omega_e t) - \omega_e k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \Phi_p \sin(\omega_e t) \quad (4.49)$$

A polaridade dessa tensão induzida é tal que, se a bobina do estator for colocada em curto-circuito, a tensão induzida dará origem a uma corrente que fluirá em um sentido tal que se oporá a qualquer alteração no fluxo concatenado da bobina do estator. Embora a Equação 4.49 tenha sido deduzida supondo-se que apenas o enrolamento de campo estivesse produzindo fluxo de entreferro, a equação aplica-se igualmente bem ao caso geral em que Φ_p é o fluxo líquido no entreferro, por polo, produzido por correntes tanto no rotor como no estator.

O primeiro termo no segundo membro da Equação 4.49 é uma tensão de transformador e está presente apenas quando a amplitude da onda de fluxo de entreferro varia no tempo. O segundo termo é *tensão de velocidade* gerada pelo movimento relativo da onda de fluxo de entreferro em relação à bobina de estator. Na operação normal de regime permanente da maioria das máquinas rotativas, a amplitude da onda de fluxo de entreferro é constante. Nessas condições, o primeiro termo é zero e a tensão gerada é simplesmente a tensão de velocidade. O termo *força eletromotriz* (FEM) é muitas vezes usado para a tensão de velocidade. Assim, para um fluxo constante de entreferro, temos

$$e_a = -\omega_e k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \Phi_p \text{sen}(\omega_e t) \quad (4.50)$$

Exemplo 4.4

A chamada equação de *cruzamento de fluxo* exprime que a tensão v induzida em um fio de comprimento l (no quadro de referência do fio), movendo-se em relação a um campo magnético constante com densidade de fluxo de valor B , é dada por

$$v = l v_{\perp} B$$

onde v_{\perp} é a componente da velocidade do fio perpendicular à direção da densidade de fluxo magnético.

Considere a máquina trifásica elementar de dois polos da Figura 4.29. Suponha que a densidade de fluxo de entreferro produzida pelo rotor seja da forma

$$B_g(\theta_r) = B_{\text{pico}} \text{sen} \theta_r$$

e que o rotor gire a uma velocidade angular constante ω_m . (Como trata-se de uma máquina de dois polos, observe que $\omega_e = \omega_m$). Supondo que os lados da bobina do enrolamento de armadura estejam no entreferro e não nas ranhuras, mostre que, para uma fase, a tensão induzida em uma bobina concentrada de armadura, de passo pleno e de N espiras, pode ser calculada a partir da equação de cruzamento de fluxo e que ela é idêntica à calculada usando-se a Equação 4.50. O raio médio do entreferro é r e o comprimento do entreferro é g ($g \ll r$).

Solução

Começamos observando que a equação de cruzamento de fluxo exige que o condutor esteja se movimentando e que o campo magnético não varie no tempo. Assim, para que ela seja aplicada ao cálculo do campo magnético do estator, devemos passar o nosso quadro de referência para o rotor.

No quadro de referência do rotor, o campo magnético é constante e os lados da bobina do estator, quando movidos para o centro do entreferro no raio r , aparentam estar se movimento com uma velocidade $\omega_m r$, perpendicular ao fluxo de entreferro orientado radialmente. Se assumirmos que os eixos magnéticos das bobinas de rotor e de fase estejam alinhados no tempo $t = 0$, a posição de um lado da bobina em função do tempo será dada por $\theta_r = -\omega_m t$. A tensão induzida em um lado de uma espira pode, portanto, ser calculada como

$$e_1 = l v_{\perp} B_g(\theta_r) = l \omega_m r B_{\text{pico}} \text{sen}(-\omega_m t)$$

Há N espiras por bobina e dois lados por espira. Assim, a tensão total na bobina é dada por

$$e = 2Ne_1 = -2Nl\omega_e r B_{\text{pico}} \text{sen} \omega_e t$$

onde ω_e substituiu ω_m .

Da Equação 4.50, a tensão induzida na bobina de estator, de passo pleno e dois polos, é dada por

$$e = -\omega_e N \Phi_p \text{sen} \omega_e t$$

Usando $\Phi_p = 2B_{\text{pico}}lr$ a partir da Equação 4.47 e substituindo, obtém-se

$$e = -\omega_e N (2B_{\text{pico}}lr) \text{ sen } \omega_e t$$

que é idêntica à tensão determinada usando a equação de cruzamento de fluxo.

Na operação normal de máquinas CA em regime permanente, estamos normalmente interessados nos valores eficazes de tensões e correntes em vez de seus valores instantâneos. Da Equação 4.50, o valor máximo da tensão induzida é

$$E_{\text{max}} = \omega_e k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \Phi_p = 2\pi f_e k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \Phi_p \quad (4.51)$$

onde f_e é a frequência elétrica da tensão gerada em Hz. Seu valor eficaz é

$$E_{\text{ef}} = \frac{2\pi f_e k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \Phi_p}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \pi f_e k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} \Phi_p \quad (4.52)$$

Observe que essas equações são idênticas em forma às respectivas equações de FEM de um transformador. Em uma máquina rotativa, o movimento relativo entre uma bobina e uma onda de densidade de fluxo espacial e amplitude constante produz tensão da mesma forma que um fluxo variável no tempo o faz nas bobinas estacionárias de um transformador. A rotação introduz o elemento de variação no tempo e transforma a distribuição espacial de densidade de fluxo em uma variação de fluxo concatenado e de tensão no tempo.

A tensão induzida em um único enrolamento é uma tensão monofásica. Para a produção de um conjunto de tensões trifásicas equilibradas, é necessário usar três enrolamentos deslocados de 120 graus elétricos no espaço, como mostrado de forma elementar na Figura 4.10. A máquina da Figura 4.10 está mostrada em ligação Y e, portanto, cada tensão de enrolamento é uma tensão de fase. Assim, a Equação 4.52 fornece a tensão eficaz de fase produzida nessa máquina quando N_{fase} é o número total de espiras em série por fase. Para uma máquina ligada em Δ , a tensão de enrolamento calculada a partir da Equação 4.52 seria uma tensão de linha da máquina.

Exemplo 4.5

Um gerador de 60 Hz síncrono trifásico de dois polos ligado em Y e rotor cilíndrico tem um enrolamento distribuído de campo com N_f espiras em série e um fator de enrolamento k_f . O enrolamento de armadura tem N_{fase} espiras por fase e fator de enrolamento k_{enr} . O comprimento do entreferro é g e o raio médio do entreferro é r . O comprimento ativo do enrolamento de armadura é l . As dimensões e os dados do enrolamento são

$$\begin{aligned} N_f &= 68 \text{ espiras em série} & k_f &= 0,945 \\ N_{\text{fase}} &= 18 \text{ espiras em série/fase} & k_{\text{enr}} &= 0,933 \\ r &= 0,53 \text{ m} & g &= 4,5 \text{ cm} \\ l &= 3,8 \text{ m} \end{aligned}$$

O rotor é acionado por uma turbina a vapor a uma velocidade de 3600 rpm. Para uma corrente de campo de $I_f = 720$ A CC, calcule (a) a FMM fundamental de pico (F_{g1})_{pico} produ-

zida pelo enrolamento de campo, (b) a densidade de fluxo fundamental de pico $(B_{g1})_{\text{pico}}$ no entreferro, (c) o fluxo fundamental por polo Φ_p e (d) o valor eficaz da tensão gerada em circuito aberto (ou a vazio) na armadura.

Solução

a. Da Equação 4.9,

$$\begin{aligned} (F_{g1})_{\text{pico}} &= \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_f N_f}{\text{polos}} \right) I_f = \frac{4}{\pi} \left(\frac{0,945 \times 68}{2} \right) 720 \\ &= \frac{4}{\pi} (32,1) 720 = 2,94 \times 10^4 \text{ A} \cdot \text{espiras/polo} \end{aligned}$$

b. Usando a Equação 4.13, obtemos

$$(B_{g1})_{\text{pico}} = \frac{\mu_0 (F_{g1})_{\text{pico}}}{g} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2,94 \times 10^4}{4,5 \times 10^{-2}} = 0,821 \text{ T}$$

Devido ao efeito das ranhuras que contêm o enrolamento de armadura, a maioria do fluxo de entreferro está confinada aos dentes do estator. A densidade de fluxo dos dentes no centro de um polo é mais elevada que o valor calculado na parte (b), provavelmente cerca de 2 vezes mais. Em um projeto detalhado, essa densidade de fluxo deve ser calculada para determinar se os dentes estão excessivamente saturados.

c. Da Equação 4.47

$$\Phi_p = 2(B_{g1})_{\text{pico}} l r = 2(0,821)(3,8)(0,53) = 3,31 \text{ Wb}$$

d. Da Equação 4.52, com $f_e = 60 \text{ Hz}$,

$$\begin{aligned} E_{\text{ef, linha}} &= \sqrt{2} \pi f_e k_{\text{enr}} N_{\text{pico}} \Phi_p = \sqrt{2} \pi (60)(0,933)(18)(3,31) \\ &= 14,8 \text{ kV eficaz} \end{aligned}$$

A tensão de linha é, portanto,

$$E_{\text{ef, linha}} = \sqrt{3} (14,8 \text{ kV}) = 25,7 \text{ kV eficaz}$$

Problema prático 4.4

O rotor da máquina do Exemplo 4.5 deve ser rebobinado. O novo enrolamento de campo terá um total de 76 espiras em série e um fator de enrolamento de 0,925. (a) Calcule a corrente de campo da qual resultará uma densidade de fluxo de pico no entreferro de 0,83 T. (b) Calcule a respectiva tensão eficaz de linha em circuito aberto que resultará se essa máquina assim modificada for operada com esse valor de corrente de campo e 3600 rpm.

Solução

- $I_f = 664 \text{ A}$
- $E_{\text{ef, linha}} = 26,0 \text{ kW eficaz}$

4.6.2 Máquinas CC

Em uma máquina CC, embora o objetivo final seja a geração de tensão CC, tensões CA são produzidas nas bobinas do enrolamento de armadura à medida que essas

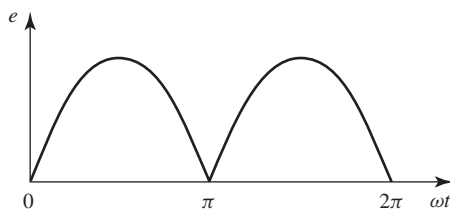


Figura 4.30 Aproximação senoidal da tensão entre as escovas da máquina elementar CC da Figura 4.14.

bobinas giram através da distribuição de fluxo CC do enrolamento de campo estacionário. Portanto, a tensão alternada do enrolamento de armadura deve ser retificada. A retificação mecânica é obtida por meio do comutador, como foi discutido na Seção 4.2.2.

Considere a bobina de armadura de N espiras da máquina elementar de dois polos da Figura 4.14. O comutador simples de dois segmentos proporciona retificação de onda completa da tensão de bobina. Embora a distribuição espacial do fluxo de entreferro em máquinas CC esteja normalmente muito longe de ser senoidal, podemos aproximar o valor da tensão gerada supondo uma distribuição senoidal. Como vimos, uma tal distribuição de fluxo produzirá uma tensão CA senoidal na bobina de armadura. A ação de retificação do comutador produzirá uma tensão CC sobre as escovas, como na Figura 4.30. O valor médio, ou CC, dessa tensão pode ser encontrado obtendo a média da Equação 4.50 (com $k_{\text{enr}} = 1,0$), ou seja,

$$E_a = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega_c N \Phi_p \sin(\omega_c t) d(\omega_c t) = \frac{2}{\pi} \omega_c N \Phi_p \quad (4.53)$$

Em máquinas CC, em geral é mais conveniente expressar a tensão E_a em termos da velocidade mecânica ω_m (rad/s) ou n (rpm). A substituição da Equação 4.24 na Equação 4.53, para uma máquina de múltiplos polos, fornece

$$E_a = \left(\frac{\text{polos}}{\pi} \right) N \Phi_p \omega_m = \text{polos } N \Phi_p \left(\frac{n}{30} \right) \quad (4.54)$$

Em sentido prático, o enrolamento da bobina da armadura, subentendido aqui, está naturalmente fora da realidade. Mais adiante será essencial examinar com mais cuidado a ação dos comutadores. De fato, em termos práticos, a Equação 4.54 fornece resultados corretos para o caso de enrolamentos distribuídos de armadura, desde que N seja tomado como o número total de espiras em série entre os terminais de armadura. Em geral, a tensão é expressa em termos do número total de condutores ativos C_a e do número m de caminhos paralelos no enrolamento de armadura. Como são necessários dois lados de uma bobina para perfazer uma espira e $1/m$ dessas estão conectadas em série, o número de espiras em série é $N_a = C_a/(2m)$. Então, substituindo na Equação 4.54, obtém-se

$$E_a = \left(\frac{\text{polos}}{2\pi} \right) \left(\frac{C_a}{m} \right) \Phi_p \omega_m = \left(\frac{\text{polos}}{60} \right) \left(\frac{C_a}{m} \right) \Phi_p n \quad (4.55)$$

4.7 Conjugado em máquinas de polos não salientes

O comportamento de qualquer dispositivo eletromagnético, como componente de um sistema eletromecânico, pode ser descrito em termos de suas equações de terminais elétricos e de seu deslocamento e de sua força ou conjugado eletromecânico. O objetivo desta seção é deduzir as relações de terminais e as equações de conjugado para uma máquina elementar ideal. Os resultados podem ser facilmente estendidos depois para máquinas mais complexas. Deduziremos essas equações desde dois pontos de vista e mostraremos que basicamente elas originam-se das mesmas ideias.

O primeiro ponto de vista é essencialmente o mesmo da Seção 3.6. A máquina será vista como um elemento de circuito cujas indutâncias dependem da posição angular do rotor. O fluxo concatenado λ e a coenergia do campo magnético serão expressos em termos das correntes e indutâncias. Então, o conjugado pode ser encontrado a partir da derivada parcial da coenergia em relação à posição do rotor. As tensões de terminal podem ser obtidas a partir da soma das quedas de tensão Ri nas resistências e das tensões da lei de Faraday $d\lambda/dt$. O resultado será um conjunto de equações diferenciais não lineares que descrevem o desempenho dinâmico da máquina.

O segundo ponto de vista considera a máquina como dois grupos de enrolamentos que produzem fluxo magnético no entreferro: um grupo no estator e o outro no rotor. Fazendo suposições adequadas em relação a esses campos (similares às usadas para deduzir expressões analíticas para as indutâncias), poderemos desenvolver expressões simples para o fluxo concatenado e a coenergia de entreferro em termos das grandezas de campo. O conjugado e a tensão gerada podem ser encontrados então a partir dessas expressões. Desse modo, o conjugado poderá ser expresso explicitamente como a tendência de dois campos magnéticos a se alinhar, do mesmo modo que ímãs permanentes tendem a se alinhar. A tensão gerada poderá ser expressa em termos do movimento relativo entre um campo e um enrolamento. Essas expressões levam a uma descrição física simples do comportamento normal das máquinas elétricas em regime permanente.

4.7.1 Ponto de vista de circuito acoplado

Considere a máquina elementar de entreferro liso da Figura 4.31 com um enrolamento no estator e um no rotor, em que θ_m é ângulo mecânico entre os eixos dos dois enrolamentos. Esses enrolamentos estão distribuídos por um determinado número de ranhuras de modo que suas ondas de FMM podem ser aproximadas por senóides espaciais. Na Figura 4.31a, os lados das bobinas s , $-s$ e r , $-r$ (de estator e rotor) marcam as posições dos centros dos feixes de condutores que compreendem os enrolamentos distribuídos.* Outro modo de desenhar esses enrolamentos está mostrado na Figura 4.31b, que também mostra os sentidos de referência para as tensões e as correntes. Assume-se aqui que uma corrente no sentido da seta produz um campo magnético no entreferro também no sentido da seta, de modo que uma única seta define os sentidos de referência para a corrente e o fluxo.

O estator e o rotor são cilindros concêntricos e as aberturas das ranhuras são desprezadas. Consequentemente, o nosso modelo elementar não inclui os efeitos dos

* N. de T.: Nas próximas discussões, adotaremos os índices r e s para indicar *rotor* e *estator*.

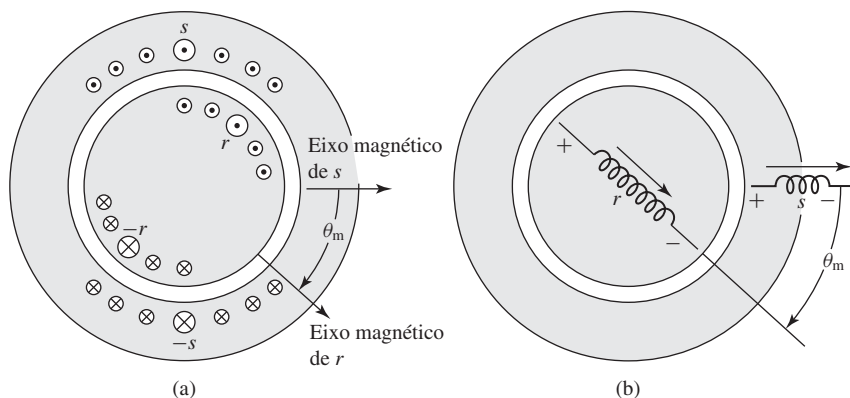


Figura 4.31 Máquina elementar de dois polos com entreferro liso: (a) distribuição de enrolamentos e (b) representação esquemática.

polos salientes, que serão investigados em capítulos posteriores. Supomos também que as relutâncias dos ferros do estator e do rotor são desprezíveis. Finalmente, embora a Figura 4.31 mostre uma máquina de dois polos, escreveremos as deduções seguintes para o caso geral de uma máquina de múltiplos polos, substituindo θ_m pelo ângulo elétrico do rotor

$$\theta_{me} = \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \theta_m \quad (4.56)$$

Com base nessas suposições, pode-se ver que as indutâncias próprias L_{ss} e L_{rr} do estator e do rotor são constantes, mas a indutância mútua entre o estator e o rotor depende do ângulo elétrico θ_{me} entre os eixos magnéticos dos enrolamentos do estator e do rotor. A indutância mútua está em seu máximo positivo quando $\theta_{me} = 0$ ou 2π , está em zero quando $\theta_{me} = \pm\pi/2$ e está em seu máximo negativo quando $\theta_{me} = \pm\pi$. Supondo ondas senoidais de FMM e um entreferro uniforme, a distribuição espacial do fluxo de entreferro é senoidal e a indutância mútua será da forma

$$\mathcal{L}_{sr}(\theta_{me}) = L_{sr} \cos(\theta_{me}) \quad (4.57)$$

onde a letra manuscrita \mathcal{L} denota uma indutância que é função do ângulo elétrico θ_{me} . A letra maiúscula em itálico L denota um valor constante. Assim, L_{sr} é o valor da indutância mútua; esse é seu valor quando os eixos magnéticos do estator e do rotor estão alinhados ($\theta_{me} = 0$). Em termos de indutâncias, os fluxos concatenados λ_s e λ_r do estator e do rotor são

$$\lambda_s = L_{ss}i_s + \mathcal{L}_{sr}(\theta_{me})i_r = L_{ss}i_s + L_{sr} \cos(\theta_{me})i_r \quad (4.58)$$

$$\lambda_r = \mathcal{L}_{sr}(\theta_{me})i_s + L_{rr}i_r = L_{sr} \cos(\theta_{me})i_s + L_{rr}i_r \quad (4.59)$$

onde as indutâncias podem ser calculadas como no Apêndice B. Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & \mathcal{L}_{sr}(\theta_{me}) \\ \mathcal{L}_{sr}(\theta_{me}) & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

As tensões v_s e v_r dos terminais são

$$v_s = R_s i_s + \frac{d\lambda_s}{dt} \quad (4.61)$$

$$v_r = R_r i_r + \frac{d\lambda_r}{dt} \quad (4.62)$$

onde R_s e R_r são as resistências dos enrolamentos do estator e do rotor, respectivamente.

Quando o rotor está girando, θ_{me} varia com o tempo. A diferenciação das Equações 4.58 e 4.59 e a substituição dos resultados nas Equações 4.61 e 4.62 levam a

$$v_s = R_s i_s + L_{ss} \frac{di_s}{dt} + L_{sr} \cos(\theta_{me}) \frac{di_r}{dt} - L_{sr} i_r \sin(\theta_{me}) \frac{d\theta_{me}}{dt} \quad (4.63)$$

$$v_r = R_r i_r + L_{rr} \frac{di_r}{dt} + L_{sr} \cos(\theta_{me}) \frac{di_s}{dt} - L_{sr} i_s \sin(\theta_{me}) \frac{d\theta_{me}}{dt} \quad (4.64)$$

onde

$$\frac{d\theta_{me}}{dt} = \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \omega_m = \omega_e \quad (4.65)$$

é a velocidade instantânea em radianos elétricos por segundo. Em uma máquina de dois polos (como a da Figura 4.31), θ_{me} e ω_e são iguais aos valores instantâneos do ângulo θ_m no eixo e da velocidade ω_m no eixo, respectivamente. Em uma máquina de múltiplos polos, eles estão relacionados entre si por meio das Equações 4.56 e 4.3. Os segundos e terceiros termos, nos segundos membros das Equações 4.63 e 4.64, são tensões induzidas $L(di/dt)$ como as induzidas em circuitos estacionários acoplados tais como enrolamentos de transformadores. Os quartos termos são causados pelo movimento mecânico e são proporcionais à velocidade instantânea. São os termos das tensões de velocidade que correspondem à transferência de potência entre os sistemas elétrico e mecânico.

O conjugado eletromecânico pode ser obtido a partir da coenergia. Usando-se a Equação 3.70, tem-se

$$\begin{aligned} W'_{\text{cmp}} &= \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r \cos \theta_{me} \\ &= \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r \cos \left(\left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \theta_m \right) \end{aligned} \quad (4.66)$$

Observe que a coenergia da Equação 4.66 foi expressa especificamente em termos do ângulo no eixo θ_m , porque a expressão do conjugado da Equação 3.68 exige que o conjugado seja obtido a partir da derivada da coenergia em relação ao ângulo espacial θ_m e não em relação ao ângulo elétrico θ_{me} . Assim, da Equação 3.68,

$$\begin{aligned} T &= \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}(i_s, i_r, \theta_m)}{\partial \theta_m} \right|_{i_s, i_r} = - \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) L_{sr} i_s i_r \sin \left(\left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \theta_m \right) \\ &= - \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) L_{sr} i_s i_r \sin \theta_{me} \end{aligned} \quad (4.67)$$

onde T é o conjugado eletromecânico que atua acelerando o rotor (isto é, um conjugado positivo atua aumentando θ_m). O sinal negativo na Equação 4.67 significa que o

conjugado eletromecânico atua em um sentido tal que leva os campos magnéticos do estator e do rotor ao alinhamento.

As Equações 4.63, 4.64 e 4.67 são um conjunto de três equações que relacionam as variáveis elétricas v_s , i_s , v_r , i_r com as variáveis mecânicas T e θ_m . Essas equações, junto com as restrições impostas às variáveis elétricas pelas redes conectadas aos terminais (fontes ou cargas e impedâncias externas) e as restrições impostas ao rotor (conjugados aplicados e conjugados inercial, de atrito e elástico), determinam o desempenho do dispositivo e as suas características como um dispositivo de conversão de energia entre os sistemas elétrico e mecânico externos. Essas são equações diferenciais não lineares e são de difícil solução exceto em casos especiais. Não estamos especialmente interessados em sua solução aqui, Nós estamos usando-as meramente como degraus no desenvolvimento da teoria das máquinas rotativas.

Exemplo 4.6

Considere a máquina elementar de dois polos e dois enrolamentos da Figura 4.31. Seu eixo está acoplado a um dispositivo mecânico que pode absorver ou fornecer conjugado mecânico dentro de um amplo intervalo de velocidades. Essa máquina pode ser conectada e operada de diversos modos. Para esse exemplo, vamos considerar a situação em que o enrolamento do rotor é excitado com corrente contínua I_r e o enrolamento do estator é conectado a uma fonte CA que pode tanto absorver como fornecer potência elétrica. Seja a corrente de estator

$$i_s = I_s \cos \omega_e t$$

onde $t = 0$ é escolhido arbitrariamente como o momento em que a corrente de estator tem seu valor de pico.

- Deduz a expressão para o conjugado magnético desenvolvido pela máquina quando a sua velocidade é variada. Essa variação é controlada pelo dispositivo mecânico conectado a seu eixo.
- Quando a frequência do estator é 60 Hz, encontre a velocidade na qual é produzido um conjugado médio diferente de zero.
- Com as excitações que foram dadas para as fontes de corrente, que tensões são induzidas nos enrolamentos de estator e de rotor na velocidade síncrona ($\omega_m = \omega_e$)?

Solução

- Da Equação 4.67, para uma máquina de dois polos,

$$T = -L_{sr} i_s i_r \sin \theta_m$$

Para as condições dadas neste problema, com $\theta_m = \omega_m t + \delta$,

$$T = -L_{sr} I_s I_r \cos \omega_e t \sin (\omega_m t + \delta)$$

onde ω_m é a velocidade angular em sentido horário aplicada ao rotor pelo acionamento mecânico e δ é a posição angular do rotor em $t = 0$. Usando uma identidade trigonométrica,² temos

$$T = -\frac{1}{2} L_{sr} I_s I_r \{ \sin [(\omega_m + \omega_e)t + \delta] + \sin [(\omega_m - \omega_e)t + \delta] \}$$

² $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)]$

O conjugado consiste em dois termos senoidais, variáveis no tempo, de frequências $\omega_m + \omega_e$ e $\omega_m - \omega_e$. Como foi mostrado na Seção 4.5, uma corrente CA aplicada ao enrolamento monofásico do estator de dois polos da máquina da Figura 4.31 cria duas ondas de fluxo, uma deslocando-se no sentido de θ_m positivo com velocidade angular ω_e e a segunda, no sentido de θ_m negativo também com velocidade angular ω_e . É da interação do rotor com essas duas ondas de fluxo que resultam as duas componentes da expressão do conjugado.

- b. Exceto quando $\omega_m = \pm\omega_e$, o conjugado médio em um intervalo de tempo suficientemente longo é zero. Entretanto, quando $\omega_m = \omega_e$, o rotor está girando em sincronismo com a onda de fluxo de estator que se desloca em sentido positivo e o conjugado torna-se

$$T = -\frac{1}{2}L_{sr}I_sI_r[\text{sen}(2\omega_e t + \delta) + \text{sen}\delta]$$

O primeiro termo do seno é um componente de frequência dupla cujo valor médio é zero. O segundo termo é o conjugado médio

$$T_{\text{médio}} = -\frac{1}{2}L_{sr}I_sI_r \text{sen}\delta$$

Um conjugado médio diferente de zero também será produzido quando $\omega_m = -\omega_e$, o que simplesmente significa rotação em sentido anti-horário; o rotor está se deslocando agora em sincronismo com a onda de fluxo do estator que se desloca em sentido negativo.

Trata-se de uma máquina síncrona monofásica ideal. Com uma frequência de estator de 60 Hz, produzirá um conjugado médio diferente de zero de $\omega_m = \pm\omega_e = \pm 2\pi 60$ rad/s, correspondendo a velocidades de ± 3600 rpm, como se pode ver na Equação 4.44.

- c. A partir dos segundo e quarto termos da Equação 4.63 (com $\theta_e = \theta_m = \omega_m t + \delta$), a tensão induzida no estator, quando $\omega_m = \omega_e$, é

$$e_s = -\omega_e L_{ss} I_s \text{sen } \omega_e t - \omega_e L_{sr} I_r \text{sen } (\omega_e t + \delta)$$

A partir dos terceiro e quarto termos da Equação 4.64, a tensão induzida no rotor é

$$\begin{aligned} e_r &= -\omega_e L_{sr} I_s [\text{sen } \omega_e t \cos(\omega_e t + \delta) + \cos \omega_e t \text{sen } (\omega_e t + \delta)] \\ &= -\omega_e L_{sr} I_s \text{sen}(2\omega_e t + \delta) \end{aligned}$$

A componente de rotação retrógrada do fluxo no estator induz uma tensão de frequência dupla no rotor, ao passo que a componente de rotação progressiva, que está girando em sincronismo com o rotor, aparece como um fluxo CC ao rotor, e consequentemente não induz tensão no enrolamento do rotor.

Agora, considere uma máquina de entreferro uniforme com diversos enrolamentos de estator e rotor. Os mesmos princípios gerais, que se aplicam ao modelo elementar da Figura 4.31, aplicam-se também à máquina de múltiplos enrolamentos. As indutâncias próprias e mútuas entre pares de enrolamentos do mesmo lado do entreferro são constantes, supondo-se um entreferro uniforme e saturação magnética desprezível. Entretanto, as indutâncias mútuas entre pares de enrolamentos de estator e rotor variam proporcionalmente ao cosseno do ângulo entre os seus eixos magnéticos. O conjugado resulta da tendência do campo magnético dos enrolamentos do rotor a se alinhar com o campo magnético dos enrolamentos do estator. Pode ser expresso pela soma de termos como o da Equação 4.67.

Exemplo 4.7

Considere uma máquina síncrona trifásica de quatro polos com um entreferro uniforme. Suponha que as indutâncias próprias e mútuas do enrolamento de armadura sejam constantes

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc}$$

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca}$$

Do mesmo modo, assuma que a indutância própria L_f do enrolamento de campo é constante, ao passo que as indutâncias mútuas entre o enrolamento de campo e os três enrolamentos de fase da armadura variam com o ângulo θ_m entre os eixos magnéticos do enrolamento de campo e o da fase a

$$\mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos 2\theta_m$$

$$\mathcal{L}_{bf} = L_{af} \cos (2\theta_m - 120^\circ)$$

$$\mathcal{L}_{cf} = L_{af} \cos (2\theta_m + 120^\circ)$$

Mostre que, quando o campo é excitado com corrente constante I_f e a armadura é excitada com correntes trifásicas equilibradas da forma

$$i_a = I_a \cos (\omega_e t + \delta)$$

$$i_b = I_a \cos (\omega_e t - 120^\circ + \delta)$$

$$i_c = I_a \cos (\omega_e t + 120^\circ + \delta)$$

então o conjugado será constante se o rotor girar na velocidade síncrona, como dado pela Equação 4.42.

Solução

O conjugado pode ser calculado a partir da coenergia como foi descrito na Seção 3.6. Essa máquina em especial é um sistema de quatro enrolamentos. Assim, a coenergia consistirá em quatro termos envolvendo metade da indutância própria multiplicada pelo quadrado da respectiva corrente de enrolamento, assim como termos de produtos que consistem em indutâncias mútuas entre pares de enrolamentos multiplicadas pelas respectivas correntes de enrolamento. Observando que apenas os termos que envolvem as indutâncias mútuas entre o enrolamento de campo e os três enrolamentos de fase da armadura conterão termos que variam com θ_m , podemos escrever a coenergia na forma

$$\begin{aligned} W'_{\text{cmp}}(i_a, i_b, i_c, i_f, \theta_m) &= (\text{termos constantes}) + \mathcal{L}_{af} i_a i_f + \mathcal{L}_{bf} i_b i_f + \mathcal{L}_{cf} i_c i_f \\ &= (\text{termos constantes}) + L_{af} I_a I_f [\cos 2\theta_m \cos (\omega_e t + \delta) \\ &\quad + \cos (2\theta_m - 120^\circ) \cos (\omega_e t - 120^\circ + \delta) \\ &\quad + \cos (2\theta_m + 120^\circ) \cos (\omega_e t + 120^\circ + \delta)] \\ &= (\text{termos constantes}) + \frac{3}{2} L_{af} I_a I_f \cos (2\theta_m - \omega_e t - \delta) \end{aligned}$$

O conjugado pode ser encontrado agora a partir da derivada parcial de W'_{cmp} em relação a θ_m

$$\begin{aligned} T &= \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}}{\partial \theta_m} \right|_{i_a, i_b, i_c, i_f} \\ &= -3 L_{af} I_a I_f \sin (2\theta_m - \omega_e t - \delta) \end{aligned}$$

Dessa expressão, vemos que o conjugado será constante quando o rotor girar na velocidade síncrona ω_s tal que

$$\theta_m = \omega_s t = \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \omega_c t = \left(\frac{\omega_c}{2} \right) t$$

Nesse caso, o conjugado será igual a

$$T = 3L_{af} I_a I_f \text{sen } \delta$$

Observe que, diferentemente do caso da máquina monofásica do Exemplo 4.6, o conjugado dessa máquina trifásica, operando na velocidade síncrona sob condições trifásicas equilibradas, é constante. Como vimos, isso é devido ao fato de que a onda de FMM do estator consiste em uma única onda de fluxo girante, ao contrário do caso monofásico em que a corrente de fase do estator produz duas ondas de fluxo, uma progressiva e outra retrógrada. Essa onda de fluxo retrógrada não está em sincronismo com o rotor e portanto é responsável pela componente de conjugado variável no tempo de frequência dupla vista no Exemplo 4.6.

Problema prático 4.5

Para a máquina de quatro polos do Exemplo 4.7, encontre a velocidade síncrona na qual um conjugado constante será produzido se as correntes do rotor forem da forma

$$i_a = I_a \cos(\omega_c t + \delta)$$

$$i_b = I_a \cos(\omega_c t + 120^\circ + \delta)$$

$$i_c = I_a \cos(\omega_c t - 120^\circ + \delta)$$

Solução

$$\omega_s = -(\omega_c / 2)$$

No Exemplo 4.7, encontramos que, sob condições equilibradas, uma máquina síncrona de quatro polos produz conjugado constante na velocidade angular de rotação igual à metade da frequência elétrica de excitação. Esse resultado pode ser generalizado para mostrar que, sob condições equilibradas de operação, uma máquina síncrona multifásica e de múltiplos polos produzirá conjugado constante na velocidade de rotor em que este gira em sincronismo com a onda girante de fluxo produzida pelas correntes do estator. Por isso, ela é conhecida como *velocidade síncrona* da máquina. Das Equações 4.42 e 4.44, a velocidade síncrona é igual a $\omega_s = (2/\text{polos})\omega_c$ em rad/s ou $n_s = (120/\text{polos})f_c$ em rpm.

4.7.2 Ponto de vista do campo magnético

Na discussão da Seção 4.7.1, as características de uma máquina rotativa vista de seus terminais elétricos e mecânicos foram expressas em termos de suas indutâncias de enrolamento. Esse ponto de vista dá pouco *insight* dos fenômenos físicos que ocorrem dentro da máquina. Nesta seção, exploraremos uma formulação alternativa em termos dos campos magnéticos interatuantes.

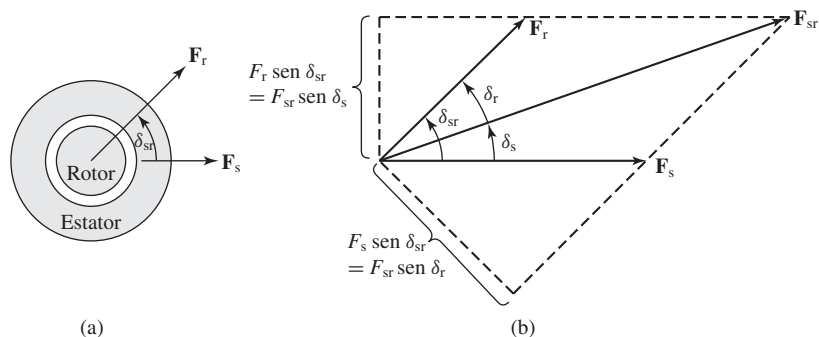


Figura 4.32 Máquina de dois polos simplificada: (a) modelo elementar e (b) diagrama vetorial das ondas de FMM. O conjugado é produzido pela tendência ao alinhamento mútuo dos campos magnéticos do rotor e do estator. Observe que essas figuras são desenhadas com δ_{sr} positivo, isto é, com a onda de FMM F_r do rotor à frente da F_s do estator.

Como vimos, as correntes nos enrolamentos do rotor e do estator produzem distribuições de FMM que por sua vez produzem campos magnéticos na máquina. As ondas de FMM de rotor e estator estão mostradas esquematicamente na Figura 4.32a para uma máquina de dois polos com um entreferro liso. O conjugado é produzido pela tendência dos respectivos campos magnéticos do rotor e do estator a alinhar mutuamente os seus eixos magnéticos. Uma visão física útil é que essa situação é muito semelhante à de duas barras magnéticas fixadas em seus centros no mesmo eixo. Haverá um conjugado, proporcional ao deslocamento angular das barras magnéticas, que atuará de modo a alinhá-las. Na máquina da Figura 4.32a, o conjugado é proporcional ao produto das amplitudes das ondas de FMM do estator e do rotor e é também uma função do ângulo δ_{sr} , medido desde o eixo da onda de FMM do estator até a do rotor. De fato, mostraremos que, em uma máquina de entreferro liso, o conjugado é proporcional a $\sin \delta_{sr}$.

Em uma máquina comum, a maioria do fluxo produzido pelos enrolamentos de estator e rotor cruzam o entreferro e acoplam ambos os enrolamentos. Isso é denominado *fluxo mútuo*, em analogia direta com o fluxo mútuo ou de magnetização de um transformador. Entretanto, uma parte do fluxo produzido pelos enrolamentos do rotor e do estator não cruzam o entreferro, em analogia ao fluxo de dispersão de um transformador. Esses componentes de fluxo são conhecidos como *fluxo de dispersão do rotor* e *fluxo de dispersão do estator*. Os componentes desse fluxo de dispersão incluem fluxos dispersivos de ranhura e de topo de dente, fluxo dispersivo de cabeça de espira e harmônicas espaciais no campo de entreferro.

Apenas o fluxo mútuo é de interesse direto para a produção de conjugado. Entretanto, os fluxos de dispersão afetam de fato o desempenho das máquinas, devido às tensões que eles induzem em seus respectivos enrolamentos. Seus efeitos sobre as características elétricas são explicados por meio de indutâncias, de forma análoga ao uso da inclusão de indutâncias de dispersão nos modelos de transformadores do Capítulo 2.

Quando se expressa o conjugado em termos de correntes de enrolamento ou de suas respectivas FMMs, as expressões resultantes não incluem termos que contêm indutâncias de dispersão. Nossa análise aqui será então em termos do fluxo mútuo resultante. Desenvolveremos uma expressão para a coenergia magnética armazenada no entreferro em termos das FMMs de estator e rotor e do ângulo δ_{sr} entre seus eixos

magnéticos. O conjugado pode então ser obtido a partir da derivada parcial da coenergia em relação ao ângulo δ_{sr} .

Para simplificar a análise, iremos supor que o comprimento radial g do entreferro (o espaço livre entre o rotor e o estator) seja pequeno, quando comparado com o raio do rotor ou do estator. Em uma máquina com entreferro liso, construída com aço elétrico de permeabilidade magnética elevada, é possível mostrar que resultará um fluxo de entreferro orientado basicamente em forma radial e que há uma diferença relativamente pequena entre as densidades de fluxo na superfície do rotor, na superfície do estator, ou a qualquer distância radial intermediária no entreferro. O campo no entreferro pode então ser representado como um campo radial H_g ou B_g cuja intensidade varia com o ângulo ao redor da periferia. A integral de linha de H_g através do entreferro é então simplesmente $H_g g$ e é igual à *FMM resultante* \mathcal{F}_{sr} de entreferro produzida pelos enrolamentos de estator e rotor; assim

$$H_g g = \mathcal{F}_{sr} \quad (4.68)$$

onde o \mathcal{F} manuscrito denota a onda de FMM em função do ângulo ao redor da periferia.

As ondas de FMM do estator e do rotor são ondas senoidais espaciais nas quais δ_{sr} é o ângulo de fase entre seus eixos magnéticos em graus elétricos. Elas podem ser representadas pelos vetores espaciais \mathbf{F}_s e \mathbf{F}_r desenhados ao longo dos eixos magnéticos das ondas de FMM do estator e do rotor, respectivamente, como na Figura 4.32b. A FMM resultante, que atua produzindo fluxo através do entreferro, é a sua soma vetorial, representada pelo vetor espacial \mathbf{F}_{sr} . Da fórmula trigonométrica da diagonal de um paralelogramo, o valor de pico é obtido de

$$F_{sr}^2 = F_s^2 + F_r^2 + 2F_s F_r \cos \delta_{sr} \quad (4.69)$$

em que os F_s são os valores de pico das ondas de FMM. O campo radial resultante H_g é uma onda senoidal espacial cujo valor de pico $H_{g,pico}$ é, da Equação 4.68,

$$(H_g)_{pico} = \frac{F_{sr}}{g} \quad (4.70)$$

Agora, considere a coenergia do campo magnético armazenada no entreferro. Da Equação 3.49, a densidade de coenergia em um ponto, onde a intensidade de campo magnético é H , é $(\mu_0/2)H^2$ em unidades do SI. Assim, a densidade média de coenergia em todo o volume do entreferro é $\mu_0/2$ vezes o valor médio de H_g^2 . O valor médio do quadrado de uma onda senoidal é a metade de seu valor de pico. Assim,

$$\text{Densidade média de coenergia} = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{(H_g)_{pico}^2}{2} \right) = \frac{\mu_0}{4} \left(\frac{F_{sr}}{g} \right)^2 \quad (4.71)$$

Com base na aproximação para entreferro delgado, o volume do entreferro é dado por πDlg onde l é o comprimento axial do entreferro e D é seu diâmetro médio. A coenergia total pode ser encontrada multiplicando a densidade de coenergia média pelo volume do entreferro. Portanto,

$$W'_{cmp} = \frac{\mu_0}{4} \left(\frac{F_{sr}}{g} \right)^2 \pi Dlg = \frac{\mu_0 \pi D l}{4g} F_{sr}^2 \quad (4.72)$$

Da Equação 4.69, a coenergia armazenada no entreferro pode ser expressa agora em termos das amplitudes de pico das ondas de FMM de estator e rotor e do ângulo de fase espacial entre elas; assim

$$W'_{\text{cmp}} = \frac{\mu_0 \pi D l}{4g} (F_s^2 + F_r^2 + 2F_s F_r \cos \delta_{sr}) \quad (4.73)$$

Considerando que manter uma FMM constante é equivalente a manter uma corrente constante, uma expressão para o conjugado eletromecânico T pode ser obtida agora, em termos dos campos magnéticos interatuantes, calculando-se a derivada parcial da coenergia do campo em relação ao ângulo. Para uma máquina de dois polos

$$T = \left. \frac{\partial W'_{\text{cmp}}}{\partial \delta_{sr}} \right|_{F_s, F_r} = - \left(\frac{\mu_0 \pi D l}{2g} \right) F_s F_r \sin \delta_{sr} \quad (4.74)$$

A expressão genérica para o conjugado de uma máquina de múltiplos polos é

$$T = - \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \left(\frac{\mu_0 \pi D l}{2g} \right) F_s F_r \sin \delta_{sr} \quad (4.75)$$

Nessa equação, δ_{sr} é o ângulo elétrico de fase espacial entre as ondas de FMM do rotor e do estator. O conjugado T atua no sentido de acelerar o rotor. Assim, quando δ_{sr} é negativo, o conjugado é positivo (atuando em um sentido que acelera o rotor) e a máquina está funcionando como motor. De modo semelhante, um valor positivo de δ_{sr} corresponde a um conjugado negativo que tende a desacelerar o rotor, como é o caso quando a máquina está operando como gerador.

Essa importante equação afirma que o conjugado é proporcional aos valores de pico das ondas de FMM F_s e F_r do estator e do rotor e ao seno do ângulo elétrico de fase espacial δ_{sr} entre elas. Conjugados iguais e opostos são exercidos sobre o estator e o rotor. O sinal negativo significa que os campos tendem a se alinhar mutuamente.

Agora, pode-se comparar os resultados da Equação 4.75 com os da Equação 4.67. Considerando que F_s é proporcional a i_s e F_r é proporcional a i_r , pode-se ver que são semelhantes na forma. De fato, eles devem ser iguais, como pode ser verificado substituindo-se F_s , F_r (Seção 4.3.1) e L_{sr} (Apêndice B) por expressões apropriadas. Observe que esses resultados foram deduzidos supondo que a relutância do ferro fosse desprezível. No entanto, as duas técnicas são igualmente válidas para uma permeabilidade finita do ferro.

Referindo-se à Figura 4.32b, pode-se ver que $F_r \sin \delta_{sr}$ é a componente da onda F_r em quadratura espacial elétrica com a onda F_s . De modo semelhante, $F_s \sin \delta_{sr}$ é a componente da onda F_s em quadratura com a onda F_r . Assim, o conjugado é proporcional ao produto de um campo magnético vezes a componente do outro em quadratura consigo, muito semelhante ao produto vetorial da análise vetorial. Observe também que, na Figura 4.32b,

$$F_s \sin \delta_{sr} = F_{sr} \sin \delta_r \quad (4.76)$$

e

$$F_r \sin \delta_{sr} = F_{sr} \sin \delta_s \quad (4.77)$$

onde, como visto na Figura 4.32, δ_r é o ângulo medido desde o eixo da onda de FMM resultante até o eixo da onda de FMM do rotor. De modo semelhante, δ_s é o ângulo medido desde o eixo da onda de FMM do estator até o eixo da onda de FMM resultante.

O conjugado, que atua acelerando o rotor, pode então ser expresso em termos da onda de FMM resultante. Substituindo-se a Equação 4.76 ou a Equação 4.77 na Equação 4.75, temos

$$T = -\left(\frac{\text{polos}}{2}\right) \left(\frac{\mu_0 \pi D l}{2g}\right) F_s F_{sr} \sin \delta_s \quad (4.78)$$

$$T = -\left(\frac{\text{polos}}{2}\right) \left(\frac{\mu_0 \pi D l}{2g}\right) F_r F_{sr} \sin \delta_r \quad (4.79)$$

A comparação das Equações 4.75, 4.78 e 4.79 mostra que o conjugado pode ser expresso em termos dos campos magnéticos componentes devidos a *cada* corrente isoladamente, como na Equação 4.75, ou em termos do campo *resultante* e de *qualquer* um dos componentes, como nas Equações 4.78 e 4.79, *desde que usemos o respectivo ângulo entre os eixos dos campos*. A capacidade de pensar em qualquer uma dessas formas é útil na análise de máquinas.

Nas Equações 4.75, 4.78 e 4.79, os campos foram expressos em termos dos valores de pico de suas ondas de FMM. Quando se despreza a saturação magnética, os campos podem, naturalmente, ser expressos em termos dos valores de pico de suas ondas de densidade de fluxo, ou em termos do fluxo total por polo. Assim, o valor de pico B_g de campo devido a uma onda de FMM distribuída senoidalmente em um entreferro uniforme de máquina é $\mu_0 F_{g,\text{pico}}/g$, onde $F_{g,\text{pico}}$ é o valor de pico da onda de FMM. Por exemplo, a FMM resultante F_{sr} produz uma onda de densidade de fluxo resultante cujo valor de pico é $B_{sr} = \mu_0 F_{sr}/g$. Assim, $F_{sr} = gB_{sr}/\mu_0$ e substituindo na Equação 4.79, obtém-se

$$T = -\left(\frac{\text{polos}}{2}\right) \left(\frac{\pi D l}{2}\right) B_{sr} F_r \sin \delta_r \quad (4.80)$$

Uma das limitações inerentes ao projeto de aparelhos eletromagnéticos é a densidade de fluxo de saturação dos materiais magnéticos. Devido à saturação nos dentes da armadura, o valor de pico B_{sr} da onda de densidade de fluxo resultante no entreferro é limitado a cerca de 1,5 a 2,0 T. O valor máximo admissível para a corrente de enrolamento, e consequentemente a respectiva onda de FMM, é limitado pela elevação de temperatura do enrolamento e por outros requisitos de projeto. Como a densidade de fluxo resultante e a FMM aparecem explicitamente na Equação 4.80, essa equação está em uma forma conveniente aos propósitos de projeto. Ela pode ser usada para estimar o conjugado máximo que é possível obter de uma máquina de um determinado tamanho.

Exemplo 4.8

Um motor síncrono de quatro polos, operando a 1800 rpm e 60 Hz, tem um entreferro de 1,2 mm. O diâmetro médio do entreferro é 27 cm, e seu comprimento axial é 32 cm. O enrolamento do rotor tem 786 espiras e um fator de enrolamento de 0,976. Supondo que razões térmicas limitam a corrente do rotor a 18 A, estime o conjugado e a potência de saída máximos que se pode esperar dessa máquina.

Solução

Primeiro, podemos determinar a FMM de rotor máxima a partir da Equação 4.9

$$(F_r)_{\max} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_r N_r}{\text{polos}} \right) (I_r)_{\max} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{0,976 \times 786}{4} \right) 18 = 4395 \text{ A}$$

Supondo que o valor de pico do fluxo de entreferro resultante esteja limitado a 1,5 T, podemos estimar o conjugado máximo a partir da Equação 4.80 tornando δ_r igual a $-\pi/2$ (lembrando que valores negativos de δ_r , com a FMM do rotor atrasada em relação à FMM resultante, correspondem a um conjugado positivo motor. Portanto,

$$\begin{aligned} T_{\max} &= \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \left(\frac{\pi D l}{2} \right) B_{\text{sr}} (F_r)_{\max} \\ &= \left(\frac{4}{2} \right) \left(\frac{\pi \times 0,27 \times 0,32}{2} \right) 1,5 \times 4395 = 1789 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Para uma velocidade síncrona de 1800 rpm, tem-se $\omega_m = n_s (\pi/30) = 1800 (\pi/30) = 60\pi \text{ rad/s}$ e, assim, a respectiva potência pode ser calculada como $P_{\max} = \omega_m T_{\max} = 337 \text{ kW}$.

Problema prático 4.6

Repita o Exemplo 4.8 para um motor síncrono de dois polos e 60 HZ com um comprimento de entreferro de 1,3 mm, um diâmetro médio de entreferro de 22 cm e um comprimento axial de 41 cm. O enrolamento do rotor tem 900 espiras e um fator de enrolamento de 0,965. A corrente máxima de rotor é 22 A.

Solução

$$T_{\max} = 2585 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ e } P_{\max} = 975 \text{ kW}$$

Formas alternativas da equação de conjugado surgem quando se verifica que o fluxo resultante por polo é

$$\Phi_p = (\text{valor médio de B em um polo})(\text{área do polo}) \quad (4.81)$$

e que o valor médio de uma senoide no intervalo de meio comprimento de onda é $2/\pi$ vezes o seu valor de pico. Assim,

$$\Phi_p = \frac{2}{\pi} B_{\text{pico}} \left(\frac{\pi D l}{\text{polos}} \right) = \left(\frac{2 D l}{\text{polos}} \right) B_{\text{pico}} \quad (4.82)$$

onde B_{pico} é o valor de pico da respectiva onda de densidade de fluxo. Por exemplo, usando o valor de pico do fluxo resultante B_{sr} e substituindo a Equação 4.82 na Equação 4.80, obtém-se

$$T = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right)^2 \Phi_{\text{sr}} F_r \text{ sen } \delta_r \quad (4.83)$$

onde Φ_{sr} é o fluxo resultante por polo que é produzido pelo efeito combinado das FMMs do estator e do rotor.

Resumindo, temos agora diversas formas para expressar o conjugado de uma máquina de entreferro uniforme em termos de seus campos magnéticos. *Todas são*

simplesmente expressões de que o conjugado é proporcional ao produto dos valores dos campos interatuantes e ao seno do ângulo espacial elétrico entre os seus eixos magnéticos. O sinal negativo indica que o conjugado eletromecânico atua em um sentido tal que a distância angular entre os campos diminui. Em nossa discussão preliminar dos tipos de máquinas, a Equação 4.83 será a forma preferida.

Além disso, pode-se fazer um outro comentário relativo às equações de conjugado e ao processo de raciocínio que leva a elas. Durante a dedução, não houve restrições em relação a manter as ondas de FMM ou de densidade de fluxo estacionárias no espaço. Elas podem permanecer estacionárias ou serem ondas progressivas, como foi discutido na Seção 4.5. Como vimos, se os campos magnéticos do estator e do rotor forem constantes em amplitude e se deslocarem ao redor do entreferro na mesma velocidade, um conjugado constante será produzido pela tendência dos campos do estator e do rotor a se alinharem mutuamente de acordo com as equações do conjugado.

4.8 Máquinas lineares

Em geral, cada um dos tipos de máquinas discutidos neste livro pode ser produzido em versões lineares além das versões rotativas que normalmente são encontradas e que serão discutidas de forma ampla nos próximos capítulos. De fato, pela clareza de discussão, muitos dos tipos de máquinas discutidos neste livro são desenhados em suas formas desenvolvidas ou planificadas (coordenadas cartesianas), tal como na Figura 4.16b.

Os motores lineares podem ser encontrados em alguns sistemas de transporte. É comum o “estator” CA estar no veículo em movimento e um “rotor” estacionário condutor constituir os trilhos. Nesses sistemas, além de propiciar a propulsão, as correntes induzidas nos trilhos podem ser usadas para propiciar levitação, oferecendo assim um mecanismo de transporte a alta velocidade, sem as dificuldades associadas com as interações que ocorrem entre as rodas e os trilhos no transporte mais convencional efetuado com trilhos. Os motores lineares também encontraram aplicação na indústria de máquinas-ferramentas e em robótica onde o movimento linear (necessário ao posicionamento e à operação de manipuladores robóticos) é um requisito comum. Além disso, máquinas alternativas (recíprocas) lineares estão sendo construídas para o acionamento de compressores e alternadores recíprocos.

A análise de máquinas lineares é muito similar à das máquinas rotativas. Em geral, dimensões e distâncias lineares substituem as angulares e forças substituem os conjugados. Com essas exceções, as expressões para os parâmetros de máquina são desenvolvidas de modo análogo aos apresentados aqui para as máquinas rotativas e os resultados são semelhantes em forma.

Considere o enrolamento linear mostrado na Figura 4.33. Esse enrolamento, consistindo em N espiras por ranhura e conduzindo uma corrente i , é diretamente análogo ao enrolamento circular mostrado em forma plana na Figura 4.22. De fato, a única diferença é a substituição de uma dependência de posição angular θ_a por uma dependência de posição linear z .

A componente fundamental da onda de FMM da Figura 4.33 pode ser encontrada diretamente da Equação 4.14 considerando que esse enrolamento tem um comprimento de onda igual a β e que a componente fundamental dessa onda de FMM varia

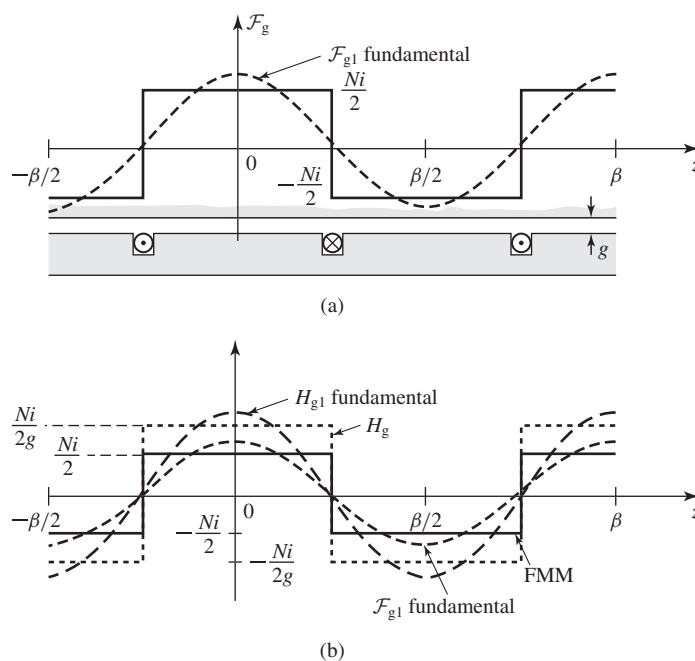


Figura 4.33 A FMM e o campo H de um enrolamento linear concentrado de passo pleno.

de acordo com $\cos(2\pi z/\beta)$. Assim, substituindo o ângulo θ_a na Equação 4.14 por $2\pi z/\beta$, poderemos obter a componente fundamental da onda de FMM diretamente como

$$H_{g1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2g} \right) \cos \left(\frac{2\pi z}{\beta} \right) \quad (4.84)$$

Se uma máquina real tiver um enrolamento distribuído (similar a seu equivalente circular, mostrado na Figura 4.17) consistindo em um total de N_{fase} espiras distribuídas em $(\text{polos}/2)$ períodos ao longo de z (isto é, em um comprimento de $\beta \times (\text{polos}/2)$), a componente fundamental de H_g pode ser encontrada, por analogia com a Equação 4.16, como

$$H_{g1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}} i}{g \times \text{polos}} \right) \cos \left(\frac{2\pi z}{\beta} \right) \quad (4.85)$$

onde k_{enr} é o fator de enrolamento.

De modo análogo à discussão da Seção 4.5.2, um enrolamento trifásico linear pode ser construído a partir de três enrolamentos como os da Figura 4.28. Cada fase está deslocada em posição a uma distância $\beta/3$ e as fases são excitadas por correntes trifásicas equilibradas de frequência angular ω_e

$$i_a = I_{\text{pico}} \cos \omega_e t \quad (4.86)$$

$$i_b = I_{\text{pico}} \cos (\omega_e t - 120^\circ) \quad (4.87)$$

$$i_c = I_{\text{pico}} \cos (\omega_e t + 120^\circ) \quad (4.88)$$

Seguindo o desenvolvimento das Equações 4.28 até 4.40, podemos ver que haverá uma única FMM progressiva positiva que pode ser escrita diretamente da Equação 4.40, apenas substituindo θ_a por $2\pi z/\beta$, obtendo-se

$$\mathcal{F}^+(z, t) = \frac{3}{2} F_{\max} \cos\left(\frac{2\pi z}{\beta} - \omega_e t\right) \quad (4.89)$$

onde F_{\max} é dada por

$$F_{\max} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) I_{\text{pico}} \quad (4.90)$$

Da Equação 4.89, podemos ver que o resultado é uma onda de FMM que se desloca na direção z com uma velocidade linear

$$v = \frac{\omega_e \beta}{2\pi} = f_e \beta \quad (4.91)$$

onde f_e é a frequência de excitação em hertz.

Da Eq. 4.89 e usando a Eq. 4.13, podemos encontrar a densidade de fluxo fundamental no entreferro

$$B_{g1} = \left(\frac{\mu_0}{g} \right) \mathcal{F}^+(z, t) = \frac{3}{2} B_{\max} \cos\left(\frac{2\pi z}{\beta} - \omega_e t\right) \quad (4.92)$$

onde

$$B_{\max} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{g} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) I_{\text{pico}} \quad (4.93)$$

Exemplo 4.9

Um motor linear CA trifásico tem um enrolamento com um comprimento de onda de $\beta = 0,5$ m e um entreferro com 1,0 cm de comprimento. Um total de 48 espiras, com um fator de enrolamento $k_{\text{enr}} = 0,92$, é distribuído em um comprimento total de enrolamento de $3\beta = 1,5$ m (polos = 6). Suponha que os enrolamentos sejam excitados com correntes trifásicas equilibradas de amplitude de pico de 700 A e frequência de 25 Hz. Calcule (a) a amplitude da componente fundamental da onda de FMM resultante, (b) a amplitude da respectiva densidade de fluxo no entreferro e (c) a velocidade dessa onda progressiva de FMM.

Solução

- a. Das Equações 4.89 e 4.90, a amplitude da componente fundamental da onda de FMM resultante é

$$\begin{aligned} F_{\text{pico}} &= \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) I_{\text{pico}} \\ &= \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \left(\frac{0,92 \times 48}{6} \right) 700 \\ &= 9840 \text{ A/m} \end{aligned}$$

- b. A amplitude da respectiva onda de densidade de fluxo é

$$\begin{aligned} B_{\text{pico}} &= \left(\frac{\mu_0}{g} \right) F_{\text{pico}} \\ &= \left(\frac{4 \pi \times 10^{-7}}{0,01} \right) 9840 \\ &= 1,24 \text{ T} \end{aligned}$$

- c. Finalmente, a velocidade da onda progressiva pode ser determinada a partir da Equação 4.91:

$$v = f_e \beta = 25 \times 0,5 = 12,5 \text{ m/s}$$

Problema prático 4.7

Um motor linear síncrono trifásico tem um comprimento de onda de 0,93 m. Observa-se que ele se desloca a uma velocidade de 83 km/h. Calcule a frequência da excitação elétrica necessária nessas condições de operação.

Solução

$$f = 24,8 \text{ Hz}$$

As máquinas lineares não são discutidas de forma específica neste livro. No entanto, recomenda-se que o leitor verifique que os fundamentos de seu desempenho e análise correspondem diretamente a seus equivalentes rotativos. Uma diferença maior entre esses dois tipos de máquinas é que as máquinas lineares têm *efeitos de extremidade* correspondendo aos campos magnéticos que se “dispersam” do entreferro à frente e atrás da máquina. Esses efeitos estão além do escopo deste livro e foram tratados em detalhe na literatura já publicada.³

4.9 Saturação magnética

As características das máquinas elétricas dependem muito do uso de materiais magnéticos. Esses materiais são necessários para formar o circuito magnético e são usados pelos projetistas de máquinas para obter as características específicas das máquinas. Como vimos no Capítulo 1, os materiais magnéticos estão abaixo do ideal. À medida que o fluxo magnético é aumentado, eles começam a saturar, com o resultado de que suas permeabilidades magnéticas começam a diminuir assim como a sua efetividade em contribuir à densidade de fluxo total da máquina.

O conjugado eletromecânico e a tensão gerada em todas as máquinas dependem dos fluxos concatenados em seus enrolamentos. Para FMMs específicas nos enrolamentos, os fluxos dependem das relutâncias das partes de ferro dos circuitos magnéticos e das relutâncias dos entreferros. Portanto, a saturação pode influenciar significativamente as características das máquinas.

³ Veja, por exemplo, S. Yamamura, *Theory of Linear Induction Motors*, 2ª edição, Halsted Press, 1978. Também, S. Nasar e I. Boldea, *Linear Electric Motors: Theory, Design and Practical Applications*, Prentice-Hall, 1987.

Outro aspecto da saturação, mais sutil e mais difícil de ser avaliado sem comparações experimentais e teóricas, relaciona-se com a sua influência sobre as premissas básicas a partir das quais a abordagem analítica das máquinas é desenvolvida. Especificamente, as relações envolvendo a FMM de entreferro baseiam-se em geral na suposição de que a relutância do ferro é desprezível. Quando essas relações são aplicadas às máquinas na prática, com graus variados de saturação no ferro, erros significativos nos resultados das análises podem ser esperados. Para aperfeiçoar tais relações em uma abordagem analítica, a máquina real pode ser substituída por uma máquina equivalente, cujo ferro tem relutância desprezível, mas cujo entreferro é aumentado suficientemente para absorver a queda de potencial magnético no ferro da máquina real.

Do mesmo modo, aumentando o comprimento efetivo do entreferro também podem ser incorporados os efeitos das não uniformidades de entreferro, como as de ranhuras e condutos de ventilação. No final, essas diversas técnicas de aproximação devem ser verificadas e confirmadas experimentalmente. Nos casos em que se constata que essas técnicas simples não são adequadas, podem ser usadas análises detalhadas, como as que empregam elementos finitos ou outras técnicas numéricas. Muitas vezes, o uso dessas técnicas representa um aumento significativo da complexidade da modelagem.

As características de saturação das máquinas rotativas são apresentadas na forma de uma *característica de circuito aberto* ou *a vazio*, também denominada *curva de magnetização* ou *curva de saturação*. Para uma máquina síncrona, a curva de saturação de circuito aberto é obtida operando a máquina com velocidade constante e medindo a tensão de armadura com circuito aberto em função da corrente de campo. Uma curva de saturação comum de circuito aberto para uma máquina síncrona tem a forma mostrada na Figura 4.34. A natureza dessa curva é determinada pela geometria da máquina em análise e também pela característica de magnetização do aço elétrico usado na máquina. A linha reta tangente à porção inferior da curva é a *linha de entreferro*, correspondendo aos níveis baixos de densidade de fluxo dentro da máquina. Nessas condições, a relutância do ferro da máquina é normalmente desprezível e a FMM necessária para excitar a máquina é simplesmente a necessária para superar a relutância do ar. Se não fosse pelos efeitos de saturação, a linha de entreferro e a característica de circuito aberto iriam coincidir. Assim, quando a corrente de campo

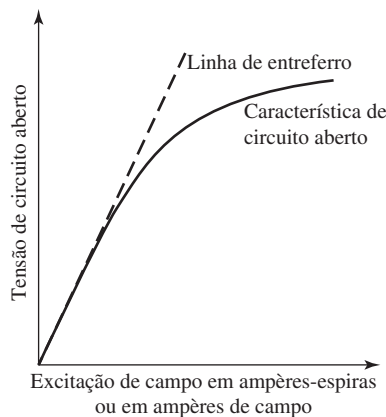


Figura 4.34 Curva característica típica de circuito aberto, ou a vazio, e a linha de entreferro.

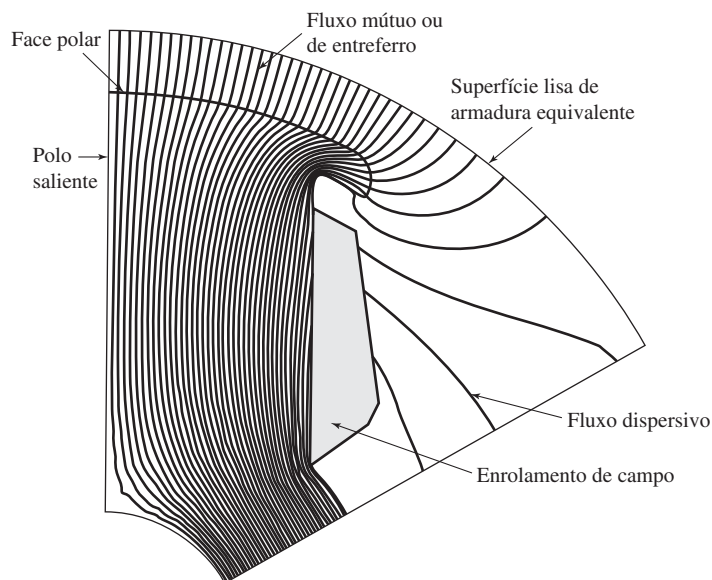


Figura 4.35 Solução de elementos finitos para a distribuição de fluxo ao redor de um polo saliente.

é aumentada, o afastamento entre a curva e a linha de entreferro é uma indicação do grau de saturação na máquina. Em máquinas comuns, na tensão nominal, a razão entre a FMM total e a requerida apenas pelo entreferro habitualmente está entre 1,1 e 1,25.

Na fase de projeto, a característica de circuito aberto pode ser calculada usando técnicas como a análise de elementos finitos. Uma solução comum de elementos finitos para a distribuição de fluxo ao redor do polo de uma máquina de polos salientes está mostrada na Figura 4.35. A distribuição do fluxo de entreferro obtida nessa solução, juntamente com as componentes fundamental e de terceira harmônica, está mostrada na Figura 4.36.

Além dos efeitos de saturação, a Figura 4.36 ilustra claramente o efeito de um entreferro não uniforme. Como esperado, a densidade de fluxo ao redor da face polar, onde o entreferro é pequeno, é muito mais elevada que nas regiões mais afastadas do polo. Esse tipo de análise detalhada é de grande utilidade para um projetista obter propriedades específicas para a máquina.

Como vimos, a curva de magnetização de uma máquina síncrona existente pode ser determinada operando a máquina como um gerador sem carga e medindo os valores da tensão nos terminais correspondendo a uma série de valores de corrente de campo. No caso de um motor de indução, a máquina opera na ou em torno da velocidade síncrona (caso em que uma corrente muito baixa será induzida nos enrolamentos do rotor) e a corrente de estator é medida em função da tensão nos terminais de estator. A curva de magnetização é obtida plotando a tensão de estator em função da corrente de estator.

Enfatizamos que a saturação em uma máquina totalmente sob carga ocorre como resultado da FMM total que atua no circuito magnético. Como a distribuição de fluxo sob carga é em geral diferente de quando não há carga, os detalhes das características de saturação da máquina podem ser diferentes da curva de circuito aberto da Figura 4.34.

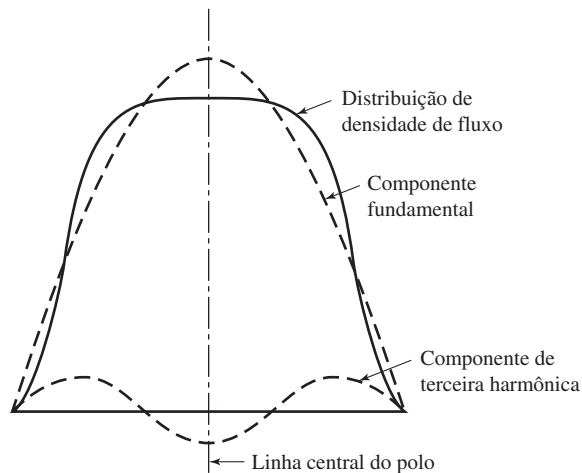


Figura 4.36 Onda de densidade de fluxo correspondente à Figura 4.35 com suas componentes fundamental e de terceira harmônica.

4.10 Fluxos dispersivos

Na Seção 2.4, mostramos que em um transformador de dois enrolamentos, o fluxo criado por cada enrolamento pode ser decomposto em dois componentes. Um componente consiste no fluxo que concatena ambos os enrolamentos e o outro consiste no fluxo que concatena apenas o enrolamento que cria o fluxo. O primeiro componente, denominado *fluxo mútuo*, é responsável pelo acoplamento das duas bobinas. O segundo, conhecido como *fluxo dispersivo*, contribui apenas à indutância própria de cada bobina.

Observe que o conceito de fluxos mútuo e dispersivo é significativo apenas no contexto de sistemas de múltiplos enrolamentos. Para sistemas de três ou mais enrolamentos, a contabilidade deve ser feita com muito cuidado. Considere, por exemplo, o sistema de três enrolamentos da Figura 4.37. Os vários componentes de fluxo, criados por uma corrente no enrolamento 1, estão mostrados esquematicamente. Aqui, φ_{123} é claramente um fluxo mútuo que concatena os três enrolamentos, e φ_{11} é claramente um fluxo dispersivo* associado ao enrolamento 1 porque ele concatena apenas o enrolamento 1. Entretanto, φ_{12} é um fluxo mútuo em relação ao enrolamento 2, apesar de ser fluxo dispersivo em relação ao enrolamento 3, ao passo que φ_{13} é fluxo mútuo em relação ao enrolamento 3 e fluxo dispersivo em relação ao enrolamento 2.

Em geral, as máquinas elétricas contêm sistemas de múltiplos enrolamentos, exigindo uma contabilidade cuidadosa para explicar as contribuições de fluxo dos vários enrolamentos. Embora os detalhes de tal análise estejam além do escopo deste livro, é útil discutir esses efeitos de modo qualitativo e descrever como afetam as indutâncias básicas da máquina.

Fluxos de harmônicas espaciais no entreferro Neste capítulo, vimos que, embora bobinas simples distribuídas produzam fluxo de entreferro com uma quantidade sig-

* N. de T.: Relembrando, o índice *l* refere-se a dispersão (*leakage*, em inglês).

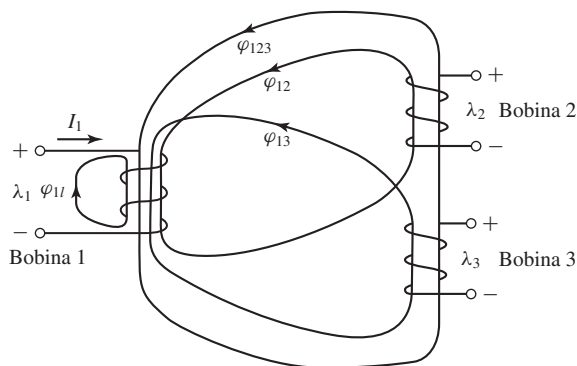


Figura 4.37 Sistema de três bobinas mostrando os componentes de fluxos mútuo e dispersivo produzidos pela corrente na bobina 1.

nificativa de conteúdo harmônico espacial, é possível distribuir esses enrolamentos de modo que a componente fundamental espacial seja enfatizada ao passo que os efeitos das harmônicas sejam muito reduzidos. Como resultado, podemos desprezar os efeitos das harmônicas e considerar apenas os fluxos fundamentais espaciais nas expressões de indutâncias própria e mútua das Equações B.24 e B.25.

Mesmo que muitas vezes sejam pequenas, as componentes harmônicas espaciais existem de fato. Em máquinas CC, elas constituem fluxos úteis produtores de conjugado e, portanto, podem ser contabilizadas como fluxo mútuo entre os enrolamentos do rotor e do estator. Em máquinas CA, entretanto, elas podem gerar tensões harmônicas no tempo ou ondas de fluxo que giram assincronamente. Em geral, esses efeitos não podem ser incluídos de modo rigoroso na maioria das análises comuns. No entanto, consistente com as suposições básicas dessas análises, pode-se considerar que esses fluxos formam uma parte do fluxo dispersivo dos enrolamentos individuais que os produzem.

Fluxo dispersivo de ranhura A Figura 4.38 mostra o fluxo criado por um único lado de uma bobina em uma ranhura. Observe que, além do fluxo que cruza o entreferro, contribuindo para o fluxo de entreferro, há componentes de fluxo que atravessam a ranhura. Em uma ranhura contendo bobinas de uma única fase, esse fluxo concatena

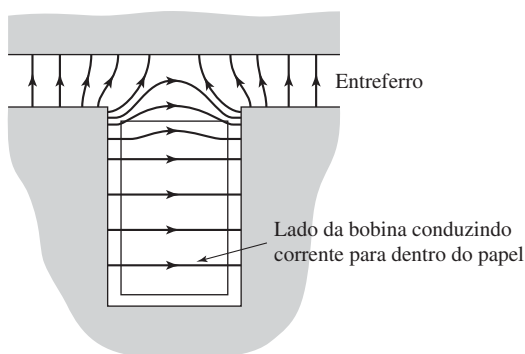


Figura 4.38 Fluxo criado por um lado de uma bobina em uma ranhura.

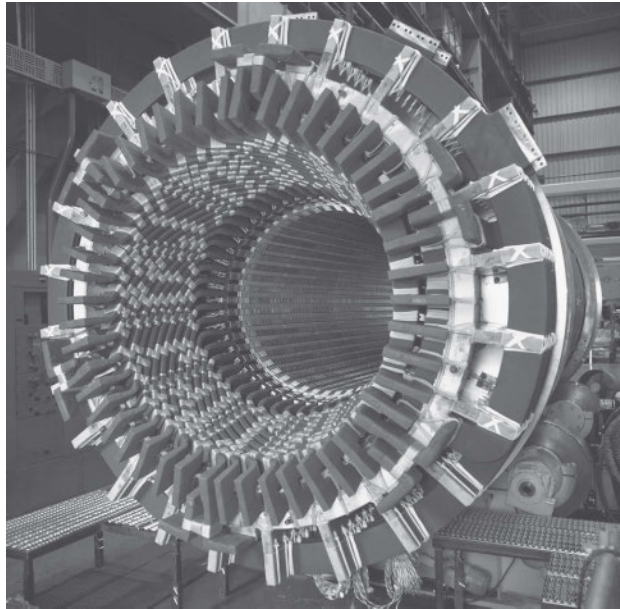


Figura 4.39 Vista da extremidade do estator de um gerador a turbina de 16,5 kV, 275 MVA e 3600 rpm. (Foto cortesia da empresa Siemens.)

apenas a bobina que o está produzindo. Ele também constitui um componente da indutância de dispersão do enrolamento que o produz. Em outros casos, bobinas de duas fazes compartilham uma única ranhura e parte do fluxo da ranhura é mútuo entre as fases. Entretanto, como esse fluxo não cruza o entreferro, ele permanece fluxo dispersivo em relação a qualquer enrolamento do rotor.

Fluxo de cabeça de espira A Figura 4.39 mostra as terminações (cabeças) dos enrolamentos do estator em uma máquina CA. A distribuição do campo magnético criada pelas cabeças das espiras é extremamente complexa. Em geral, esses fluxos não contribuem para o fluxo mútuo útil entre o rotor e o estator e, desse modo, contribuem também para a indutância de dispersão.

A partir dessa discussão, vemos que a expressão da indutância própria da Equação B.24 deve, em geral, ser modificada com um termo adicional L_l , que representa a indutância de dispersão do enrolamento. Essa indutância de dispersão corresponde diretamente à indutância de dispersão de um enrolamento de transformador, como foi discutido no Capítulo 1. Embora a indutância de dispersão seja muitas vezes difícil de calcular analiticamente e deva ser determinada por técnicas aproximativas ou empíricas, ela representa um papel importante no desempenho das máquinas.

4.11 Resumo

Este capítulo apresenta uma descrição breve e elementar dos três tipos básicos de máquinas rotativas: síncrona, de indução e de corrente contínua. Em todas elas, os

princípios básicos são essencialmente os mesmos. As tensões são geradas pelo movimento de um campo magnético relativo a um enrolamento e os conjugados são produzidos pela interação dos campos magnéticos dos enrolamentos do estator e do rotor. As características dos diversos tipos de máquinas são determinadas pelos métodos de conexão e excitação dos enrolamentos, mas os princípios básicos são similares.

As ferramentas analíticas básicas para o estudo das máquinas rotativas são as equações das tensões geradas e do conjugado eletromecânico. Em conjunto, elas exprimem o acoplamento entre os sistemas elétrico e mecânico. Para desenvolver uma teoria quantitativa razoável sem a confusão que provém de detalhes demasiados, fizemos diversas aproximações simplificadoras. No estudo das máquinas CA, adotamos variações senoidais no tempo para as tensões e correntes, e ondas senoidais espaciais para a densidade de fluxo no entreferro e FMM no entreferro. Ao examinar a FMM produzida pelos enrolamentos CA distribuídos, constatamos que a componente fundamental espacial é a mais importante. Por outro lado, nas máquinas CC, a FMM do enrolamento de armadura aproxima-se mais de uma onda dente de serra. No estudo preliminar deste capítulo, adotamos distribuições senoidais de FMM para ambas as máquinas (CA e CC). No Capítulo 7, examinaremos essa abordagem com mais profundidade para o caso de máquinas CC. Da lei de Faraday, resulta a Equação 4.52 da tensão eficaz gerada no enrolamento de uma máquina CA e a Equação 4.55 da tensão média gerada entre as escovas de uma máquina CC.

Ao examinar a onda de FMM de um enrolamento trifásico, constatamos que correntes trifásicas equilibradas produzem um campo magnético de amplitude constante no entreferro girando na velocidade síncrona, como mostrado na Figura 4.28 e na Equação 4.41. A importância desse fato não pode ser subestimada, pois significa que é possível operar tais máquinas, tanto motores como geradores, sob condições de conjugado constante (e, conseqüentemente, de potência elétrica constante como é discutido no Apêndice A), eliminado o conjugado de frequência dobrada, variável no tempo e inerente às máquinas monofásicas. Por exemplo, imagine um gerador monofásico de multimegawatts a 60 Hz sujeito a um conjugado instantâneo pulsante com potência de multimegawatts a 120 Hz! A descoberta de que enrolamentos polifásicos podem produzir campos girantes levou à invenção do motor de indução, polifásico, simples, robusto, confiável e de partida própria, que será analisado no Capítulo 6. (Um motor de indução monofásico não inicia sozinho, ele necessita de um enrolamento auxiliar, como se mostra no Capítulo 9.)

Em máquinas monofásicas, ou em máquinas polifásicas que operam sob condições desequilibradas, a componente girante retrógrada da onda de FMM da armadura induz correntes e perdas na estrutura do rotor. Assim, a operação de máquinas polifásicas sob condições equilibradas elimina não só a componente de segunda harmônica do conjugado gerado, mas também elimina uma fonte significativa de perdas e aquecimento no rotor. Foi a invenção de máquinas polifásicas que operam sob condições equilibradas que tornou possível o projeto e a construção de geradores síncronos de grande porte com especificações tão elevadas quanto 1000 MW.

Depois de supor que os campos magnéticos têm uma distribuição senoidal no entreferro, desenvolvemos expressões para o conjugado magnético. Uma imagem física simples da produção de conjugado é a de dois ímãs, um no estator e outro no rotor, como mostrado esquematicamente na Figura 4.32a. O conjugado atua em sentido tal que os ímãs sejam alinhados entre si. Para obtermos uma análise quantitativa razoavelmente aproximada, sem que os detalhes atrapanhem, assumimos um entreferro

liso e desprezamos a relutância dos caminhos magnéticos nas partes de ferro, com uma observação de que essa suposição poderia não ser válida em todas as situações, sendo necessário um modelo mais detalhado.

Na Seção 4.7, deduzimos expressões para o conjugado magnético sob dois pontos de vista, ambos baseados nos princípios fundamentais do Capítulo 3. O primeiro ponto de vista considera a máquina como um conjunto de circuitos acoplados magneticamente, com indutâncias que dependem da posição angular do rotor, como na Seção 4.7.1. O segundo considera a máquina do ponto de vista dos campos magnéticos no entreferro, como na Seção 4.7.2. Demonstramos que o conjugado pode ser expresso como o produto do campo do estator, do campo do rotor e do seno do ângulo entre seus eixos magnéticos, como na Equação 4.75, ou em qualquer uma das formas desenvolvidas a partir da Equação 4.75. Os dois pontos de vista são complementares e a capacidade de raciocinar em termos de ambos é útil para alcançar uma compreensão de como as máquinas operam.

Este capítulo tratou dos princípios básicos subjacentes à teoria das máquinas rotativas; porém, ele é obviamente incompleto. Muitas questões permanecem sem respostas. Como aplicamos esses princípios à determinação das características das máquinas síncronas, de indução e de corrente contínua? Quais são alguns dos problemas práticos que surgem com o uso de ferro e cobre e do isolamento nas máquinas reais? Quais são algumas das considerações econômicas e de engenharia que afetam as aplicações de máquinas rotativas? Quais são os fatores físicos que limitam as condições em que uma máquina pode operar com sucesso? O Apêndice D discute alguns desses problemas. Juntos, o Capítulo 4 e o Apêndice D servem de introdução aos tratamentos mais detalhados das máquinas rotativas nos próximos capítulos.

4.12 Variáveis do Capítulo 4

β	Comprimento de onda linear [m]
δ	Ângulo de fase [rad]
λ	Fluxo concatenado [Wb]
Φ_p	Fluxo de entreferro por polo [Wb]
θ_a	Ângulo espacial de estator [rad]
θ_{ae}	Ângulo espacial de estator em unidades elétricas [rad]
θ_m	Posição angular de rotor [rad]
θ_{me}	Posição angular de rotor em unidades elétricas [rad]
θ_r	Ângulo espacial de rotor [rad]
L, \mathcal{L}	Indutância [H]
μ	Permeabilidade magnética [H/m]
μ_0	Permeabilidade do vácuo = $4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]
ω_e	Frequência elétrica [rad/s]
ω_m	Velocidade angular mecânica [rad/s]
ω_s	Velocidade angular mecânica síncrona [rad/s]
B	Densidade de fluxo magnético [T]
C_a	Número total de espiras no enrolamento de armadura de uma máquina CC
e, E, v	Tensão [V]
f_e	Frequência elétrica [Hz]
F, \mathcal{F}	Força magnetomotriz [A]

g	Comprimento de entreferro [m]
H, \mathbf{H}	Intensidade de campo magnético [A/m]
i, I	Corrente [A]
k_f, k_r, k_{enr}	Fator de enrolamento
l, r, D	Dimensões lineares [m]
m	Número de caminhos paralelos no enrolamento de armadura de uma máquina CC
n	Velocidade angular [rpm]
n_s	Velocidade angular síncrona [rpm]
N	Número de espiras
N_b	Número de espiras por bobina
N_f	Número de espiras em série no enrolamento de campo
N_{fase}	Número de espiras por fase
polos	Número de polos
q	Número de fases
t	Tempo [s]
T	Conjugado [N · m]
v	Velocidade [m/s]
W	Coenergia [J]
z	Posição linear [m]

Índices:

a	Armadura
a,b,c	Designações para as fases
g	Entreferro
b	Bobina
f	Campo (<i>field</i>)
max	Máximo
r	Rotor
ef	Eficaz
s	Estator

4.13 Problemas

- 4.1** O rotor de um gerador síncrono de seis polos está girando na velocidade mecânica de 1200 rpm.
- Expresse essa velocidade mecânica em radianos por segundo.
 - Qual é a frequência, em hertz e em radianos por segundo, da tensão gerada?
 - Que velocidade mecânica, em rotações por minuto, é necessária para gerar tensão na frequência de 50 Hz?
- 4.2** A tensão gerada em uma fase de um gerador síncrono trifásico a vazio é da forma $v_a(t) = \sqrt{2} V_a \cos(\omega t)$. (i) Escreva expressões para as tensões nas demais fases a e b. (ii) Escreva uma expressão para a tensão de linha $v_{ab}(t)$.
- 4.3** Uma turbina eólica é conectada a um gerador com ímãs permanentes de oito polos por meio de uma engrenagem com uma relação elevadora de velocidade de 1:10. O gerador, cuja saída será retificada, produz uma tensão de linha de 480 V eficaz, a uma velocidade de 900 rpm. Dependendo da velocidade do

vento, a turbina eólica funcionará com velocidades na faixa de 0,5 a 1,75 rotações por segundo (rps). Calcule a frequência de saída do gerador e a tensão para as velocidades da turbina eólica de (i) 0,5 rps e (ii) 1,75 rps.

- 4.4** Um motor trifásico é usado para acionar uma bomba. Quando ligado a um sistema de potência de 50 Hz, observa-se (pelo uso de um estroboscópio) que a velocidade do motor diminui de 998 rpm, quando a bomba está sem carga, e para 945 rpm, quando a bomba está com carga.
- Esse motor é síncrono ou de indução?
 - Quantos polos tem esse motor?
- 4.5** Um sistema trifásico de acionamento de frequência variável é usado para alimentar um motor síncrono de quatro polos. Calcule a velocidade do motor em rpm se a frequência de acionamento for 200 Hz.
- 4.6** O objetivo deste problema é ilustrar como os enrolamentos de certas máquinas (máquinas CC), podem ser representadas aproximadamente por lâminas uniformes de corrente, considerando que o grau de correspondência melhora à medida que o enrolamento é distribuído entre um número maior de ranhuras ao redor da periferia da armadura. Com esse propósito, considere uma armadura com oito ranhuras distribuídas uniformemente ao longo de 360 graus elétricos (correspondendo a uma abrangência de um par de polos). O entreferro tem comprimento uniforme, as aberturas das ranhuras são muito pequenas e a relutância do ferro é desprezível.

Faça um desenho de 360 graus elétricos da armadura com suas ranhuras em forma plana, como na Figura 4.20a, e numere as ranhuras de 1 a 8 da esquerda para a direita. O enrolamento consiste em oito bobinas de espira única, cada uma conduzindo uma corrente contínua de I_0 . Os lados de bobina colocados em qualquer uma das ranhuras 1 a 4 conduzem corrente para dentro do papel e as colocadas em qualquer uma das ranhuras 5 a 8 conduzem corrente para fora do papel.

- Considere que todas as oito bobinas são colocadas com um lado na ranhura 1 e o outro na ranhura 5. As demais ranhuras estão vazias. Desenhe a onda de FMM retangular produzida por essas ranhuras.
- A seguir, considere que quatro bobinas têm um lado na ranhura 1 e o outro, na ranhura 5, ao passo que as demais quatro bobinas têm um lado na ranhura 3 e o outro, na ranhura 7. Desenhe as componentes retangulares das ondas de FMM produzidas por cada grupo de bobinas e sobreponha as componentes para obter a onda de FMM resultante.
- Agora considere que duas bobinas são colocadas nas ranhuras 1 e 5, duas nas ranhuras 2 e 6, duas em 3 e 7 e duas em 4 e 8. Novamente, sobreponha as ondas retangulares componentes para produzir a onda resultante. Observe que a tarefa pode ser sistematizada e simplificada considerando que a onda de FMM é simétrica em relação a seu eixo e apresenta um degrau em cada ranhura, diretamente proporcional ao número de ampères-condutores na ranhura.
- Suponha agora que a armadura consista em 16 ranhuras por 360 graus elétricos com um lado de bobina por ranhura. Desenhe a onda de FMM resultante.

- 4.7 Uma máquina CA trifásica ligada em Y está alimentando inicialmente uma carga trifásica equilibrada quando um dos enrolamentos de fase torna-se um circuito aberto. Como não há conexão de neutro no enrolamento, isso exige que as correntes nos dois enrolamentos restantes tornem-se iguais e opostas. Sob essa condição, calcule os valores relativos das ondas resultantes de FMM progressivas positiva e negativa.
- 4.8 Em um enrolamento trifásico, qual será o efeito sobre as ondas girantes de FMM e de fluxo, produzidas por correntes trifásicas equilibradas, se duas das conexões de fase forem trocadas?
- 4.9 Em uma máquina bifásica equilibrada, os dois enrolamentos estão deslocados de 90 graus elétricos no espaço, e as correntes nos dois enrolamentos estão deslocadas em fase de 90 graus elétricos no tempo. Para essa máquina, desenvolva um raciocínio que leve à equação da onda de FMM girante, correspondente à Equação 4.41 (que foi deduzida para o caso de uma máquina trifásica).
- 4.10 Esse problema investiga as vantagens de encurtar o passo das bobinas de estator de uma máquina CA. A Figura 4.40a mostra uma bobina simples de passo pleno em uma máquina de dois polos. A Figura 4.40b mostra uma bobina de passo encurtado para a qual os lados da bobina estão afastados de β radianos, em vez de π radianos (180°), como no caso da bobina de passo pleno.

Para uma distribuição de fluxo radial no entreferro da forma

$$B_r = \sum_{n \text{ ímpar}} B_n \cos n\theta$$

onde $n = 1$ corresponde à harmônica fundamental espacial, $n = 3$ corresponde à terceira harmônica e assim por diante, o fluxo concatenado de cada bobina é a integral de B_r sobre a superfície abrangida por aquela bobina. Assim, para a n -ésima harmônica espacial, a razão entre o fluxo concatenado máximo da bobina de passo encurtado e o da bobina de passo pleno é

$$\frac{\int_{-\beta/2}^{\beta/2} B_n \cos n\theta \, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_n \cos n\theta \, d\theta} = \frac{\int_{-\beta/2}^{\beta/2} \cos n\theta \, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\theta \, d\theta} = |\text{sen}(n\beta/2)|$$

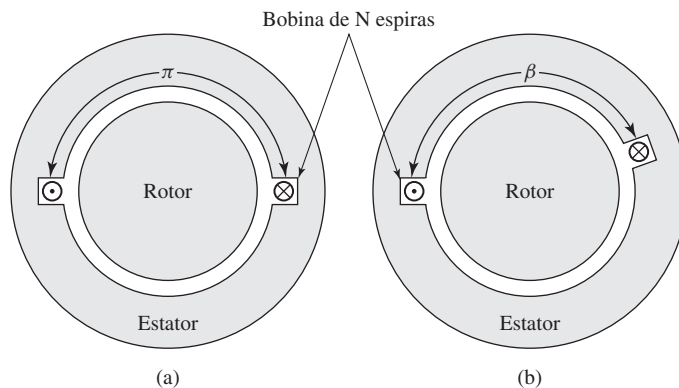


Figura 4.40 Problema 4.10: (a) bobina de passo pleno e (b) bobina de passo encurtado.

É comum, por exemplo, encurtar o passo das bobinas de uma máquina CA em 30 graus elétricos ($\beta = 5\pi/6 = 150^\circ$). Para $n = 1, 3, 5$ calcule a redução fracionária no fluxo concatenado devido ao encurtamento do passo.

- 4.11** Uma máquina síncrona de seis polos e 60 Hz tem um enrolamento de rotor com um total de 608 espiras em série e um fator de enrolamento de $k_r = 0,921$. O comprimento do rotor é 1,78 m, o raio do rotor é 56 cm e o comprimento do entreferro é igual a 2,85 cm.
- Qual é a velocidade nominal de operação em rpm?
 - Calcule a corrente no enrolamento do rotor que é necessária para obter uma componente fundamental de densidade de fluxo de pico de 1,43 T no entreferro?
 - Calcule o respectivo fluxo por polo.
- 4.12** Suponha que um enrolamento de fase da máquina síncrona do Problema 4.11 consista em uma bobina de passo pleno com 5 espiras por par de polos. As bobinas estão conectadas em série para formar o enrolamento de fase. Se a máquina estiver operando na velocidade nominal e sob as condições de operação do Problema 4.11, calcule a tensão eficaz gerada por fase.
- 4.13** A máquina síncrona do Problema 4.11 tem um enrolamento trifásico com 45 espiras em série por fase e um fator de enrolamento de $k_{\text{enr}} = 0,935$. Para as condições de fluxo e velocidade nominal do Problema 4.11, calcule a tensão eficaz gerada por fase.
- 4.14** Um gerador síncrono trifásico de quatro polos tem um enrolamento de campo com um total de 148 espiras em série e um fator de enrolamento $k_r = 0,939$. O comprimento do rotor é 72 cm e seu raio tem 19 cm. O comprimento do entreferro é 0,8 cm. O enrolamento de estator ligado em Δ tem 12 espiras em série por fase e um fator de enrolamento $k_{\text{enr}} = 0,943$.
- A tensão nominal eficaz de linha em circuito aberto desse motor é 575 V. Calcule o respectivo fluxo por polo e o valor de pico da componente fundamental da respectiva densidade de fluxo no entreferro.
 - Calcule a corrente de campo necessária para obter a tensão nominal de circuito aberto.
 - O enrolamento do estator deve ser rebobinado de modo que o motor possa ser transportado para um local em que funcionará com 50 Hz e uma tensão de terminal de 690 V. Supondo que o enrolamento de estator permaneça ligado em Δ , (i) calcule o número mínimo de espiras em série por fase necessário para assegurar que o motor rebobinado apresente a tensão nominal de circuito aberto com uma corrente de campo que não exceda a da parte (b). (ii) Calcule a corrente de campo necessária.
- 4.15** Considere uma máquina de dois polos com um entreferro liso. Suponha que o rotor contenha um enrolamento de campo simples com 400 espiras de passo pleno. O estator tem um diâmetro interno de 15 cm e um comprimento axial de 27 cm e o comprimento do entreferro é 1,0 cm.
- O enrolamento de campo é excitado com uma corrente de 4,6 A. Esboce um gráfico da densidade de fluxo no entreferro em função do ângulo (assuma que os lados da bobina de campo estejam localizados a $\pm 90^\circ$).

Calcule a amplitude de pico da componente fundamental da onda de fluxo no entreferro.

Assuma que cada fase do enrolamento do estator consista em 30 espiras de passo pleno.

- b. Se o rotor for acionado a uma velocidade de 60 rotações por segundo (rps), plote a tensão resultante gerada na bobina de estator em função do tempo. Você pode adotar para tempo zero o instante em que o fluxo concatenado do enrolamento de estator está em seu máximo. Calcule o valor eficaz da componente fundamental dessa tensão gerada.

- 4.16** Um enrolamento trifásico de dois polos é excitado por correntes trifásicas equilibradas de 60 Hz, descritas pelas Equações 4.25 a 4.27. Embora a distribuição de enrolamentos tenha sido projetada para minimizar as componentes harmônicas, ainda há uma certa quantidade de terceira e quinta harmônicas espaciais. Assim, a FMM da fase a pode ser escrita como

$$\mathcal{F}_a = i_a(A_1 \cos \theta_a + A_3 \cos 3\theta_a + A_5 \cos 5\theta_a)$$

Expressões similares podem ser escritas para as fases b (substitua θ_a por $\theta_a - 120^\circ$) e c (substitua θ_a por $\theta_a + 120^\circ$). Calcule a FMM total das três fases. Qual é a velocidade angular e o sentido de rotação de cada componente da FMM?

- 4.17** A placa de um gerador CC indica que ele produzirá uma tensão de saída de 24 V CC quando for operado a uma velocidade de 1800 rpm. De quanto o número de espiras da armadura deve ser alterado de modo que, para o mesmo fluxo de campo por polo, o gerador produza uma tensão de saída de 48 V CC a uma velocidade de 1400 rpm?
- 4.18** A armadura de um gerador CC de quatro polos tem um total de 270 espiras em série. Quando operado a uma velocidade de 1200 rpm, a tensão gerada, a circuito aberto, é 240 V. Calcule Φ_p , o fluxo de entreferro por polo.
- 4.19** O projeto de um motor de indução trifásico de quatro polos, 415 V e 50 Hz, deve se basear em um núcleo de estator de 21 cm de comprimento e 17 cm de diâmetro interno. A distribuição de enrolamento escolhida para o estator tem um fator de enrolamento $k_{\text{enr}} = 0,936$.

O projetista deve selecionar o número de espiras da armadura de modo que a densidade de fluxo na máquina seja suficientemente elevada para fazer uso eficiente do material magnético, mas que não seja elevada em demasia resultando uma saturação excessiva. Para atingir esse objetivo, a máquina deve ser projetada com uma densidade de fluxo cuja componente fundamental de pico está em torno de 1,45 T no entreferro. Calcule o número necessário de espiras em série por fase quando o enrolamento de armadura é (a) ligado em Y e (b) ligado em Δ .

- 4.20** Para um entreferro de 0,35 mm de comprimento, calcule a indutância própria de uma fase de armadura do motor de indução ligado em Y do Problema 4.19 usando as fórmulas de indutância do Apêndice B.
- 4.21** Um gerador síncrono trifásico de dois polos e 60 Hz, para ser usado em laboratório, tem um raio de rotor de 5,71 cm, um comprimento de rotor de 18,0 cm e um comprimento de entreferro de 0,25 mm. O enrolamento de campo do

rotor consiste em 264 espiras com um fator de enrolamento de $k_r = 0,95$. O enrolamento de armadura, ligado em Y, consiste em 45 espiras por fase, com um fator de enrolamento de $k_{enr} = 0,93$.

- a. Calcule o fluxo por polo e a componente fundamental da densidade de fluxo de pico no entreferro dos quais resultarão uma tensão de armadura, a circuito aberto, de 60 Hz e uma tensão eficaz de 120 V por fase.
 - b. Calcule a corrente CC de campo necessária para obter as condições de operação da parte (a).
 - c. Calcule o valor de pico da indutância mútua entre o enrolamento de campo e o enrolamento de fase da armadura.
- 4.22** Um gerador síncrono trifásico de quatro polos e 60 Hz tem um raio de rotor de 55 cm, um comprimento de rotor de 3,23 m e um comprimento de entreferro de 6,2 cm. O enrolamento de campo do rotor consiste em 148 espiras, com um fator de enrolamento de $k_r = 0,962$. O enrolamento da armadura conectado em Δ consiste em 24 espiras em série por fase, com um fator de enrolamento de $k_{enr} = 0,935$.
- a. O gerador é projetado para atingir a tensão a vazio em 60 Hz quando a densidade de fluxo de pico no entreferro é 1,30 T. Calcule a tensão nominal eficaz de terminal (tensão de linha).
 - b. Calcule a corrente de campo CC necessária para obter as condições de operação da parte (a).
- 4.23** O gerador do Problema 4.22 deve ser rebobinado para operar em um sistema de potência de 50 Hz com uma tensão de terminal de 22 kV. O enrolamento de estator será conectado em Y.
- a. Calcule o número de espiras por fase no estator rebobinado de tal forma que a tensão de terminal nominal a vazio será obtida com uma corrente de campo tão próxima quanto possível da corrente de campo do gerador original.
 - b. Calcule a corrente de campo CC necessária para obter a tensão nominal a vazio para o novo gerador.
- 4.24** Escreva um *script* de MATLAB que calcule os números totais de espiras em série dos enrolamentos de campo e de armadura necessários para um motor síncrono trifásico, ligado em Y. As seguintes informações são dadas:

Raio do rotor, R (metros)	Comprimento do rotor, l (metros)
Comprimento do entreferro, g (metros)	Número de polos
Frequência elétrica, f_e (Hz)	Valor de pico da fundamental da densidade de fluxo no entreferro, B_{pico} (T)
Fator de enrolamento do campo, k_f	Fator de enrolamento da armadura, k_{enr}
Tensão de linha eficaz nominal de terminal a vazio, $V_{nominal}$ (V)	
Corrente de campo com tensão nominal de terminal a vazio, I_f (A)	

Exercite o seu programa no caso de um gerador com os seguintes parâmetros:

$$\begin{array}{lll} R = 8,4 \text{ cm} & l = 32 \text{ cm} & g = 0,65 \text{ mm} \\ \text{polos} = 4 & f_e = 50 \text{ Hz} & B_{\text{pico}} = 0,94 \text{ T} \\ k_f = 0,955 & k_{\text{enr}} = 0,935 & V_{\text{nominal}} = 415 \text{ V} \\ I_f = 8,0 \text{ A} & & \end{array}$$

- 4.25** Um gerador síncrono de quatro polos e 60 Hz tem um comprimento de rotor de 4,8 m, um diâmetro de 1,13 m e um comprimento de entreferro de 5,9 cm. O enrolamento de campo consiste em uma conexão em série de 244 espiras com um fator de enrolamento de $k_{\text{enr}} = 0,925$. O valor de pico da fundamental da densidade de fluxo no entreferro está limitada a 1,15 T e a corrente de enrolamento do rotor, a 2800 A. Calcule os valores máximos do conjugado ($\text{N} \cdot \text{m}$) e da saída de potência (MW) que podem ser fornecidos por esse gerador.
- 4.26** Razões de ordem térmica limitam a corrente de campo do gerador síncrono do Problema 4.21, de uso em laboratório, a um valor máximo de 2,6 A. Se a componente fundamental de densidade de fluxo de pico no entreferro estiver limitada a um máximo de 1,35 T, calcule os valores máximos do conjugado ($\text{N} \cdot \text{m}$) e da potência (kW) que podem ser produzidos por esse gerador.
- 4.27** Escreva um *script* de MATLAB que calcula os valores máximos de conjugado e potência de um gerador. São dadas as seguintes informações:

Raio do rotor, R (metros)	Comprimento do rotor, l (metros)
Comprimento do entreferro, g (metros)	Número de polos
Frequência elétrica, f_e (Hz)	Valor de pico da fundamental da densidade de fluxo no entreferro, B_{pico} (T)
Fator de enrolamento do campo, k_f	Número de espiras do enrolamento de campo, N_f
Corrente de campo máxima, $I_{f,\text{max}}$ (A)	

Exercite o seu programa com o gerador de laboratório dos Problemas 4.21 e 4.26.

- 4.28** A Figura 4.41 mostra em seção transversal uma máquina que tem um enrolamento de rotor f e dois enrolamentos idênticos de estator a e b cujos eixos estão em quadratura. A indutância própria de cada enrolamento de estator é L_{aa} e do rotor é L_{ff} . O entreferro é uniforme. A indutância mútua entre um par de enrolamentos do estator depende da posição angular do rotor e pode-se assumir que é da forma

$$M_{af} = M \cos \theta_0 \quad M_{bf} = M \sin \theta_0$$

onde M é o valor máximo da indutância mútua. A resistência de cada enrolamento de estator é R_a .

- a. Deduza uma expressão genérica para o conjugado T em termos do ângulo θ_0 , dos parâmetros de indutância e das correntes instantâneas i_a , i_b e i_f . Essa expressão aplica-se quando o rotor está em repouso? Quando ele está girando?

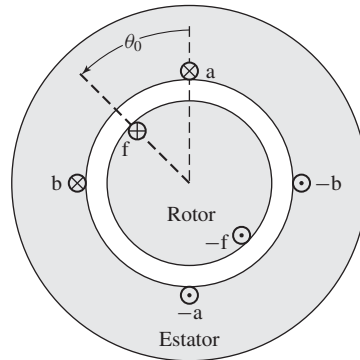


Figura 4.41 Máquina síncrona elementar bifásica de rotor cilíndrico do Problema 4.28.

- b. Suponha que o rotor esteja estacionário e correntes contínuas constantes $i_a = I_0$, $i_b = I_0$ e $i_f = 2I_0$ sejam aplicadas aos enrolamentos nos sentidos indicados pelos pontos e cruzes na Figura 4.41. Se for permitido que o rotor entre em movimento, ele girará continuamente ou tenderá a entrar em repouso? Neste último caso, em que valor de θ_0 ?
- c. O enrolamento de rotor é excitado agora por uma corrente contínua constante I_f , ao passo que os enrolamentos do estator conduzem correntes bifásicas equilibradas

$$i_a = \sqrt{2}I_a \cos \omega t \quad i_b = \sqrt{2}I_a \sin \omega t$$

O rotor está girando na velocidade síncrona de modo que sua posição angular instantânea é dada por $\theta_0 = \omega t - \delta$, onde δ é o ângulo de fase que descreve a posição do rotor em $t = 0$. Trata-se de uma máquina síncrona bifásica elementar. Deduza uma expressão para o conjugado nessas condições.

- d. Para as condições da parte (c), deduza uma expressão para as tensões instantâneas de terminal das fases a e b do estator.
- 4.29** Considere a máquina síncrona bifásica do Problema 4.28. Deduza uma expressão para o conjugado que atuará sobre o rotor se este estiver girando a uma velocidade angular constante, tal que $\theta_0 = \omega t + \delta$, e as correntes se desequilibrarem de modo que

$$i_a = \sqrt{2}I_a \cos \omega t \quad i_b = \sqrt{2}(I_a + I') \sin \omega t$$

Quais são os conjugados instantâneo e médio, no tempo, nessas condições?

- 4.30** A Figura 4.42 mostra, em seção transversal esquemática, uma máquina síncrona de polos salientes que tem dois enrolamentos de estator idênticos a e b sobre um núcleo de chapas de aço. O rotor de polos salientes é feito de aço e tem um enrolamento de campo f conectado aos anéis coletores.

Devido ao entreferro não uniforme, as indutâncias próprias e mútuas são funções da posição angular θ_0 do rotor. Sua variação com θ_0 pode ser aproximada por:

$$L_{aa} = L_0 + L_2 \cos 2\theta_0 \quad L_{bb} = L_0 - L_2 \cos 2\theta_0 \quad M_{ab} = L_2 \sin 2\theta_0$$

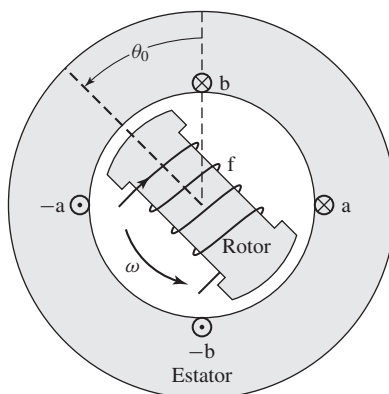


Figura 4.42 Máquina síncrona bifásica esquemática de polos salientes do Problema 4.30.

onde L_0 e L_2 são constantes positivas. A indutância mútua entre os enrolamentos do rotor e do estator são funções de θ_0

$$M_{af} = M \cos \theta_0 \quad M_{bf} = M \sin \theta_0$$

onde M é também uma constante positiva. A indutância própria do enrolamento de campo, L_{ff} , é constante, independente de θ_0 .

Considere a condição de operação em que o enrolamento de campo é excitado por corrente contínua I_f e os enrolamentos do estator são conectados a uma fonte de tensão bifásica equilibrada de frequência ω . Com o rotor girando na velocidade síncrona, sua posição será dada por $\theta_0 = \omega t$. Nessas condições de operação, as correntes do estator serão da forma

$$i_a = \sqrt{2}I_a \cos(\omega t + \delta) \quad i_b = \sqrt{2}I_a \sin(\omega t + \delta)$$

- a. Deduza uma expressão para o conjugado eletromagnético que atua sobre o rotor.
 - b. A máquina pode ser operada como um motor e/ou um gerador? Explique.
 - c. A máquina continuará a fornecer conjugado se a corrente de campo I_f for reduzida a zero? Fundamente sua resposta com uma expressão para o conjugado e uma explicação de por que tal operação é ou não possível.
- 4.31** Um motor linear trifásico CA tem um enrolamento de armadura com comprimento de onda de 35 cm. Um conjunto trifásico equilibrado de correntes na frequência de 120 Hz é aplicado à armadura.
- a. Calcule a velocidade linear da onda de FMM de armadura.
 - b. Para o caso de um rotor síncrono, calcule a velocidade linear do rotor.
 - c. Para o caso de um motor de indução, operando com um escorregamento de 0,055, calcule a velocidade linear do rotor.
- 4.32** A armadura do motor linear do Problema 4.31 tem um comprimento ativo total de 7 comprimentos de onda, com um total de 322 espiras por fase e um fator de enrolamento $k_{\text{enr}} = 0,93$. Para um comprimento de entreferro de 1,03 cm, calcule o valor eficaz das correntes trifásicas equilibradas que devem ser for-

necidas à armadura para obter uma componente fundamental espacial de pico de 1,4 T para a densidade de fluxo.

- 4.33** Um motor linear síncrono bifásico de ímãs permanentes tem um comprimento de entreferro de 1,2 mm, um comprimento de onda de 17 cm e uma largura de polo de 4,5 cm. O rotor tem uma extensão de 6 comprimentos de onda. Os ímãs permanentes no rotor estão dispostos de modo a produzir uma distribuição de fluxo magnético no entreferro que é uniforme em relação à largura do polo, mas que varia senoidalmente no espaço na direção do movimento do rotor. A densidade de fluxo desse fluxo de entreferro é 0,87 T.
- Calcule o fluxo líquido por polo.
 - Cada fase da armadura consiste em 12 espiras por polo, com todos os polos ligados em série. Supondo que o enrolamento da armadura estenda-se por muitos comprimentos de onda além de ambas as extremidades do rotor, calcule o fluxo concatenado do enrolamento da armadura.
 - Se o rotor estiver se deslocando a uma velocidade de 6,3 m/s, calcule a tensão eficaz induzida no enrolamento da armadura.

CAPÍTULO 5

Máquinas síncronas

Como vimos na Seção 4.2.1, em uma máquina síncrona e em condições de regime permanente, o rotor, juntamente com o campo magnético criado por uma corrente CC ou por ímãs, gira na mesma velocidade ou em sincronismo com o campo magnético girante produzido pelas correntes de armadura e tem como resultado um conjugado constante. Uma imagem elementar de como uma máquina síncrona funciona foi dada na Seção 4.2.1, com ênfase na produção de conjugado em termos das interações entre os campos magnéticos da máquina.

Serão desenvolvidos neste capítulo métodos analíticos para examinar o desempenho, em regime permanente, das máquinas síncronas polifásicas. Uma consideração inicial será dada às máquinas de rotor cilíndrico; os efeitos dos polos salientes serão discutidos nas Seções 5.6 e 5.7.

5.1 Introdução às máquinas síncronas polifásicas

Como indicado na Seção 4.2.1, uma máquina síncrona é aquela na qual uma corrente alternada flui no enrolamento de armadura e um fluxo CC de rotor é produzido por uma excitação CC no enrolamento de campo ou por ímãs. O enrolamento de armadura está quase invariavelmente no estator e em geral é trifásico, como foi discutido no Capítulo 4. A construção de um rotor cilíndrico, mostrada nas Figuras 4.10 e 4.11, é usada para turbogeradores de dois e quatro polos. A construção com polos salientes, mostrada na Figura 4.9, é melhor adaptada aos geradores multipolares hidrelétricos de baixa velocidade e muitos motores síncronos.

A potência CC necessária para excitar o enrolamento de campo de uma máquina síncrona – indo de aproximadamente um até uns poucos por cento dos valores nominais da máquina síncrona – é fornecida pelo *sistema de excitação*. No caso de uma máquina síncrona com ímãs permanentes, não há necessidade de potência para excitar o fluxo CC do rotor e, portanto, há potencial para aumentar a eficiência da máquina. Entretanto, há um custo porque a excitação com ímãs não permite ajustar a intensidade do fluxo CC no rotor em resposta às condições de operação da máquina.

Em máquinas mais antigas, a corrente de excitação era muitas vezes fornecida por meio de *anéis deslizantes* a partir de uma máquina CC, conhecida como *excitatriz* que frequentemente era montada no mesmo eixo da máquina síncrona. Em sistemas

mais modernos, a excitação é fornecida a partir de excitatrizes CA e retificadores de estado sólido (tanto pontes simples a diodos como retificadores de fase controlada). Em alguns casos, a retificação ocorre na parte estacionária da máquina e a corrente de excitação é fornecida ao rotor por meio de anéis coletores. Em outros sistemas, conhecidos como *sistemas de excitação sem escovas*, o alternador da excitatriz CA está no rotor, assim como o sistema de retificação, e a corrente é fornecida diretamente ao enrolamento de campo sem a necessidade de anéis coletores. Um sistema desse tipo está descrito no Apêndice D.

Como foi discutido no Capítulo 4, um gerador síncrono simples atua como uma fonte de tensão cuja frequência é determinada pela velocidade do seu acionador mecânico primário (*máquina motriz* ou *máquina primária*), como pode ser visto na Eq. 4.2. Das Eqs. 4.44–4.47, 4.50 e 4.52, vemos que a amplitude da tensão gerada é proporcional à velocidade do rotor e à corrente de campo. Como veremos, a corrente de terminal do gerador e o fator de potência são determinados pela excitação do campo do gerador e pelas impedâncias do gerador e da carga.

Os geradores síncronos podem facilmente operar em paralelo. De fato, os sistemas de fornecimento de eletricidade dos países industrializados têm normalmente dezenas (ou mesmo centenas), deles operando em paralelo. São interligados por milhares de quilômetros de linhas de transmissão e fornecem energia elétrica a cargas espalhadas por áreas com muitos milhares de quilômetros quadrados. Esses sistemas imensos continuam crescendo mesmo sendo necessário projetá-los de modo que o sincronismo seja mantido depois da ocorrência de perturbações e problemas, técnicos ou administrativos, os quais devem ser resolvidos para ser possível coordenar a operação de tais sistemas complexos.

Quando um gerador síncrono é conectado a um sistema interligado de grande porte, contendo muitos outros geradores síncronos, a tensão e a frequência em seus terminais de armadura são determinadas de modo substancial pelo sistema. Assim, o fluxo magnético correspondente a essa tensão aplicada gira na velocidade síncrona (Eq. 4.44), determinada pela frequência elétrica f_e do sistema. Como foi discutido no Capítulo 4, para produzir um conjugado eletromecânico unidirecional e constante, os campos do estator e do rotor devem girar na mesma velocidade e, portanto, o rotor deve girar precisamente na velocidade síncrona imposta pelo sistema. Como um gerador qualquer individual representa uma pequena fração da geração total de todo o sistema, ele não consegue afetar de forma significativa a tensão ou a frequência do sistema. Assim, ao se estudar o comportamento de um gerador isolado ou de um grupo deles, em geral é útil representar o restante do sistema como uma fonte com frequência e tensão constantes, normalmente referida como *barramento infinito*.

Muitas características importantes do comportamento da máquina síncrona podem ser compreendidas a partir da análise de uma única máquina conectada a um barramento infinito. O comportamento em regime permanente de uma máquina síncrona pode ser visualizado em termos da equação de conjugado. Da Eq. 4.83, fazendo alterações de notação apropriadas à teoria das máquinas síncronas, vem

$$T = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right)^2 \Phi_R F_f \text{sen } \delta_{RF} \quad (5.1)$$

onde

Φ_R = fluxo resultante por polo no entreferro

F_f = FMM do enrolamento CC de campo*

δ_{RF} = ângulo de fase elétrica entre os eixos magnéticos de Φ_R e F_f

O sinal negativo da Eq. 4.83 foi omitido, mas fica subentendido que o conjugado eletromecânico atua em um sentido tal que os campos interatuantes são alinhados entre si. Em operação normal e em regime permanente, o conjugado eletromecânico contrabalança o conjugado mecânico aplicado ao eixo. Em um gerador, o conjugado da máquina motriz atua no sentido de rotação do rotor, impulsionando a onda de FMM do rotor à frente do fluxo de entreferro resultante. O conjugado eletromecânico opõe-se então à rotação. A situação oposta ocorre em um motor síncrono, em que o conjugado eletromecânico atua no sentido da rotação, opondo-se ao conjugado resistente da carga mecânica sobre o eixo.

Variações no conjugado eletromecânico resultam em variações correspondentes no *ângulo de conjugado*, δ_{RF} , como se vê na Eq. 5.1. Essa relação está mostrada na forma de uma *curva de conjugado versus ângulo* na Figura 5.1, onde a corrente de campo (FMM de rotor) e o fluxo resultante no entreferro são considerados constantes. Valores positivos de conjugado representam ação geradora, correspondendo a valores positivos de δ_{RF} para os quais a onda de FMM do rotor está adiantada em relação ao fluxo resultante de entreferro.

À medida que o conjugado da máquina motriz aumenta, o valor de δ_{RF} deve crescer até que o conjugado eletromecânico contrabalance o conjugado do eixo. Na verdade, o processo de ajustamento é dinâmico exigindo uma variação na velocidade mecânica do rotor, que normalmente se faz acompanhar de uma oscilação mecânica amortecida do rotor em torno de seu novo ângulo de conjugado de regime permanente. Essa oscilação é referida como *transitório de ajustamento*.** Na prática, em uma máquina submetida a esse transitório, podem ocorrer também algumas alterações nas amplitudes da densidade do fluxo resultante e da onda de FMM do enrolamento de

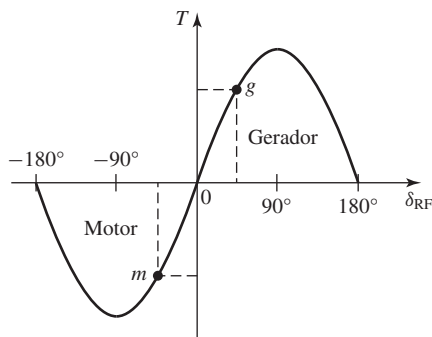


Figura 5.1 Característica de conjugado versus ângulo.

* N. de T.: Lembre-se: Nas equações, os índices referentes ao campo serão indicados pela letra *f* de *field* (campo, em inglês) e os referentes ao fluxo de dispersão, pela letra *l* de *leakage* (dispersão, em inglês).

** N. de T.: *Hunting transient*, em inglês.

campo. Essas variações decorrem de diversos fatores tais como os efeitos de saturação, o efeito da impedância de dispersão da máquina, a resposta do sistema de excitação da máquina, e assim por diante. Para enfatizar os princípios fundamentais da operação das máquinas síncronas, tais efeitos serão desprezados nesta discussão.

No laboratório, após uma alteração de carga, o ajustamento do rotor a uma nova posição angular pode ser observado experimentalmente examinando o rotor da máquina com uma luz estroboscópica, disparada a partir da tensão aplicada à armadura (tendo-se assim uma frequência de lampejo que faz o rotor dar a impressão de estar estacionário, quando de fato está girando com sua velocidade síncrona normal). Como alternativa, sensores eletrônicos podem ser usados para determinar a posição do eixo em relação ao sistema de referência síncrono, associado com a tensão do estator. O sinal resultante pode ser exibido em um osciloscópio ou armazenado em um sistema de aquisição de dados.

Como pode ser visto na Figura 5.1, um aumento no conjugado da máquina motriz resultará em um aumento correspondente no ângulo do conjugado. Quando δ_{RF} torna-se igual a 90° , o conjugado eletromecânico alcança o seu valor máximo, sendo conhecido como *conjugado máximo em sincronismo*. Qualquer aumento adicional no conjugado da máquina motriz não pode ser contrabalançado por um aumento correspondente no conjugado eletromecânico síncrono. Com isso, resulta que o sincronismo não é mais mantido e o rotor é acelerado. Esse fenômeno é conhecido como *perda de sincronismo*. Nessas condições, o gerador em geral é desligado do sistema elétrico externo pelo disparo automático de disjuntores. Rapidamente, a força motriz é desativada evitando velocidades elevadas perigosas. Observe, a partir da Eq. 5.1, que o valor do conjugado máximo em sincronismo pode ser aumentado elevando-se tanto a corrente de campo como o fluxo resultante de entreferro. No entanto, isso só pode ser feito até certo ponto. A corrente de campo é limitada pela capacidade de refrigeração do enrolamento de campo e o fluxo de entreferro é limitado pela saturação do ferro da máquina. Como vimos na Figura 5.1, uma situação similar ocorre em um motor síncrono no qual um aumento de conjugado de carga no eixo, além do conjugado máximo em sincronismo, fará o rotor perder o sincronismo e, dessa forma, desacelerar.

Como um motor síncrono desenvolve conjugado apenas na velocidade síncrona, a sua partida não pode ser feita simplesmente aplicando tensões de armadura com a frequência nominal. Em alguns casos, uma estrutura de gaiola de esquilo é incluída no rotor. Dessa forma, o motor pode partir como motor de indução e ser sincronizado quando estiver próximo da velocidade síncrona. Alternativamente, os motores síncronos muitas vezes operam acionados por equipamentos eletrônicos de frequência e tensão variáveis, as quais são controladas de tal forma que asseguram um funcionamento síncrono durante todo o período em que o motor é levado até a velocidade de operação.

5.2 Indutâncias das máquinas síncronas; circuitos equivalentes

Na Seção 5.1, as características do ângulo de conjugado das máquinas síncronas foram descritas em termos dos fluxos que interagem no entreferro com as ondas de FMM. O nosso propósito agora é deduzir um circuito equivalente que represente as características de volts-ampères dos terminais em regime permanente.

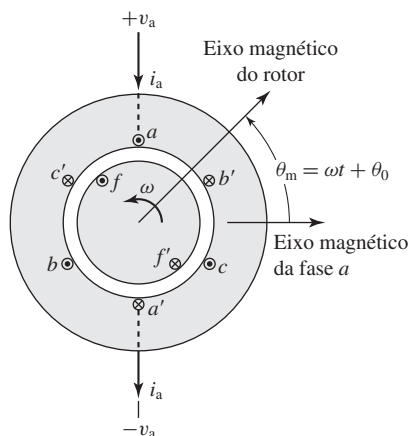


Figura 5.2 Diagrama esquemático de uma máquina síncrona trifásica de rotor cilíndrico e dois polos.

O esboço de um corte de uma máquina síncrona trifásica de rotor cilíndrico está mostrado na Figura 5.2. A figura mostra uma máquina de dois polos os quais, alternativamente, podem ser considerados como dois polos de uma máquina de múltiplos polos. O enrolamento trifásico da armadura no estator é do mesmo tipo que foi usado na discussão dos campos magnéticos girantes da Seção 4.5. As bobinas aa' , bb' e cc' representam enrolamentos distribuídos que produzem ondas senoidais de FMM e de densidade de fluxo no entreferro. Os sentidos de referência das correntes são mostrados usando pontos e cruces. O enrolamento de campo ff' no rotor também representa um enrolamento distribuído que produz uma onda senoidal de FMM e de densidade de fluxo centrada em seu eixo magnético girando com o rotor.

Quando os fluxos concatenados das fases de armadura a , b , c e do enrolamento de campo f são expressos em termos de indutâncias e correntes como segue,

$$\lambda_a = \mathcal{L}_{aa}i_a + \mathcal{L}_{ab}i_b + \mathcal{L}_{ac}i_c + \mathcal{L}_{af}i_f \quad (5.2)$$

$$\lambda_b = \mathcal{L}_{ba}i_a + \mathcal{L}_{bb}i_b + \mathcal{L}_{bc}i_c + \mathcal{L}_{bf}i_f \quad (5.3)$$

$$\lambda_c = \mathcal{L}_{ca}i_a + \mathcal{L}_{cb}i_b + \mathcal{L}_{cc}i_c + \mathcal{L}_{cf}i_f \quad (5.4)$$

$$\lambda_f = \mathcal{L}_{fa}i_a + \mathcal{L}_{fb}i_b + \mathcal{L}_{fc}i_c + \mathcal{L}_{ff}i_f \quad (5.5)$$

então as tensões induzidas podem ser obtidas da lei de Faraday. Aqui, dois índices iguais indicam uma indutância própria e dois índices distintos representam uma indutância mútua entre os dois enrolamentos. A letra manuscrita \mathcal{L} é usada para indicar que, em geral, ambas as indutâncias (próprias e mútuas) de uma máquina trifásica podem variar com o ângulo do rotor. Isso é visto, por exemplo, na Seção C.2, onde os efeitos dos polos salientes são analisados.

Antes de prosseguirmos, é útil investigar a natureza das várias indutâncias. Com base no rotor cilíndrico e supondo FMM senoidal, cada uma dessas indutâncias pode ser expressa em termos de coeficientes constantes.

5.2.1 Indutância própria do rotor

Em um estator cilíndrico, a indutância própria do enrolamento de campo não depende da posição do rotor θ_m . Nesse caso, os efeitos das harmônicas devido às aberturas das ranhuras do estator são desprezados. Assim,

$$\mathcal{L}_{ff} = L_{ff} = L_{ff0} + L_{f1} \quad (5.6)$$

onde o L em itálico é usado para indicar uma indutância que não depende de θ_m . A componente F_{ff0} corresponde àquela porção de \mathcal{L}_{ff} devido à componente fundamental espacial de fluxo de entreferro. Essa componente pode ser calculada a partir das dimensões do entreferro e dos dados de enrolamento, como mostrado no Apêndice B. A componente adicional L_{f1} é responsável pelo fluxo de dispersão do enrolamento de campo.

Sob condições de transitórios ou de desequilíbrio, os fluxos concatenados do enrolamento de campo, Eq. 5.5, variam no tempo e as tensões induzidas nos circuitos do rotor têm um efeito importante sobre o desempenho da máquina. No entanto, com o rotor girando na velocidade síncrona e com correntes trifásicas equilibradas de armadura, o fluxo magnético de amplitude constante produzido pelas correntes de armadura gira em sincronismo com o rotor. Assim, o fluxo concatenado do enrolamento de campo produzido por esse fluxo não varia com o tempo e, portanto, não induz tensão no enrolamento de campo. Como resultado, aplicando uma tensão CC constante V_f aos terminais do enrolamento de campo, a corrente contínua de campo I_f pode ser determinada pela lei de Ohm, $I_f = V_f/R_f$.

5.2.2 Indutâncias mútuas entre estator e rotor

As indutâncias mútuas entre estator e rotor variam periodicamente com θ_{me} , que é o ângulo elétrico entre o eixo magnético do enrolamento de campo e o da fase a , como está mostrado na Figura 5.2 e como foi definido pela Eq. 4.56. Supondo que a FMM espacial e a distribuição de fluxo no entreferro sejam senoidais, a indutância mútua entre o enrolamento de campo f e a fase a varia proporcionalmente a θ_{me} . Assim,

$$\mathcal{L}_{af} = \mathcal{L}_{fa} = L_{af} \cos \theta_{me} \quad (5.7)$$

Expressões similares aplicam-se às fases b e c , com θ_{me} substituído por $\theta_{me} - 120^\circ$ e $\theta_{me} + 120^\circ$, respectivamente. Aqui, a atenção será dada à fase a . A indutância L_{af} pode ser calculada como se discute no Apêndice B.

Com o rotor girando na velocidade síncrona ω_s (Eq. 4.42), o ângulo do rotor irá variar segundo

$$\theta_m = \omega_s t + \delta_0 \quad (5.8)$$

onde δ_0 é o ângulo do rotor no tempo $t = 0$. Da Eq. 4.56, temos

$$\theta_{me} = \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \theta_m = \omega_e t + \delta_{e0} \quad (5.9)$$

Aqui, $\omega_e = (\text{polos}/2) \omega_s$ é a frequência elétrica e δ_{e0} é o ângulo elétrico do rotor no tempo $t = 0$.

Assim, substituindo na Eq. 5.7, obtém-se

$$\mathcal{L}_{af} = \mathcal{L}_{fa} = L_{af} \cos (\omega_e t + \delta_{e0}) \quad (5.10)$$

5.2.3 Indutâncias do estator; indutância síncrona

Em um rotor cilíndrico, a geometria do entreferro não depende de θ_m quando os efeitos das ranhuras do rotor são desprezados. Nesse caso, as indutâncias próprias do estator serão constantes. Assim,

$$\mathcal{L}_{aa} = \mathcal{L}_{bb} = \mathcal{L}_{cc} = L_{aa} = L_{aa0} + L_{al} \quad (5.11)$$

onde L_{aa0} é a componente de indutância própria devido ao fluxo fundamental espacial de entreferro (Apêndice B) e L_{al} é a componente adicional devido ao fluxo dispersivo de enrolamento de armadura (veja a Seção 4.10).

As indutâncias mútuas de armadura entre as fases podem ser obtidas supondo que a indutância mútua dependa exclusivamente do fluxo fundamental espacial de entreferro.¹ Da Eq. B.26 do Apêndice B, vemos que a indutância mútua no entreferro de dois enrolamentos idênticos deslocados de α graus elétricos é igual à componente de entreferro de suas indutâncias próprias multiplicadas por $\cos \alpha$. Assim, como as fases de armadura estão deslocadas de 120° graus elétricos e $\cos(\pm 120^\circ) = -\frac{1}{2}$, as indutâncias mútuas entre as fases de armadura são iguais e dadas por

$$\mathcal{L}_{ab} = \mathcal{L}_{ba} = \mathcal{L}_{ac} = \mathcal{L}_{ca} = \mathcal{L}_{bc} = \mathcal{L}_{cb} = -\frac{1}{2}L_{aa0} \quad (5.12)$$

Substituindo as Eqs. 5.11 e 5.12 (indutâncias próprias e mútuas) na expressão do fluxo concatenado da fase a (Eq. 5.2), obtém-se

$$\lambda_a = (L_{aa0} + L_{al})i_a - \frac{1}{2}L_{aa0}(i_b + i_c) + \mathcal{L}_{af}i_f \quad (5.13)$$

Com correntes de armadura trifásicas em equilíbrio (veja a Figura 4.27 e as Eqs. 4.25 a 4.27), tem-se

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (5.14)$$

$$i_b + i_c = -i_a \quad (5.15)$$

A substituição da Eq. 5.15 na Eq. 5.13 dá

$$\begin{aligned} \lambda_a &= (L_{aa0} + L_{al})i_a + \frac{1}{2}L_{aa0}i_a + \mathcal{L}_{af}i_f \\ &= \left(\frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al}\right)i_a + \mathcal{L}_{af}i_f \end{aligned} \quad (5.16)$$

É útil definir a *indutância síncrona* L_s como

$$L_s = \frac{3}{2}L_{aa0} + L_{al} \quad (5.17)$$

e, assim,

$$\lambda_a = L_s i_a + \mathcal{L}_{af} i_f \quad (5.18)$$

¹ Como geralmente os enrolamentos de armadura das máquinas reais são construídos com sobreposição de fases (porções de enrolamentos adjacentes compartilham as mesmas ranhuras), há uma componente adicional de indutância mútua entre as fases que é devida ao fluxo de dispersão na ranhura.

Observe que a indutância síncrona L_s é a *indutância efetiva vista pela fase a quando a máquina está funcionando em regime permanente e condições trifásicas equilibradas*. Ela é constituída por três componentes. A primeira, L_{aa0} , origina-se na componente fundamental espacial do fluxo concatenado da fase a no entreferro devido apenas às correntes da fase a . A segunda, L_{al} , conhecida como *indutância de dispersão* do enrolamento de armadura, é devido à componente de dispersão do fluxo concatenado da fase a . A terceira componente, $\frac{1}{2}L_{aa0}$, é devido ao fluxo concatenado da fase a originado pela componente fundamental espacial do fluxo de entreferro produzido pelas correntes nas fases b e c . Sob condições trifásicas equilibradas, as correntes das fases b e c estão relacionadas com a corrente da fase a segundo a Eq. 5.15. Assim, a indutância síncrona é uma *indutância aparente* no sentido de que leva em conta o fluxo concatenado da fase a em termos da corrente da fase a , mesmo que uma parte desse fluxo concatenado seja devido às correntes das fases b e c . Assim, deve-se lembrar que, embora L_s pareça ser na Eq. 5.18 a indutância própria da fase a , esse não é o caso; é importante também lembrar que ela foi definida supondo-se que as correntes trifásicas de armadura fossem equilibradas.

O significado da indutância síncrona pode ser apreciado mais profundamente referindo-se à discussão sobre campos magnéticos girantes da Seção 4.5.2, onde foi mostrado que, sob condições de equilíbrio trifásico, as correntes de armadura criam uma onda de fluxo magnético girante no entreferro com valor igual a $\frac{3}{2}$ vezes o valor do fluxo devido apenas à fase a , e a componente adicional é devido às correntes das fases b e c . Isso corresponde diretamente à componente $\frac{3}{2}L_{aa0}$ da indutância síncrona da Eq. 5.17. Essa componente da indutância síncrona leva em conta a componente fundamental espacial total do fluxo concatenado da fase a no entreferro. Esse fluxo é produzido pelas três correntes de armadura em condições trifásicas equilibradas.

5.2.4 Circuito equivalente

A tensão nos terminais da fase a é a soma da queda de tensão $R_a i_a$ na resistência da armadura e da tensão induzida. A tensão e_{af} induzida pelo fluxo do enrolamento de campo (frequentemente referida como a *tensão gerada* ou *tensão interna*) pode ser obtida da derivada, em relação ao tempo, da Eq. 5.18 fazendo a corrente de armadura i_a ser igual a zero. Com I_f sendo a excitação CC do enrolamento de campo, a substituição da Eq. 5.10 dá

$$e_{af} = \frac{d}{dt} (\mathcal{L}_{af} i_f) = -\omega_e L_{af} I_f \sin(\omega_e t + \delta_{e0}) \quad (5.19)$$

Usando a Eq. 5.18, a tensão de terminal pode ser expressa como

$$\begin{aligned} v_a &= R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\ &= R_a i_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{af} \end{aligned} \quad (5.20)$$

A tensão gerada e_{af} da Eq. 5.19 tem frequência ω_e , que é igual à frequência elétrica da tensão de terminal do gerador. Sua amplitude eficaz é dada por

$$E_{af} = \frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \quad (5.21)$$

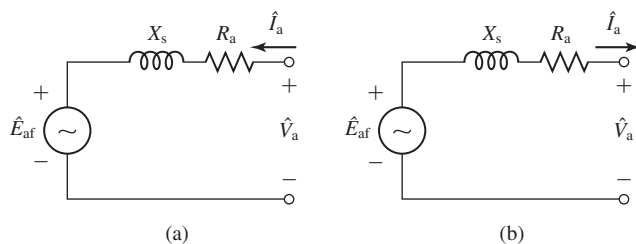


Figura 5.3 Circuitos equivalentes de máquina síncrona: (a) sentido de referência do tipo motor e (b) sentido de referência do tipo gerador.

Nessa condição de operação síncrona, todas as grandezas de armadura da máquina (corrente e fluxo concatenado) também irão variar no tempo de forma senoidal nessa frequência. Desse modo, podemos escrever a equação de tensão de terminal, Eq. 5.20, em termos de amplitudes complexas eficazes, como

$$\hat{V}_a = R_a \hat{I}_a + j X_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af} \quad (5.22)$$

onde $X_s = \omega_e L_s$ é conhecida como *reatância síncrona*.

A amplitude eficaz complexa da tensão gerada \hat{E}_{af} pode ser encontrada considerando que

$$e_{af} = \text{Re}[\sqrt{2} \hat{E}_{af} e^{j\omega_e t}] \quad (5.23)$$

onde a notação $\text{Re}[\]$ indica a parte real de uma grandeza complexa. Assim, a partir da Eq. 5.19, vemos que

$$\hat{E}_{af} = j \left(\frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \right) e^{j\delta_{e0}} \quad (5.24)$$

Um circuito equivalente em notação complexa está mostrado na Figura 5.3a. O leitor deve observar que a Eq. 5.22 e a Figura 5.3a foram escritas com o sentido de referência de \hat{I}_a tomado como positivo quando a corrente está entrando nos terminais da máquina. Isso é conhecido como *sentido de referência do tipo motor* para a corrente.

Como alternativa, o *sentido de referência do tipo gerador* é definido com o sentido de referência de \hat{I}_a , tomado como positivo, quando a corrente está saindo dos terminais da máquina, como mostra a Figura 5.3b. Com essa escolha de sentidos de referência para a corrente, a Eq. 5.22 torna-se

$$\hat{V}_a = -R_a \hat{I}_a - j X_s \hat{I}_a + \hat{E}_{af} \quad (5.25)$$

Observe que essas duas representações são equivalentes. Quando se analisa uma condição de operação em particular de uma máquina síncrona, a corrente real é a mesma. O sinal de \hat{I}_a será determinado simplesmente pela escolha do sentido de referência. Ambas as opções são aceitáveis, não dependendo de se a máquina síncrona sob análise está operando como motor ou gerador. No entanto, na análise do funcionamento de um motor, como a potência tende a fluir para dentro dele, intuitivamente talvez seja mais satisfatório escolher o sentido de referência em que a corrente flui para dentro da máquina. O oposto é verdadeiro quando a máquina opera como gerador. Nesse caso, a potência tende a fluir para fora da máquina. Em sua maioria, as

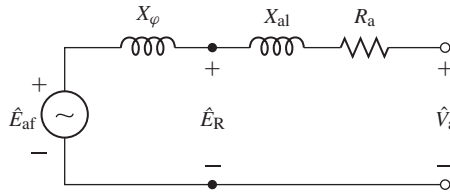


Figura 5.4 Circuito equivalente de uma máquina síncrona mostrando as componentes de entreferro e de dispersão para a reatância síncrona e a tensão de entreferro.

técnicas de análise de máquinas síncronas apresentadas aqui foram desenvolvidas inicialmente para analisar o desempenho dos geradores síncronos em sistemas elétricos de potência. Como resultado, o sentido de referência do tipo gerador é mais comum e é o que em geral utilizaremos a partir deste ponto do texto.

A Figura 5.4 mostra uma forma alternativa do circuito equivalente em que a reatância síncrona é mostrada em termos de suas componentes. Da Eq. 5.17,

$$\begin{aligned} X_s &= \omega_e L_s = \omega_e L_{al} + \omega_e \left(\frac{3}{2} L_{aa0} \right) \\ &= X_{al} + X_\varphi \end{aligned} \tag{5.26}$$

onde $X_{al} = \omega_e L_{al}$ é a *reatância de dispersão* da armadura e $X_\varphi = \omega_e \left(\frac{3}{2} L_{aa0} \right)$ é a reatância correspondente à componente fundamental espacial do fluxo girante de entreferro produzido pelas três correntes de armadura. A reatância X_φ é a *reatância de magnetização* efetiva do enrolamento de armadura, em condições de equilíbrio trifásico. A tensão eficaz \hat{E}_R é a tensão interna gerada pelo fluxo resultante de entreferro e em geral é referida como *tensão de entreferro* ou *tensão por “detrás” da reatância de dispersão*.

É importante considerar que os circuitos das Figuras 5.3 e 5.4 são *circuitos equivalentes monofásicos entre linha e neutro de uma máquina trifásica que opera em condições de equilíbrio trifásico*. Assim, logo que as tensões e correntes da fase a forem obtidas, tanto a partir do circuito equivalente como diretamente das equações (Eqs. 5.22 e 5.25), as correntes e tensões das fases b e c podem ser obtidas, simplesmente deslocando a corrente da fase a de -120° e 120° , respectivamente. Do mesmo modo, a potência total trifásica da máquina pode ser encontrada apenas multiplicando a potência da fase “a” por três, a menos que a análise esteja sendo feita no sistema por unidade (veja a Seção 2.9). Nesse caso, a potência trifásica, por unidade, é igual à obtida para a fase “a” e não é necessário o fator três.

Exemplo 5.1

Observa-se que um motor síncrono trifásico de 60 Hz tem uma tensão de terminal de 460 V (linha) e uma corrente de terminal de 120 A com um fator de potência de 0,95 atrasado. Nessas condições de operação, a corrente de campo é 47 A. A reatância síncrona da máquina é igual a $1,68 \Omega$ (0,794 por unidade, em uma base trifásica de 460 V e 100 kVA). Suponha que a resistência de armadura seja desprezível.

Calcule (a) a tensão gerada E_{af} em volts, (b) o valor da indutância mútua L_{af} entre o campo e a armadura e (c) a potência elétrica de entrada do motor em kW e em HP.

Solução

- a. Usando o sentido de referência do tipo motor para a corrente e desprezando a resistência de armadura, a tensão gerada pode ser obtida do circuito equivalente da Figura 5.3a ou Eq. 5.22 como

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a - jX_s \hat{I}_a$$

Escolheremos a tensão de terminal como nossa referência de fase. Como se trata de um equivalente entre linha e neutro, a tensão de terminal V_a deve ser expressa como uma tensão de fase

$$\hat{V}_a = \frac{460}{\sqrt{3}} = 265,6 \text{ V, tensão de fase}$$

Um fator de potência atrasado de 0,95 corresponde a um ângulo de fator de potência $\phi = -\arccos(0,95) = -18,2^\circ$. Assim, a corrente da fase a é

$$\hat{I}_a = 120 e^{-j18,2^\circ} \text{ A}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \hat{E}_{af} &= 265,6 - j1,68(120 e^{-j18,2^\circ}) \\ &= 278,8 e^{-j43,4^\circ} \text{ V, tensão de fase} \end{aligned}$$

e, desse modo, a tensão gerada E_{af} é igual a 278,8 V eficaz, tensão de fase.

- b. A indutância mútua entre o campo e a armadura pode ser encontrada com base na Eq. 5.21. Com $\omega_e = 120\pi$, tem-se

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2} E_{af}}{\omega_e I_f} = \frac{\sqrt{2} \times 279}{120\pi \times 47} = 22,3 \text{ mH}$$

- c. A potência trifásica de entrada P_{entrada} para o motor é três vezes a potência de entrada da fase a. Assim,

$$\begin{aligned} P_{\text{entrada}} &= 3V_a I_a \times (\text{fator de potência}) = 3 \times 265,6 \times 120 \times 0,95 \\ &= 90,8 \text{ kW} = 122 \text{ HP} \end{aligned}$$

Exemplo 5.2

Supondo que a potência de entrada e a tensão de terminal do motor do Exemplo 5.1 permaneçam constantes, calcule (a) o ângulo de fase δ da tensão gerada e (b) a corrente de campo necessária para conseguir um fator de potência unitário nos terminais do motor.

Solução

- a. Para se ter um fator de potência unitário nos terminais do motor, a corrente no terminal da fase a deverá estar em fase com a tensão de fase \hat{V}_a da fase a. Assim,

$$\hat{I}_a = \frac{P_{\text{entrada}}}{3V_a} = \frac{90,6 \text{ kW}}{3 \times 265,6 \text{ V}} = 114 \text{ A}$$

Da Eq. 5.22,

$$\begin{aligned} \hat{E}_{af} &= \hat{V}_a - jX_s \hat{I}_a \\ &= 265,6 - j1,68 \times 114 = 328 e^{-j35,8^\circ} \text{ V, tensão de fase} \end{aligned}$$

Portanto, $E_{af} = 328 \text{ V}$, tensão de fase, e $\delta = -35,8^\circ$.

- b. Após encontrar L_{af} no Exemplo 5.1, podemos obter a corrente de campo necessária a partir da Eq. 5.21.

$$I_f = \frac{\sqrt{2} E_{af}}{\omega_c L_{af}} = \frac{\sqrt{2} \times 328}{377 \times 0,0223} = 55,2 \text{ A}$$

Problema prático 5.1

A máquina síncrona dos Exemplos 5.1 e 5.2 devem operar como gerador síncrono. Para uma operação em 60 Hz com uma tensão de terminal de 460 V, tensão de linha, calcule a corrente de campo necessária para abastecer uma carga com 85 kW e um fator de potência adiantado de 0,95.

Solução

46,3 A

Problema prático 5.2

Considere o motor síncrono do Exemplo 5.1 operando com uma tensão de terminal de 460 V (de linha). Escreva um *script* de MATLAB para plotar a corrente de campo necessária para manter unitário o fator de potência quando a potência do motor varia de 50 a 100 kW.

Solução

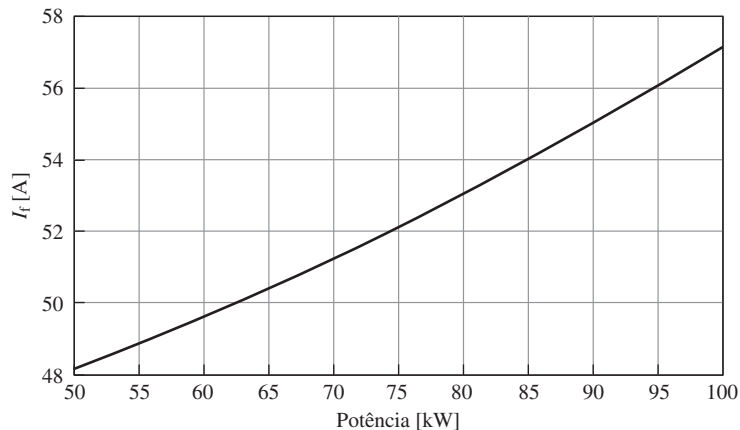


Figura 5.5 Plotagem da corrente de campo *versus* potência do motor para o Problema prático 5.2.

É útil ter uma ideia aproximada da ordem de grandeza das componentes da impedância. Em máquinas com especificações nominais superiores a algumas centenas de kVA, a queda de tensão na resistência de armadura, para a corrente nominal, é normalmente inferior a 0,01 vezes a tensão nominal; isto é, a resistência de armadura é, em geral inferior a 0,01, por unidade, tomando como base as especificações nominais da máquina. (O sistema por unidade será descrito na Seção 2.9.) A reatância de dispersão da armadura está com frequência no intervalo de 0,1 a 0,2, por unidade, e a reatância síncrona está muitas vezes no intervalo de 1,0 a 2,0, por unidade. Em

geral, quando o tamanho da máquina diminui, a resistência de armadura, por unidade, cresce, e a reatância síncrona, por unidade, decresce. Em máquinas de pequeno porte, como as encontradas em laboratórios de ensino, a resistência de armadura pode estar em torno de 0,05, por unidade, e a reatância síncrona, na vizinhança de 0,5, por unidade. Em todas as máquinas, com exceção das pequenas, normalmente pode-se desprezar a resistência de armadura na maioria das análises, a não ser que seus efeitos sobre as perdas e o aquecimento sejam de interesse.

5.3 Características a vazio e de curto-circuito

As características fundamentais de uma máquina síncrona podem ser determinadas por um par de ensaios, um feito com os terminais de armadura a vazio (em circuito aberto) e o segundo, com os terminais de armadura em curto-circuito. Esses ensaios são discutidos aqui. Exceto umas poucas observações sobre o grau de validade de certas suposições, as discussões aplicam-se tanto às máquinas de rotor cilíndrico como às de polos salientes.

5.3.1 Características de saturação a vazio e perdas rotacionais sem carga

A *característica de circuito aberto* ou *a vazio* (também referida como *curva de saturação de circuito aberto* ou *a vazio*) de uma máquina síncrona, quando ela está girando na velocidade síncrona, é uma curva da tensão de terminal da armadura a vazio $V_{a,vz}$ (em volts ou por unidade) em função da excitação de campo I_f , como mostrado pela curva *cav* (característica a vazio) na Figura 5.6. A característica a vazio representa a relação entre a componente fundamental espacial do fluxo de entreferro e a FMM que atua no circuito magnético quando o enrolamento de campo constitui a única fonte de FMM. Os efeitos da saturação magnética podem ser vistos claramente na Figura 5.6. A característica dobra-se para baixo com o aumento da corrente de campo à medida que a saturação do material magnético aumenta a relutância dos caminhos magnéticos na máquina e reduz a efetividade da corrente de campo para produzir fluxo magnético.

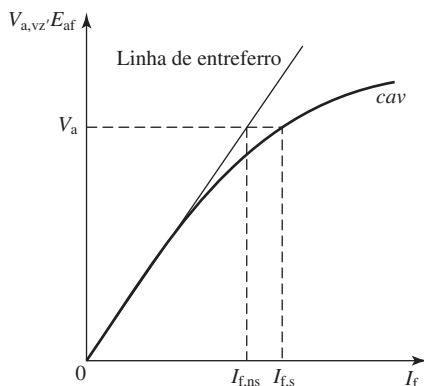


Figura 5.6 Característica a vazio de uma máquina síncrona.

Observe que, com o enrolamento de armadura da máquina em circuito aberto, a tensão de terminal é igual à tensão gerada E_{af} . Assim, a característica a vazio é também uma medida da relação entre a corrente de campo I_f e E_{af} , podendo assim fornecer uma medida direta da indutância mútua L_{af} entre o campo e a armadura. Poderemos usar qualquer uma dessas duas tensões na discussão a seguir.

Como podemos ver na Figura 5.6, quando a corrente cresce desde zero a característica a vazio é inicialmente linear. Essa porção da curva (e sua extensão linear para valores mais elevados de corrente de campo) é conhecida como *linha de entreferro*. Ela representa a característica de tensão a vazio da máquina correspondente na condição de operação não saturada. Nesse caso, o entreferro tem a relutância dominante no caminho de fluxo da máquina. Considere a excitação de campo necessária para alcançar a tensão de armadura V_a a vazio na Figura 5.6. No caso de não saturação (ns), a característica de tensão a vazio da máquina corresponderia à linha de entreferro e essa tensão seria produzida pela corrente de campo $I_{f,ns}$. Entretanto, devido aos efeitos de saturação (s), uma corrente de campo de valor $I_{f,s}$ é necessária para produzir a mesma tensão. A diferença entre $I_{f,s}$ e $I_{f,ns}$ é uma medida do grau da saturação na máquina naquele nível de tensão.

Exemplo 5.3

Um ensaio a vazio, realizado em um gerador síncrono trifásico de 60 Hz, mostra que uma tensão nominal a vazio de 13,8 kV é produzida por uma corrente de campo de 318 A. Extrapolando a linha de entreferro a partir de um conjunto de medidas feitas na máquina, pode-se mostrar que a corrente de campo correspondente a 13,8 kV sobre a linha de entreferro é 263 A. Calcule os valores, saturado e não saturado, de L_{af} .

Solução

Da Eq. 5.21, L_{af} é obtido de

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2} E_{af}}{\omega_c I_f}$$

Aqui, $E_{af} = 13,8 \text{ kV} / \sqrt{3} = 7,97 \text{ kV}$. Assim, o valor saturado de L_{af} é dado por

$$(L_{af})_{\text{sat}} = \frac{\sqrt{2} (7,97 \times 10^3)}{120 \pi \times 318} = 94 \text{ mH}$$

e o valor não saturado é

$$(L_{af})_{\text{não sat}} = \frac{\sqrt{2} (7,97 \times 10^3)}{120 \pi \times 263} = 114 \text{ mH}$$

Nesse caso, vemos que a saturação reduz a indutância mútua entre os enrolamentos de campo e de armadura em aproximadamente 18%.

Problema prático 5.3

Se o gerador síncrono do Exemplo 5.3 funcionar com uma velocidade correspondente a uma tensão gerada de 50 Hz, calcule (a) a tensão de linha dos terminais a vazio correspondente a uma corrente de campo de 318 A e (b) a corrente de campo correspondente a essa mesma tensão na linha de entreferro de 50 Hz.

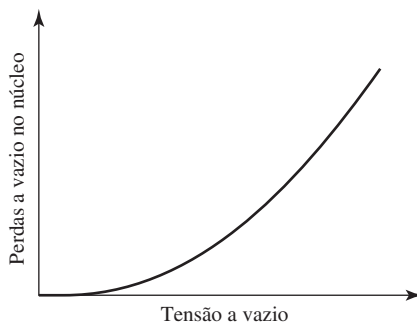


Figura 5.7 Forma comum de uma curva de perdas no núcleo a vazio.

Solução

- a. 11,5 kV
- b. 263 A

Em uma máquina real, a característica a vazio é muitas vezes determinada experimentalmente. Para isso, aciona-se a máquina mecanicamente na velocidade síncrona com seus terminais de armadura a vazio. A seguir, lê-se a tensão de terminal em função da corrente de campo. Se a potência mecânica requerida para impulsionar a máquina síncrona durante o ensaio a vazio for medida, as *perdas rotacionais a vazio* podem ser obtidas. Essas perdas consistem em atrito e ventilação, associadas à rotação, e em perdas no núcleo, correspondentes ao fluxo que está presente na máquina a vazio. Na velocidade síncrona, as perdas por atrito e por ventilação são constantes, ao passo que as perdas a vazio no núcleo são uma função do fluxo, que por sua vez é proporcional à tensão a vazio.

Na ausência de excitação, a potência mecânica necessária para acionar a máquina na velocidade síncrona corresponde às perdas por atrito e ventilação. Quando o campo é excitado, a potência mecânica iguala-se à soma das perdas por atrito, ventilação e no núcleo a vazio. Portanto, as perdas a vazio no núcleo podem ser obtidas a partir da diferença entre esses dois valores de potências mecânicas. Uma curva típica de perdas a vazio no núcleo, em função da tensão a vazio, assume a forma encontrada na Figura 5.7. É comum supor que, sob carga, as perdas no núcleo em uma determinada tensão são iguais às perdas no núcleo a vazio na tensão correspondente.

5.3.2 Característica e perdas de curto-circuito

A *característica de curto-circuito* de uma máquina síncrona é uma curva da corrente de terminal em curto-circuito $I_{a,cc}$ (em ampères ou por unidade) em função da corrente de campo. A característica de curto-circuito pode ser obtida aplicando-se um curto-circuito trifásico através de sensores adequados de corrente aos terminais de armadura de uma máquina síncrona. Com a máquina acionada na velocidade síncrona, a corrente de campo pode ser aumentada e um gráfico da corrente de armadura *versus*

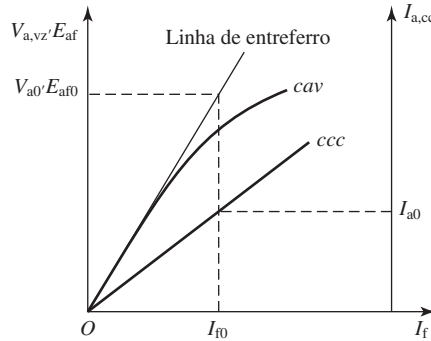


Figura 5.8 Características de circuito aberto e a vazio de uma máquina síncrona.

a corrente de campo pode ser obtido.² Uma característica de circuito aberto ou a vazio *cav* e uma característica de curto circuito *ccc* são mostradas na Figura 5.8.

Com a armadura em curto-circuito, $V_a = 0$, e usando a Eq. 5.25 (com o sentido de referência do tipo gerador para a corrente), obtém-se

$$\hat{E}_{af} = \hat{I}_a(R_a + jX_s) \tag{5.27}$$

O respectivo diagrama fasorial está mostrado na Figura 5.9. Como a resistência é muito menor que a reatância síncrona, a corrente de armadura está atrasada em relação à tensão de excitação em praticamente 90°. Consequentemente, a onda de FMM da reação de armadura praticamente alinha-se com o eixo dos polos do campo e está em oposição à FMM de campo, como está mostrado pelos fasores \hat{A} e \hat{F} , os quais representam as ondas FMM da armadura e do campo, respectivamente.

A FMM resultante cria a onda resultante de fluxo de entreferro, a qual gera a tensão de entreferro \hat{E}_R (veja Figura 5.4). Essa tensão é igual à tensão presente na resistência de armadura R_a e na reatância de dispersão X_{al} , ou seja, como equação,

$$\hat{E}_R = \hat{I}_a(R_a + jX_{al}) \tag{5.28}$$

Em muitas máquinas síncronas, a resistência de armadura é desprezível e a reatância de dispersão varia entre 0,10 e 0,20 por unidade. Um valor representativo está em torno de 0,15 por unidade. Assim, para a corrente nominal de armadura, a queda de tensão na reatância de dispersão é de cerca de 0,15 por unidade (ou 15% da tensão nominal da máquina). Desse modo, a partir da Eq. 5.28 e para a corrente nominal de armadura de curto-circuito, a tensão de entreferro é de cerca de 0,15 por unidade; isto é, o fluxo de entreferro resultante é apenas 0,15 vezes o seu valor normal de tensão. Logo, a máquina está operando em condições não saturadas. Portanto, a corrente de armadura de curto-circuito é diretamente proporcional à corrente de campo dentro de um intervalo que se estende de zero até bem acima da corrente nominal de armadura.

² Na realidade, esse ensaio não precisa ser realizado na velocidade síncrona. A corrente de armadura de curto-circuito permanecerá basicamente constante com a velocidade desde que a respectiva frequência elétrica seja suficientemente elevada para que a reatância síncrona nessa frequência seja muito maior que a resistência de armadura.

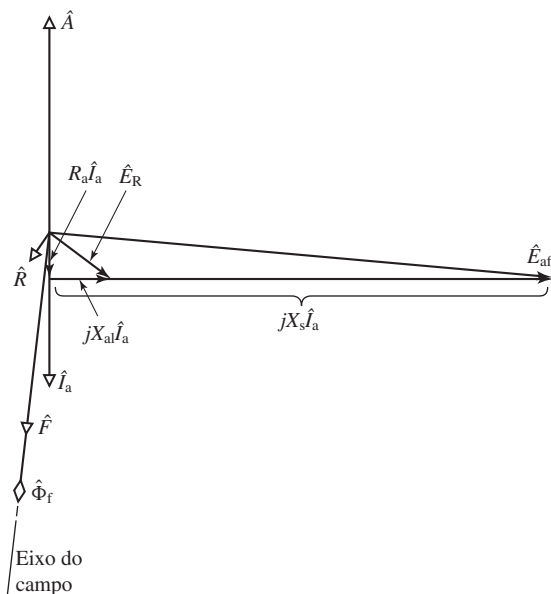


Figura 5.9 Diagrama fasorial para condições de curto-circuito.

Quando plotada *versus* a corrente de campo, temos uma linha reta, como se pode ver na Figura 5.8.

A *reatância síncrona não saturada*, $X_{s,ns}$ (correspondendo a condições não saturadas de operação da máquina), pode ser encontrada a partir das características a vazio (cav) e de curto-circuito (ccc). Para qualquer excitação de campo conveniente, como I_{f0} na Figura 5.8, a corrente de armadura de curto-circuito é I_{a0} e, para o mesmo campo, a tensão gerada não saturada é E_{af0} , lida a partir da linha de entreferro. Observe que a tensão dada pela linha de entreferro deve ser usada porque foi suposto que a máquina estaria operando em condições não saturadas.

Se E_{af0} e I_{a0} forem expressas em unidades reais, com E_{af0} sendo a tensão de fase eficaz gerada, então, da Eq. 5.27, com resistência de armadura R_a desprezada, a reatância síncrona $X_{s,ns}$ não saturada, em ohms por fase, pode ser calculada como

$$X_{s,ns} = \frac{E_{af0}}{I_{a0}} \quad (5.29)$$

Como a linha de entreferro e a característica de curto-circuito são ambas lineares, o valor da reatância síncrona, calculado pela Eq. 5.29, não depende do valor específico da corrente de campo I_{f0} . Observe que para calcular a reatância síncrona em ohms por fase usamos a tensão de fase. Frequentemente, a curva de saturação a vazio é dada em termos da tensão de linha. Nesse caso, para ser convertida para o valor de fase, a tensão deve ser dividida por $\sqrt{3}$. Se, por outro lado, $V_{a,vz}$ e $I_{a,cc}$ forem expressas no sistema por unidade, a reatância síncrona calculada pela Eq. 5.29 será dada por unidade.

No caso de funcionamento na ou próximo da tensão de terminal nominal, é comum assumir que a máquina é equivalente a uma outra não saturada com uma carac-

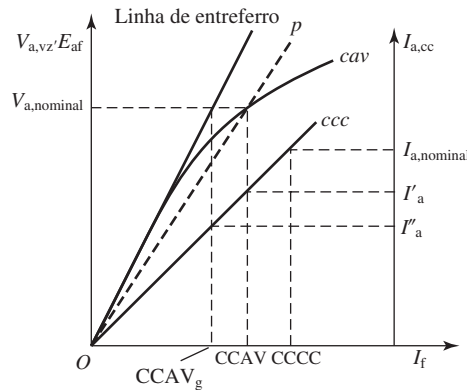


Figura 5.10 Características a vazio e de curto-circuito mostrando a linha de magnetização equivalente em condições saturadas de operação.

terística de magnetização que inicia na origem e passa pelo ponto de tensão nominal da característica a vazio, como mostrado pela linha tracejada Op na Figura 5.10. Com essa aproximação, a máquina pode ser representada por um circuito equivalente da forma da Figura 5.3, em que a tensão gerada E_{af} é linearmente proporcional à corrente de campo, de modo que é igual à tensão nominal $V_{a,nominal}$ (ou um por unidade) quando I_f é igual a um determinado valor de corrente de campo denominado CCAV (Corrente de Campo A Vazio), tal que produz a tensão nominal a vazio $V_{a,nominal}$ na característica a vazio, como mostrado na Figura 5.10.

Respectivamente, supomos que X_s seja igual à *reatância síncrona saturada*, para a tensão nominal, dada por

$$X_s = \frac{V_{a,nominal}}{I'_a} \tag{5.30}$$

em que I'_a é a corrente de armadura lida da característica de curto-circuito no ponto onde $I_f = CCAV$. Em relação à reatância síncrona não saturada, se $V_{a,nominal}$ e I'_a forem expressas em por unidade, a reatância síncrona o será também em por unidade. Se $V_{a,nominal}$ e I'_a forem expressas em tensão eficaz de fase e em corrente eficaz por fase, respectivamente, a reatância síncrona o será em ohms por fase.

Esse método de lidar com os efeitos da saturação poderá ser justificado se levarmos em conta que as máquinas síncronas, como geradores síncronos com regulação de tensão de terminal ligados aos sistemas de potência, operam com uma tensão de terminal relativamente constante. Com uma boa aproximação, desprezando a queda de tensão na resistência do enrolamento de armadura e na reatância de dispersão, isso implica que o fluxo líquido no entreferro da máquina e, por consequência, o grau de saturação permanecem relativamente constantes, seja qual for a carga. Um grau fixo de saturação, por sua vez, corresponde a um circuito magnético com relutâncias constantes, o que por sua vez implica uma relação linear entre a corrente de campo I_f e o fluxo magnético/tensão de terminal V_a produzido por campo, como mostrado na Figura 5.10.

Embora não seja feito normalmente, esse mesmo argumento poderia ser aplicado para determinar os parâmetros do circuito equivalente de uma máquina síncrona, E_{af} em função da corrente de campo e X_s para o funcionamento em tensões de terminal diferentes do valor nominal. Por exemplo, se a máquina estivesse operando em tensões de terminal muito baixas, a tensão gerada seria calculada a partir da linha de entreferro e a respectiva reatância síncrona não saturada seria dada por

$$X_{s,ns} = \frac{V_{a,nominal}}{I'_a} \quad (5.31)$$

Comparando as Figuras 5.8 e 5.10, vemos que as Eqs. 5.30 e 5.31 são equivalentes.

Observe que, com a corrente de terminal em curto-circuito expressa por unidade, a característica de corrente ccc de curto-circuito pode ser expressa como

$$I_{a,cc} = \frac{I_f}{CCCC} \quad \text{por unidade} \quad (5.32)$$

onde CCCC (Corrente de Campo em Curto-Circuito) é o valor da corrente de campo que produz a corrente nominal (1,0 por unidade) de curto-circuito. Portanto, com $I_f = CCAV$, $E_{af} = V_{a,nominal} = 1,0$ por unidade e

$$I'_a = \frac{CCAV}{CCCC} \quad \text{por unidade} \quad (5.33)$$

Assim, a reatância síncrona não saturada por unidade pode ser calculada da Eq. 5.30 como

$$X_s = \frac{V_{a,nominal}}{I'_a} = \frac{CCCC}{CCAV} \quad \text{por unidade} \quad (5.34)$$

Usando um argumento similar, a reatância síncrona não saturada por unidade pode ser calculada como

$$X_{s,ns} = \frac{V_{a,nominal}}{I'_a} = \frac{CCCC}{CCAV_g} \quad \text{por unidade} \quad (5.35)$$

onde $CCAV_g$ é a corrente de campo correspondente à tensão a vazio nominal na linha de entreferro.

A *relação de curto-circuito* (RCC) é definida como a razão entre CCAV e CCCC e, portanto, é igual ao inverso da reatância síncrona saturada por unidade X_s

$$RCC = \frac{CCAV}{CCCC} \quad (5.36)$$

Como já discutimos, observe que, quando a máquina está operando na tensão nominal, assumimos que a tensão gerada é linearmente proporcional à corrente de campo com uma inclinação tal que a tensão gerada é igual a um valor nominal (1,0 por unidade) quando a corrente de campo I_f é igual a CCAV, como está representado pela linha tracejada Op na Figura 5.10. Assim, para qualquer valor dado da

tensão gerada, a corrente de campo pode ser encontrada do **valor por unidade** de E_{af} como

$$I_f = E_{af} \times CCAV \quad [A] \quad (5.37)$$

Exemplo 5.4

Os dados a seguir foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 kVA, 220 V (tensão de linha), seis polos e 60 Hz. Da característica a vazio:

$$\text{Corrente de campo} = 2,84 \text{ A} \quad \text{Tensão de linha} = 220 \text{ V}$$

e da linha de entreferro:

$$\text{Corrente de campo} = 2,20 \text{ A} \quad \text{Tensão de linha} = 202 \text{ V}$$

Da característica de curto-circuito:

Corrente de campo, A	2,20	2,84
Corrente de armadura, A	118	152

Calcule o valor não saturado da reatância síncrona e o seu valor saturado na tensão nominal, em ohms por fase e por unidade, considerando as especificações nominais da máquina como base.

Solução

Para ajudar a visualizar a solução, as tensões e correntes dadas estão mostradas nas características a vazio e de curto-circuito da Figura 5.11. Com uma corrente de campo de 2,20 A, a tensão de fase na linha de entreferro é

$$V_{a,g} = \frac{202}{\sqrt{3}} = 116,7 \text{ V}$$

e, para a mesma corrente de campo, a corrente de armadura em curto-circuito é 118 A.

Assim, da Eq. 5.29,

$$X_{s,ns} = \frac{116,7}{118} = 0,987 \Omega/\text{fase}$$

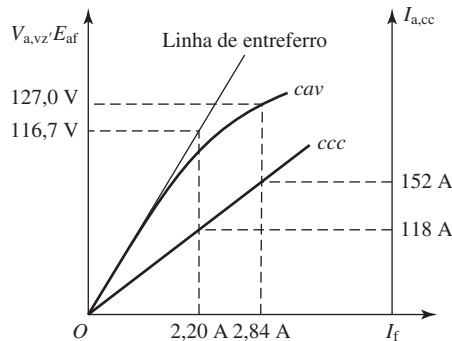


Figura 5.11 Plotagem das características do motor do Exemplo 5.4.

De forma similar, a tensão nominal de terminal a vazio de 220 V, correspondendo a uma tensão de fase de $220/\sqrt{3} = 127,0$ V, é produzida por uma corrente de campo de 2,84 A. A respectiva corrente de curto-circuito é 152 A e, portanto, da Eq. 5.30, temos

$$X_s = \frac{127}{152} = 0,836 \text{ } \Omega/\text{fase}$$

Observando que a corrente nominal de armadura é

$$I_{a,\text{nominal}} = \frac{45.000}{\sqrt{3} \times 220} = 118 \text{ A}$$

vemos que, dos dados fornecidos, CCCC = 2,20 A e CCAV = 2,84 A. Assim, da Eq. 5.34, temos

$$X_s = \frac{\text{CCCC}}{\text{CCAV}} = \frac{2,20}{2,84} = 0,775 \text{ por unidade}$$

Extrapolando os dados fornecidos da linha de entreferro até a tensão nominal, podemos encontrar

$$\text{CCAV}_g = 220 \left(\frac{2,20}{220} \right) = 2,40 \text{ A}$$

e, portanto, da Eq. 5.35 temos

$$X_{s,\text{ns}} = \frac{\text{CCCC}}{\text{CCAV}_g} = \frac{2,20}{2,40} = 0,917 \text{ por unidade}$$

Observe que as reatâncias por unidade também podem ser calculadas dividindo seus valores em Ω/fase pela impedância de base

$$Z_{\text{base}} = \frac{220^2}{45 \times 10^3} = 1,076 \text{ } \Omega$$

De forma equivalente, as reatâncias em Ω/fase podem ser calculadas de seus valores por unidade multiplicando por Z_{base} .

Problema prático 5.4

Calcule a reatância síncrona saturada (em Ω/fase e por unidade) de uma máquina síncrona de 85 kVA que alcança a tensão nominal a vazio de 460 V com uma corrente de campo de 8,7 A e que atinge a corrente nominal de curto-circuito com uma corrente de campo de 11,2 A.

Solução

$$X_s = 3,21 \text{ } \Omega/\text{fase} = 1,29 \text{ por unidade}$$

Como o nível de fluxo da máquina é baixo em condições de curto-circuito, considera-se em geral que as perdas no núcleo são desprezíveis nessas condições. Assim, a potência mecânica necessária para acionar a máquina síncrona durante o ensaio de curto-circuito é igual à soma das perdas por atrito e ventilação (determinadas a partir do ensaio a vazio com uma corrente de campo nula) mais as perdas causadas pela corrente de armadura. Então, as perdas causadas pela corrente de armadura podem ser obtidas subtraindo as perdas por atrito e ventilação da potência de acionamento. As perdas causadas pela corrente de armadura em curto-circuito são conhecidas coletivamente como *perdas de curto-circuito*. Uma curva que mostra a forma típica das perdas com uma carga em curto-circuito *versus* a corrente de armadura está plotada

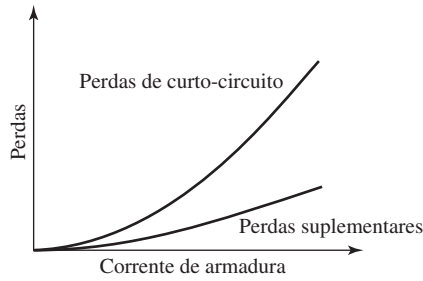


Figura 5.12 Forma típica das curvas de perdas suplementares e de curto-circuito.

na Figura 5.12. Geralmente, costuma-se supor que essas perdas variam de forma parabólica em função da corrente de armadura.

As perdas de curto-circuito consistem em perdas ôhmicas I^2R no enrolamento de armadura, perdas locais no núcleo causadas pelo fluxo de dispersão de armadura e perdas baixas no núcleo causadas pelo fluxo resultante. Em uma máquina de q fases, as perdas resistivas CC de curto-circuito $P_{\text{arm,cc}}$, dadas por

$$P_{\text{arm,cc}} = qI_{\text{a,cc}}^2 R_{\text{cc}} \quad (5.38)$$

poderão ser calculadas se a resistência CC de enrolamento R_{cc} for medida e corrigida, se necessário, em relação à temperatura dos enrolamentos durante um ensaio de curto-circuito. Para condutores de cobre

$$\frac{R_{\text{cc}}(T)}{R_{\text{cc}}(t)} = \frac{234,5 + T}{234,5 + t} \quad (5.39)$$

onde R_T e R_t são as resistências nas temperaturas T e t , respectivamente, em graus Celsius. Se essas perdas CC na resistência forem subtraídas das perdas de curto-circuito, a diferença fornecerá as perdas relativas aos efeitos peliculares e às correntes parasitas nos condutores da armadura mais as perdas locais no núcleo causadas pelo fluxo de dispersão da armadura. Essa diferença entre as perdas de curto-circuito e as perdas CC na resistência são as perdas adicionais causadas pela corrente alternada na armadura. São as *perdas suplementares* descritas no Apêndice D. Normalmente, são consideradas como tendo o mesmo valor, tanto em condições normais de carga como em curto-circuito. É função da corrente de armadura, como mostrado pela curva da Figura 5.12.

Como ocorre com qualquer dispositivo de corrente alternada, a *resistência efetiva de armadura* $R_{\text{a,ef}}$ pode ser calculada como a perda de potência, atribuível à corrente de armadura, dividida pelo quadrado da corrente. Supondo que as perdas suplementares sejam função apenas da corrente de armadura, a resistência efetiva de armadura pode ser determinada a partir das perdas de curto-circuito:

$$R_{\text{a,ef}} = \frac{\text{perdas de curto-circuito}}{(\text{corrente de armadura de curto-circuito})^2} \quad (5.40)$$

Se as perdas de curto-circuito e a corrente de armadura forem dadas por unidade, a resistência efetiva também será por unidade. Se forem em watts por fase e ampères por fase, respectivamente, a resistência efetiva será em ohms por fase. Em geral, para o valor nominal de corrente, obtém-se exatidão suficiente encontrando o valor de $R_{\text{a,ef}}$ e então assumindo que seu valor seja constante.

Exemplo 5.5

No caso da máquina síncrona trifásica do Exemplo 5.4 de 45 KVA, ligada em Y, as perdas de curto-circuito (total das três fases) é 1,80 kW com uma corrente de armadura nominal (118A) e temperatura de 25°C. A resistência CC de armadura nessa temperatura é 0,0335 Ω/fase. Calcule a resistência de armadura efetiva por unidade e em ohms por fase a 25°C.

Solução

As perdas de curto-circuito são $1,80/45 = 0,040$ por unidade com $I_a = 1,00$ por unidade. Portanto,

$$R_{a,ef} = \frac{0,040}{(1,00)^2} = 0,040 \text{ por unidade}$$

Para uma única fase, as perdas de curto-circuito são $1800/3 = 600$ W/fase e consequentemente a resistência efetiva é

$$R_{a,ef} = \frac{600}{(118)^2} = 0,043 \text{ } \Omega/\text{fase}$$

A razão entre as resistências CA e CC é

$$\frac{R_{a,ef}}{R_{a,cc}} = \frac{0,043}{0,0335} = 1,28$$

Como trata-se de uma máquina de pequeno porte, sua resistência por unidade é relativamente elevada. A resistência efetiva de armadura das máquinas com especificações nominais superiores a algumas poucas centenas de quilovolts-ampères é, normalmente, inferior a 0,01 por unidade.

Problema prático 5.5

Considere um gerador síncrono trifásico de 13,8 kV e 25 MVA cujas perdas trifásicas de curto-circuito são 52,8 kW para a corrente de armadura nominal. Calcule (a) sua corrente de armadura nominal e (b) sua resistência de armadura efetiva em Ω/fase e por unidade.

Solução

- 1046 A
- $R_{a,ef} = 0,0161 \Omega/\text{fase} = 0,0021$ por unidade

5.4 Características de ângulo de carga em regime permanente

A potência máxima que uma máquina síncrona pode fornecer é determinada pelo conjugado máximo que pode ser aplicado sem que ocorra perda de sincronismo com o sistema externo ao qual está conectada.³ O propósito desta seção é desenvolver ex-

³ No contexto desta discussão, a expressão “potência máxima” refere-se à potência máxima que teoricamente pode ser fornecida sem perda de sincronismo. Na prática, esse valor pode ser muito mais elevado do que a potência nominal da máquina, que é o limite prático operacional de potência e que é determinado por limitações térmicas.

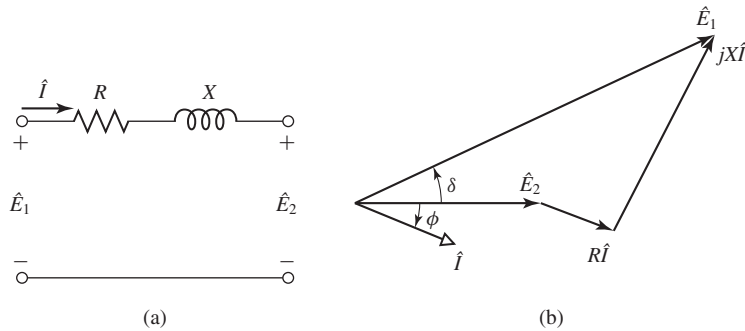


Figura 5.13 (a) Impedância que interconecta duas tensões; (b) diagrama fasorial.

pressões para os limites de potência, em regime permanente, de máquinas síncronas em situações simples em que o sistema externo pode ser representado por uma impedância em série com uma fonte de tensão.

Considerando que tanto o sistema externo como a própria máquina podem ser representados como uma impedância em série com uma fonte de tensão, o estudo dos limites de potência torna-se simplesmente um caso especial do problema mais geral de limitar o fluxo de potência em uma impedância em série. A impedância será constituída pela impedância síncrona da máquina síncrona e também pela impedância equivalente do sistema externo (que pode consistir em linhas de transmissão e bancos de transformadores assim como em máquinas síncronas adicionais).

Considere o circuito simples da Figura 5.13a, consistindo em duas tensões CA \hat{E}_1 e \hat{E}_2 conectadas por uma impedância $Z = R + jX$ na qual a corrente é \hat{I} . O diagrama fasorial está mostrado na Figura 5.13b. Observe que, nesse diagrama fasorial, a tensão \hat{E}_2 é escolhida como fasor de referência e o sentido de referência para ângulos positivos é o anti-horário. Assim, na Figura 5.13b, pode-se ver que o ângulo de fase δ é positivo ao passo que o ângulo de fase ϕ da corrente é negativo.

O fasor de corrente é

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} = \frac{E_1 e^{j\delta} - E_2}{R + jX} \tag{5.41}$$

A potência P_2 entregue através da impedância à fonte de tensão \hat{E}_2 é

$$P_2 = \text{Re}[\hat{E}_2 \hat{I}^*] \tag{5.42}$$

onde a notação $\text{Re}[]$ indica a parte real de um número complexo e o símbolo * indica o conjugado complexo.

Se, como frequentemente é o caso na análise de grandes sistemas de potência, a resistência R for desprezível, então não haverá potência dissipada na impedância em série e a potência P_1 fornecida pela fonte \hat{E}_1 será igual a potência P_2 . Nesse caso, a Eq. 5.42 fica reduzida à forma simples

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 E_2}{X} \text{sen } \delta \tag{5.43}$$

Quando a expressão do ângulo de potência da Eq. 5.43 é comparada com a da Eq. 5.1 para conjugado em termos de fluxo e ondas de FMM interatuantes, vemos que são da mesma forma. Isso não é coincidência. Lembre-se de que conjugado e potência são proporcionais quando, como é o caso aqui, a velocidade é constante. O que estamos realmente dizendo é que a Eq. 5.1, aplicada especificamente a uma máquina síncrona ideal de rotor cilíndrico e convertida para termos de circuito, torna-se a Eq. 5.43. Uma rápida revisão mental dos fundamentos de cada expressão deve mostrar que elas originam-se das mesmas considerações básicas.

A Eq. 5.43 é uma equação muito importante no estudo de máquinas síncronas e certamente no estudo de sistemas de potência CA em geral. A Eq. 5.43 é referida normalmente como *característica do ângulo de potência* e o ângulo δ é conhecido como *ângulo de potência*. Observe que quando δ é positivo, a tensão \hat{E}_1 está adiantada em relação a \hat{E}_2 e a potência circula da fonte \hat{E}_1 para a \hat{E}_2 . De modo similar, quando δ é negativo, a tensão \hat{E}_1 está atrasada em relação a \hat{E}_2 e a potência circula da fonte \hat{E}_2 para a \hat{E}_1 . Da Eq. 5.43, a potência máxima que pode ser transferida entre as fontes 1 e 2 é

$$P_{1,\max} = P_{2,\max} = \pm \frac{E_1 E_2}{X} \quad (5.44)$$

que ocorre quando $\delta = \pm 90^\circ$.

Deve ser enfatizado que a dedução das Eqs. 5.41 a 5.43 baseia-se em um circuito CA monofásico entre linha e neutro. Quando se considera um circuito trifásico, se E_1 e E_2 forem expressas por unidade ou em termos de tensões de linha, a Eq. 5.43 fornece diretamente a potência trifásica. Como alternativa, se E_1 e E_2 forem tensões de fase, a potência deverá ser multiplicada por três para se obter a potência trifásica total e a Eq. 5.43 torna-se

$$P_1 = P_2 = \frac{3E_1 E_2}{X} \text{ sen } \delta \quad (5.45)$$

As Eqs. 5.43 e 5.45 são válidas para qualquer fonte de tensão \hat{E}_1 e \hat{E}_2 separadas por uma impedância reativa jX . Assim, para uma máquina síncrona trifásica com tensão gerada \hat{E}_{af} e reatância síncrona X_s conectada a um sistema cujo equivalente Thévenin é uma fonte de tensão \hat{V}_{eq} em série com uma impedância reativa jX_{eq} , como mostrado na Figura 5.14, a característica de ângulo de potência pode ser escrita como

$$P = \frac{E_{af} V_{eq}}{X_s + X_{eq}} \text{ sen } \delta \quad (5.46)$$

se E_{af} e V_{eq} forem expressas em termos de tensão de linha ou por unidade (nesse caso, P , X_s e X_{eq} também devem ser expressas por unidade) e

$$P = \frac{3E_{af} V_{eq}}{X_s + X_{eq}} \text{ sen } \delta \quad (5.47)$$

se E_{af} e V_{eq} forem expressas em termos de tensão de fase. Aqui P é a potência transferida da máquina síncrona ao sistema e δ é o ângulo de fase de \hat{E}_{af} em relação a \hat{V}_{eq} .

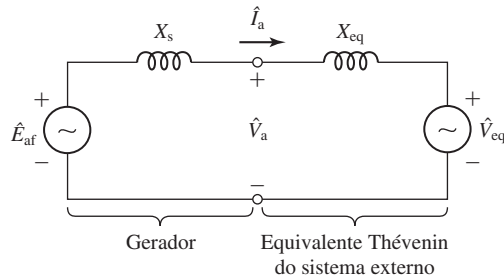


Figura 5.14 Representação usando um circuito equivalente de uma máquina síncrona conectada a um sistema externo.

De modo semelhante, é possível escrever uma equação para a característica do ângulo de potência em termos de X_s , E_{af} , a tensão de terminal V_a e o ângulo relativo entre elas, ou como alternativa X_{eq} , V_a , V_{eq} e seu ângulo relativo. Embora essas várias expressões sejam igualmente válidas, elas não são igualmente úteis. Por exemplo, se a máquina operar com corrente de campo constante, quando P for variada ambas (E_{af} e V_{eq}) permanecerão constantes, mas a tensão de terminal V_a , não. Assim, ao passo que as Eqs. 5.46 e 5.47 propiciam uma relação entre P e δ de fácil solução, uma equação característica de ângulo de potência baseada em V_a , V_{eq} e X_{eq} não pode ser resolvida sem uma expressão adicional que relacione V_a com P .

Observe que as Eqs. 5.43, 5.45, 5.46 e 5.47 foram deduzidas baseando-se no sentido de referência do tipo gerador para a corrente. Se for escolhido o sentido de referência do tipo motor, o sinal da corrente deverá ser trocado na Eq. 5.41. Um sinal negativo deve ser incluído nessas equações para levar em conta o fato de que, com a escolha do sentido de referência do tipo motor, P representa a potência que entra na máquina e uma potência de entrada positiva corresponde a valores negativos de ângulo de potência δ .

Das Eqs. 5.46 e 5.47, vemos que o pico da característica de ângulo de potência, associada com o funcionamento da máquina síncrona, é proporcional ao valor da tensão de sistema V_{eq} e também ao da tensão interna do gerador E_{af} . Assim, para uma tensão de sistema constante, a potência máxima que pode ser fornecida por um gerador síncrono ou fornecida para um motor síncrono pode ser incrementada elevando-se a corrente de campo da máquina síncrona e conseqüentemente a tensão interna. É claro que isso não pode ser feito de forma ilimitada. Nem a corrente do campo nem os fluxos da máquina podem ser elevados além do ponto em que as perdas tornam-se excessivas e a máquina não pode ser refrigerada de modo adequado.

Em geral, considerações de estabilidade ditam que o ponto de operação em regime permanente de uma máquina síncrona é alcançado com um ângulo de potência muito inferior a 90° . Assim, o pico da característica de ângulo de potência de uma máquina síncrona em condições normais de operação é consideravelmente maior do que a potência mecânica fornecida a ela no caso de funcionamento como gerador ou da potência de carga no caso de um motor síncrono.

Exemplo 5.6

Um gerador trifásico síncrono de 75 MVA e 13,8 kV, com uma reatância síncrona saturada $X_s = 1,35$ por unidade, e uma reatância síncrona não saturada $X_{s,ns} = 1,56$ por unidade, é ligado a um sistema externo cuja reatância equivalente é $X_{eq} = 0,23$ por unidade e cuja tensão é $V_{eq} = 1,0$ por unidade, ambas considerando o gerador como base. Ele atinge a tensão nominal a vazio com uma corrente de campo de 297 A.

- Encontre a potência máxima P_{max} (em MW e por unidade) que pode ser fornecida ao sistema externo se a tensão interna do gerador for mantida igual a 1,0 por unidade.
- Usando MATLAB, plote a tensão de terminal por unidade do gerador quando a saída do gerador é variada desde zero até P_{max} com as condições da parte (a).

Solução

- Da Eq. 5.46,

$$P_{max} = \frac{E_{af} V_{eq}}{X_s + X_{eq}}$$

Observe que, embora esse gerador seja trifásico, não é necessário fator de 3 porque estamos trabalhando no sistema por unidade.

Como a máquina está operando com uma tensão de terminal próxima de seu valor nominal, devemos expressar P_{max} em termos da reatância síncrona saturada. Assim,

$$P_{max} = \frac{1}{1,35 + 0,23} = 0,633 \text{ por unidade} = 47,5 \text{ MW}$$

- Do circuito equivalente da Figura 5.14, vemos que a corrente de terminal do gerador pode ser expressa como uma função do ângulo de potência δ dada por

$$\hat{I}_a = \frac{\hat{E}_{af} - \hat{V}_{eq}}{j(X_s + X_{eq})} = \frac{E_{af} e^{j\delta} - V_{eq}}{j(X_s + X_{eq})}$$

Então, a tensão de terminal do gerador é dada por

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{eq} + jX_{eq}\hat{I}_a$$

e a potência do gerador pode ser expressa como

$$P = \text{Re}[\hat{V}_a \hat{I}_a^*]$$

Assim, a tensão de terminal pode ser plotada como uma função da potência do gerador variando o ângulo de potência no intervalo de 0 a 90°. A Figura 5.15 é a plotagem de MATLAB desejada. Pode-se ver que a tensão de terminal varia de 1,0 a aproximadamente 0,87 quando o gerador é carregado até seu valor máximo de 0,633 por unidade.

Aqui está o *script* de MATLAB:

```
clc
clear

% Solução da parte (b)

% Parâmetros do sistema
Veq = 1.0;
```

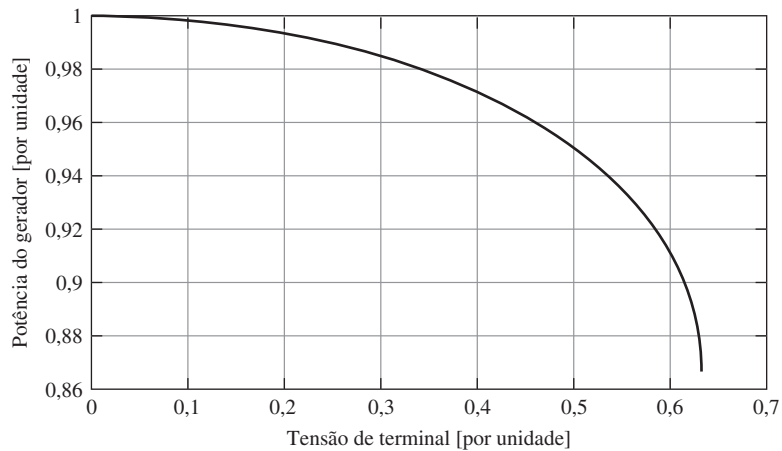



Figura 5.15 Plotagem de MATLAB da tensão de terminal *versus* potência do gerador por unidade do Exemplo 5.6.

```
Eaf = 1.0;
Xeq = .23;
Xs = 1.35;
n = 1:101;
delta = (pi/2)*(n-1)/100;
Iahat = (Eaf *exp(j*delta) - Veq)/(j*(Xs + Xeq));
Vahat = (Veq + j*Xeq*Iahat);
Vamag = abs(Vahat);
P = real(Vahat.*conj(Iahat));

% Agora plote os resultados
plot(P,Vamag)
xlabel('Potência do gerador [por unidade]')
ylabel('Tensão de terminal [por unidade]')
```

Problema prático 5.6

Considere a máquina de 75 MVA e 13,8 kV do Exemplo 5.6. Observe que ela está operando com uma tensão de terminal de 13,7 kV e uma potência de saída de 53 MW com um fator de potência de 0,87 atrasado. Encontre (a) a corrente de fase em kA, (b) a tensão interna por unidade e (c) a respectiva corrente de campo em ampères.

Solução

- $I_a = 2,57$ kA
- $E_{af} = 1,81$ por unidade
- $I_f = 538$ ampères

Como foi demonstrado no Exemplo 5.6, a maioria dos geradores síncronos conectados a um sistema de potência não podem ser carregados até a potência nominal

com sua tensão interna igual à tensão nominal. O pico da característica de ângulo de potência P_{\max} é menor do que o valor nominal do gerador. Assim, para carregar adequadamente o gerador, a corrente de campo deve ser aumentada, elevando a tensão interna, à medida que a carga é incrementada.

Embora isso possa ser feito manualmente, costuma ser feito de forma automática através da ação de um *regulador automático de tensão* (RAT). Um regulador automático de tensão mede uma tensão de sistema (por exemplo, a tensão de terminal de um gerador) e controla a corrente de campo do gerador para manter aquela tensão em um valor pré-especificado. Como podemos ver no Exemplo 5.6, carregar a máquina com uma corrente de campo constante resulta em uma redução na tensão de terminal. Assim, como será demonstrado no Exemplo 5.7, um RAT ajustado para manter a tensão de terminal responderá automaticamente a um aumento na carga do gerador elevando a corrente de campo e, assim, o pico da característica de ângulo de potência, permitindo que o gerador seja carregado completamente.

Exemplo 5.7

Assuma que o gerador do Exemplo 5.6 está equipado com um regulador automático de tensão ajustado para manter a tensão de terminal do gerador em seu valor nominal.

- Se o gerador for carregado com seu valor nominal, calcule o respectivo ângulo de potência, a tensão interna por unidade e a corrente de campo.
- Usando MATLAB, plote a corrente de campo em ampères como função da potência por unidade do gerador até a plena carga.

Solução

- Com a tensão de terminal mantida constante em $V_a = 1,0$ por unidade, a potência pode ser expressa como

$$P = \frac{V_a V_{eq}}{X_{eq}} \sin \delta_t = \frac{1}{0,23} \sin \delta_t = 4,35 \sin \delta_t$$

onde δ_t é o ângulo da tensão de terminal em relação a \hat{V}_{eq} . Para $P = 1,0$ por unidade, $\delta_t = 13,3^\circ$ e, conseqüentemente, \hat{I} é igual a

$$\hat{I}_a = \frac{V_a e^{j\delta_t} - V_{eq}}{jX_{eq}} = 1,007 e^{j62,7^\circ}$$

e

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_{eq} + j(X_{eq} + X_s)\hat{I}_a = 1,78 e^{j62,7^\circ}$$

ou $E_{af} = 1,78$ por unidade, correspondendo a uma corrente de campo (da Eq. 5.37) de

$$I_f = 1,78 \times 297 = 529 \text{ [A]}$$

O respectivo ângulo de potência é $62,7^\circ$.

- A Figura 5.16 é a plotagem MATLAB desejada. Podemos ver que I_f varia, indo de 1,0 em $P = 0$ até 1,78 em $P = 1,0$.

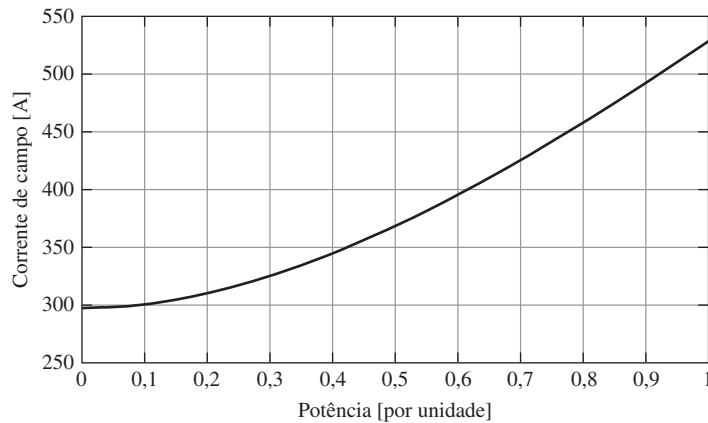


Figura 5.16 Plotagem de MATLAB da corrente de campo *versus* potência por unidade do Exemplo 5.7.

Aqui está o *script* de MATLAB, onde AFNL é a CCAV:

```

clc
clear

%Parâmetros do sistema
Veq = 1.0;
Xeq = .23;
Xs = 1.35;
AFNL = 297;

%Ajuste a tensão de terminal para a unidade
Vterm = 1.0;

n = 1:101;
P = (n-1)/100;
deltat = asin(P*Xeq/(Vterm*Veq));
Ia = (Vterm *exp(j*deltat) - Veq)/(j*Xeq);
Eaf = abs(Vterm + j*(Xs+Xeq)*Ia);
If = AFNL*Eaf;

%Agora plote os resultados
plot(P,If)
xlabel('Potência [por unidade]')
ylabel('Corrente de campo [A]')

```

Exemplo 5.8

Um motor síncrono trifásico de 2000 HP, 2300 V, ligado em Y, 30 polos e 60 Hz tem uma reatância síncrona de $1,95 \Omega/\text{fase}$ e $\text{CCAV} = 370 \text{ A}$. O motor está conectado a uma fonte de tensão constante de 60 Hz e 2300 V por meio de um alimentador de reatância $32 \Omega/\text{fase}$. Para os propósitos deste problema, todas as perdas podem ser desprezadas.

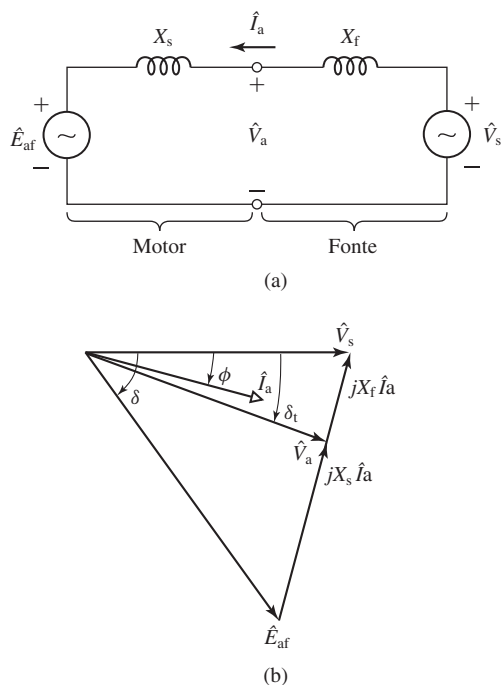


Figura 5.17 Circuito equivalente e diagrama fasorial para o Exemplo 5.8.

O motor tem um regulador automático de tensão que é ajustado para manter sua tensão de terminal em 2300 V. Se o motor estiver operando com sua potência nominal, calcule sua corrente de terminal, a potência reativa fornecida ao motor em seus terminais e a respectiva corrente de campo do motor.

Solução

Embora essa máquina seja certamente do tipo de polos salientes, resolveremos o problema usando a teoria simples do rotor cilíndrico. Desse modo, a solução não leva em consideração o conjugado de relutância e, portanto, como discutido na Seção 5.7, subestima de certa forma a capacidade de potência máxima da máquina.

Como mostrado no circuito equivalente da Figura 5.17(a), para os objetivos deste exemplo, usaremos o sentido motor de referência para a corrente. Da Eq. 5.45 e do diagrama fasorial da Figura 5.17(b), $V_a = V_s = 2300/\sqrt{3}$ V = 1328 V, tensão de fase, e com $P = 2000$ HP = 1492 kW, obtemos

$$\begin{aligned} \delta_t &= -\arcsen\left(\frac{P X_f}{3 V_a V_s}\right) \\ &= -\arcsen\left(\frac{1492 \times 10^3 \times 0,32}{3 \times 1328^2}\right) \\ &= -5,18^\circ \end{aligned}$$

onde o sinal negativo é devido ao fato de que a potência circula da fonte para o motor e, portanto, \hat{V}_a está atrasada em relação a \hat{V}_s ,

$$\hat{V}_a = V_a e^{j\delta_t} = 1328 e^{-j5,18^\circ}$$

Assim,

$$\hat{I}_a = \frac{V_s - \hat{V}_a}{jX_f} = \frac{1328 - 1328e^{-j5,18^\circ}}{j0,32} = 375 e^{-j2,59^\circ} \quad [\text{A}]$$

e a potência reativa Q fornecida ao motor é igual a

$$Q = \text{Im}[3 \hat{V}_a \hat{I}_a^*] = -67,5 \quad [\text{kvar}]$$

onde a notação $\text{Im}[\]$ indica a parte imaginária de um número complexo e o símbolo $*$ indica o conjugado complexo. O fato da potência reativa que entra no motor ser negativa significa que o motor na realidade está fornecendo potência reativa ao sistema nessas condições de operação.

Do circuito equivalente monofásico, entre linha e neutro, da Figura 5.17(a) vemos que

$$\begin{aligned} \hat{E}_{af} &= \hat{V}_s - j(X_s + X_f)\hat{I}_a = 1328 + j(1,95 + 0,32) \times 375 e^{-j2,59^\circ} \\ &= 1544 e^{-j33,40^\circ} \quad [\text{V}] \end{aligned}$$

Observe que tensões de fase devem ser usadas e, portanto, $E_{af} = 1544$ V, tensão de fase, ou 2674 V, tensão de linha. Aqui, vemos que E_{af} é igual a 1,16 vezes a tensão nominal de máquina (1,16 por unidade) e assim podemos calcular a corrente de campo a partir da Eq. 5.37 como

$$I_f = 1,16 \times \text{CCAV} = 430 \quad [\text{A}]$$

Problema prático 5.7

Repita o Exemplo 5.8 para uma tensão de fonte de 2315 V.

Solução

$$I_a = 375 \text{ A}$$

$$Q = 23,5 \text{ kVA}$$

$$I_f = 417 \text{ A}$$

5.5 Características de operação em regime permanente

As principais características de funcionamento de uma máquina síncrona em regime permanente são descritas pelas interrelações existentes entre a tensão de terminal, a corrente de campo, a corrente de armadura, o fator de potência e o rendimento. Uma seleção de características importantes de desempenho de máquinas síncronas em aplicações práticas será apresentada nesta seção.

Em geral, os valores nominais dos geradores síncronos são fornecidos em termos de uma carga de potência aparente máxima (kVA ou MVA) que pode ser fornecida continuamente sem superaquecimento, com valores específicos de tensão e fator

de potência (muitas vezes 80, 85 ou 90%, atrasado). Como elas costumam operar com regulação de tensão de terminal, os geradores síncronos operam normalmente com uma tensão de terminal cujo valor está dentro de $\pm 5\%$ em torno da tensão nominal. Quando a potência ativa de carga e a tensão são fixadas, a potência de carga reativa permitida é limitada pelo aquecimento dos enrolamentos da armadura ou do campo. A região de operação permitida de um gerador síncrono é apresentada, na maioria das vezes, na forma de uma *curva de capacidade* que fornece os carregamentos máximos de potência reativa correspondentes a diversas cargas de potência ativa operando na tensão de terminal nominal.

A Figura 5.18 mostra um conjunto típico de *curvas de capacidade* para um turbogerador de grande porte refrigerado com hidrogênio. Observe que as três curvas vistas na figura correspondem a pressões diferentes do gás hidrogênio de refrigeração. O aumento da pressão de hidrogênio melhora o resfriamento e, como se pode ver na Figura 5.18, permite uma carga global maior para a máquina.

O aquecimento do enrolamento de armadura é o fator limitante dentro da região que está compreendida entre os valores unitário e nominal do fator de potência (0,85 atrasado, na Figura 5.18). Por exemplo, para uma determinada potência de carga ativa, quando se aumenta a potência reativa, além dos limites da porção de aquecimento de armadura da curva de capacidade, resulta uma corrente de armadura superior a que é possível de ser refrigerada com sucesso, resultando temperaturas de enrolamento de armadura que danificam o seu isolamento e degradam a sua vida útil. De modo

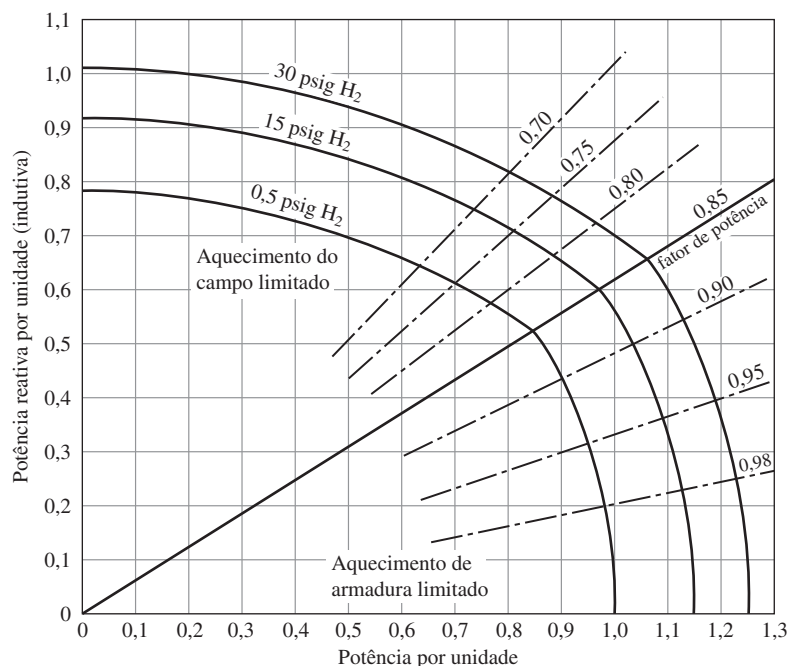


Figura 5.18 Curvas de capacidade de um turbogerador, refrigerado com hidrogênio, fator de potência de 0,85 e relação de curto-circuito de 0,80. A potência da base em MVA é a potência nominal na pressão de 0,5 psig de hidrogênio.

semelhante, para fatores de potência baixos, o aquecimento do enrolamento de campo é o fator limitante.

As curvas de capacidade fornecem uma orientação valiosa tanto para os planejadores de sistemas de potência como para os operadores. Quando os planejadores de sistema estão analisando modificações e acréscimos a um sistema de potência, eles podem rapidamente verificar se os diversos geradores existentes ou propostos podem abastecer com segurança as cargas demandadas. De modo semelhante, os operadores de sistema podem ver rapidamente se geradores individuais podem responder com segurança às alterações de carga do sistema que em geral ocorrem durante a operação do sistema.

A seguir, será vista a obtenção das curvas de capacidade, como as da Figura 5.18. A operação, sob condições de tensão de terminal e corrente de armadura constantes (no valor máximo permitido pelas limitações de aquecimento), corresponde a um valor constante de potência aparente de saída que é determinada pelo produto da tensão de terminal pela corrente. Como a potência aparente S por unidade é dada por

$$S = V_a I_a = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{5.48}$$

onde P representa a potência ativa por unidade e Q representa a potência reativa por unidade, é possível ver que uma potência aparente constante corresponde a um círculo cujo centro está na origem do gráfico da potência reativa *versus* a potência ativa. Da Eq. 5.48 e para uma tensão de terminal constante, observe também que a potência aparente constante corresponde a uma corrente de enrolamento de armadura constante e, conseqüentemente, a um aquecimento constante do enrolamento de armadura. Esse círculo, que corresponde ao nível máximo aceitável de aquecimento da armadura, está mostrado na Figura 5.19.

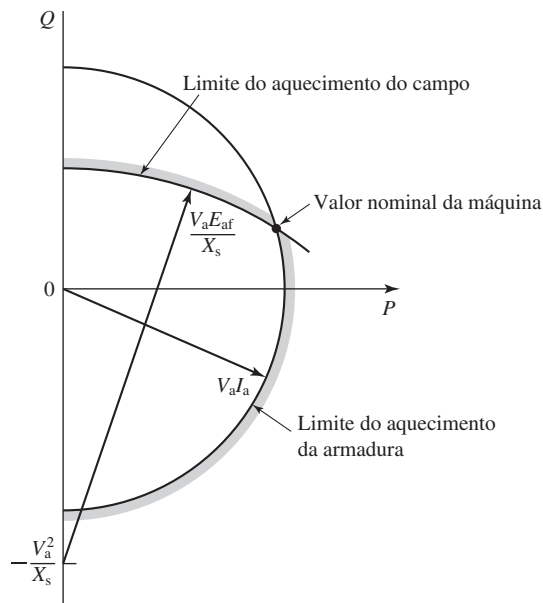


Figura 5.19 Construção usada na obtenção da curva de capacidade de um gerador síncrono.

De modo semelhante, considere o funcionamento quando a tensão de terminal é constante e a corrente de campo (e consequentemente a tensão gerada E_{af}) está limitada a um valor máximo, também determinado por limitações de aquecimento. Por unidade, temos

$$P - jQ = \hat{V}_a \hat{I}_a \quad (5.49)$$

Da Eq. 5.25 (com $R_a = 0$),

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a + jX_s \hat{I}_a \quad (5.50)$$

As Eqs. 5.49 e 5.50 podem ser resolvidas resultando

$$P^2 + \left(Q + \frac{V_a^2}{X_s}\right)^2 = \left(\frac{V_a E_{af}}{X_s}\right)^2 \quad (5.51)$$

Essa equação corresponde ao círculo centrado em $Q = -(V_a^2/X_s)$ na Figura 5.19 e determina o limite de aquecimento do campo na operação da máquina mostrada na Figura 5.18. É comum especificar os valores nominais da máquina (potência aparente e fator de potência) como o ponto de interseção das curvas limites de aquecimento da armadura e do campo, como mostrado na Figura 5.19.

Com se pode ver nas curvas de capacidade da Figura 5.18, há limitações adicionais impostas à operação de um gerador quando está trabalhando subexcitado e absorvendo potência reativa ($Q < 0$). Essas limitações, não mostradas na Figura 5.19, estão associadas com o aquecimento nas regiões de terminação do núcleo do estator de um gerador operando em condições de subexcitação assim como limites de estabilidade impostos pelo sistema ao qual um gerador específico está conectado.

Exemplo 5.9

Considere um gerador síncrono com especificações nominais de 13,8 kV, 150 MVA, 0,9 de fator de potência (fp) com uma reatância síncrona de 1,18 pu (por unidade) e CCAV = 680 A. Sabendo que o fator de potência nominal do gerador é determinado pela interseção das curvas-limites de aquecimento da armadura e do campo, calcule a corrente de campo máxima que pode ser fornecida ao gerador sem ultrapassar o limite de aquecimento do campo.

Solução

Baseado na suposição de que o fator de potência nominal desse gerador é determinado pela interseção das curvas-limites de aquecimento da armadura e do campo, como mostrado na Figura 5.19, vemos que neste ponto de operação, $V_a = 1,0$ por unidade e

$$I_a = 1,0 e^{j\phi}$$

onde $\phi = -\cos^{-1}(0,9) = -25,84^\circ$. Observe que ϕ é negativo porque a potência reativa $Q = \text{Im}[\hat{V}_a \hat{I}_a]^*$ é positiva. Da Eq. 5.50

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a + jX_s \hat{I}_a = 1,0 + j1,18 \times 1,0 e^{-j25,84^\circ} = 1,850 e^{j35,04^\circ}$$

Assim, vemos que o aquecimento de campo limita o valor máximo da tensão gerada a 1,85 e assim limita a corrente de campo a um valor máximo de $1,85 \times \text{CCAV} = 1258$ A.

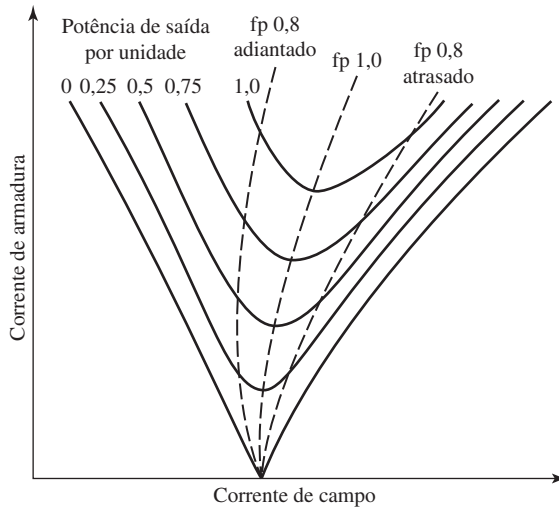


Figura 5.20 Forma típica das curvas V de um gerador síncrono.

Para uma determinada potência ativa de carga e tensão de terminal, o fator de potência com o qual uma máquina síncrona opera, e conseqüentemente sua corrente de armadura, pode ser controlado ajustando a excitação do seu campo. Uma curva da corrente de armadura em função da corrente de campo, para potência ativa e tensão de terminal constantes, é conhecida como *curva V* devido à sua forma característica. Uma família de curvas V para um gerador síncrono correspondente a várias cargas de potência ativa tem a forma mostrada na Figura 5.20.

As linhas tracejadas são os locais de fator de potência constante. Elas são denominadas *curvas compostas* mostrando como a corrente de campo deve ser variada à medida que a carga é alterada para manter constante o fator de potência. Pontos à direita da curva composta de fator de potência unitário correspondem a uma sobre-excitação e a fator de potência atrasado; pontos à esquerda correspondem a uma subexcitação e fator de potência adiantado. As curvas V e as curvas compostas de um motor síncrono são muito semelhantes às dos geradores síncronos. De fato, se não fosse pelos pequenos efeitos da resistência de armadura, as curvas compostas de motores e geradores seriam idênticas exceto que as curvas com fatores de potência atrasado e adiantado seriam trocadas.

A natureza de uma curva V é melhor compreendida com o auxílio de um diagrama fasorial. Considere o diagrama fasorial da Figura 5.21, representando a Eq. 5.50 para um gerador síncrono operando com tensão de terminal constante V_a , potência ativa constante P e três valores diferentes de corrente de campo. Para simplificar esta discussão, vamos supor que todas as grandezas são expressas por unidade e, portanto, a potência ativa é dada por

$$P = \text{Re}[\hat{V}_a \hat{I}_a^*] = V_a I_a \cos \phi \tag{5.52}$$

onde ϕ é o ângulo de \hat{I}_a em relação a \hat{V}_a . Como V_a e P são constantes, vemos da Eq. 5.52 que

$$I_a \cos \phi = \text{constante} \tag{5.53}$$

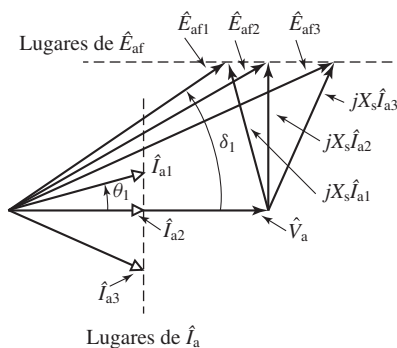


Figura 5.21 Diagrama fasorial para operação com potência constante em tensão de terminal constante.

e desse modo a projeção de \hat{I}_a sobre \hat{V}_a é constante. Como resultado, as extremidades de todos os fasores \hat{I}_a devem estar localizadas ao longo da linha vertical tracejada denominada “Lugares de \hat{I}_a ” na Figura 5.21. De modo semelhante, como \hat{E}_{af} é obtido adicionando o fasor $jX_s \hat{I}_a$, que é perpendicular ao fasor \hat{I}_a , a \hat{V}_a , pode-se mostrar que as extremidades de todos os fasores \hat{E}_{af} devem estar localizadas ao longo da linha horizontal tracejada denominada “Lugares de \hat{E}_{af} ” na Figura 5.21.

Considere o funcionamento com a corrente \hat{I}_{a1} da Figura 5.21, caso em que o gerador está operando com um fator de potência adiantado (ϕ_1 é positivo). Nesse caso, portanto, sua saída de potência reativa, dada por

$$Q = \text{Im}[\hat{V}_a \hat{I}_a^*] = -V_a I_a \sin \phi \quad (5.54)$$

é negativa, isto é, o gerador está absorvendo potência reativa do sistema externo. Observe que, nessa condição de funcionamento, a respectiva tensão gerada \hat{E}_{af} tem o menor valor dos três pontos de operação, correspondendo ao menor valor de corrente de campo, como pode ser visto da Eq. 5.37. Quando um gerador síncrono está absorvendo potência reativa, dizemos que ele está *subexcitado*.

A seguir, considere o funcionamento com fator de potência unitário, correspondendo à corrente de terminal \hat{I}_{a2} no diagrama fasorial. Vemos que o valor da respectiva tensão gerada \hat{E}_{af2} é maior do que o da primeira condição de operação. Assim, se o gerador estiver operando subexcitado, um aumento de corrente de campo reduzirá a corrente de armadura e melhorará o fator de potência, reduzindo a potência reativa absorvida pelo gerador. O mínimo de corrente de armadura ocorre quando o gerador está operando com fator de potência unitário (potência reativa zero).

Como se pode ver no diagrama fasorial, um novo aumento na corrente de campo (e o respectivo aumento em E_{af}) resultará em um incremento na corrente de armadura desde seu valor mínimo. Por exemplo, considere o ponto de operação correspondente à corrente de terminal \hat{I}_{a3} e tensão gerada \hat{E}_{af3} . Nessas condições, o gerador está funcionando com fator de potência atrasado (ϕ_3 é negativo) e portanto a potência reativa de terminal é positiva. Nesse caso, o gerador fornece potência reativa ao sistema externo. Quando um gerador síncrono está fornecendo potência reativa, dizemos que ele está *sobre-excitado*.

Exemplo 5.10

Calcule a corrente de campo em ampères do gerador do Exemplo 5.9 se ele estiver operando com sua tensão de terminal nominal e fator de potência unitário com cargas de potência ativa de 0,5, 0,75 e 1,0 por unidade.

Solução

Com fator de potência unitário, a corrente de terminal por unidade é

$$I_a = \frac{P}{V_a} = \frac{0,5}{1,0} = 0,5$$

Como se pode ver no diagrama fasorial da Figura 5.21, o fasor $j X_s \hat{I}_a$ é perpendicular a \hat{V}_a e, portanto,

$$E_{af} = \sqrt{V_a^2 + (X_s I_a)^2} = \sqrt{(1,0)^2 + (1,18 \times 0,5)^2} = 1,161$$

e, da Eq. 5.37, temos

$$I_f = E_{af} \times CCAV = 1,161 \times 680 = 789 \text{ [A]}$$

De modo semelhante, para $P = 0,75$ por unidade, $I_f = 908$ A e para $P = 1,0$ por unidade, $I_f = 1052$ A.

Exemplo 5.11

Usando MATLAB, plote a corrente de terminal por unidade *versus* a corrente de campo em ampères para o gerador do Exemplo 5.9 que está operando na tensão de terminal nominal e potência ativa de 0,7 por unidade quando o fator de potência do gerador varia de 0,8 adiantado até 0,8 atrasado.

Solução

Para o intervalo especificado de fator de potência, o ângulo de fator de potência varia no intervalo $\phi_0 \geq \phi \geq -\phi_0$ onde $\phi_0 = \cos^{-1}(0,8) = 36,87^\circ$. Da Eq. 5.52, vemos que para um determinado valor de ϕ a corrente de terminal por unidade pode ser obtida por

$$I_a = \frac{P}{V_a \cos \phi}$$

e assim

$$\hat{I}_a = \left(\frac{P}{V_a \cos \phi} \right) e^{j\phi}$$

A tensão gerador por unidade poderá então ser obtida da Eq. 5.50 e a corrente de campo, da Eq. 5.37. A plotagem resultante está mostrada na Figura 5.22.

Aqui está o script de MATLAB, onde AFNL corresponde a CCAV:

```
clc
clear

% Parâmetros do gerador
Va = 1.0;
Xs = 1.18;
```

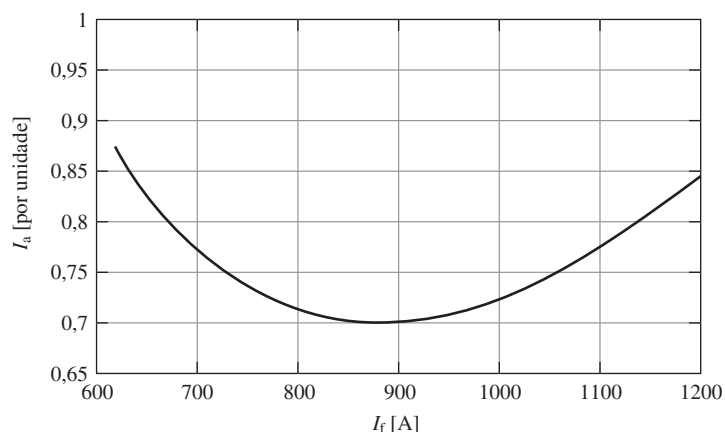


Figura 5.22 Plotagem MATLAB da corrente de terminal por unidade *versus* corrente de campo do Exemplo 5.11.

```

AFNL = 680;
P = 0.7;
theta = acos(0.8)*(1:-.01:-1);
Ia = P./(Va*cos(theta));
Iahat = Ia.*exp(j*theta);
Eafhat = Va+j*Xs*Iahat;
Eaf = abs(Eafhat);
If = Eaf*AFNL;

plot(If,Ia,'LineWidth',2)
xlabel('I_f [A]','FontSize',20)
ylabel('I_a [por unidade]','FontSize',20)
set(gca,'FontSize',20)
set(gca,'xlim',[600 1200])
grid on

```

Como vimos, os geradores síncronos podem fornecer potência tanto ativa como reativa. Um tipo especial de gerador síncrono, projetado para fornecer apenas potência reativa, é denominado *condensador síncrono*. Os condensadores síncronos operam sem máquinas motrizes⁴ e sua função é fornecer ou absorver potência reativa de um sistema de potência, controlando assim a tensão do sistema no ponto ao qual estão conectados. Como aproximação simples, podemos vê-los como uma fonte de tensão CA ajustável controlada por sua corrente de campo. Observe que esse tipo de funcionamento corresponde a operar ao longo do eixo de potência ativa zero das curvas de capacidade das Figuras 5.18 e 5.19.

⁴ Um motor relativamente pequeno, suficiente para fornecer potência para as perdas rotativas, pode ser usado para atingir a velocidade de operação e para a colocação em paralelo com o sistema de potência.

Exemplo 5.12

Considere um condensador síncrono conectado a um sistema de potência que pode ser representado por uma tensão de equivalente Thévenin V_{eq} e reatância em série X_{eq} , como mostrado na Figura 5.14. O condensador síncrono tem especificações nominais de 75 MVA e 13,8 kV com uma reatância síncrona de 0,95 por unidade e $CCAV = 830$ A. Se a tensão equivalente do sistema for 13,75 kV e $X_{eq} = 0,02$ por unidade tomando como base o gerador, calcule a corrente de campo do gerador necessária para elevar a tensão de terminal do gerador e consequentemente a tensão local do sistema para 13,8 kV e a potência reativa fornecida nessa condição de operação.

Solução

Nessa condição de operação, $V_{eq} = 13,75/13,80 = 0,9964$ por unidade e a tensão de terminal do gerador é $V_a = 1,0$ por unidade. Como não há circulação de potência ativa, sabemos que essas tensões estão em fase e portanto a corrente de terminal do gerador é

$$\hat{I}_a = \frac{(V_a - V_{eq})}{jX_{eq}} = \frac{(1,0 - 0,9964)}{j 0,02} = -j 0,181 \text{ por unidade}$$

A tensão gerada por unidade pode então ser obtida da Eq. 5.50 como

$$\hat{E}_{af} = V_a + jX_s \hat{I}_a = 1,172 \text{ por unidade}$$

Assim, da Eq. 5.37, a corrente de campo é igual a $I_f = 830 \times 1,172 = 973$ A.

Finalmente, a potência reativa de saída do gerador é

$$Q = \text{Im}[\hat{V}_a \hat{I}_a^*] = 0,181 \text{ por unidade} = 13,6 \text{ Mvar}$$

Problema prático 5.8

Repita o Exemplo 5.12 quando a tensão equivalente do sistema é 13,88 kV.

Solução

$$I_f = 601 \text{ A}$$

$$Q = -0,290 \text{ por unidade} = -21,7 \text{ MVA}$$

Como ocorre com todas as máquinas eletromecânicas, o rendimento de uma máquina síncrona, que esteja operando em um ponto qualquer em especial, é determinado pelas perdas: perdas ôhmicas I^2R nos enrolamentos, perdas no núcleo, perdas suplementares e perdas mecânicas. Como essas perdas variam de acordo com as condições de operação e são um tanto difíceis de serem medidas com exatidão, vários procedimentos padronizados foram desenvolvidos para se calcular o rendimento das máquinas síncronas.⁵ Os princípios gerais desses cálculos estão descritos no Apêndice D.

⁵ Veja, por exemplo, IEEE Std. 115-2009, "IEEE Guide: Test Procedures for Synchronous Machines," Institute of Electrical and Electronic Engineers, Inc., www.ieee.org e NEMA Standards Publication No. MG-1-2009, "Motors and Generators," National Electrical Manufacturers Association, www.nema.org. No Brasil, a entidade responsável por essas especificações é a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas).

Exemplo 5.13

Na Figura 5.23, são mostrados dados relativos às perdas da máquina síncrona trifásica de 45 kVA, 220 V, 6 polos e 60 Hz dos Exemplos 5.4 e 5.5. Calcule o seu rendimento quando ela está funcionando como motor síncrono com uma tensão de terminal de 220 V e uma potência de entrada na sua armadura de 45 kVA com um fator de potência 0,80 adiantado. Suponha que os enrolamentos de armadura e de campo estejam a uma temperatura de 75°C.

Solução

As perdas ôhmicas I^2R devem ser calculadas com base nas resistências CC dos enrolamentos a 75°C. Corrigindo as resistências de enrolamento por meio da Eq. 5.39, obtêm-se

- Resistência do enrolamento de campo R_f a 75°C = 35,5 Ω
- Resistência CC de armadura R_a a 75°C = 0,0399 Ω /fase

Observe que, como as perdas suplementares são consideradas de forma separada na Figura 5.23, neste caso calcularemos as perdas de armadura usando a resistência CC em vez da resistência efetiva da Eq. 5.40.

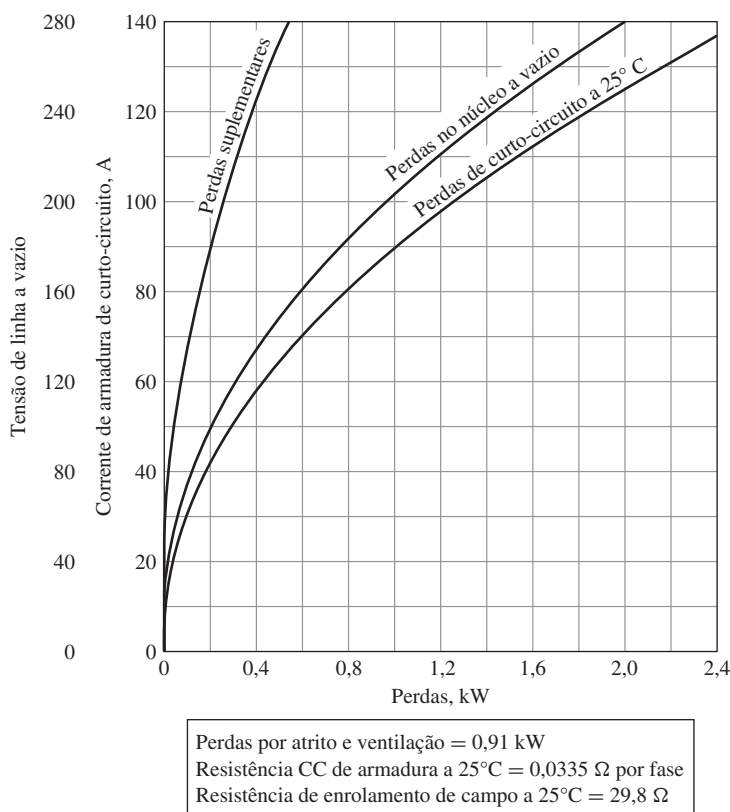


Figura 5.23 Perdas em uma máquina síncrona trifásica, ligada em Y, de 45 kVA, 220 V, 60 Hz e seis polos (Exemplo 5.13).

Para as condições especificadas de operação, o motor está trabalhando em seus valores de tensão e kVA nominais e, portanto, com o valor nominal de corrente de armadura (1,0 por unidade = 118 A). A corrente de armadura é, portanto,

$$\hat{I}_a = 1,0e^{j\phi}$$

onde $\phi = \arccos(0,8) = 36,9^\circ$.

A tensão gerada por unidade pode ser encontrada como

$$\hat{E}_{af} = V_a - (R_a + jX_s)\hat{I}_a$$

Aqui, $V_a = 1,0$ por unidade e $X_s = 0,775$ como foi calculado no Exemplo 5.4. R_a por unidade é calculada usando a impedância de base $Z_{base} = (220 \text{ V})^2/45 \text{ kVA} = 1,076\Omega$ como

$$R_a = \frac{0,0399}{1,076} = 0,0371 \quad \text{por unidade}$$

Assim,

$$\hat{E}_{af} = 1,572e^{-j24,1^\circ} \quad \text{por unidade}$$

Do Exemplo 5.4, temos que $CCAV = 2,84 \text{ A}$. A corrente I_f pode ser encontrada a partir da Eq. 5.37 como $I_f = E_{af} \times CCAV = 4,47 \text{ A}$. As perdas I^2R são, portanto,

$$I_f^2 R_f = 4,47^2 \times 35,5 = 708 \text{ W}$$

As perdas I^2R da armadura por unidade são

$$I_a^2 R_a = 3 \times 1,0^2 \times 0,0371 = 0,0371 \text{ por unidade}$$

e assim $I_a^2 R_a = 0,0371 \times (45 \times 10^3) = 1670 \text{ W}$.

Da Figura 5.23, com $I_a = 118 \text{ A}$, as perdas suplementares são iguais a 0,36 kW. Considera-se que as perdas suplementares são responsáveis pelas perdas causadas pelo fluxo de dispersão da armadura. As perdas no núcleo sob carga são basicamente uma função do fluxo principal presente no núcleo do motor. Como foi discutido no Capítulo 2, a tensão no ramo de magnetização de um transformador (correspondendo ao fluxo no núcleo do transformador) é calculada subtraindo, da tensão de terminal, a queda de tensão na impedância de dispersão. Fazendo uma analogia, o fluxo principal no núcleo de uma máquina síncrona (isto é, o fluxo de entreferro) pode ser calculado como se fosse a tensão (frequentemente referida como *tensão de entreferro*) presente na impedância de dispersão da máquina. Em geral, como a resistência de armadura é pequena, é comum ignorar a resistência e calcular a tensão na reatância de dispersão. Então, as perdas no núcleo podem ser estimadas a partir da curva de perdas no núcleo a vazio, usando o valor de tensão presente na reatância de dispersão.

Neste exemplo, desconhecemos a reatância de dispersão da máquina. Assim, uma abordagem consiste em simplesmente supor que a tensão de entreferro seja igual à tensão de terminal e determinar as perdas no núcleo sob carga a partir da curva de perdas no núcleo, correspondentes à tensão de terminal.⁶ Neste caso, a tensão de terminal é 220 V, tensão de linha, e assim, da Figura 5.23, as perdas no núcleo a vazio são 1,20 kW.

⁶ Mesmo não sendo rigorosamente correta, tornou-se comum a prática de ignorar a queda de tensão na impedância de dispersão quando as perdas no núcleo sob carga são determinadas.

Para estimar o efeito de se ignorar a queda de tensão na reatância de dispersão, vamos supor que a reatância de dispersão deste motor seja $X_{al} = 0,15$ por unidade. Nesse caso, a tensão de entreferro por unidade é igual a

$$\hat{V}_a - jX_{al}\hat{I}_a = 1,10e^{-j6,28^\circ}$$

o que corresponde a uma tensão de linha de 242 V. Da Figura 5.23, as perdas correspondentes no núcleo são 1,42 kW, ou seja, 220 W superiores ao valor obtido quando se usa a tensão de terminal. Para os objetivos deste exemplo, usaremos 1,42 kW.

Incluindo 0,91 kW de perdas por atrito e ventilação, agora todas as perdas foram obtidas:

$$\text{Perdas totais} = 0,708 + 1,67 + 0,36 + 1,42 + 0,91 = 5,07 \text{ kW}$$

A potência total de entrada do motor é a potência de entrada da armadura mais a potência dissipada no enrolamento de campo

$$\text{Potência de entrada} = 0,8 \times 45 + 0,708 = 36,7 \text{ kW}$$

e a potência de saída é igual à potência total de entrada menos as perdas totais

$$\text{Potência de saída} = 36,7 - 5,07 = 31,6 \text{ kW}$$

Portanto,

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{Potência de saída}}{\text{Potência de entrada}} = \frac{31,6}{36,7} = 0,862 = 86,2\%$$

Problema prático 5.9

Repita o Exemplo 5.13 para o caso em que o motor está operando com uma potência de entrada de 45 kW e um fator de potência unitário.

Solução

$$\text{Rendimento} = 89,9\%$$

Exemplo 5.14

Resultados experimentais são muitas vezes apresentados na forma tabular ou como gráficos, como os dados de perdas apresentados na Figura 5.23. Em geral, é útil expressar esses dados de forma funcional de modo que possam ser facilmente incorporados em programas de projeto e análise. O MATLAB contém diversas funções que podem ser usadas para realizar essa tarefa. Com base nos seguintes pontos de dados lidos da curva de perdas no núcleo a vazio, use a função *spline* do MATLAB para plotar uma curva das perdas no núcleo a vazio *versus* a tensão a vazio.

Tensão a vazio [V]	Perdas no núcleo a vazio [W]
0	0
50	200
80	600
110	1200
140	2000

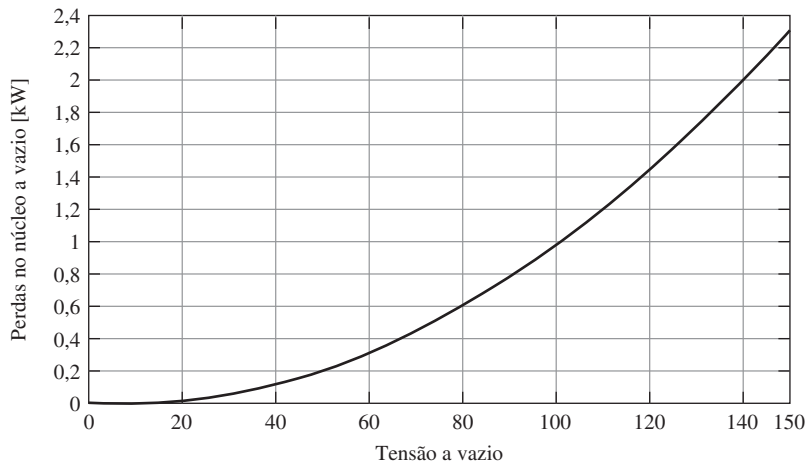


Figura 5.24 Plotagem MATLAB de perdas no núcleo a vazio *versus* tensão a vazio do Exemplo 5.14.

Solução

A plotagem de perdas no núcleo a vazio *versus* tensão a vazio está na Figura 5.24.

Aqui está o *script* de MATLAB:

```

clc
clear

% Tensão a vazio [V]
Voc(1) = 0;
Voc(2) = 50;
Voc(3) = 80;
Voc(4) = 110;
Voc(5) = 140;

% Perdas no núcleo [W]
Pcore(1) = 0;
Pcore(2) = 200;
Pcore(3) = 600;
Pcore(4) = 1200;
Pcore(5) = 2000;

% Seleccione um intervalo de tensões a vazio para a plotagem
VOC = 0:150;

% Use a função 'spline' para calcular as
% respectivas perdas no núcleo
PCORE = spline(Voc,Pcore,VOC);

% Plote os resultados

plot(VOC,PCORE/1000)
xlabel('Tensão a vazio')
ylabel('Perdas no núcleo a vazio [kW]')

```

5.6 Efeitos dos polos salientes; introdução à teoria dos eixos direto e em quadratura

As características essenciais das máquinas de polos salientes são desenvolvidas nesta seção com base no raciocínio físico. Um tratamento matemático, baseado na indutância para o equacionamento, como o apresentado na Seção 5.2, é dado no Apêndice C, onde a transformação $dq0$ é desenvolvida.

5.6.1 Ondas de fluxo e de FMM

Como o entreferro é uniforme, o fluxo produzido por uma onda de FMM em uma máquina de entreferro uniforme não depende do alinhamento espacial da onda em relação aos polos do campo. Entretanto, em uma máquina de polos salientes, como a mostrada esquematicamente nas Figuras 4.4 e 4.6, a direção preferencial de magnetização é determinada pelos polos com protuberâncias do campo. A permeância ao longo do eixo polar, referido em geral como *eixo direto* do rotor, é consideravelmente maior do que a presente ao longo do eixo interpolar, referido muitas vezes como *eixo de quadratura*.

O enrolamento de campo produz fluxo que está alinhado com os polos do campo e conseqüentemente segundo o eixo direto do rotor. Assim, quando diagramas fasoriais são desenhados, a FMM do enrolamento de campo e o fluxo correspondente $\hat{\phi}_f$ estão localizados ao longo do eixo direto do rotor. A tensão interna gerada é proporcional à derivada, em relação ao tempo, do fluxo do enrolamento de campo e, assim, o seu fasor \hat{E}_{af} , em relação ao fluxo $\hat{\phi}_f$, está adiantado de 90° . Seguindo a convenção de que o eixo em quadratura está adiantado em relação ao eixo direto de 90° ⁷, vemos que **o fasor da tensão gerada \hat{E}_{af} está localizado ao longo do eixo em quadratura**. Desse modo, um ponto-chave da análise dos diagramas fasoriais de uma máquina síncrona é que, após localizar o fasor \hat{E}_{af} , as localizações dos eixos direto e em quadratura podem ser determinadas imediatamente. Isso forma a base da formulação, em termos de eixos direto e em quadratura, que é usada na análise das máquinas de polos salientes em que todas as tensões e correntes da máquina podem ser decompostas em suas *componentes segundo os eixos direto e em quadratura*.

Em uma máquina de rotor cilíndrico sem polos salientes, uma onda de FMM distribuída senoidalmente produzirá uma distribuição de fluxo no entreferro com harmônicas espaciais senoidais. Isso não ocorre nas máquinas de polos salientes nas quais a mesma onda de FMM distribuída senoidalmente produzirá componentes harmônicas espaciais do fluxo de entreferro além da componente fundamental. Felizmente, a experiência mostrou que em muitos casos essas componentes harmônicas espaciais de fluxo podem ser ignoradas e as máquinas de polos salientes são em geral analisadas simplesmente baseando-se nas componentes harmônicas espaciais funda-

⁷ Alternativamente, embora menos comum, alguns autores definem o eixo direto como adiantado em relação ao eixo de quadratura em 90° .

mentais do fluxo de entreferro e sabendo que as amplitudes dessas componentes de fluxo são determinadas pela magnitude de suas FMMs associadas e a orientação das FMMs em relação ao eixo direto do rotor. Na discussão que segue, uma *grandeza de eixo direto* é uma cujo efeito magnético está alinhado com os eixos dos polos do campo; as FMMs de eixo direto produzem fluxos ao longo desses eixos. Uma *grandeza de eixo em quadratura* é uma cujo efeito magnético está centrado no espaço interpolar.

Focalizando a nossa atenção nas componentes espaciais fundamentais de FMM e de fluxo de entreferro, os efeitos dos polos salientes podem ser levados em consideração decompondo a corrente de armadura \hat{I}_a em duas componentes, uma ao longo do eixo direto e outra ao longo do eixo em quadratura, como mostra o diagrama fasorial da Figura 5.25. Assim,

$$\hat{I}_a = \hat{I}_d + \hat{I}_q \tag{5.55}$$

Usando a notação de gerador para a corrente de armadura, com o sentido de referência da corrente de armadura sendo definido para fora dos terminais da armadura, uma corrente positiva de armadura produz um fluxo de desmagnetização. Portanto, a componente positiva de eixo direto \hat{I}_d da corrente de armadura mostrada na Figura 5.25 produz uma componente negativa do fluxo fundamental espacial de armadura $\hat{\Phi}_{ad}$ ao longo do eixo direto negativo.

A componente de eixo de quadratura da corrente de armadura \hat{I}_q , em fase com a tensão gerada, produz uma componente do fluxo fundamental espacial de reação de armadura $\hat{\Phi}_{aq}$. O fluxo fundamental espacial líquido de reação de armadura $\hat{\Phi}_{ar}$ produzido pela corrente de armadura é a soma fasorial das componentes de eixos direto e em quadratura $\hat{\Phi}_{ad}$ e $\hat{\Phi}_{aq}$, como mostrado na figura. O fluxo resultante $\hat{\Phi}_R$, que é a

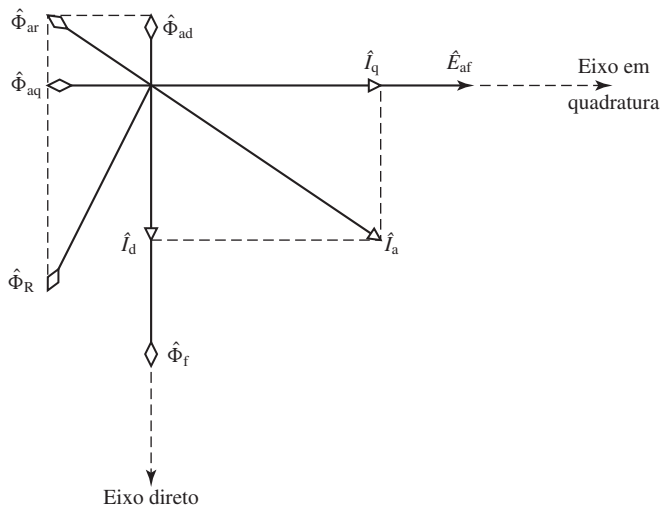


Figura 5.25 Diagrama fasorial de um gerador síncrono de polos salientes.

componente líquida de entreferro do fluxo que concatena o enrolamento de armadura, é a soma de $\hat{\Phi}_{ar}$ e o fluxo de campo $\hat{\Phi}_f$.

5.6.2 Diagramas fasoriais para máquinas de polos salientes

Os efeitos indutivos das ondas de fluxo de armadura nos eixos direto e em quadratura podem ser vistos como responsáveis pelas *reatâncias de magnetização de eixo direto e em quadratura*, $X_{\varphi d}$ e $X_{\varphi q}$, respectivamente, similares à reatância de magnetização X_φ da teoria do rotor cilíndrico. Essas reatâncias são responsáveis pelos efeitos indutivos dos fluxos fundamentais espaciais de entreferro criados pelas correntes de armadura ao longo dos eixos direto e em quadratura $\hat{\Phi}_{ad}$ e $\hat{\Phi}_{aq}$, respectivamente. Devido ao entreferro maior entre os polos e à respectiva relutância mais elevada, o fluxo fundamental espacial de armadura, quando a FMM de armadura está alinhada com o eixo em quadratura, é menor do que o fluxo fundamental espacial de armadura que seria criado pela mesma corrente de armadura se a onda FMM de armadura estivesse alinhada com o eixo direto.

Para cada uma das componentes de corrente \hat{I}_d e \hat{I}_q , há associada uma componente de queda de tensão nas reatâncias síncronas, $j \hat{I}_d X_d$ e $j \hat{I}_q X_q$, respectivamente. As reatâncias X_d e X_q são, respectivamente, as *reatâncias síncronas de eixo direto e em quadratura* e são iguais à soma das reatâncias de magnetização de eixos direto e em quadratura e a reatância de dispersão do enrolamento de armadura. As reatâncias síncronas de eixo direto e em quadratura são dadas então por

$$X_d = X_{\varphi d} + X_{al} \quad (5.56)$$

$$X_q = X_{\varphi q} + X_{al} \quad (5.57)$$

onde X_{al} é a reatância de dispersão da armadura, considerada a mesma para as correntes de eixo direto e em quadratura. Compare as Eqs. 5.56 e 5.57 com a Eq. 5.26, do caso de polo não saliente. Como já discutimos, a reatância síncrona de eixo em quadratura X_q é menor do que a de eixo direto X_d devido à relutância maior do entreferro mais longo no eixo em quadratura. Observe que um pequeno efeito de polo saliente está presente mesmo nos turboalternadores de rotor cilíndrico devido ao efeitos das ranhuras para o enrolamento de campo no eixo em quadratura do rotor.

Como mostrado no diagrama fasorial do gerador da Figura 5.26, a tensão gerada \hat{E}_{af} é igual à soma fasorial da tensão de terminal \hat{V}_a mais a queda de tensão na resistência de armadura $\hat{I}_a R_a$ e as quedas de reatância síncrona $j \hat{I}_d X_d + j \hat{I}_q X_q$.

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a + R_a \hat{I}_a + j X_d \hat{I}_d + j X_q \hat{I}_q \quad (5.58)$$

Desse diagrama fasorial, vemos também que, dados o ângulo ϕ de fator de potência e o ângulo de potência δ , os valores das correntes componentes podem ser encontrados como

$$I_d = I_a \sin(\delta - \phi) \quad (5.59)$$

$$I_q = I_a \cos(\delta - \phi) \quad (5.60)$$

Observe que poderia parecer, a partir da Figura 5.26, que o ângulo apropriado seria $\delta + \phi$. Entretanto, isso não é correto porque o diagrama fasorial da Figura 5.26 foi

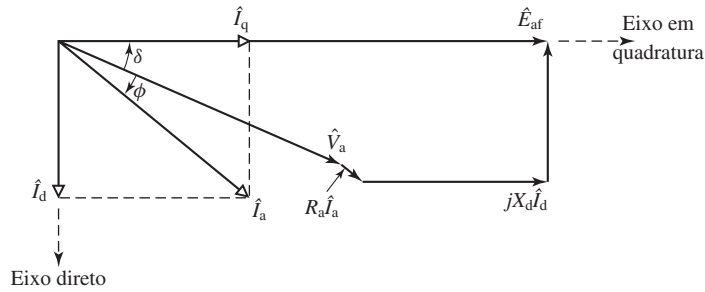


Figura 5.26 Diagrama fasorial de um gerador síncrono mostrando as relações entre as tensões e as correntes.

desenhado para o caso de um fator de potência atrasado e, portanto, o ângulo ϕ assim como está desenhado tem um valor negativo.

Como no caso da reatância síncrona X_s de uma máquina de rotor cilíndrico, as reatâncias X_d e X_q não são constantes em relação à densidade de fluxo, mas saturam à medida que a densidade de fluxo da máquina cresce. É comum encontrar especificados os valores desses parâmetros tanto para o caso de saturação como o de não saturação.⁸ Os valores de saturação aplicam-se a condições típicas de operação da máquina em que a tensão de terminal está próxima de seu valor nominal. Para os nossos propósitos neste capítulo e em outros locais do livro, não daremos atenção a essa questão e, a não ser que especificamente expresso, o leitor pode assumir que os valores de X_d e X_q dados são os de saturação.

Ao desenhar um diagrama fasorial como o da Figura 5.26, a corrente de armadura deve ser decomposta em suas componentes de eixos direto e em quadratura. Essa decomposição supõe que o ângulo de fase $\delta - \phi$ da corrente de armadura em relação à tensão gerada é conhecido. Normalmente, entretanto, embora o ângulo de fator de potência ϕ nos terminais da máquina seja conhecido, o ângulo δ entre a tensão de terminal e a tensão gerada não é conhecido. Assim, é necessário localizar o eixo em quadratura e calcular δ .

Uma porção do diagrama fasorial da Figura 5.26 está repetido na Figura 5.27. Observe que, neste caso, em vez de adicionar os fasores $j \hat{I}_d X_d$ e $j \hat{I}_q X_q$ até a extremidade do fasor $\hat{I}_a R_a$, a figura mostra a soma dos fasores $j \hat{I}_d X_q$ e $j \hat{I}_q X_q$. Embora o fasor $j \hat{I}_d X_q$ seja menor do que o fasor $j \hat{I}_d X_d$ da Figura 5.26, ambos são paralelos ao eixo em quadratura e, portanto, em cada caso a adição do fasor $j \hat{I}_q X_q$ resulta em um fasor que termina no eixo em quadratura.

O ponto-chave do diagrama fasorial da Figura 5.27 é que, da Eq. 5.55, $j(\hat{I}_d + \hat{I}_q) X_q = j \hat{I}_a X_q$ e desse modo o **eixo de quadratura pode ser localizado adicionando o fasor $j \hat{I}_a X_q$ ao fasor $\hat{V}_a + \hat{I}_a R_a$** . Logo que o eixo em quadratura (e, conseqüentemente, δ) for conhecido, \hat{I}_d e \hat{I}_q podem ser determinados e a tensão gerada \hat{E}_{af} pode ser obtida da Eq. 5.58.

⁸ Veja, por exemplo, IEEE Std. 115-2009, “IEEE Guide: Test Procedures for Synchronous Machines,” Institute of Electrical and Electronic Engineers, Inc., www.ieee.org.

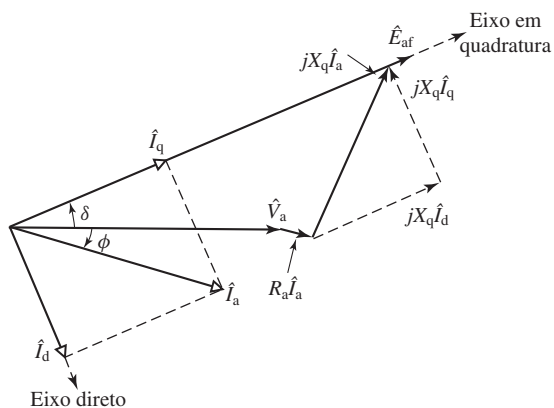


Figura 5.27 Diagrama fasorial ilustrando a técnica de localização do eixo em quadratura.

Exemplo 5.15

As reatâncias X_d e X_q de um gerador síncrono de polos salientes são 1,00 e 0,60 por unidade, respectivamente. A resistência de armadura pode ser considerada desprezível. Calcule a tensão gerada quando o gerador fornece seus kVA nominais, com fator de potência atrasado 0,80 e tensão nominal de terminal.

Solução

O diagrama fasorial está mostrado na Figura 5.28. Como se faz normalmente em tais problemas, a tensão de terminal \hat{V}_a será usada como fasor de referência, isto é, $\hat{V}_a = V_a e^{j0^\circ} = V_a$. Neste caso, a máquina está operando com tensão de terminal nominal e portanto $V_a = 1,0$ por unidade. Além disso, como a máquina está operando com seus kVA nominais, o valor da corrente de armadura é $I_a = 1,0$ por unidade.

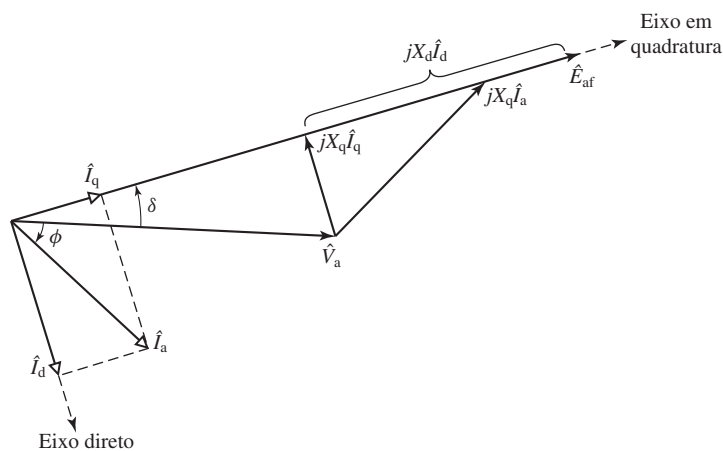


Figura 5.28 Diagrama fasorial do Exemplo 5.15.

Para um fator de potência 0,8 atrasado, o ângulo de fase ϕ da corrente de armadura é

$$\phi = \arccos(0,8) = -36,9^\circ$$

e, portanto,

$$\hat{I}_a = I_a e^{j\phi} = 1,0 e^{-j36,9^\circ}$$

A posição do eixo em quadratura é localizado pelo fasor

$$\hat{E}' = \hat{V}_a + jX_q \hat{I}_a = 1,0 + j0,60 \times 1,0 e^{-j36,9^\circ} = 1,44 e^{j19,4^\circ}$$

Assim, $\delta = 19,4^\circ$ e o ângulo de fase entre \hat{E}_{af} e \hat{I}_a é $\delta - \phi = 19,4^\circ - (-36,9^\circ) = 56,3^\circ$.

Agora, a corrente de armadura pode ser decomposta em suas componentes de eixo direto e em quadratura. Das Eqs. 5.59 e 5.60,

$$I_d = I_a \sin(\delta - \phi) = 1,00 \sin(56,3^\circ) = 0,832$$

e

$$I_q = I_a \cos(\delta - \phi) = 1,00 \cos(56,3^\circ) = 0,555$$

e, como fasores,

$$\hat{I}_d = 0,832 e^{j(19,4^\circ - 90^\circ)} = 0,832 e^{-j70,6^\circ}$$

e

$$\hat{I}_q = 0,555 e^{j19,4^\circ}$$

Agora podemos obter \hat{E}_{af} da Eq. 5.58,

$$\begin{aligned} \hat{E}_{af} &= \hat{V}_a + jX_d \hat{I}_d + jX_q \hat{I}_q \\ &= 1,0 + j1,0 \times 0,832 e^{-j70,6^\circ} + j0,6 \times 0,555 e^{j19,4^\circ} \\ &= 1,78 e^{j19,4^\circ} \end{aligned}$$

e vemos que $E_{af} = 1,78$ por unidade. Como esperado, observe que $\angle \hat{E}_{af} = 19,4^\circ = \delta$, confirmando assim que \hat{E}_{af} está localizado sobre o eixo em quadratura.

Problema prático 5.10

Repita o Exemplo 5.15 para fatores de potência de (a) 0,95 adiantado e (b) 0,95 atrasado.

Solução

- $\hat{E}_{af} = 1,11 e^{j35,1^\circ}$ por unidade
- $\hat{E}_{af} = 1,59 e^{j25,6^\circ}$ por unidade

Exemplo 5.16

Na teoria simplificada da Seção 5.2, assumiu-se que a máquina síncrona pudesse ser representada por uma única reatância, a reatância síncrona X_s da Eq. 5.26. Naturalmente, surge a questão: Quão boa uma aproximação será quando uma máquina de polos salientes for analisada desse modo simplificado? Pode-se supor que uma máquina de polos salientes seja analisada pela teoria do rotor cilíndrico, como se ela tivesse uma única reatância síncrona igual ao seu

valor de eixo direto X_d . Para investigar essa questão, vamos repetir o Exemplo 5.15 fazendo tal suposição.

Solução

Neste caso, assumindo que

$$X_q = X_d = X_s = 1,0 \text{ por unidade}$$

pode-se obter a tensão gerada simplesmente como

$$\begin{aligned}\hat{E}_{af} &= V_a + jX_s\hat{I}_a = 1,0 + j1,0 \times 1,0 e^{-j36,9^\circ} \\ &= 1,79 e^{j26,6^\circ} \text{ por unidade}\end{aligned}$$

Comparando esse resultado com o do Exemplo 5.15 (em que encontramos $\hat{E}_{af} = 1,78 e^{j19,4^\circ}$), vemos que o valor da tensão gerada prevista está relativamente próximo do valor correto. Como resultado, vemos que o cálculo da corrente de campo necessária para essa condição de operação será relativamente exato desde que se faça a suposição simplificadora de que os efeitos das saliências possam ser desprezados.

Entretanto, o cálculo do ângulo de potência δ ($19,4^\circ$ versus um valor de $26,6^\circ$, quando as saliências são desprezadas) mostra um erro consideravelmente maior. Em geral, tais erros de cálculo dos ângulos de potência, em regime permanente, podem ser significativos quando se estuda o comportamento transitório de um sistema que inclua diversas máquinas síncronas. Assim, embora as saliências possam ser ignoradas em alguns casos, como quando os cálculos feitos para um sistema são simplificados, elas raramente são ignoradas em estudos baseados em computador de sistemas de grande escala.

5.7 Características de ângulo de carga das máquinas de polos salientes

Para os propósitos desta seção, analisaremos uma máquina síncrona que atua como gerador e desprezaremos a resistência de armadura R_a porque em geral é pequena. Com R_a desprezada, a Eq. 5.58 pode ser escrita novamente em termos das componentes de eixos direto e em quadratura da tensão e da corrente como

$$\hat{E}_{af} = (\hat{V}_d + \hat{V}_q) + jX_d\hat{I}_d + jX_q\hat{I}_q \quad (5.61)$$

Sabendo que os fasores \hat{E}_{af} e $jX_d\hat{I}_d$ estão localizados ao longo do eixo em quadratura e $jX_q\hat{I}_q$ está sobre o eixo direto negativo, podemos reescrever a Eq. 5.61 em termos dos valores das componentes de eixos direto e em quadratura como

Eixo direto:

$$0 = V_d - X_q\hat{I}_q \quad (5.62)$$

Eixo em quadratura:

$$E_{af} = V_q + X_d\hat{I}_d \quad (5.63)$$

Essas relações estão ilustradas no diagrama fasorial da Figura 5.29. Observe que as Eqs. 5.61 a 5.63 baseiam-se no uso do sentido de referência do tipo gerador para a

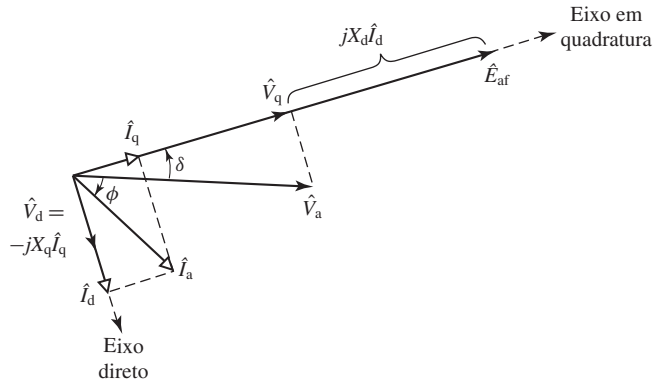


Figura 5.29 Diagrama fasorial ilustrando as componentes de eixos direto e em quadratura da Eq. 5.61.

corrente. No caso de uma análise baseada no sentido de referência do tipo motor, o sinal de cada termo envolvendo corrente deve ser trocado, ou seja, substitua \hat{I}_d por $-\hat{I}_d$ e \hat{I}_q por $-\hat{I}_q$.

A potência de saída do gerador (por fase e por unidade) pode ser calculada como

$$P = \text{Re}[\hat{V}_a \hat{I}_a^*] \tag{5.64}$$

Do diagrama fasorial da Figura 5.29, \hat{V}_a e \hat{I}_a podem ser escritos em termos dos valores de suas componentes dos eixos e do ângulo de potência δ como

$$\hat{V}_a = \hat{V}_d + \hat{V}_q = -jV_d e^{j\delta} + V_q e^{j\delta} \tag{5.65}$$

$$\hat{I}_a = \hat{I}_d + \hat{I}_q = -jI_d e^{j\delta} + I_q e^{j\delta} \tag{5.66}$$

Então, a substituição na Eq. 5.64 dá

$$\begin{aligned} P &= \text{Re}[(-jV_d e^{j\delta} + V_q e^{j\delta})(jI_d e^{-j\delta} + I_q e^{-j\delta})] \\ &= V_d I_d + V_q I_q \end{aligned} \tag{5.67}$$

Do diagrama fasorial da Figura 5.29, vemos que

$$V_d = V_a \text{sen } \delta \tag{5.68}$$

$$V_q = V_a \text{cos } \delta \tag{5.69}$$

e das Eqs. 5.62 e 5.63

$$I_d = \frac{E_{af} - V_q}{X_d} \tag{5.70}$$

$$I_q = \frac{V_d}{X_q} \tag{5.71}$$

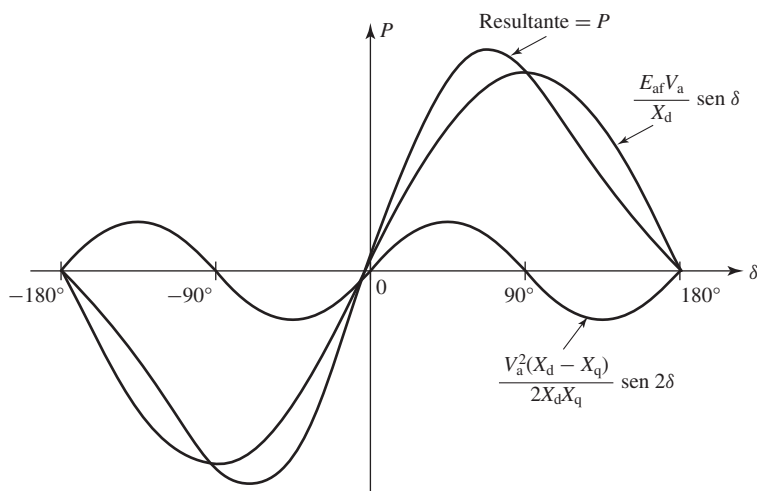


Figura 5.30 Característica de ângulo de potência de uma máquina síncrona de polos salientes mostrando a componente fundamental, devido à excitação de campo, e a componente de segunda harmônica, devido ao conjugado de relutância.

A substituição das Eqs. 5.68 a 5.71 na Eq. 5.67 com a devida manipulação trigonométrica dá, então,

$$P = \frac{E_{af} V_a}{X_d} \sin \delta + \frac{V_a^2 (X_d - X_q)}{2X_d X_q} \sin 2\delta \quad (5.72)$$

A Eq. 5.72 é análoga à Eq. 5.46, que é aplicada ao caso de uma máquina de polos não salientes. Ela fornece a potência por fase quando E_{af} e V_{eq} são expressas como tensões de fase e as reatâncias como Ω /fase. Nesse caso, o resultado deve ser multiplicado por três para obter a potência trifásica total (análogo à Eq. 5.47). Como alternativa, ela dá a potência por unidade, quando todas as grandezas forem por unidade, e a potência total, quando E_{af} e V_{eq} forem expressas como tensões de linha.

A forma geral dessa característica de ângulo de potência está mostrada na Figura 5.30. O primeiro termo é o mesmo da expressão obtida para a máquina de rotor cilíndrico (Eq. 5.46). O segundo termo inclui o efeito dos polos salientes. Representa o fato de que a onda de fluxo de entreferro cria conjugado, tendendo a alinhar os polos de campo na posição de relutância mínima. Esse termo representa a potência correspondente ao *conjugado de relutância* e apresenta a mesma natureza geral que o conjugado de relutância discutido na Seção 3.5. Observe que o conjugado de relutância não depende da excitação de campo. Observe também que, se $X_d = X_q$, como na máquina de entreferro uniforme, não haverá direção preferencial de magnetização, o conjugado de relutância será zero e a Eq. 5.72 ficará reduzida à equação do ângulo de potência da máquina de rotor cilíndrico (Eq. 5.46).

Observe que a característica para valores negativos de δ é a mesma, exceto por uma troca de sinal em P ; ou seja, as regiões de funcionamento como gerador e motor

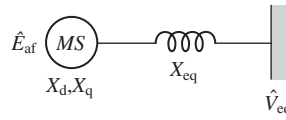


Figura 5.31 Diagrama unifilar de uma máquina síncrona (MS) conectada a um barramento infinito por uma impedância em série.

são idênticas quando os efeitos da resistência (não incluídos na dedução da Eq. 5.72) são desprezíveis. Na operação como gerador, \hat{E}_{af} está adiantado em relação a \hat{V}_a , sendo δ e P positivos. Na operação como motor, \hat{E}_{af} está atrasado em relação a \hat{V}_a , sendo δ e P negativos. A operação em regime permanente é estável dentro do intervalo em que a inclinação da característica do ângulo de potência é positiva. Devido ao conjugado de relutância, uma máquina de polos salientes é mais “dura” do que outra de rotor cilíndrico; ou seja, para tensões iguais e mesmos valores de X_d , uma máquina de polos salientes desenvolve um dado conjugado com um valor menor de δ e o conjugado máximo que pode ser desenvolvido é levemente maior.

Para uma dedução baseada em correntes com sentido de referência do tipo motor, os sinais de I_d e I_q nas Eqs. 5.62 e 5.63 são trocados e a Eq. 5.72 torna-se

$$P = -\left(\frac{E_{af} V_a}{X_d} \sin \delta + \frac{V_a^2 (X_d - X_q)}{2X_d X_q} \sin 2\delta \right) \quad (5.73)$$

Neste caso, P é igual à potência de terminal que entra no motor e, como esperado, um valor negativo de δ , correspondendo a um funcionamento motor, dá um valor positivo de P .

Os geradores síncronos são em geral conectados a um sistema externo que pode ser representado por um barramento infinito de tensão V_{eq} em série com uma impedância equivalente de reatância X_{eq} , como mostra a Figura 5.31. A análise que leva à Eq. 5.72 pode ser aplicada diretamente a essa configuração apenas substituindo X_d por $X_d + X_{eq}$, X_q por $X_q + X_{eq}$ e V_a por V_{eq} .

Exemplo 5.17

No motor síncrono do Exemplo 5.8 de 2000 HP e 2300 V, assume-se que a reatância síncrona é $X_s = 1,95 \Omega/\text{fase}$. Na realidade, trata-se de uma máquina de polos salientes com reatâncias $X_d = 1,95 \Omega/\text{fase}$ e $X_q = 1,40 \Omega/\text{fase}$. Desprezando todas as perdas, calcule a potência mecânica máxima, em kW, que esse motor poderá entregar se for alimentado com potência elétrica diretamente a partir de um barramento infinito (Figura 5.32a), na tensão e frequência nominais, e se sua excitação de campo for mantida constante com o valor do qual resulta um funcionamento com fator de potência unitário para a carga nominal. Supõe-se que a carga no eixo seja incrementada gradualmente, de modo que as oscilações transitórias são desprezíveis e que o limite de potência em regime permanente seja aplicável. Calcule também o valor de δ correspondente a esse funcionamento em potência máxima.

Solução

Para simplificar nossos cálculos, trabalharemos neste exemplo com o sistema por unidade. Com base em uma tensão nominal de 2300 V e potência nominal de 2000 HP = 1492 kW, a

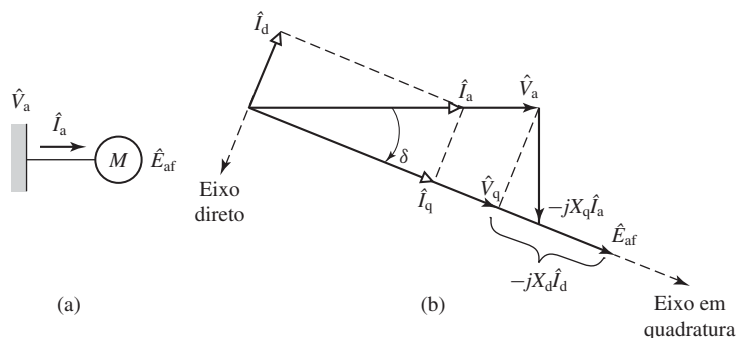


Figura 5.32 (a) Diagrama unifilar e (b) diagrama fasorial para o motor do Exemplo 5.17.

impedância de base do motor é $2300^2/1492 \times 10^3 = 3,54 \Omega$. Assim, as reatâncias por unidade são $X_d = 1,95/3,55 = 0,550$ e $X_q = 1,40/3,54 = 0,395$.

Como estamos analisando um funcionamento do tipo motor, escolheremos para a corrente o sentido de referência do tipo motor, como mostrado na Figura 5.32a. A análise desenvolvida nesta e nas seções anteriores, baseada no sentido de referência do tipo gerador para a corrente, pode ser facilmente aplicada a uma análise baseada no sentido de referência do tipo motor, apenas trocando o sinal de cada termo envolvendo a corrente \hat{I}_a ou suas componentes de eixos direto e em quadratura.

Como resultado e como mostrado no diagrama fasorial da Figura 5.32b, desenhado neste caso para operação com fator de potência unitário, o eixo em quadratura pode ser localizado adicionando o fasor $-jX_q \hat{I}_a$ à tensão de terminal \hat{V}_a . Assim, trabalhando por unidade, com tensão de terminal e kVA nominais, $V_a = 1,0$, $I_a = 1,0$ e o diagrama fasorial da Figura 5.32b, vemos que

$$\delta = -\arctg\left(\frac{I_a X_q}{V_a}\right) = -\arctg(0,394) = -21,6^\circ$$

Agora podemos obter I_d e V_q

$$I_d = I_a \sin \delta = -0,367$$

$$V_q = V_a \cos \delta = 0,930$$

e da Eq. 5.63, modificada como foi indicado para usar o sentido motor de referência,

$$E_{af} = V_q - I_d X_d = 0,930 - (-0,367) \times 0,550 = 1,132$$

Da Eq. 5.73, a característica de ângulo de potência desse motor é

$$\begin{aligned} P &= -\left(\frac{E_{af} V_a}{X_d} \sin \delta + V_a^2 \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} \sin(2\delta)\right) \\ &= -2,058 \sin \delta - 0,357 \sin(2\delta) \end{aligned}$$

A potência máxima de entrada no motor ocorre quando $dP/d\delta = 0$, ou seja,

$$\frac{dP}{d\delta} = -2,058 \cos \delta - 0,714 \cos 2\delta$$

Igualando a zero e usando a identidade trigonométrica

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

podemos resolver em relação ao ângulo δ no qual ocorre a potência máxima:

$$\delta = -73,2^\circ$$

Portanto, a potência máxima é

$$P_{\max} = 2,17 \text{ por unidade} = 3240 \text{ kW} = 4340 \text{ hp}$$

Problema prático 5.11

Observa-se que um gerador síncrono trifásico de polos salientes, 325 MVA, 26 kV e 60 Hz está operando com uma potência de saída de 250 MW e um fator de potência atrasado de 0,89 na tensão de terminal de 26 kV. As reatâncias síncronas do gerador são $X_d = 1,95$ e $X_q = 1,18$, ambas por unidade. O gerador atinge a tensão nominal a vazio com uma corrente de campo $CCAV = 342$ A.

Calcule (a) o ângulo δ entre a tensão de terminal do gerador e a tensão gerada, (b) o módulo da tensão gerada E_{af} por unidade e (c) a corrente de campo necessária em ampères.

Solução

- $31,8^\circ$
- $E_{af} = 2,29$ por unidade
- $I_f = 783$ A

Exemplo 5.18

Escreva um *script* de MATLAB para plotar a característica de ângulo de potência por unidade da máquina síncrona do Exemplo 5.17 para $V_a = 1,0$ por unidade e $E_{af} = 1,5$ por unidade no intervalo $-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$. Assuma um sentido de referência para o gerador tal que uma potência positiva corresponda à saída de potência nos terminais da máquina. Plote também a característica de ângulo de potência desprezando os efeitos das saliências, isto é, assumindo que $X_q = X_d = 1,95 \Omega/\text{fase}$.

Solução

As características de ângulo de potência estão plotadas na Figura 5.33. Aqui está o *script* de MATLAB:

```
clc
clear

% Parâmetros do sistema
Vbase = 2300;
Pbase = 2000*746;
Zbase = Vbase^2/Pbase;

% Calcule as reatâncias por unidade
Xd = 1.95/Zbase;
Xq = 1.40/Zbase;
```

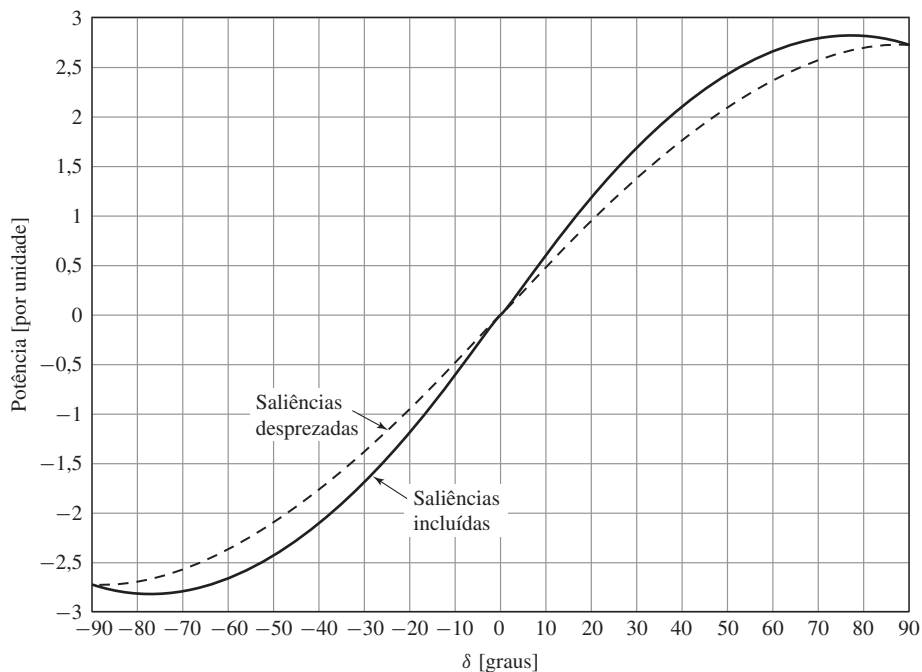


Figura 5.33 Plotagem de MATLAB da potência por unidade *versus* ângulo de potência do Exemplo 5.18.

```

% Defina Va e Eaf
Va = 1.0;
Eaf = 1.5;

% Intervalo de delta em graus
delta = -90:90;

% Potência com as saliências
Psalient = (Eaf*Va/Xd)*sind(delta) + (Va^2/2)*(1/Xq-1/Xd)*sind(2*delta);

% Potência desprezando as saliências
Pnonsalient = (Eaf*Va/Xd)*sind(delta);

%Plote os resultados
hold off
plot(delta,Psalient,'b','LineWidth',2)
hold on
plot(delta,Pnonsalient,'--r','LineWidth',2)
hold off
xlabel('\delta [graus]')
ylabel('Potência [por unidade]')

```

5.8 Motores CA de ímã permanente

Os motores CA de ímã permanente são motores síncronos polifásicos com rotores de ímã permanente. Assim, são semelhantes às máquinas síncronas discutidas até aqui, neste capítulo, com a exceção de que os enrolamentos de campo são substituídos por ímãs permanentes.

A Figura 5.34 mostra um diagrama esquemático de uma máquina síncrona CA de ímã permanente. A comparação dessa figura com a Figura 5.2 destaca as semelhanças entre a máquina CA de ímã permanente e a máquina síncrona convencional de rotor enrolado. De fato, a máquina síncrona de ímã permanente pode ser analisada com as técnicas deste capítulo, assumindo-se simplesmente que a máquina é excitada por uma corrente de campo de valor constante e assegurando que as diversas indutâncias da máquina são calculadas com base na permeabilidade efetiva do rotor de ímã permanente.

Pequenos motores de ímãs permanentes são encontrados em muitas aplicações, especialmente na indústria eletrônica, como acionadores de disco e ventiladores, e na indústria automotiva onde são usados em bombas de combustível, limpadores de para-brisa e ainda para acionar vidros, portas, assentos, etc. Uma aplicação crescente de máquinas com ímãs permanentes maiores está nos veículos elétricos híbridos e mesmo em tamanhos ainda maiores em geradores de turbinas eólicas de grande porte. Embora as harmônicas espaciais e temporais de fluxos produzidos pelo estator possam induzir perdas na estrutura do rotor das máquinas com ímãs permanentes, esses rotores são relativamente livres de perdas porque os ímãs produzem fluxo de rotor sem dissipação. Como resultado, com a ênfase aumentada em eficiência energética, as máquinas de ímãs permanentes serão encontradas em um número crescente de aplicações com especificações nominais continuamente em elevação.

As vantagens dos ímãs permanentes não acontecem, entretanto, sem um preço. Além do custo real dos próprios materiais de ímãs permanentes, há desafios tecnológicos que devem ser considerados, tanto no estágio de projeto como no de aplicação:

- Como discutido na Seção 1.6, as características dos ímãs permanentes dependem da temperatura. A densidade de fluxo residual dos ímãs permanentes de

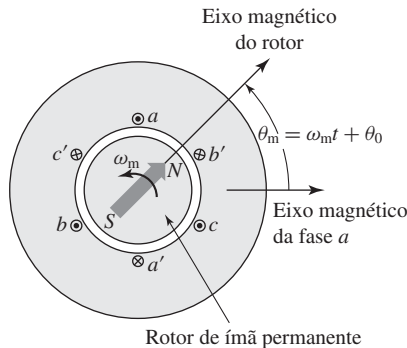


Figura 5.34 Diagrama esquemático de uma máquina CA trifásica de ímã permanente. A seta indica o sentido de magnetização do rotor.

terras raras, tal como neodímio-ferro-boro, diminui com o aumento de temperatura do ímã. Como as máquinas esquentam em condições de funcionamento, é necessário levar em conta as respectivas reduções da tensão gerada e da produção de conjugado.

- Diferentemente de uma máquina síncrona de rotor enrolado, a excitação do rotor em uma máquina de ímã permanente é fixa. Isso traz desafios em relação ao controle e também à proteção. Por exemplo:

Em geral, os motores de ímãs permanentes são projetados de tal forma que a tensão gerada é igual à tensão nominal de terminal em uma velocidade (muitas vezes referida como “velocidade de base” do motor) significativamente inferior à sua velocidade máxima de funcionamento. Nessas condições, o sistema de acionamento que alimenta o motor deve ser capaz de fornecer a corrente necessária para limitar a tensão de terminal a seu valor nominal.

Além disso, problemas poderão surgir no caso de ser necessário desligar o acionamento em alta velocidade. Embora a saturação limite um pouco a tensão de terminal do motor, ela ainda poderá ser suficientemente alta para danificar o isolamento. De modo similar, problemas poderão surgir no caso de ocorrer uma falta, seja externa ao motor, seja interna aos enrolamentos do motor, já que não há maneira de desativar a excitação do rotor. A não ser que haja um disjuntor ou um fusível que possa isolar a falta, uma corrente de falta continuará circulando enquanto o motor não parar de girar.

Como são máquinas síncronas, os motores CA de ímã permanente devem ser operados a partir de acionamentos de motor de frequência variável. A Figura 5.35 mostra uma vista em corte de um típico motor CA de ímã permanente superficial.

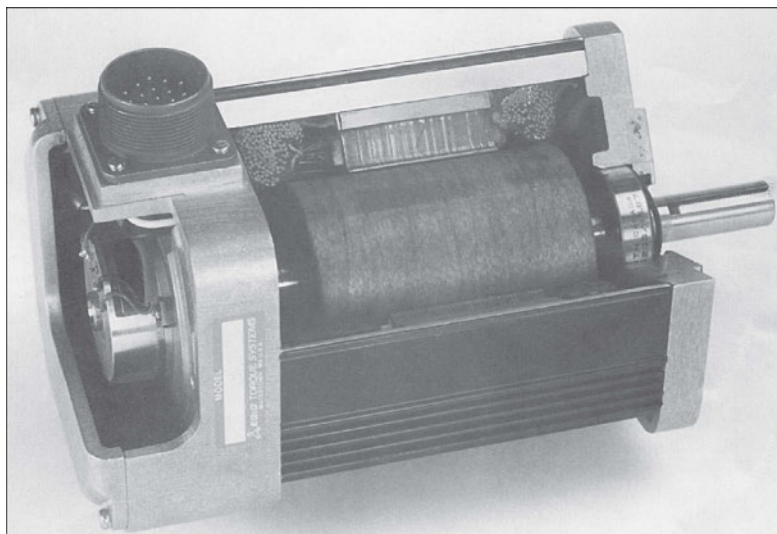


Figura 5.35 Vista em corte de um motor CA de ímã permanente superficial. Também está mostrado o sensor de velocidade e posição usado para controlar o motor.

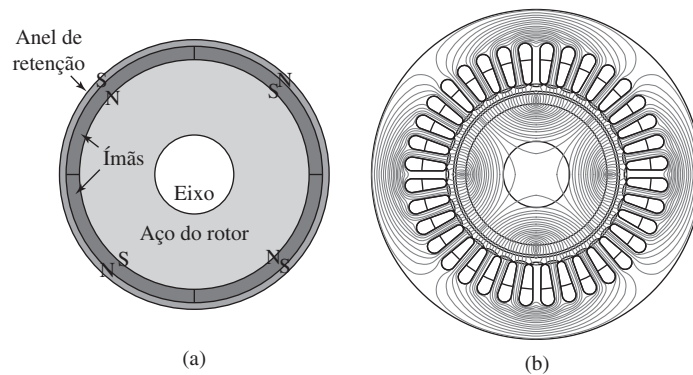


Figura 5.36 (a) Seção reta do rotor de uma típica máquina CA de ímã permanente superficial (b) Distribuição de fluxo em circuito aberto.

Essa figura também mostra um sensor de velocidade e posição montado no eixo do rotor. Esse sensor é usado para controlar o motor, como discutiremos na Seção 10.2.2. Diversas técnicas podem ser utilizadas para medir a posição do eixo, incluindo dispositivos de efeito Hall, diodos emissores de luz e fototransistores em combinação com uma roda pulsada e sensores indutivos.

A grande maioria dos motores e geradores síncronos de ímã permanente com entreferro radial tende a cair em duas classes gerais: de ímãs permanentes superficiais ou internos. A Figura 5.36(a) mostra uma seção reta do rotor de uma típica máquina CA de *ímã permanente superficial*. Essas máquinas caracterizam-se por um rotor não saliente de seção reta uniforme com ímãs produzindo fluxo magnético radial montados na superfície do rotor. Como podemos ver, a Figura 5.36(a) mostra um rotor de quatro polos com ímãs de magnetização radial de polaridade alternada montados na superfície do rotor. A Figura 5.36(b) mostra uma solução bidimensional de elementos finitos para a distribuição de fluxo em circuito aberto produzida por esse rotor em um estator típico.

Em uma máquina de ímã permanente superficial, um anel de retenção não magnético é frequentemente empregado para fixar os ímãs no rotor contra as forças centrífugas de rotação. O anel de retenção aumenta o comprimento do entreferro magnético entre o rotor e o estator, o que, por sua vez, reduz a capacidade do motor de produzir conjugado. O projeto do anel de retenção torna-se, portanto, uma questão de definir um ponto ótimo intermediário: um anel de retenção mais espesso aumenta a integridade mecânica do rotor ao passo que um anel mais delgado aumenta a efetividade do circuito magnético.

Exemplo 5.19

Um motor trifásico de quatro polos e ímã permanente superficial tem uma indutância síncrona de 0,50 mH, uma resistência de armadura de 11 m Ω e uma tensão gerada de linha de 0,110 V/rpm (3,31 V/Hz). Ele foi projetado para funcionar com 1800 rpm nominais, mas tem capacidade de sobrevelocidade até 2400 rpm com potência de saída reduzida. O motor pode operar até uma tensão de terminal máxima de 208 V, tensão de linha, e uma corrente de terminal máxima de 185 A. Para os objetivos deste exemplo, a resistência de armadura será desprezada.

O motor é alimentado com um acionamento de fonte de alimentação que fornece correntes trifásicas equilibradas de frequência e valor variáveis e com um ângulo de fase que pode ser variado em relação ao tempo dos pulsos produzidos por um sensor de posição instalado no eixo do motor. Esse ajuste de fase pode ser usado para alinhar a onda de fluxo produzida pelas correntes do estator arbitrariamente em relação ao eixo direto do rotor. Para assegurar que a densidade de fluxo permanecerá dentro de limites aceitáveis, o acionamento tem um limite de V/Hz cuja função é assegurar que a tensão de terminal do motor não exceda o valor V/Hz nominal do motor (neste caso, o valor V/Hz nominal é igual a $208 \text{ V}/60 \text{ Hz} = 3,47 \text{ V}$, tensão de linha, por Hz).

- Com o acionamento fornecendo uma corrente de terminal de 185 A, calcule a potência e conjugado máximos que o motor pode fornecer a uma velocidade de 1800 rpm. Calcule as correntes dos eixos direto d e em quadratura q nessas condições de funcionamento. Assegure-se para que nessas condições a tensão de terminal do motor não exceda 208 V, tensão de linha.
- Se o motor funcionar com uma velocidade de 2400 rpm, calcule a potência e o conjugado máximos de saída que podem ser fornecidos pelo motor, supondo que o controle de acionamento limita a tensão de terminal a seu valor máximo de 208 V, tensão de linha, e sua corrente de terminal a 185 A. Calcule também as componentes d e q da corrente de armadura nessas condições de funcionamento.

Solução

- Com uma velocidade de 1800 rpm, a frequência elétrica pode ser obtida da Eq. 4.2 resultando o valor de 60 Hz. Usando a notação E_{am} para a tensão gerada pelos ímãs, a respectiva tensão gerada é, portanto,

$$\begin{aligned} E_{am} &= (3,31 \text{ V/Hz}) \times (60 \text{ Hz}) \\ &= 198,6 \text{ [V, tensão de linha]} = 114,7 \text{ [V, tensão de fase]} \end{aligned}$$

e a reatância síncrona é

$$X_s = \omega_s L_s = (2\pi 60)(5,0 \times 10^{-4}) = 0,188 \Omega$$

A Figura 5.37(a) é o circuito equivalente de fase do qual vemos que, devido a \hat{E}_{am} ter valor fixo, para um valor constante de corrente de armadura, a potência do motor será máxima quando \hat{I}_a e \hat{E}_{am} estiverem em fase (e assim \hat{I}_a estará sobre o eixo em quadratura

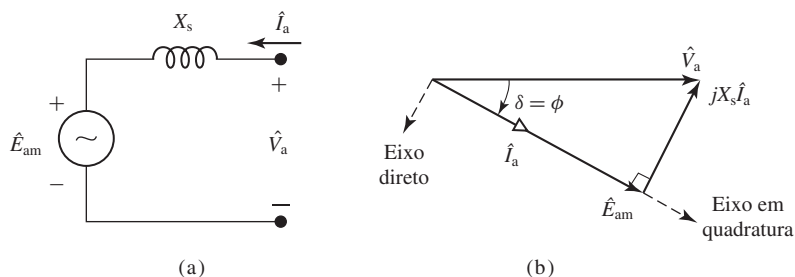


Figura 5.37 Exemplo 5.19, parte (a): (a) Circuito equivalente de fase (b) Diagrama fasorial.

ra). Observe que esse é um circuito equivalente monofásico e, portanto, E_{am} é igual ao seu valor de 114,7 V de fase. Assim, a potência de saída é igual a

$$P = 3E_{am}I_a = 3 \times 114,7 \times 185 = 63,6 \text{ kW}$$

e o conjugado é

$$T = \frac{P}{\omega_m} = 338 \text{ N}\cdot\text{m}$$

onde

$$\omega_m = \left(\frac{\pi}{30}\right) \times \text{rpm} = 60 \pi$$

A Figura 5.37(b) é o respectivo diagrama fasorial. Como o fasor \hat{E}_{am} define a localização do eixo em quadratura, então nessas condições de funcionamento a corrente do eixo q é

$$I_q = I_a = 185 \text{ A}$$

e a corrente do eixo d é $I_d = 0$. Esse resultado ilustra que, para uma determinada corrente de terminal, o conjugado em um motor não saliente de ímã permanente é maximizado quando a corrente do acionamento está alinhada com o eixo em quadratura do rotor.

Do diagrama fasorial, vemos que nesse caso a tensão de terminal do motor é

$$V_a = \sqrt{E_{am}^2 + (X_s I_a)^2} = 119,8 \text{ V, tensão de fase} = 207,6 \text{ V, tensão de linha}$$

e que o limite de V/Hz do acionamento não será atingido.

- b. Da Eq. 4.2, a frequência elétrica correspondente a operação em 2400 rpm é 80,0 Hz e, portanto, a tensão gerada é $E_{am} = 153 \text{ V}$, tensão de fase (ou 265 V, tensão de linha) e a reatância síncrona é $X_s = 0,251 \Omega$. Uma tensão de terminal de 208 V, tensão de linha, corresponde a uma tensão de fase de $V_a = 120 \text{ V}$. A Figura 5.38(a) é o circuito equivalente de fase e a Figura 5.38(b) é o respectivo diagrama fasorial.

Como a magnitude de todos os elementos do diagrama fasorial da Figura 5.38(b) são conhecidos, podemos usar a lei dos cossenos para resolver o ângulo δ

$$\delta = -\arccos\left(\frac{V_a^2 + E_{am}^2 - (X_s I_a)^2}{2V_a E_{am}}\right) = -14,0^\circ$$

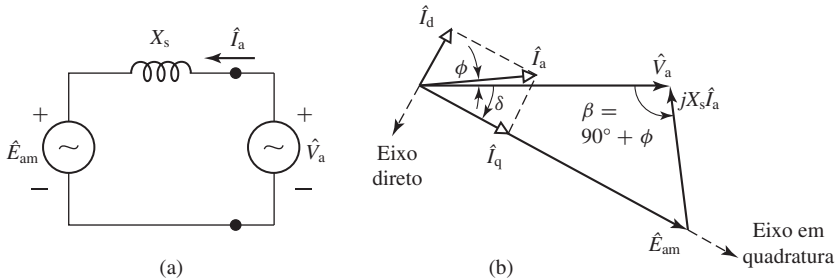


Figura 5.38 Exemplo 5.19, parte (b): (a) Circuito equivalente de fase. (b) Diagrama fasorial.

onde o sinal negativo foi incluído considerando o fato de que δ é negativo no funcionamento como motor. Assim,

$$V_d = V_a \text{ sen } \delta = -29,0 \text{ V}$$

$$V_q = V_a \text{ cos } \delta = 117 \text{ V}$$

Isolando a \hat{I}_a , temos

$$\hat{I}_a = \frac{V_a - \hat{E}_{am}}{jX_s} = \frac{V_a - E_{am}e^{j\delta}}{jX_s} = 185 e^{j37,5^\circ}$$

do que obtemos $\phi = 37,5^\circ$. Assim,

$$I_d = I_a \text{ sen } (\phi - \delta) = -145 \text{ V}$$

$$I_q = I_a \text{ cos } (\phi - \delta) = 115 \text{ V}$$

Da Eq. 5.67 e multiplicando por três para levar em conta o fato de que neste caso estamos calculando em unidades reais com tensões de fase, a potência de saída do motor pode ser calculada como

$$P = 3(V_d I_d + V_q I_q) = 52,9 \text{ kW}$$

e o respectivo conjugado é

$$T = \frac{P}{\omega_m} = 211 \text{ N}\cdot\text{m}$$

onde $\omega_m = \text{rpm} \times (\pi/30) = 80\pi$.

À primeira vista, poderíamos esperar que a potência de saída máxima do motor seria simplesmente determinada pela tensão e corrente nominais como $P = 3V_a I_a = 3 \times 120,1 \times 185 = 66,7 \text{ kW}$. Nesse caso, a dificuldade está em que o fluxo magnético sozinho produz uma tensão gerada superior à tensão de terminal desejada. Como resultado, a corrente de armadura deve atender a duas funções. Ela deve interagir com o fluxo magnético para produzir conjugado e deve fornecer uma componente de fluxo de entreferro que reduz o fluxo líquido de entreferro ao valor correspondente a uma tensão de terminal de 208 V, tensão de linha. Especificamente, a corrente do eixo q (115 A) produz conjugado ao passo que a corrente do eixo d (-145 A) reduz o fluxo líquido do enrolamento do estator como é necessário para manter a tensão de terminal em 208 V. Como será discutido na Seção 10.2.2, quando um motor de ímã permanente funciona comandado por controle vetorial ou orientação de campo, esse uso da corrente de eixo d para controlar a tensão de terminal é denominado *enfraquecimento de campo* ou *enfraquecimento de fluxo*.

Problema prático 5.12

Repita a parte (b) do Exemplo 5.19 supondo que o motor esteja operando em 2200 rpm.

Solução

$$P = 62,9 \text{ kW} \quad T = 273 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$I_d = -109 \text{ A} \quad I_q = 150 \text{ A}$$

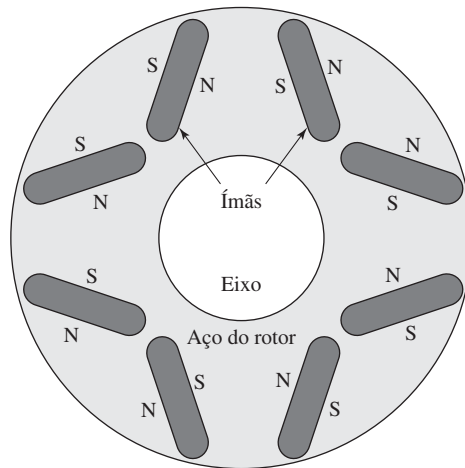


Figura 5.39 Seção reta do rotor de uma típica máquina CA de ímã permanente interior.

A Figura 5.39 mostra uma seção reta do rotor de uma típica máquina CA de *ímã permanente interior*. Nessa máquina, os ímãs são colocados em fendas no interior do rotor. O rotor da Figura 5.39 é um rotor de 4 polos com pares de ímãs de polaridades alternadas. A Figura 5.40 (a) mostra uma solução bidimensional de elementos finitos para a distribuição de fluxo de circuito aberto produzida por esse rotor em um estator típico. Devido à presença dessas fendas e ao fato de que a permeabilidade efetiva dos ímãs está próxima da do vácuo, os rotores de ímãs permanentes interiores apresentam saliências. Como resultado, eles se assemelham a máquinas síncronas de polos salientes e rotor enrolamento e produzem conjugados de relutância e magnético.

Há, entretanto, uma diferença significativa entre máquinas síncronas de polos salientes e rotor enrolamento e as suas semelhantes de ímãs permanentes interiores. Nas máquinas síncronas de polos salientes e rotor enrolamento, a indutância de eixo direto é maior do que a de eixo em quadratura. Como pode ser visto na Figura 5.40(a), o fluxo de eixo direto na máquina, nesse caso produzido apenas pelos ímãs, passa através dos ímãs. Por outro lado, a Figura 5.40(b) mostra que o fluxo do eixo em quadratura passa em torno dos ímãs e permanece no aço no rotor. O resultado líquido é que o rotor apresenta uma relutância maior ao fluxo de eixo direto do que ao fluxo de eixo em quadratura e, conseqüentemente, a indutância de eixo em quadratura é maior do que a de eixo direto.

Um exame cuidadoso na Figura 5.40(a) também mostra uma concentração de fluxo magnético em torno das extremidades de cada ímã. A concentração de fluxo é crítica para o desempenho do rotor. Da seção reta da Figura 5.39, vemos que há material magnético cercado cada ímã. Se o material magnético nessas “pontes de fluxo” fosse linear e de permeabilidade razoável, essas pontes simplesmente desviariam a maior parte do fluxo magnético em torno dos ímãs e um fluxo magnético muito pequeno cruzaria o entreferro para interagir com o estator.

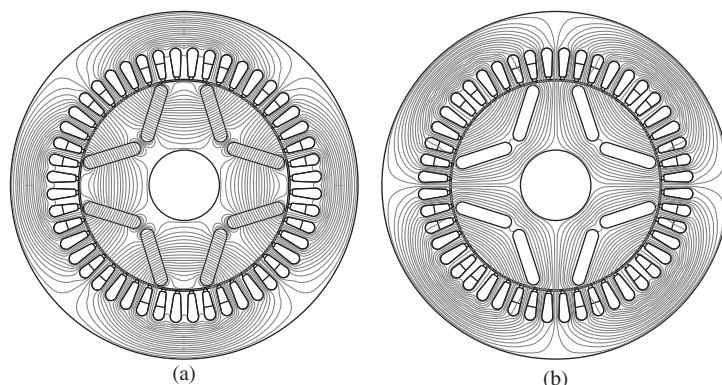


Figura 5.40 Distribuições de fluxo da máquina de ímã permanente interior da Figura 5.39. (a) Distribuição de fluxo de circuito aberto. (b) Distribuição de fluxo de eixo em quadratura.

Na realidade, o aço elétrico não é linear e a saturação do material magnético nessas pontes de fluxo representa um papel-chave na determinação do desempenho da máquina de ímãs permanentes interiores. Como são delgadas, eles suportam apenas uma pequena quantidade de fluxo antes de saturar, forçando por sua vez a maior parte do fluxo magnético a cruzar o entreferro. Entretanto, observe que as pontes também servem a uma segunda função de suporte estrutural, mantendo os ímãs no lugar e evitando que o rotor se desfaça com as partes voando para todos os lados. Assim como com o anel de retenção de uma máquina de ímãs permanentes superficiais, o projeto das pontes envolve a determinação de um ponto intermediário entre a integridade estrutural e o desempenho magnético: pontes delgadas são desejáveis para fazer uso mais efetivo do fluxo produzido pelos ímãs do rotor ao passo que pontes espessas são desejáveis para assegurar que o motor mantenha-se intacto em sua velocidade máxima de operação.

A disposição dos ímãs em “V” da Figura 5.39 é uma das muitas que podem ser encontradas em máquinas de ímãs permanentes interiores. Por exemplo, os ímãs podem ter orientação paralela ou perpendicular às linhas radiais, pode haver múltiplos ímãs em fendas paralelas, etc.⁹ Para cada topologia, pontes de fluxo saturadas ou barreiras de fluxo (fendas não magnéticas no aço do rotor) são necessárias para guiar o fluxo magnético através do entreferro. Embora os detalhes das diversas topologias variem, normalmente a saliência do rotor resultará em uma indutância de eixo em quadratura maior do que a do eixo direto.

A saturação também desempenha um papel na determinação dos caminhos de fluxo através do rotor quando as máquinas de ímãs permanentes interiores estão sob carga. Como resultado, embora os motores de ímãs permanentes interiores sejam em geral analisados usando a teoria dos eixos direto e em quadratura das Seções 5.6 e 5.7, suas indutâncias de eixos direto e em quadratura podem variar significativamente com a carga.

⁹ Para uma discussão aprofundada das máquinas CA de ímãs permanentes e suas diversas topologias, veja J.R. Hendershot & T.J.E. Miller, “Design of Brushless Permanent-Magnet Machines”, Motor Design Books LLC, <http://www.motordesignbooks.com>.

Exemplo 5.20

Neste exemplo, analisaremos um motor trifásico de ímãs permanentes interiores de quatro polos que é similar ao do Exemplo 5.19 e é alimentado pelo mesmo acionamento. Especificamente, considere um motor com uma indutância síncrona de eixo direto de 0,50 mH e uma indutância síncrona de eixo em quadratura de 2,30 mH, e ambas serão consideradas constantes e independentes da carga do motor. Como no caso do motor de ímãs permanentes superficiais do Exemplo 5.19, este motor tem uma tensão gerada de linha de 3,31 V/Hz e pode operar até uma tensão de terminal máxima de 208 V, tensão de linha, e uma corrente de terminal máxima de 185 A.

Encontre a potência e o conjugado máximos que o motor pode desenvolver a uma velocidade de 1800 rpm com a tensão de terminal e corrente limitadas pelos seus valores máximos. Encontre também as respectivas correntes de eixos direto e em quadratura.

Solução

Como esta máquina é de polos salientes, haverá ambos os conjugados (magnético e de relutância). A capacidade de ângulo de potência desta máquina pode ser expressa em termos de tensões de fase a partir da Eq. 5.72 como

$$P = -3 \left(\frac{E_{am} V_a}{X_d} \sin \delta + \frac{V_a^2 (X_d - X_q)}{2X_d X_q} \sin 2\delta \right)$$

Com a tensão de terminal fixada em $V_a = 120,1$ V, tensão de fase (ou 208 V, tensão de linha), e a tensão gerada a 1800 rpm (60 Hz) igual a $E_{am} = 114,7$ V, tensão de fase (ou 198,6 V, tensão de linha), podemos ser tentados a encontrar a potência máxima diretamente da potência de pico da característica de ângulo de potência. Entretanto, nesse caso, a corrente de terminal não pode exceder os 185 A e, portanto, a potência máxima será significativamente menor do que a correspondente ao pico da característica de ângulo de potência.

Como resultado, a solução desejada é encontrada com mais facilidade por meio de uma busca com MATLAB. Especificamente, considere o diagrama fasorial da Figura 5.41. Assumindo que I_a esteja fixo em 185 A, então para qualquer valor dado do ângulo γ , podemos escrever

$$I_d = I_a \sin \gamma$$

$$I_q = I_a \cos \gamma$$

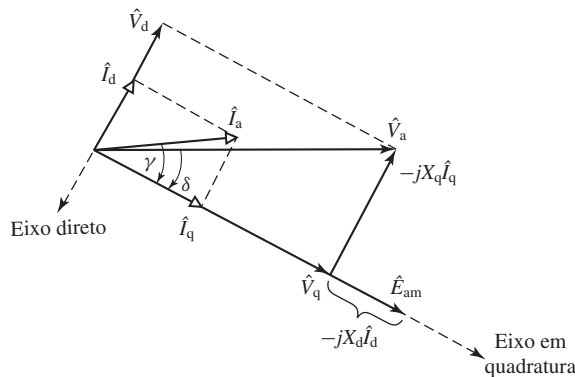


Figura 5.41 Diagrama fasorial do Exemplo 5.20.

```

gamma = linspace(-pi/2,0,N);
% Correntes dos eixos d e q
Iq = Ia*cos(gamma);
Id = Ia*sin(gamma);

% Tensões dos eixos d e q, das Eqs.
% 5-60 e 5-61 (com uma mudança para a
% notação motor).

Vq = Eam+Xd.*Id;
Vd = -Xq.*Iq;

% Potência
P = 3*(Vd.*Id+Vq.*Iq);

% Magnitude de Va
Va = sqrt(Vd.*Vd+Vq.*Vq);

% Encontre a potência máxima sob a
% condição de não exceder Vrated

PMAX = 0;
for n = 1:N
    if (sqrt(3)*Va(n) <= Vrated) && (P(n) > PMAX)
        PMAX = P(n);
        m = n;
    end
end

TMAX = PMAX/omegam;

ID = Id(m);
IQ = Iq(m);

fprintf(' P = %2.1f [kW]\n',PMAX/1000)
fprintf(' T = %2.1f [N-m]\n',TMAX)
fprintf(' Id = %3.1f [A], Iq = %3.1f [A]\n',ID,IQ)

```

Em geral, os motores CA de ímã permanente são referidos como *motores sem escovas* ou *motores CC sem escovas*. Quando combinado com um sistema de acionamento de frequência e tensão variáveis, essa terminologia surge devido à similaridade de suas características de velocidade *versus* conjugado com as dos motores CC e também devido ao fato de que é possível ver esses motores como motores CC às avessas, em que o enrolamento de campo está no rotor e a armadura é comutada eletronicamente pelo sensor de posição e por chaves conectada aos enrolamentos de armadura.

5.9 Resumo

Sob condições de funcionamento em regime permanente, a operação de uma máquina síncrona polifásica pode ser descrita em termos da interação de dois campos magnéticos, como foi discutido na Seção 4.7.2. As correntes polifásicas do estator produzem uma onda de fluxo magnético girante, ao passo que as correntes CC (ou um ímã permanente) no rotor produzem uma onda de fluxo estacionária em relação ao rotor. Um conjugado constante é produzido apenas quando o rotor gira em sincronismo com a onda de fluxo do estator. Nessas condições, há um deslocamento angular constante entre as ondas de fluxo do rotor e do estator. O resultado é um conjugado proporcional ao seno do ângulo de deslocamento.

Vimos que um conjunto simples de ensaios pode ser usado para determinar os parâmetros significativos de uma máquina síncrona, como a reatância síncrona. Dois desses ensaios são o ensaio a vazio, em que a tensão de terminal da máquina é medida em função da corrente de campo e o ensaio de curto-circuito, em que a armadura é curto-circuitada e a corrente de armadura de curto-circuito é medida em função da corrente de campo. Esses métodos de ensaio são uma variação de uma técnica de teste, aplicável não só às máquinas síncronas mas também a qualquer sistema elétrico cujo comportamento possa ser aproximado por um circuito equivalente linear, ao qual aplica-se o teorema de Thévenin. Do ponto de vista do teorema de Thévenin, um ensaio a vazio fornece a tensão equivalente Thévenin e um ensaio de curto-circuito dá informações sobre a impedância equivalente Thévenin. Do ponto de vista mais específico das máquinas elétricas, um ensaio a vazio fornece informações sobre as exigências de excitação, as perdas no núcleo e (para máquinas rotativas) as perdas por atrito e ventilação, ao passo que um ensaio de curto-circuito fornece informações sobre as reações magnéticas da corrente de carga, as impedâncias de dispersão e as perdas associadas às correntes de carga, tais como as ôhmicas I^2R e as suplementares. A única complicação real surge dos efeitos da não linearidade magnética, efeitos que podem ser levados em conta, de forma aproximada, tratando a máquina como equivalente de uma outra não saturada, cuja curva de magnetização é a linha reta Op da Figura 5.10 e cuja reatância síncrona é ajustada empiricamente em relação à saturação, como na Eq. 5.30.

Em muitos casos, as máquinas síncronas operam em conjunto com um sistema externo. Esse sistema pode ser representado por uma fonte de frequência e tensão constantes, conhecido como *barramento infinito*. Nessas condições, a velocidade síncrona é determinada pela frequência do barramento infinito e a potência de saída da máquina é proporcional ao produto da tensão de barramento pela tensão interna da máquina (proporcional, por sua vez, à excitação de campo) e pelo seno do ângulo de fase entre eles (o ângulo de potência). Essa potência é inversamente proporcional à reatância líquida entre eles.

Ao passo que a potência ativa nos terminais da máquina é determinada pela potência de entrada no eixo da máquina (se estiver atuando como gerador) ou pela carga no eixo (se for um motor), a variação da excitação de campo altera a potência reativa. Para valores baixos de corrente de campo, a máquina absorverá potência reativa do sistema e o ângulo de potência será grande. O aumento da corrente de campo reduz a potência reativa absorvida pela máquina assim como o ângulo de potência. Para algum valor de corrente de campo, o fator de potência da máquina será unitário

e qualquer aumento adicional de corrente de campo fará a máquina fornecer potência reativa para o sistema.

Uma vez levados até a velocidade síncrona, os motores síncronos podem ser operados de modo muito eficiente quando conectados a uma fonte de frequência constante. No entanto, como já vimos, um motor síncrono desenvolve conjugado apenas na velocidade síncrona e, assim, não tem conjugado de partida. Para fazer com que um motor síncrono tenha partida própria, um enrolamento do tipo gaiola de esquilo, chamado *amortecedor* ou *enrolamento amortecedor*, pode ser inserido nas faces polares do rotor. Então, o rotor atinge quase totalmente a velocidade síncrona por uma ação do tipo motor de indução, sem ter excitação no enrolamento de campo. Se a carga e a inércia não forem muito elevadas, o motor entrará em sincronismo quando o enrolamento de campo for energizado a partir de uma fonte CC.

Com uma frequência cada vez maior, os motores síncronos podem ser operados usando sistemas de acionamento polifásico de frequência variável. Nesse caso, eles podem arrancar facilmente e ser operados com bastante flexibilidade. Máquinas síncronas de pequeno porte com ímãs permanentes, quando operadas nessas condições, são em geral referidas como *motores sem escovas* ou *motores CC sem escovas*. Isso deve-se à similaridade de suas características de velocidade *versus* conjugado com as dos motores CC e também devido ao fato de que esses motores podem ser vistos como motores CC às avessas, nos quais a comutação dos enrolamentos do estator é produzida eletronicamente pelo sistema de acionamento eletrônico de potência.

5.10 Variáveis do Capítulo 5

δ	Ângulo de fase elétrico, ângulo de conjugado [rad]
δ_{RF}	Ângulo de fase elétrico entre eixo magnético de Φ_R e F_f [rad]
λ	Fluxo concatenado [Wb]
ϕ	Ângulo de fase [rad]
Φ	Fluxo [Wb]
Φ_R	Fluxo de entreferro resultante por polo [Wb]
θ_m	Posição do rotor [rad]
θ_{me}	Posição do rotor em unidades elétricas [rad]
ω_e	Frequência elétrica [rad/s]
ω_m	Velocidade angular mecânica [rad/s]
ω_s	Velocidade angular síncrona [rad/s]
\hat{A}	Fasor da FMM do estator [A]
CCAV	Corrente de Campo A Vazio [A]
CCCC	Corrente de Campo em Curto-Circuito [A]
e, v	Tensão [V]
E, V	Tensão [V, por unidade]
\hat{E}	Tensão, amplitude complexa [V, por unidade]
e_{af}, E_{af}, E_{am}	Tensão gerada [V]
$\hat{E}_{af}, \hat{E}_{am}$	Tensão gerada, amplitude complexa [V]
\hat{E}_R	Tensão de entreferro, amplitude complexa [V, por unidade]
\hat{F}	Fasor de FMM de campo [A]
F_f	FMM do campo CC do enrolamento de campo [A]
polos	Número de polos

i, I	Corrente [A, por unidade]
\hat{I}	Corrente, amplitude complexa [A]
L, \mathcal{L}	Indutância [H]
L_{al}	Indutância de dispersão de armadura [H]
L_{fi}	Indutância de dispersão do enrolamento de campo [H]
P	Potência [W, por unidade]
q	Número de fases
Q	Potência reativa [var, por unidade]
R	Resistência [Ω]
RCC	Relação de curto-circuito
t	Tempo [s], Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]
T	Conjugado [N·m], Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]
X	Reatância [Ω]
X_{φ}	Reatância fundamental espacial de fluxo de entreferro [Ω]
X_{al}	Reatância de dispersão de armadura [Ω]
X_s	Reatância síncrona [Ω , por unidade]
$X_{s,ns}$	Reatância síncrona não saturada [Ω , por unidade]
Z	Impedância [Ω]

Índices:

a	Armadura
a,b,c	Designações para as fases
g	Entreferro
arm	Armadura
base	Grandeza de base
d	Eixo direto
cc	Corrente contínua
ef	Efetivo (a)
eq	Equivalente
f	Campo (field), alimentador (feeder)
l	Dispersão (<i>leakage</i>)
m	Ímã
max	Máximo
vz	A vazio, circuito aberto
q	Eixo em quadratura
s	Síncrona, fonte (<i>source</i>)
s,sat	Saturado(a)
cc	Curto-circuito
t	Terminal
ns	Não saturado

5.11 Problemas

5.1 O ângulo de conjugado, a plena carga, de um motor síncrono operando na tensão e frequência nominais é de 33 graus elétricos. Despreze os efeitos da resistência de armadura e da reatância de dispersão. Se a corrente de campo for mantida constante, calcule o ângulo de conjugado de plena carga que se segue após as alterações das condições de operação a seguir?

- a. Frequência reduzida em 8%, conjugado de carga e tensão aplicada constantes.
 - b. Frequência reduzida em 8%, potência de carga e tensão aplicada constantes.
 - c. Ambas, frequência e tensão aplicada, reduzidas em 8%, conjugado de carga constante.
 - d. Ambas, frequência e tensão aplicada, reduzidas em 8%, potência de carga constante.
- 5.2** Os enrolamentos de fase da armadura de uma máquina síncrona bifásica estão afastados de 90 graus elétricos no espaço.
- a. Qual é a indutância mútua entre esses dois enrolamentos?
 - b. Repita a dedução da Eq. 5.17 e mostre que a indutância síncrona é simplesmente igual à indutância de armadura de fase; isto é, $L_s = L_{aa0} + L_{al}$, onde L_{aa0} é a componente da indutância de armadura de fase devida à componente fundamental espacial do fluxo de entreferro e L_{al} é a indutância de dispersão da armadura.
- 5.3** Cálculos de projeto mostram os seguintes parâmetros para um gerador síncrono trifásico de rotor cilíndrico:

Indutância própria L_{aa} da fase a = 5,32 mH

Indutância de dispersão de armadura $L_{al} = 0,38$ mH

Calcule a componente de entreferro da indutância de fase do gerador L_{aa0} , a indutância mútua fase-fase L_{ab} e a indutância síncrona da máquina L_s .

- 5.4** Medidas mostram que um gerador síncrono trifásico de 50 MVA e 50 Hz tem uma indutância síncrona de 34,4 mH e uma indutância mútua fase-fase de -10,1 mH. Calcule a componente fundamental da componente de entreferro da indutância de fase L_{aa0} e a indutância de dispersão L_{al} .
- 5.5** A tensão de terminal eficaz a vazio de um gerador síncrono trifásico conectado em Y de 60 Hz é medida como 13,8 kV, tensão de linha, quando a corrente de campo é 515 A.
- a. Calcule a indutância mútua L_{af} entre o estator e o rotor.
 - b. Calcule a tensão de terminal a vazio para uma corrente de campo de 345 A com a velocidade do gerador reduzida para produzir uma tensão com frequência de 50 Hz.
- 5.6** O enrolamento de estator do gerador síncrono do Problema 5.5 é reconectado em delta.
- a. Com o gerador operando em 60 Hz e com uma corrente de campo de 515 A, calcule as tensões de linha e de fase a vazio.
 - b. Calcule a indutância mútua estator-rotor L_{af} .
- 5.7** Um motor síncrono trifásico de 575 V, 50 kW e 60 Hz tem uma reatância síncrona de $X_s = 4,65 \Omega$ e uma indutância mútua entre armadura e campo de $L_{af} = 105$ mH. O motor está operando na velocidade e tensão nominais de terminal com uma potência de entrada de 40 kW. Ignorando as perdas do motor, calcule o valor e o ângulo de fase da tensão de fase gerada \hat{E}_{af} e a corrente

de campo I_f se o motor estiver funcionando com um (a) fator de potência 0,9 atrasado, (b) fator de potência unitário e (c) fator de potência 0,9 adiantado.

- 5.8** Repita o Problema 5.7 supondo que o motor síncrono está operando como gerador com uma potência elétrica de saída de 40 kW.
- 5.9** O motor síncrono do Problema 5.7 é alimentado a partir de uma fonte de 575 V por meio de um alimentador cuja impedância reativa é $X_f = 0,95 \Omega$. O motor está operando na velocidade nominal, com a tensão da fonte e uma potência de saída de 40 kW. Ignorando as perdas do motor, calcule o valor e o ângulo de fase da tensão de fase gerada \hat{E}_{af} , a corrente de campo I_f e a tensão de terminal de linha V_a do motor se ele estiver funcionando com um (a) fator de potência 0,9 atrasado, (b) fator de potência unitário e (c) fator de potência 0,9 adiantado, com as medições realizadas na fonte de 575 V.
- 5.10** Repita o Problema 5.9 supondo que o motor síncrono está operando como gerador com uma potência elétrica de saída de 40 kW.
- 5.11** Uma máquina síncrona trifásica de dois polos, 50 Hz, 825 kVA e 2300 V tem uma reatância síncrona de $7,47 \Omega$ e atinge a tensão nominal de terminal a vazio com uma corrente de campo de 147 A.
- Calcule a indutância mútua armadura-campo.
 - A máquina deve operar como motor alimentando uma carga de 700 kW na sua tensão nominal de terminal. Calcule a tensão interna E_{af} e a respectiva corrente de campo se o motor estiver operando com um fator de potência unitário.
 - Para uma potência de carga constante de 700 kW, escreva um *script* de MATLAB que plote a corrente de terminal em função da corrente de campo. Na sua plotagem, faça a corrente de campo variar entre um valor mínimo, correspondente a uma carga de máquina de 825 kVA com fator de potência adiantado, e um valor máximo, correspondente a uma carga de máquina de 825 kVA com fator de potência atrasado. Que valor de corrente de campo produz a corrente de terminal mínima?
- 5.12** As folhas de especificações do fabricante de um gerador síncrono trifásico de 26 kV, 910 MVA e 60 Hz mostram que ele tem uma reatância síncrona $X_s = 1,95$ e uma reatância de dispersão $X_{al} = 0,17$, ambas por unidade na base do gerador. Ele atinge a tensão nominal a vazio com uma corrente de campo de 1775 A. Calcule (a) a indutância síncrona em mH, (b) a indutância de dispersão da armadura em mH, (c) a indutância de armadura por fase L_{aa} , em mH e (d) a indutância mútua armadura-campo L_{af} .
- 5.13** Um gerador trifásico de 350 MVA, 11 kV e 50 Hz tem uma reatância síncrona saturada de 1,18 por unidade e uma reatância síncrona não saturada de 1,33 por unidade. Ele atinge a tensão nominal a vazio com uma corrente de campo de 427 A. Calcule (a) as reatâncias síncronas saturada e não saturada em ohms/fase e (b) a corrente de campo necessária para obter a corrente de curto-circuito nominal (CCCC).
- 5.14** As leituras a seguir foram obtidas dos resultados de ensaios a vazio e em curto-circuito realizados em um turbogerador trifásico ligado em Y de dois polos, 850 MVA, 26 kV e 60 Hz, operando com velocidade síncrona:

Corrente de campo, A	1690	3260
Corrente de armadura, ensaio de curto-circuito, kA	9,82	18,9
Tensão de linha, característica a vazio, kV	26,0	(31,8)
Tensão de linha, linha de entreferro, kV	(29,6)	(56,9)

Os números entre parênteses são extrapolações baseadas nos dados medidos. Encontre (a) a relação de curto-circuito, (b) o valor não saturado da reatância síncrona em ohms por fase e por unidade e (c) a reatância síncrona saturada por unidade e em ohms por fase.

- 5.15** Um fabricante forneceu dados sobre as características a vazio e em curto-circuito para um motor síncrono trifásico de quatro polos, 4,5 MW, 4160 V e 1800 rpm, operando na velocidade nominal. Os dados estão resumidos na seguinte tabela:

Corrente de campo, A	203	218
Corrente de armadura, ensaio de curto-circuito, A	625	672
Tensão de linha, característica a vazio, V	3949	4160
Tensão de linha, linha de entreferro, V	4279	4601

Encontre:

- A relação de curto-circuito.
 - O valor não saturado da reatância síncrona em ohms por fase e por unidade.
 - A reatância síncrona saturada em ohms por fase e por unidade.
 - A reatância de dispersão de armadura é estimada em 0,14 por unidade considerando as especificações nominais do motor. Calcule a componente de entreferro da indutância própria da fase a em henries.
- 5.16** Escreva um *script* de MATLAB que automatize os cálculos dos Problemas 5.14 e 5.15. O seguinte conjunto mínimo de dados é necessário:
- CCAV: A corrente de campo requerida para atingir a tensão nominal de terminal a vazio.
 - A respectiva tensão de terminal na linha de entreferro.
 - CCCC: A corrente de campo requerida para atingir a corrente nominal de curto-circuito na característica de curto-circuito.

O seu *script* deve calcular (a) a relação de curto-circuito, (b) o valor não saturado da reatância síncrona em ohms por fase e por unidade e (c) a reatância síncrona saturada por unidade e em ohms por fase.

- 5.17** Os dados a seguir foram obtidos de ensaios realizados em um gerador hidrelétrico trifásico de 64 polos, 175 MVA, 13,8 kV e 60 Hz.

Característica a vazio:

I_f , A	150	300	400	500	600	700	800	900	1000
Tensão, kV	2,7	5,5	7,1	8,7	10,1	11,3	12,5	13,7	14,5

Ensaio de curto-circuito: $I_f = 925$ A, $I_a = 7320$ A

- a. Encontre CCAV, CCAV_g e CCCC. Sugestão: Use a função “spline” do MATLAB para encontrar CCAV.
 - b. Encontre (i) a relação de curto-circuito, (ii) o valor não saturado da reatância síncrona em ohms por fase e por unidade e (iii) a reatância síncrona saturada por unidade e em ohms por fase.
- 5.18** Usando MATLAB, plote a corrente de campo requerida para que um motor, operando com a tensão de terminal nominal, atinja o funcionamento com fator de potência unitário quando a carga do motor varia de zero até a plena carga. Teste o seu programa com o motor do Problema 5.15.
- 5.19** O motor do Problema 5.15 tem uma resistência de fase de 42 mΩ e uma resistência de enrolamento de campo, a 25°C = 0,218 Ω, ambas a 25°C. Dados de perdas para o motor do Problema 5.15 são os seguintes:
- Perdas a vazio no núcleo para 4160 V = 47 kW
Perdas por atrito e ventilação = 23 kW
- a. Calcule a potência de entrada e o rendimento quando o motor está funcionando na potência de saída nominal, fator de potência unitário e tensão de terminal nominal. Assuma que o enrolamento de campo está operando a uma temperatura de 125°C e o enrolamento de estator está operando a uma temperatura de 140°C.
 - b. Repita os cálculos da parte (a) assumindo que o motor está operando com uma carga de 3,5 MW e um fator de potência adiantado de 0,8.
- 5.20** Um gerador síncrono trifásico de 125 MVA, 11 kV e 50 Hz tem uma reatância síncrona de 1,33 por unidade. O gerador atinge a tensão nominal a vazio com uma corrente de campo de 325 A. O gerador está operando conectado a um sistema com uma tensão de linha equivalente de 11 kV e uma impedância equivalente de 0,17 por unidade tomando o gerador como base. O gerador está carregado com uma potência ativa de 110 MW.
- a. (i) Calcule a tensão gerada E_{af} por unidade e em kV (tensão de linha) tal que o sistema esteja operando com fator de potência unitário e a tensão equivalente do sistema externo. Calcule (ii) a respectiva corrente de campo, (iii) a respectiva tensão de terminal do gerador por unidade e em kV (tensão de linha) e (iv) o fator de potência do terminal do gerador.
 - b. (i) Calcule a tensão gerada E_{af} por unidade e em kV (tensão de linha) tal que o gerador esteja operando com sua tensão de terminal nominal. Calcule (ii) a respectiva corrente de campo, (iii) a corrente de terminal do gerador por unidade e kA e (iv) o fator de potência do terminal do gerador.
- 5.21** Um motor síncrono trifásico de 1000 kVA, 4160 V e 60 Hz tem uma reatância síncrona de 19,4 Ω e atinge a tensão nominal a vazio com uma corrente de campo de 142 A. Ele funciona conectado a um sistema de potência que mantém constante a tensão de terminal do motor em seu valor nominal.
- a. Inicialmente, o motor está operando com uma carga de 500 kW e uma corrente de campo ajustada de modo que o fator de potência seja unitário. Calcule a respectiva corrente de campo.

- b. Repentinamente, a carga é aumentada para 800 kW. Calcule o fator de potência resultante de terminal.
- c. Calcule a corrente de campo requerida para o motor retornar ao fator de potência unitário de terminal.

5.22 Considere o motor do Problema 5.15.

- a. Calcule a corrente de campo requerida quando o motor está operando com a tensão nominal e 3,6 MW de potência de entrada e um fator de potência de 0,87 adiantado. Dê uma explicação para a saturação sob carga por meio do método descrito no parágrafo que trata da Eq. 5.30.
- b. Além dos dados fornecidos no Problema 5.15, pontos adicionais da característica a vazio são fornecidos abaixo:

Corrente de campo, A	200	225	250	275	300	325	350
Tensão de linha, V	3906	4247	4556	4846	5098	5325	5539

Se o disjuntor que alimenta o motor da parte (a) for desativado, deixando o motor repentinamente em circuito aberto, estime o valor da tensão de terminal do motor após o desarmamento (antes que o motor comece a perder velocidade e antes que qualquer circuito de proteção reduza a corrente de campo). Sugestão: Use MATLAB e um ajuste com “spline” para construir a característica a vazio.

5.23 Considere o gerador síncrono do Problema 5.12.

- a. Encontre a corrente de campo mínima tal que o gerador, operando em sua tensão de terminal nominal, pode fornecer potências de saída por unidade de 0,2, 0,4 e 0,6.
- b. Para cada uma das potências de saída por unidade das parte (a), escreva um *script* de MATLAB para plotar a corrente de armadura por unidade em função da corrente de campo quando esta varia desde seu valor mínimo até um valor máximo de 5000 A.

5.24 Considere um gerador síncrono operando em sua tensão de terminal nominal cuja reatância síncrona é 2,0 por unidade, cuja corrente de terminal não pode exceder seu valor nominal e cuja corrente de campo máxima está limitada a 1,75 vezes a necessária para obter a tensão de terminal em condições a vazio.

- a. Qual é a potência ativa máxima por unidade que pode ser fornecida pela máquina tal que a máquina pode continuar a operar com sua corrente de armadura nominal? Qual é a respectiva potência reativa por unidade e qual é o fator de potência?
- b. Qual é a potência reativa máxima por unidade que pode ser fornecida por essa máquina?

5.25 Uma máquina síncrona de 45 MVA e 13,8 kV está operando como condensador síncrono, conforme está discutido no Apêndice D (Seção D.4.1). A relação de curto-circuito do gerador é 1,68 e a corrente de campo na tensão nominal a vazio é 490 A. Assuma que o gerador está ligado diretamente a uma fonte de 13,8 kV.

- a. Qual é, por unidade e em ohms por fase, a reatância síncrona saturada do gerador?

A corrente de campo do gerador é ajustada para 260 A.

- b. Desenhe um diagrama fasorial, indicando a tensão de terminal, a tensão interna e a corrente de armadura.
 - c. Calcule o valor da corrente de armadura (por unidade e em ampères) e o seu ângulo de fase relativo à tensão de terminal.
 - d. Nessas condições, o condensador síncrono parece atrasado ou adiantado para o sistema de 11,5 kV?
 - e. Repita as partes (b) até (d) para uma corrente de campo de 740 A.
- 5.26** O condensador síncrono do Problema 5.25 é conectado a um sistema de 13,8 kV por meio de um alimentador cuja reatância em série é 0,09 por unidade tendo como base as especificações da máquina. Usando MATLAB, plote a tensão de linha (kV) nos terminais do condensador síncrono quando sua corrente de campo varia entre 260 A e 740 A.
- 5.27** Uma máquina síncrona com reatância síncrona de 1,13 por unidade está operando como gerador com uma potência ativa de carga de 0,75 por unidade. Ela está ligada a um sistema por uma reatância em série de 0,06 por unidade. Observa-se que um aumento na sua corrente de campo causa uma diminuição na corrente de armadura.
- a. Antes do aumento, o gerador estava fornecendo ou absorvendo potência reativa do sistema de potência?
 - b. Como resultado desse aumento de excitação, a tensão de terminal do gerador aumentou ou diminuiu?
 - c. Repita as partes (a) e (b) considerando que a máquina síncrona está operando como motor.
- 5.28** Diversos fabricantes propuseram a construção de máquinas síncronas supercondutoras. Elas são projetadas com enrolamentos de campo supercondutores que podem suportar elevadas densidades de corrente e criar altas densidades de fluxo. Como, em algumas configurações, as densidades de fluxo magnético de operação excedem as densidades de fluxo de saturação do ferro, o resultado é que geralmente essas máquinas são projetadas com circuitos magnéticos desprovidos de ferro. Como resultado, elas não exibem efeito de saturação e têm baixas reatâncias síncronas.
- Considere um gerador supercondutor de dois polos, 60 Hz, 13,8 kV e 50 MVA que atinge a tensão nominal de armadura a vazio com uma corrente de campo de 1520 A. A corrente nominal de armadura é obtida com um curto-circuito trifásico dos terminais para uma corrente de campo de 413 A.
- a. Calcule a reatância síncrona por unidade.
- Considere a situação em que esse gerador está conectado a um alimentador de distribuição de 13,8 kV e impedância desprezível, operando com uma potência de saída de 43 MW e um fator de potência de 0,9 atrasado. Calcule:
- b. a corrente de campo em ampères, a saída de potência reativa em MVA e o ângulo de rotor para essas condições de operação.
 - c. o ângulo de rotor resultante e a saída de potência reativa em MVA se a corrente de campo for reduzida a 1520 A enquanto a potência no eixo fornecida pela máquina motriz ao gerador permanece constante.

- 5.29** Um gerador síncrono de quatro polos, 60 Hz, 26 kV, 550 MVA e uma reatância síncrona de 1,67 por unidade está operando em um sistema de potência que pode ser representado por um barramento infinito de 26 kV em série com uma impedância reativa de $j0,43 \Omega$. O gerador está equipado com um regulador de tensão que ajusta a excitação de campo de modo que a tensão de terminal do gerador permanece em 26,3 kV independentemente da carga do gerador.
- A potência de saída do gerador é ajustada para 375 MW.
 - Usando o barramento infinito como referência, desenhe um diagrama fasorial para essa condição de operação. Dê nomes para a tensão do barramento infinito, a tensão de terminal do gerador e a tensão de excitação, assim como para as quedas de tensão na impedância do sistema e na reatância síncrona.
 - Calcule o ângulo de fase δ_t da tensão de terminal do gerador em relação ao barramento infinito.
 - Encontre o valor (em kA) da corrente de terminal do gerador.
 - Encontre o fator de potência de terminal do gerador.
 - Encontre o valor por unidade da tensão de excitação do gerador E_{af} e seu ângulo de fase δ em relação ao barramento infinito.
 - Repita a parte (a), (ii) – (v) para uma saída de potência do gerador de 500 MW.
- 5.30** O gerador do Problema 5.29 atinge a tensão nominal de armadura a vazio para uma corrente de campo de 1170 A. Limitações térmicas restringem a corrente de campo máxima a 2350 A. Ele está operando no sistema do Problema 5.29 com seu regulador de tensão ajustado para manter a tensão de terminal em 1,01 por unidade (26,3 kV).
- A potência mecânica fornecida ao gerador é aumentada até que a corrente de terminal do gerador ou a corrente de campo atinjam seu valor máximo, o que vier primeiro. Usando MATLAB:
 - Encontre a potência de saída máxima do gerador em MW.
 - Plote a corrente de campo do gerador [A] em função da sua potência de saída [MW].
 - Plote potência reativa de saída do gerador [Mvar] em função da potência de saída do gerador [MW].
 - Repita a parte (a) se o regulador de tensão for ajustado para regular a tensão de terminal em 0,99 por unidade (25,7 kV).
- 5.31** Um gerador de 450 MVA e 26 kV é conectado a um sistema de potência de 345 kV através de um transformador de 500 MVA e 26 kV:345 kV que pode ser representado por uma reatância em série de $95 \text{ m}\Omega$, referida a seus terminais de baixa tensão. O gerador tem uma reatância síncrona de 1,73 por unidade e uma corrente de campo de 2140 A correspondente à tensão nominal a vazio. Com procedimentos normais de operação, o gerador funciona sob regulação de tensão automática ajustada para manter sua tensão de terminal em 26 kV.

Neste problema, você investigará as possíveis consequências no caso de os operadores esquecerem de ativar o regulador de tensão automático deixando a excitação de campo constante em 2140 A.

- a. (i) Se o sistema de potência for representado simplesmente por um barramento infinito de 345 kV (desprezando os efeitos de qualquer impedância equivalente), o gerador poderá ser carregado até a plena carga? Se afirmativo, qual é o ângulo de potência δ correspondente à plena carga? Em caso negativo, qual é a carga máxima em MW que pode ser alcançada? (ii) Encontre a corrente de campo que seria necessária para obter a carga nominal em MW com a tensão de terminal nominal. Calcule a saída de potência reativa nessas condições de operação.
 - b. Repita a parte (a) com o sistema de potência representado agora por um barramento infinito de 345 kV em série com uma impedância reativa de $12,4 \Omega$.
 - c. Usando MATLAB, plote a corrente de campo em função da carga do gerador em MW para o sistema da parte (b) assumindo que o gerador foi levado até a plena carga com o regulador de tensão automático em operação.
- 5.32** Repita o Exemplo 5.15 assumindo que o gerador está operando com a metade da potência nominal (em kVA) com fator de potência de 0,8 atrasado e tensão nominal de terminal.
- 5.33** Repita os cálculos do Problema 5.31 para um gerador de 450 MVA e 26-kV que tem uma indutância saturada de eixo direto de 1,73 por unidade e uma indutância saturada de eixo em quadratura de 1,34 por unidade e que no restante é idêntico ao gerador do Problema 5.31.
- 5.34** Considere um gerador síncrono de polos salientes conectado a um sistema externo que pode ser representado por uma fonte de tensão de 1,0 por unidade em série com uma reatância de 0,12 por unidade. As reatâncias do gerador são $X_d = 1,38$ por unidade e $X_q = 0,92$ por unidade. Supondo que o gerador é operado com um regulador de tensão que mantém a tensão de terminal de 1,0 por unidade, usando MATLAB, plote a tensão gerada E_{af} em função da saída de potência por unidade P do gerador no intervalo $0 \leq P \leq 1,0$.
- 5.35** Desenhe o diagrama fasorial em regime permanente, com eixos direto e em quadratura, de um motor síncrono de polos salientes, com as reatâncias X_d e X_q e a resistência de armadura R_a . Desse diagrama fasorial, mostre que o ângulo de conjugado δ , entre a tensão gerada \hat{E}_{af} (que está ao longo do eixo em quadratura) e a tensão de terminal \hat{V}_t , é dado por

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_a X_q \cos \phi + I_a R_a \operatorname{sen} \phi}{V_t + I_a X_q \operatorname{sen} \phi - I_a R_a \cos \phi}$$

Aqui, ϕ é o ângulo de fase da corrente de armadura \hat{I}_a em relação a \hat{V}_t , sendo considerado negativo quando \hat{I}_a está atrasada em relação a \hat{V}_t .

- 5.36** Repita o Problema 5.35 para operação como gerador síncrono, caso em que a equação de δ torna-se

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_a X_q \cos \phi + I_a R_a \operatorname{sen} \phi}{V_t - I_a X_q \operatorname{sen} \phi + I_a R_a \cos \phi}$$

- 5.37** Qual é a porcentagem máxima da potência de saída nominal que um motor de polos salientes entrega sem perda de sincronismo, quando está operando em sua tensão nominal de terminal e excitação de campo nula ($E_{af} = 0$) se $X_d = 1,15$ por unidade e $X_q = 0,75$ por unidade? Calcule, por unidade, a corrente de armadura e a potência reativa nessas condições de operação.
- 5.38** O motor do Problema 5.37 está operando com tensão e potência nominais e com fator de potência unitário.
- Calcule a excitação de campo por unidade (onde 1,0 por unidade de excitação corresponde a uma corrente de campo de CCAV).
 - Repita o cálculo da parte (a) assumindo que o motor não tem polos salientes, ou seja, assumindo que $X_q = X_d = 1,15$ por unidade.
- 5.39** Considere um motor de polos salientes com $X_d = 0,93$ por unidade e $X_q = 0,77$ por unidade.
- O motor está operando em sua tensão de terminal nominal fornecendo a potência de saída nominal em seu eixo, com fator de potência unitário. Calcule sua excitação de campo por unidade (onde uma excitação de 1,0 por unidade corresponde a uma corrente de campo de CCAV).
 - Repentinamente, a carga do motor cai para 0,5 por unidade. Assumindo que a excitação de campo é a mesma da parte (a), calcule (i) a corrente por unidade e (ii) a potência reativa por unidade nos terminais do motor. Sugestão: Uma pesquisa com MATLAB pode ser mais simples do que tentar uma solução analítica direta.
- 5.40** Um gerador síncrono de polos salientes, com reatâncias síncronas saturadas $X_d = 1,72$ por unidade e $X_q = 1,47$ por unidade, está conectado a um barramento infinito por meio de uma impedância externa $X_\infty = 0,09$ por unidade, baseado no gerador. O gerador está operando com tensão e potência (MVA) nominais com fator de potência 0,95 atrasado, medidas nos terminais do gerador.
- Desenhe um diagrama fasorial indicando a tensão do barramento infinito, a corrente de armadura, a tensão de terminal do gerador, a tensão de excitação e o ângulo de rotor (medido em relação ao barramento infinito).
 - Calcule, por unidade, as tensões de terminal, do barramento infinito e a gerada. Calcule também o ângulo do rotor em graus, medido em relação ao barramento infinito.
- 5.41** Um gerador síncrono de polos salientes, com reatâncias síncronas saturadas $X_d = 0,87$ por unidade e $X_q = 0,71$ por unidade, está conectado a um barramento infinito de tensão nominal por meio de uma impedância externa $X_\infty = 0,075$ por unidade.
- Suponha que o gerador esteja fornecendo apenas potência reativa. Encontre as excitações de campo mínima e máxima, por unidade (onde 1,0 por unidade é a corrente de campo necessária para obter a tensão nominal a vazio), de modo que o gerador não ultrapasse a sua corrente nominal de terminal.

- ii. Usando MATLAB, plote a corrente de armadura em função da excitação de campo quando a excitação de campo por unidade varia entre os limites determinados na parte (i).
 - b. Supondo agora que o gerador esteja fornecendo uma potência ativa nominal de 0,40 por unidade, acrescente sobre o mesmo eixo a plotagem da corrente de armadura, por unidade, em função da excitação de campo, quando a corrente de campo varia no intervalo para o qual a corrente de armadura é inferior a 1,0 por unidade.
 - c. Repita a parte (b) para potências de saída do gerador de 0,6 e 0,8 por unidade. O resultado final será uma plotagem de curvas V para esse gerador, nessa configuração.
- 5.42** Um condensador síncrono de 150 MVA e 13,8 kV é conectado a um sistema de potência de 138 kV por meio de um transformador de 150 MVA e 13,8 kV:138 kV. O condensador síncrono gera uma tensão nominal a vazio com uma corrente de campo de 2480 A e tem uma indutância síncrona de eixo direto de 1,31 por unidade e uma indutância síncrona de eixo em quadratura de 0,98 por unidade. O transformador pode ser representado por uma reatância em série de 0,065 por unidade. Para os objetivos deste problema, você pode representar o sistema externo como uma fonte de tensão constante de 138 kV.
- a. Observa-se que a tensão de terminal do condensador síncrono é 13,95 kV. Calcule sua corrente de terminal em kA, a potência reativa em Mvar e a corrente de campo em A.
 - b. Observa-se que o condensador síncrono está absorvendo 85 Mvar de potência reativa. Calcule sua tensão de terminal em kV, a corrente de terminal em kA e a corrente de campo em A.
- 5.43** Um motor CA trifásico de ímã permanente e quatro polos tem uma tensão nominal de linha de 208 V e uma saída de 10 kW quando está funcionando na velocidade de 2000 rpm. O motor deverá operar a partir de um sistema de acionamento com velocidade variável até 2500 rpm. O motor tem uma indutância síncrona de 5,6 mH e produz uma tensão de linha a vazio de 185 V na velocidade de 2000 rpm.
- Para os objetivos deste problema, você pode considerar a densidade de fluxo operacional do motor como proporcional à razão da tensão de terminal do motor dividida pela frequência elétrica de funcionamento. Você pode desprezar todas as perdas dentro do motor. O algoritmo de controle do acionamento do motor assegura que:
- 1. A densidade de fluxo operacional do motor não excede o valor correspondente à sua tensão nominal para 2000 rpm.
 - 2. A tensão de terminal do motor não excede 208 V.
 - 3. A corrente de terminal do motor não excede seu valor nominal.
 - a. Calcule a frequência elétrica do motor na velocidade de 2000 rpm.
 - b. Calcule a corrente de terminal nominal do motor e o fator de potência quando o motor está trabalhando a 2000 rpm com a tensão de terminal e a potência de saída nominais.

- c. Plote a tensão máxima do motor em função da velocidade no intervalo 0 a 2500 rpm.
- d. Calcule a potência de saída máxima do motor quando ele está operando na velocidade de 1500 rpm.
- e. Calcule a potência de saída máxima do motor quando ele está funcionando na velocidade de 2500 rpm.

Sugestão: As partes (d) e (e) podem ser resolvidas mais facilmente usando MATLAB para pesquisar a carga correspondente à tensão de terminal nominal.

- 5.44** Um gerador síncrono trifásico de ímã permanente e 7,5 kW produz uma tensão de linha a vazio de 208 V e 60 Hz quando é acionado a uma velocidade de 1800 rpm. Quando está operando na velocidade nominal e alimentando uma carga resistiva trifásica conectada em Y, observa-se que sua tensão de terminal é 189 V, tensão de linha, e sua potência de saída é 6,8 kW.

- a. Calcule a corrente por fase do gerador nessas condições de funcionamento.
- b. Supondo que a resistência de armadura do gerador seja desprezível, calcule a reatância síncrona do gerador a 60 Hz.
- c. Calcule a tensão de terminal resultante do gerador quando a resistência é diminuída, de modo que a carga do gerador é aumentada para 7,5 kW (puramente resistiva, de novo) enquanto a velocidade é mantida a 1800 rpm.

- 5.45** Pequenos geradores CA monofásicos de ímã permanente são em geral usados na geração de eletricidade para faróis de bicicletas. Nessa aplicação, os geradores são normalmente projetados com uma quantidade significativa de indutância de dispersão em seu enrolamento de armadura. Um modelo simples desses geradores é uma fonte CA de tensão $e_a(t) = \omega K_a \cos \omega t$ em série com a indutância de dispersão L_a e a resistência R_a , ambas de armadura. Aqui, ω é a frequência elétrica da tensão gerada que depende da velocidade do gerador quando ele está em contato com a roda da bicicleta.

Supondo que o gerador esteja alimentando uma lâmpada de filamento que pode ser modelada como uma resistência R_f , escreva uma expressão para a frequência mínima ω_{\min} que deve ser alcançada para assegurar que a lâmpada fique acesa com brilho constante, independentemente da velocidade da bicicleta.

- 5.46** Um motor de ímã permanente interior, com especificações nominais de 25 kW, 460 V e 3600 rpm, gera uma tensão de linha a vazio de 425 V na velocidade de 3600 rpm. Devido aos ímãs no interior do motor, orientados por definição na direção do eixo direto do rotor, o motor exibe saliências e pode ser modelado por uma indutância síncrona de eixo direto de $2,20 \Omega$, que é inferior à indutância síncrona de eixo em quadratura de $3,98 \Omega$.

O motor está operando com uma carga de 18 kW e uma tensão de terminal de 460 V, tensão de linha. Calcule a corrente de terminal do motor e o fator de potência. Sugestão: Isso pode ser obtido mais facilmente usando o MATLAB para pesquisar a solução do que por meio de uma abordagem analítica de forma fechada.

Máquinas polifásicas de indução

O objetivo deste capítulo é estudar o comportamento das máquinas de indução polifásicas. Nossa análise começará com o desenvolvimento de circuitos equivalentes monofásicos, cuja estrutura genérica é sugerida pela semelhança existente entre uma máquina de indução e um transformador. Esses circuitos equivalentes podem ser usados para estudar as características eletromecânicas da máquina de indução e o efeito da carga apresentado pela máquina sobre a sua fonte de energia, seja ela uma fonte de frequência fixa, como um sistema de potência, seja um acionamento de motor com frequência e tensão variáveis.

6.1 Introdução às máquinas de indução polifásica

Como foi mostrado na Seção 4.2.1, no *motor de indução* a corrente alternada é fornecida diretamente ao estator, ao passo que o rotor recebe a corrente por indução, como em um transformador, a partir do estator. O enrolamento de estator é do tipo discutido na Seção 4.5, como na máquina síncrona. Quando a excitação é feita por uma fonte polifásica equilibrada, um campo magnético é produzido no entreferro girando na velocidade síncrona. Essa velocidade é determinada pelo número de polos do estator e pela frequência f_c aplicada ao estator (Equação 4.44).

O rotor de uma máquina de indução polifásica pode ser de dois tipos. O *rotor enrolado* ou *bobinado* é construído na forma de um enrolamento polifásico semelhante ao estator tendo o mesmo número de polos. Os terminais do enrolamento do rotor são conectados a anéis deslizantes isolados montados sobre o eixo. Escovas de carvão apoiadas sobre esses anéis permitem que os terminais do rotor tornem-se disponíveis externamente ao motor. As máquinas de indução de rotor bobinado são relativamente incomuns, encontradas apenas em um número limitado de aplicações especializadas.

Por outro lado, o motor de indução polifásico, mostrado em vista longitudinal na Figura 6.1, tem o assim denominado *rotor de gaiola de esquilo* no qual o enrolamento consiste em barras condutoras encaixadas em ranhuras no ferro do rotor e curto-circuitadas em cada lado por anéis condutores. A extrema simplicidade e a robustez da construção em gaiola de esquilo representam vantagens notáveis para esse tipo de motor de indução e, de longe, fazem dele o tipo de motor mais usado, partindo

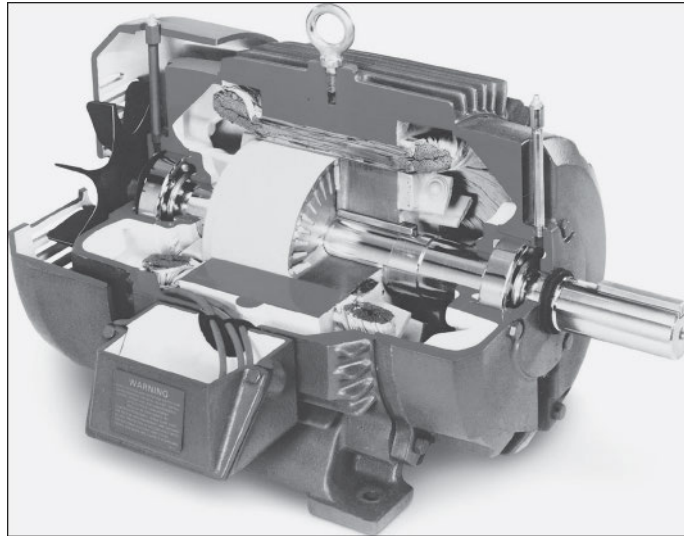


Figura 6.1 Vista longitudinal de um motor trifásico do tipo gaiola de esquilo. As lâminas da gaiola de esquilo podem ser vistas no rotor em corte. (Foto cortesia da empresa Baldor Electric/ABB.)

dos motores fracionários até os de grande porte. A Figura 6.2a mostra o rotor de um pequeno motor do tipo gaiola de esquilo, ao passo que a Figura 6.2b mostra a própria gaiola de esquilo depois que as lâminas do rotor foram removidas quimicamente por corrosão.

Vamos supor que o rotor esteja girando na velocidade constante de n rpm no mesmo sentido que o campo girante do estator. Seja n_s rpm a velocidade síncrona do campo de estator, dada pela Equação 4.44. A diferença entre a velocidade síncrona e a do rotor é normalmente referida como o *escorregamento* do rotor. Neste caso, o escorregamento do rotor é $n_s - n$, medido em rotações por minuto (rpm).

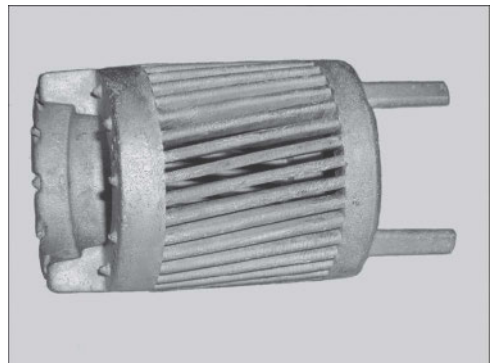
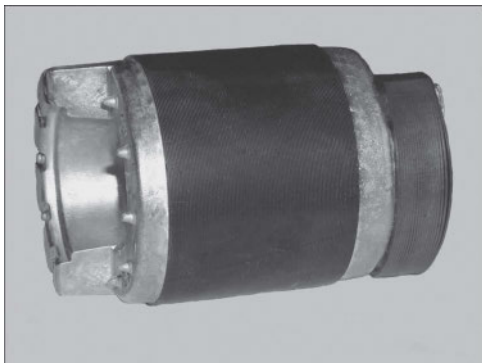


Figura 6.2 (a) O rotor de um pequeno motor do tipo gaiola de esquilo. (b) A estrutura da gaiola de esquilo depois que as lâminas do rotor foram submetidas à corrosão.

O escorregamento é expresso em geral como uma fração da velocidade síncrona como

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (6.1)$$

É essa a definição de escorregamento usada nas equações que caracterizam o desempenho das máquinas de indução, como será desenvolvido neste capítulo. Finalmente, o escorregamento é muitas vezes expresso em porcentagem, sendo igual simplesmente a 100% vezes o escorregamento fracionário da Equação 6.1. Por exemplo, diremos que um motor, operando com um escorregamento de $s = 0,025$, está operando com um escorregamento de 2,5%.

A velocidade do rotor em rpm pode ser expressa em termos do escorregamento s e da velocidade síncrona como

$$n = (1 - s) n_s \quad (6.2)$$

De modo semelhante, a velocidade angular mecânica ω_m pode ser expressa em termos da velocidade síncrona angular ω_s e do escorregamento como

$$\omega_m = (1 - s) \omega_s \quad (6.3)$$

O movimento relativo entre o fluxo do estator e os condutores do rotor induz tensões de frequência f_r dadas, por

$$f_r = s f_e \quad (6.4)$$

denominada *frequência de escorregamento* no rotor. Assim, o comportamento elétrico de uma máquina de indução é similar ao de um transformador, mas apresentando a característica adicional da transformação de frequência produzida pelo movimento relativo entre os enrolamentos do estator e do rotor. Na realidade, uma máquina de indução de rotor bobinado pode ser usada para realizar conversão de frequência.

No caso de gaiola de esquilo, os terminais do rotor de um motor de indução podem ser curto-circuitados por construção ou externamente no caso do motor de rotor bobinado. O fluxo girante de entreferro induz tensões com a frequência de escorregamento nos enrolamentos do rotor. As correntes do rotor são determinadas então pelas magnitudes das tensões induzidas e pela impedância apresentada pelo rotor na frequência de escorregamento. Na partida, o rotor está parado ($n = 0$), o escorregamento é unitário ($s = 1$) e a frequência do rotor é igual à frequência do estator f_e . Portanto, o campo produzido pelas correntes do rotor gira com a mesma velocidade que o campo do estator, resultando um conjugado de partida que faz o rotor tender a girar no sentido de rotação do campo de indução do estator. Se esse conjugado for suficiente para superar a oposição à rotação criada pela carga no eixo, então o motor atingirá a sua velocidade de operação. No entanto, essa velocidade nunca pode se igualar à velocidade síncrona, porque então os condutores do rotor estariam estacionários em relação ao campo do estator; não haveria indução de corrente neles e, conseqüentemente, não seria produzido qualquer conjugado.

Com o rotor girando no mesmo sentido de rotação que o campo do estator, a frequência das correntes do rotor será $s f_e$ e elas produzirão uma onda girante de fluxo que irá girar com $s n_s$ rpm *em relação ao rotor* no sentido para frente. Entretanto, superposta à essa rotação, existe a rotação mecânica do rotor atuando com n rpm.

Assim, em relação ao estator, a velocidade da onda de fluxo produzida pelas correntes do rotor é a soma dessas duas velocidades e é igual a

$$sn_s + n = sn_s + n_s(1 - s) = n_s \tag{6.5}$$

Da Equação 6.5, vemos que as correntes do rotor produzem uma onda de fluxo no entreferro que gira na velocidade síncrona e, portanto, em sincronismo com a produzida pelas correntes do estator. Como os campos do estator e do rotor giram cada um sincronicamente, eles estão estacionários entre si, produzindo um conjugado constante que assim mantém a rotação do rotor. Esse conjugado, que existe em qualquer velocidade mecânica n do rotor que seja diferente da velocidade síncrona, é chamado de *conjugado assíncrono*.

A Figura 6.3 mostra a forma de uma curva típica de conjugado *versus* velocidade para um motor de indução polifásico de gaiola de esquilo. Os fatores que influenciam a forma dessa curva podem ser apreciados em termos da equação de conjugado, a Equação 4.83. Observe que, quando a tensão aplicada ao estator e a frequência são constantes, o fluxo de entreferro resultante Φ_{sr} nessa equação é aproximadamente constante. Lembre-se também que a FMM F_r do rotor é proporcional à corrente do rotor I_r . A Equação 4.83 pode ser expressa então na forma

$$T = -K I_r \text{sen } \delta_r \tag{6.6}$$

onde K é uma constante e δ_r é o ângulo que indica de quanto a onda de FMM do rotor está adiantada em relação à onda resultante de FMM no entreferro. O sinal negativo foi incluído na Eq. 6.6 porque a corrente induzida de rotor circula no sentido de desmagnetizar o fluxo de entreferro, ao passo que a corrente de rotor definida no Capítulo 4 está no sentido que magnetiza o fluxo de entreferro.

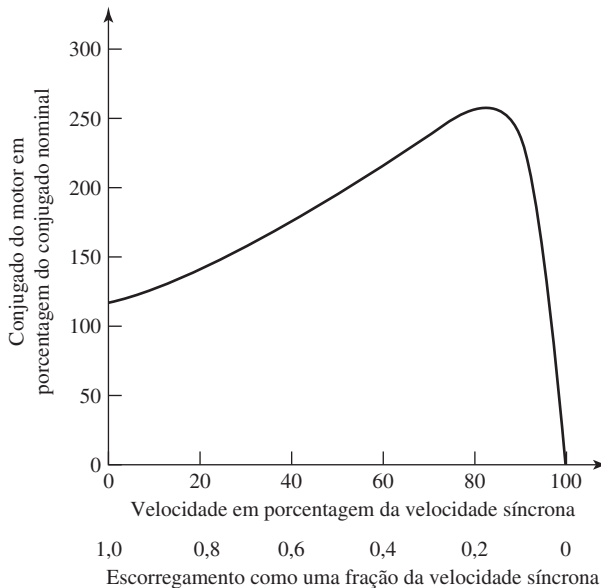


Figura 6.3 Curva típica de conjugado *versus* velocidade de um motor de indução operando com tensão e frequência constantes.

Em condições normais de funcionamento, o escorregamento é pequeno: 2 a 10% a plena carga na maioria dos motores de gaiola de esquilo. A frequência do rotor ($f_r = sf_e$), portanto, é muito pequena (da ordem de 1 a 6 Hz em motores de 60 Hz). Para essas frequências, a impedância do rotor é bastante resistiva e, portanto, independente do escorregamento. A tensão induzida no rotor, por outro lado, é proporcional ao escorregamento e adianta-se de 90° em relação ao fluxo de entreferro resultante. Como os enrolamentos do rotor estão em curto-circuito, a corrente do rotor deve ser igual ao negativo da tensão induzida pelo fluxo de entreferro dividida pela impedância do rotor. Assim, ela é muito aproximadamente proporcional ao escorregamento e também é proporcional à tensão do rotor, estando defasada desta em 180° . Como resultado, a onda de FMM do rotor está atrasada de aproximadamente 90 graus elétricos em relação ao fluxo de entreferro resultante, e assim $\sin \delta_r \approx -1$.

Portanto, dentro do intervalo em que o escorregamento é pequeno, é de se esperar uma proporcionalidade aproximada da corrente do rotor e consequentemente do conjugado em relação ao escorregamento. À medida que o escorregamento aumenta, a impedância do rotor eleva-se devido à contribuição crescente da indutância de dispersão do rotor. Assim, o aumento de corrente e conjugado com o escorregamento torna-se menos do que proporcional. A corrente do rotor também fica mais atrasada em relação à tensão induzida e o valor de δ_r decresce, diminuindo ainda mais o conjugado resultante. Uma análise mais detalhada mostrará que o conjugado aumenta com o incremento do escorregamento até um valor máximo e então diminui, como mostrado na Figura 6.3. O *conjugado máximo*, que normalmente é o dobro ou mais que conjugado nominal do motor, limita a capacidade de sobrecarga de curta duração do motor.

Veremos que o escorregamento, no qual ocorre o conjugado de pico, é proporcional à resistência do rotor. Para motores de gaiola de esquilo, esse escorregamento de conjugado de pico é relativamente pequeno, tal como está mostrado na Figura 6.3. Assim, o motor de gaiola de esquilo é basicamente um motor de velocidade constante, tendo uma queda de velocidade de uns poucos por cento quando passa da condição de ausência de carga para plena carga. No caso de um motor de rotor bobinado, a resistência do rotor pode ser aumentada inserindo uma resistência externa, aumentando assim o escorregamento de conjugado de pico e diminuindo, portanto, a velocidade do motor para um valor especificado de conjugado. Como as máquinas de indução de rotor bobinado são maiores e mais caras, requerendo uma manutenção significativamente mais dispendiosa do que as máquinas de gaiola de esquilo, é raro esse método de controle de velocidade ser usado. A tendência das máquinas de indução acionadas com fontes de frequência constante é estarem basicamente limitadas a aplicações de velocidade constante. Nos anos recentes, o uso de sistemas de acionamento de estado sólido, de tensão e frequência variáveis, vem tornando possível controlar com facilidade a velocidade das máquinas de indução de gaiola e, como resultado, são muito usadas hoje em uma larga faixa de aplicações que exigem velocidade variável.

6.2 Correntes e fluxos em máquinas de indução polifásicas

Em um rotor bobinado, a situação do fluxo e FMM pode ser vista com ajuda da Figura 6.4. Esse esquema mostra a planificação de um enrolamento simples de rotor trifásico e dois polos, dentro de um campo de dois polos. Pode-se ver que atende à

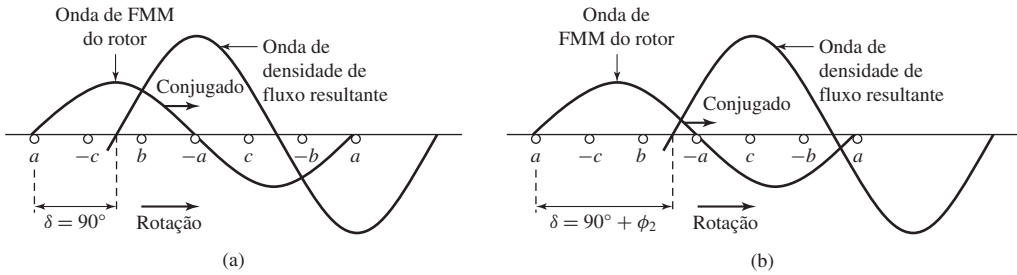


Figura 6.4 Enrolamento planificado do rotor de um motor de indução com suas ondas de densidade de fluxo e de FMM em suas posições relativas para reatância de dispersão (a) igual a zero e (b) diferente de zero.

restrição de que um rotor bobinado deve ter o mesmo número de polos que o estator (embora o número de fases não precise ser o mesmo). A onda de densidade de fluxo do rotor está se movendo para a direita com velocidade angular ω_s e com a velocidade angular de escorregamento $s\omega_s$, em relação ao enrolamento do rotor, o qual, por sua vez, está girando para a direita com velocidade angular $(1 - s)\omega_s$. Ela está mostrada na Figura 6.4 na posição de tensão instantânea máxima da fase *a*.

Se a reatância de dispersão, que é igual a $s\omega_s$ vezes a indutância de dispersão do rotor, for muito pequena em comparação com a resistência do rotor (o que normalmente é o caso para os pequenos escorregamentos que ocorrem em funcionamento normal), a corrente da fase *a* também será máxima. Como mostrado na Seção 4.5, a onda de FMM do rotor estará então centrada na fase *a*, como se vê na Figura 6.4a. Nessas condições, o ângulo de deslocamento, ou ângulo de conjugado, δ_r , está em seu valor ótimo de -90° .

Entretanto, se a reatância de dispersão do rotor for considerável, a corrente da fase *a* estará atrasada, em relação à tensão induzida, de um ângulo igual ao ângulo de fator de potência ϕ_2 da impedância de dispersão do rotor. A corrente da fase *a* não estará em seu valor máximo até um instante correspondentemente mais atrasado. A onda de FMM do rotor estará centrada na fase *a* somente após a onda de fluxo ter se deslocado mais ϕ_2 graus no entreferro, como mostrado na Figura 6.4b. O ângulo δ_r é agora $-(90^\circ + \phi_2)$. Dessa forma, o ângulo de conjugado de um motor de indução é dado em geral por

$$\delta_r = -(90^\circ + \phi_2) \tag{6.7}$$

O seu afastamento do valor ótimo de -90° é dado pelo ângulo do fator de potência para a impedância de dispersão do rotor, na frequência de escorregamento. Na Figura 6.4, o conjugado eletromagnético do rotor está dirigido para a direita, ou seja, no sentido de deslocamento da onda de fluxo.

A situação comparativa para o caso de um rotor de gaiola de esquilo está ilustrada na Figura 6.5. Um rotor de 16 barras colocado em um campo de dois polos está mostrado em forma planificada. Para simplificar o desenho, apenas um número relativamente pequeno de barras do rotor foi escolhido, e esse número é um múltiplo inteiro do número de polos. Normalmente, não se adota essa escolha para evitar efeitos danosos devido às componentes harmônicas. Na Figura 6.5a, a onda senoidal de densidade de fluxo induz uma tensão em cada barra, e os valores instantâneos são indicados pelas linhas cheias verticais.

Um pouco depois, as correntes nas barras assumem os valores instantâneos indicados pelas linhas cheias verticais da Figura 6.5b, e o atraso de tempo corresponde

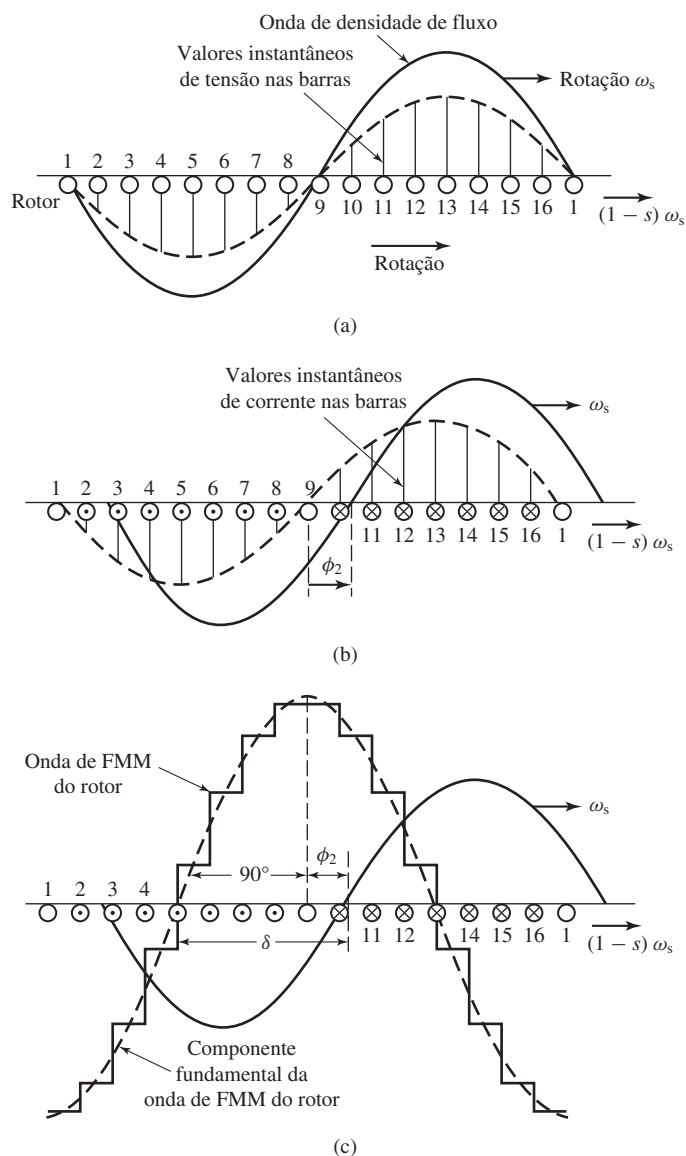


Figura 6.5 Reações de um rotor de gaiola de esquilo em um campo de dois polos.

ao ângulo do fator de potência do rotor ϕ_2 . Nesse intervalo de tempo, a onda de densidade de fluxo sofre um deslocamento de um ângulo espacial ϕ_2 , segundo seu sentido de rotação em relação ao rotor, e chega então à posição mostrada na Figura 6.5b. A respectiva onda de FMM do rotor está representada pela onda em degraus na Figura 6.5c. A componente fundamental está mostrada na forma de uma senoide em linha tracejada e a onda de densidade de fluxo, pela senoide em linha cheia. O estudo dessas figuras confirma o princípio geral de que o número de polos do rotor, em um rotor de gaiola de esquilo, é determinado pela onda de fluxo indutivo.

6.3 Circuito equivalente do motor de indução

As considerações anteriores sobre fluxo e ondas de FMM podem ser expressas facilmente na forma de um circuito equivalente para a máquina de indução polifásica, em regime permanente. Nesse desenvolvimento, apenas máquinas com enrolamentos polifásicos simétricos, excitados por tensões polifásicas equilibradas, são consideradas. Como em muitas outras discussões de dispositivos polifásicos, é útil pensar que as máquinas trifásicas estão ligadas em Y, de modo que as correntes e tensões sejam sempre expressas por valores de fase. Nesse caso, podemos deduzir o circuito equivalente para uma fase, ficando subentendido que as tensões e correntes nas demais fases podem ser obtidas por meio de um simples deslocamento adequado da fase que está sendo estudada ($\pm 120^\circ$ no caso de uma máquina trifásica).

Primeiro, considere as condições no estator. A onda de fluxo de entreferro, girando sincronicamente, gera forças contraeletromotrizes (FCEMs) polifásicas equilibradas nas fases do estator. A tensão de terminal do estator difere da FCEM pela queda de tensão na impedância de dispersão do estator $Z_1 = R_1 + j X_1$. Assim,

$$\hat{V}_1 = \hat{E}_2 + \hat{I}_1(R_1 + j X_1) \tag{6.8}$$

onde

- \hat{V}_1 = Tensão de fase de terminal do estator
- \hat{E}_2 = FCEM (de fase) gerada pelo fluxo de entreferro resultante
- \hat{I}_1 = Corrente do estator
- R_1 = Resistência efetiva do estator
- X_1 = Reatância de dispersão do estator

As polaridades das tensões e correntes estão mostradas no circuito equivalente da Figura 6.6.

O fluxo de entreferro resultante é criado pelas FMMs combinadas das correntes de estator e rotor. Exatamente como no caso de um transformador, a corrente de estator pode ser decomposta em duas componentes: uma componente de carga e uma componente de excitação (magnetização). A componente de carga \hat{I}_2 produz uma FMM que corresponde à FMM da corrente do rotor. A componente de excitação \hat{I}_φ é a corrente de estator adicional que é necessária para criar o fluxo de entreferro resultante e é uma função da FEM \hat{E}_2 . A corrente de excitação pode ser decomposta em uma componente de perdas no núcleo \hat{I}_c , em fase com \hat{E}_2 , e uma componente de magnetização \hat{I}_m , atrasada em relação a \hat{E}_2 de 90° . No circuito equivalente, a corrente de excitação pode

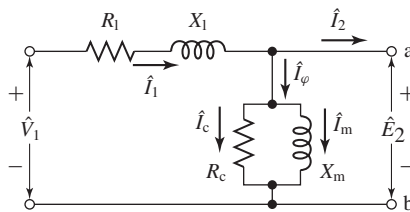


Figura 6.6 Circuito equivalente do estator de um motor de indução polifásico.

ser levada em consideração incluindo-se um ramo em derivação, formado por uma *resistência de perdas no núcleo* R_c em paralelo com uma *reatância de magnetização* X_m , ligado a \hat{E}_2 , como na Figura 6.6. Normalmente, ambas (R_c e X_m) são determinadas para a frequência nominal do estator e para um valor de E_2 próximo do valor esperado de operação. A seguir, assumiremos que esses valores permanecem constantes quando pequenos desvios em E_2 ocorrerem durante o funcionamento normal do motor.

O circuito equivalente da Figura 6.6, que representa os fenômenos ocorridos no estator, é exatamente igual ao usado para representar o primário de um transformador. Para completar o nosso modelo, os efeitos do rotor devem ser incluídos. Do ponto de vista do circuito equivalente do estator da Figura 6.6, o rotor pode ser representado por uma impedância equivalente Z_2

$$Z_2 = \frac{\hat{E}_2}{\hat{I}_2} \quad (6.9)$$

que corresponde à impedância de dispersão de um secundário equivalente estacionário. Para completar o circuito equivalente, devemos determinar o valor de Z_2 que represente as tensões e correntes em termos das grandezas do rotor referidas ao estator.

Como vimos na Seção 2.3, do ponto de vista do primário, o enrolamento do secundário de um transformador pode ser substituído por um enrolamento secundário equivalente que tem o mesmo número de espiras que o enrolamento do primário. Em um transformador, no qual a relação de espiras e os parâmetros do secundário são conhecidos, isso pode ser feito referindo a impedância do secundário ao primário. Para tanto, essa impedância é multiplicada pelo quadrado da relação de espiras entre o primário e o secundário. O circuito equivalente resultante é perfeitamente geral do ponto de vista das grandezas do primário.

De modo semelhante, no caso de um motor de indução polifásico, quando o rotor é substituído por um rotor equivalente, tendo um enrolamento polifásico com os mesmos números de fases e espiras que o estator mas produzindo a mesma FMM e fluxo de entreferro que o rotor real, o desempenho não será alterado quando for observado do ponto de vista dos terminais do estator. Esse conceito, adotado aqui, é especialmente útil no modelamento de rotores de gaiola nos quais a identificação dos “enrolamentos de fase” não é óbvia de modo algum.

O rotor de uma máquina de indução é curto-circuitado e, desse modo, a impedância vista pela tensão induzida é simplesmente a impedância de curto-circuito do rotor. Portanto, a expressão que fornece a relação entre a impedância de dispersão Z_{2s} do rotor equivalente, na frequência de escorregamento, e a impedância de dispersão Z_{rotor} , na frequência de escorregamento, do rotor real deve ser

$$Z_{2s} = \frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = N_{\text{ef}}^2 \left(\frac{\hat{E}_{\text{rotor}}}{\hat{I}_{\text{rotor}}} \right) = N_{\text{ef}}^2 Z_{\text{rotor}} \quad (6.10)$$

onde N_{ef} é relação de espiras efetiva entre o enrolamento do estator e o enrolamento do rotor real. Aqui, o índice 2s refere-se às grandezas associadas ao rotor referido. Assim, \hat{E}_{2s} é a tensão induzida pelo fluxo de entreferro resultante no rotor equivalente e \hat{I}_{2s} é a respectiva corrente induzida.

Quando se está interessado nas correntes e tensões do rotor real, a relação de espiras N_{ef} deve ser conhecida para que se possa converter as grandezas do rotor

equivalente de volta para o rotor real. Entretanto, para os propósitos de estudo do desempenho do motor de indução, visto dos terminais do estator, não há necessidade dessa conversão e uma representação em termos das grandezas do rotor equivalente é perfeitamente adequada. Assim, um circuito equivalente, baseado nas grandezas do rotor equivalente, pode ser usado para representar ambos os rotores (bobinado e de gaiola de esquilo).

Depois de examinar os efeitos da relação de espiras entre o estator e o rotor, devemos considerar agora o movimento relativo entre o estator e o rotor com o objetivo de substituir o rotor real, com suas tensões e correntes na frequência de escorregamento, por um rotor equivalente estacionário, com tensões e correntes na frequência do estator. Considere primeiro a impedância de dispersão do rotor referido, na frequência de escorregamento.

$$Z_{2s} = \frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = R_2 + jsX_2 \tag{6.11}$$

onde

R_2 = Resistência do rotor referido

sX_2 = Reatância de dispersão do rotor referido, na frequência de escorregamento

Observe que aqui X_2 foi definida como a reatância referida de dispersão do rotor, na frequência do estator f_e . Como a frequência do rotor real é $f_r = sf_e$, X_2 foi convertida para a reatância, na frequência de escorregamento, simplesmente multiplicando pelo escorregamento s . O circuito equivalente de uma fase do rotor referido, na frequência de escorregamento, está na Figura 6.7. Esse é o circuito equivalente do rotor como é visto, na frequência de escorregamento, no quadro de referência do rotor.

A seguir, observamos que a onda de FMM resultante no entreferro é produzida pelos efeitos combinados da corrente do estator \hat{I}_1 e da corrente de carga equivalente \hat{I}_2 . De modo semelhante, ela pode ser expressa em termos da corrente de estator e da corrente de rotor equivalente \hat{I}_{2s} . Essas duas correntes são iguais em magnitude pois \hat{I}_{2s} é definida como a corrente em um rotor equivalente, com o mesmo número de espiras por fase que o estator. Como a onda de FMM resultante no entreferro é determinada pela soma fasorial da corrente do estator e da corrente do rotor, real ou equivalente, então \hat{I}_2 e \hat{I}_{2s} devem ser iguais também em fase (nas suas frequências elétricas respectivas) e, assim, podemos escrever

$$\hat{I}_{2s} = \hat{I}_2 \tag{6.12}$$

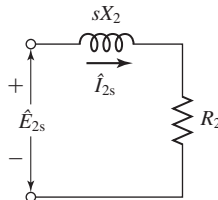


Figura 6.7 Circuito equivalente de um rotor de motor de indução polifásico na frequência de escorregamento.

Finalmente, considere que a onda de fluxo resultante induz a FEM no rotor referido \hat{E}_{2s} , na frequência de escorregamento, e também a FCEM no estator \hat{E}_2 . Se não fosse pelo efeito da velocidade, essas tensões teriam a mesma magnitude porque o enrolamento do rotor referido tem o mesmo número de espiras por fase que o enrolamento do estator. No entanto, como a velocidade relativa da onda de fluxo em relação ao rotor é s vezes a sua velocidade em relação ao estator, a relação entre essas FEMs é

$$E_{2s} = sE_2 \tag{6.13}$$

Podemos ainda argumentar que, como o ângulo de fase entre cada uma dessas tensões e a onda de fluxo resultante é 90° , essas duas tensões devem ser iguais também em sentido fasorial nas suas respectivas frequências elétricas. Portanto,

$$\hat{E}_{2s} = s\hat{E}_2 \tag{6.14}$$

Dividindo a Equação 6.14 pela Equação 6.12 e usando a Equação 6.11, temos

$$\frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = \frac{s\hat{E}_2}{\hat{I}_2} = Z_{2s} = R_2 + jsX_2 \tag{6.15}$$

Então, dividindo pelo escorregamento s , obtemos

$$Z_2 = \frac{\hat{E}_2}{\hat{I}_2} = \frac{R_2}{s} + jX_2 \tag{6.16}$$

Assim, alcançamos o nosso objetivo. Z_2 é a impedância de rotor equivalente estacionário que aparece nos terminais de carga do circuito equivalente do estator mostrado na Figura 6.6. O resultado final é o circuito equivalente monofásico da Figura 6.8. Os efeitos combinados da carga no eixo e da resistência do rotor aparecem na forma de uma resistência refletida R_2/s , que é uma função do escorregamento e, portanto, da carga mecânica. A corrente na impedância refletida de rotor é igual à componente de carga \hat{I}_2 da corrente do estator. A tensão sobre essa impedância é igual à tensão de estator \hat{E}_2 . Observe que, quando as correntes e tensões do rotor são refletidas no estator, sua frequência também é alterada para a frequência do estator. Todos os fenômenos elétricos do rotor, quando vistos a partir do estator, tornam-se fenômenos que têm a frequência do estator, porque simplesmente o enrolamento do estator vê as ondas de FMM e fluxo deslocando-se na velocidade síncrona.

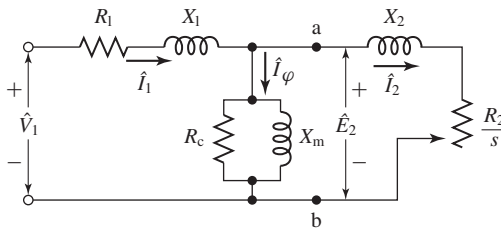


Figura 6.8 Circuito equivalente monofásico de um motor de indução polifásico.

6.4 Análise do circuito equivalente

O circuito equivalente monofásico da Figura 6.8 pode ser usado para determinar uma ampla variedade de características de desempenho das máquinas de indução polifásicas em regime permanente. Estão incluídas as variações de corrente, velocidade e perdas que ocorrem quando as exigências de carga e conjugado são alteradas. Incluem-se também o conjugado máximo e o de partida. Entretanto, observe que na prática os parâmetros do circuito equivalente podem depender das condições de operação. De forma específica, a temperatura afetará os valores das resistências e os parâmetros do rotor de um motor de gaiola de esquilo de podem se alterar com o escorregamento, como será discutido na Seção 6.7.2.

O circuito equivalente mostra que a potência total P_g transferida através do entreferro desde o estator é

$$P_g = q I_2^2 \left(\frac{R_2}{s} \right) \quad (6.17)$$

onde q é o número de fases do estator.

As perdas totais I^2R do rotor, P_{rotor} , podem ser calculadas a partir das perdas I^2R no rotor equivalente como

$$P_{rotor} = q I_{2s}^2 R_2 \quad (6.18)$$

Como $I_{2s} = I_2$, podemos escrever a Equação 6.18 como

$$P_{rotor} = q I_2^2 R_2 \quad (6.19)$$

Agora, a potência eletromagnética P_{mec} desenvolvida pelo motor pode ser determinada subtraindo a dissipação de potência do rotor (Equação 6.19) da potência de entreferro na Equação 6.17, obtendo-se

$$P_{mec} = P_g - P_{rotor} = q I_2^2 \left(\frac{R_2}{s} \right) - q I_2^2 R_2 \quad (6.20)$$

ou, de forma equivalente,

$$P_{mec} = q I_2^2 R_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) \quad (6.21)$$

Comparando a Equação 6.17 com a Equação 6.21, obtêm-se

$$P_{mec} = (1-s)P_g \quad (6.22)$$

e

$$P_{rotor} = s P_g \quad (6.23)$$

Vemos então que, da potência total fornecida através do entreferro para o rotor, a fração $1-s$ é convertida em potência mecânica e a fração s é dissipada como perdas I^2R nos condutores do rotor. De forma similar, a potência dissipada no rotor pode ser expressa em termos da potência eletromecânica como

$$P_{rotor} = \left(\frac{s}{1-s} \right) P_{mec} \quad (6.24)$$

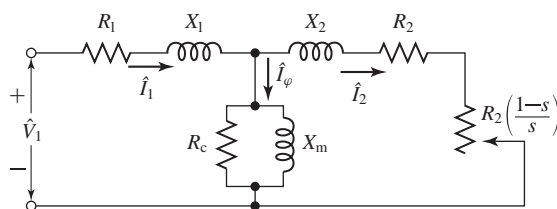


Figura 6.9 Forma alternativa do circuito equivalente do motor de indução polifásico.

Das Eqs. 6.23 e 6.24, é evidente que um motor de indução operando com um escorregamento elevado não é um dispositivo eficiente. O circuito equivalente da Figura 6.9 enfatiza a relação entre as perdas no rotor e a potência eletromecânica. A dissipação de potência do rotor por fase do estator corresponde à potência dissipada na resistência R_2 , ao passo que a potência eletromecânica por fase do estator é igual à potência entregue à resistência $R_2(1 - s)/s$.

Exemplo 6.1

Observa-se que um motor de indução trifásico de dois polos e 60 Hz está operando com uma velocidade de 3502 rpm com uma potência de entrada de 15,7 kW e uma corrente de terminal de 22,6 A. A resistência de enrolamento do estator é $0,20 \Omega$ /fase. Calcule a potência I^2R dissipada no rotor.

Solução

A potência dissipada no enrolamento do estator é dada por

$$P_{\text{estator}} = 3I_1^2 R_1 = 3(22,6)^2 \times 0,2 = 306 \text{ W}$$

Assim, a potência no entreferro é

$$P_g = P_{\text{entrada}} - P_{\text{estator}} = 15,7 - 0,3 = 15,4 \text{ kW}$$

A velocidade síncrona dessa máquina pode ser obtida a partir da Equação 4.44

$$n_s = \left(\frac{120}{\text{polos}} \right) f_e = \left(\frac{120}{2} \right) 60 = 3600 \text{ rpm}$$

e, portanto, da Equação 6.1, o escorregamento é $s = (3600 - 3502)/3600 = 0,0272$. Assim, da Equação 6.23,

$$P_{\text{rotor}} = s P_g = 0,0272 \times 15,4 \text{ kW} = 419 \text{ W}$$

Problema prático 6.1

Calcule a potência de dissipação do rotor de um motor trifásico de quatro polos, 460 V e 60 Hz com uma resistência de armadura de $0,056 \Omega$ operando na velocidade de 1738 rpm, com uma potência de entrada de 47,4 kW e uma corrente de terminal de 76,2 A.

Solução

1,6 kW

O conjugado eletromecânico T_{mec} correspondente à potência P_{mec} pode ser obtido lembrando que a potência mecânica é igual ao conjugado vezes a velocidade angular. Assim,

$$P_{\text{mec}} = \omega_m T_{\text{mec}} = (1 - s) \omega_s T_{\text{mec}} \quad (6.25)$$

Para P_{mec} em watts e ω_s em rad/s, T_{mec} será em newtons-metros.

O uso das Equações 6.21 e 6.22 leva a

$$T_{\text{mec}} = \frac{P_{\text{mec}}}{\omega_m} = \frac{P_g}{\omega_s} = \frac{q I_2^2 (R_2/s)}{\omega_s} \quad (6.26)$$

Com a velocidade angular mecânica síncrona ω_s sendo dada por

$$\omega_s = \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \omega_e \quad (6.27)$$

onde ω_e é a frequência elétrica f_e expressa em rad/s como

$$\omega_e = 2\pi f_e \quad (6.28)$$

a Eq. 6.26 pode ser escrita em termos da frequência elétrica ω_e como

$$T_{\text{mec}} = \left(\frac{\text{polos}}{2 \omega_e} \right) q I_2^2 (R_2/s) \quad (6.29)$$

O conjugado mecânico T_{mec} e a potência P_{mec} não são os valores de saída disponíveis no eixo porque o atrito, a ventilação e as perdas suplementares não foram ainda considerados. Obviamente, é correto subtrair o atrito, a ventilação e outras perdas rotacionais de T_{mec} ou P_{mec} . Assume-se, em geral, que os efeitos das perdas suplementares podem ser subtraídos do mesmo modo. O restante está disponível como potência de saída no eixo em forma de trabalho útil. Assim,

$$P_{\text{eixo}} = P_{\text{mec}} - P_{\text{rot}} \quad (6.30)$$

e

$$T_{\text{eixo}} = \frac{P_{\text{eixo}}}{\omega_m} = T_{\text{mec}} - T_{\text{rot}} \quad (6.31)$$

em que P_{rot} e T_{rot} são a potência e o conjugado associados ao atrito, à ventilação e às demais perdas rotacionais.

Em geral, a análise do circuito equivalente do transformador é simplificada, desprezando-se por completo o ramo de magnetização ou adotando-se uma aproximação que consiste em movê-lo diretamente até os terminais do primário. No caso das máquinas de indução, em condições normais de funcionamento, tais aproximações não são usadas porque, com a presença do entreferro, resulta uma impedância de magnetização relativamente mais baixa e, de forma correspondente, uma corrente de excitação relativamente mais elevada – 30 a 50% da corrente a plena carga – e também porque as reatâncias de dispersão são mais elevadas. Algumas simplificações no circuito equivalente da máquina de indução ocorrem quando a resistência R_c de perdas no núcleo é omitida e quando o efeito correspondente das perdas no núcleo é deduzido de T_{mec} ou P_{mec} , ao mesmo tempo que os efeitos das perdas rotacionais e

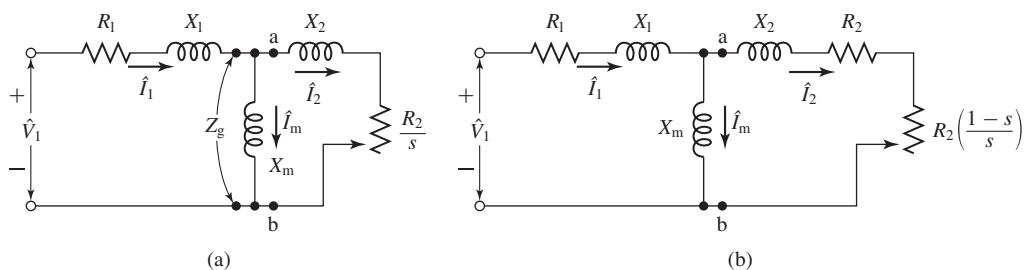


Figura 6.10 Circuitos equivalentes, com a resistência de perdas no núcleo desprezada, correspondentes à (a) Figura 6.8 e (b) Figura 6.9.

suplementares são subtraídos. O circuito equivalente torna-se então o da Figura 6.10a ou b, e muitas vezes o erro introduzido é relativamente insignificante. Durante os ensaios de motores, tal procedimento apresenta também uma vantagem, porque então as perdas a vazio no núcleo não precisam ser separadas do atrito e da ventilação. Esses últimos circuitos serão usados nas discussões subsequentes.

Exemplo 6.2

Um motor de indução trifásico, ligado em Y, de seis polos, 460 V (tensão de linha), 20 kW e 60 Hz tem os seguintes valores de parâmetros, em Ω /fase, referidos ao estator:

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188$$

$$X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,10$$

Pode-se assumir que as perdas totais de atrito, ventilação e no núcleo sejam de 320 W constantes, independentemente da carga.

Para um escorregamento de 1,6%, calcule a velocidade, o conjugado e a potência de saída, a corrente de estator, o fator de potência e o rendimento, quando o motor trabalha em tensão e frequência constantes.

Solução

Seja Z_g (Figura 6.10a) a impedância por fase apresentada ao estator pela reatância de magnetização e o rotor. Assim, da Figura 6.10a,

$$Z_g = R_g + jX_g = \left(\frac{R_2}{s} + jX_2 \right) \text{ em paralelo com } jX_m$$

A substituição dos valores numéricos dados, para $s = 0,016$, resulta em

$$R_g + jX_g = 8,48 + j6,74 \Omega$$

Agora, a impedância de entrada do estator pode ser calculada como

$$Z_{\text{entrada}} = R_1 + jX_1 + Z_g = 10,84 + j6,75 = 10,9 \angle 38,5^\circ \Omega$$

A tensão de fase de terminal é igual a

$$V_1 = \frac{460}{\sqrt{3}} = 266 \text{ V}$$

e, desse modo, a corrente de estator pode ser calculada como

$$\hat{I}_1 = \frac{V_1}{Z_{in}} = \frac{266}{10,9 \angle 38,5^\circ} = 24,5 \angle -38,5^\circ \text{ A}$$

A corrente de estator é, assim, 18,8 A e o fator de potência é igual a $\cos(-38,5^\circ) = 0,783$ atrasado.

A velocidade síncrona pode ser obtida da Equação 4.44:

$$n_s = \left(\frac{120}{\text{polos}} \right) f_c = \left(\frac{120}{6} \right) 60 = 1200 \text{ rpm}$$

ou da Equação 6.27:

$$\omega_s = \frac{4\pi f_c}{\text{polos}} = \frac{4\pi \times 60}{6} = 40\pi \text{ rad/s}$$

A velocidade do rotor é

$$n = (1 - s)n_s = (1 - 0,016) \times 1200 = 1181 \text{ rpm}$$

ou

$$\omega_m = (1 - s)\omega_s = (1 - 0,016) \times 40\pi = 123,7 \text{ rad/s}$$

Da Equação 6.17,

$$P_g = q I_1^2 \left(\frac{R_2}{s} \right)$$

No entanto, observe que, como a única resistência incluída em Z_g é R_2/s , a potência dissipada em Z_g é igual à potência dissipada em R_2/s e, assim, podemos escrever

$$P_g = q I_1^2 R_g = 3(24,5)^2(8,21) = 14,80 \text{ kW}$$

Agora, podemos calcular o valor de P_{mec} dado pela Equação 6.21 e a potência de saída no eixo dada pela Equação 6.30. Assim,

$$\begin{aligned} P_{eixo} &= P_{mec} - P_{rot} = (1 - s)P_g - P_{rot} \\ &= (1 - 0,016) \times 14.800 - 320 = 14,24 \text{ kW} \end{aligned}$$

e o conjugado de saída no eixo pode ser encontrado a partir da Equação 6.31 como

$$T_{eixo} = \frac{P_{eixo}}{\omega_m} = \frac{14,240}{123,7} = 115,2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O rendimento é calculado como a razão entre a potência de saída no eixo e a potência de entrada no estator. A potência de entrada é dada por

$$P_{in} = q \text{Re}[\hat{V}_1 \hat{I}_1^*] = 3 \text{Re}[266 \times (24,5 \angle 38,5^\circ)] = 15,29 \text{ kW}$$

Assim, o rendimento η é igual a

$$\eta = \frac{P_{eixo}}{P_{in}} = \frac{14,24 \text{ kW}}{15,29 \text{ kW}} = 0,932 = 93,2\%$$

As características completas de desempenho do motor podem ser determinadas repetindo-se esses cálculos para outros valores de escorregamento que forem adotados.

Problema prático 6.2

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do Exemplo 6.2 quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2%.

Solução

$$\text{Velocidade} = 1186 \text{ rpm}$$

$$P_{\text{eixo}} = 11,05 \text{ kW}$$

$$\text{Rendimento} = 93,4\%$$

6.5 Conjugado e potência usando o teorema de Thévenin

Quando se deseja enfatizar as relações de conjugado e potência, uma considerável simplificação resulta aplicando o teorema de Thévenin ao circuito equivalente do motor de indução. Em sua forma geral, o teorema de Thévenin permite a substituição de qualquer rede, vista em dois terminais *a* e *b* (Figura 6.11a), por uma única fonte de tensão complexa \hat{V}_{eq} em série com uma única impedância Z_{eq} (Figura 6.11b). A tensão equivalente de Thévenin \hat{V}_{eq} é a que aparece nos terminais *a* e *b* da rede original quando esses terminais estão em circuito aberto. A impedância equivalente de Thévenin Z_{eq} é aquela que aparece nos mesmos terminais quando todas as fontes de tensão dentro da rede são zeradas. Em aplicações que envolvem o circuito equivalente do motor de indução, os pontos *a* e *b* são os indicados na Figura 6.10a e b. Então, o circuito equivalente apresenta as formas dadas na Figura 6.12, onde o teorema de Thévenin foi usado para transformar a rede localizada à esquerda dos pontos *a* e *b* em uma fonte de tensão equivalente $\hat{V}_{1,\text{eq}}$ em série com uma impedância equivalente $Z_{1,\text{eq}} = R_{1,\text{eq}} + jX_{1,\text{eq}}$.

De acordo com o teorema de Thévenin, a tensão da fonte equivalente $\hat{V}_{1,\text{eq}}$ é a tensão que aparece nos terminais *a* e *b* da Figura 6.10 quando os circuitos de rotor são removidos. O resultado é um divisor de tensão simples e, assim,

$$\hat{V}_{1,\text{eq}} = \hat{V}_1 \left(\frac{jX_m}{R_1 + j(X_1 + X_m)} \right) \quad (6.32)$$

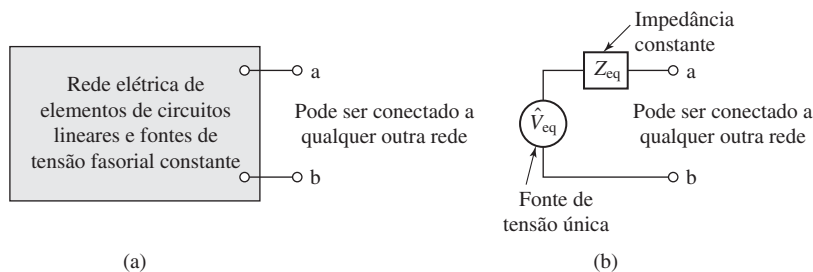


Figura 6.11 (a) Rede linear genérica e (b) seu equivalente nos terminais a-b de acordo com o teorema de Thévenin.

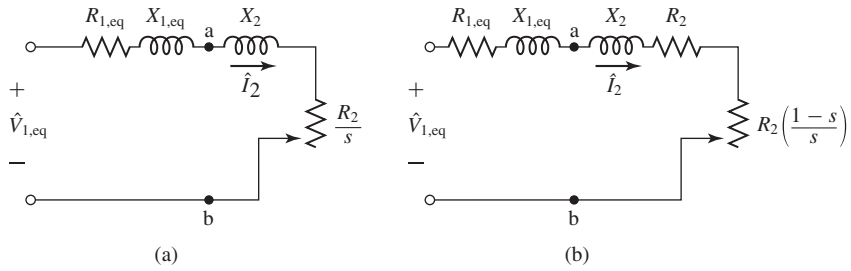


Figura 6.12 Circuitos equivalentes do motor de indução, simplificados pelo teorema de Thévenin.

Para a maioria dos motores de indução, surgirão erros desprezíveis se a resistência de estator da Equação 6.32 for desprezada. A impedância de estator $Z_{1,eq}$, dada pelo equivalente Thévenin, é a impedância entre os terminais a e b da Figura 6.10, vista em direção à fonte, cuja tensão foi zerada (ou, o que é equivalente, substituída por um curto-circuito). Portanto, obtém-se

$$Z_{1,eq} = R_{1,eq} + j X_{1,eq} = (R_1 + j X_1) \text{ em paralelo com } j X_m \tag{6.33}$$

ou

$$Z_{1,eq} = \frac{j X_m (R_1 + j X_1)}{R_1 + j (X_1 + X_m)} \tag{6.34}$$

Observe que a resistência das perdas no núcleo R_c foi desprezada na dedução das Equações 6.32 a 6.34. Embora trate-se de uma aproximação muito usada, o seu efeito pode ser incorporado facilmente às deduções apresentadas aqui substituindo a reatância de magnetização jX_m pela impedância de magnetização Z_m , igual à combinação da resistência de perdas no núcleo R_c em paralelo com a reatância de magnetização jX_m .

Do circuito equivalente Thévenin (Figura 6.12), tem-se

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_{1,eq}}{Z_{1,eq} + j X_2 + R_2/s} \tag{6.35}$$

e, desse modo, da expressão do conjugado (Equação 6.29), obtém-se

$$\begin{aligned} T_{mec} &= \left(\frac{\text{polos}}{2 \omega_e} \right) q |\hat{I}_2|^2 (R_2/s) \\ &= \left(\frac{\text{polos}}{2 \omega_e} \right) \left[\frac{q V_{1,eq}^2 (R_2/s)}{(R_{1,eq} + (R_2/s))^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2} \right] \end{aligned} \tag{6.36}$$

A Eq. 6.36 expressa o conjugado eletromecânico em função do escorregamento. A forma geral de uma curva de *conjugado* versus *velocidade* ou *conjugado* versus *escorregamento*, para um motor de indução conectado a uma fonte de tensão e frequência constantes, está mostrada nas Figuras 6.13 e 6.14.

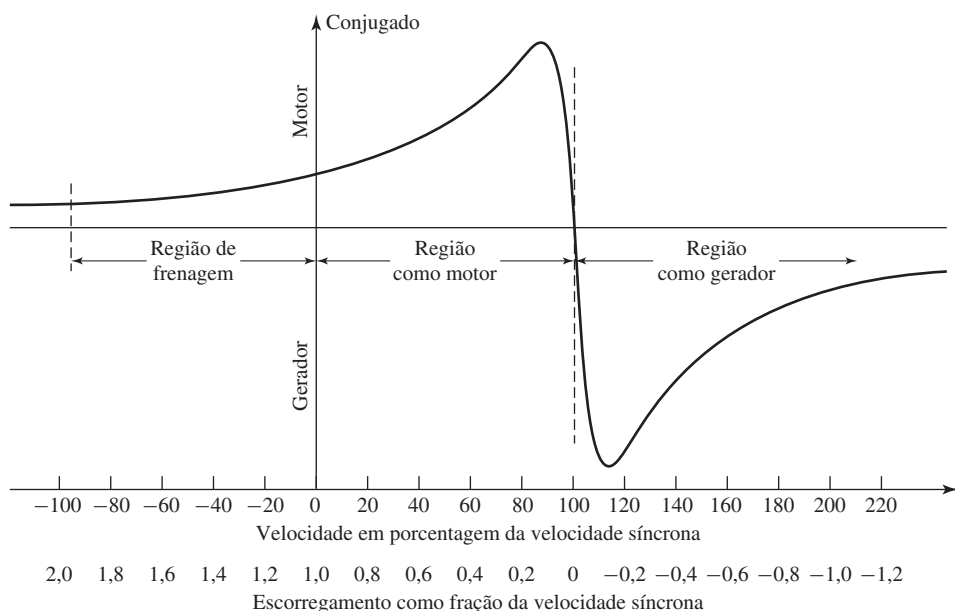


Figura 6.13 Curva de conjugado *versus* escorregamento de uma máquina de indução, mostrando as regiões de frenagem e de funcionamento como motor e gerador.

Durante o funcionamento normal como motor, o rotor gira no sentido de rotação do campo magnético produzido pelas correntes de estator, a velocidade está entre zero e a velocidade síncrona, e o respectivo escorregamento está entre 1,0 e 0 (indicado por “Região como motor” na Figura 6.13). As condições de partida do motor correspondem a $s = 1,0$.

Para operar na região de s superior a 1 (correspondendo a uma velocidade negativa do motor), o motor deve ser acionado em sentido contrário, contra o sentido de rotação do seu campo magnético, por uma fonte de potência mecânica capaz de contrabalançar o conjugado eletromecânico T_{mec} . A principal utilização prática dessa região está em trazer rapidamente o motor até uma parada por um método denominado *frenagem por inversão de fases*. Trocando dois terminais do estator de um motor trifásico, a sequência de fases, e conseqüentemente o sentido de rotação do campo magnético, é invertida repentinamente, e o que era um pequeno escorregamento antes da inversão de fases torna-se um escorregamento próximo de 2,0 após a inversão. Desse modo, a velocidade do motor torna-se negativa em relação à onda de fluxo síncrona do estator e o conjugado positivo resultante obriga o escorregamento do motor a diminuir. Se o motor permanecer conectado à linha, o motor terminará acelerando em direção a um escorregamento nulo. Entretanto, o motor poderá ser facilmente parado se for desconectado da linha na velocidade zero ($s = 1$) antes que comece a girar no sentido oposto. Dessa forma, a região de $s = 1$ a $s = 2$ é indicada por “Região de frenagem” na Figura 6.13.

Uma máquina de indução funcionará como gerador se seus terminais de estator forem conectados a uma fonte de tensão polifásica e seu rotor for acionado por uma máquina motriz acima da velocidade síncrona (resultando em um escorregamento negativo), como mostrado na Figura 6.13. A fonte determina a velocidade síncrona e

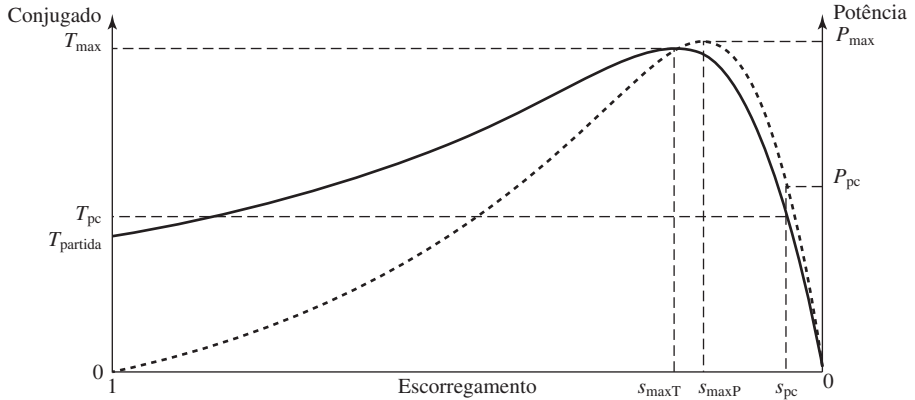


Figura 6.14 Curvas típicas de conjugado (linha cheia) e potência (linha tracejada) para a região de funcionamento como motor.

fornece a entrada de potência reativa necessária para excitar o campo magnético de entreferro. Uma aplicação desse tipo consiste em um gerador de indução conectado a um sistema de potência acionado por uma turbina eólica.

A Figura 6.14 mostra as características de conjugado e potência típicas de um motor de indução operando na região de funcionamento como motor ($0 \leq s \leq 1,0$). Na figura, as condições de operação em plena carga são indicadas pelo escorregamento s_{pc} , conjugado T_{pc} e potência P_{pc} . Vemos que a capacidade máxima de conjugado (e potência) é, em geral, algumas vezes a de seu valor de plena carga, ocorrendo com um escorregamento significativamente mais elevado. O *conjugado eletromecânico máximo* T_{max} ocorre em s_{maxT} , ao passo que a potência máxima P_{max} ocorre em um escorregamento um pouco menor s_{maxP} .

Uma expressão para T_{max} pode ser obtida com facilidade a partir de uma análise do circuito. Como se pode ver na Figura 6.26, o conjugado eletromecânico é máximo quando a potência entregue para R_2/s na Figura 6.12a é máximo. Pode-se demonstrar que essa potência será máxima quando a impedância de R_2/s for igual ao valor da impedância $R_{1,eq} + j(X_{1,eq} + X_2)$ que está entre ela e a tensão equivalente constante $\hat{V}_{1,eq}$. Assim, o conjugado eletromecânico máximo ocorrerá com um valor de escorregamento s_{maxT} para o qual tem-se

$$\frac{R_2}{s_{maxT}} = \sqrt{R_{1,eq}^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2} \tag{6.37}$$

Portanto, o escorregamento s_{maxT} , no conjugado máximo, é

$$s_{maxT} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{1,eq}^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2}} \tag{6.38}$$

e o respectivo escorregamento é, da Equação 6.36,

$$T_{max} = \left(\frac{\text{polos}}{2 \omega_e} \right) \left[\frac{0,5q V_{1,eq}^2}{R_{1,eq} + \sqrt{R_{1,eq}^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2}} \right] \tag{6.39}$$

Exemplo 6.3

Para o motor do Exemplo 6.2, determine (a) a componente de carga I_2 da corrente de estator, o conjugado eletromecânico T_{mec} e a potência eletromecânica P_{mec} para um escorregamento $s = 0,02$; (b) o conjugado eletromecânico máximo e a respectiva velocidade e (c) o conjugado eletromecânico de partida T_{partida} e a respectiva corrente de carga do estator $T_{2,\text{partida}}$. Despreze as perdas rotacionais.

Solução

- a. Primeiro, reduza o circuito a seu equivalente Thévenin. Da Equação 6.32,

$$V_{1,\text{eq}} = |\hat{V}_{1,\text{eq}}| = 253,3 \text{ V}$$

- e, da Equação 6.34,

$$R_{1,\text{eq}} + j X_{1,\text{eq}} = 0,246 + j 1,071 \Omega$$

- Para $s = 0,02$, temos $R_2/s = 9,40 \Omega$ e, da Figura 6.12a, vem

$$I_2 = \frac{V_{1,\text{eq}}}{\sqrt{(R_{1,\text{eq}} + R_2/s)^2 + (X_{1,\text{eq}} + X_2)^2}} = 25,1 \text{ A}$$

- Da Equação 6.29,

$$T_{\text{mec}} = \left(\frac{\text{polos}}{2 \omega_e} \right) q I_2^2 (R_2/s) = 141,2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- e, da Equação 6.21,

$$P_{\text{mec}} = q I_2^2 (R_2/s) (1 - s) = 17,4 \text{ kW}$$

- b. No ponto de conjugado máximo, da Equação 6.38,

$$s_{\text{maxT}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{1,\text{eq}}^2 + (X_{1,\text{eq}} + X_2)^2}} = 0,063 = 6,3\%$$

- e, assim, a velocidade em T_{max} é igual a $(1 - s_{\text{maxT}})n_s = (1 - 0,063) \times 1200 = 1125 \text{ rpm}$.
Da Equação 6.39,

$$T_{\text{max}} = \left(\frac{\text{polos}}{2 \omega_e} \right) \left[\frac{0,5 q V_{1,\text{eq}}^2}{R_{1,\text{eq}} + \sqrt{R_{1,\text{eq}}^2 + (X_{1,\text{eq}} + X_2)^2}} \right] = 237 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- c. Na partida, $s = 1$. Portanto,

$$I_{2,\text{partida}} = \frac{V_{1,\text{eq}}}{\sqrt{(R_{1,\text{eq}} + R_2)^2 + (X_{1,\text{eq}} + X_2)^2}} = 84,1 \text{ A}$$

- Da Equação 6.29,

$$T_{\text{partida}} = \left(\frac{\text{polos}}{2 \omega_e} \right) q I_2^2 R_2 = 31,7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Observe que o conjugado de partida calculado aqui é consideravelmente menor do que conjugado nominal do motor que é da ordem de 160 N.m. Como veremos, um incremento no

conjugado de partida pode ser obtido por meio de um aumento da resistência do rotor. Nos motores de indução de gaiola de esquilo, isso é conseguido por meio de rotores de gaiola dupla ou de barras profundas, como será discutido na Seção 6.7.2.

Problema prático 6.3

O rotor de um motor de indução do Exemplo 6.2 é substituído por um rotor com o dobro da resistência de rotor, mas que, de outro modo, é idêntico ao rotor original. Repita os cálculos do Exemplo 6.3.

Solução

- a. $I_2 = 13,1 \text{ A}$, $T_{mec} = 77,5 \text{ N}\cdot\text{m}$, $P_{mec} = 9,5 \text{ kW}$
- b. $T_{max} = 237 \text{ N}\cdot\text{m}$ na velocidade = 1049 rpm
- c. Na partida, $T_{partida} = 62,1 \text{ N}\cdot\text{m}$, $I_{2,partida} = 83,2 \text{ A}$

Problema prático 6.4

Para o motor de indução do Exemplo 6.2, encontre (a) a resistência de rotor requerida para produzir o conjugado eletromecânico de pico na velocidade zero (isto é, $s_{maxT} = 1,0$) e (b) o respectivo conjugado T_{max} . (c) Usando MATLAB,¹ plote a curva de conjugado *versus* velocidade resultante no intervalo $0 \leq s \leq 1,0$. Você pode ignorar as perdas por atrito, ventilação e no núcleo.

Solução

- a. $R_2 = 2,99 \Omega$
- b. $T_{max} = 237 \text{ N}\cdot\text{m}$
- c. A curva de conjugado *versus* velocidade está dada na Figura 6.15.

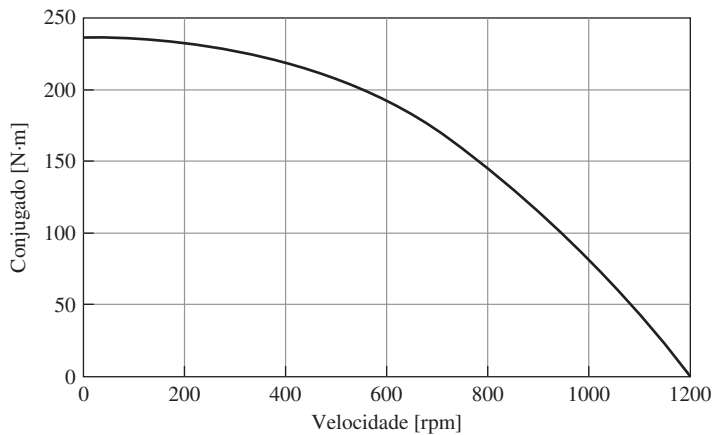


Figura 6.15 Plotagem de conjugado eletromecânico *versus* velocidade do Problema prático 6.4.

¹ MATLAB é uma marca registrada da The MathWorks, Inc.

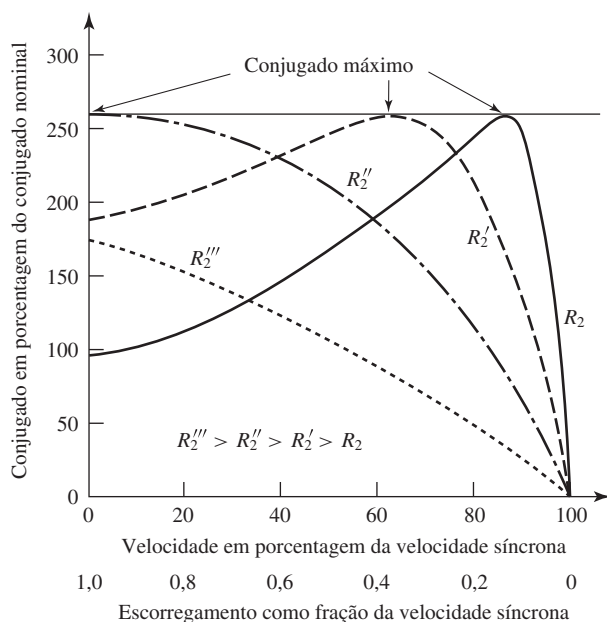


Figura 6.16 Curvas de conjugado *versus* escorregamento de um motor de indução mostrando o efeito da variação da resistência do circuito do rotor.

Quando está operando com frequência constante, um motor comum de indução convencional com rotor de gaiola é essencialmente um motor de velocidade constante, apresentando uma queda de velocidade de cerca de 10% ou menos ao passar da condição a vazio para a de plena carga. No caso de um motor de indução de rotor bobinado, a variação de velocidade pode ser obtida inserindo uma resistência externa no circuito do rotor. A influência do aumento da resistência do rotor sobre a curva característica de conjugado *versus* velocidade está mostrada pelas curvas tracejadas da Figura 6.16. Para esse motor, variações significativas de velocidade podem ser obtidas quando a resistência do rotor é variada. De modo semelhante, as variações de conjugado com velocidade nula, vistas na Figura 6.16, ilustram como o conjugado de partida de um motor de indução de rotor bobinado pode ser variado alterando-se a resistência do rotor.

Observe, a partir das Equações 6.38 e 6.39, que o escorregamento para conjugado máximo é diretamente proporcional à resistência do rotor R_2 , mas o valor do conjugado máximo não depende de R_2 . Quando o valor de R_2 é incrementado, inserindo uma resistência externa no rotor de um motor de rotor bobinado, o conjugado eletromecânico máximo não é afetado, mas a velocidade na qual isso ocorre pode ser controlada diretamente. Esse resultado também pode ser visto observando que o conjugado eletromecânico, expresso pela Equação 6.36, é uma função da razão R_2/s . Assim, o conjugado não se altera desde que a razão R_2/s permaneça constante.

Exemplo 6.4

Um motor de indução trifásico de rotor bobinado, quatro polos, 460 V, 60 Hz e 40 kW tem os seguintes parâmetros, expressos em Ω /fase.

$$R_1 = 0,163 \quad X_1 = 0,793 \quad X_2 = 1,101 \quad X_m = 18,9$$

Usando MATLAB, plote o conjugado eletromecânico T_{mec} em função da velocidade do rotor em rpm para as resistências de rotor $R_2 = 0,1, 0,2, 0,5, 1,0$ e $1,5 \Omega$.

Solução

A plotagem desejada está na Figura 6.17.

Aqui está o *script* de MATLAB:

```

clc
clear

% Aqui estão os parâmetros do motor

Vl = 460/sqrt(3);
Nph = 3; %número de fases (phases)
poles = 4;
fe = 60;

R1 = 0.163;
X1 = 0.793;
X2 = 1.101;
Xm = 18.87;
    
```

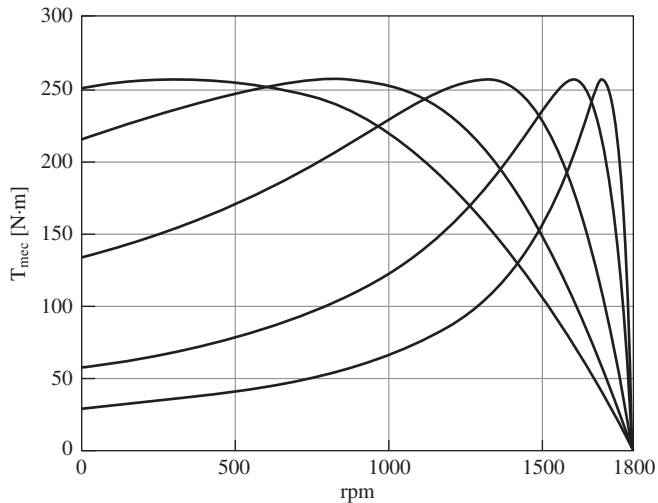


Figura 6.17 Conjugado eletromecânico versus velocidade para o motor de indução de rotor bobinado do Exemplo 6.4, para diversos valores da resistência R_2 de rotor.

```
%Calcule a velocidade síncrona

omegas = 4*pi*fe/poles;
ns = 120*fe/poles;

%Calcule o equivalente Thévenin do estator

Z1eq = j*Xm*(R1+j*X1)/(R1 + j*(X1+Xm));
R1eq = real(Z1eq);
X1eq = imag(Z1eq);

V1eq = abs(V1*j*Xm/(R1 + j*(X1+Xm)));

%Aqui está o laço de repetição da resistência do rotor

for m = 1:5

    if m == 1
        R2 = 0.1;
    elseif m==2
        R2 = 0.2;
    elseif m==3
        R2 = 0.5;
    elseif m==4
        R2 = 1.0;
    else
        R2 = 1.5;
    end

    % Calcule o conjugado

    s = 0:.001:1; %Escorregamento
    rpm = ns*(1-s);
    I2 = abs(V1eq./(Z1eq + j*X2 + R2./s)); %I2
    Tmech = Nph*I2.^2*R2./(s*omegas); %Conjugado eletromecânico

%Agora plote

    plot(rpm,Tmech,'LineWidth',2)
    if m ==1
        hold on
    end

end %Fim do laço de repetição da resistência

hold off
xlabel('rpm','FontSize',20)
ylabel('T_{mec} [N\cdot m]','FontSize',20)
xlim([0 1800])
set(gca,'FontSize',20);
set(gca,'xtick',[0 500 1000 1500 1800])
set(gca,'ytick',[0 50 100 150 200 250 300])
grid on
```

Problema prático 6.5

Usando MATLAB, refaça o Exemplo 6.4 plotando a corrente de terminal em função da velocidade para os cinco valores de R_2 .

Solução

A plotagem da corrente *versus* velocidade está dada na Figura 6.18.

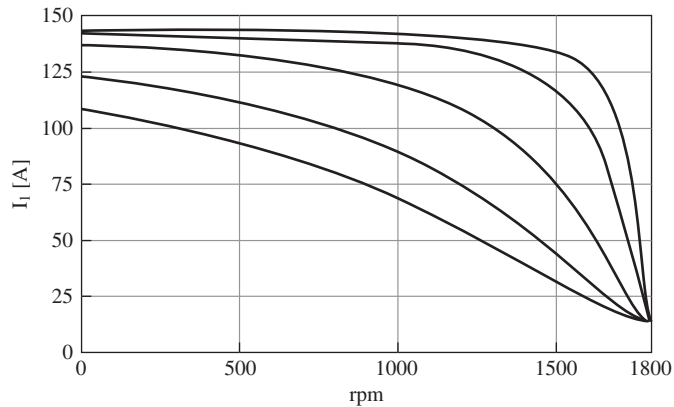


Figura 6.18 Plotagem da corrente *versus* velocidade para o Problema prático 6.5.

Quando o circuito equivalente do motor de indução é aplicado, deve-se ter em mente as idealizações nas quais foi baseado. Isso é especialmente necessário quando as análises são desenvolvidas para um largo intervalo de velocidades, tal como é o caso na análise da partida de um motor. A saturação, sob as intensas correntes transitórias iniciais, associadas às condições de partida, tem um efeito relevante sobre as reatâncias do motor. Além disso, a frequência das correntes do rotor é a do escorregamento, variando desde a frequência de estator, para a velocidade nula, até um valor baixo, para a velocidade de plena carga. A distribuição das correntes nas barras do rotor dos motores de gaiola pode ter variação significativa em função da frequência, dando origem a variações consideráveis da resistência do rotor. De fato, como foi discutido nas Seções 6.7.2 e 6.7.3, os projetistas de motores podem adequar a forma das barras do rotor dos motores de gaiola de esquilo de modo a obter diversas características de conjugado *versus* velocidade. Erros devido a essas causas podem ser mantidos em um número mínimo quando são usados parâmetros de circuito equivalente que correspondem tão próximo quanto possível aos das condições de funcionamento propostas.

6.6 Determinação de parâmetros a partir de ensaios a vazio e com rotor bloqueado

Os parâmetros de circuito equivalente, necessários para o cálculo do desempenho de um motor de indução polifásico submetido a uma carga, podem ser obtidos dos

resultados de um ensaio a vazio, de um ensaio de rotor bloqueado e das medidas das resistências CC dos enrolamentos do estator. As perdas suplementares, que devem ser levadas em consideração quando valores exatos de rendimento devem ser calculados, também podem ser medidas por ensaios a vazio com o motor. No entanto, os ensaios de perdas suplementares não são descritos aqui.²

6.6.1 Ensaio a vazio

Como no caso do ensaio em circuito aberto de um transformador, o *ensaio a vazio* ou *em circuito aberto* de um motor de indução fornece informações em relação à corrente de excitação e às perdas a vazio. Em geral, esse ensaio é executado em frequência nominal e com tensões polifásicas equilibradas aplicadas aos terminais do estator. Depois de o motor terminal ter funcionado por um tempo suficiente para que os mancais se lubrifiquem apropriadamente, as leituras são executadas na tensão nominal. Vamos supor que o ensaio a vazio tenha sido realizado com o motor operando em sua frequência elétrica nominal f_{en} e que as seguintes medidas tenham sido obtidas no ensaio:

$V_{1,vz}$ = A tensão de fase [V]

$I_{1,vz}$ = A corrente de linha [A]

P_{vz} = A potência elétrica polifásica total de entrada [W]

Em máquinas polifásicas, o mais comum é medir a tensão de linha. Desse modo, a tensão de fase deve ser calculada (dividindo por $\sqrt{3}$ no caso de uma máquina trifásica).

A vazio, a corrente do rotor é apenas a mínima necessária para produzir conjugado suficiente para superar as perdas por atrito e ventilação associadas à rotação. As perdas a vazio I^2R do rotor são, portanto, muito baixas e podem ser desprezadas. Ao contrário do núcleo magnético contínuo de um transformador, o caminho de magnetização do motor de indução inclui um entreferro, o que aumenta significativamente a corrente de excitação necessária. Assim, contrastando com o transformador, cujas perdas I^2R a vazio no primário são desprezíveis, no caso do estator do motor de indução as perdas I^2R a vazio podem ser consideráveis devido a essa corrente de excitação maior.

Desprezando as perdas I^2R do rotor e as perdas no núcleo, as *perdas rotacionais*, P_{rot} , em condições normais de funcionamento, podem ser encontradas subtraindo as perdas I^2R do estator da potência de entrada a vazio

$$P_{rot} = P_{vz} - q I_{1,vz}^2 R_1 \quad (6.40)$$

As perdas rotacionais totais sob carga, em tensão e frequência nominais, são normalmente consideradas constantes e iguais ao seu valor a vazio. Observe que a resistência de estator R_1 varia segundo a temperatura do enrolamento do estator. Assim, ao aplicar a Equação 6.40, deve-se ter cuidado para usar o valor correspondente à temperatura do ensaio a vazio.

² Para informações relativas a métodos de ensaio, veja IEEE Std. 112-2004, "Test Procedures for Polyphase Induction Motors and Generators," Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 345 East 47th Street, New York, New York, 10017.

Observe que as deduções apresentadas aqui ignoram as perdas no núcleo e a respectiva resistência associada a essas perdas, atribuindo todas as perdas a vazio ao atrito e à ventilação. Vários ensaios podem ser realizados para separar as perdas por atrito e ventilação das perdas no núcleo. Por exemplo, se o motor não estiver energizado, um motor de acionamento externo poderá ser usado para impulsionar o rotor até atingir velocidade a vazio. As perdas rotacionais serão iguais à potência de saída requerida do motor de acionamento.

Como alternativa, se o motor for operado a vazio na velocidade nominal e então for desligado repentinamente da fonte, o decaimento da velocidade do motor será determinado pelas perdas rotacionais como

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = -T_{rot} = -\frac{P_{rot}}{\omega_m} \quad (6.41)$$

Assim, se a inércia do rotor J for conhecida, as perdas rotacionais para qualquer velocidade ω_m podem ser obtidas a partir do decaimento de velocidade resultante como

$$P_{rot}(\omega_m) = -\omega_m J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (6.42)$$

Portanto, as perdas rotacionais na velocidade nominal podem ser determinadas aplicando a Equação 6.42 logo que o motor é desligado, após estar operando na velocidade nominal.

Se as perdas rotacionais a vazio forem determinadas desse modo, as perdas no núcleo podem ser obtidas como

$$P_{núcleo} = P_{vz} - P_{rot} - qI_{1,vz}^2 R_1 \quad (6.43)$$

Aqui, $P_{núcleo}$ representa o total das *perdas a vazio no núcleo* correspondentes à tensão do ensaio a vazio (normalmente a tensão nominal).

Em condições a vazio, a corrente de estator é relativamente baixa e, como primeira aproximação, pode-se desprezar a respectiva queda de tensão na resistência de estator e na reatância de dispersão. Nessa aproximação, a tensão sobre a resistência de perdas no núcleo será igual à tensão de fase a vazio. A resistência de perdas no núcleo pode ser determinada como

$$R_c = \frac{qV_{1,vz}^2}{P_{núcleo}} \quad (6.44)$$

Desde que a máquina esteja operando próximo da velocidade e da tensão nominais, o refinamento acima de separar as perdas no núcleo e incorporá-las especificamente ao circuito equivalente, na forma de uma resistência de perdas no núcleo, não fará diferença significativa nos resultados da análise. Por essa razão, é comum ignorar a resistência de perdas no núcleo e simplesmente incluí-las nas perdas rotacionais. Por uma questão de simplicidade de análise, essa abordagem será adotada no restante do texto. Entretanto, se necessário, o leitor constatará que é relativamente simples modificar as seguintes deduções incluindo de modo apropriado a resistência de perdas no núcleo.

Como o escorregamento a vazio s_{vz} é muito pequeno, a resistência de rotor R_2/s_{vz} refletida é muito elevada. A combinação em paralelo dos ramos do rotor e de

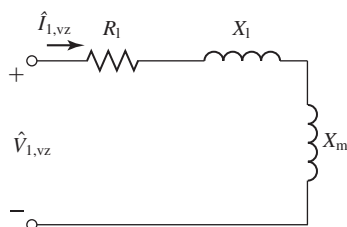


Figura 6.19 Circuito equivalente aproximado de motor de indução: condições a vazio.

magnetização torna-se, então, jX_m em paralelo com a combinação em série da reatância de dispersão do rotor X_2 e de uma resistência muito elevada. A impedância dessa associação em paralelo estará então muito próxima da impedância de magnetização jX_m . O circuito equivalente está mostrado na Figura 6.19. Consequentemente, a reatância aparente X_{vz} medida nos terminais do estator a vazio estará muito próxima de $X_1 + X_m$, que é a reatância própria X_{11} do estator; isto é,

$$X_{vz} \approx X_{11} = X_1 + X_m \quad (6.45)$$

Portanto, a reatância própria do estator pode ser determinada das medidas a vazio. A potência reativa a vazio Q_{vz} pode então ser determinada como

$$Q_{vz} = \sqrt{S_{vz}^2 - P_{vz}^2} \quad (6.46)$$

em que

$$S_{vz} = qV_{1,vz} I_{1,vz} \quad (6.47)$$

é a potência aparente total de entrada a vazio.

A reatância a vazio X_{vz} pode então ser calculada de Q_{vz} e $I_{1,vz}$ como

$$X_{vz} = \frac{Q_{vz}}{qI_{1,vz}^2} \quad (6.48)$$

Observando que o fator de potência a vazio é pequeno (isto é, $Q_{vz} \gg P_{vz}$ e portanto $R_1 \ll X_{11}$), uma aproximação para a reatância a vazio costuma ser obtida por

$$X_{vz} \approx \frac{V_{1,vz}}{I_{1,vz}} \quad (6.49)$$

6.6.2 Ensaio de rotor bloqueado

Como no caso do ensaio em curto-circuito de um transformador, o *ensaio de rotor bloqueado* ou *travado* de um motor de indução fornece informações sobre as impedâncias de dispersão. O rotor é bloqueado, de modo que não possa girar (sendo o escorregamento, portanto, igual à unidade), e tensões polifásicas equilibradas são aplicadas aos terminais do estator. Vamos assumir que as seguintes medidas foram obtidas em um ensaio de rotor bloqueado:

$$V_{1,bl} = \text{A tensão de fase [V]}$$

$$I_{1,bl} = \text{A corrente de linha [A]}$$

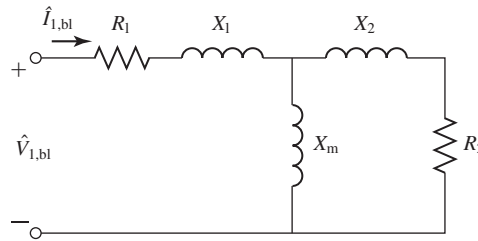


Figura 6.20 Circuito equivalente de motor de indução: condições de rotor bloqueado.

P_{bl} = A potência elétrica polifásica total de entrada [W]

f_{bl} = A frequência do ensaio de rotor bloqueado [Hz]

Em alguns casos, mede-se também o conjugado de rotor bloqueado.

Para as condições de rotor bloqueado, o circuito equivalente (Figura 6.20) é idêntico ao de um transformador em curto-circuito. Entretanto, um motor de indução é mais complexo do que um transformador porque a sua impedância de dispersão pode ser afetada pela saturação magnética dos caminhos de fluxo de dispersão, associados com as ranhuras do estator e as barras do rotor, e pela frequência das correntes induzidas do rotor (o que afeta a distribuição das correntes nas barras do rotor, como será discutido na Seção 6.7.2). A impedância de rotor bloqueado também pode ser afetada pela posição do rotor e a respectiva orientação relativa das ranhuras do rotor com os dentes do estator, embora geralmente esse efeito seja pequeno em rotores de gaiola de esquilo.

Como as reatâncias de dispersão são em geral afetadas significativamente pela saturação, é importante realizar os ensaios de rotor bloqueado com valores de corrente similares aos que são encontrados na máquina nas condições de operação para as quais o desempenho será calculado mais tarde. De modo similar, no caso das máquinas de indução, nas quais é conhecido que a distribuição das correntes do rotor (e, portanto, a impedância do rotor) é afetada pela frequência da corrente do rotor, sempre que possível o ensaio de rotor bloqueado deve ser executado em uma frequência que é quase a mesma que ocorre na máquina nas condições de operação que estão sendo analisadas.

Por exemplo, se o interesse é nas características de escorregamentos próximos da unidade, como na partida, o ensaio de rotor bloqueado deve ser realizado na frequência normal com as correntes próximas dos valores encontrados na partida. Se, entretanto, o interesse for nas características normais de funcionamento, o ensaio de rotor bloqueado deverá ser executado com uma tensão reduzida da qual resulta aproximadamente a corrente nominal. A frequência também deve ser reduzida, uma vez que os valores efetivos de resistência e de indutância de dispersão do rotor em frequências baixas, correspondentes a pequenos escorregamentos, podem diferir de modo considerável de seus valores em frequência normal, em especial com rotores de gaiola dupla ou de barras profundas, como será discutido na Seção 6.7.2.

Na prática, é difícil realizar ensaios nas frequências baixas que correspondem às condições de operação com escorregamentos pequenos. Por exemplo, a frequência do rotor, em uma máquina de 60 Hz que está funcionando com um escorregamento de 3%, é 1,8 Hz. Como resultado, a norma IEEE 112 sugere uma frequência de ensaio

de rotor bloqueado de 25% da frequência nominal, com a expectativa de que a impedância do rotor nessa frequência não seja muito diferente daquela para escorregamentos pequenos. A reatância na frequência nominal pode ser obtida do valor desse ensaio multiplicando a reatância do ensaio pela razão entre a frequência nominal e a frequência do ensaio. Muitas vezes, a dependência existente entre a impedância do rotor e a frequência é desprezível para muitos motores com menos de 25 HP nominais. Nesses motores, os parâmetros do rotor, determinados por um ensaio de rotor bloqueado realizado na frequência nominal, são igualmente aplicáveis às condições de operação de partida e de carga nominal.

Com base nas medidas de rotor bloqueado, a reatância de rotor bloqueado pode ser encontrada da potência reativa de rotor bloqueado como

$$Q_{bl} = \sqrt{S_{bl}^2 - P_{bl}^2} \quad (6.50)$$

onde

$$S_{bl} = qV_{1,bl} I_{1,bl} \quad (6.51)$$

é a potência aparente total de rotor bloqueado. A reatância de rotor bloqueado, corrigida para a frequência nominal, pode então ser calculada como

$$X_{bl} = \left(\frac{f_{en}}{f_{bl}} \right) \left(\frac{Q_{bl}}{qI_{1,bl}^2} \right) \quad (6.52)$$

onde f_{bl} é a frequência do ensaio de rotor bloqueado.

A resistência de rotor bloqueado pode ser calculada a partir da potência de entrada de rotor bloqueado como

$$R_{bl} = \frac{P_{bl}}{qI_{1,bl}^2} \quad (6.53)$$

Depois desses parâmetros, poderemos encontrar os do circuito equivalente. Quando o rotor está bloqueado, poderemos obter uma expressão para a impedância de entrada do estator examinando a Figura 6.20 e encontrando

$$\begin{aligned} Z_{bl} &= R_1 + jX_1 + (R_2 + jX_2) \text{ em paralelo com } jX_m \\ &= R_1 + \frac{R_2 X_m^2}{R_2^2 + (X_m + X_2)^2} \\ &\quad + j \left(X_1 + \frac{X_m (R_2^2 + X_2 (X_m + X_2))}{R_2^2 + (X_m + X_2)^2} \right) \end{aligned} \quad (6.54)$$

Aqui, estamos supondo que as reatâncias sejam dadas para seus valores de frequência nominal.

Assim, a respectiva resistência de rotor bloqueado é dada por

$$R_{bl} = R_1 + \frac{R_2 X_m^2}{R_2^2 + (X_m + X_2)^2} \quad (6.55)$$

e a respectiva reatância de rotor bloqueado é

$$X_{bl} = X_1 + \frac{X_m(R_2^2 + X_2(X_m + X_2))}{R_2^2 + (X_m + X_2)^2} \quad (6.56)$$

Neste ponto, a partir das Eqs. 6.55 e 6.56, o nosso objetivo é encontrar R_2 e X_2 . Não há um modo simples para isso porque, como podemos ver, essas equações são complexas demais. Entretanto, costuma ser adequado aplicar a aproximação $R_2 \ll X_m$. Nesse caso, as Eqs. 6.55 e 6.56 podem ser reduzidas a

$$R_{bl} = R_1 + R_2 \left(\frac{X_m}{X_2 + X_m} \right)^2 \quad (6.57)$$

e

$$X_{bl} = X_1 + X_2 \left(\frac{X_m}{X_2 + X_m} \right) \quad (6.58)$$

Das Equações 6.57 e 6.58, a resistência R_2 e a reatância de dispersão X_2 do rotor podem ser encontradas como

$$R_2 = (R_{bl} - R_1) \left(\frac{X_2 + X_m}{X_m} \right)^2 \quad (6.59)$$

e

$$X_2 = (X_{bl} - X_1) \left(\frac{X_m}{X_m + X_1 - X_{bl}} \right) \quad (6.60)$$

Como no ensaio a vazio, para obter a máxima exatidão é necessário que, quando possível, a resistência de estator R_1 usada na Equação 6.59 seja corrigida com o valor correspondente à temperatura do ensaio de rotor bloqueado.

Usando a Equação 6.45 para substituir X_m na Equação 6.60, obtém-se

$$X_2 = (X_{bl} - X_1) \left(\frac{X_{vz} - X_1}{X_{vz} - X_{bl}} \right) \quad (6.61)$$

A Equação 6.61 expressa a reatância de dispersão do rotor X_2 em termos das grandezas medidas X_{vz} e X_{bl} e da reatância de dispersão desconhecida do estator X_1 . Não é possível realizar uma medida adicional da qual X_1 e X_2 possam ser determinados de forma única. Felizmente, o desempenho do motor é relativamente pouco afetado pelo modo de distribuição da reatância de dispersão total entre o estator e o rotor. A norma IEEE 112 recomenda a distribuição empírica mostrada na Tabela 6.1. As diversas classes de motores serão discutidas na Seção 6.7.3. Se a classe do motor for desconhecida, costuma-se assumir que X_1 e X_2 são iguais.

Após determinar a relação fracionária entre X_1 e X_2 , ela pode ser substituída na Equação 6.61 e X_2 (e consequentemente X_1) pode ser encontrado em termos de X_{vz} e X_{bl} resolvendo a equação quadrática resultante.

A reatância de magnetização X_m pode então ser determinada da Equação 6.45, obtendo-se

$$X_m = X_{vz} - X_1 \quad (6.62)$$

Tabela 6.1 Distribuição empírica de reatâncias de dispersão em motores de indução

Classe de motor	Descrição	Fração de $(X_1 + X_2)$	
		X_1	X_2
A	Conjugado de partida normal, corrente de partida normal	0,5	0,5
B	Conjugado de partida normal, corrente de partida baixa	0,4	0,6
C	Conjugado de partida elevado, corrente de partida baixa	0,3	0,7
D	Conjugado de partida elevado, escorregamento elevado	0,5	0,5
Rotor bobinado	Desempenho varia segundo a resistência do rotor	0,5	0,5

Fonte: Norma IEEE 112

Finalmente, usando a resistência de estator conhecida e os valores de X_m e X_2 , que agora são conhecidos, a resistência de rotor R_2 pode ser determinada da Equação 6.59.

Exemplo 6.5

Os dados de ensaio a seguir aplicam-se a um motor de indução trifásico de quatro polos, 135 kW (100 HP), 460 V e 60 Hz, com rotor de dupla gaiola. O motor é da classe B (conjugado de partida normal e corrente de partida baixa):

Ensaio 1: Ensaio a vazio em 60 Hz

Tensão aplicada $V = 459$ V, tensão de linha

Corrente de fase média $I_{1,vz} = 34,1$ A

Potência $P_{vz} = 1,25$ kW

Ensaio 2: Ensaio de rotor bloqueado em 15 Hz

Tensão aplicada $V = 42,3$ V, tensão de linha

Corrente de fase média $I_{1,b1} = 169$ A

Potência $P_{b1} = 4,44$ kW

Ensaio 3: Resistência CC média por fase de estator (medida imediatamente após o ensaio 2)

$$R_1 = 30,3 \text{ m}\Omega$$

Ensaio 4: Ensaio de rotor bloqueado em 60 Hz

Tensão aplicada $V = 455$ V, tensão de linha

Corrente de fase média $I_{1,b1} = 725$ A

Potência $P_{b1} = 147$ kW

Conjugado de partida medido $T_{partida} = 603$ N·m

- Calcule as perdas rotacionais a vazio e os parâmetros de circuito equivalente que se aplicam às condições normais de funcionamento. Suponha que a temperatura seja a mesma do ensaio 3. Despreze quaisquer efeitos de perdas no núcleo, assumindo que elas podem ser incluídas nas perdas rotacionais.
- Calcule o conjugado de partida eletromecânico com as medidas de entrada do ensaio 4. Assuma a mesma temperatura do ensaio 3.

- c. Para testar a validade da aproximação que leva às Eqs. 6.57 e 6.58, substitua os valores dos parâmetros encontrados na parte (a) nas Eqs. 6.55 e 6.56 e compare os resultados com os valores de R_{bl} e X_{bl} calculados a partir dos resultados dos ensaios.

Solução

- a. Da Equação 6.40, as perdas rotacionais podem ser calculadas como

$$P_{rot} = P_{vz} - q I_{1,vz}^2 R_1 = 1,14 \text{ kW}$$

A tensão de fase a vazio é igual a $V_{1,vz} = 459/\sqrt{3} = 265 \text{ V}$ e assim, das Equações 6.46 e 6.47, temos

$$Q_{vz} = \sqrt{(q V_{1,vz} I_{1,vz})^2 - P_{vz}^2} = 27,1 \text{ kVA}$$

- e, portanto, da Equação 6.48,

$$X_{vz} = \frac{Q_{vz}}{q I_{1,vz}^2} = 7,76 \Omega$$

Podemos supor que o ensaio de rotor bloqueado, realizado com frequência reduzida de 15 Hz e corrente nominal, reproduza aproximadamente as condições normais de funcionamento do rotor. Assim, do ensaio 2 e das Equações 6.50 e 6.51 com $V_{1,bl} = 42,3/\sqrt{3} = 24,4 \text{ V}$, temos

$$Q_{bl} = \sqrt{(q V_{1,bl} I_{1,bl})^2 - P_{bl}^2} = 11,6 \text{ kVA}$$

- e, portanto, da Equação 6.52,

$$X_{bl} = \left(\frac{f_{en}}{f_{bl}} \right) \left(\frac{Q_{bl}}{q I_{1,bl}^2} \right) = \left(\frac{60}{15} \right) \left(\frac{11,6 \times 10^3}{3 \times 169^2} \right) = 0,540 \Omega$$

Como foi afirmado que o motor é da classe B, podemos nos referir à Tabela 6.1 e supor que $X_1 = 0,4(X_1 + X_2)$ ou $X_1 = kX_2$, onde $k = (2/3)$. Substituindo na Equação 6.61 resulta uma equação quadrática em X_2

$$k^2 X_2^2 + (X_{bl}(1 - k) - X_{vz}(1 + k))X_2 + X_{vz} X_{bl} = 0$$

ou

Resolvendo em relação a X_2 , obtemos duas raízes: 0,332 Ω e 28,4 Ω . Obviamente, X_2 deve ser menor que X_{vz} e, desse modo, é fácil identificar a solução apropriada como

$$X_2 = 0,332 \Omega$$

- e, portanto,

$$X_1 = 0,221 \Omega$$

Da Equação 6.62,

$$X_m = X_{vz} - X_1 = 7,54 \Omega$$

R_{bl} pode ser encontrada a partir da Equação 6.53 como

$$R_{bl} = \frac{P_{bl}}{q I_{1,bl}^2} = 51,8 \text{ m}\Omega$$

- e, assim, da Equação 6.59, temos

$$R_2 = (R_{bl} - R_1) \left(\frac{X_2 + X_m}{X_m} \right)^2 = 23,5 \text{ m}\Omega$$

Agora, os parâmetros do circuito equivalente para pequenos valores de escorregamento estão calculados.

- b. Embora pudéssemos ter calculado o conjugado de partida eletromecânico a partir dos parâmetros de circuito equivalente obtidos na parte (a), trata-se de um motor de dupla gaiola de esquilo e, portanto, esses parâmetros (mais especificamente os do rotor) terão diferenças significativas, nas condições de partida, de seus valores para os baixos escorregamentos calculados na parte (a). Portanto, calcularemos o conjugado de partida eletromecânico usando as medidas obtidas no ensaio 4 de rotor bloqueado com frequência nominal.

Da potência de entrada e das perdas de estator I^2R , a potência no entreferro P_g é

$$P_g = P_{bl} - q I_{1,bl}^2 R_1 = 115 \text{ kW}$$

Como essa é uma máquina de quatro polos, a velocidade síncrona pode ser obtida da Equação 6.27 como $\omega_s = 60 \pi \text{ rad/s}$. Assim, da Equação 6.26, temos

$$T_{partida} = \frac{P_g}{\omega_s} = 611 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O valor de ensaio, $T_{partida} = 603 \text{ N} \cdot \text{m}$, é uns poucos por cento menor do que o valor calculado porque os cálculos não levaram em consideração a potência absorvida pelas perdas no núcleo do estator e pelas perdas suplementares.

- c. A substituição dos valores dos parâmetros da parte (a) nas Eqs. 6.55 e 6.56 dá $R_{bl} = 51,8 \text{ m}\Omega$ e $X_{bl} = 0,540 \Omega$. Esses valores são idênticos aos respectivos valores usados para obter os parâmetros da parte (a), confirmando assim a validade da aproximação. Observe que essa validade também poderá ser verificada percebendo-se que ela é baseada na suposição de que $R_2 \ll X_m$, o que certamente é o caso aqui.

Problema prático 6.6

Repita os cálculos dos parâmetros do circuito equivalente do Exemplo 6.5 parte (a) supondo que as reatâncias de dispersão do rotor e do estator sejam iguais ($X_1 = X_2$).

Solução

$$\begin{aligned} R_1 &= 30,3 \text{ m}\Omega & R_2 &= 23,1 \text{ m}\Omega \\ X_1 &= 0,275 \Omega & X_m &= 7,49 \Omega & X_2 &= 0,275 \Omega \end{aligned}$$

O cálculo da reatância de rotor bloqueado pode ser simplificado se for admitido que $X_m \gg X_2$. Com essa condição, a Equação 6.58 reduz-se a

$$X_{bl} = X_1 + X_2 \quad (6.63)$$

Então, é possível obter X_1 e X_2 da Equação 6.63 e uma estimativa da relação fracionária entre X_1 e X_2 (como da Tabela 6.1).

Observe que é tentador fazer uma aproximação similar na Equação 6.59 que fornece R_2 . Entretanto, como a razão $(X_2 + X_m)/X_m$ é ao quadrado, a aproximação não pode ser aceita porque tende a produzir erros que são elevados demais.

Exemplo 6.6

(a) Determine os parâmetros do motor do Exemplo 6.5, resolvendo as reatâncias de dispersão por meio da Equação 6.63. (b) Supondo que o motor esteja operando com uma fonte de 460 V e 60 Hz na velocidade de 1765 rpm, use MATLAB para calcular a potência de saída para os dois conjuntos de parâmetros.

Solução

a. Como obtido no Exemplo 6.5,

$$\begin{aligned} X_{vz} &= 7,76 \, \Omega & X_{bl} &= 0,540 \, \Omega \\ R_1 &= 30,3 \, \text{m}\Omega & R_{bl} &= 51,8 \, \text{m}\Omega \end{aligned}$$

Assim, da Equação 6.45,

$$X_1 + X_m = X_{vz} = 7,76 \, \Omega$$

e, da Equação 6.63,

$$X_1 + X_2 = X_{bl} = 0,540 \, \Omega$$

Da Tabela 6.1, $X_1 = 0,4(X_1 + X_2) = 0,216 \, \Omega$ e, assim, $X_2 = 0,324 \, \Omega$ e $X_m = 7,54 \, \Omega$. Finalmente, da Equação 6.59,

$$R_2 = (R_{bl} - R_1) \left(\frac{X_2 + X_m}{X_m} \right)^2 = 23,4 \, \text{m}\Omega$$

A comparação com o Exemplo 6.5 mostra o seguinte

Parâmetro	Exemplo 6.5	Exemplo 6.6
R_1	30,3 mΩ	30,3 mΩ
R_2	23,5 mΩ	23,4 mΩ
X_1	0,221 Ω	0,216 Ω
X_2	0,332 Ω	324 Ω
X_m	7,54 Ω	7,54 Ω

b. Para os parâmetros do Exemplo 6.5, $P_{\text{eixo}} = 128,2$ [kW], ao passo que, para os parâmetros da parte (a) desse exemplo, $P_{\text{eixo}} = 129,7$ [kW]. Assim, a aproximação para a Equação 6.63 resulta em um erro de aproximadamente 1,2% em relação à expressão mais exata dada pela Equação 6.58. Esse é um resultado comum e, portanto, essa aproximação parece ser justificável na maioria dos casos.

Aqui está o *script* de MATLAB:

```
clc
clear

%Aqui estão os dois conjuntos de parâmetros
%O conjunto 1 corresponde à solução do Exemplo 6-5
%O conjunto 2 corresponde à solução do Exemplo 6-6
```

```

R1(1) = 0.0303;      R1(2) = 0.0303;
R2(1) = 0.0235;      R2(2) = 0.0234;
X1(1) = 0.221;       X1(2) = 0.216;
X2(1) = 0.332;       X2(2) = 0.324;
Xm(1) = 7.54;        Xm(2) = 7.54;

nph = 3;             %Número de fases (phases)
poles = 4;           %Número de polos
Prot = 1140;

%Aqui estão as condições de operação

V1 = 460/sqrt(3);
fe = 60;
rpm = 1746;

%Calcule a velocidade síncrona
ns = 120*fe/poles;
omegas = 4*pi*fe/poles;

slip = (ns-rpm)/ns; %Escorregamento
omegam = omegas*(1-slip);

%Laço de repetição para os dois motores
for m = 1:2
    %Zentreferro (gap):
    Zgap = j*Xm(m)*(j*X2(m)+R2(m)/slip)/(R2(m)/slip+j*(Xm(m)+X2(m)));
    %Zentrada (input):
    Zin = R1(m) + j*X1(m) + Zgap;
    I1 = V1/Zin;
    I2 = I1*(j*Xm(m))/(R2(m)/slip+j*(Xm(m)+X2(m)));
    Tmech = nph*abs(I2)^2*R2(m)/(slip*omegas); %Conjugado eletromecânico
    Pmech = omegas*Tmech; %Potência eletromecânica
    Pshaft = Pmech - Prot; %Potência no eixo (shaft)

    if (m == 1)
        fprintf('\nSolução do Exemplo 6-5:')
    else
        fprintf('\nSolução do Exemplo 6-6:')
    end

    fprintf('\n Pmec = %3.1f [kW], Peixo = %3.1f [kW]\n', ...
            Pmech/1000,Pshaft/1000)
    fprintf(' I1 = %3.1f [A]\n',abs(I1));
end % fim do laço de repetição "for m = 1:2"

```

6.7 Efeitos da resistência do rotor; rotores bobinados e de dupla gaiola de esquilo

Uma limitação básica dos motores de indução com resistência de rotor constante é que o projeto do rotor deve ser um meio-termo entre diversos fatores. Rendimento elevado em condições normais de funcionamento requer uma resistência de rotor bai-

xa. Entretanto, na partida, um valor baixo de resistência de rotor resulta em conjugado e fator de potência baixos e uma corrente elevada.

6.7.1 Motores de rotor bobinado

O uso do *rotor bobinado* é um modo efetivo de evitar a necessidade de obter um meio-termo entre os diversos fatores. Em um motor de rotor bobinado, o rotor é construído com um enrolamento polifásico similar ao do estator. Os terminais dos enrolamentos do rotor são conectados a anéis deslizantes. Escovas estacionárias em contato com os anéis deslizantes são usadas para conectar os enrolamentos em série com resistores externos que podem ser usados para controlar o conjugado e a corrente de partida. À medida que o motor ganha velocidade, os valores dos resistores podem ser variados e, por fim, podem ser curto-circuitados para obter o máximo rendimento nas velocidades de operação.

A natureza genérica dos efeitos causados por uma resistência variável de rotor sobre a curva característica de conjugado *versus* velocidade está mostrada na Figura 6.16. Usando um valor adequado para a resistência do rotor, pode-se fazer com que o conjugado máximo ocorra com o rotor parado quando é necessário um elevado conjugado de partida. À medida que a velocidade aumenta, as resistências externas podem ser diminuídas, tornando disponível o conjugado máximo dentro de todo o intervalo de aceleração. Como a maior parte das perdas I^2R do rotor é dissipada nos resistores externos, a elevação da temperatura do rotor durante a partida é menor do que se a resistência tivesse sido incluída no enrolamento do rotor. Em funcionamento normal, o enrolamento do rotor pode ser curto-circuitado diretamente nas escovas. Para operação normal, o enrolamento do rotor costuma ser projetado para ter resistência baixa, de modo que o rendimento de funcionamento é elevado e o escorregamento a plena carga é baixo. Além de ser usado quando as exigências de partida são severas, os motores de indução de rotor bobinado podem ser usados em acionamentos de velocidade variável. A sua principal desvantagem é custo e complexidade maiores do que com os motores de gaiola de esquilo.

Os principais efeitos da variação da resistência do rotor sobre as características de partida e funcionamento dos motores de indução podem ser mostrados quantitativamente pelo exemplo a seguir.

Exemplo 6.7

Um motor de indução trifásico de rotor bobinado, quatro polos, 460 V, 60 Hz, 500 HP e com os anéis deslizantes curto-circuitados tem as seguintes propriedades:

Escorregamento a plena carga = 1,5%

Perdas I^2R para o conjugado de plena carga = 5,69 kW

Escorregamento para o conjugado máximo = 6%

Corrente de rotor em conjugado máximo = $2,82I_{2,pc}$, onde $I_{2,pc}$ é a corrente de rotor a plena carga

Conjugado com 20% de escorregamento = $1,20T_{pc}$, em que T_{pc} é o conjugado a plena carga

Corrente do rotor com 20% de escorregamento = $3,95I_{2,pc}$

Se a resistência do circuito de rotor for incrementada para $5R_{rotor}$ conectando resistências não indutivas em série com cada anel deslizante do rotor, determine (a) para qual escorregamento o motor desenvolve o mesmo conjugado de plena carga, (b) as perdas I^2R totais do circuito do rotor para o conjugado de plena carga, (c) a saída em HPs do conjugado de plena

carga, (d) escorregamento para o conjugado máximo, (e) corrente de rotor para o conjugado máximo, (f) conjugado de partida e (g) corrente de rotor na partida. Expresse os conjugados e as correntes de rotor por unidade, com base nos valores de conjugado de plena carga.

Solução

A solução envolve a constatação de que os efeitos das alterações na resistência do rotor são vistos, pelo estator, em termos de variações na resistência referida R_2/s . O exame do circuito equivalente mostra que, para a tensão e a frequência especificadas aplicadas, tudo que se refere ao desempenho do estator será determinado pelo valor de R_2/s , desde que os demais elementos de impedância permaneçam constantes. Por exemplo, do ponto de vista do estator, se o valor de R_2 for dobrado e simultaneamente o valor de s também o for, não haverá indicação de que algo mudou. A corrente de estator, o fator de potência, a potência entregue ao entreferro e o conjugado permanecerão inalterados, desde que a razão R_2/s permaneça constante.

Pode-se acrescentar um significado físico a esse argumento examinando os efeitos de dobrar simultaneamente R_2 e s , do ponto de vista do rotor. Um observador no rotor veria a onda de fluxo resultante no entreferro deslocando-se com o dobro da velocidade original de escorregamento, gerando o dobro da tensão original do rotor e com o dobro da velocidade de escorregamento original. Portanto, a reatância do rotor é dobrada e, tendo em vista a premissa original de que a resistência do rotor também foi duplicada, a impedância do rotor é dobrada ao passo que o fator de potência do rotor não se altera. Como a tensão e a impedância do rotor foram dobradas, o valor efetivo da corrente de rotor permanece o mesmo; apenas a sua frequência é alterada. O entreferro ainda apresenta as mesmas ondas de fluxo e FMM, girando sincronicamente com o mesmo ângulo de conjugado. Um observador no rotor concordaria então com um outro posicionado no estator que o conjugado não se alterou.

Entretanto, um observador no rotor verificaria duas mudanças que não são aparentes no estator; (1) as perdas I^2R no rotor serão dobradas e (2) o rotor estará girando mais lentamente e, portanto, desenvolvendo menos potência mecânica, com o mesmo conjugado. Em outras palavras, uma quantidade maior de potência absorvida do estator irá se transformar em calor I^2R no rotor e estará menos disponível como potência mecânica.

Esses raciocínios podem ser aplicados diretamente à solução deste exemplo.

- Se a resistência do rotor for aumentada cinco vezes, o escorregamento também deverá aumentar cinco vezes com o mesmo valor de R_2/s e, portanto, com o mesmo conjugado. Como o escorregamento original de plena carga é 0,015, o novo escorregamento para o conjugado de plena carga será, portanto, $5 \times 0,015 = 0,075$.
- O valor efetivo da corrente de rotor é o mesmo de seu valor a plena carga antes do acréscimo da resistência em série. Portanto, suas perdas I^2R de rotor são cinco vezes o valor de 5,69 kW a plena carga, ou

$$\text{Perdas } I^2R \text{ de rotor} = 5 \times 5,69 = 28,4 \text{ kW}$$

- O escorregamento aumentado faz com que a velocidade por unidade, para o conjugado de plena carga, baixe de $1 - s = 0,985$ para $1 - s = 0,925$. Como a razão R_2/s não se altera, o conjugado é o mesmo. Desse modo, a saída de potência diminui proporcionalmente, obtendo-se

$$P_{\text{mec}} = \left(\frac{0,925}{0,985} \right) 500 = 470 \text{ hp}$$

Como a potência no entreferro não se altera, a diminuição de potência eletromecânica no eixo deve se fazer acompanhar de um aumento correspondente de perdas I^2R no rotor.

- Se a resistência do rotor for aumentada cinco vezes, então o escorregamento de conjugado máximo também aumentará cinco vezes. O escorregamento original de conjugado

máximo é 0,060. Portanto, com o aumento da resistência do rotor, o novo escorregamento para esse conjugado máximo será

$$s_{\max T} = 5 \times 0,060 = 0,30$$

- e. O valor efetivo da corrente de rotor no conjugado máximo não depende da resistência do rotor; apenas sua frequência altera-se quando a resistência de rotor é variada. Portanto,

$$I_{2,\max T} = 2,82 I_{2,pc}$$

- f. Se a resistência do rotor for aumentada cinco vezes, o conjugado de partida será o mesmo que o conjugado original de partida, para um escorregamento de 0,20. Portanto, será igual ao conjugado de operação normal sem as resistências em série, ou seja,

$$T_{partida} = 1,20 T_{pc}$$

- g. Se as resistências do rotor forem acrescentadas, então a corrente de partida do rotor será a mesma da corrente do rotor quando ele está operando com um escorregamento de 0,20 e os anéis deslizantes estão curto-circuitados, ou seja,

$$I_{2,partida} = 3,95 I_{2,pc}$$

Problema prático 6.7

Considere o motor do Exemplo 6.7. Um resistor externo é acrescentado aos circuitos do rotor de modo tal que o conjugado de plena carga é obtido na velocidade de 1719 rpm. Calcule (a) a resistência acrescentada em termos da resistência inerente do rotor R_{rotor} , (b) a dissipação de potência do rotor a plena carga e (c) a respectiva potência eletromecânica.

Solução

- Resistência acrescentada = $2 R_{rotor}$
- Perdas I^2R de rotor = 17,1 kW
- $P_{mec} = 485$ HP

Com o advento dos acionamentos de velocidade variável, que podem aplicar tensões e correntes de frequência variável ao estator e, portanto, podem controlar o escorregamento em função da velocidade do motor, tornou-se possível controlar a frequência aplicada e, conseqüentemente, o escorregamento do motor, para conseguir o conjugado máximo em qualquer velocidade desejada do rotor, mesmo durante a partida. Como resultado, o uso de motores de rotor bobinado tornou-se menos comum porque agora um desempenho semelhante pode ser conseguido com motores de gaiola de esquilo.

6.7.2 Rotores de barras profundas e dupla gaiola de esquilo

Um modo simples e engenhoso de ter uma resistência de rotor, que varia automaticamente com a velocidade, é fazendo uso do fato de que, em repouso, a frequência do rotor é igual à do estator e, à medida que o motor acelera, a frequência do rotor diminui até um valor muito baixo quando é atingida a velocidade normal de operação. Com barras de rotor com configurações e formatos adequados, os rotores de gaiola de esquilo podem ser projetados de modo que suas resistências efetivas, a 60 Hz, sejam diversas vezes as suas resistências CC. Todos os diversos esquemas fazem uso do efeito indutivo do fluxo de dispersão da ranhura sobre a distribuição de corrente nas

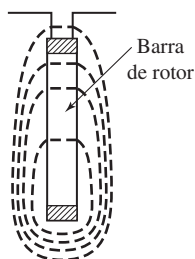


Figura 6.21 Barra de rotor profunda e fluxo de dispersão na ranhura, mostrados de forma esquemática.

barras do rotor. Esse fenômeno é similar ao efeito pelicular e de proximidade existente em qualquer sistema de condutores em que correntes alternadas estejam circulando.

Considere primeiro um rotor de gaiola de esquilo que tem barras profundas e estreitas, como o mostrado em corte na Figura 6.21. A figura mostra uma ranhura dentro da qual aloja-se uma barra. Estão representadas também as propriedades gerais do campo de dispersão criado pela corrente que circula na barra. Supondo que o ferro do rotor tivesse permeabilidade infinita, todas as linhas do fluxo de dispersão iriam se fechar em caminhos abaixo da ranhura, como está mostrado. Agora, imagine que a barra consista em um número infinito de camadas de espessura diferencial; uma na base e outra no topo estão hachuradas na Figura 6.21. A indutância de dispersão da camada de baixo é maior do que a da camada do topo porque a camada inferior está concatenada por mais fluxo de dispersão. Como todas as camadas estão eletricamente em paralelo, então, para o caso de corrente alternada, a corrente nas camadas superiores de baixa reatância será maior do que aquela nas camadas inferiores de alta reatância. Como resultado, a corrente será forçada em direção ao topo da ranhura e a fase da corrente nas camadas superiores estará adiantada em relação à corrente presente nas camadas inferiores.

Com essa distribuição não uniforme resulta um aumento da resistência efetiva da barra e uma diminuição menor da indutância efetiva de dispersão da barra. Como a distorção na distribuição de corrente depende de um efeito indutivo, então a resistência efetiva será função da frequência, da profundidade e forma da barra, da permeabilidade e também da resistividade do material da barra. A Figura 6.22 mostra uma curva que fornece a razão entre a resistência efetiva CA e a resistência CC em função da frequência, calculada para uma barra de 2,5 cm de profundidade. Um rotor de gaiola de barras profundas pode ser facilmente projetado para apresentar uma resistência efetiva, na frequência do estator (correspondendo a um rotor em condição de repouso), diversas vezes maior que sua resistência CC . À medida que o motor acelera, a frequência do rotor diminui e, portanto, a sua resistência efetiva diminui aproximando-se de seu valor CC correspondente a pequenos escorregamentos.

Uma forma alternativa de obter resultados semelhantes é a configuração em dupla gaiola de esquilo, mostrada na Figura 6.23. Nesse caso, o enrolamento de gaiola de esquilo consiste em duas camadas de barras curto-circuitadas por anéis nas extremidades. As barras superiores têm seções retas menores do que as barras inferiores e conseqüentemente têm resistência mais elevada. A natureza geral do campo de dispersão na ranhura está mostrada na Figura 6.23, na qual pode-se ver que a indutância das barras inferiores é maior do que a das superiores, devido ao fluxo que

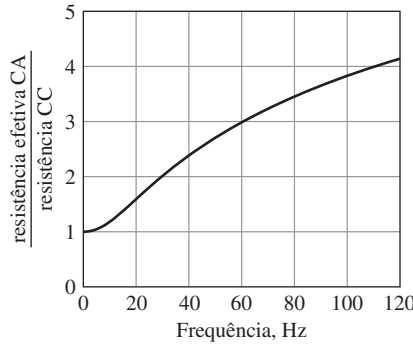


Figura 6.22 Efeito pelicular em uma barra de rotor de cobre com 2,5 cm de profundidade.

cruxa a ranhura entre as duas camadas. A diferença de indutância pode se tornar bem elevada quando se dimensiona de forma adequada o canal estreito na ranhura entre as duas barras. Em repouso, quando a frequência do rotor é igual à frequência do estator, há relativamente pouca corrente nas barras inferiores devido à sua reatância elevada; a resistência efetiva do rotor em repouso é quase igual à da camada superior de resistência elevada. Entretanto, nas frequências baixas de rotor, que correspondem a pequenos escorregamentos, os efeitos da reatância tornam-se desprezíveis e a resistência do rotor aproxima-se da resistência das duas camadas em paralelo.

Observe que, como a resistência efetiva e a indutância de dispersão dos rotores de gaiola dupla e barras profundas variam com a frequência, os parâmetros R_2 e X_2 , que representam os efeitos da resistência de rotor e a indutância de dispersão, referidas ao estator, variam com a velocidade do rotor e não são constantes. Estritamente falando, uma forma mais complexa de circuito equivalente, com múltiplos ramos em paralelo, é requerida para representar esses casos.

Nesses casos e em condições de regime permanente, ainda é possível usar o circuito equivalente desenvolvido na Seção 6.3 para representar as máquinas de indução. Entretanto, R_2 e X_2 devem ser variáveis de acordo com o escorregamento. Todas as relações básicas ainda poderão ser aplicadas ao motor, desde que os valores de R_2 e X_2 sejam ajustados apropriadamente quando o escorregamento variar. Por exemplo, para calcular o desempenho de partida, os valores de R_2 e X_2 serão os valores efetivos na frequência do estator, ao passo que, para calcular o desempenho do funcionamento com escorregamentos pequenos, o valor de R_2 será o seu valor efetivo em uma fre-

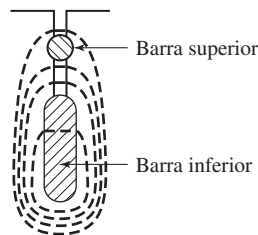


Figura 6.23 Barras do rotor de uma dupla gaiola de esquilo com fluxo de dispersão na ranhura mostrados de forma esquemática.

quência baixa e o valor de X_2 será o valor da reatância na frequência do estator que corresponde a um valor efetivo da indutância de dispersão do rotor em baixa frequência. Na faixa de valores de escorregamento em funcionamento normal, a resistência do rotor e a indutância de dispersão em geral podem ser consideradas constantes correspondendo substancialmente a seus valores CC.

6.7.3 Considerações sobre a aplicação de motores

Usando rotores de gaiola dupla e barras profundas, os motores de gaiola podem ser projetados para ter as boas características de partida que resultam de uma resistência de rotor elevada e, ao mesmo tempo, as boas características de funcionamento resultantes de uma resistência de rotor baixa. Entretanto, como o projeto será necessariamente o resultado de alguma forma de meio termo entre diversos requisitos, ele conterá limitações. Assim, falta a esses motores a flexibilidade de uma máquina de rotor bobinado com resistência de rotor externa. Como resultado, os motores de rotor bobinado eram normalmente os preferidos quando as exigências de partida eram elevadas. No entanto, como foi discutido na Seção 6.7.2, quando são combinados com eletrônica de potência, os motores de gaiola podem ter toda a flexibilidade dos motores de rotor bobinado. Por essa razão, os motores de rotor bobinado estão se tornando cada vez menos comuns mesmo nos casos em que os requisitos de partida são elevados.

Para atender às necessidades usuais da indústria, motores de gaiola trifásicos de grande porte são oferecidos pelos fabricantes, apresentando uma faixa de especificações nominais padronizadas até 200 HP, com várias frequências, tensões e velocidades padronizadas. (Motores maiores são muitas vezes vistos como motores de uso especial e não como motores de uso geral.) Diversos modelos padronizados estão disponíveis para atender a diversas exigências de partida e funcionamento. Curvas características representativas de conjugado *versus* velocidade para os quatro tipos mais comuns estão mostradas na Figura 6.24. Essas curvas são bem comuns para motores de 1800 rpm (velocidade síncrona) com especificações nominais de 7,5 a 200 HP, embora deva ficar subentendido que há motores em especial que podem se afastar bastante dessas curvas médias.

Resumidamente, as características desses tipos são as seguintes.*

Classe A: conjugado de partida normal, corrente de partida normal, escorregamento baixo Este tipo tem normalmente uma resistência baixa e um rotor de gaiola simples. Apresenta um bom desempenho em operação normal à custa da partida. A plena carga, o escorregamento é baixo e o rendimento é elevado. O conjugado máximo está em geral bem acima de 200% do conjugado de plena carga e ocorre com um escorregamento pequeno (menor que 20%). O conjugado de partida para a tensão plena varia de cerca de 200% do conjugado de plena carga, em motores pequenos, até cerca de 100%, em motores de grande porte. A corrente de partida elevada (500 a 800% da corrente de plena carga, quando a partida dá-se na tensão nominal) é a principal desvantagem desse tipo.

Com motores abaixo de 7,5 HP, essas correntes de partida estão muitas vezes dentro dos limites da corrente transitória inicial suportada pelo sistema de distribuição que alimenta o motor. Nesse caso, a partida pode ser dada com plena tensão

* N. de T.: No Brasil, essas categorias são definidas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

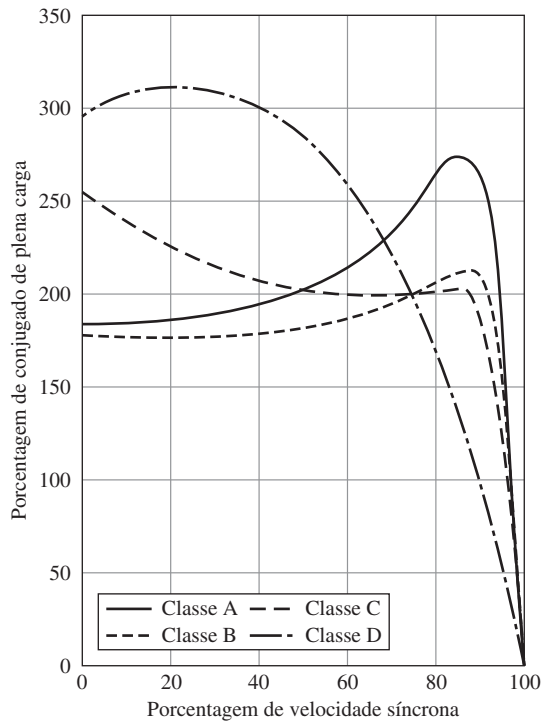


Figura 6.24 Curvas típicas de conjugado *versus* velocidade para motores de indução de 1800 rpm de uso geral.

diretamente da linha. Em caso contrário, uma partida com tensão reduzida deve ser usada. A partida com tensão reduzida resulta em uma diminuição do conjugado de partida porque este é proporcional ao quadrado da tensão aplicada aos terminais do motor. Normalmente, a tensão reduzida para a partida é obtida de um autotransformador, chamado *compensador de partida*, que pode ser operado de forma manual ou automática por meio de relés que aplicam a tensão plena depois de o motor ter atingido velocidade de operação. O diagrama do circuito de um tipo de compensador está mostrado na Figura 6.25. Se for necessária uma partida mais suave, uma resistência ou reatância em série pode ser usada no estator.

O motor de classe A é o tipo básico padrão para tamanhos abaixo de 7,5 HP e acima de 200 HP. É usado também com especificações intermediárias quando, devido a considerações de projeto, se torna difícil atender às limitações da corrente de partida da classe B. O seu campo de aplicação é aproximadamente o mesmo da classe B, descrita a seguir.

Classe B: conjugado de partida normal, corrente de partida baixa, escorregamento baixo Esse tipo tem aproximadamente o mesmo conjugado de partida da classe A, mas com 75% da corrente de partida. Portanto, podemos ter partida com tensão plena usando tamanhos maiores do que os da classe A. A corrente de partida é reduzida incluindo no projeto uma reatância de dispersão relativamente alta. O conjugado de partida é mantido usando um rotor de gaiola dupla ou barras profundas. Com plena

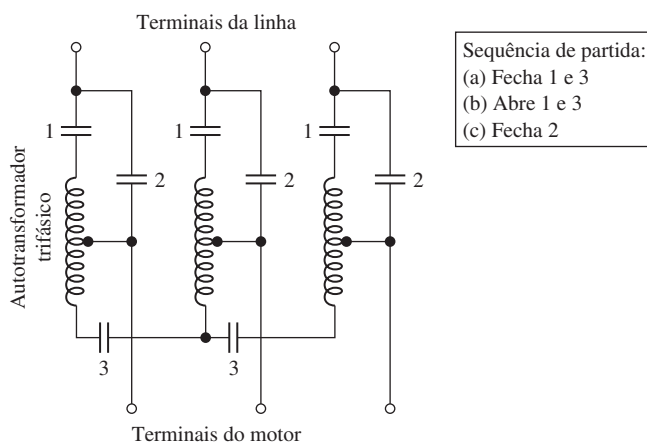


Figura 6.25 Conexões de um autotransformador de partida de um estágio.

carga, o escorregamento e o rendimento são bons, quase os mesmos da classe A. Entretanto, o uso de uma reatância elevada diminui ligeiramente o fator de potência e baixa em muito o conjugado máximo (em geral, é possível obter um valor apenas ligeiramente superior a 200% do conjugado de plena carga).

Esse tipo é o mais comum na faixa de tamanhos de 7,5 a 200 HP. É usado essencialmente no acionamento de velocidade constante, em que as exigências de conjugado de partida não são severas, como no acionamento de ventiladores, sopradores, bombas e máquinas-ferramentas.

Classe C: conjugado de partida alto, corrente de partida baixa Este tipo usa um rotor de gaiola dupla com uma resistência de rotor mais elevada do que a da classe B. O resultado é um conjugado de partida mais elevado, com baixa corrente de partida, mas com um rendimento de funcionamento um pouco inferior e um escorregamento mais alto do que o das classes A e B. Aplicações típicas incluem compressores e transportadores.

Classe D: conjugado de partida alto, escorregamento alto Em geral, este tipo apresenta gaiola simples e rotor de alta resistência (barras de latão, frequentemente). Produz conjugado de partida muito elevado com corrente de partida baixa e um conjugado máximo elevado, com 50 a 100% de escorregamento. No entanto, funciona com escorregamento elevado a plena carga (7 a 11%) e, por consequência tem um baixo rendimento de funcionamento. Seus principais usos estão no acionamento de cargas intermitentes, desenvolvendo trabalho com acelerações elevadas, e no acionamento de cargas de alto impacto, como em prensas perfuradoras e máquinas de cortar chapas. Quando está acionando cargas de alto impacto, o motor é geralmente auxiliado por um volante que auxilia a fornecer o impacto e a reduzir os pulsos de potência que são fornecidos pelo sistema de alimentação elétrica. Torna-se necessário um motor, cuja velocidade cai consideravelmente com um aumento de conjugado, para que o volante possa baixar de velocidade e transferir uma parcela de sua energia cinética para o impacto.

6.8 Resumo

Em um motor de indução polifásico, correntes com a frequência de escorregamento são induzidas nos enrolamentos do rotor à medida que o rotor se desloca em relação à onda de fluxo do estator, a qual gira sincronicamente. Por sua vez, essas correntes de rotor produzem uma onda de fluxo que gira em sincronismo com a onda de fluxo do estator. O conjugado é produzido pela interação dessas duas ondas de fluxo. Com um aumento de carga no motor, a velocidade do rotor diminui, resultando em aumento de escorregamento, aumento de correntes induzidas no rotor e elevação de conjugado.

Em um motor de indução polifásico, o exame das interações entre fluxos e FMM mostra que, eletricamente, a máquina é uma forma de transformador. A onda de fluxo no entreferro, que gira sincronicamente na máquina de indução, é equivalente ao fluxo mútuo no núcleo de um transformador. O campo girante induz FEMs com a frequência do estator nos enrolamentos do estator e FEMs com a frequência de escorregamento nos enrolamentos do rotor (para qualquer velocidade de rotor diferente da velocidade síncrona). Assim, a máquina de indução transforma as tensões e, ao mesmo tempo, altera a frequência. Quando vistos do estator, todos os fenômenos elétricos e magnéticos do rotor são convertidos para a frequência do estator. A FMM do rotor reage com os enrolamentos do estator da mesma forma que a FMM da corrente de secundário de um transformador reage com o primário. Seguindo nessa linha de raciocínio, obtém-se um circuito equivalente monofásico para máquinas de indução polifásicas muito semelhante ao de um transformador.

Em aplicações que requerem uma velocidade constante considerável, sem condições de partida muito exigentes, o motor de gaiola de esquilo não costuma ter rival devido à sua robustez, simplicidade e custo relativamente baixo. A sua única desvantagem está em seu fator de potência relativamente baixo (cerca de 0,85 a 0,90 a plena carga, para motores de quatro polos e 60 Hz, e bem menor para cargas leves e para motores de velocidades mais baixas). O baixo fator de potência é uma consequência do fato de que toda a excitação deve ser fornecida por potência reativa indutiva retirada da fonte CA.

Um dos fatos notáveis que afetam as aplicações do motor de indução é que o escorregamento, para o qual ocorre o conjugado máximo, pode ser controlado variando a resistência do rotor. Uma elevada resistência de rotor proporciona ótimas condições de partida mas um pobre desempenho de funcionamento. Entretanto, uma baixa resistência de rotor pode resultar em condições de partida não satisfatórias. De qualquer modo, portanto, é bem provável que o projeto de um motor de indução seja o resultado do encontro de um meio-termo entre todas as exigências.

Uma melhoria notável no desempenho de partida, com um sacrifício relativamente pequeno de desempenho de funcionamento, pode ser incorporada a um motor de gaiola de esquilo usando um rotor de barras profundas ou gaiola dupla cuja resistência efetiva de rotor aumenta com o escorregamento. Um motor de rotor bobinado pode ser usado em condições de partida muito exigentes, ou quando é necessário controlar a velocidade por meio de uma resistência de rotor. Sistemas de acionamento de estado sólido e frequência variável conferem uma flexibilidade considerável à utilização dos motores de indução em aplicações de velocidade variável. Essas questões serão discutidas no Capítulo 10.

6.9 Variáveis do Capítulo 6

δ_r, ϕ	Ângulo de fase [rad]
ω_m	Velocidade angular mecânica [rad/s]
ω_s	Velocidade angular síncrona [rad/s]
Φ_{sr}	Fluxo de entreferro resultante [Wb]
\hat{E}, \hat{V}	Tensão, amplitude complexa [V]
f_e	Frequência elétrica [Hz]
f_r	Frequência elétrica do rotor Hz]
F_r	FMM do rotor [A]
\hat{I}	Corrente, amplitude complexa [A]
\hat{I}_ψ	Corrente de excitação, amplitude complexa [A]
\hat{I}_c	Componente de perdas no núcleo da corrente de excitação, amplitude complexa [A]
\hat{I}_m	Componente de magnetização da corrente de excitação, amplitude complexa [A]
K	Constante
n	Velocidade angular [rpm]
n_s	Velocidade angular síncrona [rpm]
N	Número de espiras
polos	Número de polos
q	Número de fases
R	Resistência [Ω]
s	Escorregamento (slip)
T	Conjugado [N·m]
X	Reatância [Ω]
Z	Impedância [Ω]

Índices:

bl	Bloqueado
c	Núcleo (<i>core</i>)
ef	Efetivo(a)
pc	Plena carga
g	Entreferro (<i>gap</i>)
m	Magnetizante
max	Máximo(a)
maxT	Conjugado máximo
mec	Mecânico(a)
vz	A vazio
en	Elétrica nominal
rot	Rotacional(is)
s	Frequência de escorregamento

6.10 Problemas

6.1 A placa de um motor de indução de quatro polos, 400 V, 35 kW e 50 Hz indica que sua velocidade com carga nominal é 1458 rpm. Suponha que o motor esteja operando com a carga nominal.

- Qual é o escorregamento do motor?
- Qual é a frequência das correntes do rotor em Hz?

- c. Qual é a velocidade angular da onda de fluxo produzida pelo estator no entreferro em relação ao estator em rad/s? Em relação ao rotor?
 - d. Qual é a velocidade angular da onda de fluxo produzida pelo rotor no entreferro em relação ao estator em rad/s? Em relação ao rotor?
- 6.2** Um motor de indução de enrolamento bobinado, dois polos, 60 Hz e 208 V tem um enrolamento de estator trifásico com 42 espiras/fase e um enrolamento de rotor com 38 espiras /fase. Quando está operando na tensão de terminal nominal, observa-se que o motor está girando na velocidade de 3517 rpm. Cálculos indicam que, nessa condição de operação, a onda de fluxo de entreferro induz uma tensão de linha de 193 V no enrolamento do estator. Calcule a respectiva tensão induzida no enrolamento do rotor.
- 6.3** Campos de dispersão induzirão tensões com a frequência do rotor em uma bobina de captação montada no eixo de um motor de indução. A medição da frequência dessas tensões induzidas pode ser usada para determinar a velocidade do rotor.
- a. Qual será a velocidade do rotor em rpm de um motor de indução de seis polos e 50 Hz se a frequência da tensão induzida é 0,73 Hz?
 - b. Calcule a frequência da tensão induzida produzida por um motor de indução de quatro polos e 60 Hz operando na velocidade de 1763 rpm. Qual é o respectivo escorregamento?
- 6.4** Um motor de indução trifásico funciona na velocidade de 1198 rpm a vazio e 1119 rpm a plena carga, quando alimentado por uma fonte trifásica de 60 Hz.
- a. Quantos polos este motor deve ter?
 - b. Qual é o escorregamento em porcentagem a plena carga?
 - c. Qual é a respectiva frequência das correntes do rotor?
 - d. Qual é a respectiva velocidade em rpm do campo do rotor em relação ao rotor? Em relação ao estator?
- 6.5** Os motores de indução lineares têm sido propostos para diversas aplicações, incluindo transporte terrestre a alta velocidade. Um motor linear fundamentado no princípio do motor de indução consiste em um carro que se desloca sobre uma base. Essa base consiste em um enrolamento de gaiola de esquilo em forma plana e o carro, com 6,7 m de comprimento e 1,75 m de largura, apresenta um enrolamento de armadura trifásico com 10 pares de polos também em forma plana. A potência a 40 Hz é fornecida ao carro por meio de braços que se estendem através de ranhuras até trilhos situados abaixo do nível do solo.
- a. Qual é a velocidade síncrona em km/h?
 - b. O carro atingirá essa velocidade? Explique a sua resposta.
 - c. Qual será o escorregamento se o carro estiver se deslocando a 89 km/h? Nessas condições, qual é a frequência das correntes que circulam na base?
 - d. Se o sistema de controle determina o valor e a frequência das correntes do carro para manter constante o escorregamento, qual é a frequência das correntes do enrolamento de armadura quando o carro está se deslocando a 75 km/h? Nessas condições, qual é a frequência das correntes que circulam na base?

- 6.6 O estator de um motor de indução de 208 V e 60 Hz é enrolado com bobinas de 10 espiras. Os enrolamentos do motor devem ser refeitos para que o motor opere com 400 V e 50 Hz. Calcule o número de espiras por bobina para que o motor com novos enrolamentos funcione com a mesma densidade de fluxo do motor original.
- 6.7 Descreva o efeito sobre a característica de conjugado *versus* velocidade de um motor de indução produzido pela (a) redução à metade da tensão aplicada e (b) redução à metade de ambas, a tensão e frequência aplicadas. Esboce as curvas resultantes de conjugado *versus* velocidade relativas às que são produzidas com tensão e frequência nominais. Despreze os efeitos da resistência de estator e da reatância de dispersão.
- 6.8 Um sistema como o mostrado na Figura 6.26 é usado para converter tensões equilibradas de 60 Hz em outras frequências. O motor síncrono tem seis polos e aciona o eixo de acoplamento no sentido horário. A máquina de indução tem quatro polos e seus enrolamentos de estator são conectados à fonte de modo a produzir um campo que gira em sentido anti-horário (no sentido oposto à rotação do motor síncrono). A máquina de indução tem um rotor bobinado cujos terminais são levados para fora por anéis deslizantes.
- Com o sistema alimentado com uma fonte de 50 Hz, com que velocidade o motor funciona?
 - Qual é a frequência das tensões produzidas nos anéis deslizantes do motor de indução?
 - Qual será a frequência das tensões produzidas nos anéis deslizantes do motor de indução se dois terminais do estator do motor de indução forem trocados entre si, invertendo o sentido de rotação do campo girante resultante?
- 6.9 Um motor de indução trifásico de gaiola, oito polos, 60 Hz, 4160 V e 1000 kW tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente em ohms por fase Y referidos ao estator:

$$R_1 = 0,187 \quad R_2 = 0,176 \quad X_1 = 1,66 \quad X_2 = 2,06 \quad X_m = 38,85$$

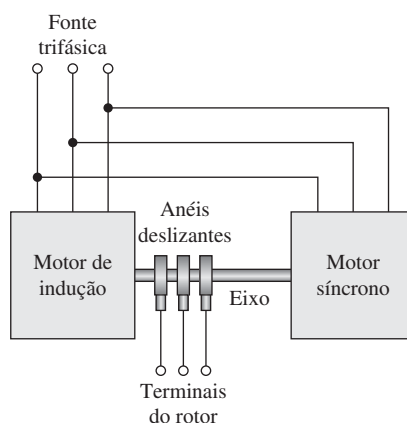


Figura 6.26 Máquinas de indutância e síncrona interconectadas (Problema 6.8).

Determine que mudanças ocorrerão nessas constantes como resultado das seguintes propostas de modificação. Considere cada modificação em separado.

- a. Substitua o enrolamento de estator por outro idêntico, mas com uma bitola de fio cuja área da seção reta é incrementada em 6%.
- b. Diminua o diâmetro interno das lâminas do estator de modo que o entreferro seja diminuído em 15%.
- c. Substitua as barras de alumínio do rotor (condutividade $3,5 \times 10^7$ S/m) por barras de cobre (condutividade $5,8 \times 10^7$ S/m).
- d. Refaça as conexões do enrolamento de estator, originalmente ligado em Y para operar em 4160 V, ligando-o em Δ para operar em 2,4 kV.

- 6.10** Os parâmetros de circuito equivalente monofásico de um motor de indução trifásico em ohms por fase são:

$$R_1 = 0,17 \quad R_2 = 0,24 \quad X_1 = 1,05 \quad X_2 = 0,87 \quad X_m = 82,1 \quad R_c = 435$$

Para um escorregamento de 3,5% e uma tensão de terminal de 460 V, tensão de linha:

- a. Calcule a corrente de fase do motor e as potências ativa e reativa de entrada.
 - b. Calcule a potência de saída mecânica e a potência dissipada no rotor. Você pode supor que as perdas do motor por atrito e ventilação sejam de 270 W.
 - c. Calcule as perdas do motor no núcleo e o rendimento do motor.
- 6.11** Escreva um *script* de MATLAB que calcula a corrente de terminal, o fator de potência, a potência de saída no eixo e o rendimento para um motor de indução. São dados os parâmetros de circuito equivalente e as perdas por atrito e ventilação. A entrada para o programa será a tensão de terminal do motor e o escorregamento de funcionamento. Teste seu programa com o motor do Problema 6.10.
- 6.12** Um motor de indução trifásico, ligado em Y, quatro polos, 460 V (tensão de linha), 37 kW e 60 Hz tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente em ohms por fase, referidos ao estator:

$$R_1 = 0,070 \quad R_2 = 0,152 \quad X_1 = 0,743 \quad X_2 = 0,764 \quad X_m = 40,1$$

As perdas totais por atrito e ventilação podem ser consideradas constantes iguais a 390 W, e as perdas no núcleo podem ser consideradas iguais a 325 W. Com o motor ligado diretamente a uma fonte de 460 V, calcule a velocidade, o conjugado e a potência de saída no eixo, a potência de entrada, o fator de potência e o rendimento para escorregamentos de 1, 2 e 3%. Você pode escolher entre representar as perdas no núcleo por uma resistência ligada diretamente ao terminal do motor, ou pela resistência R_c ligada em paralelo com a reatância de magnetização X_m .

- 6.13** Sabe-se que um motor de indução trifásico de 4 polos e 460 V tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente monofásico em ohms por fase Y:

$$R_1 = 19,7 \times 10^{-3} \quad X_1 = 0,129 \quad X_2 = 0,187 \quad X_m = 13,9$$

Observa-se que o motor está operando na tensão de terminal de 450 V, tensão de linha, com uma potência de saída de 95 kW e uma velocidade de 1780,7 rpm. Calcule a resistência de rotor R_2 do circuito equivalente monofásico as-

sumindo que as perdas do motor no núcleo são de 1200 W e as perdas por atrito e ventilação são de 700 W. Sugestão: A solução é mais fácil fazendo uma pesquisa com MATLAB.

- 6.14** Um motor de indução trifásico de 4 polos, 75 kW e 460 V tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente monofásico em ohms por fase:

$$R_1 = 24,5 \times 10^{-3} \quad R_2 = 55,2 \times 10^{-3}$$

$$X_1 = 0,267 \quad X_2 = 0,277 \quad X_m = 19,8$$

Você pode assumir que as perdas por atrito e ventilação de 1250 W permanecem constantes na faixa normal de operação e que as perdas do motor no núcleo para 460 V são de 780 W.

- Calcule o escorregamento do motor, a velocidade, a corrente de terminal, o fator de potência e o rendimento quando o motor está operando em 460 V e fornecendo a sua potência de saída nominal. Sugestão: Pode ser mais fácil pesquisar o ponto desejado de operação usando MATLAB.
 - Faça uma tabela incluindo o escorregamento do motor, a velocidade, a corrente de terminal, o fator de potência e o rendimento quando o motor está operando em 460 V com plena carga (parte (a)), 75%, 50% e 25% da carga nominal e também a vazio.
- 6.15** O motor do Problema 6.14 deve funcionar a partir de um acionamento trifásico de tensão e frequência variáveis. A tensão de saída do acionamento é 460 V, tensão de linha, em 60 Hz e é proporcional à frequência. Assuma que os parâmetros do motor (resistências e indutâncias) não variam com a tensão e frequência aplicadas. Você também pode assumir que, nesse funcionamento, as perdas por atrito e ventilação variam com o cubo da velocidade do motor (1250 W em 1800 rpm) e que as perdas no núcleo variam com o quadrado da frequência aplicada.

- Calcule o escorregamento do motor, a velocidade, a corrente de terminal, o fator de potência e o rendimento quando o motor está operando em 460 V e fornecendo a sua potência de saída nominal. Sugestão: Pode ser mais fácil pesquisar o ponto desejado de operação usando MATLAB.

Com as frequências de operação do acionamento do motor abaixo de 60 Hz, a saída de potência máxima do motor corresponde à potência que resulta em uma corrente de terminal do motor igual àquela encontrada na parte (a).

- Calcule a potência de carga máxima que pode ser fornecida por esse sistema na frequência de 50 Hz. Calcule as respectivas tensão de terminal, escorregamento, velocidade, fator de potência e rendimento.
- 6.16** Considere o motor de indução do Problema 6.12 operando em sua tensão de terminal nominal.
- Encontre a velocidade do motor em rpm que corresponde à potência de saída nominal no eixo de 37 kW. (Sugestão: Isso pode ser feito facilmente escrevendo um *script* de MATLAB que faz uma pesquisa com o escorregamento do motor.)

- b. De modo semelhante, encontre a velocidade em rpm para a qual o motor funciona sem carga externa no eixo (supondo que a carga do motor nessa velocidade consista apenas em perdas por atrito e ventilação).
- c. Plote o rendimento do motor *versus* a potência de saída quando a potência de saída do motor varia de 5 kW até a plena carga.

6.17 Escreva um *script* de MATLAB para analisar o desempenho de um motor de indução trifásico operando com suas frequência e tensão nominais. As entradas devem ser a tensão, a potência e a frequência nominais do motor, além do número de polos, os parâmetros de circuito equivalente e as perdas rotacionais. Dada uma velocidade específica, o programa deve calcular a potência de saída, a potência de entrada, o fator de potência e o rendimento do motor. Teste o seu programa com um motor de indução trifásico de quatro polos, 450 kW, 3,3 kV e 50 Hz operando com 1466 rpm, cujas perdas rotacionais na velocidade nominal são de 2,8 kW, cujas perdas no núcleo são de 3,7 kW e cujos parâmetros de circuito equivalente em ohms por fase são:

$$R_1 = 0,178 \quad R_2 = 0,28 \quad X_1 = 2,28 \quad X_2 = 2,69 \quad X_m = 215$$

6.18 Um motor de indução trifásico com gaiola de esquilo de alumínio, seis polos, 120 kW e 460 V tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente monofásico em ohms por fase:

$$R_1 = 15,3 \times 10^{-3} \quad R_2 = 34,5 \times 10^{-3}$$

$$X_1 = 0,183 \quad X_2 = 0,219 \quad X_m = 13,4$$

Você pode assumir que as perdas por atrito e ventilação de 1370 W permanecem constantes na faixa normal de operação e que as perdas do motor no núcleo para 460 V são de 1100 W.

- a. Faça uma tabela incluindo o escorregamento do motor, a velocidade, a corrente de terminal, o fator de potência e o rendimento quando o motor está operando em 460 V e fornecendo a sua potência de nominal. Sugestão: Pode ser mais fácil pesquisar o ponto desejado de operação usando MATLAB.
 - b. O fabricante propõe a substituição do rotor desse motor por um outro rotor idêntico, exceto que a gaiola de esquilo é feita de cobre em vez de alumínio. Assumindo que a condutividade elétrica do cobre é 1,5 vezes a do alumínio, repita os cálculos da parte (a) para o motor funcionando com esse novo rotor. Amplie a tabela da parte (a) incluindo o desempenho do motor com rotor de cobre e comparando os resultados.
 - c. Compare o desempenho desse motor com rotor de alumínio e de cobre quando está operando com a tensão nominal e 75, 50 e 25% da carga nominal.
- 6.19** Um motor de indução de gaiola de esquilo, trifásico, seis polos, 10 kW, 460 V, 60 Hz e ligado em Y desenvolve o conjugado nominal com escorregamento de 3,2%, quando está funcionando em tensão e frequência nominais. Para os propósitos deste problema, as perdas no núcleo e as rotacionais podem ser

desprezadas. Os seguintes parâmetros do motor, em ohms por fase, foram obtidos:

$$R_1 = 1,26 \quad X_1 = X_2 = 1,56 \quad X_m = 60,6$$

Determine (i) o conjugado nominal do motor, (ii) o conjugado máximo e a respectiva velocidade na tensão e frequência nominais e (iii) o conjugado e a corrente de partida com tensão e frequência nominais.

- 6.20** Um motor de indução trifásico, operando com tensão e frequência nominais, tem um conjugado de partida de 115% e um conjugado máximo de 230%, ambos relativos a seu conjugado de carga nominal. Os efeitos da resistência de estator e das perdas rotacionais são desprezíveis. Assumindo parâmetros de rotor constantes em função do escorregamento e uma resistência de rotor constante, determine:
- o escorregamento para o conjugado máximo.
 - o escorregamento para a carga nominal.
 - a corrente do rotor na partida (como porcentagem da corrente de rotor para carga nominal).

- 6.21** Quando está funcionando em tensão e frequência nominais, um motor trifásico de indução de gaiola de esquilo apresenta, a plena carga, um escorregamento de 7,6%, além de desenvolver um conjugado máximo de 255% da carga plena com um escorregamento de 62%. Despreze as perdas rotacionais e as no núcleo, assumindo que a resistência do rotor e a indutância permanecem constantes, não dependendo do escorregamento. Determine, na tensão e frequência nominais, o conjugado de partida por unidade tomando como base o seu valor a plena carga.

- 6.22** Um motor de indução trifásico com gaiola de esquilo de alumínio, seis polos, 125 kW, 575 V e 60 Hz tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente monofásico em ohms por fase:

$$R_1 = 19,5 \times 10^{-3} \quad R_2 = 30,6 \times 10^{-3}$$

$$X_1 = 0,249 \quad X_2 = 0,294 \quad X_m = 23,5$$

Esse motor deve operar como gerador conectado a um sistema de 575 V que tem uma reatância equivalente em série de $0,19 \Omega$. Calcule a velocidade do gerador em rpm e a tensão de terminal do gerador quando a potência elétrica de saída do gerador é 110 kW.

- 6.23** Uma máquina de indução de quatro polos, 1,5 MW, 2400 V e 60 Hz tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente, em ohms por fase, referidos ao estator:

$$R_1 = 0,0384 \quad R_2 = 0,0845 \quad X_1 = 0,182 \quad X_2 = 0,0780 \quad X_m = 32,7$$

Funcionando como motor, ela atinge a saída nominal no eixo quando o escorregamento é de 2,35%, com um rendimento de 95,2%. A máquina deve ser usada como gerador, impulsionado por uma turbina eólica. Ela será ligada a um sistema de distribuição de 60 Hz que pode ser representado por um barramento infinito de 2400 V.

- a. Com os dados apresentados, calcule as perdas totais rotacionais e as do núcleo para a carga nominal.
- b. Se a turbina eólica acionar a máquina de indução com um escorregamento de $-2,35\%$, calcule (i) a potência elétrica de saída em MW, (ii) o rendimento (potência elétrica de saída por potência de entrada no eixo) em porcentagem e (iii) o fator de potência medido nos terminais da máquina.
- c. O sistema de distribuição real, ao qual o gerador é ligado, tem uma impedância efetiva de $0,041 + j0,15 \Omega/\text{fase}$. Para um escorregamento de $-2,35\%$, calcule a potência elétrica que é medida (i) no barramento infinito e (ii) nos terminais da máquina.
- 6.24** Escreva um *script* de MATLAB para plotar o rendimento em função da saída de potência elétrica do gerador de indução do Problema 6.23 quando a velocidade varia de 1800 rpm a 1840 rpm. Assuma que o gerador está operando em um sistema com a impedância do alimentador da parte (c) do Problema 6.23.
- 6.25** Em um motor trifásico de gaiola, 75 kW, 460 V e 60 Hz, operando com tensão e frequência nominais, as perdas I^2R do rotor, quando o conjugado é máximo, são 8,5 vezes as do conjugado de plena carga. O escorregamento para o conjugado de plena carga é 0,026. A resistência do estator e as perdas rotacionais podem ser desprezadas podendo-se assumir que a resistência e a indutância do rotor são constantes. Expressando o conjugado por unidade do conjugado a plena carga, obtenha (a) o escorregamento para o conjugado máximo, (b) o conjugado máximo e (c) o conjugado de partida.
- 6.26** Um motor de indução de gaiola funciona a plena carga com um escorregamento de 3,5%. A corrente do rotor na partida é 4,8 vezes a corrente do rotor a plena carga. A resistência e a indutância do rotor não dependem da frequência do rotor e pode-se desprezar a resistência do estator e as perdas rotacionais e suplementares. Expressando o conjugado por unidade do conjugado de plena carga, calcule (a) o conjugado de partida e (b) o conjugado máximo e o escorregamento no qual ocorre o conjugado máximo.
- 6.27** Um motor de indução trifásico de gaiola de esquilo, 460 V, 60 Hz desenvolve um conjugado interno máximo de 1160 N·m com um escorregamento de 16% quando funciona na tensão e frequência nominais. Se o efeito da resistência do estator for desprezado, determine o conjugado interno máximo que esse motor desenvolveria se fosse operado a 380 V e 50 Hz. Nessas condições, com qual velocidade em rpm o conjugado máximo seria desenvolvido?
- 6.28** Um motor de indução de gaiola, conectado em Δ , 125 kW, 460 V, trifásico, quatro polos e 50 Hz tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente, em ohms por fase:
- $$R_1 = 0,033 \quad R_2 = 0,045 \quad X_1 = 0,28 \quad X_2 = 0,31 \quad X_m = 7,7$$
- a. Calcule a corrente e o conjugado de partida desse motor quando é ligado diretamente a uma fonte de 460 V.
- b. Para limitar a corrente de partida propõe-se que na partida o enrolamento de estator seja ligado primeiro em Y e, então, em Δ , para funcionamento normal. (i) Quais são os parâmetros de circuito equivalente, em ohms por

fase, para a ligação em Y? (ii) Com o motor ligado em Y e funcionando diretamente a partir de uma fonte de 460 V, calcule a corrente e o conjugado de partida.

- 6.29** Um motor de indução de gaiola de esquilo, conectado em Δ , 25 kW, 380 V, trifásico, seis polos e 50 Hz tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente, em ohms por fase:

$$R_1 = 0,12 \quad R_2 = 0,15 \quad X_1 = 0,79 \quad X_2 = 0,76 \quad X_m = 26,2$$

O motor está conectado a um ventilador que apresenta uma carga proporcional ao cubo da velocidade de acordo com

$$P_{\text{ventilador}} = 23 \left(\frac{\text{rpm}}{1000} \right)^3 \text{ kW}$$

A inércia combinada do motor e do ventilador é igual a $1,8 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

A partida do motor se dá pela aplicação de uma tensão de terminal de 230 V.

- Calcule a velocidade de operação em estado permanente do ventilador.
 - Calcule a corrente eficaz de terminal quando ocorre a partida.
 - Usando MATLAB, plote (i) a velocidade do motor e (ii) a corrente eficaz do motor em função do tempo. Sugestão: É bastante fácil escrever uma rotina simples de integração retangular. Como alternativa, você pode implementar a sua solução usando MATLAB/Simulink.
- 6.30** Sabe-se que um motor de indução de gaiola de esquilo, conectado em Δ , 50 kW, 380 V, trifásico, dois polos e 50 Hz tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente, em ohms por fase:

$$R_1 = 0,063 \quad R_2 = 0,095 \quad X_1 = 0,39 \quad X_2 = 0,32 \quad X_m = 14,8 \quad R_c = 113$$

Na velocidade nominal, as perdas por atrito e ventilação são iguais a 150 W,

- Para um ensaio a vazio conduzido na tensão e frequência nominais, calcule a corrente de terminal a vazio e a potência de entrada.
 - Para um ensaio de rotor bloqueado realizado na frequência de 12,5 Hz e na corrente de terminal nominal, calcule a tensão de linha e a potência de entrada de rotor bloqueado.
 - Usando as aproximações da Seção 6.6, calcule os parâmetros de circuito equivalente do motor com base nos resultados do “ensaio” a vazio e de rotor bloqueado das partes (a) e (b). Assuma que R_1 é igual ao valor dado e que $X_1 = X_2$. Compare os parâmetros resultantes com os valores dados.
- 6.31** O motor de indução do Problema 6.30 é religado em Y para operar com uma tensão de terminal de 660 V. Repita os cálculos do Problema 6.30.
- 6.32** Os seguintes dados aplicam-se a um motor de indução de gaiola de esquilo, trifásico, seis polos, 250 kW, 2300 V e 60 Hz:

■ Resistência de estator entre os terminais de fase = $0,52 \Omega$

■ Ensaio a vazio na frequência e tensão nominais:

$$\text{Corrente de linha} = 2,1 \text{ A} \quad \text{Potência trifásica} = 2405 \text{ W}$$

As perdas por atrito e ventilação na velocidade nominal foram determinadas valendo 750 W.

- Ensaio de rotor bloqueado em 15 Hz:

$$\text{Tensão de linha} = 182 \text{ V} \quad \text{Corrente de linha} = 62,8 \text{ A}$$

$$\text{Potência trifásica} = 10,8 \text{ kW}$$

- a. Calcule as perdas no núcleo a vazio.
- b. Faça aproximações razoáveis do ponto de vista de engenharia para calcular os parâmetros de circuito equivalente em ohms. Assuma que $X_1 = X_2$ e que a resistência de perdas no núcleo R_c está conectada diretamente aos terminais do motor.
- c. Calcule
 - a corrente de estator
 - a potência de entrada
 - o fator de potência
 - a dissipação de potência no estator, núcleo e rotor
 - a potência de saída
 - o rendimento
 quando este motor está operando na tensão e frequência nominais com um escorregamento de 3,1%.
- d. Repita os cálculos da parte (c) assumindo que a resistência de perdas no núcleo R_c está conectada em paralelo com a reatância de magnetização X_m . Compare seus resultados com os da parte (c).

- 6.33** Dois motores de indução de gaiola de esquilo, trifásicos, quatro polos, 150 kW, 460 V e 60 Hz têm estatores idênticos e rotores de mesmo raio, mas com barras de rotor de dimensões diferentes. A resistência CC medida entre qualquer par de terminais de estator é 33,9 mΩ. Ensaio de rotor bloqueado a 60 Hz produzem os seguintes resultados:

Motor	Volts (tensão de linha)	Ampères	Potência trifásica [kW]
1	70,5	188,3	3,12
2	60,7	188,3	6,81

Determine a razão do conjugado interno de partida desenvolvido pelo motor 2 em relação ao do motor 1 (a) para a mesma corrente e (b) para a mesma tensão. Faça suposições razoáveis.

- 6.34** Escreva um *script* de MATLAB para calcular os parâmetros do circuito equivalente Y de um motor de indução trifásico com dados obtidos de ensaios a vazio e de rotor bloqueado.

Entrada:

- Frequência nominal
- Perdas rotacionais na velocidade nominal

- Ensaio a vazio na velocidade nominal: Tensão, corrente e potência
- Ensaio de rotor bloqueado: Frequência, tensão, corrente e potência
- Resistência de estator medida de fase a fase
- Razão assumida X_1/X_2

Saída:

- Parâmetros de circuito equivalente R_1, R_2, R_c, X_1, X_2 e X_m .

Se o valor das perdas rotacionais não estiver disponível, você poderá assumir que é zero.

- a. Tenha como base para o seu *script* de MATLAB as aproximações apresentadas na Seção 6.6. Exercite o seu programa com um motor de indução trifásico de 2300 V, 50 Hz e 150 kW cujos resultados obtidos em ensaios são:

$$\text{Resistência de estator entre os terminais de fase} = 0,428 \, \Omega$$

Ensaio a vazio em tensão e frequência nominais:

$$\text{Corrente de linha} = 12,8 \, \text{A} \quad \text{Potência trifásica} = 2,31 \, \text{kW}$$

Ensaio de rotor bloqueado em 12,5 Hz:

$$\text{Tensão de linha} = 142 \, \text{V} \quad \text{Corrente de linha} = 43,1 \, \text{A}$$

Potência trifásica = 4,87 kW

Você pode assumir que $X_1 = 0,45(X_1 + X_2)$.

- b. Modifique os valores dos parâmetros encontrados na parte (a) de tal modo que, quando o circuito equivalente da Figura 6.8 é usado para simular os ensaios a vazio e de rotor bloqueado, os resultados simulados e dos ensaios igualem-se. Isso pode ser feito facilmente acrescentando uma seção de código MATLAB que procura, nos valores de parâmetros próximos dos encontrados na parte (a), por valores que resultem em um circuito equivalente completo que combina com os resultados dos ensaios. Compare esses valores “exatos” de parâmetros com os encontrados na parte (a).
- 6.35** Um motor de indução de gaiola de esquilo, trifásico, quatro polos, 50 kW, 50 Hz e 380 V desenvolve conjugado de plena carga a 1447 rpm, com o rotor curto-circuitado. Ele desenvolve um conjugado máximo de 542 N·m. Uma resistência externa não indutiva de $0,9 \, \Omega$ é colocada em série com cada fase do rotor. A seguir, observa-se que o motor desenvolve o seu conjugado nominal com a velocidade de 1415 rpm. Calcule a resistência do rotor por fase do próprio motor.
- 6.36** Um motor de indução de rotor bobinado, trifásico, seis polos, 125 kW, 380 V e 50 Hz desenvolve um conjugado interno máximo de 225% com um escorregamento de 17%, quando está funcionando em tensão e frequência nominais com o rotor curto-circuitado diretamente nos anéis deslizantes. A resistência de estator e as perdas rotacionais podem ser desprezadas. A resistência e a

indutância do rotor podem ser consideradas constantes, independentes da frequência do rotor. Determine

- o escorregamento a plena carga em porcentagem.
- as perdas I^2R do rotor a plena carga em watts.
- o conjugado de partida na tensão e frequência nominais por unidade e em N·m.

Se a resistência do rotor for dobrada (inserindo resistências externas em série nos anéis deslizantes) e a carga do motor for ajustada para que a corrente de linha seja igual ao valor corresponde à carga nominal sem resistência externa, determine

- o respectivo escorregamento em porcentagem e
- o conjugado em N·m.

6.37 Um motor trifásico de indução de rotor bobinado, conectado em Y, 460 V (tensão de linha), 25 kW, 60 Hz e quatro polos tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente, em ohms por fase, referidos ao estator:

$$R_1 = 0,10 \quad R_2 = 0,08 \quad R_c = 1270 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,22 \quad X_m = 253$$

- Desprezando qualquer efeito de perdas rotacionais e no núcleo, use MATLAB para plotar o conjugado interno *versus* a curva de velocidade para operação com tensão nominal e frequência nominal.
- Na mesma plotagem, plote curvas de conjugado interno *versus* velocidade para esse motor assumindo que a resistência do rotor aumenta com um fator multiplicativo de 5, 10 e 30.
- O motor é conectado a uma carga de ventilador cujos requisitos de conjugado variam conforme o quadrado de sua velocidade e requerem 117 N·m a 1800 rpm. Plote o conjugado do ventilador na mesma plotagem.
- Calcule a velocidade do ventilador em rpm e a potência em kW para cada um de quatro valores de resistência do rotor.

6.38 Um motor de indução de rotor bobinado, trifásico, quatro polos, 575 V, 60 Hz e 125 kW desenvolve um conjugado interno de 195%, com uma corrente de linha de 210% (conjugado e corrente expressos em porcentagens de seus valores de plena carga) e escorregamento de 5,5%, quando está funcionando em tensão e frequência nominais com os terminais do rotor curto-circuitados. A resistência do rotor é de 95 mΩ entre os anéis deslizantes e pode ser assumida constante. Um conjunto equilibrado de resistores ligados em Y será conectado aos anéis deslizantes para limitar a corrente de partida a 210% de seu valor nominal. Que resistência deve ser escolhida para cada ramo da ligação em Y? Nessas condições, qual será o conjugado de partida em porcentagem do conjugado nominal?

6.39 Um motor de indução de rotor bobinado, trifásico, oito polos, 100 kW, 60 Hz e 460 V desenvolve a potência de plena carga na velocidade de 869 rpm, quando está funcionando em tensão e frequência nominais e com seus anéis deslizantes curto-circuitados. O conjugado máximo, que pode ser desenvolvido quando está

funcionando em tensão e frequência nominais, é 295% do conjugado de plena carga. A resistência do enrolamento do rotor é 0,18 ohms por fase. Despreze os efeitos das perdas rotacionais e suplementares e da resistência do estator.

- Calcule as perdas I^2R do rotor a plena carga.
- Calcule a velocidade no conjugado máximo em rpm.
- Quanto de resistência deve ser inserido em série com os enrolamentos do rotor para produzir o conjugado máximo de partida?

Com os enrolamentos do rotor curto-circuitados, o motor opera agora a partir de uma fonte de 50 Hz cuja tensão aplicada é ajustada de modo que a onda de fluxo no entreferro seja essencialmente igual a de quando opera em 60 Hz.

- Calcule a tensão aplicada em 50 Hz.
- Calcule a velocidade na qual o motor desenvolverá um conjugado igual ao conjugado nominal de 60 Hz, com seus anéis deslizantes curto-circuitados.

6.40 Um motor de indução de rotor bobinado, 575 V, 175 kW, 60 Hz e seis polos tem os seguintes parâmetros em ohms por fase

$$R_1 = 0,023 \quad R_2 = 0,081 \quad R_c = 287 \quad X_1 = 0,25 \quad X_2 = 0,29 \quad X_m = 57$$

A resistência de fase a fase do rotor como medida nos anéis deslizantes é 0,23 Ω . Para os propósitos deste problema, você pode assumir que esse motor está acionando uma carga de conjugado constante de 950 N·m. Sugestão: Este problema é resolvido mais facilmente usando MATLAB para pesquisar pontos de operação que atendem aos critérios apresentados.

- Encontre a velocidade do motor em rpm, a potência de carga, a corrente de terminal, o rendimento e a dissipação de potência do rotor se o motor estiver operando na tensão nominal com os anéis deslizantes em curto-circuito.
- Calcule a resistência externa em ohms por fase que deve ser acrescentada nos anéis deslizantes para o motor girar a 1050 rpm. Novamente, encontre a velocidade do motor em rpm, a potência de carga, a corrente de terminal, o rendimento e a dissipação de potência do rotor. Calcule também a dissipação de potência nos resistores externos do rotor.

Máquinas CC

As máquinas CC caracterizam-se por sua versatilidade. Por meio das diversas combinações de enrolamentos de campo, excitados em derivação, série ou independentemente, elas podem ser projetadas de modo a apresentar uma ampla variedade de características de tensão *versus* corrente ou de velocidade *versus* conjugado, para operações dinâmicas e em regime permanente. Devido à facilidade com que podem ser controladas, sistemas de máquinas CC têm sido usados com frequência em aplicações que exigem uma ampla faixa de velocidades ou de controle preciso da saída do motor. Nos últimos anos, a tecnologia de estado sólido que é utilizada nos sistemas de acionamento CA desenvolveu-se o suficiente para que esses sistemas estejam substituindo as máquinas CC em aplicações antes associadas quase exclusivamente às máquinas CC. Entretanto, a versatilidade das máquinas CC, em combinação com a relativa simplicidade dos seus sistemas de acionamento, irá assegurar o seu uso continuado em uma ampla variedade de aplicações.

7.1 Introdução

As características essenciais de uma máquina CC estão mostradas esquematicamente na Figura 7.1. O estator tem polos salientes e é excitado por uma ou mais bobinas de campo. A distribuição do fluxo criado pelos enrolamentos de campo no entreferro é simétrica em relação à linha central dos polos de campo. Esse eixo é denominado *eixo de campo* ou *eixo direto*.

Como foi discutido em detalhes na Seção 4.6.2, a tensão CA, gerada em cada bobina de armadura rotativa, é convertida em CC nos terminais externos da armadura por meio de um comutador rotativo e de escovas estacionárias, às quais os condutores da armadura estão conectados. A combinação de comutador e escovas forma um retificador mecânico, resultando em uma tensão CC de armadura e uma onda de FMM de armadura que está fixa no espaço. A ação do comutador será discutida em detalhes na Seção 7.2.

As escovas estão posicionadas de modo que a comutação ocorra quando os lados da bobina estão na zona neutra, a meio caminho entre os polos de campo. O eixo da onda de FMM de armadura estará então distanciado 90 graus elétricos do eixo dos polos de campo, isto é, no *eixo em quadratura*. Na representação esquemática da Figura 7.1a, as escovas estão mostradas no eixo em quadratura porque essa é a posição das bobinas às quais elas estão conectadas. A onda de FMM de armadura estará então

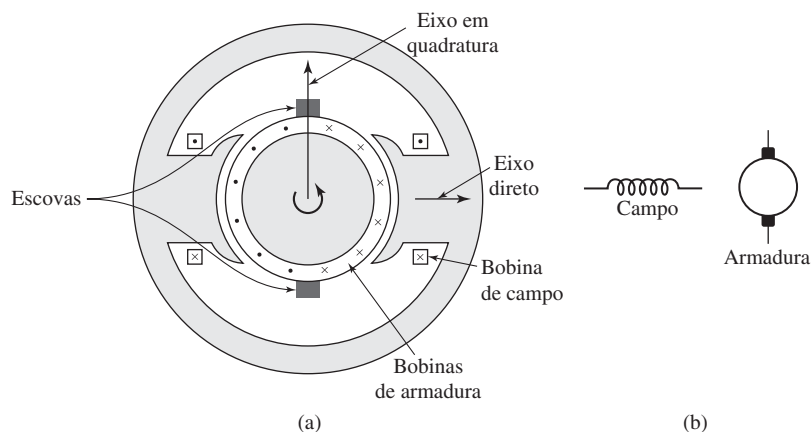


Figura 7.1 Representações esquemáticas de uma máquina CC.

ao longo do eixo das escovas, como está mostrado. (A posição geométrica das escovas em uma máquina real localiza-se a aproximadamente 90 graus elétricos da posição mostrada no diagrama esquemático, devido à forma das conexões de terminação até o comutador. Por exemplo, veja a Figura 7.7.) Uma representação mais simples usada em circuitos é a desenhada na Figura 7.1b.

Embora o conjugado magnético e a tensão de velocidade que aparecem nas escovas sejam um tanto dependentes da forma de onda espacial da distribuição de fluxo, continuaremos supondo por conveniência que a onda de densidade de fluxo no entreferro seja senoidal, como foi feito no Capítulo 4. Então, o conjugado poderá ser obtido a partir do ponto de vista do campo magnético como foi discutido na Seção 4.7.2.

Em analogia direta com a dedução da Eq. 4.83, o conjugado eletromagnético T_{mec} pode ser expresso em termos da interação entre o fluxo de eixo direto por polo Φ_d no entreferro e a componente fundamental espacial F_{a1} da onda de FMM de armadura. Especificamente, a Eq. 4.75 pode ser reescrita em termos da FMM líquida (F_s substituída por F_d) do eixo direto (estator) e da FMM fundamental líquida (F_r substituída por F_{a1}) do enrolamento de armadura (rotor)

$$T_{mec} = -\left(\frac{\text{polos}}{2}\right) \left(\frac{\mu_0 \pi D l}{2g}\right) F_d F_{a1} \sin \delta_{sr} \quad (7.1)$$

Em analogia com a Eq. 4.82 e considerando que $B_d = \mu_0 F_d / g$, podemos isolar F_d em termos do fluxo de eixo direto como

$$F_d = \left(\frac{g \times \text{polos}}{2\mu_0 D l}\right) \Phi_d \quad (7.2)$$

Com as escovas no eixo em quadratura, o ângulo entre esses campos é 90 graus elétricos e seu seno é igual à unidade. A substituição da Eq. 7.2 na Eq. 7.1 com $\delta_{sr} = 90^\circ$ fornece, então,

$$T_{mec} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2}\right)^2 \Phi_d F_{a1} \quad (7.3)$$

em que o sinal negativo foi desconsiderado porque o sentido positivo do conjugado pode ser determinado por meio de um raciocínio físico. O valor de pico da onda dente de serra da FMM da armadura é dado pela Eq. 4.10 e sua fundamental espacial F_{a1} é $8/\pi^2$ vezes o seu valor de pico. Portanto,

$$F_{a1} = \left(\frac{8}{\pi^2}\right) \left(\frac{C_a}{2m \cdot \text{polos}}\right) i_a \tag{7.4}$$

A substituição da Eq. 7.4 na Eq. 7.3 dá, então,

$$T_{\text{mec}} = \left(\frac{\text{polos } C_a}{2\pi m}\right) \Phi_d i_a = K_a \Phi_d i_a \tag{7.5}$$

onde

i_a = corrente no circuito externo de armadura

C_a = número total de condutores no enrolamento de armadura

m = número de caminhos em paralelo no enrolamento

Aqui

$$K_a = \frac{\text{polos } C_a}{2\pi m} \tag{7.6}$$

é uma constante determinada pelo projeto do enrolamento.

A tensão gerada e retificada de armadura já foi obtida na Seção 4.6.2 para uma armadura elementar com uma única bobina. Sua forma de onda está mostrada na Figura 4.30. O efeito da distribuição do enrolamento em diversas ranhuras está mostrado na Figura 7.2, onde cada uma das ondas senoidais retificadas é a tensão gerada em uma das bobinas. A comutação ocorre no momento em que os lados das bobinas estão na zona neutra.

A tensão gerada observada entre as escovas é a soma das tensões retificadas de todas as bobinas em série entre as escovas, e é mostrada pela linha ondulada e_a na Figura 7.2. Com uma dúzia ou tanto de lâminas de comutador por polo, a ondulação torna-se muito pequena, e a tensão média gerada que é observada nas escovas é igual à soma dos valores médios das tensões retificadas de bobina. Da Eq. 4.55, obtém-se que a tensão retificada e_a entre as escovas, também conhecida como *tensão de velocidade*, é

$$e_a = \left(\frac{\text{polos } C_a}{2\pi m}\right) \Phi_d \omega_m = K_a \Phi_d \omega_m \tag{7.7}$$

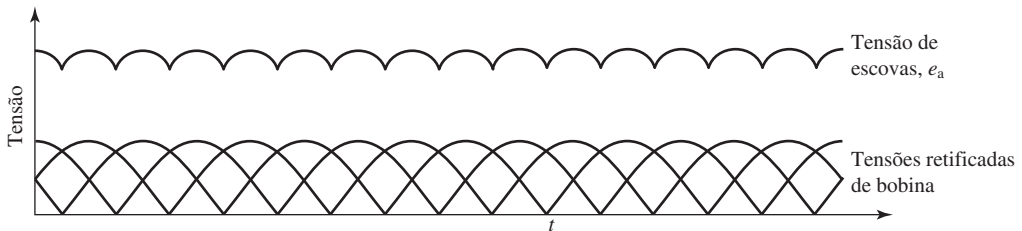


Figura 7.2 Tensões retificadas de bobina e a tensão resultante entre escovas em uma máquina CC.

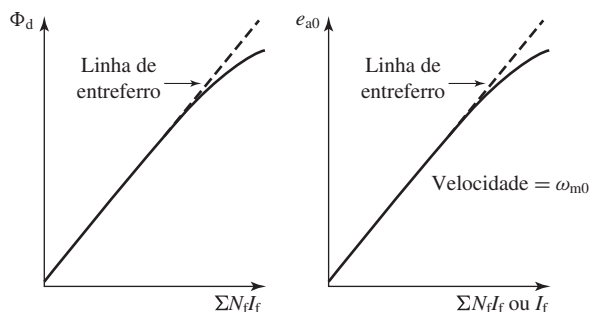


Figura 7.3 Forma típica das curvas de magnetização de uma máquina de corrente contínua.

onde K_a é a constante de enrolamento definida pela Eq. 7.6. A tensão retificada de um enrolamento distribuído tem o mesmo valor médio que uma bobina concentrada. A diferença é que a ondulação é bastante reduzida.

Das Eqs. 7.5 e 7.7, com todas as variáveis expressas em unidades do SI, obtém-se

$$e_a i_a = T_{\text{mec}} \omega_m = P_{\text{mec}} \quad (7.8)$$

Observando que o produto do conjugado pela velocidade mecânica é a potência mecânica, essa equação expressa simplesmente que a potência elétrica instantânea, associada à tensão de velocidade, é igual à potência mecânica instantânea, associada ao conjugado magnético. O sentido do fluxo de potência depende se a máquina está atuando como motor ou gerador.

O fluxo de entreferro de eixo direto Φ_d é produzido pelas FMMs combinadas $\sum N_f i_f$ dos enrolamentos de campo. A característica de fluxo *versus* FMM é referida como *curva de magnetização* da máquina. A forma de uma curva de magnetização típica está mostrada na Figura 7.3a, na qual supõe-se que a FMM de armadura não atua sobre o fluxo de eixo direto porque o eixo da onda de FMM de armadura está alinhada com o eixo em quadratura e, conseqüentemente, é perpendicular ao eixo de campo. Será necessário reexaminar essa suposição mais adiante, neste capítulo, onde os efeitos da saturação serão investigados com mais profundidade. Observe que a curva de magnetização da Figura 7.3a não passa pela origem. Esse comportamento ocorre nos casos em que a estrutura do campo exibe *magnetismo residual*, isto é, onde o material magnético do campo não se desmagnetiza completamente, quando a FMM líquida do campo é reduzida a zero.

Como a FEM de armadura é proporcional ao fluxo vezes a velocidade, em geral é mais conveniente expressar a curva de magnetização em termos da FEM de armadura E_{a0} , para uma velocidade constante ω_{m0} , como está mostrado na Figura 7.3b. A tensão E_a para um determinado fluxo, em qualquer outra velocidade ω_m , é proporcional à velocidade; isto é, da Eq. 7.7, obtém-se

$$\frac{e_a}{\omega_m} = K_a \Phi_d = \frac{e_{a0}}{\omega_{m0}} \quad (7.9)$$

Assim,

$$e_a = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) e_{a0} \quad (7.10)$$

ou, em termos da velocidade de rotação em rpm,

$$e_a = \left(\frac{n}{n_0} \right) e_{a0} \tag{7.11}$$

onde n_0 é a velocidade de rotação em rpm correspondente à velocidade ω_{m0} .

No caso em que apenas um enrolamento de campo é excitado, a curva de magnetização pode ser plotada mais facilmente em função da corrente de campo i_f em vez dos ampères-espiras líquidos ($\sum N_f i_f$) do campo, como também está mostrado na Figura 7.3b. Essa curva pode ser obtida com mais facilidade usando métodos baseados em ensaios. Como a corrente de campo pode ser medida diretamente, não é necessário conhecer detalhes de projeto.

Dentro de uma faixa bem ampla de excitação, a relutância do aço elétrico da máquina é desprezível em comparação com a do entreferro. Nessa região, o fluxo é linearmente proporcional à FMM total dos enrolamentos de campo, e a constante de proporcionalidade é a *permeância de eixo direto* \mathcal{P}_d ; assim,

$$\Phi_d = \mathcal{P}_d \sum N_f i_f \tag{7.12}$$

A linha reta tracejada, que passa pela origem e coincide com a porção reta das curvas de magnetização da Figura 7.3, é denominada *linha de entreferro*. Essa denominação refere-se ao fato de que essa seria a característica de magnetização linear que encontraríamos se a relutância da porção de material magnético do caminho de fluxo permanecesse desprezível em comparação com a do entreferro, independentemente do grau de saturação magnética do aço do motor.

As notáveis vantagens das máquinas CC provêm da grande variedade de características de operação que podem ser obtidas quando se escolhe o método de excitação dos enrolamentos de campo. Vários diagramas de ligações estão mostrados na Figura 7.4. O método de excitação influencia profundamente as características de regime permanente e, no caso de sistemas de controle, o comportamento dinâmico da máquina.

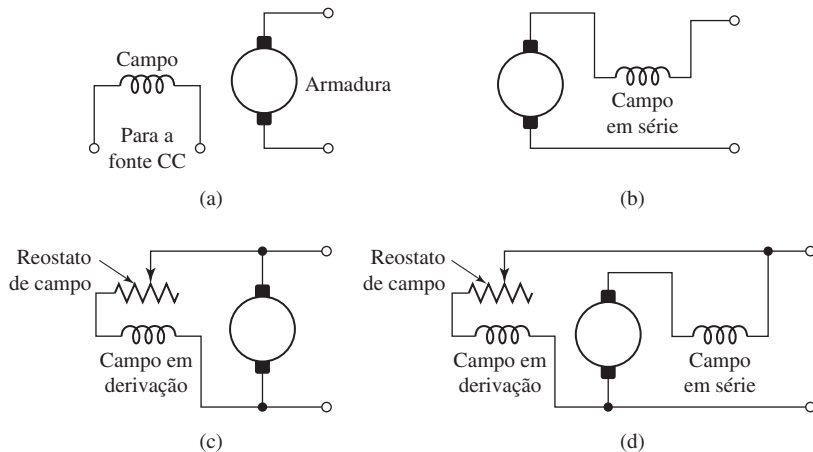


Figura 7.4 Ligações do circuito de campo de máquinas CC: (a) excitação independente, (b) em série, (c) em derivação, (d) composta.

Considere primeiro os geradores CC. O diagrama de ligações de um *gerador com excitação independente* está mostrado na Figura 7.4a. A corrente de campo requerida é uma fração muito pequena da corrente nominal de armadura; na ordem de 1 a 3%, para um gerador médio. Uma pequena quantidade de potência no circuito de campo pode controlar uma quantidade relativamente elevada de potência no circuito de armadura; isto é, o gerador é um amplificador de potência. Os geradores de excitação independente são usados frequentemente em sistemas realimentados de controle, quando é necessário controlar a tensão de armadura dentro de uma ampla faixa.

Os enrolamentos de campo de um *gerador autoexcitado* podem ser conectados de três modos diferentes. O campo pode ser ligado em série com a armadura (Figura 7.4b), resultando um *gerador série*. O campo pode ser ligado em derivação (paralelo) com a armadura (Figura 7.4c), resultando um *gerador em derivação**. O campo pode ainda estar dividido em duas seções (Figura 7.4d), uma das quais é ligada em série e a outra, em derivação com a armadura, resultando um *gerador composto*. Nos *geradores autoexcitados*, deve estar presente um magnetismo residual no ferro da máquina para que o processo de autoexcitação possa se iniciar. Os efeitos do magnetismo residual podem ser vistos claramente na Figura 7.3, onde o fluxo e a tensão são diferentes de zero quando a corrente de campo é nula.

A Figura 7.5 mostra as curvas características de tensão *versus* corrente de geradores CC em regime permanente, tendo-se assumido um funcionamento de velocidade constante. A relação entre a FEM gerada E_a em regime permanente e a tensão de terminal da armadura V_a é

$$V_a = E_a - I_a R_a \quad (7.13)$$

onde I_a é a corrente de armadura de saída e R_a é a resistência do circuito de armadura. Em um gerador, E_a é maior que V_a e o conjugado eletromagnético T_{mec} é um contra-conjugado que se opõe à rotação.

A tensão de terminal de um gerador com excitação independente decresce ligeiramente com o aumento da corrente de carga, principalmente devido à queda de

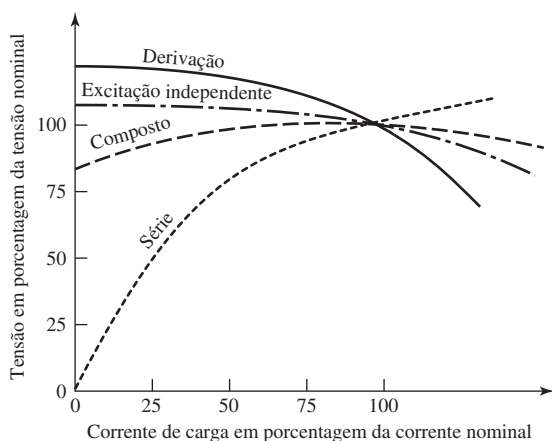


Figura 7.5 Características de tensão *versus* corrente de geradores CC.

* N. de T.: Também conhecido por *shunt*.

tensão na resistência de armadura. A corrente de campo de um gerador série é a mesma que a corrente de carga, de modo que o fluxo de entreferro e, conseqüentemente, a tensão, variam muito com a carga. Por essa razão, os geradores série não são muito usados. A tensão de um gerador em derivação cai um pouco com a carga, mas isso não o impede de ser usado para muitos propósitos. Os geradores compostos são ligados normalmente de modo que a FMM do enrolamento em série auxilie a do enrolamento em derivação. A vantagem é que, devido à ação do enrolamento em série, o fluxo por polo pode aumentar com a carga, resultando uma tensão de saída que é quase constante ou que até cresce um pouco com o aumento da carga. O enrolamento em derivação contém, em geral, muitas espiras de fio relativamente delgado. O enrolamento em série, disposto por fora, consiste em poucas espiras de um condutor relativamente espesso, porque toda a corrente de armadura da máquina passa por ele. A tensão de um gerador em derivação ou composto pode ser controlada dentro de limites razoáveis por meio de reostatos que atuam sobre o campo em derivação.

Todos os métodos de excitação usados nos geradores também podem ser usados nos motores. Curvas características típicas de velocidade *versus* conjugado para motores CC em regime permanente estão mostradas na Figura 7.6, na qual assume-se que os terminais do motor são alimentados a partir de uma fonte de tensão constante. Em um motor, a relação entre a FEM E_a gerada na armadura e a tensão de terminal de armadura V_a é

$$V_a = E_a + I_a R_a \tag{7.14}$$

ou

$$I_a = \frac{V_a - E_a}{R_a} \tag{7.15}$$

onde I_a é agora a corrente de armadura de entrada da máquina. Agora, a FEM gerada E_a é menor do que a tensão de terminal V_a , pois a corrente de armadura tem sentido oposto à de um gerador e o conjugado eletromagnético tem um sentido tal que mantém a rotação da armadura.

Nos *motores em derivação e de excitação independente*, o fluxo de campo é aproximadamente constante. Logo, um aumento de conjugado deve ser acompanhado

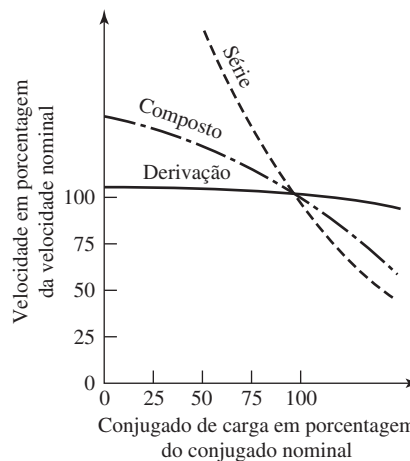


Figura 7.6 Características de velocidade *versus* conjugado de motores CC.

de um acréscimo quase proporcional de corrente de armadura e, portanto, de um pequeno decréscimo de força contraeletromotriz E_a para permitir que esse aumento de corrente circule através da baixa resistência de armadura. Como a força contraeletromotriz é determinada pelo fluxo e pela velocidade (Eq. 7.7), a velocidade deve baixar um pouco. De modo semelhante ao motor de indução de gaiola de esquilo, o motor em derivação é substancialmente um motor de velocidade constante, apresentando uma queda de velocidade em torno de 6%, quando se passa da condição de carga a vazio para carga total. Uma curva característica típica de velocidade *versus* conjugado está mostrada pela linha cheia na Figura 7.6. Os conjugados de partida e máximo são limitados pela corrente de armadura que pode ser comutada de modo eficiente.

Uma vantagem notável do motor em derivação é a facilidade do controle de velocidade. Com um reostato no circuito de campo em derivação, a corrente de campo e o fluxo por polo podem ser variados à vontade. A variação de fluxo causa uma variação inversa de velocidade, de modo que a força contraeletromotriz é mantida quase igual à tensão de terminal aplicada. Uma faixa máxima de velocidade, de aproximadamente 4 ou 6 para 1, pode ser obtida por esse método. A limitação aqui também são as condições de comutação. Por meio da variação da tensão de armadura aplicada, pode-se obter faixas bem amplas de velocidade.

No *motor série*, o aumento de carga é acompanhado por elevações da corrente, da FMM de armadura e do fluxo de campo do estator (desde que o ferro não esteja completamente saturado). Como o fluxo aumenta com a carga, a velocidade deve cair para se manter o equilíbrio entre a tensão aplicada e a força contraeletromotriz. Além disso, o aumento na corrente de armadura, causado pelo aumento de conjugado, é menor do que no motor em derivação devido ao aumento de fluxo. O motor série é, portanto, um motor de velocidade variável cuja curva característica apresenta um declive bem acentuado do tipo mostrado na Figura 7.6. Para aplicações que exigem elevadas sobrecargas de conjugado, essa característica é especialmente vantajosa porque as respectivas sobrecargas de potência são mantidas em valores mais razoáveis pelas respectivas reduções de velocidade. Com a elevação da corrente de armadura, características muito favoráveis de partida também são obtidas a partir do aumento de fluxo.

No *motor composto*, o campo em série pode ser ligado de forma *aditiva* (ou *cumulativa*), de modo que sua FMM soma-se à do campo em derivação, ou de forma *subtrativa* (ou *diferencial*), opondo-se. A ligação subtrativa raramente é usada. Como está mostrado pela linha de traços e pontos da Figura 7.6, um motor composto aditivo tem características de velocidade *versus* carga que são intermediárias entre as de um motor em derivação e as de um motor série. A diminuição da velocidade com a carga depende do número relativo de ampères-espiras nos campos em derivação e em série. Não apresenta as desvantagens do motor série, velocidades muito elevadas com cargas leves, mas mantém ainda em grau considerável as vantagens da excitação em série.

A vantagem do uso de máquinas de corrente contínua está nas diversas características de desempenho que são oferecidas pelas possibilidades de excitação em derivação, série ou composta. Algumas dessas características foram mencionadas nesta seção. Possibilidades ainda maiores existirão se forem acrescentados conjuntos adicionais de escovas de modo que outras tensões possam ser obtidas do comutador. Assim, a versatilidade dos sistemas de máquinas CC e sua adaptabilidade ao controle, tanto manual como automático, são suas características principais.

7.2 Ação do comutador

A máquina de corrente contínua é diferente do modelo ideal da Seção 4.2.2 em diversos aspectos. Embora os conceitos básicos da Seção 4.2.2 ainda sejam válidos, uma nova análise das suposições feitas e uma modificação no modelo são desejáveis. O ponto central são os efeitos decorrentes da ação do comutador mostrado nas Figuras 4.1 e 4.13.

A Figura 7.7 mostra esquematicamente o enrolamento de armadura das Fgs. 4.19 e 4.20a, tendo-se acrescentado o comutador, as escovas e as conexões entre as bobinas e as lâminas do comutador. Este foi representado pelo anel de lâminas no centro da figura. As lâminas estão isoladas entre si e do eixo. Duas escovas estacionárias estão representadas pelos retângulos pretos dentro do comutador. Na realidade, em geral as escovas fazem contato com a superfície externa, como se mostra na Figura 4.13. Os lados das bobinas, dentro das ranhuras, aparecem transversalmente na forma de pequenos círculos com pontos e cruces, os quais representam correntes que se deslocam em direção ao leitor e para longe dele, respectivamente, como na Figura 4.19. As conexões das bobinas até as lâminas do comutador são representadas pelos arcos circulares. Na parte posterior da armadura, as conexões das terminações das duas bobinas das ranhuras 1 e 7 estão mostradas na forma de linhas tracejadas, e as conexões dessas bobinas às lâminas adjacentes do comutador estão mostradas por arcos espessos. Todas as bobinas são idênticas. Para evitar que a figura ficasse confusa, as conexões das terminações posteriores das demais bobinas foram omitidas, mas podem ser traçadas com facilidade lembrando-se de que cada bobina tem um lado no topo da ranhura e um outro no fundo* da ranhura diametralmente oposta.

Na Figura 7.7a, as escovas estão em contato com as lâminas 1 e 7 do comutador. A corrente que entra pela escova do lado direito divide-se igualmente entre dois caminhos paralelos dentro do enrolamento. O primeiro caminho começa levando ao lado da bobina que está no fundo da ranhura 1 e, no fim, termina na escova que está sobre a lâmina 7. O segundo caminho leva ao lado da bobina que está no topo da ranhura 6 e termina também na escova que está sobre a lâmina 7. Na Figura 7.7a, os sentidos das correntes podem ser determinados facilmente traçando esses dois caminhos. São os mesmos da Figura 4.19. O efeito é idêntico ao de uma bobina que foi enrolada ao redor da armadura, com seu eixo magnético na posição vertical, e sobre a qual é exercido um conjugado magnético horário, tendendo a alinhar o campo magnético da armadura com o do enrolamento de campo.

Agora, suponha que a máquina esteja atuando como um gerador que está sendo acionado no sentido anti-horário pela aplicação de um conjugado mecânico. A Figura 7.7b mostra a situação depois que a armadura girou de um ângulo correspondente a meia lâmina de comutador. Neste momento, a escova do lado direito está em contato com as lâminas 1 e 2, e a escova do lado esquerdo está em contato com as lâminas 7 e 8. Agora, as bobinas das ranhuras 1 e 7 estão sendo curto-circuitadas pelas escovas. As correntes nas outras bobinas estão indicadas por pontos e cruces, produzindo um campo magnético cujo eixo é novamente vertical.

Depois de nova rotação, as escovas estarão em contato com as lâminas 2 e 8, e as ranhuras 1 e 7 terão alcançado as posições que anteriormente eram ocupadas pelas

* N. de T.: Fundo e topo referem-se às distâncias mais próxima e mais afastada até o eixo da armadura, respectivamente. O topo da ranhura também é conhecido por boca da ranhura.

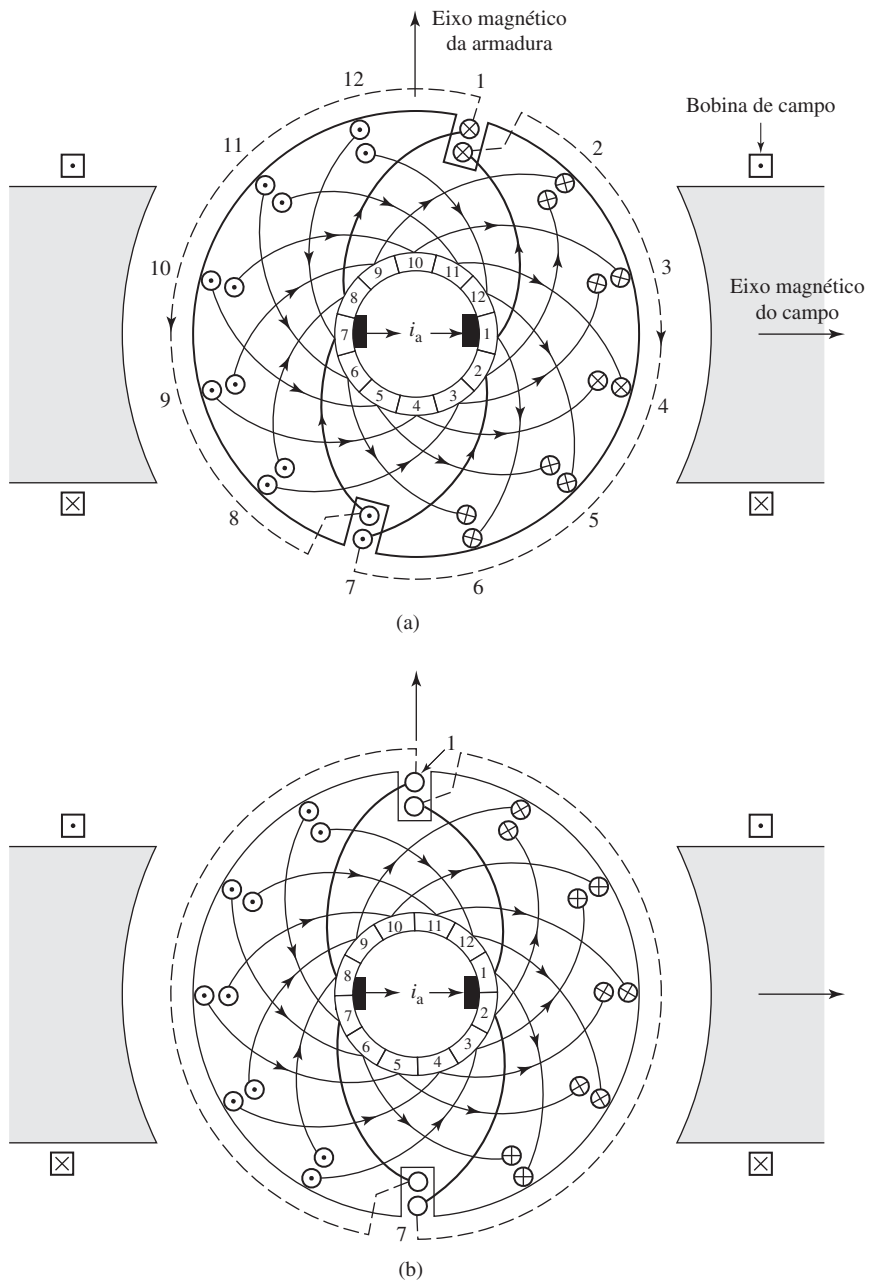


Figura 7.7 Enrolamento de armadura de uma máquina CC com comutador e escovas. (a) e (b) Sentidos das correntes para duas posições da armadura.

ranhuras 12 e 6 da Figura 7.7a. Os sentidos das correntes serão semelhantes aos da Figura 7.7a, exceto que as correntes das bobinas das ranhuras 1 e 7 terão os sentidos invertidos. O eixo magnético da armadura ainda é vertical.

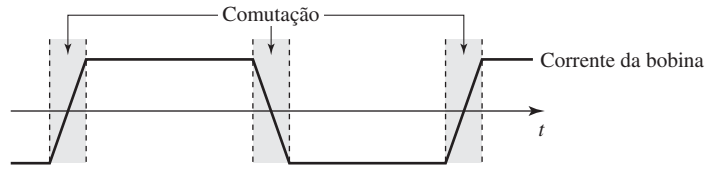


Figura 7.8 Forma de onda da corrente em uma bobina linear com comutação linear.

Durante o tempo em que cada escova está simultaneamente em contato com duas lâminas contíguas do comutador, os curtos-circuitos criados por essas escovas removem temporariamente do circuito principal (enrolamento de armadura) as bobinas conectadas a essas lâminas. Em seguida, as correntes dessas bobinas invertem de sentido. De modo ideal, a corrente presente nas bobinas que estão sendo comutadas deveria mudar de sentido de forma linear com o tempo, uma condição denominada *comutação linear*. Afastamentos significativos dessa condição de comutação linear resultam em faiscamento nas escovas. Métodos para obter comutação sem faíscas serão discutidos na Seção 7.9. Em qualquer bobina, se a comutação for linear, a forma de onda da corrente em função do tempo será trapezoidal, como se mostra na Figura 7.8.

O enrolamento da Figura 7.7 é mais simples que o usado na maioria das máquinas CC. Em geral, são usadas mais ranhuras e lâminas de comutador e, exceto em pequenas máquinas, é comum mais de dois polos. No entanto, o enrolamento simplificado da Figura 7.7 contém as características essenciais dos enrolamentos mais complicados.

7.3 Fundamentos analíticos: aspectos do circuito elétrico

Das Eqs. 7.3 e 7.7, o conjugado eletromagnético e a tensão gerada de uma máquina CC são, respectivamente,

$$T_{\text{mec}} = K_a \Phi_d I_a \tag{7.16}$$

e

$$E_a = K_a \Phi_d \omega_m \tag{7.17}$$

onde

$$K_a = \frac{\text{polos } C_a}{2\pi m} \tag{7.18}$$

Aqui, símbolos em letras maiúsculas, E_a para a tensão gerada e I_a para a corrente de armadura, serão usados para enfatizar que a nossa principal preocupação serão as análises de regime permanente. Os demais símbolos são os definidos na Seção 7.1. As Eqs. 7.16 a 7.18 são equações básicas usadas na análise das máquinas. A quantidade $E_a I_a$ é referida frequentemente como a *potência eletromagnética*. A partir das Eqs. 7.16 e 7.17, pode-se relacioná-la com o conjugado eletromagnético por meio de

$$T_{\text{mec}} = \frac{E_a I_a}{\omega_m} \tag{7.19}$$

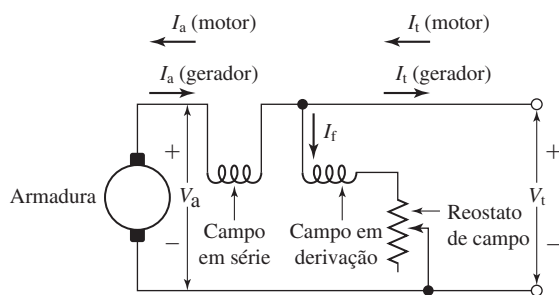


Figura 7.9 Diagrama de ligações para um motor ou gerador com os sentidos das correntes. Ligação em derivação longa.

A potência eletromagnética distingue-se da potência mecânica no eixo da máquina pelas perdas rotacionais e da potência elétrica nos terminais da máquina pelas perdas I^2R do campo em derivação e de armadura. Depois que a potência eletromagnética $E_a I_a$ for determinada, a potência mecânica no eixo pode ser obtida pela soma numérica das perdas rotacionais no caso de geradores e, no caso de motores, pela subtração.

As inter-relações entre a tensão e a corrente são facilmente evidentes no diagrama de ligações da Figura 7.9. Assim,

$$V_a = E_a \pm I_a R_a \quad (7.20)$$

$$V_t = E_a \pm I_a (R_a + R_s) \quad (7.21)$$

e a corrente de terminal é

$$I_t = I_a \pm I_f \quad (7.22)$$

onde o sinal positivo é usado no caso de um motor e o sinal negativo, no caso de um gerador. Além disso, R_a e R_s são as resistências da armadura e do campo em série, respectivamente. Aqui, a tensão V_a refere-se à tensão de terminal do enrolamento de armadura e V_t refere-se à tensão de terminal da máquina CC, incluindo a queda de tensão no enrolamento de campo ligado em série. Elas são iguais quando não há o enrolamento de campo em série.

Alguns termos das Eqs. 7.20 a 7.22 são omitidos quando as ligações da máquina são mais simples do que as mostradas na Figura 7.9. A resistência R_a deve ser interpretada como a resistência da armadura mais as das escovas, a não ser que seja especificado de outro modo. Algumas vezes, toma-se R_a apenas como a resistência do enrolamento de armadura, ao passo que a queda de tensão no contato da escova é considerada em separado, em geral supondo que tenha dois volts.

Exemplo 7.1

Uma máquina CC de excitação independente, 25 kW e 125 V opera com velocidade constante de 3000 rpm e uma corrente de campo constante tal que a tensão de armadura em circuito aberto seja de 125 V. A resistência de armadura é 0,02 Ω .

Calcule a corrente de armadura, a potência de terminal e a potência e o conjugado eletromagnéticos quando a tensão de terminal é (a) 128 V e (b) 124 V.

Solução

- a. Da Eq. 7.20, com $V_t = 128 \text{ V}$ e $E_a = 125 \text{ V}$, a corrente de armadura é

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} = \frac{128 - 125}{0,02} = 150 \text{ A}$$

no sentido motor. A potência de entrada nos terminais do motor é

$$V_t I_a = 128 \times 150 = 19,20 \text{ kW}$$

A potência eletromagnética é dada por

$$E_a I_a = 125 \times 150 = 18,75 \text{ kW}$$

Neste caso, a máquina CC está operando como motor. Consequentemente, a potência eletromagnética é inferior à potência de entrada do motor por um valor que corresponde à potência dissipada na resistência de armadura.

Por fim, o conjugado eletromagnético é dado pela Eq. 7.19:

$$T_{\text{mec}} = \frac{E_a I_a}{\omega_m} = \frac{18,75 \times 10^3}{100\pi} = 59,7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- b. Neste caso, E_a é maior do que V_t e, conseqüentemente, a corrente de armadura está fluindo para fora da máquina. Assim, a máquina está operando como gerador. Portanto,

$$I_a = \frac{E_a - V_t}{R_a} = \frac{125 - 124}{0,02} = 50 \text{ A}$$

e a potência de terminal é

$$V_t I_a = 124 \times 50 = 6,20 \text{ kW}$$

A potência eletromagnética é

$$E_a I_a = 125 \times 50 = 6,25 \text{ kW}$$

e o conjugado eletromagnético é

$$T_{\text{mec}} = \frac{6,25 \times 10^3}{100\pi} = 19,9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Problema prático 7.1

Observe-se que a velocidade da máquina CC de excitação independente do Exemplo 7.1 é 2950 rpm, para uma corrente de campo igual à do Exemplo 7.1. Para uma tensão de terminal de 125 V, calcule a corrente e a potência, ambas de terminal, e a potência eletromagnética da máquina. Ela está atuando como motor ou como gerador?

Solução

$$\text{Corrente de terminal: } I_a = 104 \text{ A}$$

$$\text{Potência de terminal: } V_t I_a = 13,0 \text{ kW}$$

$$\text{Potência eletromecânica: } E_a I_a = 12,8 \text{ kW}$$

A máquina está atuando como motor.

Exemplo 7.2

Considere novamente a máquina CC de excitação independente do Exemplo 7.1, com a corrente de campo sendo mantida constante no valor que produziria uma tensão de terminal de 125 V com uma velocidade de 3000 rpm. Observa-se que a máquina está operando como motor, com uma tensão de terminal de 123 V e uma potência de terminal de 21,9 kW. Calcule a velocidade do motor.

Solução

A corrente de terminal pode ser encontrada da tensão de terminal e da potência como

$$I_a = \frac{\text{Potência de entrada}}{V_t} = \frac{21,9 \times 10^3}{123} = 178 \text{ A}$$

Assim, a tensão gerada é

$$E_a = V_t - I_a R_a = 119,4 \text{ V}$$

Da Eq. 7.11, a velocidade de rotação pode ser obtida como

$$n = n_0 \left(\frac{E_a}{E_{a0}} \right) = 3000 \left(\frac{119,4}{125} \right) = 2866 \text{ rpm}$$

Problema prático 7.2

Repita o Exemplo 7.2 observando que a máquina está operando como gerador, com uma tensão de terminal de 124 V e uma potência de terminal de 24 kW.

Solução

3069 rpm

Nas máquinas compostas, pode ocorrer uma outra variação. A Figura 7.9 mostra uma *ligação em derivação longa* em que o campo em derivação está conectado diretamente aos terminais de linha e o campo em série está localizado entre eles e a armadura. Uma possibilidade alternativa é a *ligação em derivação curta*, ilustrada na Figura 7.10, em que o campo em derivação foi ligado diretamente à armadura, estando o campo em série localizado entre ele e os terminais de linha. A corrente do campo em série é então I_t em vez de I_a e as equações de tensão são adequadamente modificadas. Na prática, há tão pouca distinção entre essas duas ligações que em geral ignora-se a diferença entre elas. A não ser que seja especificado de outro modo, as máquinas compostas serão tratadas como se as conexões fossem do tipo ligação em derivação longa.

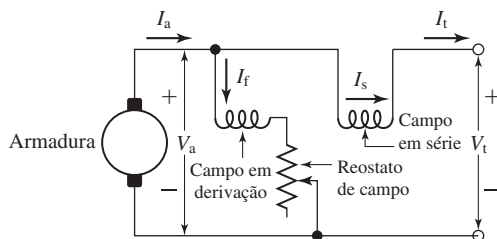


Figura 7.10 Ligação em derivação curta de um gerador composto.

Embora, em operação normal, a diferença entre a tensão de terminal V_t e a tensão gerada de armadura E_a seja relativamente pequena, ela apresenta uma relação definida com as características de desempenho. Essa diferença de tensão dividida pela resistência de armadura determina o valor da corrente de armadura I_a e, conseqüentemente, a intensidade do fluxo de armadura. A determinação completa do comportamento da máquina requer uma investigação semelhante dos fatores que influenciam o fluxo de eixo direto ou, em especial, o fluxo líquido por polo Φ_d .

7.4 Efeito da FMM da armadura

A FMM da armadura causa efeitos bem definidos sobre a distribuição espacial do fluxo de entreferro e sobre a magnitude do fluxo líquido por polo. O efeito sobre a distribuição de fluxo é importante porque influencia diretamente os limites de uma comutação bem-sucedida e o efeito sobre a magnitude de fluxo é importante porque desse modo influencia a tensão gerada e o conjugado por unidade de corrente de armadura. Esses efeitos e os problemas que surgem são descritos nesta seção.

Foi mostrado na Seção 4.3.2 e na Figura 4.20 que a onda da FMM da armadura pode ser bem aproximada por uma onda dente de serra, correspondendo à onda produzida por um enrolamento de armadura ou lâmina de corrente finamente distribuídos. Para o caso de uma máquina com as escovas na posição neutra, a onda idealizada de FMM está mostrada novamente pela onda dente de serra tracejada da Figura 7.11, em que uma ordenada positiva de FMM denota linhas de fluxo que deixam a superfície da armadura. Os sentidos de corrente em todos os enrolamentos, exceto o do campo principal, são indicados por faixas pretas e hachuradas. Devido à estrutura do campo para polos salientes, encontrada em quase todas as máquinas CC, a respectiva distribuição espacial do fluxo não será triangular. Quando apenas a armadura está

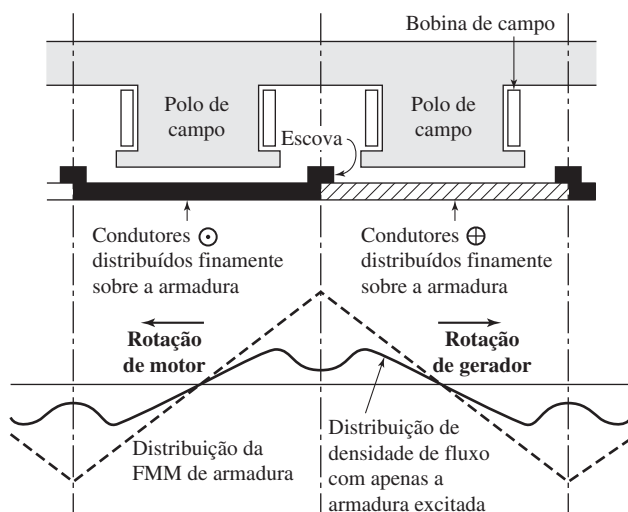


Figura 7.11 A FMM da armadura e a distribuição de densidade de fluxo. As escovas estão na posição neutra e apenas a armadura está excitada.

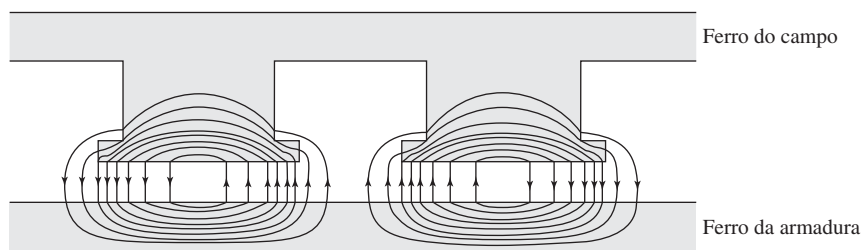


Figura 7.12 Fluxo com apenas a armadura excitada e as escovas na posição neutra.

excitada, a distribuição de densidade de fluxo no entreferro está mostrada pela linha espessa da Figura 7.11. Como se pode ver com facilidade, ela se reduz consideravelmente devido ao longo caminho de ar do espaço interpolar.

A localização das escovas posiciona o eixo da FMM de armadura a 90 graus elétricos do eixo do campo principal. O fluxo correspondente segue os caminhos mostrados na Figura 7.12. Pode-se ver que o efeito da FMM de armadura é o de criar um fluxo que cruza as faces polares. Assim, nas sapatas polares, o seu caminho cruza com o caminho de fluxo do campo principal. Por essa razão, esse tipo de reação da armadura é denominado *reação de armadura de magnetização cruzada*. É evidente que, debaixo de uma das metades do polo, essa reação causa uma redução na densidade do fluxo de entreferro resultante e, debaixo da outra metade, um aumento.

Quando os enrolamentos de armadura e de campo são ambos excitados, a distribuição da densidade de fluxo resultante no entreferro tem a forma dada pela linha espessa da Figura 7.13. Superpostas a essa figura, estão as distribuições de fluxo quando apenas a armadura está excitada (curva de traços longos) e quando apenas o campo está excitado (curva de traços curtos). O efeito da reação de armadura de magnetização cruzada, consistindo em reduzir o fluxo em uma das extremidades do polo e em aumentá-lo na outra, pode ser visto comparando as curvas de traços curtos e longos. Em geral, a curva espessa não é a soma algébrica das duas curvas tracejadas porque o circuito magnético no ferro não é linear. Devido à saturação do ferro, a densidade de fluxo é reduzida com mais intensidade em uma das extremidades do polo do que é aumentada na outra. Consequentemente, o fluxo resultante por polo é inferior ao que seria produzido apenas pelo enrolamento de campo. Essa consequência é denominada *efeito de desmagnetização da reação de armadura de magnetização cruzada*. Como é devido à saturação, a sua intensidade é uma função não linear de ambas: a corrente de campo e a de armadura. No caso do funcionamento normal das máquinas, com as densidades de fluxo usadas comercialmente, o efeito em geral é significativo, especialmente com cargas elevadas e muitas vezes deve ser considerado nas análises de desempenho.

A distorção da distribuição de fluxo causada pela reação de armadura de magnetização cruzada pode ter uma influência prejudicial sobre a comutação da corrente de armadura, especialmente quando a distorção tornar-se excessiva. De fato, essa distorção é normalmente um importante fator limitante da capacidade de sobrecarga de curta duração de uma máquina CC. A tendência de distorção da distribuição de fluxo é mais evidente nas máquinas, como em um motor em derivação, onde a excitação de campo permanece bem constante enquanto a FMM de armadura, para cargas

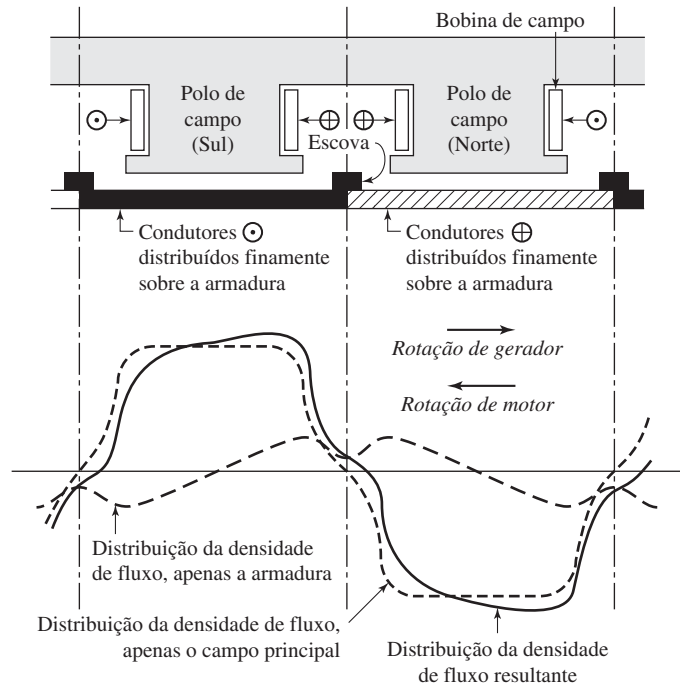


Figura 7.13 Distribuição da densidade de fluxo de armadura, a de campo principal e a resultante com as escovas na posição neutra.

elevadas, pode atingir proporções muito significativas. A tendência é menos evidente em máquinas com excitação em série, como no motor série, pois ambas (FMMs de campo e de armadura) podem crescer com a carga.

Durante o projeto e a construção da máquina, pode-se limitar o efeito da reação de armadura de magnetização cruzada. A FMM do campo principal deve controlar de forma predominante o fluxo de entreferro, de modo que condições de campo fraco e FMM de armadura forte sejam evitadas. Pode-se aumentar a relutância do caminho de fluxo cruzado (essencialmente os dentes da armadura, as sapatas polares e o entreferro, em especial nas extremidades dos polos) aumentando-se o grau de saturação dos dentes e das faces polares, evitando um entreferro muito pequeno e usando uma face polar chanfrada ou excêntrica, o que aumenta o entreferro nas extremidades do polo. Essas formas de tratar o projeto afetam também o caminho do fluxo principal, mas a influência sobre o fluxo cruzado é muito maior. A melhor medida curativa, mas também a mais dispendiosa, é compensar a FMM de armadura por meio de um enrolamento que é alojado nas faces polares, uma medida que será discutida na Seção 7.9.

Se as escovas não estiverem na posição neutra, o eixo da onda de FMM da armadura não estará a 90° do eixo do campo principal. Então, a FMM de armadura produzirá não apenas magnetização cruzada, mas também um efeito de magnetização ou desmagnetização sobre o eixo direto, de acordo com o sentido de deslocamento das escovas. O afastamento das escovas da posição neutra ocorre normalmente por descuido, devido ao posicionamento incorreto ou ao ajuste insatisfatório das escovas. Antes da invenção dos interpólos, no entanto, o deslocamento das escovas era um mé-

todo comum para assegurar uma comutação satisfatória, e o sentido do deslocamento era tal que produzia uma ação de desmagnetização. Pode-se mostrar que deslocamentos no sentido de rotação, no caso de um gerador, ou contra a rotação, no caso de um motor, resultam em um funcionamento instável do motor ou em excessiva queda de tensão no gerador. Escovas incorretamente posicionadas poderão ser detectadas por meio de um teste de carga. Se as escovas estiverem na posição neutra, a tensão de terminal de um gerador ou a velocidade de um motor deverão permanecer as mesmas quando o sentido de rotação é invertido, desde que as condições de excitação de campo e de corrente de armadura sejam idênticas.

7.5 Fundamentos analíticos: aspectos do circuito magnético

O fluxo líquido por polo é o que resulta da combinação das FMMs dos enrolamentos de campo e de armadura. Em uma máquina CC ideal, com a excitação em derivação ou independente, a FMM de armadura produz fluxo magnético apenas no eixo em quadratura. Entretanto, em um dispositivo real, a corrente de armadura produz fluxo no eixo direto, produzido diretamente como por exemplo, por um enrolamento de campo em série, ou indiretamente por meio dos efeitos de saturação, como foi discutido na Seção 7.4. A interdependência entre a tensão de armadura gerada E_a e as condições do circuito magnético da máquina é, portanto, uma função da soma de todas as FMMs ao longo do caminho de fluxo do eixo polar ou direto. Primeiro, consideraremos a FMM que foi intencionalmente colocada sobre os polos principais do estator para criar o fluxo de trabalho, isto é, a *FMM do campo principal* e, em seguida, incluiremos os efeitos da reação de armadura.

7.5.1 Reação de armadura desconsiderada

Com a máquina a vazio ou com os efeitos da reação de armadura ignorados, a FMM resultante é a soma algébrica das FMMs que atuam sobre o eixo principal ou direto. Para o motor ou o gerador composto usual, que tem N_f espiras de campo em derivação por polo e N_s espiras de campo em série por polo, tem-se

$$\text{FMM de eixo direto} = N_f I_f + N_s I_s \quad (7.23)$$

A corrente de campo em série I_s é definida na Eq. 7.23 de tal forma que produz uma FMM que se soma à do enrolamento de campo em derivação. Observe, no entanto, que sua polaridade pode ser invertida em qualquer configuração dada e sua corrente de operação pode ser, portanto, positiva ou negativa. Em uma ligação que produz uma corrente de campo em série positiva ($I_s > 0$), referida como *ligação aditiva (cumulativa) de campo em série*, sua FMM soma-se de fato à do campo em derivação. Para uma ligação que produz uma corrente de campo em série negativa ($I_s < 0$), referida como *ligação subtrativa (diferencial) de campo em série*, sua FMM é subtraída de fato da corrente do campo em derivação.

Termos adicionais surgirão na Eq. 7.23, quando houver enrolamentos adicionais de campo nos polos principais e quando, diferentemente dos enrolamentos de compensação da Seção 7.9, esses enrolamentos forem concêntricos, em relação aos enrolamentos de

campo normais, permitindo um controle mais apurado. Naturalmente, se o campo em série ou em derivação estiver ausente, o termo correspondente na Eq. 7.23 será omitido.

A Eq. 7.23 acrescenta ampères-espiras por polo à FMM total dos enrolamentos do campo de eixo direto que atuam sobre o circuito magnético principal. A curva de magnetização de uma máquina CC é dada geralmente em termos da corrente que circula apenas no enrolamento do campo principal, o qual quase sempre é o enrolamento do campo em derivação, quando há um presente. As unidades de FMM dessa curva de magnetização e as da Eq. 7.23 podem ser igualladas por um de dois passos óbvios. A corrente de campo na curva de magnetização pode ser multiplicada pelas espiras por polo daquele enrolamento, dando uma curva em termos de ampères-espiras por polo. Pode-se também dividir os dois lados da Eq. 7.23 pelas espiras N_f do enrolamento de campo em derivação, convertendo as unidades para a corrente equivalente no enrolamento de campo em derivação que sozinha produziria a mesma FMM. Assim,

$$I_{f,eq} = I_f + \left(\frac{N_s}{N_f} \right) I_s \quad (7.24)$$

caso em que a Eq. 7.23 pode ser escrita como

$$\text{FMM de eixo direto} = N_f \left(I_f + \left(\frac{N_s}{N_f} \right) I_s \right) = N_f I_{f,eq} \quad (7.25)$$

Muitas vezes, esse último procedimento é o mais conveniente e é o mais adotado. Como foi discutido em relação à Eq. 7.23, a ligação em série do enrolamento de campo determinará se a FMM do campo em série será somada ou subtraída da FMM do enrolamento de campo principal.

Um exemplo de *característica de magnetização a vazio* é dado pela curva para $I_a = 0$ na Figura 7.14, com valores representativos de um gerador de 100 kW, 250 V e 1200 rpm. Observe que a escala de FMM é dada em termos da corrente de campo em derivação e em ampères-espiras por polo. Essa última é obtida da primeira com base em um campo em derivação de 1000 espiras por polo. A curva característica também pode ser apresentada em forma normalizada ou por unidade, como está mostrado pelas escalas de FMM na parte superior e de tensão no lado direito. Nessas escalas, uma corrente de campo ou FMM de 1,0 por unidade é a necessária para produzir a tensão nominal na velocidade nominal quando a máquina está sem carga. De modo semelhante, uma tensão de 1,0 por unidade é igual à tensão nominal.

O uso da curva de magnetização, plotando no eixo vertical a tensão gerada em vez do fluxo, pode ser um tanto complicado porque a velocidade de uma máquina CC não permanece necessariamente constante e, assim, a velocidade entra na relação entre o fluxo e a tensão gerada. Desse modo, as ordenadas da tensão gerada são relativas a uma única velocidade de máquina. A tensão gerada E_a em qualquer velocidade ω_m é dada pelas Eqs. 7.10 e 7.11, repetidas aqui em termos dos valores da tensão gerada em regime permanente.

$$E_a = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) E_{a0} \quad (7.26)$$

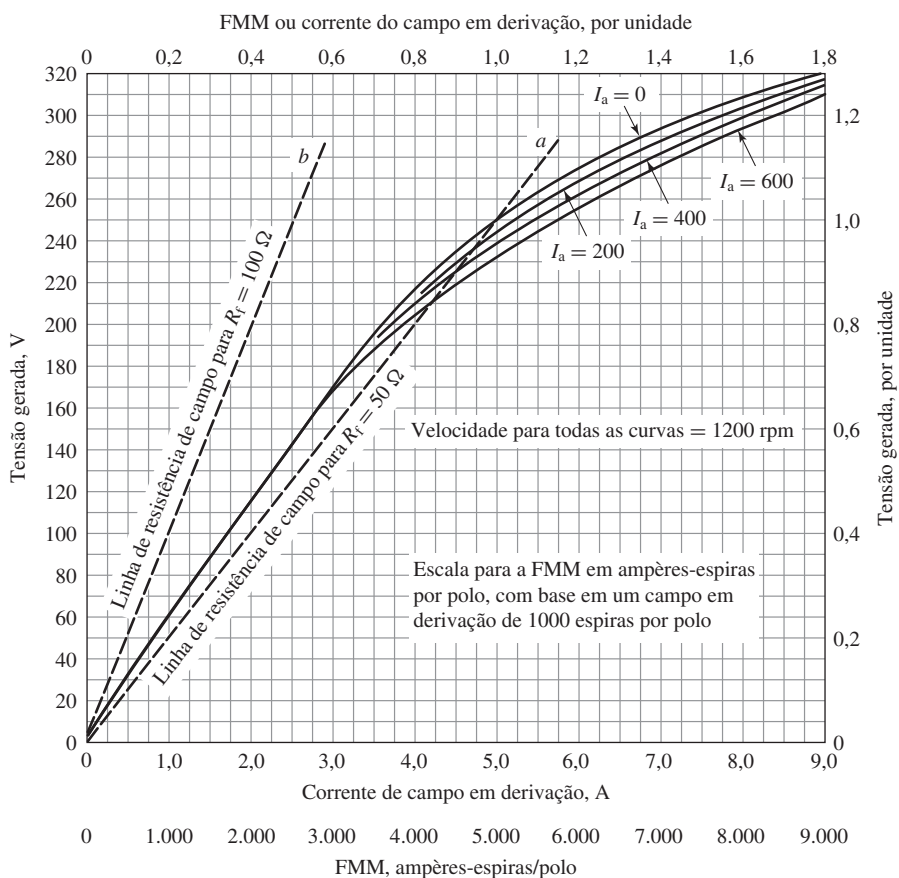


Figura 7.14 Curvas de magnetização para uma máquina CC de 250 V e 1200 rpm. Também estão mostradas as linhas de resistência de campo da discussão de autoexcitação da Seção 7.6.1.

ou, em termos da velocidade rotacional em rpm,

$$E_a = \left(\frac{n}{n_0} \right) E_{a0} \tag{7.27}$$

Nessas equações, ω_{m0} e n_0 são a velocidade da curva de magnetização em rad/s e rpm, respectivamente, e E_{a0} é a respectiva tensão gerada.

Exemplo 7.3

Um gerador composto de 100 kW, 250 V e 400 A, com uma ligação em derivação longa, tem a resistência de armadura (incluindo as escovas) de $0,025 \Omega$, a resistência de campo em série de $0,005 \Omega$ e a curva de magnetização da Figura 7.14. Há um campo em derivação com 1000 espiras por polo e um campo em série de três espiras por polo. O campo em série é ligado de tal modo que uma corrente positiva de armadura produz uma FMM no eixo direto que se soma à do campo em derivação ($I_s = I_a$).

Calcule a tensão de terminal, para a corrente nominal de terminal, quando a corrente do campo em derivação é 4,7 A e a velocidade é 1150 rpm. Despreze os efeitos da reação de armadura.

Solução

Como está mostrado na Figura 7.9, para uma ligação em derivação longa, as correntes da armadura e do campo em série são iguais. Assim,

$$I_s = I_a = I_t + I_f = 400 + 4,7 = 405 \text{ A}$$

Da Eq. 7.24, a corrente de campo em derivação equivalente é

$$\begin{aligned} I_{f,eq} &= I_f + \left(\frac{N_s}{N_f} \right) I_s \\ &= 4,7 + \left(\frac{3}{1000} \right) 405 = 5,9 \text{ ampères equivalentes de campo em derivação} \end{aligned}$$

Examinando a curva $I_a = 0$ na Figura 7.14, para essa corrente equivalente de campo em derivação, lê-se uma tensão gerada de 274 V. Com esse valor, a partir da Eq. 7.27 podemos encontrar a FEM real na velocidade de 1150 rpm como

$$E_a = \left(\frac{n}{n_0} \right) E_{a0} = \left(\frac{1150}{1200} \right) 274 = 263 \text{ V}$$

Então,

$$V_t = E_a - I_a(R_a + R_s) = 263 - 405 \times (0,025 + 0,005) = 251 \text{ V}$$

Problema prático 7.3

Repita o Exemplo 7.3 para uma corrente de terminal de 375 A e uma velocidade de 1190 rpm.

Solução

257 V

Exemplo 7.4

Uma máquina CC, de 50 kW e 450 V, tem as seguintes características:

- Resistência de armadura: $R_a = 0,242 \Omega$
- Campo em derivação: $R_f = 167 \Omega$, 1250 espiras/polo
- Campo em série: $R_s = 0,032 \Omega$, 1 espira/polo

A resistência do campo em derivação inclui a de um reostato, ajustado de modo que, com o motor conectado a uma fonte CC de 450 V, o motor opera com uma velocidade de 1000 rpm a vazio. Para os propósitos deste problema, assuma que a reação de armadura é desprezível e que a tensão de terminal do motor é 450 V.

- a. Considere primeiro o motor na ligação em derivação sem o campo em série. Use MATLAB para plotar a velocidade do motor em função da carga.
- b. Agora considere o motor conectado na ligação em derivação longa da Figura 7.9 com o campo em série ligado de modo que a FMM do campo em série seja subtraída da FMM do campo em derivação. Novamente, use MATLAB para plotar a velocidade do motor em função do intervalo de carga do motor.

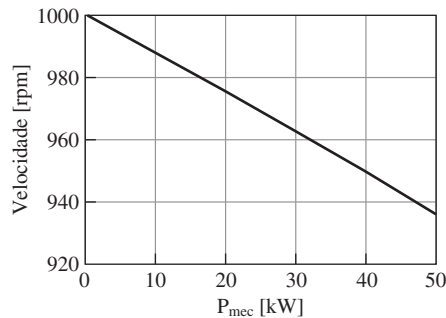


Figura 7.15 Plotagem de rpm versus carga do motor do Exemplo 7.4(a).

Solução

- a. Da Eq. 7.8,

$$P_{\text{mec}} = E_a I_a$$

A substituição da Eq. 7.20 fornece

$$P_{\text{mec}} = \frac{E_a (V_a - E_a)}{R_a}$$

resultando a seguinte expressão para E_a em termos de P_{mec}

$$E_a = \frac{V_a \pm \sqrt{V_a^2 - 4R_a P_{\text{mec}}}}{2}$$

Claramente, o sinal + deve ser usado porque sabemos que $E_a = V_a$ quando $P_{\text{mec}} = 0$. Das características dadas do motor, vemos que $E_{a0} = 450$ V quando $n_0 = 1000$ rpm. Assim, da Eq. 7.11, temos

$$n = \left(\frac{E_a}{E_{a0}} \right) n_0 = \frac{n_0 \left(V_a + \sqrt{V_a^2 - 4R_a P_{\text{mec}}} \right)}{2E_{a0}}$$

Essa equação pode ser usada para plotar a velocidade do rotor em função de P_{mec} quando varia de 0 a P_{nominal} . A plotagem resultante está mostrada na Figura 7.15.

- b. Como o motor está conectado conforme a ligação de derivação longa, a corrente de campo permanece constante com um valor de

$$I_{f0} = \frac{V_a}{R_f} = \frac{450}{167} = 2,70 \text{ A}$$

Além disso, sabemos que, quando a máquina opera a vazio com uma velocidade $n_0 = 1000$ rpm, a respectiva FMM de eixo direto produz uma tensão gerada $E_{a0} = V_{\text{nominal}} = 450$ V. Desse modo, podemos escrever que, na velocidade n_0 ,

$$E_{a0} = \left(\frac{I_{f,\text{eq}}}{I_{f0}} \right) V_{\text{nominal}}$$

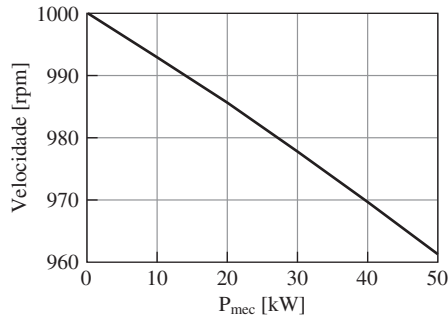


Figura 7.16 Plotagem de rpm versus carga do motor do Exemplo 7.4(b).

onde, sabendo que nesse caso $I_s = -I_a$, temos da Eq. 7.24

$$I_{f,eq} = I_{f0} - \left(\frac{N_s}{N_f} \right) I_a$$

Finalmente, da Eq. 7.11, podemos escrever uma expressão para a tensão gerada em função da velocidade do motor

$$E_a = \left(\frac{n}{n_0} \right) E_{a0} = \left(\frac{n}{n_0} \right) \left(1 - \left(\frac{N_s I_a}{N_f I_{f0}} \right) \right) V_{nominal}$$

Da Eq. 7.21, incluindo a resistência do campo em série, a corrente de armadura é dada por

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{(R_a + R_s)}$$

A manipulação adequada dessas equações dá uma expressão para a corrente de armadura I_a em função da velocidade do motor

$$I_a = \frac{N_f I_{f0} (n_0 V_t - n V_{nominal})}{n_0 N_f I_{f0} (R_a + R_s) - n N_s V_{nominal}}$$

e, então, a respectiva potência mecânica de saída em função da velocidade do motor é dada por $P_{mec} = E_a I_a$. A plotagem desejada está mostrada na Figura 7.16 que foi obtida diminuindo a velocidade desde um valor inicial de 1100 rpm até que a potência nominal de 50 kW fosse encontrada.

Aqui está o *script* de MATLAB desse exemplo:

```

clc
clear

% Características do motor
Prated = 50e3; % Potência nominal (rated)
Vrated = 450; % Tensão nominal
Ra = 0.242; % Resistência de armadura
    
```

```
Rf = 167; % Resistência de campo
Nf = 1250; % Campo, espiras/polo
Rs = 0.032; % Resistência de campo em série
Ns = 1; % Campo em série, espiras/polo
n0 = 1000; % Velocidade a vazio
Ea0 = 450; % Tensão a vazio

% Parte (a)

Va = 450; % Tensão de terminal

Pmech = linspace(0,Prated,100); % Potência mecânica
n = n0*(Va+sqrt(Va^2-4*Ra*Pmech))/(2*Ea0);

plot(Pmech/1000,n,'LineWidth',2)
xlabel('P_mec [kW]','FontSize',20)
ylabel('Velocidade [rpm]','FontSize',20)
set(gca,'FontSize',20)
set(gca,'xlim',[0 50])
set(gca,'xtick',[0 10 20 30 40 50])
grid on

disp('Pressione qualquer tecla para ir à parte (b)\n')
pause

% Parte (b)
clear n Pmech

Vt = 450; % Tensão de terminal
If0 = Vt/Rf; % Corrente de campo em derivação

P = 0;
m=0;
while P < 50*1000
    m = m+1;
    n(m) = 1000-(m-1);
    Ia = Nf*If0*(n0*Vt-n(m)*Vrated)/(n0*Nf*If0*(Ra+Rs)-n(m)*Ns*Vrated);
    Ea = n(m)*Vrated*(If0-(Ns/Nf)*Ia)/(n0*If0);
    P = Ea*Ia;
    Pmech(m) = P;
end

plot(Pmech/1000,n,'LineWidth',2)
xlabel('P_{mec} [kW]','FontSize',20)
ylabel('Velocidade [rpm]','FontSize',20)
set(gca,'FontSize',20)
set(gca,'xlim',[0 50])
set(gca,'xtick',[0 10 20 30 40 50])
grid on
```

7.5.2 Efeitos da reação de armadura incluídos

Como foi descrito na Seção 7.4, a corrente no enrolamento de armadura dá origem a um efeito de desmagnetização causado por uma reação de armadura de magnetização cruzada. A inclusão analítica desse efeito não é imediata devido às não linearidades envolvidas. Uma abordagem comum é basear as análises no desempenho medido da máquina em questão ou de outra, com projeto e tamanho semelhantes. Os dados são obtidos excitando o campo e a armadura e os ensaios são conduzidos de modo que os efeitos sobre a FEM gerada possam ser observados variando a excitação do campo principal e a FMM de armadura. Análises numéricas, baseadas em técnicas como método de elementos finitos, também podem ser usadas.

Uma forma de se resumir e correlacionar os resultados está ilustrada na Figura 7.14. As curvas são plotadas não apenas para a característica a vazio ($I_a = 0$) mas também para uma família de valores de I_a . Então, na análise do desempenho da máquina, a inclusão da reação de armadura torna-se simplesmente uma questão de usar a curva de magnetização que corresponde à corrente de armadura envolvida. Observe que as ordenadas de todas essas curvas fornecem valores para a tensão de armadura gerada E_a , não para a tensão de terminal sob carga. Observe também que todas as curvas tendem a se sobrepor à linha de entreferro quando a saturação do ferro diminui.

As curvas de saturação sob carga são deslocadas para o lado, à direita da curva a vazio, de um valor que é função de I_a . O efeito da reação de armadura é então aproximadamente igual ao de uma FMM desmagnetizante F_{ra} que atua sobre o eixo principal. Esse termo adicional pode então ser incluído na Eq. 7.23, com o resultado de que a FMM líquida sobre o eixo direto pode ser assumida como

$$\text{FMM líquida} = \text{FMM total} - F_{ra} = N_f I_f + N_s I_s - F_{ra} \quad (7.28)$$

Assim, a curva de magnetização a vazio pode ser usada como a relação entre a FEM gerada e a excitação líquida sob carga, tendo-se considerado que a reação de armadura é uma FMM de desmagnetização. Dentro do intervalo normal de operação (em torno de 240 até aproximadamente 300 V, para a máquina da Figura 7.14), pode-se assumir que o efeito desmagnetizante da reação de armadura é aproximadamente proporcional à corrente de armadura. O leitor deve ter em mente que a quantidade de reação de armadura presente na Figura 7.14 foi escolhida para que alguns de seus efeitos inconvenientes aparecessem de forma acentuada nos exemplos numéricos e nos problemas subsequentes, usados para ilustrar as características de desempenho dos motores e geradores. Definitivamente, está além do que poderíamos esperar encontrar em uma máquina comum bem projetada operando com correntes normais.

Exemplo 7.5

Considere novamente o gerador CC composto com ligação em derivação longa do Exemplo 7.3. Como naquele exemplo, calcule a tensão de terminal para a corrente nominal de terminal quando a corrente do campo em derivação é 4,7 A e a velocidade é 1150 rpm. No entanto, inclua agora os efeitos da reação de armadura.

Solução

Como foi calculado no Exemplo 7.3, $I_s = I_a = 405$ A e a FMM total é igual a 5,9 ampères equivalentes de campo em derivação. Dada a resolução das curvas da Figura 7.14, temos que

da curva indicada por $I_a = 400$ podemos determinar que a respectiva FEM gerada é 261 V (em comparação com os 274 V com a reação de armadura desconsiderada). Assim, da Eq. 7.27, a tensão gerada real, para uma velocidade de 1150 rpm, é igual a

$$E_a = \left(\frac{n}{n_0}\right) E_{a0} = \left(\frac{1150}{1200}\right) 261 = 250 \text{ V}$$

Então,

$$V_t = E_a - I_a(R_a + R_s) = 250 - 405(0,025 + 0,005) = 238 \text{ V}$$

Exemplo 7.6

Para contrabalançar os efeitos da reação de armadura, uma quarta espira é acrescentada ao enrolamento do campo em série do gerador CC dos Exemplos 7.3 e 7.5, aumentando sua resistência para 0,007 Ω . Repita os cálculos de tensão de terminal do Exemplo 7.5.

Solução

Como nos Exemplos 7.3 e 7.5, $I_s = I_a = 405$ A. A FMM do campo principal pode ser então calculada como

$$\begin{aligned} \text{FMM total} &= I_f + \left(\frac{N_s}{N_f}\right) I_s = 4,7 + \left(\frac{4}{1000}\right) 405 \\ &= 6,3 \text{ ampères equivalentes de campo em derivação} \end{aligned}$$

Da curva de $I_a = 400$ A da Figura 7.14, com uma corrente equivalente de campo em derivação de 6,3 A, lê-se uma tensão gerada de 269 V, a qual corresponde a uma FEM, para 1150 rpm, de

$$E_a = \left(\frac{1150}{1200}\right) 269 = 258 \text{ V}$$

Agora, a tensão de terminal pode ser calculada como

$$V_t = E_a - I_a(R_a + R_s) = 258 - 405(0,025 + 0,007) = 245 \text{ V}$$

Problema prático 7.4

Repita o Exemplo 7.6 assumindo que uma quinta espira é acrescentada ao enrolamento do campo em série, fazendo com que sua resistência total seja 0.009 Ω .

Solução

250 V

7.6 Análise de desempenho em estado permanente

Ainda que exatamente os mesmos princípios são aplicados à análise de uma máquina CC que está atuando como gerador ou como motor, a natureza genérica dos problemas em geral encontrados é um tanto diferente nos dois modos de operação. Em um gerador, a velocidade é determinada normalmente pela máquina motriz primária. Os problemas encontrados com frequência são os de determinar a tensão de terminal

correspondente a uma carga e excitação especificadas, ou encontrar a excitação requerida para uma carga e tensão de terminal especificadas. Entretanto, no caso de um motor, os problemas mais encontrados são os de determinar a velocidade correspondente a uma carga e excitação específicas, ou encontrar a excitação necessária para condições especificadas de carga e velocidade. A tensão de terminal é fixada frequentemente pelo valor da fonte disponível. Portanto, na medida em que os problemas são diferentes, também o são as técnicas rotineiras usadas na aplicação dos princípios básicos comuns.

7.6.1 Análise do gerador

Como a corrente de campo principal não depende da tensão do gerador, os geradores com excitação independente são os mais simples de se analisar. Para uma dada carga, a excitação equivalente do campo principal é dada pela Eq. 7.24, e a tensão de armadura gerada E_a associada é determinada pela curva de magnetização apropriada. Essa tensão, juntamente com a Eq. 7.20 ou 7.21, determina a tensão de terminal.

Os geradores com excitação em derivação são capazes de se autoexcitar em condições apropriadamente escolhidas de operação. Sob essas condições, a tensão gerada se elevará de maneira espontânea (constituindo o assim denominado *escorvamento*, que em geral tem início com a presença de uma pequena quantidade de magnetismo residual na estrutura do campo) atingindo um valor que, em última análise, é determinado pela saturação magnética. Em geradores autoexcitados, a excitação do campo em derivação depende da tensão de terminal e a excitação do campo em série depende da corrente de armadura. A dependência da corrente do campo em derivação em função da tensão de terminal pode ser incorporada graficamente a uma análise, desenhando a *linha de resistência de campo*, a linha $0a$ da Figura 7.14, sobre a curva de magnetização. A linha de resistência de campo $0a$ é simplesmente uma representação gráfica da lei de Ohm aplicada ao campo em derivação. É o gráfico que representa os pontos de operação da tensão de terminal *versus* a corrente do campo em derivação. Assim, a linha $0a$ é desenhada para $R_f = 50 \Omega$ e, desse modo, passa pela origem e pelo ponto (1,0 A, 50 V).

A tendência de um gerador ligado em derivação de se autoexcitar pode ser vista examinando como a tensão é criada em um gerador em derivação sem carga. Quando o circuito do campo é fechado, a pequena tensão devido ao magnetismo residual (o intercepto de 6 V da curva de magnetização na Figura 7.14) dá origem a uma pequena corrente de campo. Se o fluxo produzido pelos ampères-espiras resultantes somar-se ao fluxo residual, progressivamente maiores tensões e correntes de campo serão obtidas. Se os ampères-espiras de campo opuserem-se ao magnetismo residual, os terminais do campo em derivação deverão ser invertidos para que a elevação de tensão seja obtida.

Esse processo pode ser visto com a ajuda da Figura 7.17, na qual a tensão gerada e_a está mostrada em série com a indutância de armadura L_a e a resistência R_a . O enrolamento do campo em derivação, que aparece na figura ligado aos terminais de armadura, é representado pela sua indutância L_f e a resistência R_f . Considerando que, como não há corrente de carga no gerador ($i_t = 0$), então $i_a = i_f$ e, portanto, a equação diferencial que descreve a elevação da corrente de campo i_f é

$$(L_a + L_f) \frac{di_f}{dt} = e_a - (R_a + R_f)i_f \quad (7.29)$$

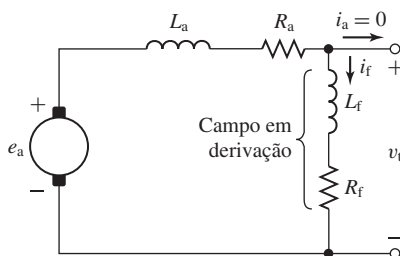


Figura 7.17 Circuito equivalente para a análise da elevação da tensão (escorvamento) em um gerador CC autoexcitado.

Com base nessa equação, é evidente que enquanto a tensão líquida nas indutâncias dos enrolamentos $e_a - i_f(R_a + R_f)$ for positiva, a corrente de campo e a respectiva tensão gerada crescerão. O crescimento continua até que as relações de tensão e corrente, representadas pela curva de magnetização e a linha de resistência de campo, sejam simultaneamente satisfeitas, o que ocorre em sua interseção $e_a = (R_a + R_f) i_f$. Nesse caso, em $e_a = 250$ V na linha $0a$ da Figura 7.14. Da Eq. 7.29, é claro que a linha de resistência de campo também deve incluir a resistência de armadura. Entretanto, essa resistência é em geral muito menor do que a de campo, sendo comum desprezá-la.

Observe que se a resistência de campo fosse muito elevada, como está mostrado pela linha $0b$ para $R_f = 100 \Omega$ na Figura 7.14, a interseção ocorreria em uma tensão muito baixa e o escorvamento não seria obtido. Observe também que, se a linha de resistência de campo for basicamente tangente à parte inferior da curva de magnetização, correspondendo a uma resistência de campo de 57Ω na Figura 7.14, a interseção poderá ocorrer em qualquer ponto entre 60 e 170 V, resultando em condições muito instáveis. A respectiva resistência é a *resistência de campo crítica*, acima da qual não se obtém escorvamento. O mesmo processo de escorvamento e as mesmas conclusões aplicam-se aos geradores compostos. Em um gerador composto com excitação em derivação longa, a FMM no campo em série criada pela corrente do campo em derivação é totalmente desprezível.

Para um gerador em derivação, a curva de magnetização para o valor adequado de I_a é o lugar de E_a versus I_f . A linha de resistência de campo é o lugar de V_t versus I_f . Quando está operando em regime permanente, para qualquer valor de I_f , a distância vertical entre a linha e a curva deve ser a queda $I_a R_a$ com a carga correspondente àquela condição. A determinação da tensão de terminal para uma corrente de armadura especificada é simplesmente uma questão de determinar onde a linha e a curva estão distanciadas verticalmente com o valor apropriado. A ordenada da linha de resistência de campo, para aquela corrente de campo, é então a tensão de terminal. Para um gerador composto, entretanto, a FMM do campo em série faz com que os pontos correspondentes na linha e na curva sejam deslocados horizontal e também verticalmente. O deslocamento horizontal é igual à FMM do campo em série, medida em ampères equivalentes de campo em derivação, e o deslocamento vertical permanece sendo a queda $I_a R_a$.

É evidente, uma grande precisão não pode ser obtida com os processos de cálculo acima. As incertezas causadas pela histerese magnética das máquinas CC não

permitem atingir uma alta precisão em qualquer caso. Em geral, a curva de magnetização, com a qual a máquina opera em uma dada situação, pode estar entre as partes ascendente e descendente de um laço bastante largo de histerese, que corresponde ao circuito magnético da máquina e depende muito da história magnética do ferro. A curva usada para a análise é, em geral, a curva de magnetização média e, assim, os resultados obtidos são substancialmente corretos na média. Entretanto, para um instante em especial, poderão ser encontrados desvios significativos em relação à média de desempenho de uma máquina CC qualquer.

Exemplo 7.7

Um gerador CC em derivação de 100 kW, 250 V, 400 A e 1200 rpm tem as curvas de magnetização (incluindo os efeitos de reação de armadura) da Figura 7.14. A resistência do circuito de armadura, incluindo as escovas, é 0,025 Ω. O gerador é acionado a uma velocidade constante de 1200 rpm, e a excitação é ajustada (variando o reostato do campo em derivação) para que seja fornecida a tensão nominal a vazio.

(a) Determine a tensão de terminal para uma corrente de armadura de 400 A. (b) Deve-se acrescentar um campo em série de quatro espiras por polo tendo uma resistência de 0,005 Ω. Há 1000 espiras por polo no campo em derivação. O gerador deve ser *composto plano* de modo que a tensão a plena carga seja 250 V quando o reostato do campo em derivação for ajustado para fornecer uma tensão a vazio de 250 V. Mostre como um resistor em paralelo com o campo em série (referido como um *derivador do campo em série*) pode ser ajustado para produzir o desempenho desejado.

Solução

- a. A linha $0a$ (Figura 7.14) da resistência de campo de 50 Ω passa pelo ponto de 250 V e 5,0 A da curva de magnetização a vazio. Em $I_a = 400$ A,

$$I_a R_a = 400 \times 0,025 = 10 \text{ V}$$

Assim, o funcionamento nessas condições corresponde ao ponto em que a tensão de terminal V_t (e conseqüentemente a tensão do campo em derivação) é 10 V menor do que a tensão gerada E_a .

Uma distância vertical de 10 V existe entre a curva de magnetização, para $I_a = 400$ A, e a linha de resistência de campo, para uma corrente de campo de 4,1 A, correspondendo a $V_t = 205$ V. A corrente de linha associada é

$$I_t = I_a - I_f = 400 - 4 = 396 \text{ A}$$

Observe que uma distância vertical de 10 V também existe para uma corrente de campo de 1,2 A correspondendo a $V_t = 60$ V. Dessa forma, a curva de tensão e carga tem dois valores nessa região. Pode-se mostrar que esse ponto de operação é instável e que o ponto para o qual $V_t = 205$ V é o ponto de operação normal.

- b. Para que a tensão a vazio seja 250 V, a resistência do campo em derivação deve ser 50 Ω e a linha de resistência de campo é $0a$ (Figura 7.14). Em plena carga, $I_f = 5,0$ A porque $V_t = 250$ V. Então,

$$I_a = 400 + 5,0 = 405 \text{ A}$$

e

$$E_a = V_t + I_a(R_a + R_p) = 250 + 405 \times (0,025 + R_p)$$

onde R_p é a combinação em paralelo da resistência do campo em série $R_s = 0,005 \Omega$ e a resistência do derivador R_d , ou seja,

$$R_p = \frac{R_s R_d}{(R_s + R_d)}$$

A resistência do campo em série e a do derivador estão em paralelo. Assim, a corrente do campo em paralelo pode ser calculada como

$$I_s = 405 \left(\frac{R_d}{R_s + R_d} \right) = 405 \left(\frac{R_p}{R_s} \right)$$

e os ampères equivalentes de campo em derivação podem ser calculados da Eq. 7.24 como

$$\begin{aligned} I_{\text{líquida}} &= I_f + \frac{4}{1000} I_s = 5,0 + \frac{4}{1000} I_s \\ &= 5,0 + 1,62 \left(\frac{R_p}{R_s} \right) \end{aligned}$$

Nessa equação, podemos isolar R_p que, por sua vez, pode ser substituída (juntamente com $R_s = 0,005 \Omega$) na equação de E_a dando

$$E_a = 253,9 + 1,25 I_{\text{líquida}}$$

Esse resultado pode ser plotado na Figura 7.14 (E_a no eixo vertical e $I_{\text{líquida}}$ no eixo horizontal). A sua interseção com a característica de magnetização para $I_a = 400 \text{ A}$ (es-
tritamente falando, deveria ser usada uma curva para $I_a = 405 \text{ A}$, mas é claro que essa pequena diferença não faz sentido aqui) fornece $I_{\text{líquida}} = 6,0 \text{ A}$. Assim,

$$R_p = \frac{R_s (I_{\text{líquida}} - 5,0)}{1,62} = 0,0031 \Omega$$

e

$$R_d = 0,0082 \Omega$$

Problema prático 7.5

Repita a parte (b) do Exemplo 7.7, calculando a resistência do derivador que daria uma tensão a plena carga de 240 V se a excitação fosse ajustada para uma tensão a vazio de 250 V.

Solução

$$R_d = 1,9 \text{ m}\Omega$$

Exemplo 7.8

Embora a dinâmica da autoexcitação não seja o foco desta discussão, como vimos na Seção 3.9, o pacote MATLAB/Simulink pode ser usado para investigar a natureza do escorvamento de tensão em uma máquina autoexcitada. Neste exemplo, usaremos MATLAB/Simulink para plotar a tensão de terminal em função do tempo para um gerador CC um tanto idealizado com as seguintes características:

$$\begin{aligned} R_a &= 0,02 \Omega & L_a &= 10 \text{ mH} \\ R_f &= 100 \Omega & L_f &= 220 \text{ mH} \end{aligned}$$

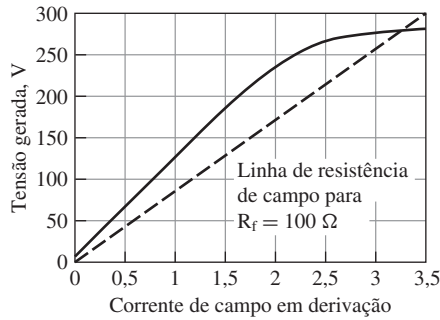


Figura 7.18 Tensão gerada *versus* corrente de campo para o gerador CC idealizado do Exemplo 7.8. Também está mostrada a linha de resistência de campo.

e cuja tensão gerada em função da corrente de campo pode ser expressa como

$$E_a = \begin{cases} 120 (I_f + 0,05) & I_f \leq 1,0 \text{ A} \\ 120 (I_f + 0,05 - 0,1 (I_f - 1,0)^3) & 1,0 \text{ A} < I_f \leq 2,7 \text{ A} \\ 120 (2,259 + 0,133 (I_f - 2,7) - 0,5 (I_f - 2,7)^2) & \text{Em caso contrário} \end{cases} \quad (7.30)$$

Essa característica está mostrada na Figura 7.18 juntamente com a linha de resistência de campo.

Solução

A Eq. 7.29 descreve o transitório de tensão desejado. Ela também pode ser escrita na forma de uma integral como

$$i_f = \int_0^t \left(\frac{e_a - (R_a + R_f) i_f}{L_a + L_f} \right) dt$$

ou, na forma de uma transformada de Laplace tal como é implementada no MATLAB/Simulink, como

$$i_f = \frac{1}{s} \left(\frac{e_a - (R_a + R_f) i_f}{L_a + L_f} \right)$$

A representação MATLAB/Simulink dessa equação está mostrada na Figura 7.19. Observe que no modelo Simulink, a corrente de campo i_f é representada pela variável “ifld” para evitar um conflito com a função “if” do MATLAB. A plotagem resultante da tensão de terminal em função do tempo está mostrada na Figura 7.20.

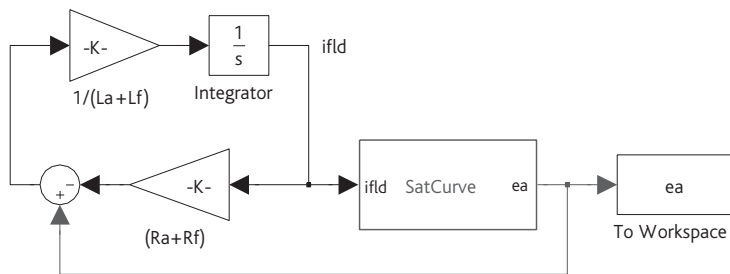


Figura 7.19 Modelo MATLAB/Simulink para o Exemplo 7.8.

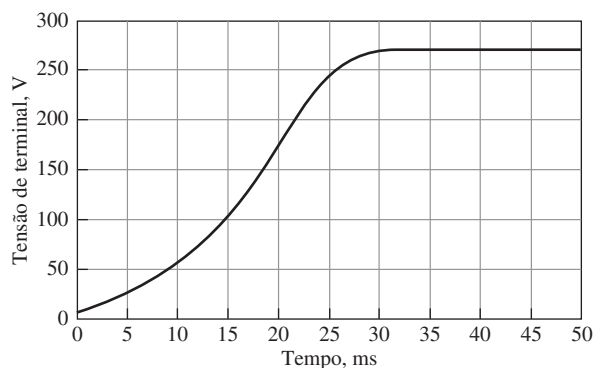


Figura 7.20 Plotagem da tensão de terminal *versus* tempo para o gerador CC idealizado do Exemplo 7.8.

7.6.2 Análise do motor

Em geral, a tensão de terminal de um motor é mantida bem constante ou controlada em um valor específico. Assim, a análise de um motor assemelha-se muito à dos geradores de excitação independente, embora a velocidade seja agora uma variável importante e frequentemente é aquela cujo valor deve ser encontrado. As bases da análise incluem o seguinte: as Eqs. 7.20 e 7.21, que relacionam a tensão de terminal e a tensão gerada (força contraeletromotriz); a Eq. 7.24 para a excitação do campo principal; a curva de magnetização para a corrente apropriada de armadura, na forma da relação gráfica entre a força contraeletromotriz e a excitação; a Eq. 7.16, mostrando a dependência do conjugado eletromagnético em função do fluxo e da corrente de armadura e, por fim, a Eq. 7.17, relacionando a força contraeletromotriz ao fluxo e à velocidade. Na análise de motores, essas duas últimas relações são especialmente significativas. A primeira é pertinente porque a interdependência do conjugado com as intensidades de campo do estator e do rotor devem ser examinadas com frequência. A segunda é o meio usual de determinar a velocidade do motor a partir de outras condições de operação especificadas.

A velocidade do motor que corresponde a uma dada corrente de armadura I_a pode ser encontrada calculando primeiro a tensão gerada real E_a a partir da Eq. 7.20 ou 7.21. Em seguida, a excitação do campo principal pode ser obtida da Eq. 7.24. Como a curva de magnetização será plotada para uma velocidade constante ω_{m0} , que em geral será diferente da velocidade real ω_m do motor, a tensão gerada obtida na curva de magnetização, para a excitação de campo principal acima, corresponderá às condições de fluxo corretas, mas para uma velocidade ω_{m0} . Então, a substituição na Eq. 7.26 fornecerá a velocidade real do motor.

Observe que, no início desse processo, foi postulado o conhecimento da corrente de armadura. Como muitas vezes é o caso, quando se deve obter a velocidade para uma dada potência no eixo ou conjugado de saída, um procedimento iterativo constitui normalmente o fundamento da obtenção da solução com base em valores assumidos de I_a .

Exemplo 7.9

Um motor em derivação de 100 HP e 250 V tem as curvas de magnetização (incluindo os efeitos da reação de armadura) da Figura 7.14. A resistência do circuito de armadura, incluindo as

escovas, é $0,025 \Omega$. As perdas rotacionais a vazio são de 2000 W e as perdas suplementares são iguais a 1,0 % da saída. O reostato de campo é ajustado para uma velocidade a vazio de 1100 rpm.

- Como exemplo do cálculo de pontos da característica de velocidade *versus* carga, determine a velocidade em rpm e a potência de saída em HPs (1 HP = 746 W), correspondendo a uma corrente de armadura de 400 A.
- Como a característica de velocidade *versus* carga observada na parte (a) não é a desejável, um *enrolamento de estabilização*, consistindo em 1,5 espiras aditivas em série por polo, deve ser acrescentado. Há 1000 espiras por polo no enrolamento em derivação. Calcule a velocidade correspondente a uma corrente de armadura de 400 A.

Solução

- A vazio, tem-se $E_a = 250$ V. O ponto correspondente na curva de saturação a vazio, para 1200 rpm, é

$$E_{a0} = 250 \left(\frac{1200}{1100} \right) = 273 \text{ V}$$

para o qual $I_f = 5,90$ A. A corrente de campo permanece constante nesse valor.

Para $I_a = 400$ A, a força contraeletromotriz real é

$$E_a = 250 - 400 \times 0,025 = 240 \text{ V}$$

Da Figura 7.14, com $I_a = 400$ A e $I_f = 5,90$ A, o valor de E_a seria 261 V, se a velocidade fosse 1200 rpm. Então, a velocidade real pode ser encontrada da Eq. 7.27

$$n = 1200 \left(\frac{240}{261} \right) = 1100 \text{ rpm}$$

A potência eletromagnética é

$$E_a I_a = 240 \times 400 = 96 \text{ kW}$$

Subtraindo as perdas rotacionais, obtém-se 94 kW. Considerando as perdas suplementares, a potência de saída P_0 é dada por

$$94 \text{ kW} - 0,01 P_0 = P_0$$

ou

$$P_0 = 93,1 \text{ kW} = 124,8 \text{ HP}$$

Observe que o valor da velocidade com essa carga é o mesmo da velocidade a vazio, mostrando que os efeitos da reação de armadura originaram uma curva de velocidade *versus* carga basicamente plana.

- Com $I_f = 5,90$ A e $I_s = I_a = 400$ A, a corrente equivalente de campo em derivação é

$$5,90 + \left(\frac{1,5}{1000} \right) 400 = 6,50 \text{ A}$$

Da Figura 7.14, o valor correspondente de E_a , para 1200 rpm, seria 271 V. Dessa forma, agora a velocidade é

$$n = 1200 \left(\frac{240}{271} \right) = 1063 \text{ rpm}$$

A saída de potência é a mesma da parte (a). Agora, a curva de velocidade *versus* carga está inclinada devido ao efeito do enrolamento de estabilização.

Problema prático 7.6

Repita o Exemplo 7.9 para uma corrente de armadura de $I_a = 200$ A.

Solução

- a. Velocidade = 1097 rpm e $P_0 = 46,5$ kW = 62,4 HP
- b. Velocidade = 1085 rpm

7.7 Máquinas CC de ímã permanente

As máquinas CC de ímã permanente são muito encontradas em uma ampla variedade de aplicações de baixa potência. O enrolamento de campo é substituído por um ímã permanente, resultando uma construção mais simples. Para essas aplicações, os ímãs permanentes oferecem uma série de benefícios úteis. O principal é que os ímãs não necessitam de excitação externa nem dissipam a potência correspondente para criar campos magnéticos na máquina. O espaço necessário para os ímãs permanentes pode ser inferior ao exigido pelos enrolamentos de campo e, assim, as máquinas de ímã permanente podem ser menores e, em alguns casos, de custo inferior ao de seus similares com excitação externa.

Por outro lado, as máquinas CC de ímã permanente estão sujeitas às limitações impostas pelos próprios ímãs permanentes. Entre elas, está incluído o risco de desmagnetização devido a correntes excessivas nos enrolamentos do motor ou a um sobreaquecimento do ímã. Além disso, os ímãs permanentes são um tanto limitados em relação à intensidade da densidade de fluxo de entreferro que são capazes de produzir. No entanto, com o desenvolvimento de novos materiais magnéticos, como o samário-cobalto e o neodímio-ferro-boro (Seção 1.6), essas características estão se tornando cada vez menos restritivas em relação ao projeto de máquinas de ímã permanente.

A Figura 7.21 mostra uma vista em corte de um típico motor CC de potência elevada e ímã permanente. Diferentemente da característica de estrutura de campo com polos salientes de uma máquina CC com excitação de campo externa, os motores de ímã permanente em geral têm uma estrutura de estator lisa consistindo em uma carcaça cilíndrica externa (ou uma fração dela) de material magnético permanente, com espessura uniforme, magnetizado no sentido radial. Tal estrutura está ilustrada na Figura 7.22, onde as setas indicam o sentido da magnetização. O rotor da Figura 7.22 tem comutador, escovas e ranhuras para os enrolamentos, como em todas as máquinas CC. Observe também que, nesses motores, a carcaça externa serve a um duplo propósito: é feita de material magnético, servindo assim de caminho de retorno para o fluxo magnético e de suporte para os ímãs.

Exemplo 7.10

A Figura 7.23a define as dimensões de um motor CC de ímã permanente similar ao da Figura 7.22. Assuma os seguintes valores:

- Raio do rotor $R_r = 1,2$ cm
- Comprimento de entreferro $g = 0,05$ cm
- Espessura do ímã $t_m = 0,35$ cm

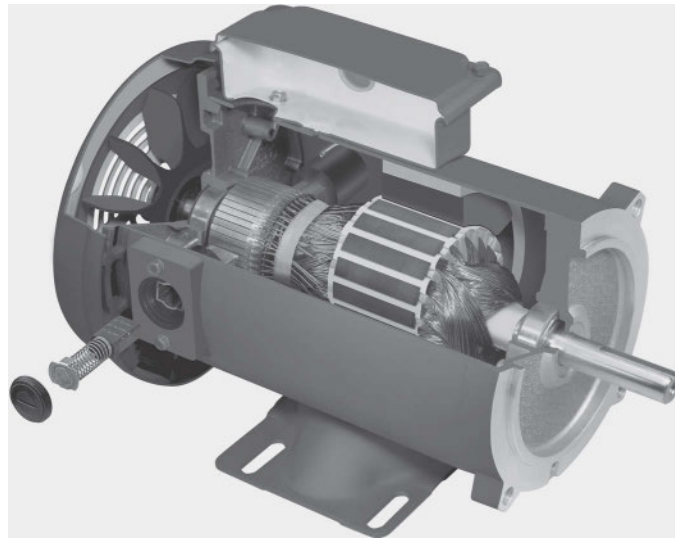


Figura 7.21 Vista em corte de um típico motor CC de potência elevada e ímã permanente. (Foto cortesia da empresa Baldor Electric/ABB.)

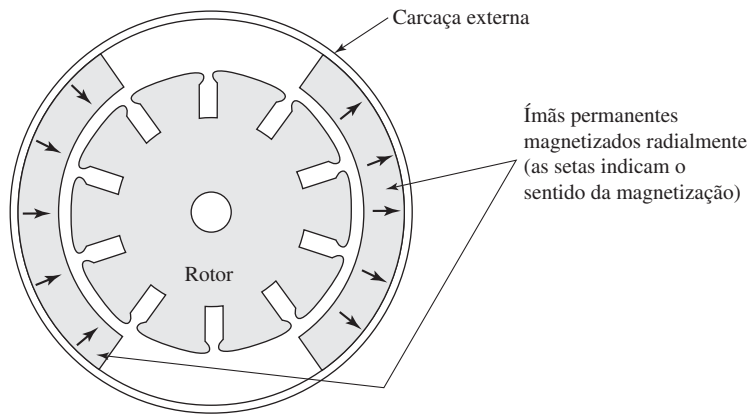


Figura 7.22 Seção transversal de um motor típico de ímã permanente. As setas indicam o sentido de magnetização dos ímãs permanentes.

Assuma também que o rotor e a carcaça externa são feitos de material magnético infinitamente permeável ($\mu \rightarrow \infty$) e que o ímã seja de neodímio-ferro-boro (veja a Figura 1.19).

Ignorando os efeitos das ranhuras do rotor, estime a densidade de fluxo magnético B no entreferro desse motor.

Solução

Como foi assumido que o rotor e a carcaça externa são feitos de um material com permeabilidade magnética infinita, o motor pode ser representado por um circuito magnético equivalente consistindo em um entreferro de $2g$ em série com uma seção de neodímio-ferro-boro de comprimento $2t_m$ (veja a Figura 7.23b). Observe que esse circuito equivalente é uma aproximação

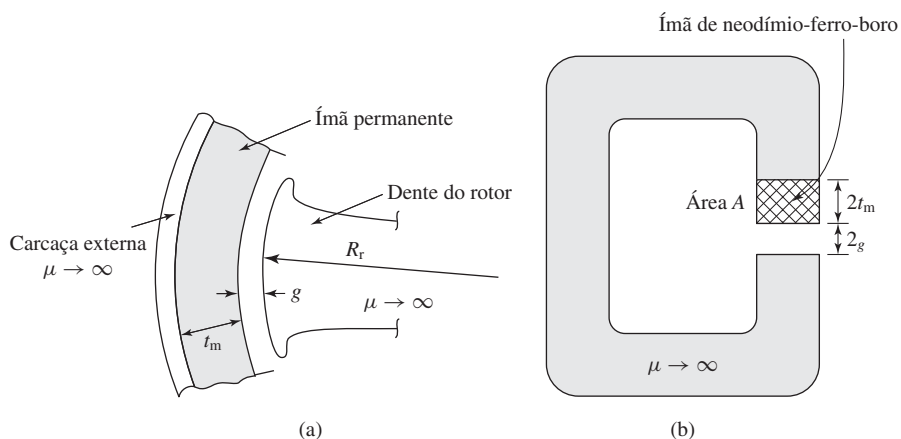


Figura 7.23 (a) Definições das dimensões do motor da Figura 7.22, (b) circuito magnético equivalente aproximado.

porque, em um motor, a área da seção reta do caminho de fluxo cresce com o aumento do raio, ao passo que, nesse circuito equivalente, foi suposta constante.

A solução pode ser escrita de forma análoga à do Exemplo 1.9. Se substituirmos o comprimento de entreferro g por $2t_g$ e o comprimento do ímã l_m por $2t_m$, a equação da linha de carga poderá ser escrita como

$$B_m = -\mu_0 \left(\frac{t_m}{g} \right) H_m = -7\mu_0 H_m$$

Essa relação pode ser plotada sobre a Figura 1.19 para determinar o ponto de operação com base na sua interseção com a curva de magnetização CC do neodímio-ferro-boro. Por outro lado, considerando que, em unidades SI, a curva de magnetização CC para o neodímio-ferro-boro é uma linha reta dada por

$$B_m = 1,06\mu_0 H_m + 1,25$$

encontramos que

$$B_m = B_g = 1,09 \text{ T}$$

Problema prático 7.7

Estime a densidade de fluxo magnético do motor do Exemplo 7.10 se o raio do rotor for aumentado para $R_r = 1,3 \text{ cm}$ e a espessura magnética for diminuída para $t_m = 0,25 \text{ cm}$.

Solução

$$B_m = B_g = 1,03 \text{ T}$$

A Figura 7.24 mostra uma vista explodida de uma forma alternativa de motor CC de ímã permanente. Nesse motor, os enrolamentos de armadura são colocados sobre um disco delgado (sem ferro na armadura). Como em qualquer motor CC,



Figura 7.24 Vista explodida de um servomotor de ímã permanente com armadura na forma de disco. Os ímãs são de Alnico. (Foto cortesia da empresa Kollmorgen Corporation.)

escovas são usadas para comutar a corrente de armadura, contatando a porção de comutação da armadura que está em seu raio interno. As correntes fluem radialmente no disco de armadura, o qual está colocado entre dois conjuntos de ímãs permanentes, criando um fluxo axial que cruza o enrolamento da armadura. A combinação do fluxo magnético axial e as correntes radiais cria um conjugado que produz rotação, como em qualquer motor CC. Pode-se mostrar que essa configuração de motor produz uma aceleração elevada (devido à baixa inércia do rotor), um conjugado contínuo, não intermitente (devido ao fato de o rotor não ser magnético), uma vida longa para as

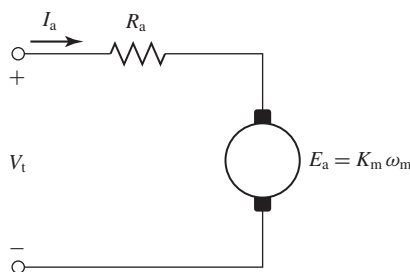


Figura 7.25 Circuito equivalente de um motor CC de ímã permanente.

escovas e uma capacidade para atingir velocidades elevadas (devido ao fato de a indutância de armadura ser baixa e, desse modo, haver pouca formação de arcos elétricos nas lâminas do comutador).

A diferença principal entre as máquinas discutidas anteriormente neste capítulo e as de ímã permanente é que estas têm uma fonte fixa de fluxo de campo, fornecido por um ímã permanente. Como resultado, o circuito equivalente de um motor CC de ímã permanente é idêntico ao de um motor CC de excitação externa, exceto que não há conexões de enrolamento de campo. A Figura 7.25 mostra o circuito equivalente de um motor CC de ímã permanente.

Da Figura 7.17, a expressão para a tensão de velocidade de um motor CC pode ser escrita na forma $E_a = K_a \Phi_d \omega_m$, em que Φ_d é o fluxo líquido ao longo do eixo do enrolamento de campo e K_a é uma constante geométrica. Em uma máquina CC de ímã permanente, Φ_d é constante e, assim, a Eq. 7.17 pode ser reduzida a

$$E_a = K_m \omega_m \quad (7.31)$$

em que

$$K_m = K_a \Phi_d \quad (7.32)$$

é conhecida como a *constante de conjugado* do motor e é uma função da geometria do motor e das propriedades magnéticas.

Finalmente, o conjugado da máquina pode ser encontrado com facilidade a partir da Eq. 7.19 como

$$T_{\text{mec}} = \frac{E_a I_a}{\omega_m} = K_m I_a \quad (7.33)$$

Em outras palavras, o conjugado de um motor de ímã permanente é dado pelo produto da constante de conjugado pela corrente de armadura.

Exemplo 7.11

Sabe-se que um motor CC de ímã permanente tem uma resistência de armadura de $1,03 \, \Omega$. Quando está operando a vazio, com uma fonte CC de 50 V, observa-se que a velocidade de funcionamento é de 2100 rpm e a corrente é de 1,25 A. Encontre (a) a constante de conjugado K_m , (b) as perdas rotacionais a vazio do motor e (c) a potência de saída do motor quando está operando a 1700 rpm a partir de uma fonte de 48 V.

Solução

- a. A partir do circuito equivalente da Figura 7.25, a tensão gerada E_a pode ser obtida como

$$\begin{aligned} E_a &= V_t - I_a R_a \\ &= 50 - 1,25 \times 1,03 = 48,7 \text{ V} \end{aligned}$$

Com uma velocidade de 2100 rpm, tem-se

$$\begin{aligned} \omega_m &= \left(\frac{2100 \text{ rotações}}{\text{min}} \right) \times \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rotação}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) \\ &= 220 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Portanto, da Eq. 7.31,

$$K_m = \frac{E_a}{\omega_m} = \frac{48,7}{220} = 0,22 \text{ V}/(\text{rad/s})$$

- b. A vazio, toda a potência fornecida para a tensão gerada E_a é usada para alimentar as perdas rotacionais. Portanto,

$$\text{perdas rotacionais} = E_a I_a = 48,7 \times 1,25 = 61 \text{ W}$$

- c. Com uma velocidade de 1700 rpm,

$$\omega_m = 1700 \left(\frac{2\pi}{60} \right) = 178 \text{ rad/s}$$

e

$$E_a = K_m \omega_m = 0,22 \times 178 = 39,2 \text{ V}$$

Agora, a corrente de entrada pode ser encontrada como

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} = \frac{48 - 39,2}{1,03} = 8,54 \text{ A}$$

A potência eletromagnética pode ser calculada como

$$P_{\text{mec}} = E_a I_a = 39,2 \times 8,54 = 335 \text{ W}$$

Supondo que as perdas rotacionais a vazio sejam constantes (certamente uma aproximação), a potência de saída no eixo pode ser calculada como:

$$P_{\text{eixo}} = P_{\text{mec}} - \text{perdas rotacionais} = 274 \text{ W}$$

Problema prático 7.8

Mede-se a resistência de armadura de um pequeno motor CC e obtém-se 178 mΩ. Com uma tensão aplicada de 9V, observa-se que o motor opera a vazio com uma velocidade de 14.600 rpm e uma corrente de 437 mA. Calcule (a) as perdas rotacionais e (b) a constante de conjugado K_m do motor.

Solução

- a. Perdas rotacionais = 3,90 W
 b. $K_m = 5,84 \times 10^{-3} \text{ V}/(\text{rad/s})$

7.8 Comutação e interpolos

Um dos fatores mais importantes que limitam a operação satisfatória de uma máquina CC é a capacidade de transferir a corrente de armadura necessária através dos contatos entre as escovas e o comutador, sem faiscamento nem excessivas perdas locais por aquecimento das escovas e do comutador. O faiscamento causa enegrecimento, corrosão e desgaste destrutivo do comutador e das escovas, condições que rapidamente se agravam queimando e destruindo o cobre e o carvão. O faiscamento pode ser causado por condições mecânicas defeituosas, tais como trepidação das escovas ou um comutador áspero que se desgastou de forma não uniforme, ou por condições elétricas, como ocorre em qualquer problema de chaveamento. Essas últimas condições são afetadas seriamente pela FMM de armadura e pela onda de fluxo resultante.

Como foi indicado na Seção 7.2, uma bobina submetida à comutação está em transição entre dois grupos de bobinas de armadura: no final do período de comutação, a corrente na bobina deve ser igual e de sentido oposto à que tinha no início. A Figura 7.7b mostra a armadura em uma posição intermediária, durante a qual as bobinas 1 e 7 estão sendo comutadas. Essas bobinas são curto-circuitadas pelas escovas. Durante esse período, as escovas devem continuar conduzindo a corrente de armadura I_a do enrolamento de armadura para o circuito externo. A bobina em curto-circuito constitui um circuito indutivo com resistência variável no tempo, nos contatos das escovas, tensões rotacionais induzidas na bobina e acoplamento condutivo e indutivo com o restante do enrolamento de armadura.

A obtenção de uma boa comutação é mais uma arte empírica do que uma ciência quantitativa. O principal obstáculo à análise quantitativa está no comportamento elétrico do filme de contato entre o carvão e o cobre (escova e comutador). Sua resistência não é linear sendo função da densidade e sentido da corrente, da temperatura, do material da escova, da umidade e da pressão atmosférica. Seu comportamento sob alguns aspectos é idêntico ao de um gás ionizado ou plasma. O fato mais significativo é que uma densidade indevidamente elevada de corrente em uma porção da superfície da escova (e desse modo uma densidade de energia indevidamente alta naquela parte do filme de contato) produz faiscamento e ruptura do filme naquele ponto. O filme de contato também desempenha uma parte importante no comportamento mecânico das superfícies que estão se friccionando. Em altitudes elevadas, passos específicos devem ser dados para preservá-lo, senão ocorrerá um desgaste extremamente rápido das escovas.

Portanto, o fundamento empírico para assegurar uma comutação sem faiscamento é evitar densidades excessivas de corrente em qualquer ponto de contato entre o cobre e o carvão. Esse requisito, combinado com o objetivo de utilizar todo o material ao máximo, leva os projetistas a procurar soluções nas quais a densidade de corrente é uniforme em toda a superfície da escova e durante todo o período comutação. Tal condição pode ser alcançada na bobina se ela for comutada com uma variação linear de corrente com o tempo. Isso corresponde a uma comutação linear, como a mostrada na Figura 7.8, e portanto vem a ser o ótimo procurado.

O principal fator que auxilia na produção de uma comutação linear é a variação da resistência de contato das escovas que resulta da diminuição linear de área na borda traseira da escova e do aumento linear de área na borda dianteira. Diversos fatores elétricos opõem-se à linearidade. A resistência da bobina em comutação é um exemplo. Em geral, no entanto, a queda de tensão nos contatos das escovas é suficientemente grande (da ordem de 1,0 V), quando comparada com a queda na resistência de

uma única bobina de armadura, para que essa última possa ser ignorada. A indutância da bobina é um fator muito mais sério. Tanto a tensão de indução própria da bobina em comutação como as tensões de indução mútua de outras bobinas (especialmente aquelas da mesma ranhura), que estão sendo comutadas ao mesmo tempo, opõem-se a mudanças de corrente na bobina em comutação. A soma dessas duas tensões, em geral, é referida como *tensão de reatância*. O resultado é que os valores de corrente da bobina curto-circuitada estão atrasados no tempo em relação aos valores ditados pela comutação linear. Essa condição é conhecida como *comutação atrasada*.

Assim, na borda traseira da escova, os efeitos da indutância de armadura tendem a produzir perdas elevadas e faiscamento. Para melhorar a comutação, a indutância deve ser mantida em um mínimo usando o menor número possível de espiras por bobina de armadura e usando uma máquina projetada com polos múltiplos e armadura curta. O efeito de atrasar a comutação, devido a uma determinada tensão de reatância, é minimizado quando a queda de tensão na resistência de contato da escova é significativamente maior do que a tensão de reatância. Esse fato é uma das principais razões para o uso de escovas de carvão, tendo em vista a queda de tensão apreciável no contato. Quando uma boa comutação é assegurada por meio de quedas resistivas, o processo é referido como *comutação resistiva*, geralmente usado como único método apenas em máquinas de potência fracionária.

Um outro fator importante no processo de comutação é a tensão rotacional induzida na bobina curto-circuitada. Dependendo do sinal, sua tensão pode prejudicar ou ajudar a comutação. Na Figura 7.13, por exemplo, a reação de armadura de magnetização cruzada cria um fluxo definido na região interpolar. O sentido da respectiva tensão rotacional na bobina em comutação é o mesmo da corrente sob a face polar imediatamente precedente. Essa tensão favorece então a continuação da corrente com o sentido anterior e opõe-se à sua inversão, como a tensão na resistência. Para ajudar a comutação, a tensão rotacional deve se opor à tensão da reatância. O princípio geral é produzir uma tensão rotacional na bobina que está sendo comutada, de modo que a tensão de reatância seja compensada de modo aproximado. Esse princípio é denominado *comutação por tensão*. A comutação por tensão é usada em quase todas as máquinas de potências elevadas que usam comutação. Uma densidade de fluxo apropriada é introduzida na zona de comutação por meio de polos pequenos e estreitos, localizados entre os polos principais. Esses polos auxiliares são denominados *interpolos* ou *polos de comutação*. A Figura 7.26 mostra o estator de um motor CC de quatro polos em construção. É possível ver claramente os polos e os interpolos de campo.

O aspecto geral dos interpolos e um mapa esquemático do fluxo produzido, quando apenas os interpolos estão excitados, podem ser vistos na Figura 7.27. A polaridade de um polo de comutação deve ser a do polo principal imediatamente à frente dele (no sentido de rotação) no caso de um gerador e imediatamente atrás no caso de um motor. A FMM no interpolo deve ser suficiente para neutralizar a FMM de armadura de magnetização cruzada na região interpolar e um pouco mais para fornecer a densidade de fluxo requerida para que a tensão rotacional na bobina de armadura curto-circuitada cancele a tensão de reatância. Como a FMM de armadura e a tensão de reatância são proporcionais à corrente de armadura, o enrolamento de comutação deve ser conectado em série com a armadura. Para preservar a linearidade desejada, o polo de comutação deve operar com um nível relativamente baixo de fluxo. Usando os campos de comutação, pode-se obter uma comutação sem faiscamento em máquinas CC de grande porte, dentro de um amplo intervalo.

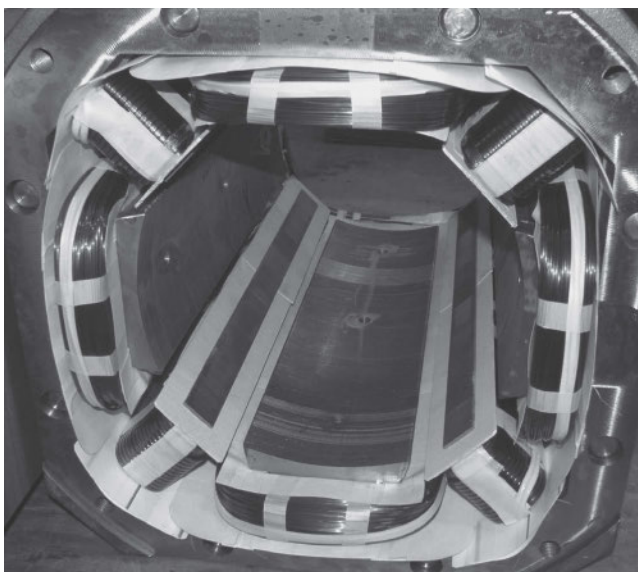


Figura 7.26 O estator de um motor CC de quatro polos em construção mostrando os polos e interpolos de campo. (Foto cortesia da empresa Baldor Electric/ABB.)

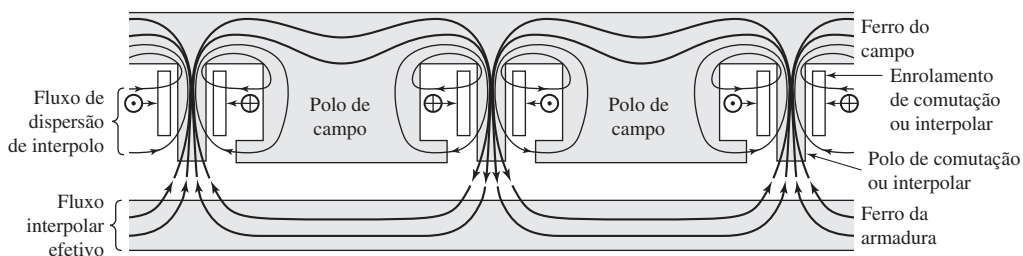


Figura 7.27 Interpolos e seus componentes de fluxo associados.

7.9 Enrolamentos de compensação

No caso de máquinas que funcionam com sobrecargas elevadas, cargas rapidamente variáveis ou campo principal fraco, é possível que ocorram outros problemas além do simples faiscamento das escovas. No instante em que uma bobina de armadura posiciona-se no pico de uma onda de fluxo muito distorcida (causada, por exemplo, pelos efeitos de saturação associados com a reação de armadura), a tensão na bobina pode se tornar suficientemente elevada para romper o ar entre as lâminas vizinhas, conectadas à bobina, resultando um arco elétrico entre elas. Devido à presença do plasma que conduz a corrente de armadura do comutador até as escovas, a tensão de ruptura não é elevada porque o ar próximo ao comutador está em condições favoráveis de ruptura. A máxima tensão permitida entre as lâminas é da ordem de 30 a 40 V. Esse fato limita a tensão média entre as lâminas a valores baixos, determinando desse modo o número mínimo de lâminas que pode ser usado no projeto de uma máquina proposta.

Sob condições transitórias, tensões elevadas entre as lâminas podem resultar das tensões induzidas associadas ao aumento e diminuição do fluxo de armadura. Uma inspeção da Figura 7.12, por exemplo, permite ver que tensões muito apreciáveis dessa natureza serão induzidas em uma bobina, debaixo da região central dos polos, devido ao crescimento ou decaimento do fluxo de armadura mostrado no desenho. Análises relacionadas com o sinal dessa tensão induzida mostram que, quando a carga de um gerador é diminuída ou a de um motor é aumentada, ela se soma à FEM rotacional normal. Um arco entre as lâminas pode se espalhar rapidamente ao redor de todo o comutador e, além de seus possíveis efeitos destrutivos sobre o comutador, representa um curto-circuito direto para a linha. Portanto, a reação da armadura debaixo dos polos limita as condições de operação de uma máquina, mesmo na presença de interpólos.

Essas limitações podem ser consideravelmente abrandadas pela compensação ou neutralização da FMM de armadura debaixo das faces polares. Tal compensação pode ser conseguida por meio de um *enrolamento de compensação* ou *de face polar*, mostrado esquematicamente na Figura 7.28, alojado em ranhuras na face do polo e com uma polaridade oposta à do enrolamento de armadura contíguo. Como o eixo do enrolamento de compensação é igual ao da armadura, ele irá neutralizar quase inteiramente a reação de armadura dos condutores da armadura que estão sob as faces polares, desde que seja usado o número apropriado de espiras. Para que conduza uma corrente proporcional, ele deve ser ligado em série com a armadura. O efeito líquido do campo principal, da armadura, do enrolamento de comutação e do enrolamento de compensação sobre o fluxo de entreferro é que a distribuição de densidade de fluxo resultante, exceto pela zona de comutação, é substancialmente a mesma que aquela produzida apenas pelo campo principal (Figura 7.13). Além disso, o acréscimo de um enrolamento de compensação melhora a velocidade de resposta da máquina porque reduz a constante de tempo do circuito de armadura.

A principal desvantagem dos enrolamentos de face polar é o seu custo. São usados em máquinas projetadas para sobrecargas elevadas ou cargas rapidamente variáveis (os motores para laminação de aço são um bom exemplo de máquinas sujeitas a ciclos de intenso trabalho), ou em motores planejados para operar com amplos intervalos de velocidade, sendo controlados pelo campo em derivação. Por meio de um resumo esquemático, a Figura 7.29 mostra o diagrama de circuito de uma máquina

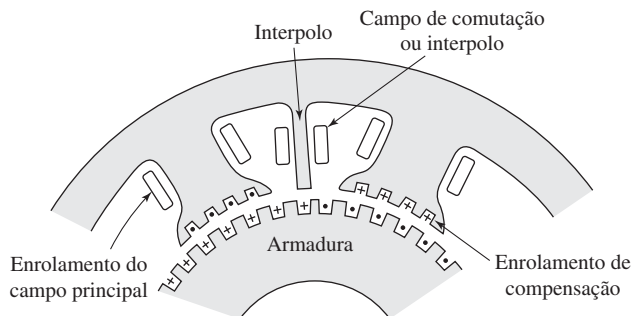


Figura 7.28 Seção esquemática de uma máquina CC mostrando um enrolamento de compensação.

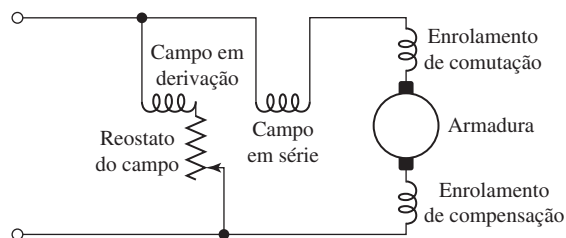


Figura 7.29 Diagrama esquemático das ligações de uma máquina CC.

composta que usa enrolamento de compensação. Nesse diagrama, a posição relativa das bobinas indica que os campos de comutação e compensação atuam segundo o eixo da armadura e os campos em derivação e em série atuam segundo o eixo dos polos principais. Assim, obtém-se um controle bastante completo do fluxo de entreferro ao redor de toda a periferia da armadura.

7.10 Motores série universais

A Figura 7.30 mostra uma máquina CC com o enrolamento de campo ligado em série. Nessa ligação, o fluxo de eixo direto Φ_d é proporcional à corrente de armadura. Assim, da Eq. 7.17, a tensão gerada E_a é proporcional ao produto da corrente de armadura pela velocidade do motor e, da Eq. 7.19, vemos que o conjugado será proporcional ao quadrado da corrente de armadura.

A linha tracejada na Figura 7.31 mostra uma característica típica de velocidade *versus* conjugado para esse motor quando está ligado em série e operando em condições CC. Observe que, como o conjugado é proporcional ao quadrado da corrente de armadura, ele depende apenas do valor da tensão de armadura e não de sua polaridade. Se a polaridade da tensão aplicada for invertida, o valor ou sentido do conjugado aplicado não serão alterados.

Se as estruturas do rotor e do estator de um motor ligado em série forem laminadas apropriadamente para que as perdas CA por correntes parasitas sejam reduzidas, então o motor resultante será referido como *motor série universal*. Esse motor tem a capacidade de funcionar com correntes alternada ou contínua apresentando características similares. O motor série monofásico é, por essa razão, denominado em geral de *motor universal*. O ângulo de conjugado é fixado pela posição das escovas e

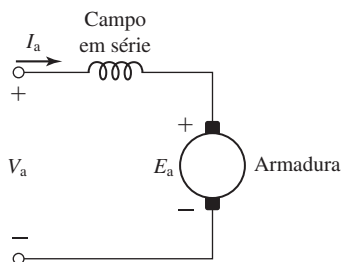


Figura 7.30 Máquina universal ligada em série.

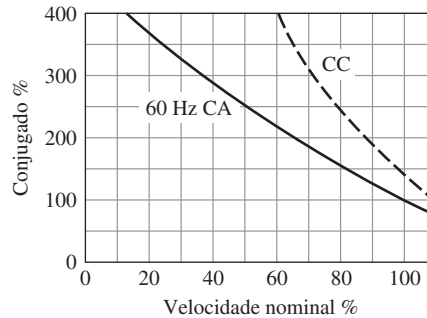


Figura 7.31 Característica de conjugado *versus* velocidade de um motor série universal.

normalmente está posicionado em seu valor ótimo de 90° . Se corrente alternada for fornecida a um motor série universal, o conjugado terá sempre o mesmo sentido, embora pulse em magnitude com o dobro da frequência de linha. Um conjugado médio será produzido e, em geral, o desempenho do motor será semelhante ao desempenho de uma corrente contínua.

Pequenos motores universais são usados onde um baixo peso é importante, como em aspiradores de pó, eletrodomésticos e ferramentas portáteis, funcionando normalmente com velocidades elevadas (1500 a 15.000 rpm). As características típicas estão mostradas na Figura 7.31. As características típicas CA e CC são diferentes por duas razões: (1) Com corrente alternada, as quedas de tensão nas reatâncias de campo e de armadura absorvem parte da tensão aplicada. Portanto, para uma corrente e um conjugado dados, a FCEM rotacional gerada na armadura é inferior à FCEM com corrente contínua, e a velocidade tende a ser menor. (2) Com corrente alternada, o circuito magnético pode ficar bastante saturado durante os picos da onda de corrente. Assim, o valor eficaz do fluxo pode ser consideravelmente menor com corrente alternada do que com o mesmo valor eficaz de corrente contínua. Portanto, o conjugado tende a ser menor com corrente alternada do que com contínua. Na faixa das potências fracionárias, o motor universal proporciona a maior potência por centavo, às custas de ruído, vida relativamente curta e alta velocidade.

Para controlar a velocidade e o conjugado de um motor série universal, pode-se variar a tensão CA aplicada usando elemento de chaveamento eletrônico denominado Triac. O ângulo de disparo do Triac pode ser ajustado de modo manual, como em uma furadeira elétrica controlada pelo gatilho, ou comandado por um circuito de controle de velocidade, como em algumas ferramentas e aparelhos elétricos portáteis. A combinação de um motor série com um dispositivo de estado sólido propicia um conjunto de motor controlável e econômico.

7.11 Resumo

Esse capítulo discutiu as características significativas de funcionamento das máquinas CC. Em geral, a principal vantagem das máquinas CC está em sua flexibilidade e versatilidade. Antes que os acionamentos de motores CA fossem disponibilizados de forma ampla, as máquinas CC eram basicamente a única opção disponível

para muitas aplicações que requeriam um elevado grau de controle. Suas principais desvantagens vêm da complexidade associada com o enrolamento de armadura e o sistema de comutador e escova. Esse acréscimo de complexidade aumenta não só o custo em relação às máquinas CA competitivas, mas também aumenta a necessidade de manutenção além de reduzir a confiabilidade potencial dessas máquinas. Mesmo assim, as vantagens dos motores CC permanecem. Eles ainda mantêm uma forte posição competitiva tanto nos tamanhos de grande porte, usados em aplicações industriais, como nos tamanhos menores, usados em uma ampla variedade de aplicações.

Os geradores CC são uma solução simples para o problema de converter energia mecânica em elétrica na forma de corrente contínua. No entanto, certamente os geradores CA que alimentam sistemas retificadores são uma opção que deve ser levada em consideração. Entre os próprios geradores CC, as máquinas de excitação independente e as autoexcitadas compostas aditivas são as mais comuns. Os geradores de excitação independente têm a vantagem de permitir um amplo intervalo de tensões de saída, ao passo que as máquinas autoexcitadas podem produzir tensões instáveis em tensões de saída mais baixas, na região em que a linha de resistência de campo torna-se basicamente tangente à curva de magnetização. Os geradores compostos aditivos podem produzir uma característica de tensão muito plana ou uma que cresce com a carga, ao passo que os geradores em derivação ou de excitação independente podem produzir uma característica de tensão em declive, a não ser que meios externo, de regulação (como um enrolamento de campo em série) sejam acrescentados.

Entre os motores CC, as características notáveis de cada tipo são estas: O motor série opera com uma velocidade que de fato baixa à medida que se aumenta a carga. De modo geral, a velocidade a vazio é proibitivamente elevada. Em baixos níveis de fluxo, o conjugado é quase proporcional ao quadrado da corrente e, à medida que a saturação cresce, a uma potência entre 1 e 2. O motor em derivação com corrente de campo constante funciona com uma velocidade ligeiramente decrescente, quase constante, quando a carga é aumentada. O conjugado é quase proporcional à corrente de armadura. Entretanto, também é importante o fato de que sua velocidade pode ser ajustada dentro de largos intervalos por meio do controle do campo em derivação, do controle da tensão de armadura ou da combinação de ambos. Dependendo das intensidades relativas dos campos em derivação e em série, o motor composto aditivo é um intermediário entre os outros dois e basicamente apresenta as vantagens de ambos.

Em uma ampla variedade de aplicações de baixa potência, com sistemas que operam a partir de uma fonte CC (aplicações automotivas, eletrônica portátil, etc.), as máquinas CC são a opção mais efetiva em custo. Essas máquinas CC são construídas com ampla faixa de configurações e muitas delas baseiam-se na excitação com ímã permanente. Apesar da grande variedade de máquinas CC que pode ser encontrada nessas diversas aplicações, os seus desempenhos podem ser determinados com facilidade usando os modelos e as técnicas apresentadas neste capítulo.

7.12 Variáveis do Capítulo 7

δ, ϕ	Ângulo de fase [rad]
Φ_d	Fluxo de eixo direto [Wb]
μ	Permeabilidade magnética [H/m]
μ_0	Permeabilidade do vácuo = $4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]
θ_a	Ângulo espacial [rad]
ω_m	Velocidade angular mecânica [rad/s]
C_a	Número total de condutores em enrolamento de armadura de máquina CC
D, l	Dimensões lineares [m]
e, E	Tensão [V]
F_{al}	FMM fundamental líquida de enrolamento de armadura (rotor) [A]
F_{ra}	FMM da reação de armadura [A]
F_d	FMM líquida de eixo direto (estator) [A]
g	Comprimento de entreferro [m]
i, I	Corrente [A]
k_{enr}	Fator de enrolamento
K_a	Constante de enrolamento
K_m	Constante de conjugado [N·m/A]
L	Indutância [H]
m	Número de caminhos paralelos através do enrolamento de armadura
n	Velocidade angular [rpm]
N	Número de espiras
N_c	Número de espiras por bobina (<i>coil</i>)
N	Espiras em série por fase
P	Potência [W]
\mathcal{P}	Permeância [H]
polos	Número de polos
R	Resistência [Ω]
R_r	Raio do rotor [m]
t_m	Espessura do ímã [m]
T	Conjugado [N · m]

Índices:

a	Armadura
g	Entreferro (<i>gap</i>)
c	Bobina (<i>coil</i>)
d	Eixo direto, derivador
eq	Equivalente
f	Campo (<i>field</i>)
L	Linha
m	Ímã
mec	Mecânico(a)
p	Paralelo
r	Rotor
s	Estator, campo em série, operador de Laplace
t	Terminal

7.13 Problemas

- 7.1** Considere um motor CC de excitação independente. Descreva a variação de velocidade do motor a vazio nas seguintes condições:
- A tensão de terminal de armadura é variada enquanto a corrente de campo é mantida constante.
 - A corrente de campo é variada enquanto a tensão de terminal da armadura é mantida constante.
 - O enrolamento de campo é ligado em derivação diretamente aos terminais da armadura, e então a tensão de terminal da armadura é variada.
- 7.2** Observa-se que um motor CC em derivação, operando com uma tensão de terminal de armadura de 125 V, está funcionando a uma velocidade de 1420 rpm. Quando o motor é operado sem carga com a mesma tensão de terminal de armadura, mas com uma resistência adicional de $8\ \Omega$ em série com o campo em derivação, observa-se que a velocidade é de 1560 rpm.
- Calcule a resistência do campo em série.
 - Calcule a velocidade resultante do motor quando a resistência em série é aumentada de $8\ \Omega$ a $20\ \Omega$.
 - Com a resistência de campo em seu valor original, calcule a velocidade do motor se ele deve operar sem carga com uma tensão de terminal de 90 V.
- 7.3** Um motor CC de 75 kW e 250 V ligado em derivação tem uma resistência de armadura de $45\ m\Omega$ e uma resistência de campo de $185\ \Omega$. Quando está operando em 250 V, a sua velocidade a vazio é 1850 rpm.
- O motor está operando sob carga com uma tensão de terminal de 250 V e uma corrente de terminal de 290 A. Calcule (i) a velocidade do motor em rpm, (ii) a potência de carga em kW e (iii) o conjugado de carga em $N \cdot m$.
 - Assumindo que o conjugado de carga permanece constante em função da velocidade, com o valor calculado na parte (a), calcule (i) a velocidade do motor e (ii) a corrente de terminal se a tensão de terminal for reduzida a 200 V.
 - Repita a parte (b) se o conjugado de carga da parte (a) variar com o quadrado da velocidade.
- 7.4** Para cada uma das seguintes mudanças nas condições de operação de um motor CC com excitação independente, descreva como a corrente de armadura e a velocidade se modificarão (você pode assumir que a resistência de armadura é desprezível):
- Reduzindo à metade a tensão de terminal de armadura enquanto o fluxo de campo e o conjugado da carga permanecem constantes.
 - Reduzindo à metade a tensão de terminal de armadura enquanto a corrente de campo e a potência da carga permanecem constantes.
 - Dobrando o fluxo de campo enquanto a tensão de terminal de armadura e o conjugado da carga permanecem constantes.

- d. Reduzindo à metade o fluxo de campo e a tensão de terminal de armadura enquanto a potência da carga permanece constante.
- e. Reduzindo à metade a tensão de terminal de armadura enquanto o fluxo de campo permanece constante e o conjugado da carga varia segundo o quadrado da velocidade.

São necessárias apenas breves descrições quantitativas mostrando a natureza genérica do efeito produzido como, por exemplo, “velocidade dobrada.”

7.5 A curva de magnetização de velocidade constante de uma máquina CC de 35 kW e 250 V, para uma velocidade de 1500 rpm, está mostrada na Figura 7.32. Essa máquina tem excitação independente e uma resistência de armadura de $95 \text{ m}\Omega$. Ela deve operar como um gerador CC, sendo acionada por um motor síncrono de velocidade constante.

- a. Qual é a corrente de armadura nominal dessa máquina?
- b. Com a velocidade do gerador mantida constante em 1500 rpm e se a corrente de armadura for limitada a seu valor nominal, calcule a saída de potência máxima do gerador e a respectiva tensão de armadura para correntes de campo constantes de (i) 1,0 A, (ii) 2,0 A e (iii) 2,5 A.
- c. Repita a parte (b) se a velocidade do gerador síncrono for reduzida a 1250 rpm.

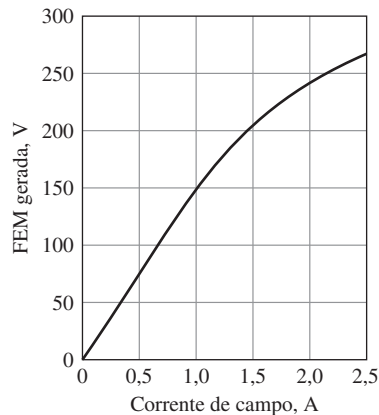


Figura 7.32 Curva de magnetização para 1500 rpm do gerador CC do Problema 7.5.

- 7.6** O gerador CC do Problema 7.5 deve operar com uma velocidade constante de 1500 rpm atuando sobre uma resistência de carga de $2,0 \Omega$.
 - a. Usando a função “spline()” do MATLAB e os pontos da curva de magnetização da Figura 7.32 para 0, 0,5, 1,0, 1,5, 2,0 e 2,5 A, crie uma plotagem em MATLAB para a curva de magnetização da Figura 7.32.
 - b. Usando a função “spline()” como na parte (a), use o MATLAB para plotar (i) a tensão de terminal e (ii) a potência entregue à carga quando a corrente de campo do gerador é variada de 0 a 2,5 A.

- 7.7** A máquina CC do Problema 7.5 deve operar como motor, alimentado com uma tensão constante de terminal de armadura de 250 V. Se os efeitos de saturação forem ignorados, a curva de magnetização da Figura 7.32 torna-se uma linha reta, com uma inclinação constante de 150 V por ampère de corrente de campo. Para os propósitos deste problema, você pode supor que os efeitos de saturação sejam desprezíveis.
- Assumindo que a corrente de campo é mantida constante em 1,67 A, plote a velocidade do motor em função da potência no seu eixo quando essa varia de 0 a 35 kW.
 - Assumindo que a corrente de campo pode ser ajustada de modo a manter a velocidade do motor constante em 1500 rpm, calcule agora a corrente de campo requerida em função da potência no eixo do motor quando essa varia de 0 a 35 kW.
- 7.8** Repita o Problema 7.7 incluindo os efeitos de saturação representados pela curva de saturação da Figura 7.32. Para a parte (a), torne a corrente de campo igual ao valor necessário para produzir uma tensão de terminal de armadura em circuito aberto de 250 V a 1500 rpm. (Sugestão: Este problema é resolvido mais facilmente usando MATLAB e sua função “spline()” como no Problema 7.6.)
- 7.9** A curva de magnetização em vazio a 1750 rpm da máquina CC de excitação independente de 550 V e 100 kW é dada por

E_a, V	509	531	547	560	571	581	589	596	603	609	615
I_f, A	2,5	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5

O enrolamento de campo tem 1175 espiras/polo e uma resistência de 163 Ω . A resistência de armadura tem 57 m Ω .

A máquina opera como um gerador ligado em derivação com uma velocidade de 1700 rpm.

- Calcule a tensão de terminal a vazio.
- Quando carregada com uma corrente de terminal de 180 A, observa-se que a tensão de terminal do gerador é 527 V. Calcule a reação de armadura em A \cdot e/polo.
- Calcule a tensão de terminal do gerador se a velocidade for aumentada para 1750 rpm e a corrente de terminal for mantida em 180 A.

Sugestão: Este problema pode ser resolvido graficamente ou usando a função “spline()” do MATLAB para representar a curva de magnetização.

- 7.10** A máquina CC do Problema 7.9 opera como motor de excitação independente com uma tensão de terminal de 550 V.
- Repita a parte (b) do Problema 7.9 para calcular a reação de armadura com uma corrente de terminal de 180 A.
 - O motor está operando com uma corrente de campo de 2,6 A. Plote a velocidade do motor em função da corrente de armadura quando essa varia no intervalo de 0 a 180 A. Você pode assumir que a reação de armadura é linear, proporcional à corrente de terminal.

- 7.11** Um motor em derivação de 35 kW e 250 V tem uma reação de armadura de $0,13 \Omega$ e uma resistência de campo de 117Ω . A vazio e na tensão nominal, a velocidade é 1975 rpm e a corrente de armadura é 7,4 A. A plena carga com a tensão nominal, a corrente de armadura é 152 A. Devido à reação de armadura, o fluxo é 8% menos do que seu valor a vazio. Qual é a velocidade a plena carga?
- 7.12** Um gerador em derivação de 20 kW, 250 V e 1150 rpm é impulsionado por uma máquina motriz primária cuja velocidade é de 1195 rpm quando o gerador está operando a vazio. A velocidade cai para 1145 rpm quando o gerador entrega 20 kW e pode-se supor que decresça de forma proporcional à saída do gerador. O gerador deve ser religado para operar como gerador composto com excitação em derivação curta, equipando-o com um enrolamento de campo em série capaz de fazer sua tensão subir de 230 V, a vazio, para 250 V, com uma carga de 80 A. Estima-se que o enrolamento de campo em série terá uma resistência de $0,049 \Omega$. A resistência de armadura (incluindo as escovas) é $0,152 \Omega$. O enrolamento do campo em derivação tem 650 espiras por polo. Para determinar as espiras necessárias do campo em série, a máquina é operada como gerador de excitação independente e os seguintes dados de carga são obtidos:

$$\text{Tensão de terminal de armadura} = 250 \text{ V}$$

$$\text{Corrente de armadura} = 80,0 \text{ A}$$

$$\text{Corrente de campo} = 1,62 \text{ A}$$

$$\text{Velocidade} = 1145 \text{ rpm}$$

A curva de magnetização para 1195 rpm é a seguinte:

$E_a, \text{ V}$	230	240	250	260	270	280
$I_f, \text{ A}$	1,05	1,13	1,25	1,44	1,65	1,91

Determine

- a reação de armadura em ampères-espiras equivalentes de desmagnetização por polo para $I_a = 80 \text{ A}$ e
- o número necessário de espiras de campo em série por polo.

Sugestão: Este problema pode ser resolvido graficamente ou usando a função “spline()” do MATLAB para representar a curva de magnetização.

- 7.13** Quando alimentado a partir de uma fonte CC de 300 V, um motor CC série opera a 1225 rpm com uma corrente de linha de 70 A. A resistência do circuito de armadura é $0,13 \Omega$ e a resistência do campo em série é $0,09 \Omega$. Devido aos efeitos de saturação, o fluxo produzido por uma corrente de armadura de 25 A é de 54% do produzido por uma corrente de armadura de 70 A. Encontre a velocidade do motor quando a tensão de armadura é 300 V e a corrente de armadura é 25 A.
- 7.14** Considere a máquina CC com excitação em derivação longa de 250 V e 100 kW do Exemplo 7.3. Assumindo que a máquina está operando como um motor alimentado por uma tensão constante de 250 V, com uma corrente constante de campo em derivação de 4,8 A, use MATLAB para plotar a velocidade do motor

em função da carga. Use a função “spline()” do MATLAB para representar a curva de magnetização da Figura 7.14. Despreze os efeitos da reação de armadura. Inclua duas plotagens, uma para o caso em que os ampères-espiras do campo em série somam-se aos do campo em derivação, e a segunda para o caso em que os ampères-espiras do campo em série opõem-se aos do campo em derivação.

- 7.15** Um motor CC de excitação de 250 V e 75 kW é usado como acionamento de velocidade variável no intervalo de 0 a 2400 rpm. Ele tem uma resistência de armadura de 42 m Ω . Quando operado com uma velocidade de 2400 rpm, o motor atinge sua tensão de terminal nominal com uma corrente de campo de 4,5 A. Velocidades de 0 a 1450 rpm são obtidas ajustando a tensão de terminal de armadura (até 250 V a 1450 rpm) com a corrente de campo mantida constante. Velocidades de 1450 rpm a 2400 rpm são obtidas diminuindo a corrente de campo com a tensão de terminal de armadura mantida em 250 V. Para os propósitos deste problema, você pode desprezar os efeitos da reação de armadura.
- Calcule a corrente de campo, a corrente de terminal e o conjugado correspondente ao funcionamento com uma velocidade de 2400 rpm, uma tensão de terminal de armadura de 250 V e uma carga de 75 kW.
 - Com um conjugado de carga igual ao encontrado na parte (a), calcule as correntes de campo e de armadura correspondentes ao funcionamento com uma tensão de terminal de armadura de 250 V e uma velocidade de 1450 rpm.
 - Para o motor operando com um conjugado constante igual ao encontrado na parte (a) e de acordo com o algoritmo de controle de velocidade, plote (i) a corrente de armadura, (ii) a tensão de armadura e (iii) a corrente de campo, cada uma *versus* a velocidade no intervalo inteiro.
- 7.16** Um motor CC com excitação independente, 550 V e 200 kW é usado para acionar cargas no intervalo inteiro de 1500 a 3800 rpm. O motor tem uma resistência de armadura de 45 m Ω e um enrolamento de campo de 1200 espiras/polo. Com uma velocidade de 3500 rpm, o motor alcança a tensão de armadura a vazio com uma corrente de campo de 0,9 A. Você pode assumir que a tensão a vazio varia linearmente com a corrente de campo e pode desprezar os efeitos da reação de armadura.

Considere uma carga que requer 180 kW a uma velocidade de 3800 rpm e 125 kW a uma velocidade de 1500 rpm. O respectivo conjugado varia linearmente dentro desse intervalo de velocidade.

- Se o motor for operado com uma tensão de terminal de armadura constante de 550 V, calcule a corrente de campo requerida para operar a carga com velocidades de 1500, 2500, 3000 e 3800 rpm. Calcule também as respectivas corrente de armadura e dissipação de potência de armadura em cada velocidade.
- Se o motor estiver inicialmente operando com uma velocidade de 3800 rpm e uma tensão de terminal de armadura de 550 V, calcule a tensão de terminal de armadura requerida para operar a carga nas velocidades de 1500, 2500, 3000 e 3800 rpm. Calcule também as respectivas corrente de armadura e dissipação de potência de armadura se a corrente de campo for mantida constante e a velocidade do motor for variada por meio de um controle de tensão de armadura.

- 7.17** Para o motor CC do Problema 7.16, com uma corrente de armadura de 350 A, determinou-se que o efeito desmagnetizante da reação de armadura é 180 A-e/polo. Repita os cálculos do Problema 7.16 incluindo os efeitos da reação de armadura. Você pode assumir que o efeito da reação de armadura é linearmente proporcional à corrente de armadura.
- 7.18** Considere que um motor CC de excitação independente, com os terminais de armadura conectados a uma fonte de tensão constante, esteja acionando uma carga que requer conjugado eletromagnético constante. Mostre que, se $E_a > 0,5V_t$ (a situação normal), o incremento do fluxo de entreferro resultante diminui a velocidade, ao passo que, se $E_a < 0,5V_t$ (como é possível obter inserindo uma resistência relativamente alta em série com a armadura), o incremento do fluxo de entreferro resultante diminui a velocidade.
- 7.19** Um motor de excitação independente é acoplado mecanicamente a um gerador síncrono trifásico de polos cilíndricos, quatro polos, 25 kVA e 460 V. O motor CC é ligado a uma fonte CC constante de 250 V e o gerador CA é ligado como fonte trifásica de frequência fixa e tensão constante de 460 V. A reatância síncrona do gerador síncrono é 0,78 por unidade. A resistência de armadura do motor CC é 22 mΩ. Todas as perdas que não foram especificadas devem ser desprezadas.
- Se as duas máquinas atuarem como um conjunto de motor e gerador que recebe potência da fonte CC e entrega potência à fonte CA, qual é a tensão gerada E_{af} da máquina CA em volts/fase (tensão de fase) quando está entregando 25 kW com um fator de potência unitário? Qual é a tensão interna do motor CC?
 - Mantendo a corrente de campo da máquina CA no valor correspondente às condições da parte (a), que ajuste deve ser feito para reduzir a zero a transferência de potência entre as duas máquinas? Nessas condições de transferência nula de potência, qual é a corrente de armadura da máquina CC? Qual é a corrente de armadura da máquina CA?
 - Mantendo a corrente de campo da máquina CA como nas partes (a) e (b), que ajuste deve ser feito para produzir a transferência de 25 kW da fonte CA para a fonte CC. Nessas condições, quais serão a corrente de armadura e a tensão interna da máquina CC? Qual será o valor e a fase da corrente da máquina CA?
- 7.20** Um motor com enrolamento em série de locomotiva elétrica de 150 kW, 600 V e 600 rpm tem uma resistência combinada de campo e armadura (incluindo as escovas) de 0,125 Ω. A corrente a plena carga, na tensão e velocidade nominais, é 250 A. A curva de magnetização para 400 rpm é a seguinte:

FEM gerada, V	360	380	400	420	440	460	480
Corrente do campo em série, A	220	238	256	276	305	346	404

Determine o conjugado interno de partida quando a corrente de partida for limitada a 470 A. Suponha que a reação de armadura seja equivalente a uma FMM de desmagnetização que varia com o quadrado da corrente. (Sugestão: Esse problema pode ser resolvido graficamente ou usando a função “spline()” do MATLAB para representar a curva de magnetização.)

- 7.21 Um ventilador de fluxo axial tem a seguinte característica de velocidade *versus* carga:

Velocidade, rpm	770	880	990	1100	1210	1320
Potência, kW	5,8	7,8	10,4	13,4	17,3	22,2

O ventilador é acionado com um motor CC em derivação de quatro polos, 25 kW e 230 V. O motor tem um enrolamento de armadura, com dois caminhos paralelos e $C_a = 784$ condutores ativos. A resistência do circuito de armadura é $0,195 \Omega$. O fluxo de armadura por polo é $\Phi_d = 5,9 \times 10^{-3}$ Wb, e os efeitos da reação de armadura podem ser desprezados. As perdas rotacionais a vazio (consideradas constantes) são estimadas em 1125 W.

- Determine a tensão e a corrente de terminal do motor e a potência do ventilador quando está operando com uma velocidade de 1285 rpm.
 - Determine a corrente de terminal do motor, a velocidade do ventilador e a potência se a tensão de terminal for diminuída a 180 V. (Sugestão: Este problema pode ser resolvido facilmente usando MATLAB para representar a característica do ventilador por meio da função “spline()” do MATLAB.)
- 7.22 Um motor em derivação operando a partir de uma linha de 230 V tem uma corrente de armadura de 53,7 A, a plena carga, e funciona com uma velocidade de 1250 rpm, tanto a vazio como a plena carga. Os seguintes dados sobre o motor estão disponíveis:

- Resistência do circuito de armadura (incluindo escovas) = $0,15 \Omega$
- Espiras por polo do campo em derivação = 1650 espiras

A curva de magnetização obtida com a máquina funcionando como motor a vazio e 1250 rpm é

E_a , V	180	200	220	240	250
I_f , A	0,98	1,15	1,46	1,93	2,27

- Determine a corrente do campo em derivação desse motor, a vazio e 1250 rpm, quando é ligado a uma linha de 230 V. Assuma que a reação de armadura é desprezível a vazio.
- Determine a reação de armadura efetiva a plena carga em ampères-espiras por polo.
- Quantas espiras de campo em série devem ser acrescentadas para que essa máquina torne-se um motor composto aditivo com excitação em derivação longa, de tal modo que sua velocidade seja 1150 rpm quando a corrente de armadura for 53,7 A e a tensão aplicada for 230 V? Assuma que o campo em série tenha uma resistência de $0,037 \Omega$.
- Se for instalado um enrolamento de campo em série, tendo 21 espiras por polo e uma resistência de $0,037 \Omega$, determine a velocidade quando a corrente de armadura for 53,7 A e a tensão aplicada for 230 V.

(Sugestão: Este problema pode ser resolvido graficamente ou usando a função “spline()” do MATLAB para representar a curva de magnetização.)

7.23 Um motor em derivação de 12,5 kW e 230 V tem um campo em derivação de 2400 espiras por polo, uma resistência de armadura (incluindo as escovas) de $0,18 \Omega$ e uma resistência de campo de comutação de $0,035 \Omega$. A resistência do campo em derivação (sem o reostato) é 375Ω . Quando o motor está operando a vazio com a tensão nominal de terminal e uma resistência variável de campo em derivação, os seguintes dados são obtidos:

Velocidade, rpm	1665	1704	1743	1782	1821	1860
I_f, A	0,555	0,517	0,492	0,468	0,447	432

A corrente de armadura a vazio é desprezível. Quando o motor está funcionando a plena carga, com a tensão nominal de terminal e uma corrente de campo de 0,468 A, a corrente de armadura é 58,2 A e a velocidade é 1770 rpm.

- Calcule a reação de armadura a plena carga em ampères-espiras equivalentes de desmagnetização por polo.
- Calcule os conjugados eletromagnético e de carga. Calcule também as perdas rotacionais nas condições dadas de operação.
- Qual será o conjugado de partida produzido pelo motor com a corrente de campo de 0,555 A, se a corrente de armadura de partida for limitada a 85 A? Assuma que, nessas condições, a reação de armadura é igual a 175 ampères-espiras por polo.
- Projete um enrolamento de campo em série que permita uma velocidade de 1575 rpm, quando o motor estiver carregado com uma corrente de armadura de 58,2 A e quando a corrente do campo em derivação for ajustada para dar uma velocidade de 1800 rpm a vazio. Assuma que o campo em série tem uma resistência de $0,045 \Omega$.

(Sugestão: Este problema pode ser resolvido graficamente ou usando a função “spline()” do MATLAB para representar a curva de magnetização.)

7.24 Quando está operando na tensão nominal, um motor em derivação de 230 V funciona com 1500 rpm tanto a plena carga como a vazio. A corrente de armadura a plena carga é 125 A. O enrolamento do campo em derivação tem 1700 espiras por polo. A resistência do circuito de armadura (incluindo escovas e interpólos) é $0,12 \Omega$. A curva de magnetização para 1500 rpm é

E_a, V	200	210	220	230	240	250
I_f, A	0,40	0,44	0,49	0,55	0,61	0,71

- Calcule o efeito de desmagnetização da reação de armadura a plena carga.
- Um enrolamento de campo em série aditivo, com excitação em derivação longa, tendo três espiras por polo e uma resistência de $0,038 \Omega$, é acrescentado à máquina. Calcule a velocidade para a corrente de plena carga e a tensão nominal. A corrente do campo em derivação será igual à da parte (a).
- Com o enrolamento do campo em série da parte (b) instalado, calcule o conjugado de partida interno em $N \cdot m$, quando a corrente de partida da

armadura é limitada a 190 A. Assuma que o respectivo efeito de desmagnetização da reação de armadura é de 270 ampères-espiras por polo.

(Sugestão: Esse problema pode ser resolvido graficamente ou usando a função “spline()” do MATLAB para representar a curva de magnetização.)

7.25 Um motor CC em derivação de 350 V tem uma resistência de circuito de armadura de $0,21 \Omega$. Quando está funcionando com uma fonte de 350 V e acionando uma carga de conjugado constante, observa-se que o motor tem uma corrente de armadura de 84 A. Agora, uma resistência externa de $1,2 \Omega$ é inserida em série com a armadura, ao passo que a corrente do campo em derivação mantém-se inalterada. Desprezando os efeitos das perdas rotacionais e a reação da armadura, calcule

- a corrente de armadura resultante e
- a alteração fracionária da velocidade do motor.

7.26 Um motor em derivação de 75 kW e 460 V tem uma reação de armadura de $0,082 \Omega$ e uma resistência de circuito de campo de 237Ω . O motor fornece a potência nominal de saída na tensão nominal quando a corrente de armadura é 171 A. Quando o motor está operando na tensão nominal e a máquina está carregada de tal modo que a corrente de armadura é 103,5 A, observa-se que a velocidade é 1240 rpm.

- Calcule a velocidade para a carga nominal desse motor.

Para proteger o motor e a fonte de tensão CC nas condições de partida, uma resistência externa será conectada em série com o enrolamento de armadura (com o enrolamento de campo diretamente ligado à fonte de 460 V). Em seguida, a resistência será ajustada automaticamente em passos de modo que a corrente de armadura não ultrapasse 180% da corrente nominal. O valor do passo será determinado de modo que, até que toda a resistência externa esteja desligada, não será permitido que a corrente de armadura fique abaixo do valor nominal. Em outras palavras, na partida, a máquina iniciará com 180% da corrente nominal de armadura e, logo que a corrente baixar até o valor nominal, um valor suficiente de resistência deverá ser cortado para fazer a corrente retornar a 180%. Esse processo será repetido até que toda a resistência em série tenha sido eliminada.

- Encontre o valor máximo da resistência em série.
- Quanta resistência deve ser cortada em cada passo na partida e com que velocidade cada passo deve ocorrer?

7.27 Os dados de especificação de um fabricante para um motor CC de ímã permanente indicam que ele tem uma constante de conjugado de $K_m = 0,28 \text{ V}/(\text{rad/s})$ e uma resistência de armadura de $1,75 \Omega$. Para uma tensão aplicada CC constante de armadura de 100 V, calcule

- a velocidade a vazio do motor em rpm e
- sua corrente e conjugado (em N.m) de estol* (velocidade zero).
- Plote o conjugado do motor em função da velocidade.

* N. de T.: Do inglês, *stall*.

- d. O motor deve ser usado para acionar uma pequena bomba que exige um conjugado de $9 \text{ N}\cdot\text{m}$ a uma velocidade de 2000 rpm e que varia com o quadrado da velocidade. Encontre a velocidade de operação quando a bomba é acionada pelo motor CC com uma tensão de terminal de 85 V .
- e. Deve-se usar controle por tensão de armadura aplicado ao motor CC para comandar a velocidade da bomba da parte (d). Plote a tensão de terminal de motor CC requerida em função da velocidade.
- 7.28** Medidas realizadas em um pequeno motor CC de ímã permanente indicam que ele tem uma resistência de armadura de $8,9 \Omega$. Com uma tensão de armadura aplicada de 9 V , observa-se que o motor alcança uma velocidade a vazio de 13.340 rpm quando a corrente de armadura é de $45,0 \text{ mA}$.
- a. Calcule a constante de conjugado K_m do motor em $\text{V}/(\text{rad}/\text{s})$.
- b. Calcule as perdas rotacionais a vazio em mW .
- Assuma que o motor está funcionando com uma tensão aplicada de armadura de 9 V .
- c. Encontre a corrente e o conjugado de estol do motor.
- d. Em que velocidades o motor alcança uma potência de saída de 2 W ? Estime o rendimento do motor nessas condições de operação. Assuma que as perdas rotacionais variem com o cubo da velocidade.
- 7.29** Escreva um *script* de MATLAB para calcular os parâmetros de um motor CC de ímã permanente. As entradas serão a resistência de armadura e a tensão de armadura a vazio, a velocidade a vazio e a corrente de armadura a vazio. A saída deve ser as perdas rotacionais a vazio e a constante de conjugado K_m . Teste seu *script* em um motor com uma resistência de armadura de 6Ω , uma tensão a vazio de $7,5 \text{ V}$, uma corrente de armadura a vazio de 22 mA e uma velocidade a vazio de 8500 rpm .
- 7.30** O motor CC do Problema 7.28 será usado para acionar uma carga que requer uma potência de $1,2 \text{ W}$ a uma velocidade de 8750 rpm . A inércia combinada do motor e da carga é $3,2 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Usando MATLAB ou MATLAB/Simulink, plote a velocidade do motor e a corrente de armadura em função do tempo, assumindo que inicialmente o sistema está em repouso e que 9 V são aplicados repentinamente aos terminais do motor em $t = 0$.
- 7.31** O motor CC de 75 kW e o sistema de resistência limitador de corrente do Problema 7.26 são usados para acionar uma carga de conjugado constante de $500 \text{ N}\cdot\text{m}$. A inércia combinada do motor e da carga é $6,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Usando MATLAB ou MATLAB/Simulink e assumindo que inicialmente o sistema está em repouso quando 460 V CC são aplicados ao sistema. plote a velocidade e a corrente do motor, ambas em função do tempo.

Máquinas de relutância variável e motores de passo

Possivelmente, a máquina de relutância variável¹ (em geral abreviada como MRV) é a mais simples das máquinas. Consistem em um estator com enrolamentos de excitação e um rotor magnético com saliências. Os condutores do rotor não são necessários porque o conjugado é produzido pela tendência do rotor a se alinhar com a onda de fluxo produzida pelo estator, de modo a maximizar os fluxos concatenados que resultam da aplicação de uma determinada corrente de estator. Nessas máquinas, as indutâncias dos enrolamentos do estator são funções da posição angular do rotor. Assim, o conjugado produzido por essas máquinas pode ser analisado usando as técnicas do Capítulo 3.

Embora o conceito de MRV seja conhecido já há muito tempo, apenas nas décadas recentes essas máquinas alcançaram um amplo uso em aplicações de engenharia. Isso é devido em grande parte ao fato de que, embora sejam de construção simples, o seu controle é um tanto complicado. Por exemplo, a posição do rotor deve ser conhecida para que os enrolamentos de fase sejam apropriadamente energizados. A grande disponibilidade e o baixo custo da computação digital em combinação com a eletrônica de potência tornaram as MRVs competitivas com outras tecnologias de motores em uma larga faixa de aplicações.

Excitando sequencialmente as fases de uma MRV, o rotor irá girar na forma de uma sequência de passos, girando de um ângulo específico a cada passo. Os *motores de passo* são projetados para tirar vantagem dessa característica. Esses motores muitas vezes combinam uma geometria de relutância variável com ímãs permanentes para produzir um conjugado aumentado e precisão de posicionamento.

8.1 Fundamentos da análise MRV

As máquinas comuns de relutância variável podem ser classificadas em dois tipos: MRV saliente e MRV duplamente saliente. Em ambos os casos, as suas características

¹ As máquinas de relutância variável em geral são referidas como *máquinas de relutância chaveada* (SRM - *Switched Reluctance Machines*) para indicar a combinação de uma MRV e um inversor chaveado necessário para acioná-la. Esse termo é popular na literatura técnica.

mais notáveis são rotores sem enrolamentos nem ímãs permanentes e uma única fonte de excitação aplicada aos enrolamentos do estator. Isso pode ser uma característica importante porque significa que todas as perdas resistivas de enrolamento da MRV ocorrem no estator. Como muitas vezes o estator pode ser facilmente refrigerado com mais eficiência que o rotor, o resultado em geral é um motor menor para uma determinada especificação de potência e tamanho.

Como foi discutido no Capítulo 3, para produzir conjugado, as MRVs devem ser projetadas de modo que as indutâncias dos enrolamentos do estator variem com a posição do rotor. A Figura 8.1a mostra a seção reta de uma *MRV de rotor saliente*. Pode-se ver que ela consiste em um estator não saliente e um rotor saliente de dois polos, ambos construídos com material magnético de alta permeabilidade. A figura mostra um enrolamento de estator de duas fases apenas, mas é possível um número qualquer de fases.

A Figura 8.2a mostra a forma de variação das indutâncias do estator em função do ângulo do rotor θ_m para uma MRV de rotor saliente como a da Figura 8.1a. Observe que a indutância de cada enrolamento de fase do estator varia com a posição do rotor de modo que a indutância é máxima quando o eixo do rotor está alinhado com o eixo magnético daquela fase e mínimo quando os dois eixos são perpendiculares. A figura mostra também que a indutância mútua entre os enrolamentos de fase é zero quando o rotor está alinhado com o eixo magnético de qualquer uma das fases, mas que varia periodicamente com a posição do rotor nos demais casos.

A Figura 8.1b mostra a vista em seção reta de uma *MRV duplamente saliente* de duas fases em que o rotor e o estator têm polos salientes. Nessa máquina, o estator tem quatro polos, cada um com um enrolamento. No entanto, os enrolamentos de polos opostos têm a mesma fase, podendo ser conectados em série ou em paralelo. Assim, essa máquina é bem similar à da Figura 8.1a no sentido de que há um enrolamento bifásico de estator e um rotor de dois polos salientes. De modo semelhante, a indutância por fase dessa configuração varia desde um valor máximo, quando o eixo do rotor está alinhado com o eixo daquela fase, até um mínimo, quando são perpendiculares.

Diferentemente da máquina de rotor saliente da Figura 8.1a, supondo que a relutância do ferro seja desprezível, as indutâncias mútuas entre as fases da MRV duplamente saliente da Figura 8.1b serão zero, com exceção de uma pequena componente, essencialmente constante, associada ao fluxo de dispersão. Além disso, as saliências do estator aumentam a diferença entre as indutâncias máxima e mínima, o que por sua vez aumenta a capacidade da máquina duplamente saliente de produzir conjugado. A Figura 8.2b mostra a forma de variação das indutâncias por fase para a MRV duplamente saliente da Figura 8.1b.

A relação entre o fluxo concatenado e a corrente para a MRV saliente é da forma

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11}(\theta_m) & L_{12}(\theta_m) \\ L_{12}(\theta_m) & L_{22}(\theta_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

Aqui, $L_{11}(\theta_m)$ e $L_{22}(\theta_m)$ são as indutâncias próprias das fases 1 e 2 respectivamente, e $L_{12}(\theta_m)$ é a indutância mútua. Por simetria, observe que

$$L_{22}(\theta_m) = L_{11}(\theta_m - 90^\circ) \quad (8.2)$$

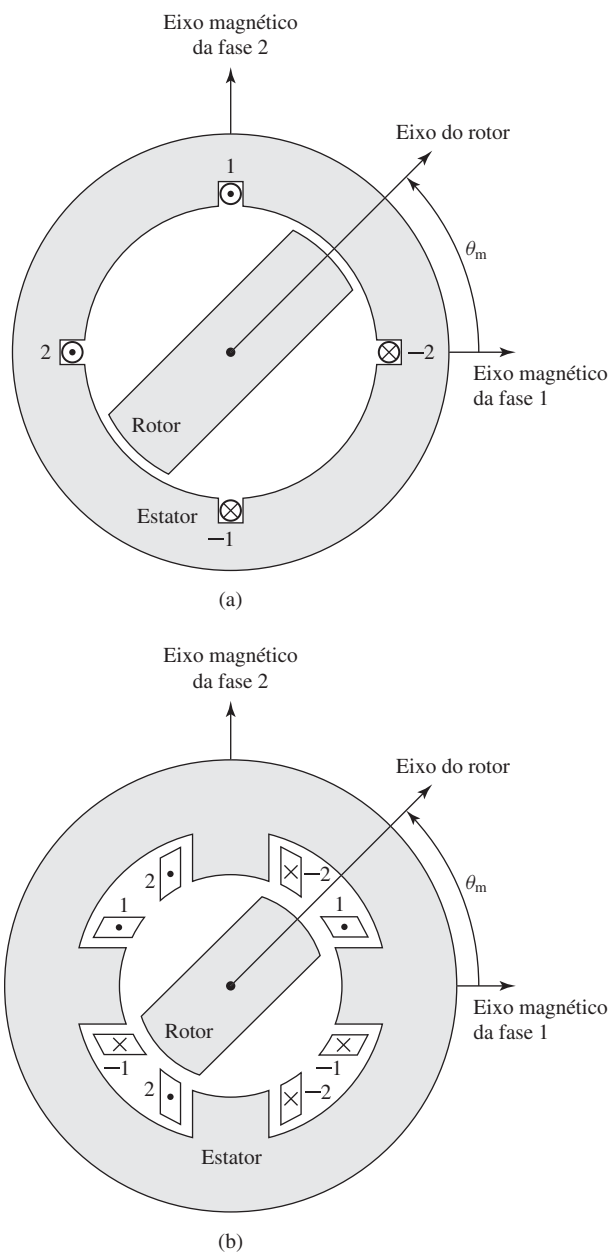


Figura 8.1 Máquinas de relutância variável bifásicas básicas: (a) saliente e (b) duplamente saliente.

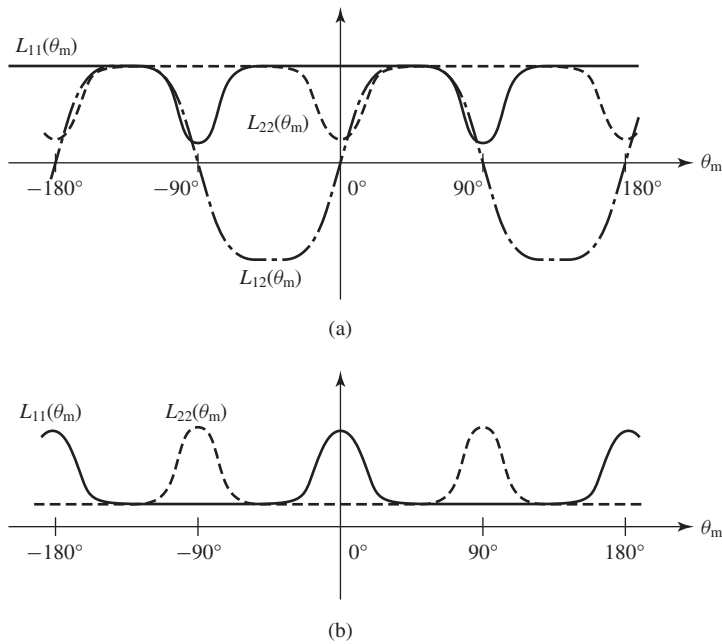


Figura 8.2 Gráficos de indutância versus θ_m para (a) a MRV saliente da Figura 8.1a e (b) a MRV duplamente saliente da Figura 8.1b.

Observe também que todas essas indutâncias são periódicas, com um período de 180° , porque uma rotação do rotor de 180° , a partir de qualquer posição angular dada, não resulta em alterações no circuito magnético da máquina.

Da Eq. 3.68, o conjugado eletromagnético desse sistema pode ser determinado a partir da coenergia como

$$T_{mec} = \frac{\partial W'_{cmp}(i_1, i_2, \theta_m)}{\partial \theta_m} \tag{8.3}$$

em que a derivada parcial é obtida mantendo i_1 e i_2 constantes. Aqui, a coenergia pode ser obtida a partir da Eq. 3.70,

$$W'_{cmp} = \frac{1}{2} L_{11}(\theta_m) i_1^2 + L_{12}(\theta_m) i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{22}(\theta_m) i_2^2 \tag{8.4}$$

Assim, combinando as Eqs. 8.3 e 8.4, o conjugado é dado por

$$T_{mec} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}(\theta_m)}{d\theta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(\theta_m)}{d\theta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}(\theta_m)}{d\theta_m} \tag{8.5}$$

Para a MRV duplamente saliente da Figura 8.1b, o termo de indutância mútua $dL_{12}(\theta_m)/d\theta_m$ é zero e a expressão do conjugado dada pela Eq. 8.5 é simplificada resultando

$$T_{mec} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}(\theta_m)}{d\theta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}(\theta_m)}{d\theta_m} \tag{8.6}$$

Então, a substituição da Eq. 8.2 dá

$$T_{\text{mec}} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}(\theta_m)}{d\theta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{11}(\theta_m - 90^\circ)}{d\theta_m} \quad (8.7)$$

As Eqs. 8.6 e 8.7 ilustram uma característica importante das MRVs em que os efeitos de indutância mútua são desprezíveis. Nessas máquinas, a expressão do conjugado consiste em uma soma de termos, cada um dos quais é proporcional ao quadrado de uma corrente de fase individual. Como resultado, o conjugado depende apenas do módulo das correntes de fase e não de suas polaridades. Assim, a eletrônica que fornece as correntes de fase para essas máquinas pode ser unidirecional; isto é, correntes bidirecionais não são necessárias.

Como normalmente as correntes de fase são ligadas e desligadas por chaves de estado sólido, tais como transistores ou tiristores, e como cada chave deve lidar com as correntes em apenas um sentido, isso significa que o acionamento do motor requer apenas metade do número de chaves (assim como apenas metade da respectiva eletrônica de controle) que seria necessário em um acionamento bidirecional. O resultado é um sistema de acionamento menos complexo podendo ser menos dispendioso.

A suposição de indutância mútua desprezível é válida para a MRV duplamente saliente da Figura 8.1b devido à simetria da geometria da máquina e à relutância do ferro, supostamente desprezível. Mesmo naquelas situações em que a simetria pode sugerir que as indutâncias mútuas sejam nulas ou que possam ser ignoradas porque não dependem da posição do rotor (por exemplo, fases acopladas por fluxos de dispersão), efeitos significativos não lineares e de indutância mútua podem surgir na prática devido à saturação do ferro da máquina. Nesses casos, embora as técnicas do Capítulo 3 e as expressões de conjugado na forma da Eq. 8.3 permaneçam válidas, muitas vezes torna-se difícil obter expressões analíticas (veja a Seção 8.4).

Na fase de projeto e análise, o conjugado do motor e as relações de fluxo e corrente no enrolamento podem ser determinados por meio de pacotes de análise numérica que levam em consideração a não linearidade do material magnético da máquina. Depois da máquina ter sido construída, medidas podem ser realizadas, tanto para validar as diversas suposições e aproximações que foram feitas, como para caracterizar exatamente o desempenho real da máquina.

Deste ponto em diante, usaremos o símbolo p_s para indicar o número de polos do estator e p_r para indicar o número de polos do rotor. A máquina correspondente é chamada de máquina p_s / p_r . O Exemplo 8.1 examina uma MRV 4/2.

Exemplo 8.1

Uma MRV 4/2 bifásica está mostrada na Figura 8.3. Suas dimensões são

$$\begin{aligned} R &= 3,8 \text{ cm} & \alpha &= \beta = 60^\circ = \pi/3 \text{ rad} \\ g &= 2,54 \times 10^{-2} \text{ cm} & D &= 13,0 \text{ cm} \end{aligned}$$

e os polos de cada enrolamento de fase são ligados em série de modo que há um total de $N = 100$ espiras (50 espiras por polo) em cada enrolamento de fase. Assuma que o rotor e o estator têm permeabilidade magnética infinita.

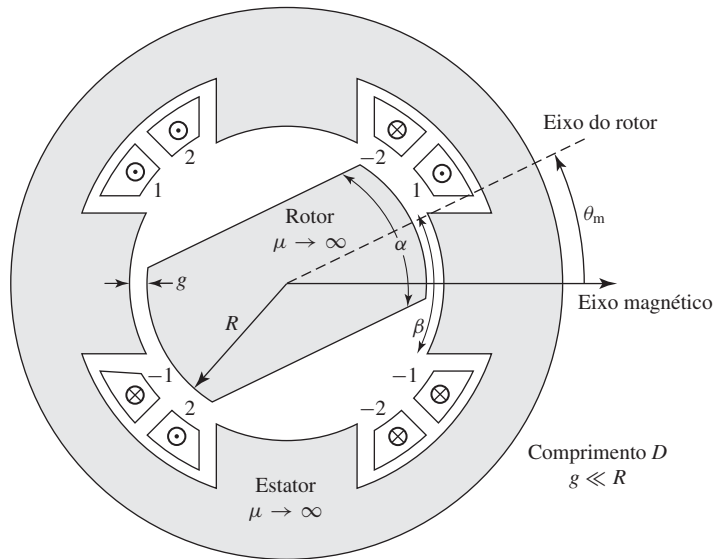


Figura 8.3 A MRV 4/2 do Exemplo 8.1.

- Desprezando os fluxos de dispersão e de espriamento, plote a indutância $L(\theta_m)$ da fase 1 em função de θ_m .
- Plote o conjugado assumindo (i) $i_1 = I_1$ e $i_2 = 0$ e (ii) $i_1 = 0$ e $i_2 = I_2$.
- Calcule o conjugado líquido (em N·m) que atua sobre o rotor quando ambos os enrolamentos são excitados de modo que $i_1 = i_2 = 5$ A para os ângulos (i) $\theta_m = 0^\circ$, (ii) $\theta_m = 45^\circ$ e (iii) $\theta_m = 75^\circ$.

Solução

- Usando as técnicas de circuito magnético do Capítulo 1, vemos que a indutância máxima L_{max} da fase 1 ocorre quando o eixo do rotor está alinhado com o eixo magnético da fase 1. Da Eq. 1.30, vemos que L_{max} é igual a

$$L_{max} = \frac{N^2 \mu_0 \alpha R D}{2g}$$

em que $\alpha R D$ é a área da seção reta do entreferro e $2g$ é o comprimento total do entreferro no circuito magnético. Para os valores dados,

$$\begin{aligned} L_{max} &= \frac{N^2 \mu_0 \alpha R D}{2g} \\ &= \frac{(100)^2 (4\pi \times 10^{-7}) (\pi/3) (3,8 \times 10^{-2}) (0,13)}{2 \times (2,54 \times 10^{-4})} \\ &= 0,128 \text{ H} \end{aligned}$$

Desprezando o espriamento, a indutância $L(\theta_m)$ irá variar linearmente com a área da seção reta do entreferro como está mostrado na Figura 8.4a. Se não houver sobreposição, observe que essa situação ideal prevê que a indutância será zero, quando na realidade haverá um pequeno valor de indutância, como está mostrado na Figura 8.2.

b. Da Eq. 8.7, o conjugado consiste em dois termos

$$T_{\text{mec}} = \frac{1}{2}i_1^2 \frac{dL_{11}(\theta_m)}{d\theta_m} + \frac{1}{2}i_2^2 \frac{dL_{11}(\theta_m - 90^\circ)}{d\theta_m}$$

podendo-se ver que $dL_{11}/d\theta_m$ é a forma de onda em degraus da Figura 8.4b cujos valores máximos são dados por $\pm L_{\text{max}}/\alpha$ (com α expresso em radianos!). Assim, o conjugado é como o mostrado na Figura 8.4c.

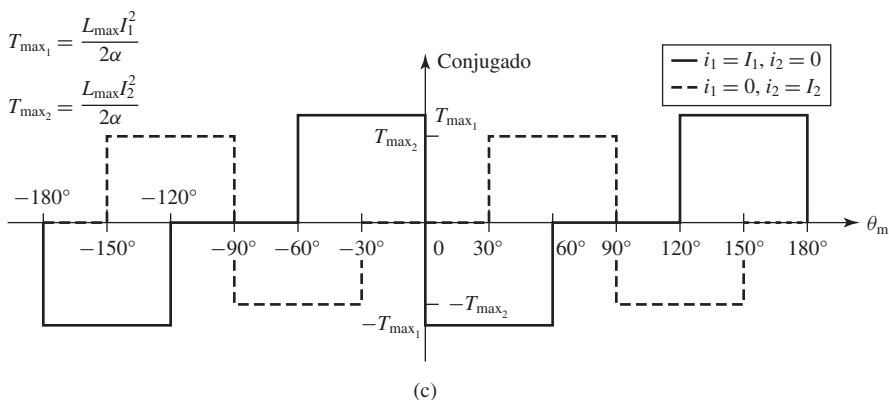
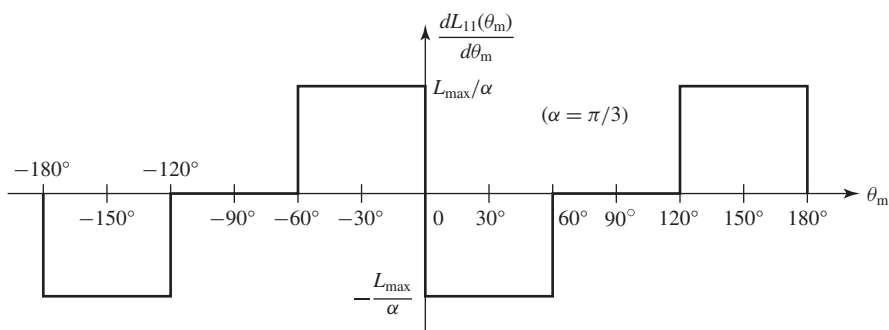
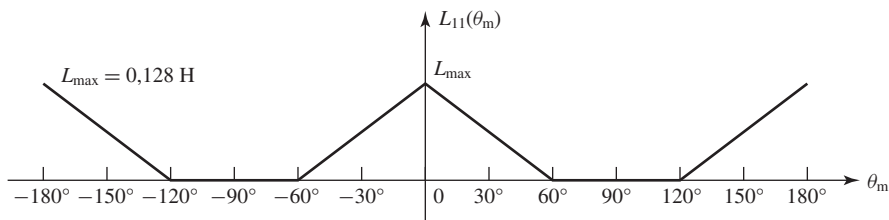


Figura 8.4 (a) $L_{11}(\theta_m)$ versus θ_m , (b) $dL_{11}(\theta_m)/d\theta_m$ versus θ_m e (c) conjugado versus θ_m .

c. O conjugado de pico devido a cada enrolamento é dado por

$$T_{\max} = \left(\frac{L_{\max}}{2\alpha} \right) i^2 = \left(\frac{0,128}{2(\pi/3)} \right) 5^2 = 1,53 \text{ N} \cdot \text{m}$$

i. Do gráfico da Figura 8.4c, para $\theta_m = 0^\circ$, a contribuição da fase 2 para o conjugado é claramente nula. Embora a contribuição da fase 1 pareça indeterminada, em uma máquina real a variação de conjugado de T_{\max_1} para $-T_{\max_1}$ em $\theta_m = 0^\circ$ teria uma declividade finita e o conjugado seria zero em $\theta = 0^\circ$. Assim, o conjugado líquido das fases 1 e 2 nessa posição é zero.

Observe que o conjugado $\theta_m = 0$ é zero independentemente dos níveis de corrente das fases 1 e 2. Isso é um problema com a configuração 4/2 da Figura 8.3 porque o rotor pode “emperrar” nessa posição (assim como também em $\theta_m = \pm 90^\circ, 180^\circ$) e, caso isso ocorra, não há maneira de produzir um conjugado elétrico capaz de movê-lo dessa posição.

- ii. Para $\theta_m = 45^\circ$, ambas as fases estão fornecendo conjugado. O da fase 1 é negativo, ao passo que o da fase 2 é positivo. Portanto, como as correntes de fase são iguais, os conjugados são iguais e opostos resultando um conjugado líquido nulo. No entanto, diferentemente do caso $\theta_m = 0^\circ$, o conjugado nesse ponto pode ser tornado tanto positivo como negativo apenas selecionando apropriadamente as correntes de fase.
- iii. Para $\theta_m = 75^\circ$, a fase 1 não produz conjugado, ao passo que a fase 2 produz um conjugado positivo de valor T_{\max_2} . Assim, nessa posição, o conjugado líquido é positivo e de valor 1,53 N·m. Observe que não há qualquer combinação de correntes de fase que seja capaz de produzir um conjugado negativo nessa posição porque o conjugado da fase 1 é sempre nulo, ao passo que o da fase 2 pode ser apenas positivo (ou nulo).

Problema prático 8.1

Repita os cálculos do Exemplo 8.1, parte (c), para o caso em que $\alpha = \beta = 70^\circ$.

Solução

- i. $T = 0 \text{ N} \cdot \text{m}$
- ii. $T = 0 \text{ N} \cdot \text{m}$
- iii. $T = 1,59 \text{ N} \cdot \text{m}$

O Exemplo 8.1 ilustra uma série de considerações que são importantes no projeto de MRVs. É evidente que essas máquinas devem ser projetadas de modo a evitar a ocorrência de posições de rotor nas quais não há fase capaz de produzir conjugado. Essa é uma preocupação que acompanha o projeto de máquinas 4/2, as quais sempre apresentarão tais posições se forem construídas com entreferros uniformes e simétricos.

Também está claro que, para se operar uma MRV com características especificadas de conjugado, as correntes de fase devem ser aplicadas de modo consistente com a posição do rotor. Por exemplo, pode-se ver na Figura 8.4c que a produção de conjugado positivo, a partir de cada enrolamento de fase do Exemplo 8.1, ocorre somente para valores específicos de θ_m . Desse modo, para obter o funcionamento desejado, a operação das MRVs deve incluir algum tipo de sensor de posição do rotor, assim como um controlador que determina tanto a sequência como a forma de onda das correntes de fase. Em geral, isso é implementado usando dispositivos de chavea-

mento eletrônico (transistores, tiristores, dispositivos GTO*, etc.) sob a supervisão de um controlador baseado em microprocessador.

Mesmo que uma MRV 4/2 como a do Exemplo 8.1 seja capaz de funcionar, na prática ela não é especialmente útil devido a características indesejáveis como posições de conjugado nulo e o fato de que há posições angulares em que não é possível obter conjugado positivo. Por exemplo, devido a essas limitações, essa máquina não pode gerar um conjugado constante independentemente do ângulo do rotor. Com certeza, não há qualquer combinação de correntes de fase que seja capaz de fornecer conjugado nas posições de conjugado nulo, ou um conjugado positivo no intervalo de posições angulares em que somente conjugado negativo pode ser produzido. Como foi discutido na Seção 8.2, essas dificuldades podem ser eliminadas por meio de projetos do tipo 4/2 que usam geometrias assimétricas. Assim, a construção prática de máquinas 4/2 torna-se possível.

Como foi visto nesta seção, a análise de MRVs é conceitualmente simples. Para o caso em que o ferro usado na máquina é linear (sem saturação magnética), a obtenção do conjugado é apenas uma questão de se encontrar as indutâncias por fase do estator (próprias e mútuas) em função da posição do rotor, expressando-se a coenergia em termos dessas indutâncias, e em seguida calcular a derivada da coenergia em relação à posição angular (mantendo constantes as correntes de fase). De modo similar, como foi discutido na Seção 3.8, a tensão de terminal elétrico para cada uma das fases pode ser encontrada a partir da soma das derivadas, em relação ao tempo, do fluxo concatenado de fase e a queda iR na resistência de fase.

Quando o ferro usado na máquina não é linear (caso em que os efeitos de saturação são importantes) como foi discutido na Seção 8.4, a coenergia pode ser encontrada pela integração apropriada dos fluxos concatenados de fase e o conjugado pode ser encontrado novamente a partir da derivada da coenergia em relação à posição angular do rotor. Em ambos os casos, não há enrolamentos de rotor e, em um motor de relutância variável bem projetado, em geral não há outras correntes no rotor. Desse modo, diferentemente de outros tipos de máquinas CA (síncronas e de indução), não há dinâmica elétrica associada ao rotor da máquina. Isso simplifica muito a sua análise. Embora as MRVs sejam simples em termos construtivos e conceitualmente, a sua operação é um tanto complicada. Para conseguir características úteis de funcionamento, é necessário dispor de uma eletrônica sofisticada para controlar e acionar o motor. Essas e outras questões serão discutidas nas Seções 8.2 a 8.5.

8.2 Configurações MRV práticas

Sistemas práticos de acionamento das MRVs (motor e inversor) são projetados para atender a critérios tais como

- Baixo custo
- Conjugado constante independente da posição angular do rotor
- Uma faixa desejada de velocidades de funcionamento

* N. de T.: *Gated Turn Off*.

- Alto rendimento
- Relação elevada entre conjugado e massa

Como em qualquer situação de engenharia, o projeto final de uma aplicação específica envolve a obtenção de um ponto de equilíbrio entre as diversas opções disponíveis para o projetista. Como as MRVs requerem alguma forma de eletrônica e de controle para funcionar, o projetista está frequentemente ocupado com a otimização de alguma característica global do sistema de acionamento. Isso impõe restrições adicionais ao projeto do sistema.

As MRVs podem ser construídas com uma ampla variedade de configurações. Na Figura 8.1, duas formas de uma máquina 4/2 são mostradas: uma máquina saliente na Figura 8.1a, e uma duplamente saliente na Figura 8.1b. Embora ambos os modelos possam ser postos a trabalhar, uma máquina duplamente saliente é muitas vezes a melhor escolha porque em geral produz um conjugado maior para um determinado tamanho de carcaça.

Isso pode ser visto qualitativamente (supondo uma estrutura magnética não saturada de alta permeabilidade) referindo-se à Eq. 8.7, a qual mostra que o conjugado é uma função de $dL_{11}(\theta_m)/d\theta_m$, a derivada da indutância por fase em relação à posição angular do rotor. É evidente, sendo tudo mais igual, que a máquina com a derivada maior produzirá o conjugado mais elevado.

Pode-se pensar que essa derivada seja determinada pela razão entre as indutâncias de fase máxima e mínima L_{\max}/L_{\min} . Em outras palavras, podemos escrever,

$$\begin{aligned} \frac{dL_{11}(\theta_m)}{d\theta_m} &\cong \frac{L_{\max} - L_{\min}}{\Delta\theta_m} \\ &= \frac{L_{\max}}{\Delta\theta_m} \left(1 - \frac{L_{\min}}{L_{\max}} \right) \end{aligned} \quad (8.8)$$

em que $\Delta\theta_m$ é o deslocamento angular do rotor entre as posições de indutância de fase máxima e mínima. Da Eq. 8.8, vemos que, para uma dada L_{\max} e $\Delta\theta_m$, o maior valor de L_{\max}/L_{\min} dará o maior conjugado. Devido à sua geometria, uma estrutura duplamente saliente terá uma indutância mínima menor e portanto um valor maior de L_{\max}/L_{\min} . Desse modo, produzirá um conjugado maior com a mesma estrutura de rotor.

Por essa razão, as máquinas duplamente salientes são o tipo predominante de MRV e, por essa mesma razão, no restante deste capítulo iremos considerar apenas esse tipo de MRV. Em geral, as máquinas duplamente salientes podem ser construídas com dois ou mais polos, tanto no estator como no rotor. Deve-se salientar que, depois de ter definida a estrutura básica de uma MRV, a indutância L_{\max} será determinada por grandezas tais como o número de espiras, o comprimento de entreferro e as dimensões básicas do polo. O desafio para o projetista de MRVs está em obter um valor baixo de L_{\min} . Essa é uma tarefa árdua porque em L_{\min} predominam os fluxos de dispersão e outras grandezas difíceis de serem calculadas e analisadas.

Como mostrado no Exemplo 8.1, a geometria de uma MRV 4/2 simétrica com entreferro uniforme dá origem a posições de rotor em que não é possível produzir conjugado, não importando como as excitações dos enrolamentos de fase são combinadas. Podemos ver que esses conjugados nulos ocorrem nas posições do rotor onde todas as fases do estator estão simultaneamente em uma posição de indutância máxima ou mínima. Como o conjugado depende da derivada da indutância em relação

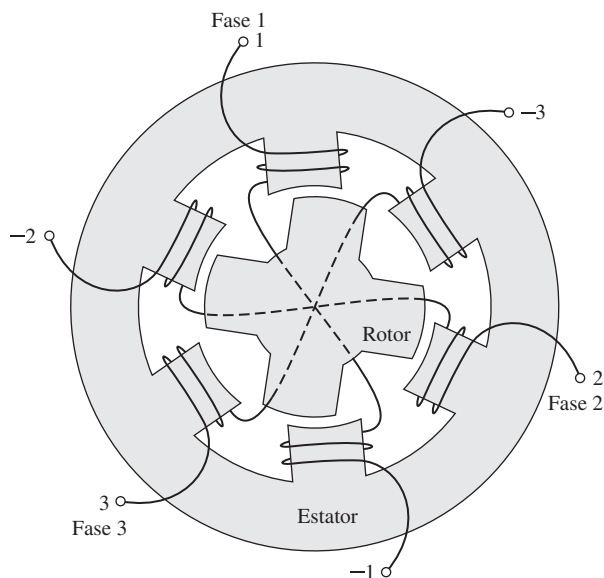


Figura 8.5 Vista em seção reta de uma MRV 6/4 trifásica.

à posição angular, esse alinhamento simultâneo de pontos de indutância máxima ou mínima produz necessariamente um conjugado líquido nulo.

A Figura 8.5 mostra uma MRV 6/4 na qual podemos ver que uma característica fundamental da máquina 6/4 é que esses alinhamentos simultâneos de indutâncias de fases não são possíveis. Como resultado, essa máquina não apresenta posições em que o conjugado seja nulo. Esse é um ponto significativo porque elimina a possibilidade de que o rotor possa emperrar e ficar parado em uma dessas posições, exigindo que seja movido mecanicamente até uma nova posição antes que possa partir. Em uma MRV 6/4, além do fato de que não há posições de alinhamento simultâneo, pode-se ver também que não há qualquer posição do rotor na qual seja possível produzir conjugado somente de um mesmo sinal (positivo ou negativo). Assim, com um controle apropriado das correntes de fase, deve ser possível obter conjugado constante, independentemente da posição do rotor.

No caso de uma MRV simétrica com p_s polos de estator e p_r polos de rotor, um teste simples poderá determinar se há posições de conjugado nulo. Se a razão p_s/p_r polos (ou, como alternativa, p_r/p_s no caso de p_r ser maior do que p_s) for um número inteiro, então haverá posições de conjugado nulo. Por exemplo, em uma máquina 6/4, a razão é 1,5 e, portanto, não haverá posições de conjugado nulo. No entanto, a razão é 2,0 em uma máquina 6/3 e haverá posições de conjugado nulo.

Em alguns casos, as restrições de projeto podem tornar desejável uma máquina que tenha uma razão inteira de polos. Nesses casos, é possível eliminar as posições de conjugado nulo construindo a máquina com um rotor assimétrico. Por exemplo, podemos variar o raio do rotor de acordo com o ângulo, como está mostrado na Figura 8.6a. Esse tipo de projeto, que também exige uma maior largura dos polos do rotor do que a do estator, não produz conjugado nulo nas posições de alinhamento porque $dL(\theta_m)/d\theta_m$ não é zero nesses pontos, como se pode ver na Figura 8.6b.

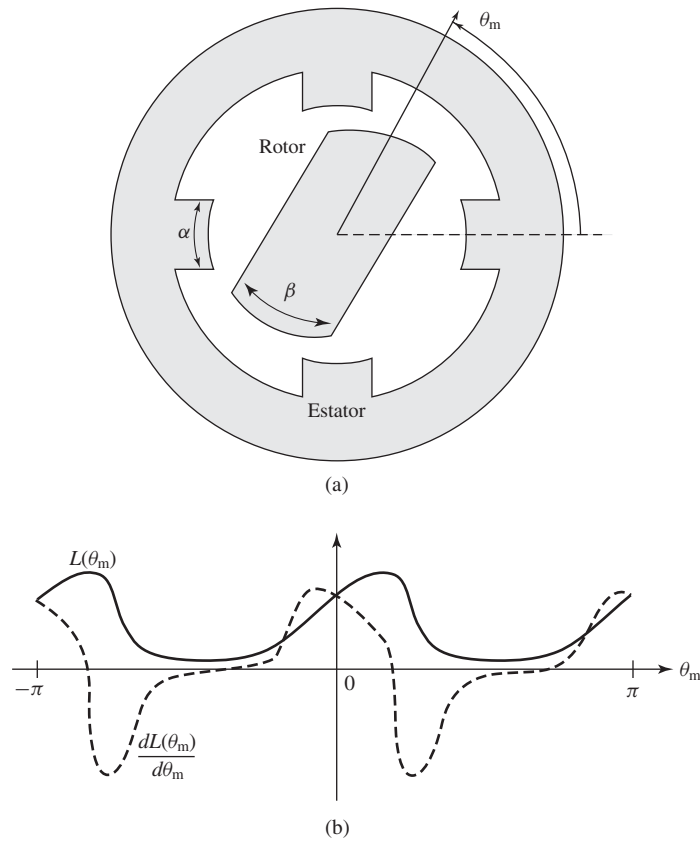


Figura 8.6 Uma MRV 4/2 com entreferro não uniforme: (a) vista esquemática e (b) gráficos de $L(\theta_m)$ e $dL(\theta_m)/d\theta_m$ versus θ_m .

Um procedimento alternativo para se construir uma MRV com uma razão inteira de polos sem posições de conjugado nulo é combinar duas ou mais MRVs em série (empilhamentos), alinhadas de tal modo que as MRVs estejam angularmente deslocadas entre si e que todos os rotores estejam compartilhando um eixo comum. Desse modo, as posições de conjugado nulo de cada máquina não estarão alinhadas entre si e, assim, a máquina como um todo não apresentará conjugado nulo. Por exemplo, uma combinação em série de duas MRVs 4/2 bifásicas como as do Exemplo 8.1 (Figura 8.3), com um deslocamento angular de 45° entre as MRVs individuais, resultará em uma MRV de quatro fases sem posições de conjugado nulo.

Em geral, as MRVs são enroladas com uma única bobina em cada polo. Embora seja possível controlar separadamente cada um desses enrolamentos como fases individuais, é prática comum combiná-los em grupos de polos excitados simultaneamente. Por exemplo, a Figura 8.3 mostra a MRV 4/2 ligada como uma máquina bifásica. Como está mostrado na Figura 8.5, em geral uma MRV 6/4 é ligada como uma máquina trifásica com polos opostos conectados à mesma fase e de tal modo que os enrolamentos impulsionem os fluxos no mesmo sentido através do rotor.

Em algumas situações, as MRVs são enroladas com um conjunto de bobinas em paralelo para cada fase. Em alguns casos, essa disposição conhecida como *enrolamento bifilar* pode levar a um inversor de configuração simples e a um acionamento simples e de baixo custo.

Em geral, quando uma determinada fase é excitada, o conjugado é tal que o rotor é arrastado para a posição mais próxima de fluxo concatenado máximo. Quando a excitação é removida naquela fase e a próxima fase é excitada, o rotor “segue em frente” porque é arrastado para uma nova posição de fluxo concatenado máximo. Assim, a velocidade do rotor é determinada pela frequência das correntes de fase. No entanto, diferentemente do caso de uma máquina síncrona, a relação da velocidade do rotor com a frequência e a sequência de excitação dos enrolamentos de fase pode ser bem complexa, dependendo do número de polos do rotor e do número de polos e fases do estator. Isso está ilustrado no Exemplo 8.2.

Exemplo 8.2

Considere uma MRV 8/6. Se as fases do estator forem excitadas sequencialmente, necessitando de um tempo total de T_0 segundos para excitar as quatro fases (cada fase é excitada durante um tempo de $T_0/4$ s), encontre a velocidade angular da onda de fluxo do estator e a respectiva velocidade angular do rotor. Despreze qualquer característica dinâmica do sistema e assuma que o rotor acompanhará instantaneamente a excitação do estator.

Solução

A Figura 8.7 mostra de forma esquemática uma MRV 8/6. Os detalhes da forma dos polos não são importantes neste exemplo e, por essa razão, os polos do rotor e do estator são mostrados simplesmente como setas que indicam a sua localização. A figura mostra o rotor alinhado com os polos da fase 1 do estator. Essa posição corresponde àquela que ocorre quando não há carga no rotor e os enrolamentos de estator da fase 1 estão excitados, pois corresponde a uma posição da fase 1 em que o fluxo concatenado é máximo.

Considere a seguir que a excitação da fase 1 seja removida e que a fase 2 seja excitada. Nesse instante, a onda de fluxo do estator girou 45° no sentido horário. De modo semelhante, quando a excitação da fase 2 é removida e a fase 3 é excitada, a onda de fluxo

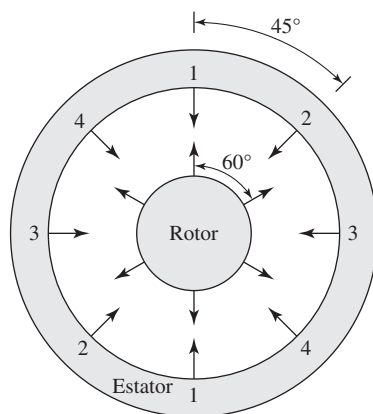


Figura 8.7 Vista esquemática de uma MRV 8/6 de quatro fases. As localizações dos polos são indicadas por setas.

do estator irá girar mais 45° no sentido horário. Assim, a velocidade angular ω_s da onda de fluxo do estator pode ser calculada simplesmente como $\pi/4$ rad (45°) dividido por $T_0/4$ s ou $\omega_s = \pi/T_0$ rad/s.

No entanto, observe que essa não é a velocidade angular do rotor em si. Quando a excitação da fase 1 for removida e a fase 2 for excitada, o rotor irá se mover de modo a maximizar os fluxos concatenados da fase 2. Nesse caso, a Figura 8.7 mostra que o rotor irá se mover 15° no sentido anti-horário já que os polos do rotor mais próximos da fase 2 estão na realidade 15° à frente dos polos da fase 2. Assim, a velocidade angular do rotor pode ser calculada como $-\pi/12$ rad (15° , com o sinal negativo indicando uma rotação no sentido anti-horário) dividido por $T_0/4$ s ou $\omega_m = -\pi/(3T_0)$ rad/s.

Nesse caso, o rotor desloca-se com um terço da velocidade angular da excitação do estator e em sentido contrário!

Problema prático 8.2

Repita os cálculos do Exemplo 8.2 para o caso de uma MRV 8/10.

Solução

$$\omega_m = \pi/(5T_0) \text{ rad/sec}$$

O Exemplo 8.2 ilustra a relação complexa que pode existir entre a frequência de excitação de uma MRV e a frequência “síncrona” do rotor. Essa relação é similar à existente entre duas engrenagens mecânicas, quando a escolha de diferentes formas e configurações de engrenagens dá origem a uma ampla variedade de relações de velocidades. É difícil deduzir uma regra simples que descreva essa relação e se aplique à imensa variedade de configurações de MRVs possíveis de serem concebidas. No entanto, é muito simples seguir um procedimento semelhante ao mostrado no Exemplo 8.2, quando se deseja analisar qualquer configuração em especial.

Outras configurações de MRVs são possíveis quando os polos principais do estator e do rotor são subdivididos adicionando-se dentes individuais (que podem ser vistos como um conjunto de pequenos polos excitados simultaneamente por um único enrolamento). O conceito básico está ilustrado na Figura 8.8, que mostra esquematicamente três polos de uma MRV trifásica com um total de seis polos principais de estator. Essa máquina, com os polos do estator e do rotor subdivididos em dentes, é conhecida como MRV *em castelo*. Esse nome resulta do fato de que os dentes do estator são semelhantes às torres de um castelo medieval.

Na Figura 8.8, cada polo do estator foi subdividido em quatro subpolos pelo acréscimo de quatro dentes que têm $6\frac{3}{7}^\circ$ de largura (indicados pelo ângulo β na figura), com ranhuras de mesma largura entre os dentes. O mesmo espaçamento dente/ranhura é escolhido para o rotor, resultando em um total de 28 dentes no rotor. Observe que esse número de dentes de rotor e os correspondentes valores de β foram escolhidos de modo que quando os dentes do rotor estão alinhados com os do polo de estator da fase 1, eles não estão alinhados com os das fases 2 e 3. Desse modo, a excitação sucessiva das fases do estator resultará na rotação do rotor.

Essa estrutura em castelo torna ainda mais complexa a relação entre a velocidade do rotor e a frequência e a sequência de excitação do enrolamento de estator. Por exemplo, na Figura 8.8, pode-se ver que nessa configuração, quando a excitação

Para cada fase de uma MRV, a indutância de fase é periódica em relação à posição angular do rotor. Assim, a área abaixo da curva de $dL/d\theta_m$, calculada em um período completo de $L(\theta_m)$, é zero, isto é,

$$\int_0^{2\pi/p_r} \frac{dL(\theta_m)}{d\theta_m} d\theta_m = L(2\pi/p_r) - L(0) = 0 \tag{8.10}$$

em que p_r é o número de polos do rotor.

O conjugado médio produzido por uma MRV pode ser encontrado integrando a equação de conjugado (Eq. 8.9) em um período completo de rotação. É evidente que, se as correntes do estator forem mantidas constantes, a Eq. 8.10 mostrará que o conjugado médio é zero. Assim, para produzir um conjugado médio, em relação ao tempo, as correntes do estator devem variar com a posição do rotor. O conjugado de saída desejado médio de uma MRV depende da natureza da aplicação. Por exemplo, no funcionamento como motor, é necessário um conjugado médio positivo no eixo, em relação ao tempo. De modo semelhante, uma ação de frenagem ou um funcionamento como gerador requerem um conjugado médio negativo, em relação ao tempo.

Um conjugado positivo é produzido quando uma fase é excitada nas posições angulares em que $dL/d\theta_m$ é positiva para aquela fase. Um conjugado negativo é produzido aplicando a excitação nas posições em que $dL/d\theta_m$ é negativa. Considere uma MRV 6/4 trifásica (semelhante à mostrada na Figura 8.5) com polos de rotor e de estator de 40° . A curva de indutância *versus* posição do rotor será semelhante à representação idealizada mostrada na Figura 8.9.

A operação dessa máquina como motor requer um conjugado líquido positivo. Como alternativa, ela pode funcionar como gerador quando são atendidas as condições necessárias para um conjugado líquido negativo. Observando que um conjugado positivo

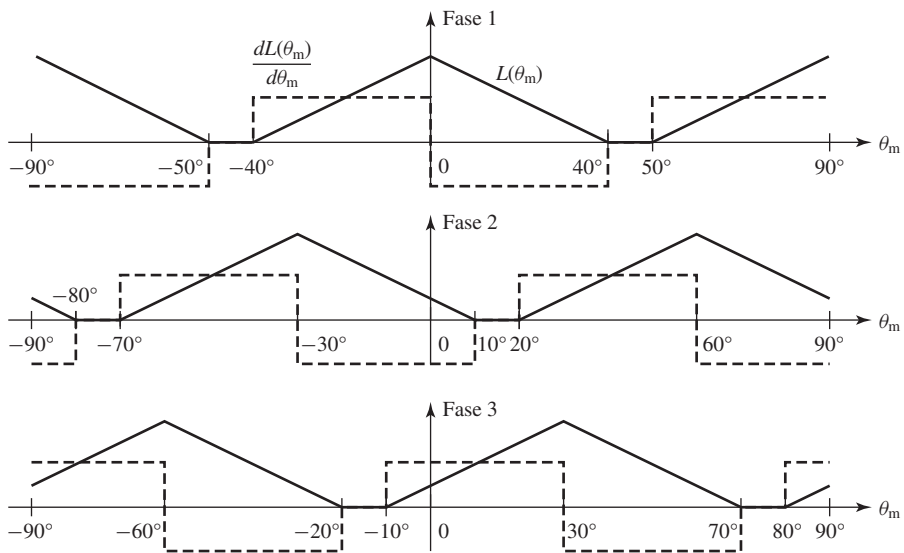


Figura 8.9 Curvas de indutância idealizada e $dL/d\theta_m$ para uma MRV 6/4 trifásica com polos de rotor e estator de 40° .

é produzido quando se aplica a excitação nas posições de rotor em que $dL/d\theta_m$ é positiva, vemos que um sistema de controle aplica, conforme a necessidade, excitação aos enrolamentos individuais de fase com base na posição do rotor. De fato, é a necessidade desse tipo de controle que torna os sistemas de acionamento MRV mais complexos do que se poderia esperar quando se leva em conta apenas a simplicidade da própria MRV.

Uma das razões pelas quais as MRVs encontraram aplicação em uma larga variedade de situações foi a ampla disponibilidade e o baixo custo dos microprocessadores e da eletrônica de potência. Com isso, os custos do controle e dos sensores necessários para operar com êxito os sistemas de acionamento MRV baixaram a tal ponto que esses sistemas tornaram-se competitivos em relação a outras tecnologias concorrentes. Apesar de o controle do acionamento de uma MRV ser mais complexo do que o de sistemas de motores CC, de indução ou de ímã permanente, em muitas aplicações o acionamento MRV no todo é menos dispendioso e mais flexível do que os outros sistemas.

Mesmo supondo que esteja disponível um sistema para determinar e controlar a posição do rotor, ainda permanece a questão de como excitar as fases da armadura. A partir da Figura 8.9, vemos que um esquema possível de excitação seria aplicar uma corrente constante a cada uma das fases, nas posições angulares em que $dL/d\theta_m$ é positiva, e uma corrente zero em caso contrário.

Se isso for feito, a forma de onda do conjugado resultante será a da Figura 8.10. Observe que, como as formas de onda de conjugado das fases individuais sobrepõem-se, o conjugado resultante não será constante mas, pelo contrário, terá uma componente pulsante sobreposta a seu valor médio. Em geral, os perfis de conjugado com componentes pulsantes significativas são considerados problemáticos porque podem produzir esforços destrutivos na MRV e porque podem resultar na geração de vibração e ruído excessivos.

A análise da Figura 8.9 mostra que há estratégias alternativas de excitação que podem reduzir as pulsações de conjugado da Figura 8.10. Talvez a estratégia mais simples seja excitar cada fase por apenas 30° do posicionamento em vez de 40° , resultando o que está mostrado na Figura 8.9. Assim, cada fase seria simplesmente desligada quando a fase seguinte fosse ligada e, com isso, não haveria sobreposição de conjugados entre as fases.

Embora essa estratégia seja uma solução ideal do problema, em termos práticos não é possível implementá-la. O problema é que como cada enrolamento de fase tem uma indutância própria, não é possível instantaneamente ligar ou desligar as correntes

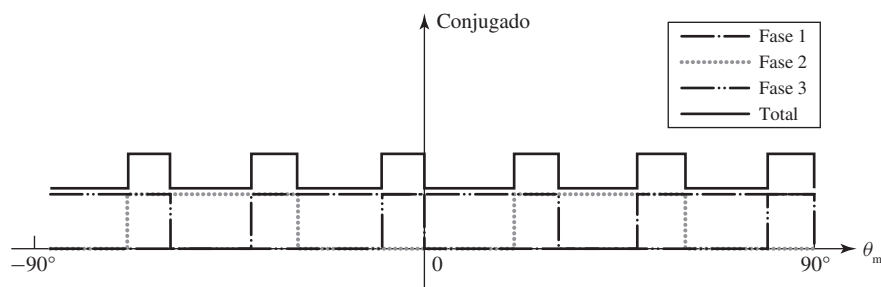


Figura 8.10 Conjugados individuais por fase e o conjugado total para o motor da Figura 8.9. Cada fase é excitada com uma corrente constante i_0 apenas nas posições em que $dL/d\theta_m > 0$.

de fase. Especificamente, para uma MRV de fases independentes (desacopladas),² a relação entre tensão e corrente da j -ésima fase é dada por

$$v_j = R_j i_j + \frac{d\lambda_j}{dt} \quad (8.11)$$

em que

$$\lambda_j = L_{jj}(\theta_m) i_j \quad (8.12)$$

Assim,

$$v_j = R_j i_j + \frac{d}{dt}[L_{jj}(\theta_m) i_j] \quad (8.13)$$

A Eq. 8.13 pode ser reescrita como

$$v_j = \left\{ R_j + \frac{d}{dt}[L_{jj}(\theta_m)] \right\} i_j + L_{jj}(\theta_m) \frac{di_j}{dt} \quad (8.14)$$

ou

$$v_j = \left[R_j + \frac{dL_{jj}(\theta_m)}{d(\theta_m)} \frac{d\theta_m}{dt} \right] i_j + L_{jj}(\theta_m) \frac{di_j}{dt} \quad (8.15)$$

Embora as Eqs. 8.13 a 8.15 sejam matematicamente complexas e muitas vezes necessitem de solução numérica, elas mostram com clareza que algum tempo é necessário para que as correntes surjam e comecem a circular nos enrolamentos de fase após a aplicação da tensão àquela fase. Uma análise semelhante pode ser feita com as condições associadas à remoção das correntes de fase. O atraso de tempo associado com o surgimento da corrente pode limitar o conjugado máximo que pode ser obtido, ao passo que o tempo de decaimento da corrente poderá resultar em conjugado negativo, se ainda houver corrente circulando quando $dL(\theta_m)/d\theta_m$ inverter de sinal. Esses efeitos são ilustrados no Exemplo 8.3 mostrando também que, nos casos em que a resistência de enrolamento é desprezada, uma solução aproximada dessas equações pode ser encontrada.

Exemplo 8.3

Considere a MRV 4/2 ideal do Exemplo 8.1. Assuma que ela tenha uma resistência de enrolamento de $R = 0,2 \Omega$ /fase e uma indutância de dispersão $L_l = 5$ mH em cada fase. Para uma velocidade constante de rotor de 400 rpm, calcule (a) a corrente da fase 1 em função do tempo durante o intervalo $-60^\circ \leq \theta_m \leq 0^\circ$, assumindo que uma tensão constante de $V_0 = 100$ V é aplicada à fase 1 tão logo $dL_{11}(\theta_m)/d\theta_m$ torne-se positiva (isto é, em $\theta_m = -60^\circ = -\pi/3$ rad), e (b) o decaimento da corrente da fase 1, se uma tensão negativa de -200 V for aplicada em $\theta_m = 0^\circ$ e assim mantida até que a corrente chegue a zero. (c) Usando MATLAB³, plote essas correntes assim como o conjugado correspondente. Calcule também a integral sob o gráfico do conjugado *versus* tempo e compare-o com a integral sob a curva do conjugado *versus* tempo para o período de tempo durante o qual o conjugado é positivo.

² O leitor deve se lembrar de que em alguns casos a suposição de fases independentes não se justifica e, então, uma análise mais complexa da MRV torna-se necessária (veja a discussão que se segue à dedução da Eq. 8.5).

³ MATLAB é uma marca registrada da The MathWorks, Inc.

Solução

- a. Da Eq. 8.15, a equação diferencial que descreve o surgimento da corrente na fase 1 é dada por

$$v_1 = \left[R + \frac{dL_{11}(\theta_m)}{d\theta_m} \frac{d\theta_m}{dt} \right] i_1 + L_{11}(\theta_m) \frac{di_1}{dt}$$

Para 400 rpm,

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} = 400 \text{ rpm} \times \frac{\pi}{30} \left[\frac{\text{rad/s}}{\text{rpm}} \right] = \frac{40\pi}{3} \text{ rad/s}$$

Da Figura 8.4 (para $-60^\circ \leq \theta_m \leq 0^\circ$)

$$L_{11}(\theta_m) = L_l + \frac{L_{\max}}{\pi/3} \left(\theta_m + \frac{\pi}{3} \right)$$

Assim,

$$\frac{dL_{11}(\theta_m)}{d\theta_m} = \frac{3L_{\max}}{\pi}$$

e

$$\frac{dL_{11}(\theta_m)}{d\theta_m} \frac{d\theta_m}{dt} = \left(\frac{3L_{\max}}{\pi} \right) \omega_m = 5,12 \Omega$$

que é muito maior que a resistência $R = 0,2 \Omega$.

Isso capacita-nos a obter uma solução aproximada da corrente desprezando o termo Ri da Eq. 8.13. Então, devemos resolver

$$\frac{d(L_{11}i_1)}{dt} = v_1$$

cuja solução é

$$i_1(t) = \frac{\int_0^t v_1 dt}{L_{11}(t)} = \frac{V_1 t}{L_{11}(t)}$$

em que $V_1 = 100 \text{ V}$. Substituindo

$$\theta_m = -\frac{\pi}{3} + \omega_m t$$

na expressão de $L_{11}(\theta_m)$ fornece

$$L_{11}(t) = L_l + \left(\frac{3L_{\max}}{\pi} \right) \omega_m t$$

e, portanto,

$$i_1(t) = \frac{100 t}{0,005 + 5,12 t}$$

que é válida até $\theta_m = 0^\circ$ para $t = t_1 = 25 \text{ ms}$. Neste ponto, temos $i_1(t_1) = 18,8 \text{ A}$.

- b. Durante o período de decaimento da corrente, a solução é obtida como na parte (a). Da Eq. 8.4, para $0^\circ \leq \theta_m \leq 60^\circ$, obtém-se $dL_{11}(\theta_m)/dt = -5,12 \Omega$ e o termo Ri pode novamente ser ignorado na Eq. 8.15. Como resultado, durante esse período, a corrente da fase 1 pode ser novamente obtida pela integração de

$$i_1(t) = i_1(t_1) + \frac{\int_{t_1}^t v_1 dt}{L_{11}(t)} = i_1(t_1) + \frac{V_2 (t - t_1)}{L_{11}(t)}$$

em que $V_2 = -200 \text{ V}$ e

$$L_{11}(t) = L_l + \left(\frac{3 L_{\max}}{\pi} \right) \omega_m (2t_1 - t)$$

Nessa equação, vemos que a corrente chega a zero em $t = 33,45 \text{ ms}$.

- c. O conjugado pode ser obtido da Eq. 8.9 fazendo $i_2 = 0$. Assim,

$$T_{\text{mec}} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta_m}$$

Usando MATLAB e os resultados das partes (a) e (b), a forma de onda da corrente está plotada na Figura 8.11a e o conjugado está na Figura 8.11b. A integral abaixo da curva positiva de conjugado é $0,228 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$, ao passo que a integral abaixo da porção negativa da curva de conjugado é $0,030 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$. Assim, vemos que o conjugado negativo produz uma redução de $13,2\%$ no conjugado médio que estaria disponível se, de outro modo, a corrente pudesse ser reduzida instantaneamente a zero.

A partir dos resultados da parte (b) e da Figura 8.11a, observe que a corrente segue fluindo no enrolamento por $8,4 \text{ ms}$ após a inversão da tensão aplicada, mesmo com a aplicação de uma tensão negativa com o dobro do valor da tensão usada para criar a corrente. Da Figura 8.11b, vemos que o resultado é um período significativo de produção de conjugado negativo. Na prática, por exemplo, isso pode ditar um esquema de controle que inverte a corrente de fase antes do instante em que o sinal de $dL(\theta_m)/d\theta_m$ é invertido. Assim, consegue-se um conjugado médio mais elevado fazendo a troca de uma pequena redução de conjugado médio positivo por uma maior diminuição de conjugado médio negativo.

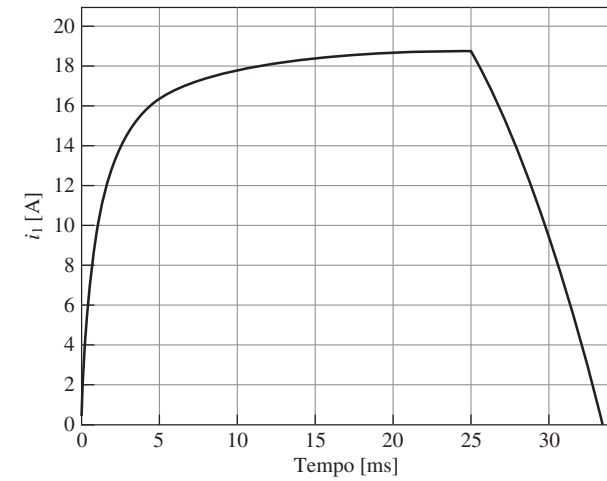
Esse exemplo ilustra também um outro aspecto importante do funcionamento de uma MRV. Em um sistema com resistência de $0,2 \Omega$ e indutância constante, seria de se esperar uma corrente de regime permanente de $100/0,2 = 500 \text{ A}$. No entanto, nesse sistema, a corrente de regime permanente é inferior a 20 A . A razão disso torna-se evidente ao analisar as Eqs. 8.14 e 8.15 e ver que $dL_{11}(\theta_m)/dt = 5,12 \Omega$ aparece como uma resistência aparente em série com a resistência de enrolamento, sendo muito maior do que a própria resistência de enrolamento. A correspondente queda de tensão (a tensão de velocidade) tem magnitude suficiente para limitar a corrente de regime permanente a um valor de $100/5,12 = 19,5 \text{ A}$.

Aqui está o *script* de MATLAB:

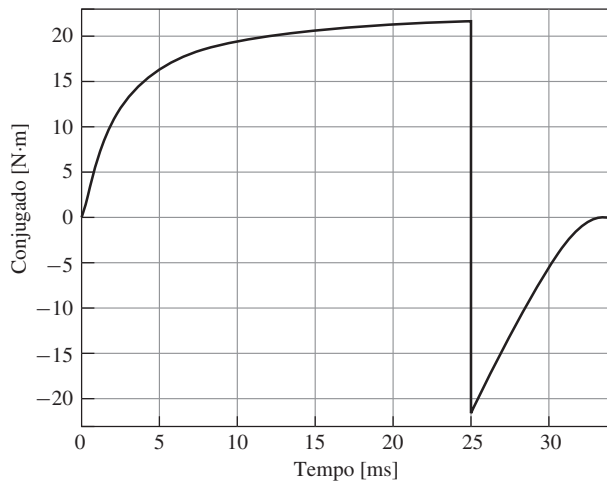
```
clc
clear

% Indutâncias
Ll = 0.005; % Indutância de dispersão
Lmax = 0.128; % Valor máximo da indutância variável

% Parâmetros de operação
rpm = 400;
omegam = rpm*pi/30;
```



(a)



(b)

Figura 8.11 Exemplo 8.3: (a) corrente da fase 1 e (b) perfil do conjugado correspondente.

```

% Tensões
V1 = 100; % Tensão positiva
V2 = -200; % Tensão negativa

% Intervalo de tempo
delt = 1e-5;
sw = 1;
n = 0;
    
```



```

% Inicialização das integrais de conjugado
int1 = 0;
int2 = 0;

while sw > 0;
    n = n+1;
    t(n) = 2*delt*(n-1);
    thetam = -pi/3+omegam*t(n);

    if thetam <= 0
        il(n) = V1*t(n)/(Ll+(3*Lmax*omegam/pi)*t(n));
        dL11dtheta = 3*Lmax/pi;
        Torque(n) = 0.5*dL11dtheta*il(n)^2; % Conjugado
        int1 = int1 + Torque(n)*delt;
    else
        m = find(il == max(il));
        L11 = Ll+(3*Lmax*omegam/pi)*(2*t(m)-t(n));
        il(n) = max(il)+V2*(t(n)-t(m))./L11;
        if il(n) < 0
            sw = -1;
        end
        dL11dtheta = -3*Lmax/pi;
        Torque(n) = 0.5*dL11dtheta*il(n)^2;
        int2 = int2 + Torque(n)*delt;
    end
end

% Plote a corrente
plot(t*1000,il,'LineWidth',2)
set(gca,'ylim',[0 21]);
set(gca,'xlim',[0 34]);
set(gca,'FontSize',20)
set(gca,'xtick',[0 5 10 15 20 25 30])
xlabel('Tempo [ms]','FontSize',20)
ylabel('i_1 [A]','FontSize',20)
grid on

pause

% Plote o conjugado

plot(t*1000,Torque,'LineWidth',2)
ylim([-23 23]);
xlim([0 34]);
set(gca,'FontSize',20)
xlabel('Tempo [ms]','FontSize',20)
ylabel('Conjugado [N\cdotm]','FontSize',20)
set(gca,'xtick',[0 5 10 15 20 25 30])
set(gca,'ytick',[-20 -15 -10 -5 0 5 10 15 20])

```

```

grid on

fprintf('int1 = %g N-m-s\n', int1)
fprintf('int2 = %g N-m-s\n', int2)

```

Problema prático 8.3

Reconsidere o Exemplo 8.3 supondo que uma tensão de -250 V seja aplicada para desligar a corrente de fase. Use MATLAB para calcular a integral abaixo da curva de conjugado *versus* tempo e compare-a com a integral abaixo da curva de conjugado *versus* tempo durante o intervalo de tempo em que o conjugado é positivo.

Solução

A corrente retorna a zero em $t = 32,2$ ms. A integral abaixo do trecho negativo da curva de conjugado é $0,030$ N·m·s, ao passo que a integral abaixo do trecho positivo da curva de conjugado permanece igual a $0,228$ N·m·s. Nesse caso, o conjugado negativo produz uma redução de 13% de conjugado em relação ao que estaria disponível se, de outro modo, a corrente pudesse ser reduzida instantaneamente a zero.

O Exemplo 8.3 ilustra aspectos importantes do desempenho das MRVs que não surgem em uma análise idealizada como a do Exemplo 8.1, mas que desempenham um papel extremamente importante nas aplicações práticas. É evidente que não é possível aplicar de modo imediato correntes de fase com formas de onda arbitrárias. As indutâncias de enrolamento (e suas derivadas em relação ao tempo) afetam significativamente as formas de onda das correntes que podem ser obtidas com uma determinada tensão aplicada.

Em geral, o problema torna-se mais grave quando a velocidade do rotor é aumentada. Para uma determinada tensão aplicada, a análise do Exemplo 8.3 mostra que (1) quando a velocidade é aumentada, a corrente ocupará uma fração maior do tempo disponível, durante o qual $dL(\theta_m)/d\theta_m$ é positiva, para atingir um determinado nível e que (2) a corrente de regime permanente que pode ser obtida é progressivamente reduzida. Um método comum para maximizar o conjugado disponível é aplicar a tensão de fase um pouco adiantada em relação ao instante em $dL(\theta_m)/d\theta_m$ começa a aumentar. Isso dá tempo para que a corrente atinja um nível significativo antes que a produção de conjugado comece.

Uma dificuldade ainda mais significativa (também ilustrada no Exemplo 8.3) é que, da mesma forma que as correntes requerem um certo tempo para crescer no início do ciclo em que são ligadas, elas também requerem tempo para diminuir no final. Como resultado, quando a excitação de fase é removida próximo do final ou no próprio final de um período de $dL(\theta_m)/d\theta_m$ positiva, é muito provável que ainda haja corrente de fase quando $dL(\theta_m)/d\theta_m$ torna-se negativa. Desse modo, haverá um período em que é produzido conjugado negativo reduzindo assim a capacidade efetiva da MRV de fornecer conjugado.

Uma maneira de evitar essa produção de conjugado negativo seria desligar a excitação de fase suficientemente antes dentro do ciclo. Desse modo, a corrente terá diminuído basicamente até zero quando a $dL(\theta_m)/d\theta_m$ tornar-se negativa. No

entanto, é claro que há uma diminuição de desempenho porque o desligamento da corrente de fase enquanto $dL(\theta_m)/d\theta_m$ é positiva também reduz a produção de conjugado positivo. Como resultado, frequentemente é necessário aceitar uma certa quantidade de conjugado negativo (para se conseguir o conjugado positivo requerido) e compensar essa diminuição produzindo um conjugado positivo adicional a partir de uma outra fase.

Uma outra possibilidade está ilustrada na Figura 8.12. A Figura 8.12a mostra uma vista em corte de uma MRV 4/2 similar à da Figura 8.3, exceto que o ângulo dos polos do rotor foi aumentado de 60° para 75° , com o resultado de que os polos do rotor ultrapassam os do estator em 15° . Como pode ser visto na Figura 8.12b, isso resulta em uma região de indutância constante separando as regiões de $dL(\theta_m)/d\theta_m$ positiva e negativa. Por sua vez, isso proporciona um tempo adicional para que a corrente de fase seja desligada antes que seja alcançada a região de produção negativa de conjugado.

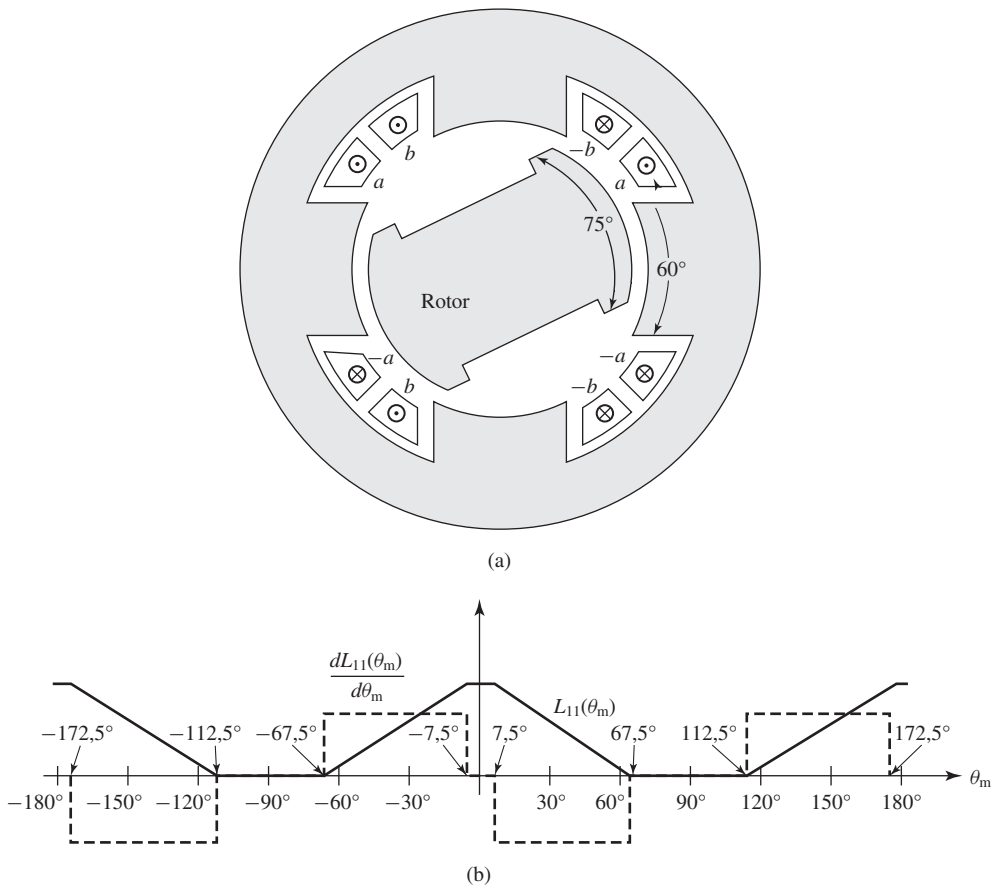


Figura 8.12 Uma MRV 4/2 com um excesso de 15° no rotor: (a) vista em corte e (b) gráficos de $L_{11}(\theta_m)$ e $dL_{11}(\theta_m)/d\theta_m$ versus θ_m .

Embora a Figura 8.12 mostre um exemplo com um excesso de 15° no rotor, em qualquer projeto em especial o valor desse excesso é determinado como parte do processo global de projeto e dependeria de questões tais como a velocidade de funcionamento da MRV e o valor de tempo necessário para que a corrente de fase diminua. Nesse processo de projeto, deve-se levar em consideração também que o uso de polos de rotor mais largos resultará em um valor mais elevado de L_{\min} , o que por si mesmo tende a reduzir a produção de conjugado (veja a discussão da Eq. 8.8) e a aumentar o tempo necessário para que a corrente se estabeleça.

Em condições de funcionamento com velocidade constante, em geral é desejável obter conjugado constante independentemente da posição do rotor. Esse modo de funcionamento minimizará os conjugados pulsantes, os quais podem causar vibração e ruído excessivos que, por sua vez, podem causar falhas nos componentes devido à fadiga do material. Isso significa que, quando a produção de conjugado de uma fase começa a diminuir, a de uma outra fase deve aumentar para compensá-la. Como pode ser visto com base nas formas de onda de conjugado, como na Figura 8.11, isso representa um problema complexo de controle para a excitação das fases e, em muitos casos, é difícil conseguir um conjugado totalmente livre de oscilações.

Exemplo 8.4

As soluções analíticas do Exemplo 8.3 são possíveis porque as variações de indutância da MRV 4/2 ideal são de forma simples e porque a resistência de enrolamento é suficientemente baixa para que possa ser ignorada sem perda significativa de exatidão. Em geral, a inclusão dos efeitos resistivos e o fato de que, na prática, as variações de indutância são mais complexas do que a variação idealizada daquele exemplo tornam a Eq. 8.13 difícil ou impossível de ser resolvida analiticamente.

Como resultado, a análise de MRVs requer técnicas de análise numérica. Embora tais análises não sejam examinadas neste capítulo, um exemplo simples será apresentado aqui usando o MATLAB/Simulink.⁴ Especificamente, examinaremos novamente o desempenho de estado permanente da MRV 4/2 do Exemplo 8.3 incluindo os efeitos da resistência de enrolamento e com ambos os enrolamentos controlados pelo mesmo algoritmo descrito no Exemplo 8.3. (a) Usando Simulink, iremos plotar a corrente da fase 1 e o conjugado. (b) Novamente usando Simulink, examinaremos os efeitos de se modificar o algoritmo de tensão de fase para adiantar o ângulo de chaveamento das tensões em 5 graus, isto é, aplicar +100 V em cada fase 5 graus antes que a derivada da tensão de fase torne-se positiva e -200 V, 5 graus antes que a derivada torne-se negativa.

Solução

- a. A Figura 8.13 mostra o diagrama de blocos Simulink. Os diversos blocos são:
 - Bloco “L”: Esse bloco calcula as indutâncias de fase em função do ângulo θ_m do rotor (veja a Figura 8.4(a)).
 - Bloco “dLdtheta”: Esse bloco calcula as derivadas das indutâncias de fase em função do ângulo θ_m do rotor (veja a Figura 8.4(b)).

⁴ “MATLAB” e “Simulink” são marcas registradas da empresa The MathWorks, Inc., 3 Apple Hill Drive, Natick, MA 01760, <http://www.mathworks.com>. Matlab e Simulink estão disponíveis em edições para estudantes.

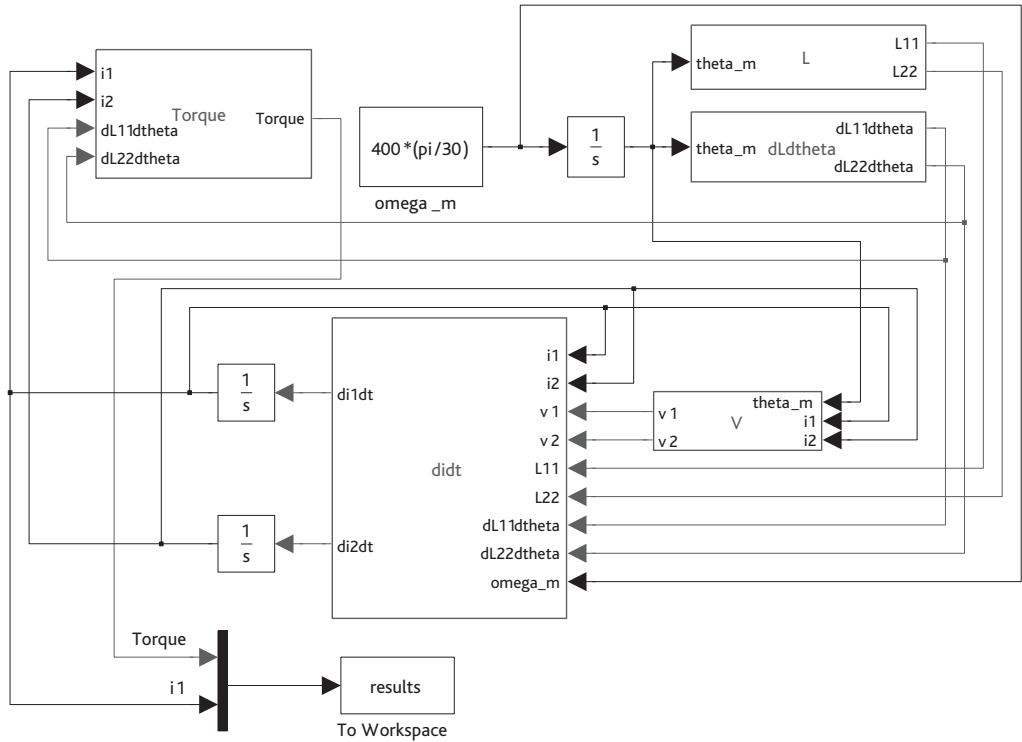


Figura 8.13 Diagrama de blocos Simulink para o Exemplo 8.4.

- Bloco “V”: Esse bloco calcula as resistências aplicadas a cada fase em função do ângulo θ_m e das correntes de fase. Ele desliga a tensão aplicada de -250 V quando as correntes de fase chegam a zero ou ficam negativas pela primeira vez (porque, como a simulação é resolvida numericamente, é improvável que ambas serão idênticamente zero em qualquer ponto quando estão decaindo).
- Bloco “didt”: Esse bloco calcula as derivadas das correntes de fase a partir da Eq. 8.15

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{1}{L_{jj}} \left(v_j - \left[R_j + \frac{dL_{jj}(\theta_m)}{dt} \omega_m \right] i_j \right)$$

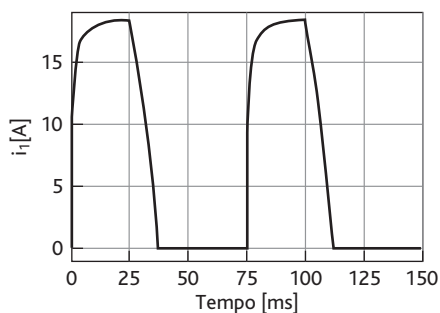
onde

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt}$$

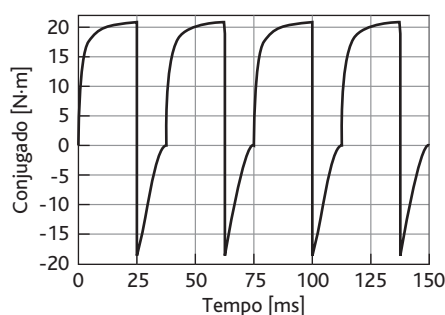
Observe que, com uma velocidade constante de 400 rpm,

$$\omega_m = \frac{400 \pi}{30}$$

Devido à implementação numérica, é possível que um valor ligeiramente negativo de corrente de fase apareça na entrada desse bloco e, portanto, haja um trecho de código



(a)



(b)

Figura 8.14 (a) Corrente da fase 1 e (b) o perfil de conjugado de uma rotação para a parte (a) do Exemplo 8.4.

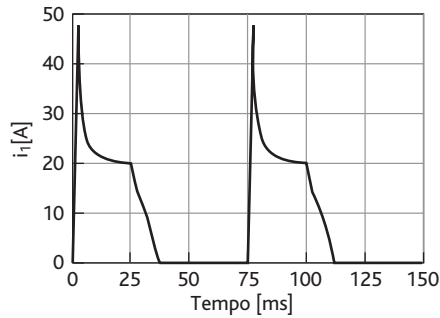
adicional nesse bloco para reinicializar as correntes com zero no caso de aparecer um valor negativo de corrente na entrada.

- Bloco “Torque” (Conjugado): Esse bloco calcula o conjugado eletromecânico da Eq. 8.9.

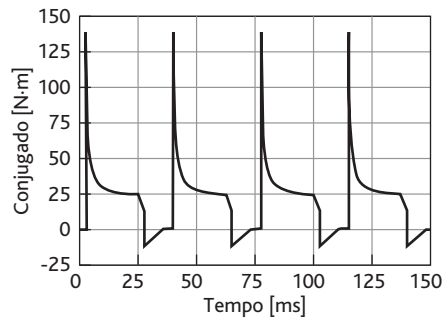
A Figura 8.14(a) mostra um gráfico da corrente da fase 1 durante uma rotação do rotor. O valor máximo da corrente é 18,4 A, que pode ser comparado com o valor de 18,8 A calculado no Exemplo 8.3. O conjugado total produzido pelas fases 1 e 2 está plotado na Figura 8.14(b). Ele tem um valor médio de 10,1 N·m.

- b. Adiantando o ângulo de chaveamento em 5 graus, vemos que a corrente em cada enrolamento de fase sobe muito rápido porque o termo $dL_{jj}/d\theta_m$ da Eq. 8.15 está inicialmente em zero e o crescimento da corrente é limitado apenas pela indutância de dispersão e a resistência. Isso pode ser visto com facilidade na forma de onda da corrente da fase 1 na Figura 8.15a, onde a corrente de pico é igual a 47,6 A, diferente de 18,4 A da parte (a). Como resultado, há corrente de fase significativa quando, 5 graus após a aplicação da tensão, $dL/d\theta_m$ torna-se positiva e o motor começa imediatamente a desenvolver conjugado, como podemos ver na forma de onda de conjugado plotada na Figura 8.15(b).

Embora o desligamento “mais cedo” da corrente de fase, isto é, quando $dL/d\theta_m$ é positiva, reduza o conjugado positivo, o resultado é um conjugado negativo menor quando $dL/d\theta_m$ torna-se negativa. O resultado líquido é um conjugado médio maior. Nesse caso, o conjugado médio é 19,2 N·m que pode ser comparado com o valor de 10,1 N·m encontrado na parte (a) sem adiantamento dos ângulos de chaveamento.



(a)



(b)

Figura 8.15 (a) Corrente da fase 1 e (b) o perfil de conjugado para uma rotação com o ângulo de chaveamento adiantado em 5 graus para a parte (b) do Exemplo 8.4.

8.4 Análise não linear

Como a maioria das máquinas elétricas, as MRVs empregam materiais magnéticos tanto para direcionar e dar forma aos campos magnéticos da máquina como para aumentar a densidade de fluxo magnético que pode ser obtida com uma determinada amplitude de corrente. Na prática, para obter o máximo benefício do material magnético, as MRVs funcionam com uma densidade de fluxo magnético suficientemente elevada para que o material magnético esteja em saturação sob condições normais de operação.

Como nas máquinas síncronas, CC e de indução discutidas nos Capítulos 5 a 7, a densidade do fluxo real de operação é determinada obtendo um meio-termo entre grandezas como custo, rendimento e razão entre conjugado e massa. Entretanto, como a MRV e sua eletrônica de acionamento estão muito interrelacionadas, o projeto de MRVs envolve geralmente a obtenção de meios-termos adicionais que, por sua vez, afetam a escolha da densidade de fluxo de operação.

A Figura 8.2 mostra curvas típicas de indutância *versus* ângulo para as MRVs da Figura 8.1. Essas curvas são características de todas as MRVs. Deve-se levar em consideração que o uso do conceito de indutância é estritamente válido apenas sob a condição de que o circuito magnético da máquina seja linear de modo que a densidade de fluxo (e, logo, o fluxo concatenado do enrolamento) seja proporcional à

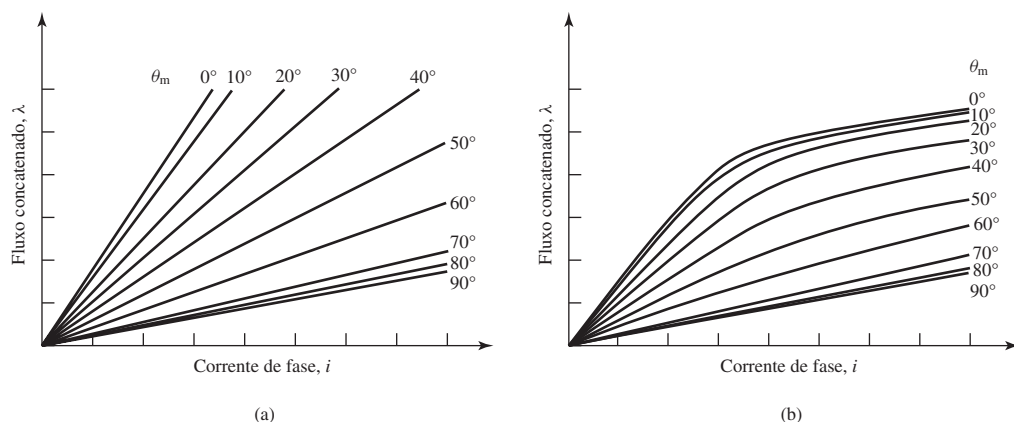


Figura 8.16 Gráficos de λ versus i para uma MRV com comportamento magnético (a) linear e (b) não linear.

corrente de enrolamento. Essa análise linear baseia-se na suposição de que o material magnético do motor tenha permeabilidade magnética constante. Essa suposição foi usada em todas as análises anteriores deste capítulo.

Uma representação alternativa da curva característica de fluxo concatenado versus corrente de uma MRV está mostrada na Figura 8.16. Essa representação consiste em uma série de gráficos de fluxo concatenado versus corrente para diversos ângulos do rotor. Nessa figura, as curvas correspondem a uma máquina com um rotor de dois polos como o da Figura 8.1 e, portanto, uma plotagem de curvas de 0° a 90° é suficiente para caracterizar completamente a máquina.

A Figura 8.16a mostra o conjunto de curvas características λ - i que seriam medidas em uma máquina com comportamento magnético linear, isto é, permeabilidade magnética constante e sem saturação magnética. Para cada ângulo do rotor, a curva é uma linha reta cuja declividade corresponde à indutância $L(\theta_m)$ naquela posição angular. De fato, uma plotagem de $L(\theta_m)$ versus θ_m , como a da Figura 8.2, é uma representação equivalente daquela da Figura 8.16a.

Na prática, as MRVs operam com o seu material magnético em saturação. Suas curvas λ - i assumem a forma da Figura 8.16b. Observe que, para níveis baixos de corrente, as curvas são lineares, correspondendo à suposição de comportamento magnético linear da Figura 8.16a. Entretanto, para níveis mais elevados de corrente, a saturação começa a ocorrer e as curvas dobram-se de modo acentuado. O resultado é um fluxo concatenado significativamente menor, para um dado valor de corrente. Por fim, observe que os efeitos de saturação são máximos em $\theta_m = 0^\circ$ (caso em que os polos do rotor e do estator estão alinhados) e mínimos para ângulos maiores à medida que o rotor aproxima-se da posição de não alinhamento.

A saturação tem dois efeitos importantes, até certo ponto contraditórios, sobre o desempenho da MRV. De um lado, a saturação limita as densidades de fluxo para um dado nível de corrente e assim tende a limitar a quantidade disponível de conjugado fornecido pela MRV. Por outro lado, pode-se mostrar que a saturação tende a baixar a potência nominal (VA) que o inversor deve fornecer para uma determinada potência

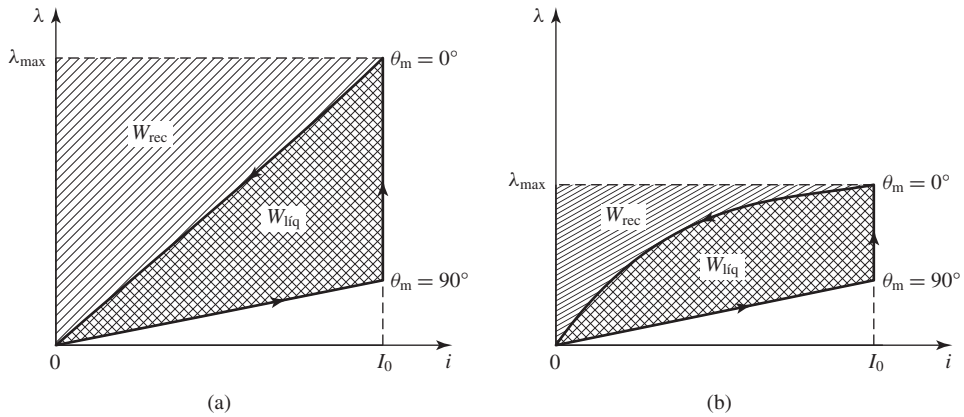


Figura 8.17 (a) Trajetória de fluxo concatenado *versus* corrente para as máquinas (b) linear e (c) não linear da Figura 8.16.

de saída da MRV tornando assim o inversor menor e mais barato. Um sistema de MRV bem projetado será baseado em um meio-termo entre esses dois efeitos.⁵

Esses efeitos de saturação podem ser investigados considerando que as duas máquinas das Figuras 8.16a e b estejam operando com a mesma velocidade de rotação e sob as mesmas condições de operação. Por uma questão de simplicidade, assumimos uma condição até certo ponto idealizada em que a corrente da fase 1 é ligada instantaneamente com um valor I_0 em $\theta_m = -90^\circ$ (a posição não alinhada da fase 1) e desligada instantaneamente em $\theta_m = 0^\circ$ (a posição alinhada). Essa operação é similar à discutida no Exemplo 8.1 em que desprezamos os efeitos complicadores dos transitórios de aumento e diminuição da corrente, ilustrados nos Exemplos 8.3 e 8.4.

Devido à simetria do rotor, os fluxos concatenados para ângulos negativos do rotor são idênticos àqueles para ângulos positivos. Assim, as trajetórias de fluxo concatenado e corrente para um ciclo de corrente podem ser determinadas a partir das Figuras 8.16a e b e estão mostradas para as duas máquinas nas Figura 8.17a e b.

À medida que cada trajetória é percorrida, a potência de entrada do enrolamento é dada pelo produto de tensão vezes corrente

$$p_{\text{entrada}} = iv = i \frac{d\lambda}{dt} \tag{8.16}$$

A entrada líquida de energia elétrica na máquina (a energia que é convertida em trabalho mecânico) em um ciclo pode ser determinada pela integração da Eq. 8.16 ao longo da trajetória

$$\text{Trabalho líquido} = \int p_{\text{entrada}} dt = \oint i d\lambda \tag{8.17}$$

⁵ Para uma discussão sobre os efeitos da saturação em sistemas de acionamento MRV, veja T.J.E.Miller, "Converter Volt-Ampere Requirements of the Switched Reluctance Motor," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, IA-21:1136-1144 (1085).

Isso pode ser visto graficamente como a área compreendida pela trajetória, indicada por W_{liq} nas Figuras 8.17a e b. Observe que a máquina em saturação converte menos trabalho útil por ciclo do que a máquina não saturada. Como resultado, para obter uma máquina com a mesma potência de saída, a máquina saturada deverá ser maior do que a respectiva máquina não saturada (hipotética). Essa análise demonstra os efeitos da saturação em reduzir o conjugado e a potência de saída.

O pico da entrada de energia do enrolamento vinda do inversor também pode ser calculada. É igual à integral da potência de entrada desde o ponto inicial da trajetória até o ponto (I_0, λ_{max}) :

$$\text{Energia de pico} = \int_0^{\lambda_{max}} i \, d\lambda \quad (8.18)$$

Essa é a área total sob a curva λ - i , mostrada nas Figuras 8.17a e b como a soma das áreas indicadas por W_{rec} e W_{liq} .

Como já vimos que a energia representada pela área W_{liq} corresponde à energia útil de saída, é claro que a energia representada pela área W_{rec} corresponde à entrada de energia que é necessária para fazer a MRV funcionar (isto é, usada na criação dos campos magnéticos da MRV). Essa energia não produz trabalho útil. Mais exatamente, ela corresponde à potência reativa que é reciclada para dentro e para fora do inversor durante o desenrolar de um ciclo.

A potência nominal (VA) do inversor é determinada pela potência média por fase que é manipulada pelo inversor quando o motor está funcionando. Ela é igual ao pico da entrada de energia da MRV dividida pelo tempo T entre os ciclos. De modo semelhante, a potência média de saída por fase da MRV é dada pela entrada líquida de energia dividida por T . Assim, a razão entre a potência nominal (VA) do inversor e a potência de saída é

$$\frac{\text{Potência nominal (VA) do inversor}}{\text{Área líquida de saída}} = \frac{\text{área}(W_{rec} + W_{liq})}{\text{área}(W_{liq})} \quad (8.19)$$

Em geral, a potência nominal (VA) determina o custo e o tamanho. Assim, para uma dada potência de saída de uma MRV, uma razão menor entre potência nominal (VA) do inversor e potência de saída significa que o inversor será menor e menos dispendioso. A comparação das Figuras 8.17a e b mostra que essa razão é menor em uma máquina que sofre saturação. O efeito da saturação é diminuir a quantidade de energia que deve ser reciclada em cada ciclo e, portanto, a potência nominal (VA) do inversor necessária para alimentar a MRV.

Exemplo 8.5

Considere uma MRV 4/2 bifásica simétrica cuja característica λ - i pode ser representada pela seguinte expressão λ - i (para a fase 1) em função de θ_m no intervalo $0 \leq \theta_m \leq 90^\circ$

$$\lambda_1 = \left(0,005 + 0,09 \left(\frac{90^\circ - \theta_m}{90^\circ} \right) \left(\frac{8,0}{8,0 + i_1} \right) \right) i_1$$

A fase 2 desse motor é idêntica à fase 1 não havendo indutância mútua significativa entre as fases. Assuma que a resistência do enrolamento é desprezível.

- a. Usando MATLAB, plote uma família de curvas λ_1-i_1 para esse motor quando θ_m varia de 0 a 90° em incrementos de 10° e quando i_1 é variada de 0 a 30 A.
- b. Novamente usando MATLAB, use a Eq. 8.19 e a Figura 8.17 para calcular a razão entre a potência nominal (VA) do inversor e a saída de potência líquida da MRV para o seguinte ciclo de operação ideal:
 - i. A corrente cresce instantaneamente até 25 A quando $\theta_m = -90^\circ$.
 - ii. Então, a corrente é mantida constante enquanto o motor gira até $\theta_m = 0^\circ$.
 - iii. Em $\theta_m = 0^\circ$, a corrente é reduzida a zero.
- c. Assumindo que a MRV está funcionando como um motor segundo o ciclo descrito na parte (b) e girando a uma velocidade constante de 2500 rpm, calcule a potência eletromagnética líquida fornecida ao motor.

Solução

- a. As curvas λ_1-i_1 estão mostradas na Figura 8.18a.
- b. A Figura 8.18b mostra as áreas W_{liq} e W_{rec} . Observe que, como salientado no texto, as curvas $\lambda-i$ são simétricas em torno de $\theta_m = 0^\circ$ e assim, para valores negativos de θ_m , as curvas são idênticas às curvas para os respectivos valores positivos. A área W_{liq} é delimitada pelas curvas λ_1-i_1 correspondentes a $\theta_m = 0^\circ$ e $\theta_m = 90^\circ$ e a linha $i_1 = 25$ A. A área W_{rec} é delimitada pela linha $\lambda_1 = \lambda_{max}$ e a curva λ_1-i_1 correspondente a $\theta_m = 0^\circ$, em que $\lambda_{max} = \lambda_1(25 \text{ A}, 0^\circ)$.

Usando MATLAB para integrar as áreas, a razão desejada pode ser calculada a partir da Eq. 8.19 como

$$\frac{\text{Potência nominal (VA) do inversor}}{\text{Área líquida de saída}} = \frac{\text{área}(W_{rec} + W_{liq})}{\text{área}(W_{liq})} = 1,55$$

- c. Uma energia igual à área (W_{liq}) é fornecida por cada fase ao rotor duas vezes a cada rotação do rotor. Se a área (W_{liq}) for medida em joules, a potência fornecida em watts por fase será, portanto, igual a

$$P_{\text{fase}} = 2 \left(\frac{\text{área}(W_{liq})}{T} \right) \text{ W}$$

em que T é o tempo para uma rotação (em segundos).

Do MATLAB, a área (W_{liq}) = 9,91 joules e, para 2500 rpm, $T = 60/2500 = 0,024$ s,

$$P_{\text{fase}} = 2 \left(\frac{9,91}{0,024} \right) = 825 \text{ W}$$

e, portanto,

$$P_{\text{mec}} = 2P_{\text{fase}} = 1650 \text{ W}$$

Aqui está o *script* MATLAB:

```

clc
clear

%(a) Primeiro plote as características lambda-i

for m = 1:10
theta(m) = 10*(m-1);
for n=1:101

```

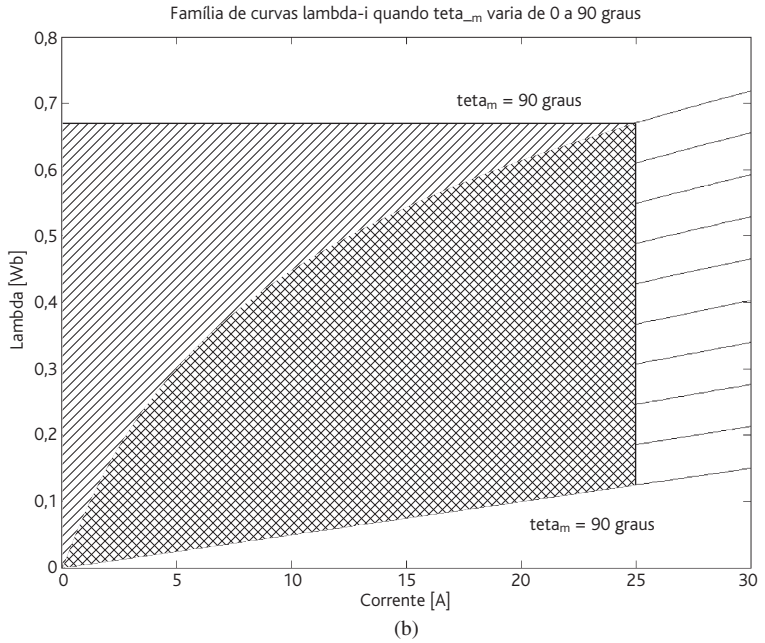
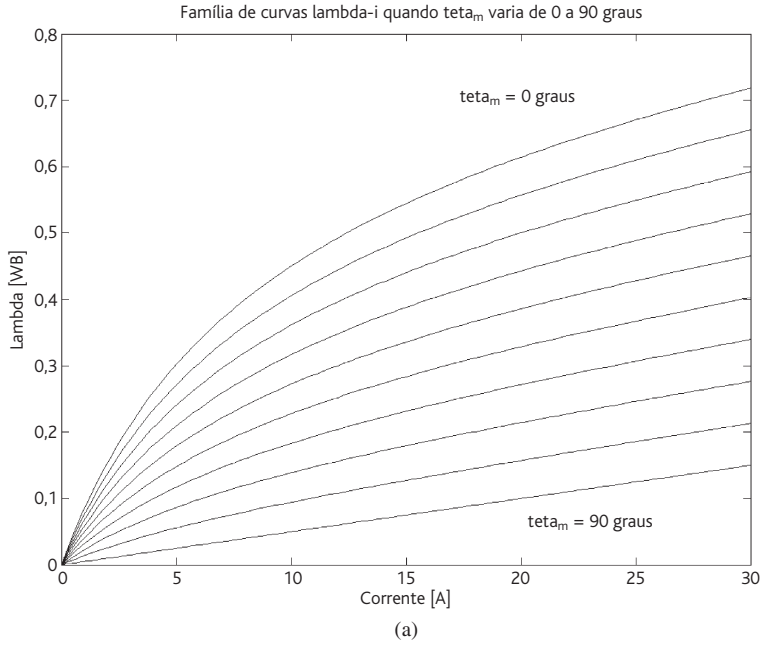


Figura 8.18 (a) Curvas λ_1-i_1 para o Exemplo 8.5. (b) Áreas usadas no cálculo da parte (b).

```

i(n) = 30*(n-1)/100;
Lambda(n) = i(n)*(0.005 + 0.09*((90-theta(m))/90)*(8/(i(n)+8)));
    end

    plot(i,Lambda)
    if m==1
hold
    end
end

hold
xlabel('Corrente [A]')
ylabel('Lambda [Wb]')
title('Família de curvas lambda-i quando teta_m varia de 0 a 90 graus')
text(17,.7,' teta_m = 0 graus')
text(20,.06,' teta_m = 90 graus')

%(b) Agora integre para obter as áreas.

% Lambda de pico em 0 graus, 25 ampères
lambdamax = 25*(0.005+0.09*(8/(25+8)));

AreaWnet = 0;
AreaWrec = 0;

% 100 passos de integração
deli = 25/100;

for n=1:101
    i(n) = 25*(n-1)/100;
    AreaWnet = AreaWnet + deli*i(n)*(0.09)*(8/(i(n)+8));
    AreaWrec = AreaWrec + deli*(lambdamax - i(n)*(0.005+0.09*(8/(i(n)+8))));
end

Ratio = (AreaWrec + AreaWnet)/AreaWnet; % Razão

fprintf('\nParte (b) Razão = %g',Ratio)

%(c) Calcule a potência

rpm = 2500;
rps = 2500/60;
T = 1/rps;
Pphase = 2*AreaWnet/T;
Ptot = 2*Pphase;

fprintf('\n\nParte (c) ÁreaWlíq = %g [joules]',AreaWnet)
fprintf('\n          Pfase = %g [W] e Ptot = %g[W]\n',Pphase,Ptot)

```

Problema prático 8.4

Considere uma MRV bifásica idêntica àquela do Exemplo 8.5, exceto que ela tem uma indutância de dispersão adicional de 5 mH em cada fase.

- a. Calcule a razão entre a potência nominal (VA) do inversor e a potência de saída líquida da MRV para o seguinte ciclo ideal de operação:
 - i. A corrente eleva-se instantaneamente até 25 A quando $\theta_m = -90^\circ$.
 - ii. Em seguida, a corrente é mantida constante enquanto o rotor gira até $\theta_m = 10^\circ$.
 - iii. Em $\theta_m = 10^\circ$, a corrente é reduzida a zero.
- b. Supondo que a MRV esteja operando como motor, usando o ciclo descrito na parte (a), e girando com uma velocidade constante de 2500 rpm, calcule a potência eletromecânica líquida fornecida ao rotor.

Solução

a.

$$\frac{\text{Potência nominal (VA) do inversor}}{\text{Potência líquida de saída}} = 1,75$$

b. $P_{\text{mec}} = 1467 \text{ W}$

Os efeitos de saturação representam claramente um papel significativo no desempenho da maioria das MRVs e devem ser considerados. Além disso, o ciclo ideal de operação ilustrado no Exemplo 8.5 não pode ser alcançado na prática pois é provável que surja algum movimento do rotor dentro da escala de tempo em que ocorrem as variações de corrente. Como resultado, na prática muitas vezes é necessário usar pacotes de análise numérica, tais como programas de elementos finitos, como parte do processo de projeto de sistemas de MRVs. Muitos desses programas incorporam a capacidade de modelar os efeitos não lineares da saturação magnética assim como os efeitos mecânicos (por exemplo, movimento do rotor) e os efeitos elétricos dinâmicos (por exemplo, a elevação da corrente).

Como vimos, normalmente o projeto de um sistema de acionamento de MRV requer a obtenção de um meio-termo. De um lado, para uma dada potência de saída, a saturação tende a aumentar o tamanho da MRV. Por outro lado, ao se comparar dois sistemas MRV de mesma potência de saída, o sistema com nível mais alto de saturação em geral necessitará de um inversor com uma potência nominal (VA) mais baixa. Assim, o projeto final será determinado por um equilíbrio entre tamanho, custo e rendimento da MRV e do inversor.

8.5 Motores de passo

Como vimos, quando as fases de uma MRV são energizadas de modo sequencial indo passo a passo, a MRV irá girar de um ângulo específico a cada passo. Motores projetados especificamente para tirar vantagem dessa característica são referidos como *motores de passo*. Em geral, os motores de passo são projetados para produzir um

grande número de passos por rotação, por exemplo, 50, 100 ou 200 passos (correspondendo a um deslocamento angular de $7,2^\circ$, $3,6^\circ$ e $1,8^\circ$ por passo).

Uma característica importante do motor de passo é sua compatibilidade com os sistemas eletrônicos digitais. Esses sistemas são comuns em uma ampla variedade de aplicações e continuam tornando-se mais potentes e menos dispendiosos. Por exemplo, o motor de passo é usado com frequência em sistemas de controle digital em que o motor recebe comandos a laço aberto na forma de um trem de pulsos para girar um eixo ou mover um objeto por uma distância específica. Aplicações típicas incluem motores para alimentação de papel e posicionamento da cabeça de impressão em impressoras e *plotters*, motores para acionamento e posicionamento da cabeça em unidades de disco e CD *players*, e motores para posicionamento da mesa de trabalho e da ferramenta em equipamentos de usinagem controlados numericamente. Em muitas aplicações, a informação de posição pode ser obtida apenas deixando registrado o número de pulsos enviados ao motor, caso em que não são necessários sensores de posição nem controle realimentado.

A resolução angular de uma MRV é determinada pelo número de dentes do rotor e do estator e pode ser muito aumentada por técnicas como a de *estrutura em castelo*, como foi discutido na Seção 8.2. Os motores de passo são oferecidos com uma ampla variedade de modelos e configurações. Além das configurações de relutância variável, há também as de ímã permanente e as híbridas. O uso de ímãs permanentes combinados com uma geometria de relutância variável pode aumentar significativamente o conjugado e a exatidão de posicionamento de um motor de passo.

As configurações de MRV discutidas nas Seções 8.1 a 8.3 consistem em um rotor e um estator com múltiplas fases. Um motor de passo com essa configuração é chamado de *motor de passo de relutância variável de empilhamento simples*⁶. Uma forma alternativa de motor de passo de relutância variável é conhecida como *motor de passo de relutância variável de empilhamento múltiplo*⁷. Nessa configuração, o motor pode ser considerado como constituído por um conjunto de MRVs monofásicas axialmente deslocadas e montadas sobre um único eixo.

A Figura 8.19 mostra um motor de passo de relutância variável de empilhamento múltiplo. Esse tipo de motor consiste em uma série de empilhamentos, cada um deslocado axialmente, de geometria idêntica e cada um excitado por um enrolamento monofásico, como está mostrado na Figura 8.20. O motor da Figura 8.19 tem três empilhamentos e três fases, embora motores com fases e empilhamentos adicionais sejam comuns. Em um motor com n_s empilhamentos (*stacks*), o rotor ou o estator (mas não ambos) em cada empilhamento está deslocado de $1/n_s$ vezes o ângulo de passo polar. Na Figura 8.19, os polos do rotor estão alinhados, mas os estatores estão deslocados angularmente de um terço do passo polar. Excitando sucessivamente as fases individuais, o rotor pode ser girado em incrementos iguais ao ângulo de deslocamento.

Um diagrama esquemático de um motor de passo bifásico de ímã permanente e um rotor de dois polos está mostrado na Figura 8.21. Observe que essa máquina

⁶ N. de T.: Em inglês, *single-stack, variable-reluctance stepping motor*.

⁷ N. de T.: Em inglês, *multistack, variable-reluctance stepping motor*.

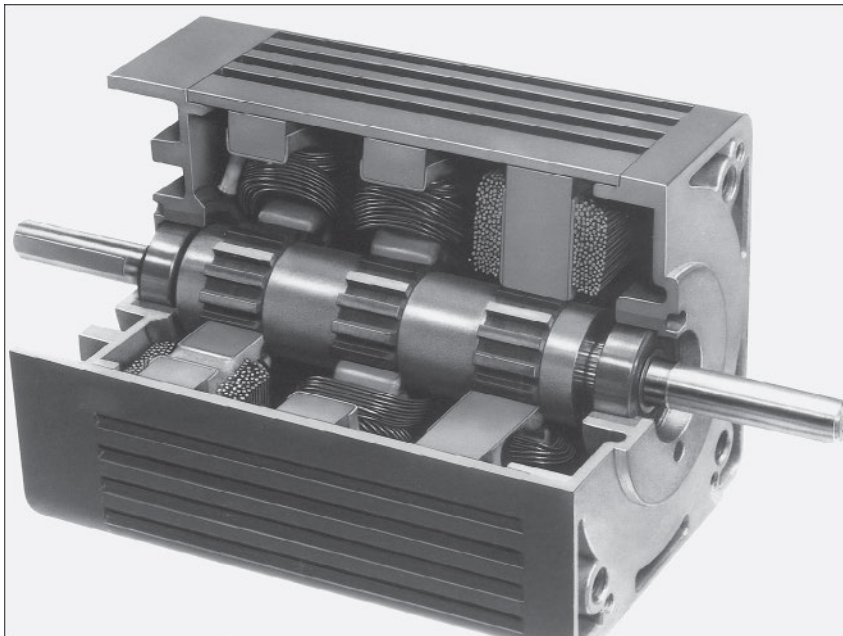


Figura 8.19 Vista em corte longitudinal de um motor de passo trifásico de relutância variável e empilhamento triplo. (Foto cortesia da empresa Warner Electric, uma companhia Altra Industrial Motion.)

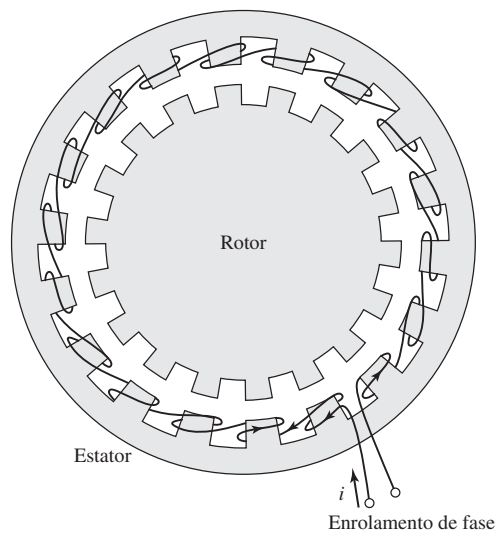


Figura 8.20 Diagrama de um empilhamento e uma fase de um motor de passo de relutância variável multifásico, como o da Figura 8.19. Para um motor de n_s empilhamentos, o rotor ou o estator (mas não ambos) de cada empilhamento está deslocado de $1/n_s$ vezes o passo do motor.

é de fato uma máquina síncrona bifásica, semelhante, por exemplo, à máquina trifásica CA de ímã permanente da Figura 5.34. A distinção entre esse motor de passo e um motor síncrono não vem da construção do motor mas de como o motor é operado. Normalmente, o motor síncrono é planejado para acionar uma carga a uma velocidade específica e o motor de passo é planejado para controlar a posição de uma carga.

O rotor do motor de passo da Figura 8.21 assume os ângulos $\theta_m = 0, 45^\circ, 90^\circ \dots$ quando os enrolamentos são excitados na sequência:

1. Corrente positiva na fase 1 apenas.
2. Correntes positivas de mesmo valor nas fases 1 e 2.
3. Corrente positiva na fase 2 apenas.
4. Corrente negativa na fase 1 e corrente positiva na fase 2, ambas de mesmo valor.
5. Corrente negativa na fase 1 apenas.
6. E assim por diante.

Observe que, se o rotor de ímã permanente fosse substituído por um rotor ferromagnético, o rotor se deslocaria de modo similar.

O motor de passo da Figura 8.21 também poderá ser usado para passos de 90° se as bobinas forem excitadas uma a uma. Neste último caso, apenas um rotor de ímã permanente pode ser usado. Isso pode ser visto a partir das curvas de conjugado *versus* ângulo para os dois tipos de rotores mostrados na Figura 8.22. Ao passo que o rotor de ímã permanente produz conjugado de pico quando a excitação está deslocada de 90° , o rotor ferromagnético produz conjugado nulo e pode se mover em qualquer sentido.

A posição do rotor no motor de passo de ímã permanente da Figura 8.21 é definida sem ambiguidade pelas correntes de enrolamento e depende do sentido das correntes de fase. A inversão das correntes de fase inverterá o sentido do ro-

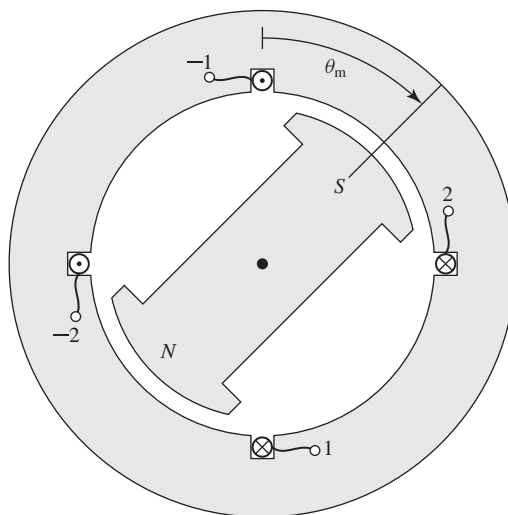


Figura 8.21 Diagrama esquemático de um motor de passo bifásico de ímã permanente.

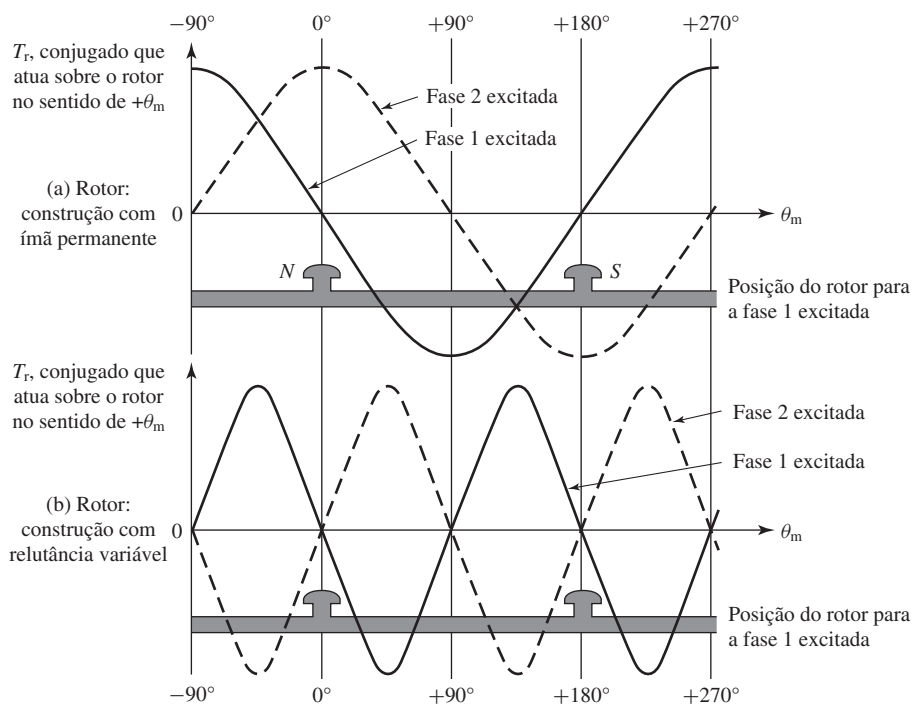


Figura 8.22 Curvas de conjugado versus ângulo para o motor de passo da Figura 8.21: (a) rotor de ímã permanente e (b) rotor de relutância variável.

tor. Isso contrasta com a configuração de MRV com rotor ferromagnético. Nesta, há duas posições de rotor igualmente estáveis para uma combinação qualquer de correntes de fase e, por consequência, a posição do rotor não pode ser determinada de forma não ambígua. Os motores de passo de ímã permanente são também diferentes dos MRVs de relutância variável porque o conjugado que tende a alinhar o rotor com os polos do estator será gerado mesmo quando não há excitação aplicada aos enrolamentos de fase. Assim, o rotor apresentará posições preferidas de repouso quando não estiver excitado, um fato que pode ser aproveitado em algumas aplicações.

Exemplo 8.6

Usando as técnicas do Capítulo 3 e desprezando os efeitos de saturação, o conjugado de um motor de passo bifásico de ímã permanente com a forma da Figura 8.21 pode ser expresso como

$$T_{\text{mec}} = T_0 (i_1 \cos \theta_m + i_2 \sin \theta_m)$$

em que T_0 é uma constante positiva que depende da geometria do motor e das propriedades do ímã permanente.

Calcule as posições de repouso (conjugado nulo) que resultarão se o motor for comandado por um sistema de acionamento tal que as correntes de fase possam ser ajustadas com valores iguais a $-I_0$, 0 e I_0 . Usando esse acionamento, qual é o tamanho do passo do motor?

Solução

Em geral, as posições de conjugado nulo do motor podem ser encontradas tornando a expressão do conjugado igual a zero e obtendo a posição resultante do rotor. Assim, fazendo

$$T_{mec} = T_0 (i_1 \text{ sen } \theta_m - i_2 \text{ cos } \theta_m) = 0$$

obtem-se

$$i_1 \text{ sen } \theta_m - i_2 \text{ cos } \theta_m = 0$$

ou

$$\theta_m = \text{arctg} \left(\frac{i_2}{i_1} \right)$$

Observe que nem todas essas posições de conjugado nulo correspondem a posições de equilíbrio estável. Por exemplo, operando com $i_1 = I_0$ e $i_2 = 0$, obtêm-se duas posições de conjugado nulo: $\theta_m = 0^\circ$ e $\theta_m = 180^\circ$. No entanto, apenas a posição $\theta_m = 0^\circ$ será estável. Isso está em analogia direta com o caso de um pêndulo suspenso que apresenta conjugado nulo quando está suspenso para baixo ($\theta_m = 0^\circ$) e também quando está em posição invertida ($\theta_m = 180^\circ$). É claro que a mínima perturbação da posição de pêndulo invertido fará com que ele gire para baixo e que termine entrando em repouso na posição suspensa estável.

As posições de repouso estável do rotor são determinadas pela condição de que um conjugado de restauração seja produzido quando o rotor se afasta daquela posição. Assim, um conjugado negativo deverá resultar se o rotor mover-se no sentido $+\theta_m$ e um conjugado positivo deve resultar quando o movimento ocorrer no sentido $-\theta_m$. Matematicamente, isso pode ser expresso como uma condição adicional em relação ao conjugado, quando ele está na posição de repouso

$$\left. \frac{\partial T_{mec}}{\partial \theta_m} \right|_{i_1, i_2} < 0$$

em que a derivada parcial é calculada na posição de conjugado nulo e mantendo constantes as correntes de fase. Assim, nesse caso, a posição de repouso deve satisfazer à condição adicional de que

$$\left. \frac{\partial T_{mec}}{\partial \theta_m} \right|_{i_1, i_2} = -T_0 (i_1 \text{ cos } \theta_m + i_2 \text{ sen } \theta_m) < 0$$

Nessa equação, por exemplo, vemos que com $i_1 = I_0$ e $i_2 = 0$, em $\theta_m = 0^\circ$, $\partial T_{mec} / \partial \theta_m < 0$ e, portanto, $\theta_m = 0^\circ$ é uma posição de repouso estável. De modo similar, em $\theta_m = 180^\circ$, $\partial T_{mec} / \partial \theta_m > 0$ e, portanto, $\theta_m = 180^\circ$ não é uma posição de repouso estável.

Usando essas relações, a Tabela 8.1 lista as posições de repouso estável do rotor para diversas combinações de correntes de fase.

A partir dessa tabela, vemos que esse acionamento produz um tamanho de passo de 45° .

Tabela 8.1 Posições de repouso do rotor do Exemplo 8.6

i_1	i_2	θ_m
0	0	–
0	$-I_0$	270°
0	I_0	90°
$-I_0$	0	180°
$-I_0$	$-I_0$	225°
$-I_0$	I_0	135°
I_0	0	0°
I_0	$-I_0$	315°
I_0	I_0	45°

Problema prático 8.5

Para obter um tamanho de passo de $22,5^\circ$, o acionamento do motor do Exemplo 8.6 é modificado de modo que cada fase possa ser acionada por correntes de intensidade $0, \pm kI_0$ e $\pm I_0$. Encontre o valor necessário para a constante k .

Solução

$$k = \arctg(22,5^\circ) = 0,4142$$

No Exemplo 8.6, vemos que as posições de equilíbrio estável de um motor de passo sem carga satisfaz as condições de conjugado nulo, isto é,

$$T_{\text{mec}} = 0 \quad (8.20)$$

e que há um conjugado positivo de restauração, isto é,

$$\left. \frac{\partial T_{\text{mec}}}{\partial \theta_m} \right|_{i_1, i_2} < 0 \quad (8.21)$$

Na prática, naturalmente, haverá um conjugado de carga finito tendendo a afastar o motor de passo dessas posições idealizadas. Para sistemas de controle de laço aberto (sistemas de controle em que não há nenhum mecanismo com a realimentação da posição), um grau elevado de controle da posição pode ser alcançado projetando o motor de passo para produzir um conjugado elevado de restauração (isto é, um valor elevado de $\partial T_{\text{mec}}/\partial \theta_m$). Nesse motor de passo, os conjugados de carga causarão apenas um pequeno afastamento do rotor das posições idealizadas que satisfazem as Eqs. 8.20 e 8.21.

O Exemplo 8.6 também mostra como combinações de correntes de fase cuidadosamente controladas podem melhorar a resolução de um motor de passo. Esse modo, referido como *técnica de micropasso**, pode ser usado para obter passos com

* N. de T.: *Microstepping*, em inglês.

resoluções aumentadas em uma ampla variedade de motores de passo. Como será mostrado no exemplo seguinte, a técnica de micropasso pode ser usada para produzir resoluções de posição extremamente elevadas. Entretanto, a resolução aumentada é obtida à custa de um aumento da complexidade da eletrônica de acionamento e dos algoritmos de controle do motor de passo, que devem controlar precisamente a distribuição simultânea das correntes para as múltiplas fases.

Exemplo 8.7

Considere novamente o motor de passo bifásico de ímã permanente do Exemplo 8.6. Calcule a posição do rotor que resultará se as correntes de fase forem controladas de modo que sejam funções senoidais de um ângulo de referência θ_{ref} na forma

$$i_1 = I_0 \cos \theta_{ref}$$

$$i_2 = I_0 \sin \theta_{ref}$$

Solução

A substituição das expressões de corrente na expressão do conjugado do Exemplo 8.6 dá

$$T_{mec} = T_0 (i_1 \cos \theta_m + i_2 \sin \theta_m) = T_0 I_0 (\cos \theta_{ref} \cos \theta_m + \sin \theta_{ref} \sin \theta_m)$$

Usando a identidade trigonométrica $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$, obtém-se

$$T_{mec} = T_0 I_0 \cos(\theta_{ref} - \theta_m)$$

Dessa expressão e usando a análise do Exemplo 8.6, vemos que a posição de equilíbrio do rotor é igual ao ângulo de referência, isto é, $\theta_m = \theta_{ref}$. Em uma implementação prática, é provável que um controlador digital seja usado para incrementar θ_{ref} em passos finitos, resultando passos finitos na posição do motor de passo.

O *motor de passo híbrido* combina as características dos motores de passo de relutância variável e de ímã permanente. Uma foto de um motor de passo híbrido está mostrada na Figura 8.23, e uma vista esquemática de um motor de passo híbrido está mostrada na Figura 8.24. A configuração do rotor de um motor de passo híbrido assemelha-se muito à do rotor de um motor de passo de relutância variável com múltiplos empilhamentos. No rotor da Figura 8.24a, dois empilhamentos idênticos estão separa-

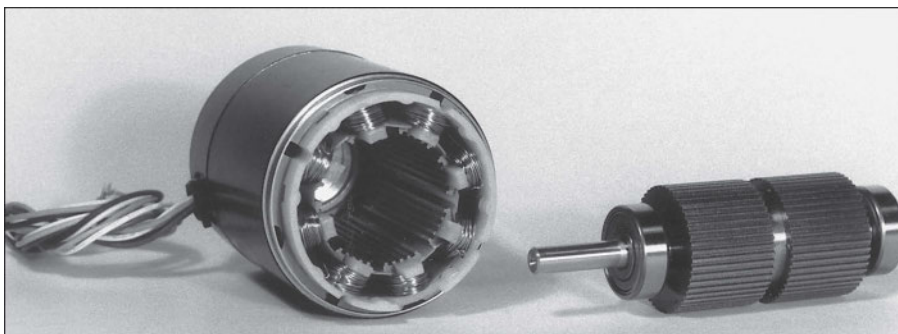


Figura 8.23 Motor de passo híbrido desmontado com passo de 1/8 polegada.

dos axialmente ao longo do rotor e deslocados de um ângulo igual à metade do ângulo de passo polar. A estrutura dos polos do estator é contínua ao longo do comprimento do rotor. Diferentemente do motor de passo de relutância variável com empilhamento múltiplo, no motor de passo híbrido os empilhamentos do rotor estão separados por um ímã permanente orientado axialmente. Na Figura 8.24a, como resultado pode-se considerar que uma extremidade do rotor tenha um polo magnético norte e que a outra extremidade tenha um polo magnético sul. A Figura 8.24b mostra uma vista esquemática de uma extremidade de um motor de passo híbrido. O estator tem quatro polos com o enrolamento da fase 1 nos polos verticais e o da fase 2 nos polos horizontais. O rotor está mostrado com o lado do polo norte na extremidade mais próxima do motor e o lado do polo sul (mostrado hachurado) na extremidade mais distante.

A Figura 8.24b mostra a fase 1 excitada de modo que o polo superior do estator seja um polo sul e o polo inferior seja um polo norte. Essa excitação do estator interage com o fluxo do ímã permanente do rotor de modo a alinhar o rotor com um dos seus polos da extremidade norte verticalmente para cima e com um dos polos da extremidade sul verticalmente para baixo, como está mostrado na figura. Observe que, se a excitação do estator for removida, ainda haverá um conjugado de ímã permanente tendendo a manter o rotor na posição mostrada.

Para girar o rotor, a excitação é retirada da fase 1 e a fase 2 é excitada. Se a fase 2 for excitada de modo tal que o polo do estator do lado direito seja um polo sul e o do lado esquerdo seja um polo norte, o rotor realizará uma rotação de 30° em sentido anti-horário. De modo semelhante, se a excitação oposta for aplicada ao enrolamento da fase 2, uma rotação de 30° em sentido horário ocorrerá. Assim, com a aplicação alternada de excitações com polaridades apropriadas nas fase 1 e 2, é possível fazer o rotor executar uma rotação em ambos os sentidos com passos de um dado incremento angular.

Na prática, para se obter uma resolução angular bem melhor, os motores de passo híbridos são geralmente construídos com mais polos no rotor do que os mostrados

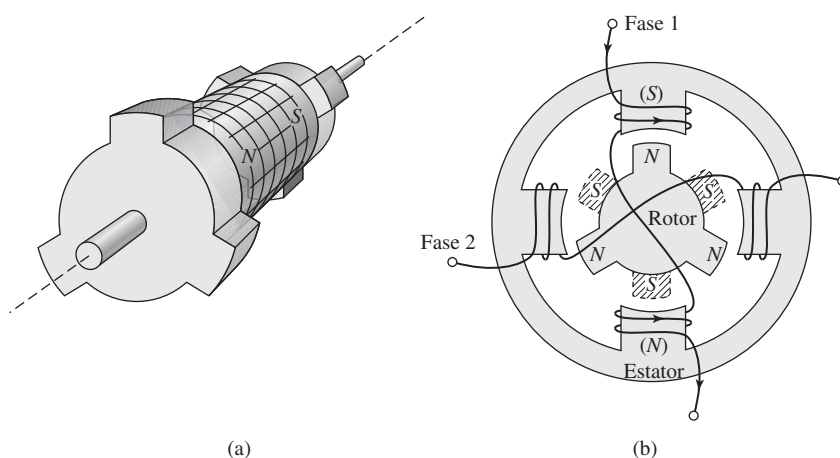


Figura 8.24 Vista esquemática de um motor de passo híbrido. (a) Rotor de empilhamento duplo mostrando o ímã permanente orientado axialmente e as peças polares deslocadas de metade do passo polar. (b) Vista da extremidade do polo norte do rotor mostrando o polo sul na extremidade mais distante (mostrado hachurado). A fase 1 do estator é energizada alinhando o rotor como está mostrado.

no motor esquemático da Figura 8.24. De modo correspondente, os polos do estator são frequentemente construídos em forma de castelo (veja a Figura 8.8) de modo a aumentar ainda mais a resolução angular. Além disso, eles podem ser construídos com mais de dois empilhamentos por rotor.

O modelo híbrido de motor de passo oferece vantagens em relação ao modelo de ímã permanente discutido anteriormente. Com uma estrutura magnética simples, pequenos valores de passo são obtidos com facilidade, ao passo que um motor com ímãs permanentes exigiria um ímã permanente multipolar. Em comparação com o motor de passo de relutância variável, o modelo híbrido pode exigir uma excitação menor para se obter um dado conjugado porque parte da excitação é fornecida pelo ímã permanente. Além disso, o motor de passo híbrido tenderá a manter sua posição quando a excitação do estator for removida, tal como acontece com o motor de passo de ímã permanente.

A escolha efetiva de um modelo de motor de passo para uma aplicação em especial é determinada com base nas características de operação, na disponibilidade, no tamanho e no custo desejados. Além das três classes de motor de passo discutidas neste capítulo, uma série de outros modelos diferentes e em geral muito engenhosos foi desenvolvida. Mesmo apresentando uma ampla variedade de configurações e de técnicas construtivas, os princípios de operação continuam os mesmos.

8.6 Resumo

As máquinas de relutância variável são talvez as mais simples das máquinas elétricas. Consistem em um estator com enrolamentos de excitação e um rotor magnético com saliências. O conjugado é produzido pela tendência do rotor de polos salientes a se alinhar com polos magnéticos excitados no estator.

As MRVs são máquinas síncronas no sentido de que produzem conjugado líquido apenas quando o movimento do rotor é de alguma forma síncrono com a FMM aplicada do estator. Essa relação síncrona pode ser complexa, com a velocidade do rotor sendo uma fração específica da frequência elétrica aplicada e determinada não somente pelo número de polos do estator e do rotor, mas também pelo número de dentes desses polos. De fato, em alguns casos, o rotor gira em sentido oposto ao sentido de rotação da FMM de estator aplicada.

A operação bem-sucedida de uma MRV depende de se excitar os enrolamentos de fase do estator seguindo um modo específico, correlacionado com a posição instantânea do rotor. Assim, a posição do rotor deve ser medida e um controlador deve ser empregado para se determinar as formas de onda de excitação apropriadas e para controlar a saída do inversor. Normalmente, o uso de *chopping* é necessário para se obter essas formas de onda. O resultado líquido é que, embora a MRV seja em si um dispositivo simples, é necessária uma eletrônica de certa complexidade para se construir um sistema completo de acionamento.

O significado das MRVs em aplicações de engenharia origina-se em seu baixo custo, confiabilidade e controlabilidade. Como o seu conjugado depende apenas do quadrado das correntes de estator aplicadas e não dos seus sentidos, essas máquinas podem ser operadas com sistemas de acionamento unidirecionais, reduzindo o custo da eletrônica de potência. Entretanto, só recentemente, com o aparecimento de circuitos eletrônicos de potência e sistemas de controle microprocessados de baixo custo e

flexíveis, é que as MRVs começaram a ter aplicação de ampla escala em sistemas que vão desde tração até sistemas de controle preciso de posição com conjugado elevado em aplicações de robótica.

A experiência prática com MRVs mostrou que elas têm potencial para uma confiabilidade elevada. Isso, em parte, deve-se à simplicidade de sua construção e ao fato de que não há enrolamentos em seus rotores. Além disso, os acionadores de MRVs podem continuar funcionando (com uma potência um pouco reduzida) mesmo após a ocorrência de falhas em uma ou mais fases, tanto na máquina como no inversor. Geralmente, as MRVs têm um número maior de fases no estator (quatro ou mais) e, desse modo, uma potência de saída significativa ainda pode ser obtida mesmo se algumas dessas fases ficarem fora de serviço. Como não há excitação no rotor, se algum enrolamento de fase ficar em aberto, não haverá geração de tensão ou, se um enrolamento de fase entrar em curto-circuito, não haverá geração de corrente. Desse modo, a máquina pode continuar funcionando sem risco de maiores danos ou perdas adicionais e aquecimento.

Como as MRVs podem ser construídas facilmente com um grande número de dentes no rotor e no estator (resultando em grandes variações de indutância com pequenas mudanças no ângulo do rotor), elas podem ser construídas para produzir um conjugado muito elevado por unidade de volume. Entretanto, como há um meio-termo entre conjugado e velocidade, essas máquinas terão uma baixa velocidade de rotação (coerente com o fato de que só uma determinada quantidade de potência pode ser produzida com um determinado tamanho de máquina). No extremo oposto, a configuração simples de um rotor de MRV e o fato de que ele não contém enrolamentos sugerem que é possível construir rotores de MRV extremamente robustos. Esses rotores podem suportar altas velocidades. Motores capazes de funcionar com velocidades acima de 200.000 rpm já foram construídos.

Finalmente, vimos que a saturação desempenha um papel importante no desempenho de uma MRV. Assim como os progressos recentes da eletrônica de potência e dos circuitos microeletrônicos permitiram que os sistemas de acionamento MRV entrassem no campo prático, o mesmo aconteceu com as técnicas analíticas baseadas em computador relativas à análise dos campos magnéticos. Na prática, o uso dessas técnicas possibilitou a realização de projetos otimizados de sistemas de acionamento MRV que são competitivos com tecnologias alternativas em muitas aplicações.

Os motores de passo estão intimamente relacionados com as MRVs na medida em que a excitação de cada fase sucessiva do estator resulta em uma rotação angular específica do rotor. Os motores de passo estão disponíveis em uma ampla variedade de modelos e configurações. Entre essas, temos as configurações de relutância variável, ímã permanente e híbrida. A posição do rotor de um motor de passo de relutância variável não é determinada de forma única pelas correntes de fase, pois as indutâncias de fase não são funções unívocas do ângulo do rotor. Entretanto, o acréscimo de um ímã permanente altera essa situação e a posição do rotor de um motor de passo de ímã permanente será uma função unívoca das correntes de fase.

Os motores de passo são os parceiros eletromecânicos da eletrônica digital. Pela aplicação apropriada de correntes de fase aos enrolamentos do estator, pode-se fazer com que esses motores executem rotações em passos bem definidos atingindo uma fração de grau por pulso. Desse modo, são componentes essenciais dos siste-

mas eletromecânicos controlados digitalmente nos quais é necessário um alto grau de precisão. São encontrados em uma grande variedade de aplicações, incluindo máquinas-ferramentas controladas numericamente, impressoras, *plotters* e unidades de disco.

8.7 Variáveis do Capítulo 8

α, β	Ângulo espacial [rad]
λ	Fluxo concatenado [Wb]
μ_0	Permeabilidade do vácuo = $4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]
θ_m	Posição do rotor [rad]
ω_m	Velocidade angular mecânica [rad/s]
D	Diâmetro [m]
g	Comprimento de entreferro [m] (<i>gap</i>)
i	Corrente [A]
L	Indutância [H]
N	Número de espiras
p	Potência [W]
R	Raio [m], resistência [Ω]
t	Tempo [s]
T	Conjugado [N·m], tempo [s]
v	Tensão [V]
W_{liq}	Energia líquida correspondente à potência de saída [J]
W_{rec}	Energia reciclada correspondente à potência reativa de saída [J]
W'_{cmp}	Coenergia [J]

Índices:

max	Máximo(a)
mec	Mecânico(a)
ref	Referência

8.8 Problemas

- 8.1** Repita o Exemplo 8.1 para uma máquina idêntica à analisada naquele exemplo, exceto que o ângulo das faces dos polos do estator é $\beta = 50^\circ$ e o comprimento de entreferro é 2×10^{-2} cm.
- 8.2** No parágrafo que antecede a Eq. 8.1, o texto afirma que “supondo que a relutância do ferro seja desprezível, as indutâncias mútuas entre as fases da MRV duplamente saliente da Figura 8.1b serão zero, com exceção de uma pequena componente, essencialmente constante, associada ao fluxo de dispersão.” Desprezando qualquer efeito devido ao fluxo de dispersão, use técnicas de circuitos magnéticos para mostrar que essa afirmação é verdadeira.
- 8.3** Use técnicas de circuito magnético para mostrar que a indutância mútua entre fases na MRV 6/4 da Figura 8.5 é zero, supondo uma permeabilidade infinita para o ferro do estator e do rotor. Despreze qualquer contribuição referente ao fluxo de dispersão.

8.4 Uma MRV 6/4 da forma mostrada na Figura 8.5 tem as seguintes propriedades:

Ângulo dos polos do estator $\beta = 30^\circ$

Ângulo dos polos do rotor $\alpha = 30^\circ$

Comprimento do entreferro $g = 0,45$ mm

Raio externo do rotor $R = 6,3$ cm

Comprimento ativo $D = 8$ cm

Essa máquina é ligada como um motor trifásico com polos opostos conectados em série para formar cada um dos enrolamentos de fase. Há 45 espiras por polo (90 espiras por fase). O ferro do rotor e do estator pode ser considerado de permeabilidade infinita e, portanto, os efeitos de indutância mútua poderão ser desprezados.

- Definindo o zero do ângulo do rotor θ_m como a posição em que a indutância da fase 1 é máxima, plote a indutância da fase 1 em função do ângulo do rotor. Inclua também legendas no gráfico.
- Sobre o gráfico da parte (a), plote as indutâncias das fases 2 e 3.
- Encontre a corrente I_0 da fase 1 da qual resulta uma densidade de fluxo magnético sob a face polar da fase 1 de 1,1 T no entreferro quando o rotor está em uma posição de indutância máxima para a fase 1.
- Assumindo que a corrente da fase 1 é mantida constante com o valor encontrado na parte (c) e que não há correntes nas fases 2 e 3, plote o conjugado em função da posição do rotor.

O motor deve ser acionado por um inversor trifásico com uma fonte de corrente que pode ser desligada ou ligada para fornecer corrente zero ou corrente constante de intensidade I_0 para qualquer uma das três fases.

- Com a suposição ideal de que as correntes possam ser ligadas instantaneamente, determine a sequência de correntes de fase (em função da posição do rotor) da qual resultará um conjugado do tipo motor positivo constante, independentemente da posição do rotor.
 - Se a frequência de excitação do estator for tal que será necessário um tempo $T_0 = 40$ ms para percorrer a sequência de todas as três fases nas condições de excitação da parte (e), encontre a velocidade angular do rotor e seu sentido de rotação.
- 8.5** Repita o Problema 8.4 para uma MRV 6/4 com ângulos polares de rotor e estator de 35° . Use as mesmas suposições do Problema 8.4.
- 8.6** Na Seção 8.2, quando se discute a Figura 8.5, o texto afirma: “Em uma MRV 6/4, além do fato de que não há posições de alinhamento simultâneo, pode-se ver também que não há posição do rotor na qual seja possível produzir conjugado somente de um mesmo sinal (positivo ou negativo).” Mostre que essa afirmação é verdadeira.
- 8.7** Considere uma MRV 6/8 trifásica. As fases do estator são excitadas sequencialmente exigindo um tempo total de 10 ms. Encontre a velocidade angular do rotor em rpm.

- 8.8** Os enrolamentos de fase da máquina com estrutura em castelo da Figura 8.8 devem ser excitados ligando e desligando individualmente as fases (isto é, apenas uma fase de cada vez pode estar excitada em um instante dado qualquer).
- Descreva a sequência das excitações de fase necessária para mover o rotor para a direita (sentido horário) percorrendo um ângulo de aproximadamente $21,4^\circ$.
 - As fases do estator devem ser excitadas com uma sequência regular de pulsos. Calcule a ordem das fases e o tempo entre os pulsos, necessários para produzir uma velocidade de rotação do rotor em regime permanente de 95 rpm no sentido anti-horário.
- 8.9** Substitua o rotor de 28 dentes do Problema 8.8 por um rotor com 26 dentes.
- A fase 1 é excitada e permite-se que o rotor entre em repouso. Se a excitação da fase 1 for removida e uma excitação for aplicada à fase 2, calcule o sentido e o valor (em graus) resultantes da rotação do rotor.
 - As fases do estator devem ser excitadas com uma sequência regular de pulsos. Calcule a ordem das fases e o tempo entre os pulsos, necessários para produzir uma velocidade de rotação do rotor em regime permanente de 50 rpm no sentido anti-horário.
- 8.10** Repita o Problema 8.8 para uma MRV com estrutura em castelo, como se mostra na Figura 8.8, tendo 5 dentes por polo de estator, 40 polos de rotor e $\beta = 4,5^\circ$.
- 8.11** Repita o Exemplo 8.3 para uma velocidade de rotor de 380 rpm.
- 8.12** Repita o Exemplo 8.3 supondo que a velocidade do rotor seja de 450 rpm e que uma tensão negativa de -250 V seja usada para interromper a corrente de fase.
- 8.13** Use MATLAB/Simulink para reproduzir a simulação do Exemplo 8.4. Use a sua simulação para calcular o conjugado médio quando o ângulo de chaveamento está adiantado de $2,5^\circ$ e $7,5^\circ$.
- 8.14** A MRV 6/4 trifásica do Problema 8.4 tem uma resistência de enrolamento de $0,17 \Omega/\text{fase}$ e uma indutância de dispersão de $4,2$ mH em cada fase. Suponha que o rotor esteja girando com uma velocidade angular constante de 1675 rpm.
- Plote a indutância da fase 1 em função do ângulo de rotor θ_m .
 - Uma tensão de 105 V é aplicada à fase 1 quando o rotor atinge a posição $\theta_m = -30^\circ$ e é mantida constante até $\theta_m = 0^\circ$. Calcule e plote a corrente da fase 1 em função do tempo durante esse período.
 - Quando o rotor atinge $\theta = 0^\circ$, a tensão aplicada é invertida de modo que uma tensão de -105 V é aplicada ao enrolamento. Essa tensão é mantida até que a corrente de enrolamento chegue a zero, ponto em que o enrolamento é colocado em circuito aberto. Calcule e plote o decaimento de corrente durante o tempo em que a corrente diminui chegando a zero.
 - Calcule e plote o conjugado durante os períodos de tempo investigados nas partes (b) e (c).
- 8.15** Suponha que a MRV dos Exemplos 8.1 e 8.3 seja modificada substituindo o seu rotor por um rotor em que o ângulo das faces polares seja de 75° como está mostrado na Figura 8.12a. Todos os demais parâmetros e dimensões da MRV permanecem os mesmos.

- Calcule e plote $L(\theta_m)$ para essa máquina.
- Repita o Exemplo 8.3, exceto que a tensão constante de 100 V é aplicada primeiro em $\theta_m = -67,5^\circ$, quando $dL(\theta_m)/d\theta_m$ torna-se positiva. A seguir, a tensão constante de -100 V é aplicada em $\theta_m = -7,5^\circ$ (isto é, quando $dL(\theta_m)/d\theta_m$ torna-se zero), mantendo-se constante até que a corrente de enrolamento chegue a zero.
- Plote o conjugado correspondente.

8.16 Repita o Exemplo 8.5 para uma MRV 4/2 bifásica e simétrica, cuja característica λ - i pode ser representada pela seguinte expressão (para a fase 1) em função de θ_m dentro do intervalo $0 \leq \theta_m \leq 90^\circ$:

$$\lambda_1 = \left(0,01 + 0,18 \left(\frac{90^\circ - \theta_m}{90^\circ} \right) \left(\frac{8,0}{9,0 + i_1} \right)^{1,25} \right) i_1$$

8.17 Considere um motor de passo bifásico com rotor de ímã permanente como o mostrado na Figura 8.21 e cuja curva de conjugado *versus* ângulo é como a mostrada na Figura 8.22a. Essa máquina deve ser excitada com uma sequência digital de quatro bits correspondendo à seguinte excitação de enrolamentos:

bit			bit		
1	2	i_1	3	4	i_2
0	0	0	0	0	0
0	1	$-I_0$	0	1	$-I_0$
1	0	I_0	1	0	I_0
1	1	0	1	1	0

- Faça uma tabela com valores de quatro bits que produzirão as posições angulares do rotor de $0, 45^\circ, \dots, 315^\circ$.
 - Percorrendo a sequência dada pelos valores de bits encontrados na parte (a) pode-se fazer o motor girar. Qual é o intervalo de tempo (em milissegundos) entre as mudanças de valores de bits que resultará em uma velocidade de rotor de 1400 rpm?
- 8.18** Considere um motor de passo bifásico de ímã permanente com uma relação entre conjugado e corrente da forma

$$T_{mec} = T_0(i_1 \cos \theta_m + i_2 \sin \theta_m)$$

como no Exemplo 8.6 com $T_0 = 3$ N·m. O motor é acionado por uma fonte de corrente bifásica cujo controle é baseado na posição do rotor de tal forma que

$$i_1 = I_0 \cos(\theta_m + \phi) \quad i_2 = I_0 \sin(\theta_m + \phi)$$

O motor está acionando uma carga cuja potência varia segundo a velocidade elevada ao expoente 2,5 e que consome 3,5 kW a uma velocidade de 1400 rpm. A inércia combinada do motor e da carga é $0,85$ kg·m².

Supondo que inicialmente o motor está em repouso quando o acionamento é ativado com $I_0 = 8$ A, escreva uma simulação MATLAB/Simulink desse sistema e plote a velocidade do motor em função do tempo para $\gamma = 0$ e $\gamma = \pi/4$.

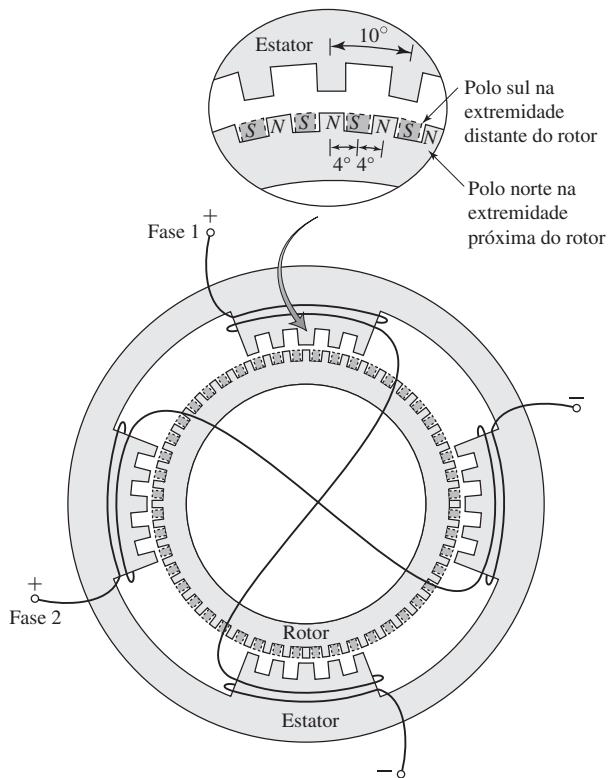


Figura 8.25 Motor de passo híbrido em castelo para o Problema 8.19.

- 8.19** A Figura 8.25 mostra um motor de passo bifásico híbrido com os polos do estator apresentando uma estrutura em castelo. O rotor está mostrado na posição que ocupa quando a corrente está entrando no terminal positivo da fase 1.
- Se a fase 1 for desligada e a fase 2 for excitada, com a corrente entrando no seu terminal positivo, calcule a respectiva rotação angular do rotor. Esta se dará em sentido horário ou anti-horário?
 - Descreva uma sequência de excitação para os enrolamentos de fase que resultará em uma rotação uniforme do rotor em sentido horário.
 - Determine a frequência das correntes de fase necessária para obter uma velocidade de rotor de 10 rpm.
- 8.20** Considere um motor de passo de relutância variável multifásico e de empilhamento múltiplo, como o mostrado esquematicamente na Figura 8.20 com 16 polos em cada um dos empilhamentos do rotor e do estator. O motor tem três empilhamentos com um enrolamento de fase por empilhamento. O motor é construído de modo que os polos do estator de cada empilhamento estejam alinhados.
- Calcule o afastamento angular entre os empilhamentos do rotor.
 - Determine a frequência das correntes de fase necessária para obter uma velocidade de rotor de 750 rpm.

Motores mono e bifásicos

Este capítulo discute os motores monofásicos. Ao mesmo tempo que focaliza os motores de indução, também discute os motores de indução, os síncronos de relutância, os de histerese e os de polos sombreados. Observe que outro motor monofásico comum, o motor série universal, foi discutido na Seção 7.10. A maioria dos motores de indução com uma especificação de potência fracionária (fração de quilowatt) são motores monofásicos. Em aplicações residenciais e comerciais, são encontrados em uma ampla variedade de equipamentos incluindo refrigeradores, condicionadores de ar, trocadores de calor, ventiladores, bombas, máquinas de lavar e secadores.

Neste capítulo, descreveremos esses motores qualitativamente em termos da teoria do campo girante e começaremos com uma análise rigorosa de um motor monofásico que opera com um único enrolamento. Entretanto, na realidade, a maioria dos motores de indução monofásicos são motores bifásicos com enrolamentos assimétricos. Normalmente, os dois enrolamentos são bem diferentes, com números diferentes para as espiras e/ou a distribuição de enrolamentos. Assim, este capítulo discute também os motores bifásicos e inclui o desenvolvimento de uma teoria quantitativa para a análise de motores de indução monofásicos que estejam funcionando com ambos os enrolamentos: principal e auxiliar.

9.1 Motores de indução monofásicos: um exame qualitativo

Estruturalmente, os tipos mais comuns de motores de indução monofásicos são semelhantes aos motores polifásicos de gaiola de esquilo, exceto em relação à disposição dos enrolamentos do estator. Um motor de indução com um rotor gaiola de esquilo e um enrolamento de estator monofásico está representado esquematicamente na Figura 9.1. No lugar de uma bobina concentrada, o enrolamento real do estator está distribuído em ranhuras de modo a produzir uma distribuição espacial de FMM aproximadamente senoidal. Como vimos na Seção 4.5.1, um enrolamento monofásico produz ondas de FMM iguais progressiva (para frente) e retrógrada (para trás)*. Quando está em repouso, é evidente que por simetria esse motor basicamente não apresenta conjugado de partida porque ele está produzindo conjugados iguais em ambos os sentidos. No entanto, mos-

* N. de T.: Na literatura, também encontram-se expressões como ondas de FMM direta e inversa ou positiva e negativa.

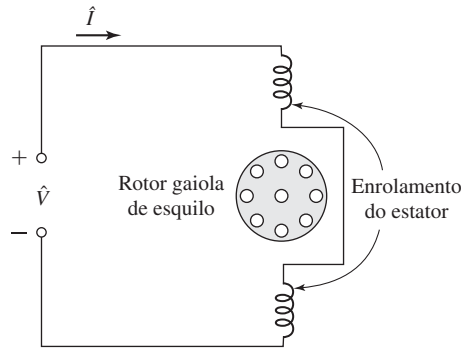


Figura 9.1 Vista esquemática de um motor de indução monofásico.

traremos que se for dada a partida por meios auxiliares, o resultado será um conjugado líquido no sentido de rotação da partida e o motor continuará a funcionar.

Antes de examinarmos os métodos auxiliares de partida, discutiremos as propriedades básicas do motor esquemático da Figura 9.1. Se a corrente do estator for uma função cosseno do tempo, a FMM resultante no entreferro será dada pela Eq. 4.19

$$\mathcal{F}_{g1} = F_{\max} \cos(\theta_{ac}) \cos \omega_e t \tag{9.1}$$

a qual, como foi mostrado na Seção 4.5.1, pode ser escrita como a soma de ondas, progressiva e retrógrada, de amplitudes iguais. A onda progressiva é dada por

$$\mathcal{F}_{g1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ac} - \omega_e t) \tag{9.2}$$

e a onda retrógrada é dada por

$$\mathcal{F}_{g1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ac} + \omega_e t) \tag{9.3}$$

Cada uma dessas ondas componentes da FMM produz uma ação do tipo motor de indução, mas os conjugados correspondentes estão em sentidos opostos. Com o rotor em repouso, as ondas progressiva e retrógrada de fluxo no entreferro, criadas pelas FMMs combinadas das correntes de estator e de rotor, são iguais. Consequentemente, os conjugados componentes são iguais e conjugado de partida não se produz. Se as ondas de fluxo, progressiva e retrógrada, no entreferro permanecessem iguais enquanto o rotor girasse, cada um dos campos componentes produziria uma característica de conjugado *versus* velocidade semelhante à de um motor polifásico, com uma impedância de dispersão de estator desprezível, como está ilustrado pelas linhas tracejadas *f* e *b* da Figura 9.2a*. A característica de conjugado *versus* velocidade resultante, que é a soma algébrica das duas curvas componentes, mostra que, se fosse usado algum meio auxiliar para dar partida no motor, seria produzido um conjugado com o sentido que foi usado na partida, qualquer que fosse ele.

A suposição de que as ondas de fluxo no entreferro permanecem iguais quando o rotor está em movimento é uma simplificação um tanto drástica da situação real.

* N. de T.: A letra *f* é de *forward* (para frente, progressiva) e a *b* é de *backward* (para trás, retrógrada).

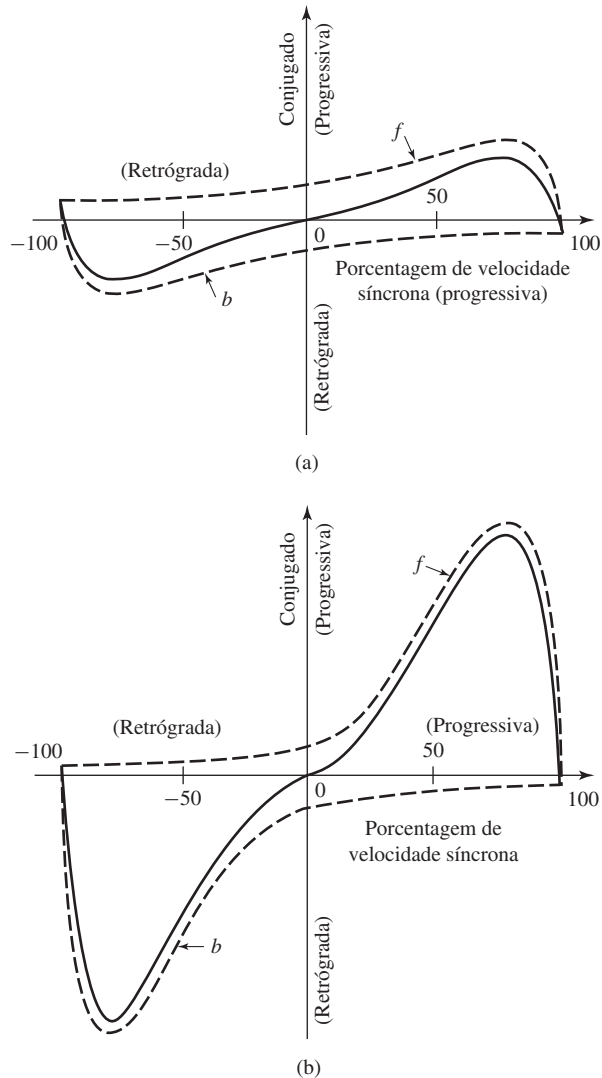


Figura 9.2 Característica de conjugado versus velocidade de um motor de indução monofásico (a) com base em ondas constantes, progressiva e retrógrada, de fluxo, (b) levando em consideração as alterações nas ondas de fluxo.

Primeiro, os efeitos da impedância de dispersão do estator são ignorados. Segundo, os efeitos das correntes induzidas no rotor não são adequadamente levados em consideração. Esses efeitos serão incluídos na teoria quantitativa detalhada da Seção 9.3. A seguinte explicação qualitativa mostra que o desempenho de um motor de indução monofásico é muito melhor que o previsto com base em ondas iguais, progressiva e retrógrada, de fluxo.

Quando o rotor está em movimento, as componentes da corrente de rotor induzidas pelo respectivo campo retrógrado são maiores do que quando em repouso e seu fator de potência é mais baixo. Sua FMM, que se opõe à da corrente do estator, resulta

em uma redução da onda retrógrada de fluxo. De modo inverso, o efeito magnético das componentes de corrente induzidas pelo campo progressivo é menor do que quando em repouso, porque as correntes do rotor são menores e seu fator de potência é mais elevado. Portanto, à medida que a velocidade cresce, a onda progressiva do fluxo cresce, ao passo que a do fluxo retrógrado diminui. A soma dessas ondas de fluxo deve permanecer aproximadamente constante porque é ela que induz a força contraeletromotriz do estator, a qual será aproximadamente constante quando a queda de tensão na impedância de dispersão do estator for pequena.

Portanto, com o rotor em movimento, o conjugado do campo progressivo é maior e o do campo retrógrado é menor do que o da Figura 9.2a. A situação real é aproximadamente a mostrada na Figura 9.2b. Na região normal de funcionamento com um escorregamento de alguns poucos por cento, o campo progressivo é diversas vezes maior do que o campo retrógrado e a onda de fluxo não é muito diferente do campo girante de amplitude constante presente no entreferro de um motor polifásico equilibrado. Na região de funcionamento normal, portanto, a característica de conjugado *versus* velocidade de um motor monofásico não é muito inferior à de um motor polifásico que tem o mesmo rotor e que funcione com a mesma densidade máxima de fluxo no entreferro.

Além dos conjugados mostrados na Figura 9.2, pulsações de conjugado com o dobro da frequência do estator são produzidas pelas interações entre as ondas de fluxo e FMM, que giram em sentidos opostos e cruzam-se com o dobro da velocidade síncrona. Essas interações não produzem conjugado médio, mas tendem a tornar o motor mais ruidoso e menos eficiente do que um motor polifásico. Essas pulsações de conjugado são inevitáveis em um motor monofásico porque as pulsações na potência instantânea de entrada são inerentes a um circuito monofásico. Os efeitos do conjugado pulsante podem ser minimizados usando uma montagem elástica para o motor. O conjugado referido nas curvas de conjugado *versus* velocidade de um motor monofásico é a média, no tempo, do conjugado instantâneo.

9.2 Desempenhos de partida e de funcionamento dos motores monofásicos de indução e síncronos

Os motores de indução monofásicos são classificados de acordo com os seus métodos de partida e em geral são referidos por nomes que descrevem esses métodos. A seleção do motor apropriado baseia-se nas exigências dos conjugados de partida e de trabalho da carga, no ciclo de trabalho da carga e nas limitações das correntes de partida e de trabalho impostas ao motor pela linha de abastecimento de energia elétrica. O custo dos motores monofásicos aumenta com a sua potência e com as características de desempenho, como a razão entre conjugado de partida e corrente. Normalmente, para minimizar o custo, um engenheiro de aplicações escolherá o motor com as menores especificações de potência e desempenho capazes de atender às exigências da aplicação. Quando um grande número de motores deve ser usado para um propósito específico, um motor especial pode ser projetado para garantir o custo mínimo. No negócio de motores de potência fracionária, pequenas diferenças de custo são importantes.

Os métodos de partida e as características resultantes de conjugado *versus* velocidade são examinados qualitativamente nesta seção. Uma teoria quantitativa para a análise desses motores será desenvolvida na Seção 9.4.2.

9.2.1 Motores de fase dividida

Os *motores de fase dividida* apresentam dois enrolamentos no estator, o *enrolamento principal* (também referido como *enrolamento de trabalho*) que será indicado pelo índice “principal” e o *enrolamento auxiliar* (também referido como *enrolamento de partida*) que será indicado pelo índice “aux”. Como em um motor bifásico, os eixos desses enrolamentos estão deslocados entre si de 90 graus elétricos no espaço e são ligados como está mostrado na Figura 9.3a. O enrolamento auxiliar tem uma razão mais elevada entre resistência e reatância do que o enrolamento principal. A consequência disso é que as duas correntes estarão fora de fase, como está indicado no diagrama fasorial da Figura 9.3b que é representativo das condições na partida. Como a corrente do enrolamento auxiliar \hat{I}_{aux} está adiantada em relação à corrente do enrolamento principal $\hat{I}_{\text{principal}}$, o campo do estator atinge primeiro o máximo no eixo do enrolamento auxiliar e então, um pouco depois, atinge o máximo no eixo do enrolamento principal.

As correntes de enrolamento são equivalentes a correntes bifásicas desequilibradas e o motor é equivalente a um motor bifásico desequilibrado. O resultado é um campo girante de estator que causa a partida do motor. Após a partida do motor, o enrolamento auxiliar é desligado, normalmente por meio de uma chave centrífuga que atua em torno de 75% da velocidade síncrona. Uma maneira simples de obter uma razão elevada entre resistência e reatância no enrolamento auxiliar é pelo uso de um fio mais fino no enrolamento auxiliar do que no enrolamento principal. Esse procedimento é permitido porque, embora as perdas nesse enrolamento sejam maiores, o enrolamento atua somente durante a partida. A sua reatância poderá ser reduzida um pouco se ele for colocado no topo das ranhuras. Uma característica típica de conjugado *versus* velocidade para esse motor está mostrada na Figura 9.3c.

Os motores de fase dividida têm conjugados de partida moderados com uma baixa corrente de partida. Aplicações comuns incluem ventiladores, sopradores, bombas centrífugas e equipamentos de escritório. As potências nominais comuns estão entre 50 e 500 watts. Nessa faixa, esses motores são os disponíveis com menor custo.

9.2.2 Motores com capacitor

Capacitores podem ser usados para melhorar o desempenho de partida do motor, o desempenho de funcionamento ou ambos, dependendo do tamanho e da conexão do

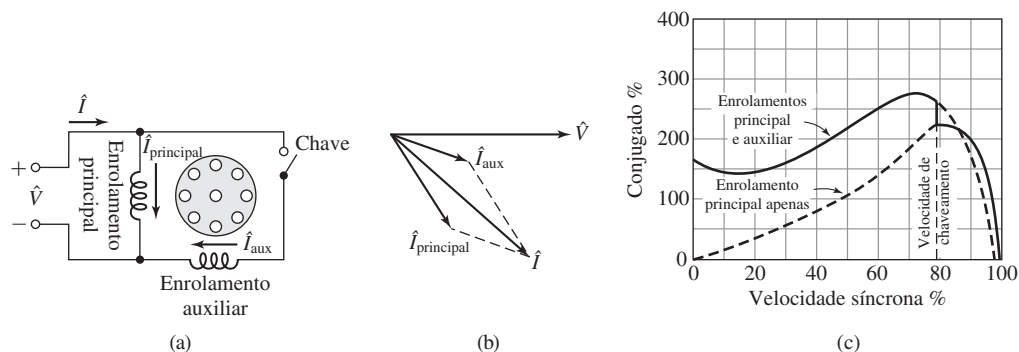


Figura 9.3 Motor de fase dividida: (a) conexões, (b) diagrama fasorial na partida e (c) característica típica de conjugado *versus* velocidade.

capacitor. O motor com partida a capacitor também é um motor de fase dividida, mas o deslocamento de fase no tempo entre as duas correntes é obtido por meio de um capacitor em série com o enrolamento auxiliar, como está mostrado na Figura 9.4a. Novamente, o enrolamento auxiliar é desconectado depois da partida do motor e, portanto, o capacitor e o enrolamento auxiliar podem ser projetados a um custo mínimo para uso intermitente.

Usando um capacitor de partida de valor apropriado, pode-se fazer com que a corrente do enrolamento auxiliar \hat{I}_{aux} , com o rotor parado, fique adiantada em relação à corrente do enrolamento principal $\hat{I}_{principal}$ de 90 graus elétricos, como ocorreria em um motor bifásico equilibrado (veja a Figura 9.4b). Na prática, o melhor meio-termo entre conjugado de partida, corrente de partida e custo ocorre geralmente com um ângulo de fase um pouco inferior a 90°. Uma característica típica do conjugado versus velocidade está mostrada na Figura 9.4c, em que se destaca o elevado conjugado de partida. Esses motores são usados com compressores, bombas, equipamentos de refrigeração e de ar condicionado e outras cargas de partida difícil.

No motor de fase dividida com capacitor permanente,* o capacitor e o enrolamento auxiliar não são desconectados após a partida. A construção pode ser simplificada omitindo-se a chave. Com isso, obtêm-se melhorias no fator de potência, no desempenho e nas pulsações de conjugado. Por exemplo, o capacitor e o enrolamento auxiliar poderiam ser projetados para uma operação bifásica perfeita (isto é, sem a onda retrógrada de fluxo) com uma carga desejada qualquer. Nesse ponto de funcionamento, as perdas causadas pelo campo que gira de forma retrógrada seriam eliminadas, melhorando-se o desempenho resultante. As pulsações de conjugado com o dobro da frequência de estator também seriam eliminadas, porque o capacitor serviria como um reservatório de armazenamento de energia que suavizaria as pulsações na entrada de potência a partir da linha monofásica, resultando uma operação mais silenciosa. O conjugado de partida deve ser sacrificado porque a escolha da capacitância é necessariamente um meio-termo entre os melhores valores de partida e de funcionamento. A característica resultante de conjugado versus velocidade e um diagrama esquemático estão dados na Figura 9.5.

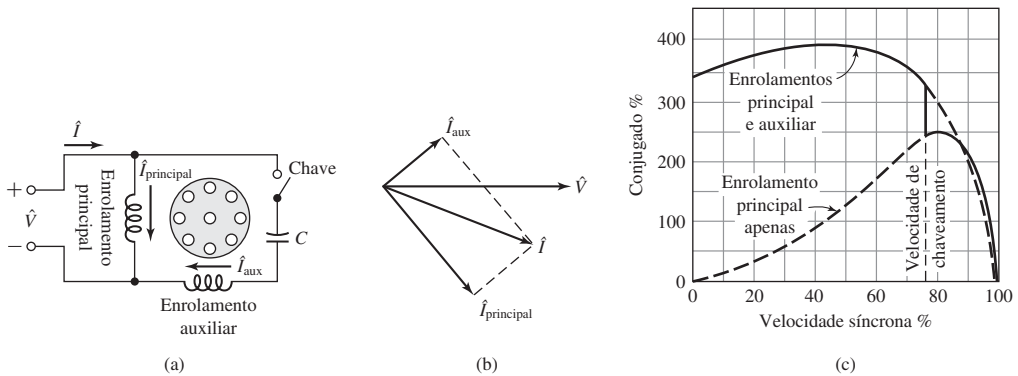


Figura 9.4 Motor com partida a capacitor: (a) conexões, (b) diagrama fasorial na partida e (c) característica típica de conjugado versus velocidade.

* N. de T.: Também denominado capacitor de marcha.

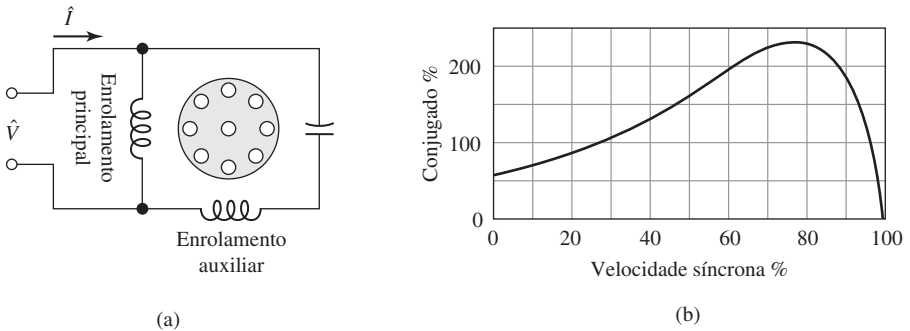


Figura 9.5 Motor de fase dividida com capacitor permanente e característica típica de conjugado versus velocidade.

Se forem usados dois capacitores, um de partida e um de trabalho, podem-se obter teoricamente desempenhos ótimos de partida e de trabalho. Uma maneira de se conseguir esse resultado está mostrado na Figura 9.6a. O pequeno valor de capacitância necessário para as condições ótimas de trabalho é ligado de modo permanente em série com o enrolamento auxiliar e o valor bem mais elevado necessário na partida é obtido com um capacitor ligado em paralelo com o capacitor de trabalho por meio de uma chave que abre quando o motor atinge a velocidade de trabalho. Tal motor é conhecido como *motor com capacitores de partida e de trabalho*.

Em motores com partida a capacitor, a capacitância tem um valor típico de $300 \mu\text{F}$ para um motor de 500 W. Como deve conduzir corrente apenas durante a partida, o capacitor é de um tipo eletrolítico compacto especial para ser usado na partida de motores de corrente alternada. O capacitor permanente para o mesmo motor tem um valor típico de $40 \mu\text{F}$ e, como opera continuamente, o capacitor é um tipo CA de papel e óleo. O custo dos vários tipos de motores está relacionado com o desempenho: o motor de partida a capacitor tem o menor custo, a seguir vem o motor de fase dividida com capacitor permanente e, por fim, o de custo mais elevado que é o motor com capacitores de partida e de trabalho.

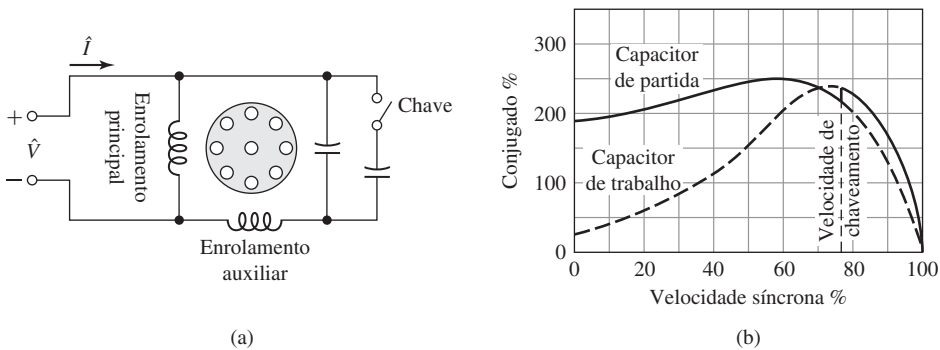


Figura 9.6 Motor com capacitores de partida e de trabalho e a característica típica de conjugado versus velocidade.

Exemplo 9.1

Um motor de 2,5 kW, 120 V e 60 Hz com partida a capacitor tem as seguintes impedâncias nos enrolamentos principal e auxiliar (na partida):

$$\begin{aligned} Z_{\text{principal}} &= 4,5 + j3,7 \, \Omega && \text{enrolamento principal} \\ Z_{\text{aux}} &= 9,5 + j3,5 && \text{enrolamento auxiliar} \end{aligned}$$

Encontre o valor do capacitor de partida que colocará em quadratura as correntes dos enrolamentos principal e auxiliar durante a partida.

Solução

As correntes $\hat{I}_{\text{principal}}$ e \hat{I}_{aux} estão mostradas na Figura 9.4a e b. O ângulo de impedância do enrolamento principal é

$$\phi_{\text{principal}} = \arctg \left(\frac{3,7}{4,5} \right) = 39,6^\circ$$

Para produzir correntes em quadratura no tempo com o enrolamento principal, o ângulo de impedância do circuito do enrolamento auxiliar (incluindo o capacitor de partida) deve ser

$$\phi = 39,6^\circ - 90,0^\circ = -50,4^\circ$$

A impedância combinada do enrolamento auxiliar e do capacitor de partida é igual a

$$Z_{\text{total}} = Z_{\text{aux}} + jX_c = 9,5 + j(3,5 + X_c) \, \Omega$$

em que $X_c = -\frac{1}{\omega C}$ é a reatância do capacitor e $\omega = 2\pi \times 60 \text{ rad/s}$. Assim,

$$\arctg \left(\frac{3,5 + X_c}{9,5} \right) = -50,4^\circ$$

$$\frac{3,5 + X_c}{9,5} = \text{tg}(-50,4^\circ) = -1,21$$

e, portanto,

$$X_c = -1,21 \times 9,5 - 3,5 = -15,0 \, \Omega$$

A capacitância C é, então,

$$C = \frac{-1}{\omega X_c} = \frac{-1}{2\pi \times 60 \times (-15,0)} = 177 \, \mu\text{F}$$

Problema prático 9.1

Considere o motor do Exemplo 9.1. Encontre o ângulo de fase entre as correntes dos enrolamentos principal e auxiliar quando o capacitor de 177 μF é substituído por um capacitor de 200 μF .

Solução

85,2°

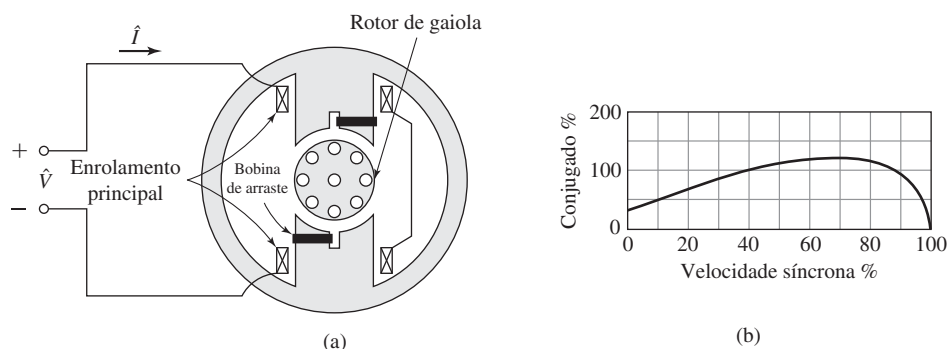


Figura 9.7 Motor de indução de polos sombreados e a característica típica de conjugado *versus* velocidade.

9.2.3 Motores de indução de polos sombreados

Como está ilustrado esquematicamente na Figura 9.7a, o *motor de indução de polos sombreados* tem normalmente polos salientes com uma porção de cada polo envolvida por uma espira de cobre em curto-circuito denominada de *bobina de arraste* ou de *sombreamento*. As correntes induzidas na bobina de arraste fazem com que o fluxo presente na porção sombreada do polo fique atrasado em relação ao fluxo da outra porção. O resultado é similar a um campo girante que se move no sentido que vai da porção não sombreada para a porção sombreada do polo; correntes são induzidas no rotor de gaiola e um baixo conjugado de partida é produzido. A Figura 9.7b mostra uma característica típica de conjugado *versus* velocidade. O rendimento é baixo, mas os motores de polos sombreados são o tipo mais barato de motor de potência fracionária. Encontram-se disponíveis com potências nominais de até cerca de 50 W.

9.2.4 Motores síncronos de relutância com partida própria

Qualquer um dos tipos de motores de indução descritos acima pode se tornar um *motor síncrono de relutância com partida própria*. Qualquer coisa que faça a relutância de entreferro tornar-se uma função da posição angular do rotor, em relação ao eixo da bobina de estator, produzirá um conjugado de relutância quando o motor estiver girando na velocidade síncrona. Por exemplo, suponha que alguns dos dentes de um rotor de gaiola sejam removidos, deixando intactas as barras e os anéis de terminação, como em um motor de indução comum de gaiola. A Figura 9.8a mostra uma chapa de um rotor desse tipo, projetado para ser usado com um estator de quatro polos. O estator pode ser polifásico ou qualquer um dos tipos monofásicos descritos acima.

O motor partirá como um motor de indução e, com cargas leves, aumentará de velocidade até atingir um valor pequeno de escorregamento. O conjugado de relutância surge da tendência do rotor a tentar se alinhar ele próprio na posição de relutância mínima em relação à onda de fluxo no entreferro, a qual gira sincronicamente para frente (progressiva), de acordo com os princípios discutidos no Capítulo 3. Para um pequeno escorregamento, esse conjugado troca lentamente de sentido; o rotor é acelerado durante um semiciclo positivo da variação de conjugado e desacelerado durante o semiciclo negativo seguinte. Se o momento de inércia do rotor e sua carga mecânica forem suficientemente pequenos, o rotor irá se acelerar indo da velocidade de escorregamento até a velocidade síncrona durante um semiciclo de aceleração do conjugado

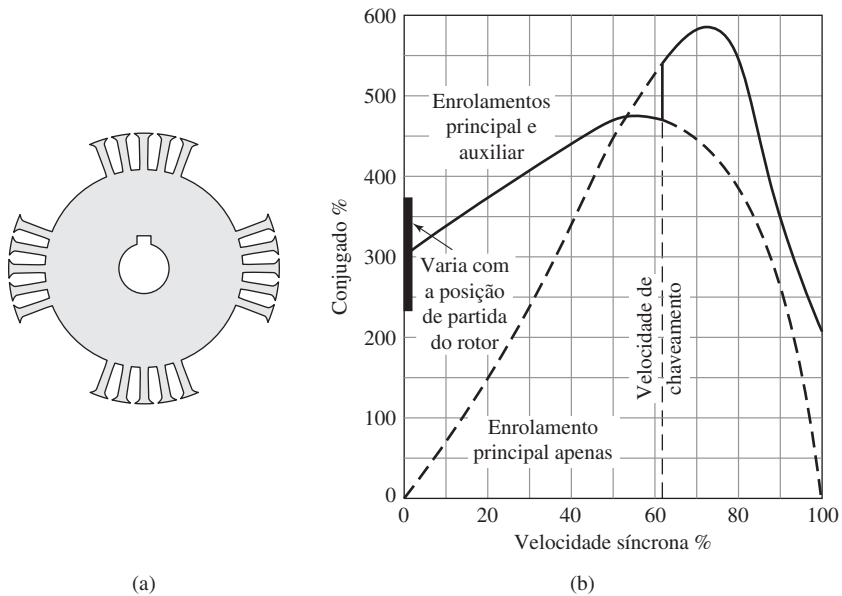


Figura 9.8 Perfuração das chapas do rotor de um motor síncrono de relutância de quatro polos, e a característica típica de conjugado *versus* velocidade.

de relutância. Então, o rotor entrará em sincronismo e continuará funcionando na velocidade síncrona. A presença de qualquer onda retrógrada de fluxo que gire para trás no estator produzirá oscilações de conjugado e perdas adicionais, mas o funcionamento síncrono será mantido desde que o conjugado de carga não seja excessivo.

Uma característica típica de conjugado *versus* velocidade de um motor síncrono de relutância, com partida por fase dividida, está mostrada na Figura 9.8b. Observe os altos valores de conjugado do motor de indução. A razão disso é que, para obter as características satisfatórias de um motor síncrono, constatou-se que era necessário construir os motores síncronos de relutância em estruturas que eram adequadas para motores de indução de duas ou três vezes as suas potências nominais como motores síncronos. Observe também que o efeito principal do rotor de polos salientes sobre a característica do motor de indução ocorre com o rotor parado. Nesse caso, um considerável *cogging** é evidente; isto é, o conjugado depende consideravelmente da posição do rotor.

9.2.5 Motores de histerese

O fenômeno de histerese pode ser usado para produzir conjugado mecânico. Em sua forma mais simples, o rotor de um *motor de histerese* é um cilindro liso de aço magneticamente duro, sem enrolamentos nem dentes. Ele é colocado no interior de um estator ranhurado, tendo enrolamentos distribuídos que foram projetados para produzir, tão aproximadamente quanto possível, uma distribuição de fluxo senoidal espacial,

* N. de T.: *Cogging* é um termo que descreve uma forma peculiar de ocorrer a rotação do eixo de um motor. O leitor talvez já tenha tido a oportunidade de, em um motor de pequeno porte, girar o eixo com os dedos e sentir que a rotação não se dá de forma contínua e suave, mas de forma irregular como se ocorresse em pequenos saltos de forma intermitente. Essa forma peculiar de ocorrer a rotação denomina-se *cogging*.

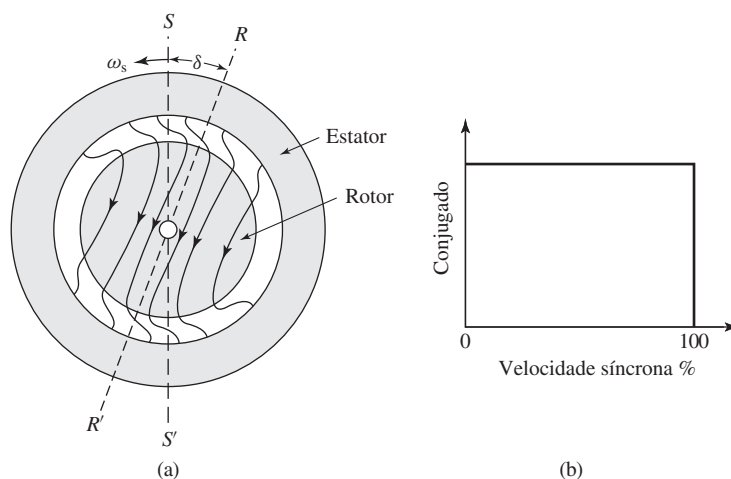


Figura 9.9 (a) Constituição geral do campo magnético no entreferro e no rotor de um motor de histerese; (b) característica ideal de conjugado *versus* velocidade.

já que flutuações na onda de fluxo aumentam muito as perdas. Nos motores monofásicos, os enrolamentos de estator em geral são do tipo de fase dividida com capacitor permanente, como na Figura 9.5. O capacitor é escolhido de modo de que resulte uma configuração bifásica aproximadamente equilibrada nos enrolamentos do motor. O estator produz então um campo no entreferro que consiste principalmente em uma fundamental espacial que está girando na velocidade síncrona.

As condições magnéticas instantâneas no entreferro e no rotor estão mostradas na Figura 9.9a para um estator de dois polos. O eixo SS' da onda de FMM do estator gira na velocidade síncrona. Devido à histerese, a magnetização do rotor está atrasada em relação à onda FMM de indução e, portanto, o eixo RR' da onda de fluxo do rotor está atrasado em relação ao eixo da onda de FMM do estator de um ângulo de histerese em atraso δ (Figura 9.9a). Quando o rotor está parado, o conjugado de partida produzido é proporcional ao produto das componentes fundamentais da FMM do estator e do fluxo do rotor, e ao seno do ângulo de conjugado δ . Então, se o conjugado de carga for inferior ao conjugado desenvolvido pelo motor, o rotor será acelerado.

Enquanto o rotor estiver girando com velocidade inferior à síncrona, cada região do rotor estará sujeita a um ciclo repetitivo de histerese na frequência de escorregamento. Enquanto o rotor é acelerado, o ângulo de atraso δ permanecerá constante se o fluxo for constante, porque o ângulo δ depende apenas do laço de histerese do material do rotor e é independente da taxa com a qual o laço é percorrido. Portanto, o motor desenvolve conjugado constante até a velocidade síncrona, como está mostrado na característica ideal de conjugado *versus* velocidade da Figura 9.9b. Essa particularidade é uma das vantagens do motor de histerese. Em contraste com o motor de relutância, que deve conduzir a sua carga até o sincronismo de acordo a curva característica de conjugado *versus* velocidade de um motor de indução, um motor de histerese pode sincronizar qualquer carga que possa acelerar, não importando o quanto a inércia é grande. Depois de atingir o sincronismo, o motor continua girando na velocidade síncrona e ajusta o ângulo de conjugado de modo a desenvolver o conjugado exigido pela carga.

O motor de histerese é inerentemente silencioso e produz rotação suave de sua carga. Além disso, o rotor tem o mesmo número de polos que o campo do estator. O motor presta-se ao funcionamento síncrono com velocidades múltiplas quando o estator for enrolado com diversos conjuntos de bobinas e utilizar conexões que permitam a troca de polos. O motor de histerese pode acelerar e sincronizar cargas de inércia elevada porque seu conjugado é uniforme desde o repouso até a velocidade síncrona.

9.3 Teoria do campo girante de motores de indução monofásicos

Como foi discutido na Seção 9.1, pode-se mostrar que a onda de FMM do estator de um motor de indução monofásico é equivalente a duas ondas de FMM de amplitude constante que giram com velocidade síncrona em sentidos opostos. Cada uma dessas ondas componentes da FMM do estator induz as suas próprias componentes de corrente no rotor e produz ação do tipo motor de indução, exatamente como em um motor polifásico equilibrado. Esse conceito de campo girante duplo não é útil apenas para uma visualização qualitativa, mas também pode ser usado no desenvolvimento de uma teoria quantitativa aplicável a uma ampla variedade de tipos de motores de indução. Não discutiremos toda a teoria quantitativa aqui.¹ Entretanto, examinaremos o caso mais simples, mas importante, de um motor de indução monofásico que está funcionando apenas com o enrolamento principal.

Considere a situação em que o rotor está parado e apenas o enrolamento principal do estator está excitado. Então, o motor é equivalente a um transformador com seu secundário em curto-circuito. O circuito equivalente está mostrado na Figura 9.10a, em que $R_{1,\text{principal}}$ e $X_{1,\text{principal}}$ são, respectivamente, a resistência e a reatância de dispersão do enrolamento principal, $X_{m,\text{principal}}$ é a reatância de magnetização e $R_{2,\text{principal}}$ e $X_{2,\text{principal}}$ são os valores de repouso da resistência e da reatância de dispersão do rotor parado, referidas ao enrolamento principal do estator usando a relação de espiras adequada. As perdas no núcleo, omitidas aqui, serão levadas em consideração mais tarde como se fossem perdas rotacionais. A tensão aplicada é \hat{V} e a corrente do enrolamento principal é $\hat{I}_{\text{principal}}$. A tensão $\hat{E}_{\text{principal}}$ é a força contraeletromotriz gerada no enrolamento principal pela onda de fluxo pulsante estacionária de entreferro, produzida pela ação combinada das correntes de estator e rotor.

De acordo com o conceito de campo girante duplo da Seção 9.1, a FMM do estator pode ser decomposta em campos que giram de forma progressiva e retrógrada, ambos com metade da amplitude. Com o rotor parado, as amplitudes das ondas resultantes, progressiva e retrógrada, do fluxo no entreferro, são ambas iguais à metade da amplitude do campo pulsante. Na Figura 9.10b, a parte do circuito equivalente que representa os efeitos do fluxo no entreferro está dividida em duas partes iguais, representando os efeitos dos campos progressivo e retrógrado, respectivamente.

Agora, considere a situação depois que o motor atingiu a velocidade de trabalho por meio de algum método auxiliar e está funcionando apenas com o enrolamento principal no sentido do campo progressivo, com um escorregamento s por unidade. As correntes de rotor induzidas pelo campo progressivo têm a frequência de escorrega-

¹ Para um tratamento extensivo dos motores monofásicos, veja, por exemplo, C. B. Veinott, *Fractional- and Subfractional-Horsepower Electric Motors*, McGraw-Hill, New York, 1970.

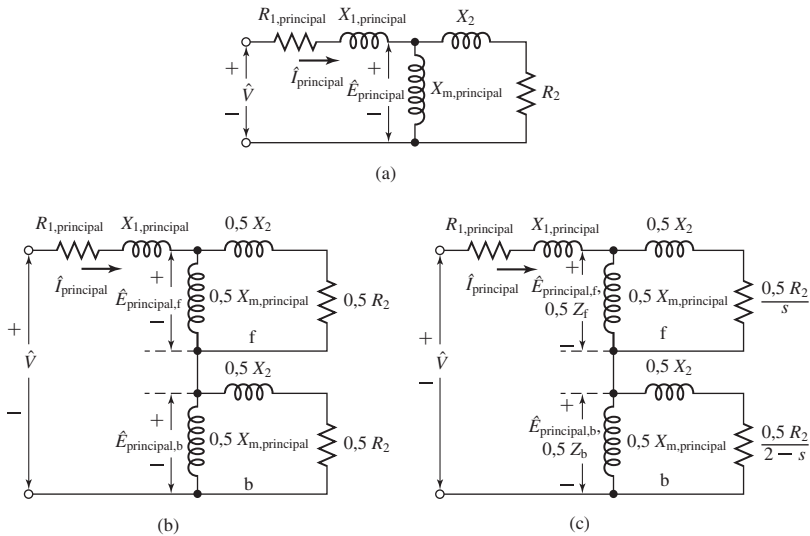


Figura 9.10 Circuitos equivalentes de um motor de indução monofásico: (a) rotor bloqueado; (b) rotor bloqueado mostrando os efeitos dos campos progressivo e retrógrado; (c) condições normais de funcionamento.

mento sf_e , em que f_e é a frequência elétrica aplicada ao estator. Exatamente como em qualquer motor polifásico, com um rotor simétrico polifásico ou gaiola de esquilo, essas correntes de rotor produzem uma onda progressiva de FMM que se desloca para frente na velocidade de escorregamento em relação ao rotor e, portanto, na velocidade síncrona em relação ao estator. A FMM resultante das ondas progressivas do estator e do rotor cria uma onda resultante progressiva de fluxo no entreferro, que gera uma força contra-letromotriz $\hat{E}_{principal,f}$ no enrolamento principal do estator. O efeito refletido do rotor, visto do estator, é semelhante àquele de um motor polifásico e pode ser representado por uma impedância $0,5 R_{2,principal}/s + j0,5X_{2,principal}$ em paralelo com $j0,5X_{m,principal}$ como na porção do circuito equivalente da Figura 9.10c indicada por “f”. Os fatores 0,5 vêm da decomposição da FMM pulsante de estator em componentes progressiva e retrógrada.

Agora, considere a situação em relação ao campo retrógrado. Enquanto o motor continua girando com um escorregamento s em relação ao campo progressivo, seu escorregamento em relação ao campo retrógrado é $2 - s$. O campo retrógrado induz então correntes de rotor cuja frequência é $(2 - s)f_e$. Para pequenos escorregamentos, essas correntes de rotor têm quase o dobro da frequência do estator.

Para escorregamentos de pequeno valor, as correntes do rotor consistirão em uma componente de alta frequência, causada pelo campo retrógrado, superposta a uma componente de baixa frequência, causada pelo campo progressivo. Vista do estator, a onda de FMM do rotor, devido à corrente de rotor induzida pelo campo retrógrado, desloca-se na velocidade síncrona, mas no sentido retrógrado. O circuito equivalente que representa essas reações internas do ponto de vista do estator é como o de um motor polifásico cujo escorregamento é $2 - s$, como está mostrado na porção do circuito equivalente (Figura 9.10c) indicada por “b”. Como no caso do campo progressivo, os fatores de 0,5 originam-se da decomposição da FMM pulsante do estator em componentes progressiva e retrógrada. A tensão $\hat{E}_{principal,b}$ na combinação

em paralelo que representa o campo retrógrado é a força contraeletromotriz gerada no enrolamento principal do estator pelo campo retrógrado resultante.

Usando o circuito equivalente da Figura 9.10c, a corrente de estator, a potência de entrada e o fator de potência podem ser calculados para qualquer valor escolhido de escorregamento quando a tensão aplicada e as impedâncias do motor são conhecidas. Para simplificar a notação, sejam

$$Z_f \equiv R_f + jX_f \equiv \left(\frac{R_{2,\text{principal}}}{s} + jX_{2,\text{principal}} \right) \text{ em paralelo com } jX_{m,\text{principal}} \quad (9.4)$$

e

$$Z_b \equiv R_b + jX_b \equiv \left(\frac{R_{2,\text{principal}}}{2-s} + jX_{2,\text{principal}} \right) \text{ em paralelo com } jX_{m,\text{principal}} \quad (9.5)$$

Do ponto de vista do enrolamento monofásico principal do estator, as impedâncias que representam as reações dos campos progressivo e retrógrado são $0,5Z_f$ e $0,5Z_b$, respectivamente, na Figura 9.10c.

O exame do circuito equivalente (Figura 9.10c) confirma a conclusão, obtida por raciocínio qualitativo na Seção 9.1 (Figura 9.2b), de que a onda progressiva de fluxo no entreferro cresce e a onda retrógrada diminui quando o rotor é colocado em movimento. Quando o motor está funcionando com um escorregamento pequeno, o efeito refletido da resistência do rotor sobre o campo progressivo, $0,5R_{2,\text{principal}}/s$, é muito maior do que seu valor com o rotor parado, ao passo que o respectivo efeito no campo retrógrado, $0,5R_{2,\text{principal}}/(2-s)$, é menor. Portanto, a impedância do campo progressivo é maior do que seu valor com o rotor parado, ao passo que a do campo retrógrado é menor. A força contra-eletromotriz do campo progressivo, $\hat{E}_{\text{principal},f}$, portanto, é maior do que com o rotor parado, ao passo que a força contraeletromotriz do campo retrógrado, $\hat{E}_{\text{principal},b}$, é menor; isto é, a onda progressiva de fluxo cresce, ao passo que a onda retrógrada de fluxo decresce.

A potência e o conjugado mecânicos podem ser calculados aplicando as relações de conjugado e potência desenvolvidas para os motores polifásicos no Capítulo 6. Os conjugados produzidos por cada um dos campos progressivo e retrógrado podem ser tratados dessa maneira. As interações entre as ondas girantes opostas de fluxo e de FMM produzem pulsações de conjugado com o dobro da frequência do estator mas nenhum conjugado médio é produzido.

Como na Eq. 6.26, o conjugado eletromagnético $T_{\text{principal},f}$ do campo progressivo em newtons-metros é igual a $1/\omega_s$ vezes a potência $P_{\text{entreferro},f}$ em watts entregue pelo enrolamento do estator ao campo progressivo, onde ω_s é a velocidade angular síncrona em radianos mecânicos por segundo e, assim,

$$T_{\text{principal},f} = \frac{1}{\omega_s} P_{\text{entreferro},f} \quad (9.6)$$

Quando a impedância de magnetização é tratada como puramente indutiva, $P_{\text{entreferro},f}$ é a potência absorvida pela impedância $0,5Z_f$; isto é,

$$P_{\text{entreferro},f} = I_{\text{principal}}^2 (0,5R_f) \quad (9.7)$$

em que R_f é a componente resistiva da impedância do campo progressivo definida na Eq. 9.4.

De modo semelhante, o conjugado interno $T_{\text{principal,b}}$ do campo retrógrado é

$$T_{\text{principal,b}} = \frac{1}{\omega_s} P_{\text{entferro,b}} \quad (9.8)$$

onde $P_{\text{entferro,b}}$ é a potência entregue pelo enrolamento de estator ao campo retrógrado, ou

$$P_{\text{entferro,b}} = I_{\text{principal}}^2 (0,5 R_b) \quad (9.9)$$

onde R_b é a componente resistiva da impedância Z_b do campo retrógrado definida na Eq. 9.5.

O conjugado do campo retrógrado tem sentido oposto ao do campo progressivo e, portanto, o conjugado interno líquido T_{mec} é

$$T_{\text{mec}} = T_{\text{principal,f}} - T_{\text{principal,b}} = \frac{1}{\omega_s} (P_{\text{entferro,f}} - P_{\text{entferro,b}}) \quad (9.10)$$

Como as correntes de rotor produzidas pelas duas componentes de campo de entferro têm frequências diferentes, as perdas I^2R totais do rotor são dadas pela soma numérica das perdas causadas por cada campo. Em geral, como se mostra ao comparar as Eqs. 6.17 e 6.19, as perdas I^2R do rotor causadas por um campo girante são iguais ao escorregamento do campo vezes a potência que é absorvida do estator. Assim,

$$\text{Perdas } I^2R \text{ no rotor causada pelo campo progressivo} = s P_{\text{entferro,f}} \quad (9.11)$$

$$\text{Perdas } I^2R \text{ no rotor causada pelo campo retrógrado} = (2 - s) P_{\text{entferro,b}} \quad (9.12)$$

$$\text{Perdas } I^2R \text{ totais no rotor} = s P_{\text{entferro,f}} + (2 - s) P_{\text{entferro,b}} \quad (9.13)$$

Como a potência é o conjugado vezes a velocidade angular e a velocidade angular do rotor é $(1 - s)\omega_s$, pode-se obter a partir da Eq. 9.10 a potência interna P_{mec} , convertida para a forma mecânica em watts, como

$$P_{\text{mec}} = (1 - s)\omega_s T_{\text{mec}} = (1 - s)(P_{\text{entferro,f}} - P_{\text{entferro,b}}) \quad (9.14)$$

Como no motor polifásico, o conjugado interno T_{mec} e a potência interna P_{mec} não são os valores de saída porque as perdas rotacionais não foram levadas em consideração. Obviamente, é correto subtrair as perdas por atrito e ventilação de T_{mec} ou P_{mec} e em geral se assume que as perdas no núcleo podem ser tratadas da mesma maneira. Em relação às pequenas flutuações de velocidade encontradas no funcionamento normal, muitas vezes assume-se que as perdas rotacionais são constantes.²

Exemplo 9.2

Um motor com partida a capacitor de 1/4 HP, 110 V, 60 Hz e quatro polos tem os seguintes valores para os parâmetros (em Ω) do circuito equivalente e as perdas:

$$R_{1,\text{principal}} = 2,02 \quad X_{1,\text{principal}} = 2,79 \quad R_{2,\text{principal}} = 4,12$$

$$X_{2,\text{principal}} = 2,12 \quad X_{m,\text{principal}} = 66,8$$

$$\text{Perdas no núcleo} = 24 \text{ W} \quad \text{Perdas por atrito e ventilação} = 13 \text{ W}$$

² Para um tratamento da determinação experimental de constantes e perdas do motor, veja Veinott, op. cit., Capítulo 18.

Para um escorregamento de 0,05, determine a corrente de estator, o fator de potência, a potência de saída, a velocidade, o conjugado e o rendimento, quando o motor está funcionando como motor monofásico com tensão e frequência nominais e com seu enrolamento de partida em aberto.

Solução

O primeiro passo é determinar os valores das impedâncias dos campos progressivo e retrógrado para o valor dado de escorregamento. As seguintes relações, deduzidas da Eq. 9.4, simplificam os cálculos da impedância do campo progressivo Z_f :

$$R_f = \left(\frac{X_{m,principal}^2}{X_{22}} \right) \frac{1}{s Q_{2,principal} + 1/(s Q_{2,principal})} \quad X_f = \frac{X_{2,principal} X_{m,principal}}{X_{22}} + \frac{R_f}{s Q_{2,principal}}$$

onde

$$X_{22} = X_{2,principal} + X_{m,principal} \quad e \quad Q_{2,principal} = \frac{X_{22}}{R_{2,principal}}$$

A substituição por valores numéricos dá, para $s = 0,05$,

$$Z_f = R_f + j X_f = 31,9 + j40,3 \Omega$$

Relações semelhantes para a impedância do campo retrógrado Z_b são obtidas substituindo s por $2-s$, em s nessas equações. Quando $(2 - s)Q_{2,principal}$ é maior do que 10, como usualmente é o caso, ocorrem erros inferiores a 1% quando são usadas as seguintes relações aproximadas:

$$R_b = \frac{R_{2,principal}}{2 - s} \left(\frac{X_{m,principal}}{X_{22}} \right)^2 \quad X_b = \frac{X_{2,principal} X_{m,principal}}{X_{22}} + \frac{R_b}{(2 - s) Q_{2,principal}}$$

A substituição de valores numéricos dá, para $s = 0,05$,

$$Z_b = R_b + j X_b = 1,98 + j2,12 \Omega$$

Somando os elementos em série do circuito equivalente da Figura 9.10c, obtêm-se

$$R_{1,principal} + j X_{1,principal} = 2,02 + j2,79$$

$$0,5(R_f + j X_f) = 15,95 + j20,15$$

$$\underline{0,5(R_b + j X_b)} = \underline{0,99 + j1,06}$$

$$\text{Impedância total de entrada } Z = 18,96 + j24,00 = 30,6 \angle 51,7^\circ$$

$$\text{Corrente de estator } I = \frac{V}{Z} = \frac{110}{30,6} = 3,59 \text{ A}$$

$$\text{Fator de potência} = \cos(51,7^\circ) = 0,620$$

$$\text{Potência de entrada} = P_{in} = VI \times \text{Fator de potência} = 110 \times 3,59 \times 0,620 = 244 \text{ W}$$

A potência absorvida pelo campo progressivo (Eq. 9.7) é

$$P_{entferro,f} = I^2(0,5 R_f) = 3,59^2 \times 15,95 = 206 \text{ W}$$

A potência absorvida pelo campo retrógrado (Eq. 9.9) é

$$P_{entferro,b} = I^2(0,5 R_b) = 3,59^2 \times 0,99 = 12,8 \text{ W}$$

A potência mecânica interna (Eq. 9.14) é

$$P_{mec} = (1 - s)(P_{entferro,f} - P_{entferro,b}) = 0,95(206 - 13) = 184 \text{ W}$$

Supondo que as perdas no núcleo possam ser combinadas com as perdas por atrito e ventilação, as perdas rotacionais tornam-se $24 + 13 = 37$ W e a potência de saída no eixo é a diferença. Assim,

$$P_{\text{eixo}} = 184 - 37 = 147 \text{ W} = 0,197 \text{ HP}$$

Da Eq. 4.42, a velocidade síncrona em rad/s é dada por

$$\omega_s = \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \omega_c = \left(\frac{2}{4} \right) 120\pi = 188,5 \text{ rad/s}$$

ou, em termos de rpm, da Eq. 4.44,

$$n_s = \left(\frac{120}{\text{polos}} \right) f_c = \left(\frac{120}{4} \right) 60 = 1800 \text{ rpm}$$

$$\begin{aligned} \text{Velocidade do rotor} &= (1 - s)(\text{velocidade síncrona}) \\ &= 0,95 \times 1800 = 1710 \text{ rpm} \end{aligned}$$

e

$$\omega_m = 0,95 \times 188,5 = 179 \text{ rad/s}$$

O conjugado pode ser obtido da Eq. 9.14.

$$T_{\text{eixo}} = \frac{P_{\text{eixo}}}{\omega_m} = \frac{147}{179} = 0,821 \text{ N} \cdot \text{m}$$

e o rendimento é

$$\eta = \frac{P_{\text{eixo}}}{P_{\text{entrada}}} = \frac{147}{244} = 0,602 = 60,2\%$$

A título de verificação da contabilidade da potência, calcule as perdas:

$$I^2 R_{1,\text{principal}} = (3,59)^2 (2,02) = 26,0$$

$$\text{Perdas } I^2 R \text{ no rotor devidas ao campo progressivo (Eq. 9.11)} = 0,05 \times 206 = 10,3$$

$$\text{Perdas } I^2 R \text{ no rotor devidas ao campo retrógrado (Eq. 9.12)} = 1,95 \times 12,8 = 25,0$$

$$\begin{aligned} \text{Perdas rotacionais} &= \underline{37,0} \\ &98,3 \text{ W} \end{aligned}$$

De $P_{\text{entrada}} - P_{\text{eixo}}$, as perdas totais são iguais a 97 W, o que está correto dentro da precisão dos cálculos.

Problema prático 9.2

Suponha que o motor do Exemplo 9.2 esteja operando com um escorregamento de 0,065 em tensão e frequência nominais. Determine (a) a corrente de estator e o fator de potência e (b) a potência de saída.

Solução

- 4,0 A, fator de potência = 0,70 atrasado
- 190 W

A análise da ordem de magnitude dos valores numéricos do Exemplo 9.2 sugere aproximações que em geral podem ser feitas. Essas aproximações relacionam-se em especial com a impedância do campo retrógrado. Observe que a impedância $0,5(R_b + j X_b)$ é apenas cerca de 5% da impedância total do motor para um escorregamento próximo da carga total. Logo, uma aproximação tão grande quanto 20% dessa impedância causaria apenas cerca de 1% de erro na corrente do motor. Embora, estritamente falando, a impedância do campo retrógrado seja uma função do escorregamento, normalmente um erro muito baixo resulta quando se calcula seu valor para qualquer escorregamento conveniente dentro da região normal de funcionamento, por exemplo, 5%, e então supõe-se que R_b e X_b sejam constantes.

Correspondendo a uma aproximação ligeiramente maior, o efeito do ramo em derivação $jX_{m,principal}$ sobre a impedância do campo retrógrado pode ser frequentemente desprezado, obtendo-se

$$Z_b \approx \frac{R_{2,principal}}{2 - s} + jX_{2,principal} \tag{9.15}$$

Essa equação dá valores de resistência para o campo retrógrado que são uns poucos por cento maiores, como se pode ver fazendo uma comparação com a expressão exata dada no Exemplo 9.2. Se s fosse desprezado na Eq. 9.15, ela tenderia a fornecer valores baixos demais de resistência de campo retrógrado e, portanto, tal aproximação tenderia a contrabalançar o erro na Eq. 9.15. Assim, para pequenos escorregamentos,

$$Z_b \approx \frac{R_{2,principal}}{2} + jX_{2,principal} \tag{9.16}$$

Em um motor polifásico (Seção 6.5), o conjugado interno máximo e o escorregamento com o qual isso ocorre podem ser expressos facilmente em termos dos parâmetros do motor. O conjugado interno máximo não depende da resistência do rotor. No caso de um motor monofásico, tal expressão simples não existe. O problema monofásico é muito mais complexo devido à presença do campo retrógrado. Seus efeitos são duplos: (1) ele absorve parte da tensão aplicada, reduzindo assim a tensão disponível para o campo progressivo e diminuindo o conjugado progressivo desenvolvido e (2) o campo retrógrado produz conjugado negativo, reduzindo o conjugado efetivo desenvolvido. Ambos os efeitos dependem da resistência do motor e da reatância de dispersão. Consequentemente, ao contrário do motor polifásico, o conjugado interno máximo de um motor monofásico é influenciado pela resistência do rotor. O aumento da resistência do rotor diminui o conjugado máximo e aumenta o escorregamento para o qual ocorre o conjugado máximo.

Devido principalmente aos efeitos do campo retrógrado, o motor de indução monofásico é um tanto inferior a um motor polifásico que usa o mesmo rotor e o mesmo núcleo de estator. O motor monofásico tem um conjugado máximo menor o qual ocorre para um escorregamento menor. Para o mesmo conjugado, o motor monofásico tem um escorregamento mais elevado e perdas maiores causadas em grande parte pelas perdas I^2R do campo retrógrado no rotor. A potência aparente de entrada do motor monofásico é maior principalmente devido às potências ativa e reativa consumidas pelo campo retrógrado. As perdas I^2R do estator também são maiores no motor monofásico, porque uma fase, e não diversas, deve suportar toda a corrente.

Devido às perdas maiores, o rendimento é menor e a elevação de temperatura para um mesmo conjugado é maior. Uma carcaça de maior tamanho deve ser usada em um motor monofásico do que em um motor polifásico de mesma potência e velocidade nominais. Devido à carcaça maior, o conjugado máximo pode se tornar comparável ao de um motor polifásico fisicamente menor, mas de igual potência nominal. Apesar do tamanho maior da carcaça e da necessidade de configurações auxiliares de partida, um motor monofásico para uso geral, dentro das especificações padrões nominais de potência fracionária, custa aproximadamente o mesmo que o respectivo motor polifásico devido ao volume muito maior de fabricação do primeiro.

9.4 Motores de indução bifásicos

Como vimos, na realidade, a maioria dos motores monofásicos de indução é construída na forma de motores bifásicos com dois enrolamentos de estator em quadratura no espaço. Geralmente, os enrolamentos principal e auxiliar são bem distintos, com diferenças no número de espiras, espessura do fio e distribuição das espiras. Essa diferença em combinação com o capacitor, que costuma ser usado em série com o enrolamento auxiliar, garante que as FMMs produzidas pelas correntes dos dois enrolamentos serão bem desequilibradas; no máximo, elas poderão estar equilibradas em apenas um ponto específico de operação. Desse modo, vamos discutir diversas técnicas analíticas para motores bifásicos, tanto para ampliar a compreensão e o *insight* do desempenho das máquinas como também para desenvolver técnicas de análise para motores monofásicos e bifásicos.

Sob condições equilibradas de operação, um motor bifásico simétrico pode ser analisado usando as técnicas desenvolvidas no Capítulo 6 para motores trifásicos, depois de modificá-las ligeiramente para levar em consideração o fato de que há duas fases em vez de três. Nesta seção, discutiremos primeiro uma técnica que pode ser usada para analisar um motor bifásico simétrico que está operando em condições desequilibradas de funcionamento. A seguir, deduziremos formalmente um modelo analítico de motor assimétrico bifásico que pode ser aplicado ao caso geral de motores monofásicos que estejam operando com os enrolamentos principal e auxiliar.

9.4.1 Operação desequilibrada de máquinas bifásicas simétricas; o conceito de componentes simétricas

Quando está funcionando apenas com o enrolamento principal, o motor monofásico é o caso extremo de um motor que está operando com a corrente de estator em condições desequilibradas. Em alguns casos, tensões ou correntes desequilibradas são produzidas na rede de alimentação de um motor, por exemplo, quando um fusível de linha se abre. Em outros casos, tensões desequilibradas são produzidas pelas impedâncias de partida de motores monofásicos, como foi descrito na Seção 9.2. O objetivo desta seção é desenvolver a teoria das componentes simétricas de motores de indução bifásicos, a partir do conceito de campo girante duplo, e mostrar como a teoria pode ser aplicada a diversos problemas que envolvem motores de indução que têm dois enrolamentos em quadratura espacial no estator.

A título de revisão, considere primeiro o que acontece quando tensões bifásicas equilibradas são aplicadas aos terminais de estator de uma máquina bifásica que tem

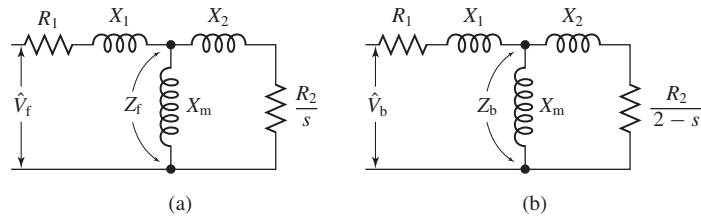


Figura 9.11 Circuitos equivalentes monofásicos para um motor bifásico sob condições desequilibradas: (a) campo progressivo e (b) campo retrógrado.

um entreferro uniforme, um rotor simétrico polifásico ou de gaiola e dois enrolamentos idênticos de estator α e β em quadratura no espaço. As correntes de estator são de mesmo valor e estão em quadratura no tempo. Quando a corrente no enrolamento α está em seu máximo instantâneo, a corrente no enrolamento β é zero e a onda de FMM do estator está centrada no eixo do enrolamento β . De modo semelhante, a onda de FMM do estator está centrada no eixo do enrolamento β no instante em que a corrente no enrolamento β está em seu máximo instantâneo. Portanto, a onda de FMM do estator desloca-se 90 graus elétricos no espaço em um intervalo de tempo correspondente a uma variação de fase na tensão aplicada de 90°, sendo que o sentido do seu deslocamento depende da sequência de fase das correntes. Uma análise mais completa, como a da Seção 4.5, mostra que a onda em deslocamento tem amplitude e velocidade angular constantes. Naturalmente, esse fato é a base da teoria do funcionamento equilibrado das máquinas de indução.

O comportamento do motor pode ser determinado facilmente quando são aplicadas tensões bifásicas equilibradas de uma ou outra das sequências de fase. Assim, se o rotor estiver girando com um escorregamento s no sentido que vai do enrolamento α para o enrolamento β , a impedância de terminal por fase é dada pelo circuito equivalente da Figura 9.11a quando a tensão aplicada \hat{V}_β está atrasada em relação à tensão aplicada \hat{V}_α de 90°. Até o final desta discussão, essa sequência de fase será denominada *sequência positiva* e será designada pelo índice “f”, já que correntes com uma sequência positiva de fases resultam em um campo progressivo. Com o rotor ainda girando com a mesma velocidade e no mesmo sentido, a impedância de terminal por fase é dada pelo circuito equivalente da Figura 9.11b quando \hat{V}_β está adiantada em relação a \hat{V}_α de 90°. Essa sequência de fase é denominada *sequência negativa* e é designada pelo índice “b”, já que as correntes com sequência negativa produzem um campo retrógrado.

Suponha agora que *duas* fontes de tensão, bifásicas e equilibradas, de *sequências opostas de fases* sejam conectadas em série e aplicadas simultaneamente ao motor da forma que está indicada na Figura 9.12a, em que as tensões fasoriais \hat{V}_f e $j\hat{V}_f$, aplicadas respectivamente aos enrolamentos α e β , formam um sistema equilibrado de sequência positiva, e as tensões fasoriais \hat{V}_b e $-j\hat{V}_b$ formam outro sistema equilibrado, mas de sequência negativa.

A tensão resultante V_α aplicada ao enrolamento α é, como fasor,

$$\hat{V}_\alpha = \hat{V}_f + \hat{V}_b \tag{9.17}$$

e aquela aplicada ao enrolamento β é

$$\hat{V}_\beta = j\hat{V}_f - j\hat{V}_b \tag{9.18}$$

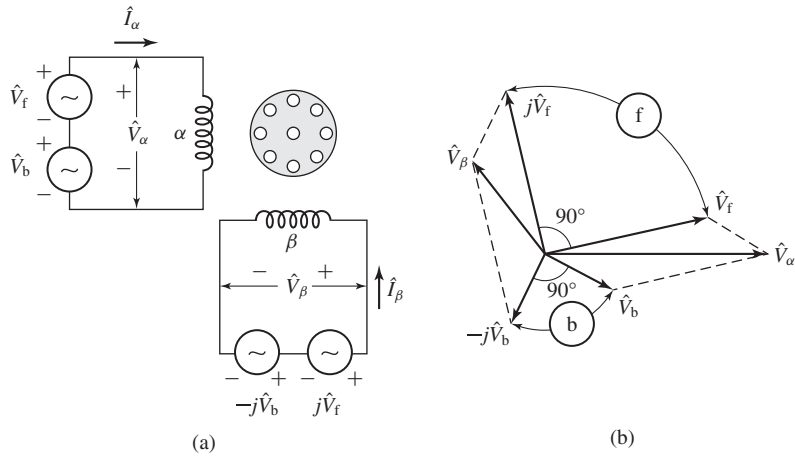


Figura 9.12 Síntese de um sistema bifásico desequilibrado a partir da soma de dois sistemas equilibrados com seqüências de fase opostas.

A Figura 9.12b mostra um diagrama fasorial generalizado em que o sistema progressivo, ou de seqüência positiva, é dado pelos fasores \hat{V}_f e $j\hat{V}_f$ e o sistema retrógrado, ou de seqüência negativa, é dado pelos fasores \hat{V}_b e $-j\hat{V}_b$. Em geral, as tensões resultantes, dadas pelos fasores \hat{V}_α e \hat{V}_β , não são iguais nem em valor nem em quadratura de tempo. Dessa discussão, vemos que um sistema bifásico desequilibrado com tensões aplicadas V_α e V_β pode ser sintetizado combinando dois conjuntos de tensões equilibradas com seqüências de fase opostas.

No entanto, é muito mais fácil trabalhar com os sistemas de componentes simétricas do que com o sistema desequilibrado que resulta deles. Assim, é fácil calcular as componentes de corrente que são produzidas pelas tensões aplicadas por cada um dos sistemas de componentes simétricas porque o motor de indução funciona como um motor bifásico equilibrado para cada um dos sistemas de componentes. Por superposição, a corrente real em um enrolamento será então a soma de suas componentes. Assim, se \hat{I}_f e \hat{I}_b forem, respectivamente, as componentes fasoriais de corrente das seqüências positiva e negativa no enrolamento α , então as respectivas correntes fasoriais componentes das seqüências positiva e negativa no enrolamento β serão, respectivamente, $j\hat{I}_f$ e $-j\hat{I}_b$, e as correntes reais de enrolamento \hat{I}_α e \hat{I}_β serão

$$\hat{I}_\alpha = \hat{I}_f + \hat{I}_b \tag{9.19}$$

$$\hat{I}_\beta = j\hat{I}_f - j\hat{I}_b \tag{9.20}$$

Frequentemente, deve-se realizar a operação inversa de encontrar as componentes simétricas das tensões ou correntes especificadas. Resolvendo as Eqs. 9.17 e 9.18 para se obter as componentes fasoriais \hat{V}_f e \hat{V}_b , em termos das tensões fasoriais conhecidas \hat{V}_α e \hat{V}_β , obtêm-se

$$\hat{V}_f = \frac{1}{2}(\hat{V}_\alpha - j\hat{V}_\beta) \tag{9.21}$$

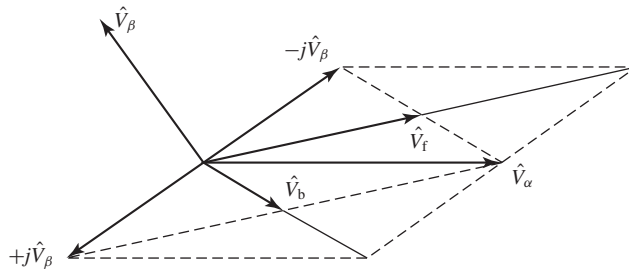


Figura 9.13 Decomposição de tensões bifásicas desequilibradas em duas componentes simétricas.

$$\hat{V}_b = \frac{1}{2}(\hat{V}_\alpha + j\hat{V}_\beta) \tag{9.22}$$

Essas operações estão ilustradas no diagrama fasorial da Figura 9.13. Obviamente, relações similares fornecem as componentes fasoriais simétricas \hat{I}_f e \hat{I}_b da corrente no enrolamento α em termos das correntes fasoriais especificadas \hat{I}_m e \hat{I}_a nas duas fases. Assim,

$$\hat{I}_f = \frac{1}{2}(\hat{I}_\alpha - j\hat{I}_\beta) \tag{9.23}$$

$$\hat{I}_b = \frac{1}{2}(\hat{I}_\alpha + j\hat{I}_\beta) \tag{9.24}$$

Exemplo 9.3

Os parâmetros, em ohms por fase, do circuito equivalente de um motor de indução de 5 HP, 220 V, 60 Hz, quatro polos, bifásico e de gaiola de esquilo são

$$R_1 = 0,534 \quad X_1 = 2,45 \quad X_m = 70,1 \quad R_2 = 0,956 \quad X_2 = 2,96$$

Esse motor é operado a partir de uma fonte bifásica desequilibrada de 60 Hz cujas tensões de fase são, respectivamente, 230 V e 210 V, e a tensão menor está adiantada em relação à maior de 80°. Para um escorregamento de 0,05, encontre (a) as componentes de sequências positiva e negativa das tensões aplicadas, (b) as componentes de sequências positiva e negativa das correntes de fase do estator, (c) os valores efetivos das correntes de fase e (d) a potência interna mecânica.

Solução

Resolveremos esse problema usando MATLAB.³

- a. Sejam \hat{V}_α e \hat{V}_β as tensões aplicadas às duas fases, respectivamente. Então,

$$\hat{V}_\alpha = 230\angle 0^\circ = 230 + j0 \text{ V}$$

$$\hat{V}_\beta = 210\angle 80^\circ = 36,4 + j207 \text{ V}$$

³ MATLAB é uma marca registrada da The MathWorks, Inc.

Das Eqs. 9.21 e 9.22, as componentes progressiva e retrógrada de tensão são, respectivamente,

$$\hat{V}_f = 218,4 - j18,2 = 219,2\angle -4,8^\circ \text{ V}$$

$$\hat{V}_b = 11,6 + j18,2 = 21,6\angle 57,5^\circ \text{ V}$$

- b. Devido à facilidade com que o MATLAB manipula números complexos, não há necessidade de usar aproximações tais como as deduzidas no Exemplo 9.2. Pelo contrário, as impedâncias de entrada dos campos progressivo e retrógrado do motor podem ser calculadas a partir dos circuitos equivalentes das Figuras 9.11a e b. Dividindo a tensão do campo progressivo pela impedância de entrada do campo progressivo, obtém-se

$$\hat{I}_f = \frac{\hat{V}_f}{R_1 + jX_1 + Z_f} = 9,3 - j6,3 = 11,2\angle -34,2^\circ \text{ A}$$

De modo semelhante, dividindo a tensão do campo retrógrado pela impedância de entrada do campo retrógrado, obtém-se

$$\hat{I}_b = \frac{\hat{V}_b}{R_1 + jX_1 + Z_b} = 3,7 - j1,5 = 4,0\angle -21,9^\circ \text{ A}$$

- c. As correntes de enrolamento podem ser calculadas a partir das Eqs. 9.19 e 9.20 conforme

$$\hat{I}_\alpha = \hat{I}_f + \hat{I}_b = 13,0 - j7,8 = 15,2\angle -31,0^\circ \text{ A} \quad (9.25)$$

$$\hat{I}_\beta = j\hat{I}_f - j\hat{I}_b = 4,8 + j5,6 = 7,4\angle 49,1^\circ \text{ A} \quad (9.26)$$

Observe que as correntes no enrolamento estão muito mais desequilibradas do que as tensões aplicadas. Mesmo que o motor não esteja sobrecarregado, em termos da carga no eixo, as perdas são aumentadas consideravelmente pelo desequilíbrio de correntes e o enrolamento de estator pode superaquecer com uma corrente mais elevada.

- d. A potência entregue no entreferro pelo campo progressivo é igual à potência de entrada do circuito equivalente do campo progressivo menos as respectivas perdas no estator

$$P_{\text{entreferro},f} = 2(\text{Re}[\hat{V}_f \hat{I}_f^*] - I_f^2 R_1) = 4149 \text{ W}$$

em que o fator 2 é usado para levar em consideração o fato de que se trata de um motor bifásico. De modo semelhante, a potência entregue ao campo retrógrado é

$$P_{\text{entreferro},b} = 2(\text{Re}[\hat{V}_b \hat{I}_b^*] - I_b^2 R_1) = 14,5 \text{ W}$$

Aqui, o símbolo $\text{Re}[\]$ indica a parte real de um número complexo, e o símbolo $*$ indica o conjugado complexo.

Finalmente, da Eq. 9.14, a potência mecânica interna desenvolvida é igual a $(1 - s)$ vezes a potência total no entreferro, ou seja,

$$P_{\text{mec}} = (1 - s)(P_{\text{entreferro},f} - P_{\text{entreferro},b}) = 3927 \text{ W}$$

Se as perdas por atrito e ventilação, as suplementares e as no núcleo forem conhecidas, a saída no eixo poderá ser obtida subtraindo-as da potência interna. As perdas por atrito e ventilação dependem somente da velocidade e são iguais às que seriam obtidas no caso de funcionamento equilibrado na mesma velocidade. Entretanto, as perdas no núcleo e as suplementares são um tanto maiores do que as obtidas no caso de funcionamento equilibrado usando a mesma tensão e a mesma corrente de sequência positiva.

O aumento deve-se, principalmente, às perdas no núcleo e às suplementares, causadas no rotor pelo campo retrógrado com a frequência $(2 - s)$.

Aqui está o *script* de MATLAB:

```

clc
clear

% Constantes úteis
f = 60;%Sistema de 60 Hz
omega = 2*pi*f;
s = 0.05;      % Escorregamento

% Parâmetros
R1 = 0.534;
X1 = 2.45;
Xm = 70.1;
R2 = 0.956;
X2 = 2.96;

% Tensões de enrolamento
Valpha = 230;
Vbeta = 210 * exp(j*80*pi/180);

% (a) Calcule Vf e Vb das Equações 9-21 e 9-22

Vf = 0.5*(Valpha - j*Vbeta);
Vb = 0.5*(Valpha + j*Vbeta);

magVf = abs(Vf);
angleVf = angle(Vf)*180/pi;

magVb = abs(Vb);
angleVb = angle(Vb)*180/pi;

fprintf('\n(a)')
fprintf('\n Vf = %.1f + j %.1f = %.1f no ângulo de %.1f graus V', ...
real(Vf), imag(Vf), magVf, angleVf);
fprintf('\n Vb = %.1f + j %.1f = %.1f no ângulo %.1f graus V\n', ...
real(Vb), imag(Vb), magVb, angleVb);

% (b) Primeiro calcule a impedância de entrada do campo progressivo do
% motor a partir do circuito equivalente da Figura 9-12 (a).

Zf = R1 + j*X1 + j*Xm*(R2/s+j*X2)/(R2/s+j*(X2+Xm));
% Agora calcule a corrente do campo progressivo.

If = Vf/Zf;

magIf = abs(If);
angleIf = angle(If)*180/pi;

```

```

% A seguir calcule a impedância de entrada do campo retrógrado do
% motor a partir da Figura 9-12 (b)

Zb = R1 + j*Xl + j*Xm*(R2/(2-s)+j*X2)/(R2/(2-s)+j*(X2+Xm));

% Agora calcule a corrente do campo retrógrado.

Ib = Vb/Zb;

magIb = abs(Ib);
angleIb = angle(Ib)*180/pi;

fprintf('\n(b)')
fprintf('\n If = %.1f + j %.1f = %.1f no ângulo de %.1f graus A', ...
real(If), imag(If), magIf, angleIf);
fprintf('\n Ib = %.1f + j %.1f = %.1f no ângulo de %.1f graus A\n', ...
real(Ib), imag(Ib), magIb, angleIb);

%(c) Calcule as correntes de enrolamento das Equações 9.19 e 9.20

Ialpha = If + Ib;

Ibeta = j*(If - Ib);

magIalpha = abs(Ialpha);
angleIalpha = angle(Ialpha)*180/pi;

magIbeta = abs(Ibeta);
angleIbeta = angle(Ibeta)*180/pi;

fprintf('\n(c)')
fprintf('\n Ialpha = %.1f + j %.1f = %.1f no ângulo de %.1f graus A', ...
real(Ialpha), imag(Ialpha), magIalpha, angleIalpha);
fprintf('\n Ibeta = %.1f + j %.1f = %.1f no ângulo de %.1f graus A\n', ...
real(Ibeta), imag(Ibeta), magIbeta, angleIbeta);

%(d) A potência entregue ao campo progressivo é igual à potência entregue
% ao campo progressivo menos as perdas  $I^2R$  no enrolamento de estator

Pgf = 2*(real(Vf*conj(If)) - R1*magIf^2);

% A potência entregue ao campo retrógrado é igual à potência entregue
% ao campo retrógrado menos as perdas  $I^2R$  no enrolamento de estator

Pgb = 2*(real(Vb*conj(Ib)) - R1*magIb^2);

% A potência eletromagnética é igual a (1-s) vezes a
% potência líquida de entreferro

Pmech = (1-s)*(Pgf - Pgb);

```

```
fprintf('\n(d) ')
fprintf('\n Potência entregue ao campo progressivo = %.1f W',Pgf)
fprintf('\n Potência entregue ao campo retrógrado = %.1f W',Pgb)
fprintf('\n Pmec = %.1f W\n',Pmech)
fprintf('\n')
```

Problema prático 9.3

Para o motor do Exemplo 9.3, use MATLAB para plotar a potência mecânica interna em função do escorregamento quando este varia de $s = 0,04$ até $s = 0,05$ com as mesmas tensões desequilibradas que foram usadas no exemplo. Com os mesmos eixos (usando linhas tracejadas), plote a potência mecânica interna para tensões bifásicas equilibradas de 220 V e 90° de defasagem.

Solução

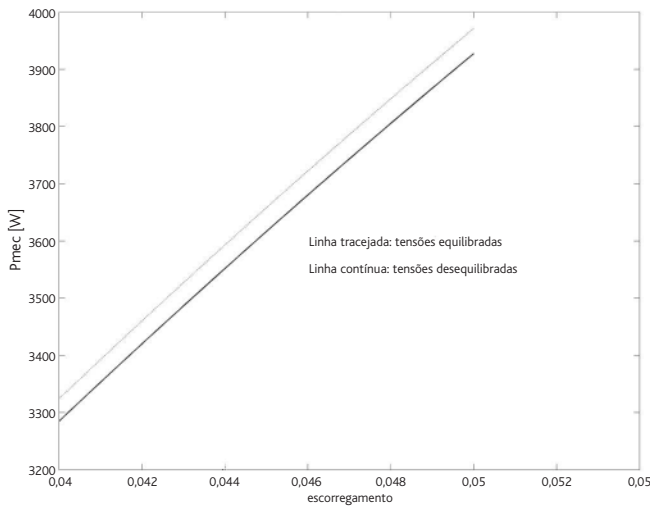


Figura 9.14 Plotagem de MATLAB para o Problema prático 9.3.

9.4.2 O caso geral: máquinas de indução bifásicas assimétricas

Como discutimos, um motor de indução monofásico com um enrolamento principal e outro auxiliar é um exemplo de motor de indução bifásico assimétrico. Nesta seção, desenvolveremos um modelo para esse motor bifásico usando uma notação apropriada ao motor monofásico. Vamos supor, como é comum nesse caso, que os eixos magnéticos dos enrolamentos estejam em quadratura espacial mas que sejam assimétricos no sentido de que podem ter um número diferente de espiras, uma distribuição diferente de enrolamentos e assim por diante.

Nossa abordagem analítica consiste em representar o rotor por um enrolamento equivalente bifásico, como está mostrado esquematicamente na Figura 9.15, e começar com as relações existentes entre o fluxo concatenado e a corrente para o rotor e o estator dadas por

$$\begin{bmatrix} \lambda_{\text{principal}} \\ \lambda_{\text{aux}} \\ \lambda_{r1} \\ \lambda_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\text{principal}} & 0 & \mathcal{L}_{\text{principal},r1}(\theta_{\text{me}}) & \mathcal{L}_{\text{principal},r2}(\theta_{\text{me}}) \\ 0 & L_{\text{aux}} & \mathcal{L}_{\text{aux},r1}(\theta_{\text{me}}) & \mathcal{L}_{\text{aux},r2}(\theta_{\text{me}}) \\ \mathcal{L}_{\text{principal},r1}(\theta_{\text{me}}) & \mathcal{L}_{\text{aux},r1}(\theta_{\text{me}}) & L_r & 0 \\ \mathcal{L}_{\text{principal},r2}(\theta_{\text{me}}) & \mathcal{L}_{\text{aux},r2}(\theta_{\text{me}}) & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\text{principal}} \\ i_{\text{aux}} \\ i_{r1} \\ i_{r2} \end{bmatrix} \quad (9.27)$$

em que θ_{me} é o ângulo do rotor medido em radianos elétricos.

$L_{\text{principal}}$ = Indutância própria do enrolamento principal

L_{aux} = Indutância própria do enrolamento auxiliar

L_r = Indutância própria dos enrolamentos equivalentes do rotor

$\mathcal{L}_{\text{principal},r1}(\theta_{\text{me}})$ = Indutância mútua entre o enrolamento principal e o enrolamento equivalente 1 do rotor

$\mathcal{L}_{\text{principal},r2}(\theta_{\text{me}})$ = Indutância mútua entre o enrolamento principal e o enrolamento equivalente 2 do rotor

$\mathcal{L}_{\text{aux},r1}(\theta_{\text{me}})$ = Indutância mútua entre o enrolamento auxiliar e o enrolamento 1 do rotor

$\mathcal{L}_{\text{aux},r2}(\theta_{\text{me}})$ = Indutância mútua entre o enrolamento auxiliar e o enrolamento 2 do rotor

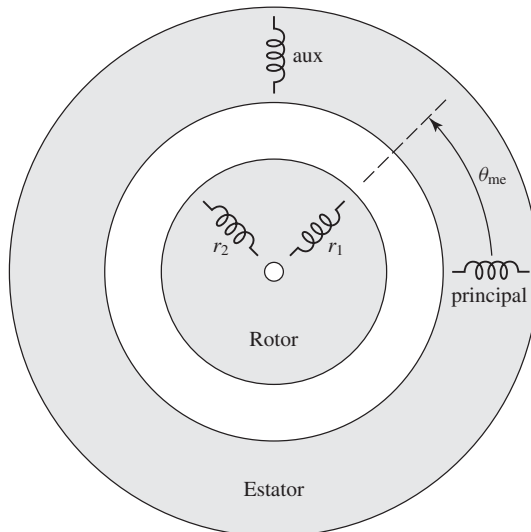


Figura 9.15 Representação esquemática de um motor de indução bifásico com um rotor bifásico equivalente.

Supondo uma distribuição senoidal de fluxo no entreferro, as indutâncias mútuas entre o enrolamento principal e o rotor serão da forma

$$\mathcal{L}_{\text{principal,r1}}(\theta_{\text{me}}) = L_{\text{principal,r}} \cos \theta_{\text{me}} \quad (9.28)$$

e

$$\mathcal{L}_{\text{principal,r2}}(\theta_{\text{me}}) = -L_{\text{principal,r}} \text{sen } \theta_{\text{me}} \quad (9.29)$$

em que $L_{\text{principal,r}}$ é a amplitude da indutância mútua.

As indutâncias mútuas envolvendo o enrolamento auxiliar serão da mesma forma, com exceção de que o enrolamento auxiliar encontra-se deslocado de 90° elétricos no espaço em relação ao enrolamento principal. Desse modo, podemos escrever

$$\mathcal{L}_{\text{aux,r1}}(\theta_{\text{me}}) = L_{\text{aux,r}} \text{sen } \theta_{\text{me}} \quad (9.30)$$

e

$$\mathcal{L}_{\text{aux,r2}}(\theta_{\text{me}}) = L_{\text{aux,r}} \cos \theta_{\text{me}} \quad (9.31)$$

Observe que normalmente o enrolamento auxiliar tem um número diferente de espiras (e talvez uma distribuição diferente de enrolamento) do que o enrolamento principal. Assim, para os propósitos de modelagem, em geral é mais conveniente escrever

$$L_{\text{aux,r}} = a L_{\text{principal,r}} \quad (9.32)$$

em que

$$a = \text{Relação de espiras} = \frac{\text{Espiras efetivas do enrolamento auxiliar}}{\text{Espiras efetivas do enrolamento principal}} \quad (9.33)$$

De modo semelhante, se escrevermos a indutância mútua do ramo de magnetização como a soma de uma indutância de dispersão $L_{\text{principal,l}}$ e uma indutância de magnetização L_m dada por

$$L_{\text{principal}} = L_{\text{principal,l}} + L_m \quad (9.34)$$

então, a indutância mútua do enrolamento auxiliar poderá ser escrita na forma

$$L_{\text{aux}} = L_{\text{aux,l}} + a^2 L_m \quad (9.35)$$

As equações de tensão dessa máquina podem ser escritas em termos das correntes de enrolamento e dos fluxos concatenados como

$$v_{\text{principal}} = i_{\text{principal}} R_{\text{principal}} + \frac{d\lambda_{\text{principal}}}{dt} \quad (9.36)$$

$$v_{\text{aux}} = i_{\text{aux}} R_{\text{aux}} + \frac{d\lambda_{\text{aux}}}{dt} \quad (9.37)$$

$$v_{r1} = 0 = i_{r1} R_r + \frac{d\lambda_{r1}}{dt} \quad (9.38)$$

$$v_{r2} = 0 = i_{r2} R_r + \frac{d\lambda_{r2}}{dt} \quad (9.39)$$

em que $R_{\text{principal}}$, R_{aux} e R_r são as resistências dos enrolamentos principal, auxiliar e do rotor, respectivamente. Observe que as tensões dos enrolamentos do rotor são igualladas a zero porque em um motor de indução esses enrolamentos estão internamente em curto-circuito.

Quando se modela um motor de indução de fase dividida (Seção 9.2.1), os enrolamentos principal e auxiliar são simplesmente ligados em paralelo e, assim, $v_{\text{principal}}$ e v_{aux} tornam-se ambas iguais à tensão de alimentação monofásica quando se dá a partida do motor. Depois que o enrolamento auxiliar é desligado, a corrente do enrolamento auxiliar é zero e o motor é representado por um modelo de ordem reduzida que inclui apenas o enrolamento principal e os dois enrolamentos equivalentes de rotor.

Quando os vários motores com capacitor da Seção 9.2.2 são modelados, as equações de circuito devem levar em consideração o fato de que um capacitor é inserido entre a fonte e os terminais do enrolamento auxiliar, ao passo que o enrolamento principal está conectado diretamente à alimentação monofásica. Dependendo do tipo de motor que está sendo modelado, o enrolamento auxiliar pode ou não ser desconectado quando o motor atinge a velocidade de trabalho.

Finalmente, as técnicas da Seção 3.5 podem ser usadas para mostrar que o conjugado eletromagnético deste motor pode ser escrito como

$$\begin{aligned} T_{\text{mec}} &= i_{\text{principal}} i_{r1} \left(\frac{d\mathcal{L}_{\text{principal},r1}(\theta_{\text{me}})}{d\theta_m} \right) + i_{\text{principal}} i_{r2} \left(\frac{d\mathcal{L}_{\text{principal},r2}(\theta_{\text{me}})}{d\theta_m} \right) \\ &\quad + i_{\text{aux}} i_{r1} \left(\frac{d\mathcal{L}_{\text{aux},r1}(\theta_{\text{me}})}{d\theta_m} \right) + i_{\text{aux}} i_{r2} \left(\frac{d\mathcal{L}_{\text{aux},r2}(\theta_{\text{me}})}{d\theta_m} \right) \\ &= \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) [-L_{\text{principal},r} (i_{\text{principal}} i_{r1} \text{sen } \theta_{\text{me}} + i_{\text{principal}} i_{r2} \text{cos } \theta_{\text{me}}) \\ &\quad + L_{\text{aux},r} (i_{\text{aux}} i_{r1} \text{cos } \theta_{\text{me}} - i_{\text{aux}} i_{r2} \text{sen } \theta_{\text{me}})] \end{aligned} \quad (9.40)$$

em que $\theta_m = (2/\text{polos})\theta_{\text{me}}$ é o ângulo do rotor em radianos.

De modo semelhante ao desenvolvimento dos circuitos equivalentes deduzidos no Capítulo 6 para as máquinas de indução polifásicas e anteriormente neste capítulo para as máquinas monofásicas, a dedução das equações desta seção pode ser levada mais adiante supondo um funcionamento em regime permanente, com uma velocidade mecânica constante ω_{me} , correspondendo a um escorregamento s e uma fonte com frequência elétrica ω_e . Consistente com essa suposição, as correntes do rotor terão frequências $\omega_r = \omega_e - \omega_{\text{me}} = s\omega_e$ (produzida pelo campo de sequência positiva do estator) e $\omega_r = \omega_e + \omega_{\text{me}} = (2 - s)\omega_e$ (produzida pelo campo de sequência negativa do estator). Depois de uma considerável manipulação algébrica, que inclui o uso das Eqs. 9.38 e 9.39 para eliminar as correntes do rotor, as relações entre os fluxos concatenados e as correntes dos enrolamentos principal e auxiliar da Eq. 9.27 podem ser escritas como equações fasoriais

$$\hat{\lambda}_{\text{principal}} = [L_{\text{principal}} - jL_{\text{principal},r}^2(\hat{K}^+ + \hat{K}^-)] \hat{I}_{\text{principal}} + L_{\text{principal},r} L_{\text{aux},r} (\hat{K}^+ - \hat{K}^-) \hat{I}_{\text{aux}} \quad (9.41)$$

e

$$\hat{\lambda}_{\text{aux}} = -L_{\text{principal},r} L_{\text{aux},r} (\hat{K}^+ - \hat{K}^-) \hat{I}_{\text{principal}} + [L_{\text{aux}} - jL_{\text{aux},r}^2(\hat{K}^+ + \hat{K}^-)] \hat{I}_{\text{aux}} \quad (9.42)$$

em que

$$\hat{K}^+ = \frac{s\omega_e}{2(R_r + js\omega_e L_r)} \quad (9.43)$$

e

$$\hat{K}^- = \frac{(2-s)\omega_e}{2(R_r + j(2-s)\omega_e L_r)} \quad (9.44)$$

De modo semelhante, as equações de tensão, Eqs. 9.36 e 9.37, tornam-se

$$\hat{V}_{\text{principal}} = \hat{I}_{\text{principal}} R_{\text{principal}} + j\omega_e \hat{\lambda}_{\text{principal}} \quad (9.45)$$

$$\hat{V}_{\text{aux}} = \hat{I}_{\text{aux}} R_{\text{aux}} + j\omega_e \hat{\lambda}_{\text{aux}} \quad (9.46)$$

As correntes de rotor consistem cada uma em componentes das sequências positiva e negativa. As amplitudes complexas das componentes de sequência positiva (na frequência $s\omega_e$) são dadas por

$$\hat{I}_{r1}^+ = \frac{-js\omega_e [L_{\text{principal},r} \hat{I}_{\text{principal}} + jL_{\text{aux},r} \hat{I}_{\text{aux}}]}{2(R_r + js\omega_e L_r)} \quad (9.47)$$

e

$$\hat{I}_{r2}^+ = -j\hat{I}_{r1}^+ \quad (9.48)$$

ao passo que as amplitudes complexas das componentes de sequência negativa (na frequência $(2-s)\omega_e$) são dadas por

$$\hat{I}_{r1}^- = \frac{-j(2-s)\omega_e [L_{\text{principal},r} \hat{I}_{\text{principal}} - jL_{\text{aux},r} \hat{I}_{\text{aux}}]}{2(R_r + j(2-s)\omega_e L_r)} \quad (9.49)$$

e

$$\hat{I}_{r2}^- = j\hat{I}_{r1}^- \quad (9.50)$$

Finalmente, depois de uma cuidadosa manipulação algébrica, pode-se mostrar que o conjugado eletromagnético médio, no tempo, é dado por

$$\begin{aligned} \langle T_{\text{mec}} \rangle = & \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \text{Re} [(L_{\text{principal},r}^2 \hat{I}_{\text{principal}} \hat{I}_{\text{principal}}^* + L_{\text{aux},r}^2 \hat{I}_{\text{aux}} \hat{I}_{\text{aux}}^*) (\hat{K}^+ - \hat{K}^-)^* \\ & + jL_{\text{principal},r} L_{\text{aux},r} (\hat{I}_{\text{principal}}^* \hat{I}_{\text{aux}} - \hat{I}_{\text{principal}} \hat{I}_{\text{aux}}^*) (\hat{K}^+ + \hat{K}^-)^*] \end{aligned} \quad (9.51)$$

em que o símbolo $\text{Re}[\]$ indica novamente a parte real de um número complexo e o símbolo $*$ indica o conjugado complexo. Observe que a Eq. 9.51 é deduzida supondo que as diversas correntes são expressas em grandezas eficazes.

Exemplo 9.4

Considere o caso de um motor bifásico simétrico, como o discutido na Seção 9.4.1. Nesse caso, as Eqs. 9.27 a 9.39 simplificam-se quando as indutâncias próprias e mútuas e as resistências

são iguais nos dois enrolamentos. Usando a notação da Seção 9.4.1 com α e β substituindo “principal” e “aux”, as relações entre os fluxos concatenados e as correntes das Eqs. 9.41 e 9.42 tornam-se

$$\hat{\lambda}_\alpha = [L_\alpha - jL_{\alpha,r}^2(\hat{K}^+ + \hat{K}^-)]\hat{I}_\alpha + L_{\alpha,r}^2(\hat{K}^+ - \hat{K}^-)\hat{I}_\beta$$

$$\hat{\lambda}_\beta = -L_{\alpha,r}^2(\hat{K}^+ - \hat{K}^-)\hat{I}_\alpha + [L_\alpha - jL_{\alpha,r}^2(\hat{K}^+ + \hat{K}^-)]\hat{I}_\beta$$

e as equações de tensão (Eqs. 9.45 e 9.46) tornam-se

$$\hat{V}_\alpha = \hat{I}_\alpha R_\alpha + j\omega_c \hat{\lambda}_\alpha$$

$$\hat{V}_\beta = \hat{I}_\beta R_\alpha + j\omega_c \hat{\lambda}_\beta$$

Mostre que, quando operado a partir de uma sequência positiva de tensões tal que $\hat{V}_\beta = -jV_\alpha$, o circuito equivalente monofásico é o circuito equivalente do campo progressivo (sequência positiva) da Figura 9.11a.

Solução

A substituição das tensões de sequência positiva nas equações acima e a solução para a impedância $Z_\alpha = \hat{V}_\alpha / \hat{I}_\alpha$ dá

$$Z_\alpha = R_\alpha + j\omega_c L_\alpha + \frac{(\omega_c L_{\alpha,r})^2}{(R_r/s + j\omega_c L_r)}$$

$$= R_\alpha + jX_\alpha + \frac{X_{\alpha,r}^2}{(R_r/s + jX_r)}$$

Essa equação pode ser reescrita como

$$Z_\alpha = R_\alpha + j(X_\alpha - X_{\alpha,r}) + \frac{jX_{\alpha,r}[j(X_r - X_{\alpha,r}) + R_r/s]}{(R_r/s + jX_r)}$$

Fazendo $R_\alpha \Rightarrow R_1$, $(X_\alpha - X_{\alpha,r}) \Rightarrow X_1$, $X_{\alpha,r} \Rightarrow X_m$, $(X_r - X_{\alpha,r}) \Rightarrow X_2$ e $R_r \Rightarrow R_2$, vemos que essa equação representa de fato um circuito equivalente da forma da Figura 9.11a.

Problema prático 9.4

De forma análoga ao cálculo do Exemplo 9.4, mostre que, quando está funcionando a partir de uma sequência negativa de tensões de modo que $\hat{V}_\beta = jV_\alpha$, o circuito equivalente monofásico é o circuito equivalente do campo retrógrado (sequência negativa) da Figura 9.11b.

Solução

Para uma sequência negativa, a impedância Z_α é igual a

$$Z_\alpha = R_\alpha + j\omega_c L_\alpha + \frac{(\omega_c L_{\alpha,r})^2}{(R_r/(2-s) + j\omega_c L_r)}$$

$$= R_\alpha + jX_\alpha + \frac{X_{\alpha,r}^2}{(R_r/(2-s) + jX_r)}$$

Como no Exemplo 9.4, pode-se mostrar que isso corresponde a um circuito equivalente da forma da Figura 9.11b.

Exemplo 9.5

Um motor de indução monofásico de dois polos tem os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned}
 L_{\text{principal}} &= 80,6 \text{ mH} & R_{\text{principal}} &= 0,58 \ \Omega \\
 L_{\text{aux}} &= 196 \text{ mH} & R_{\text{aux}} &= 3,37 \ \Omega \\
 L_r &= 4,7 \ \mu\text{H} & R_r &= 37,6 \ \mu\Omega \\
 L_{\text{principal,r}} &= 0,588 \text{ mH} & L_{\text{aux,r}} &= 0,909 \text{ mH}
 \end{aligned}$$

Ele opera com uma fonte monofásica de 230 V eficazes e 60 Hz, funcionando como motor de fase dividida e capacitor permanente de 35 μF , conectado em série com o enrolamento auxiliar. Para obter a defasagem necessária de corrente no enrolamento auxiliar, os enrolamentos devem ser conectados com as polaridades mostradas na Figura 9.16. O motor tem perdas rotacionais de 40 W e de 105 W no núcleo.

Considere que o motor está operando a 3500 rpm.

- Encontre as correntes da fonte de alimentação e dos enrolamentos principal e auxiliar, além da tensão no capacitor.
- Encontre o conjugado eletromagnético médio no tempo e a potência de saída no eixo.
- Calcule a potência de entrada do motor e seu rendimento elétrico. Observe que, como as perdas no núcleo não são levadas em consideração de modo explícito no modelo desenvolvido nesta seção, você pode simplesmente considerá-las como uma componente adicional da potência de entrada.
- Plote o conjugado eletromagnético médio no tempo em função da velocidade desde o repouso até a velocidade síncrona.

Solução

O MATLAB, com a sua facilidade para manipular números complexos, é ideal para resolver este problema.

- O enrolamento principal deste motor está ligado diretamente à fonte de tensão monofásica. Assim, podemos fazer diretamente $\hat{V}_{\text{principal}} = \hat{V}_s$. No entanto, o enrolamento auxiliar está conectado à fonte de tensão monofásica por meio de um capacitor e sua polaridade encontra-se invertida. Assim, devemos escrever

$$\hat{V}_{\text{aux}} + \hat{V}_C = -\hat{V}_s$$

em que a tensão do capacitor é dada por

$$\hat{V}_C = j \hat{I}_{\text{aux}} X_C$$

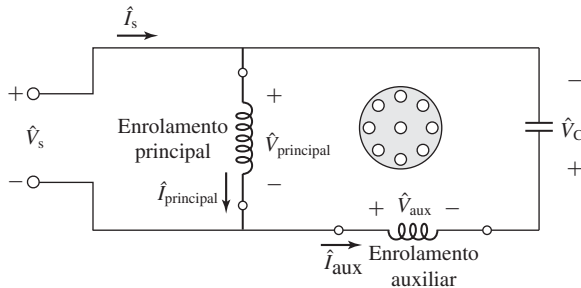


Figura 9.16 Conexões do motor de indução de fase dividida e capacitor permanente do Exemplo 9.5.

Aqui, a impedância do capacitor X_c é igual a

$$X_c = -\frac{1}{(\omega_e C)} = -\frac{1}{(120\pi \times 35 \times 10^{-6})} = -75,8 \Omega$$

Fazendo $\hat{V}_s = V_0 = 230$ V, substituindo essas expressões nas Eqs. 9.45 e 9.46 e usando as Eqs. 9.41 e 9.42, obtém-se então a seguinte equação matricial para as correntes dos enrolamentos principal e auxiliar.

$$\begin{bmatrix} (R_{\text{principal}} + j\omega_e \hat{A}_1) & j\omega_e \hat{A}_2 \\ -j\omega_e \hat{A}_2 & (R_{\text{aux}} + jX_c + j\omega_e \hat{A}_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{\text{principal}} \\ \hat{I}_{\text{aux}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 \\ -V_0 \end{bmatrix}$$

em que

$$\hat{A}_1 = L_{\text{principal}} - jL_{\text{principal,r}}^2 (\hat{K}^+ + \hat{K}^-)$$

$$\hat{A}_2 = L_{\text{principal,r}} L_{\text{aux,r}} (\hat{K}^+ - \hat{K}^-)$$

e

$$\hat{A}_3 = L_{\text{aux}} - jL_{\text{aux,r}}^2 (\hat{K}^+ + \hat{K}^-)$$

Os parâmetros \hat{K}^+ e \hat{K}^- podem ser obtidos das Eqs. 9.43 e 9.44 depois de encontrar o escorregamento por meio da Eq. 6.1

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{3600 - 3500}{3600} = 0,278$$

Essa equação matricial pode ser resolvida facilmente usando-se o MATLAB obtendo-se os resultados

$$\hat{I}_{\text{principal}} = 15,9\angle -37,6^\circ \text{ A}$$

$$\hat{I}_{\text{aux}} = 5,20\angle -150,7^\circ \text{ A}$$

e

$$\hat{I}_s = 18,5\angle -22,7^\circ \text{ A}$$

O módulo da tensão do capacitor é

$$|\hat{V}_c| = |\hat{I}_{\text{aux}} X_c| = 374 \text{ V}$$

- b. Usando MATLAB, o conjugado eletromagnético médio, no tempo, pode ser encontrado a partir da Eq. 9.51 obtendo-se

$$\langle T_{\text{mec}} \rangle = 9,74 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Então, a potência no eixo pode ser encontrada subtraindo-se as perdas rotacionais P_{rot} da potência de entreferro

$$\begin{aligned} P_{\text{eixo}} &= \omega_m \langle T_{\text{mec}} \rangle - P_{\text{rot}} \\ &= \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) (1 - s) \omega_e (\langle T_{\text{mec}} \rangle) - P_{\text{rot}} \\ &= 3532 \text{ W} \end{aligned}$$

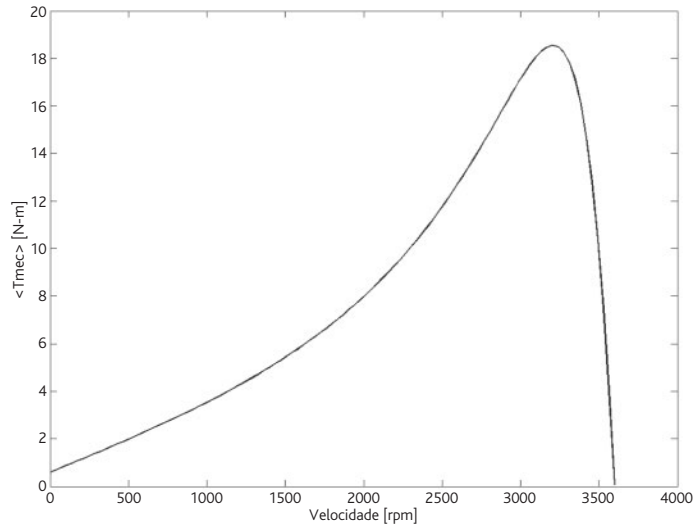


Figura 9.17 Conjugado eletromagnético médio no tempo *versus* velocidade para o motor de indução monofásico do Exemplo 9.5.

c. A potência de entrada do enrolamento principal pode ser obtida como

$$P_{\text{principal}} = \text{Re} [V_0 \hat{I}_{\text{principal}}^*] = 2893 \text{ W}$$

e a potência que é fornecida ao enrolamento auxiliar, incluindo o capacitor (que não dissipa potência), é dada por

$$P_{\text{aux}} = \text{Re} [-V_0 \hat{I}_{\text{aux}}^*] = 1043 \text{ W}$$

A potência total de entrada, incluindo-se a potência das perdas no núcleo $P_{\text{núcleo}}$, é obtida como

$$P_{\text{entrada}} = P_{\text{principal}} + P_{\text{aux}} + P_{\text{núcleo}} = 4041 \text{ W}$$

Finalmente, o rendimento pode ser determinado como

$$\eta = \frac{P_{\text{eixo}}}{P_{\text{entrada}}} = 0,874 = 87,4\%$$

d. A plotagem gerada pelo MATLAB de $\langle T_{\text{mec}} \rangle$ *versus* velocidade encontra-se na Figura 9.17.

Aqui está o *script* de MATLAB (onde *main* refere-se ao enrolamento principal, *core*, ao núcleo, *speed*, à velocidade de rotação e *in*, à entrada).

```

clc
clear

% Parâmetros da fonte
V0 = 230;
omegae = 120*pi;

```

```

% Parâmetros do motor
poles = 2;
Lmain = .0806;
Rmain = 0.58;
Laux = 0.196;
Raux = 3.37;
Lr = 4.7e-6;
Rr = 37.6e-6;
Lmainr = 5.88e-4;
Lauxr = 9.09e-4;
C = 35e-6;
Xc = -1/(omegae*C);
Prot = 40;
Pcore = 105;

% Execute o programa duas vezes. Se calcswitch (chave de cálculo) = 1,
% então calcule apenas na velocidade de 3500 rpm. Na segunda vez,
% o programa fará a plotagem da parte (d).

for calcswitch = 1:2

if calcswitch == 1
    mmax = 1;
else
    mmax = 101;
end

for m = 1:mmax

if calcswitch == 1
    speed(m) = 3500;
else
    speed(m) = 3599*(m-1)/100;
end

% Calcule o escorregamento
ns = (2/poles)*3600;
s = (ns-speed(m))/ns;

% Parte (a)
% Calcule as várias constantes complexas (Kplus = K+, Kminus = K-)
Kplus = s*omegae/(2*(Rr + j*s*omegae*Lr));
Kminus = (2-s)*omegae/(2*(Rr + j*(2-s)*omegae*Lr));
A1 = Lmain - j*Lmainr^2*(Kplus+Kminus);
A2 = Lmainr*Lauxr*(Kplus-Kminus);
A3 = Laux - j*Lauxr^2*(Kplus+Kminus);

% Monte a matriz
M(1,1) = Rmain + j*omegae*A1;
M(1,2) = j*omegae*A2;
M(2,1) = -j*omegae*A2;
M(2,2) = Raux + j*Xc+ j*omegae*A3;

% Aqui está o vetor de tensões
V = [V0 ; -V0];

```



```

% Agora encontre a matriz de correntes

I = M\V;

Imain = I(1);
Iaux = I(2);
Is = Imain-Iaux;

magImain = abs(Imain);
angleImain = angle(Imain)*180/pi;
magIaux = abs(Iaux);
angleIaux = angle(Iaux)*180/pi;
magIs = abs(Is);
angleIs = angle(Is)*180/pi;

% Tensão do capacitor
Vcap = Iaux*XC;
magVcap = abs(Vcap);

% Parte (b)
Tmech1 = conj(Kplus-Kminus);
Tmech1 = Tmech1*(Lmainr^2*Imain*conj(Imain)+Lauxr^2*Iaux*conj(Iaux));
Tmech2 = j*Lmainr*Lauxr*conj(Kplus+Kminus);
Tmech2 = Tmech2*(conj(Imain)*Iaux-Imain*conj(Iaux));
Tmech(m) = (poles/2)*real(Tmech1+Tmech2);
Pshaft = (2/poles)*(1-s)*omegae*Tmech(m)-Prot;

% Parte (c)
Pmain = real(V0*conj(Imain));
Paux = real(-V0*conj(Iaux));
Pin = Pmain+Paux+Pcore;
eta = Pshaft/Pin;
if calcswitch == 1
    fprintf('Parte (a):')
    fprintf('\n Iprincipal = %g A para o ângulo %g graus',magImain,angleImain)
    fprintf('\n Iaux = %g A para o ângulo %g graus',magIaux,angleIaux)
    fprintf('\n Ifonte = %g A para o ângulo %g graus',magIs,angleIs)
    fprintf('\n Vcap = %g V\n',magVcap)
    fprintf('\nparte (b):')
    fprintf('\n Tmec = %g N-m',Tmech)
    fprintf('\n Peixo = %g W\n',Pshaft)
    fprintf('\nparte (c):')
    fprintf('\n Pprincipal = %g W',Pmain)
    fprintf('\n Paux = %g W',Paux)
    fprintf('\n Pentrada = %g W',Pin)
    fprintf('\n eta = %g por cento\n\n',100*eta)
else
    plot(speed,Tmech)
    xlabel('Velocidade [rpm]')
    ylabel('<Tmec> [N-m]')
end

end % Fim do laço de m
end % Fim do laço de calcswitch

```

Problema prático 9.5

- a. Calcule o rendimento do motor de indução monofásico do Exemplo 9.5 funcionando com uma velocidade de 3475 rpm.
- b. Faça uma pesquisa dentro do intervalo de valores de $25 \mu\text{F}$ a $45 \mu\text{F}$ para encontrar o valor do capacitor que dará o rendimento máximo nessa velocidade e o respectivo rendimento.

Solução

- a. 86,4 %
 - b. $41,8 \mu\text{F}$, 86,6 %
-

9.5 Resumo

Um dos temas deste capítulo é a continuação da teoria da máquina de indução do Capítulo 6 e sua aplicação ao motor de indução monofásico. Essa teoria é ampliada por meio de um processo de raciocínio gradativo que inicia na teoria do campo girante simples do motor de indução polifásico simétrico. O conceito básico é a decomposição da onda de FMM do estator em duas ondas de amplitudes constantes que se deslocam girando ao redor do entreferro na velocidade síncrona em sentidos opostos. Se o escorregamento do campo progressivo for s , então o do campo retrógrado será $(2 - s)$. Cada uma dessas componentes de campo produz uma ação do tipo motor de indução, exatamente como em um motor polifásico simétrico. Do ponto de vista do estator, os efeitos refletidos do rotor podem ser visualizados e expressos quantitativamente em termos de circuitos equivalentes simples. A facilidade com que as reações internas podem ser analisadas dessa forma é a razão fundamental da utilidade da teoria do campo girante duplo.

Em um enrolamento monofásico, as ondas componentes de FMM, progressiva e retrógrada, são iguais e sua amplitude é a metade do valor máximo de pico da onda de FMM estacionária pulsante produzida pelo enrolamento. A decomposição da onda de FMM em suas componentes progressiva e retrógrada leva então ao conceito físico do motor monofásico descrito na Seção 9.1 e finalmente à teoria quantitativa desenvolvida na Seção 9.3 e aos circuitos equivalentes da Figura 9.10.

Na maioria dos casos, os motores monofásicos de indução são, na realidade, motores bifásicos com enrolamentos assimétricos que funcionam com uma fonte de tensão monofásica. Assim, para completar o nosso entendimento dos motores de indução monofásicos, é necessário examinar o desempenho dos motores bifásicos. Desse modo, o próximo passo é aplicar a imagem do campo girante duplo a um motor bifásico simétrico com tensões aplicadas em desequilíbrio, como na Seção 9.4.1. Essa investigação conduz ao conceito de componentes simétricas, pelo qual um sistema bifásico desequilibrado de correntes ou tensões pode ser decomposto na soma de dois sistemas de componentes bifásicas equilibradas com sequências opostas de fase. A decomposição das correntes em sistemas de componentes simétricas é equivalente a decompor a onda de FMM de estator em suas componentes progressiva e retrógrada e, desse modo, as reações internas do rotor para cada um dos sistemas de componentes simétricas são iguais às que já investigamos. Um processo muito semelhante de raciocínio, que não será examinado aqui, leva ao método bem conhecido de componentes simétricas trifásicas, usado no tratamento de problemas que envolvem

a operação desequilibrada de máquinas rotativas trifásicas. A facilidade com que a máquina rotativa pode ser analisada em termos da teoria do campo girante é a razão principal da utilidade do método das componentes simétricas.

Finalmente, o capítulo termina na Seção 9.4.2 com o desenvolvimento de uma teoria analítica para o caso genérico de um motor de indução bifásico com enrolamentos assimétricos. Essa teoria permite-nos analisar o funcionamento de motores monofásicos que estejam operando com os enrolamentos principal e simétrico.

9.6 Variáveis do Capítulo 9

δ, ϕ	Ângulo de fase [rad]
θ_{ae}	Ângulo espacial de estator em unidades elétricas [rad]
θ_m	Posição do rotor [rad]
θ_{me}	Posição do rotor em unidades elétricas [rad]
λ	Fluxo concatenado [Wb]
$\hat{\lambda}$	Fluxo concatenado, amplitude complexa [Wb]
ω_e	Frequência elétrica [rad/s]
ω_m	Velocidade angular do rotor [rad/s]
ω_{me}	Velocidade angular do rotor em unidades elétricas [rad/s]
ω_r	Frequência elétrica do rotor [rad/s]
ω_s	Velocidade angular síncrona [rad/s]
a	Relação de espiras
C	Capacitância [F]
\hat{E}, \hat{V}	Tensão, amplitude complexa [A]
f_e	Frequência elétrica [Hz]
F, \mathcal{F}	Força magnetomotriz [A]
i, I	Corrente [A]
\hat{I}	Corrente, amplitude complexa [A]
$k_{2,principal}, \hat{K}^+, \hat{K}^-, \hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3$	Parâmetros úteis
L, \mathcal{L}	Indutância [H]
n	Velocidade angular [rpm]
n_s	Velocidade angular síncrona [rpm]
P	Potência [W]
R	Resistência [Ω]
s	Escorregamento
t	Tempo [s]
T	Conjugado [N · m]
v, V	Tensão [V]
X	Reatância [Ω]
X_c	Reatância capacitiva [Ω]
Z	Impedância [Ω]

Índices:

α, β	Designações de fases
aux	Enrolamento auxiliar
b	Campo retrógrado (<i>backward</i>)
C	Capacitor
f	Campo progressivo (<i>forward</i>)
g	Entreferro (<i>gap</i>)

m	Magnetizante
principal	Enrolamento principal
max	Máximo(a)
r	Rotor
rot	Rotacional(ais)
s	Fonte (<i>supply</i>)

9.7 Problemas

- 9.1** Um motor com partida a capacitor de 750 W, 120 V e 60 Hz tem os seguintes parâmetros para os enrolamentos principal e auxiliar (na partida):

$$Z_{\text{principal}} = 6,43 + j9,67\Omega \quad \text{enrolamento principal}$$

$$Z_{\text{aux}} = 10,6 + j12,2\Omega \quad \text{enrolamento auxiliar}$$

- Encontre o módulo e os ângulos de fase das correntes dos dois enrolamentos quando a tensão nominal é aplicada ao motor durante a partida.
 - Encontre o valor do capacitor de partida capaz de colocar em quadratura de tempo as correntes dos enrolamentos principal e auxiliar durante a partida.
 - Repita a parte (a) quando a capacitância da parte (b) é inserida em série com o enrolamento auxiliar. Encontre o módulo e a fase (em relação à tensão aplicada) da tensão do enrolamento auxiliar.
- 9.2** Repita o Problema 9.1 quando o motor funciona a partir de uma fonte de 120 V e 50 Hz.
- 9.3** Dadas a frequência elétrica aplicada e as respectivas impedâncias $Z_{\text{principal}}$ e Z_{aux} dos enrolamentos principal e auxiliar na partida, escreva um *script* de MATLAB para calcular o valor da capacitância que produz, quando conectada em série com o enrolamento de partida, uma corrente no enrolamento de partida que está adiantada em relação à corrente do enrolamento principal de 90° . Teste seu programa com o motor de 60 Hz do Problema 9.1.
- 9.4** Um motor de indução monofásico de fase dividida com capacitor permanente de 120 V, 60 Hz e dois polos tem uma potência nominal de saída de 500 W. Quando está operando com sua tensão e carga nominais e um capacitor de enrolamento auxiliar de $41,3 \mu\text{F}$, observa-se que a corrente do enrolamento principal é 4,89 A com um ângulo de fase (em relação à tensão aplicada) de $-55,8^\circ$. Observa-se também que a corrente do enrolamento auxiliar é 3,32 A com um ângulo de fase de $34,2^\circ$.
- Calcule a potência de entrada, o fator de potência e o rendimento do motor.
 - Calcule as impedâncias $Z_{\text{principal}}$ e Z_{aux} dos enrolamentos principal e auxiliar.
 - Os enrolamentos principal e auxiliar diferem apenas no número de espiras. O enrolamento principal tem 180 espiras/polo. Calcule as espiras/polo do enrolamento auxiliar.
 - Mostre que nessa condição de operação, as FMMs combinadas dos enrolamentos principal e auxiliar produzem apenas uma única onda de fluxo girante.

- 9.5 Repita o Exemplo 9.2 para um escorregamento de 0,035.
- 9.6 Um motor com partida a capacitor de 600 W, 115 V, 60 Hz e seis polos tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente (em Ω) e perdas:

$$R_{1,\text{principal}} = 1,07 \quad R_{2,\text{principal}} = 1,47$$

$$X_{1,\text{principal}} = 1,83 \quad X_{m,\text{principal}} = 34,3 \quad X_{2,\text{principal}} = 1,12$$

$$\text{Perdas no núcleo} = 57 \text{ W} \quad \text{Perdas por atrito e ventilação} = 17,7 \text{ W}$$

Para um escorregamento de 0,065, determine a corrente do estator, o fator de potência, a potência de saída, a velocidade, o conjugado e o rendimento quando esse motor está funcionando como motor monofásico na tensão e frequência nominais com seu enrolamento de partida em aberto.

- 9.7 Um motor de indução monofásico de 750 W, quatro polos, 120 V e 60 Hz tem os seguintes parâmetros (resistências e reatâncias em Ω/fase):

$$R_{1,\text{principal}} = 0,55 \quad R_{2,\text{principal}} = 1,70$$

$$X_{1,\text{principal}} = 0,83 \quad X_{m,\text{principal}} = 41,5 \quad X_{2,\text{principal}} = 0,72$$

$$\text{Perdas no núcleo} = 57 \text{ W} \quad \text{Perdas por atrito e ventilação} = 17,7 \text{ W}$$

Obtenha a velocidade, a corrente de estator, o conjugado, a potência de saída e o rendimento quando o motor está operando na tensão nominal com um escorregamento de 7,2%.

- 9.8 Escreva um *script* de MATLAB para plotar a velocidade e o rendimento do motor monofásico do Problema 9.7, em função da potência de saída dentro do intervalo $0 \leq P_{\text{saída}} \leq 750 \text{ W}$.

- 9.9 Para modificar o motor de indução monofásico de 750 W e 120 V do Problema 9.7 de modo que opere em um sistema de 240 V, o enrolamento principal deve ser rebobinado com um enrolamento semelhante que tem o dobro do número de espiras e usa fio com metade da área da seção reta.

- a. Calcule os parâmetros do enrolamento principal do motor rebobinado.
- b. Com o motor rebobinado operando com a fonte de 240 V e com apenas seu enrolamento principal, encontre o escorregamento para o qual a saída do motor é 700 W. Calcule a corrente do enrolamento principal e o rendimento do motor correspondentes.

- 9.10 Com o rotor parado, as correntes eficazes nos enrolamentos principal e auxiliar de um motor de indução de quatro polos com partida a capacitor são $I_{\text{principal}} = 18,9 \text{ A}$ e $I_{\text{aux}} = 12,1 \text{ A}$, respectivamente. A corrente do enrolamento auxiliar adianta-se em relação à corrente do enrolamento principal de 58° . As espiras efetivas por polo (o número de espiras que foi corrigido para levar em consideração a distribuição do enrolamento) são $N_{\text{principal}} = 47$ e $N_{\text{aux}} = 73$. Os enrolamentos estão em quadratura no espaço.

- a. Determine as amplitudes de pico das ondas progressiva e retrógrada de FMM do estator.
- b. Suponha que fosse possível ajustar o módulo e a fase da corrente do enrolamento auxiliar. Que módulo e fase produziria uma onda de FMM puramente progressiva?

9.11 Deduza uma expressão em termos de $Q_{2,\text{principal}}$ para a velocidade diferente de zero de um motor de indução monofásico no qual o conjugado interno é zero. (Veja o Exemplo 9.2.)

9.12 Os parâmetros de circuito equivalente de um motor de indução de 7,5 kW, 230 V, 60 Hz, quatro polos, bifásico e de gaiola de esquilo em ohms por fase são:

$$R_1 = 0,266 \quad X_1 = 1,27 \quad X_m = 34,1 \quad R_2 = 0,465 \quad X_2 = 1,39$$

Esse motor opera com uma fonte bifásica desequilibrada de 60 Hz cujas tensões de fase são, respectivamente, 232 e 198 V, e a tensão menor está adiantada em relação à maior de 75° . Para um escorregamento de 0,047, encontre

- as componentes de sequências positiva e negativa da tensão aplicada e as correntes de motor resultantes,
- as correntes de fase em cada um dos enrolamentos e
- a potência mecânica interna.

9.13 Considere o motor de indução bifásico de gaiola de esquilo do Problema 9.12 operando com uma velocidade constante de 1725 rpm e com a tensão do primeiro enrolamento mantida constante em 230 V.

- Assuma que a tensão do segundo enrolamento varia de 200 V a 240 V com um ângulo de fase constante de 90° estando adiantada em relação à tensão do primeiro enrolamento. Plote a potência mecânica interna em função da tensão do segundo enrolamento.
- Assuma que a tensão do segundo enrolamento é mantida constante em 230 V enquanto seu ângulo de fase constante varia de 70° a 110° estando adiantada em relação à tensão do primeiro enrolamento. Plote a potência mecânica interna em função do ângulo de fase do segundo enrolamento.

9.14 Considere o motor bifásico do Exemplo 9.3.

- Encontre o conjugado de partida para as condições especificadas no exemplo.
- Compare o resultado da parte (a) com o conjugado de partida que o motor produziria se tensões bifásicas equilibradas de 220 V fossem aplicadas ao motor.
- Mostre que, se as tensões de estator \hat{V}_α e \hat{V}_β de um motor de indução bifásico estiverem em quadratura de tempo, mas forem desiguais em módulo, então o conjugado de partida será o mesmo que aquele desenvolvido quando tensões bifásicas equilibradas de módulo $\sqrt{V_\alpha V_\beta}$ são aplicadas.

9.15 O motor de indução do Problema 9.12 é abastecido a partir de uma fonte bifásica desequilibrada por um alimentador que tem uma impedância $Z = 0,32 + j1,5\Omega/\text{fase}$. As tensões da fonte podem ser expressas como

$$\hat{V}_\alpha = 237\angle 0^\circ \quad \hat{V}_\beta = 211\angle 73^\circ$$

Para um escorregamento de 5,2%, mostre que as tensões de terminal do motor de indução correspondem mais aproximadamente a um conjunto bifásico equilibrado do que aquelas da fonte.

- 9.16** Os parâmetros de circuito equivalente, em ohms por fase, referidos ao estator de um motor de indução bifásico 1,5 kW, 220 V, quatro polos, 60 Hz e de gaiola de esquilo estão dados abaixo. As perdas rotacionais a vazio são de 106 W.

$$R_1 = 0,49 \quad R_2 = 2,6 \quad X_1 = X_2 = 3,7 \quad X_m = 66$$

- A tensão aplicada à fase α é $220\angle 0^\circ$ V e a aplicada à fase β é $204\angle 80^\circ$ V. Encontre o conjugado líquido de entreferro para um escorregamento $s = 0,042$.
 - Qual é o conjugado de partida para as tensões aplicadas da parte (a)?
 - As tensões aplicadas são alteradas de modo que $\hat{V}_\alpha = 220\angle 0^\circ$ V e $\hat{V}_\beta = 220\angle 90^\circ$ V. Encontre o escorregamento para o qual a potência de saída a plena carga é obtida.
 - Enquanto o motor está funcionando como na parte (c), a fase β é aberta. Qual é a potência de saída da máquina para um escorregamento $s = 0,042$?
 - Que tensões aparecem nos terminais da fase aberta β nas condições da parte (d)?
- 9.17** Um motor de indução monofásico com capacitor permanente de trabalho, 120 V, 60 Hz e dois polos tem os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} L_{\text{principal}} &= 41,1 \text{ mH} & R_{\text{principal}} &= 0,331 \Omega \\ L_{\text{aux}} &= 89 \text{ mH} & R_{\text{aux}} &= 1,55 \Omega \\ L_r &= 2,04 \mu\text{H} & R_r &= 15,0 \mu\Omega \\ L_{\text{principal},r} &= 0,30 \text{ mH} & L_{\text{aux},r} &= 0,461 \text{ mH} \end{aligned}$$

Você pode assumir que o motor tem 48 W de perdas no núcleo e 23 W de perdas rotacionais. Os enrolamentos do motor estão conectados com a polaridade mostrada na Figura 9.16, e o capacitor de trabalho é de $46 \mu\text{F}$.

- Calcule o conjugado de partida do motor.
- Com o motor funcionando com uma velocidade de 3475 rpm, calcule
- as correntes dos enrolamentos principal e auxiliar,
 - a corrente total de linha e o fator de potência do motor,
 - a potência de saída e
 - a potência de entrada elétrica e o rendimento.

Observe que este problema é resolvido mais facilmente usando MATLAB.

- 9.18** Um motor de indução monofásico com capacitor permanente de trabalho, 230 V, 50 Hz e quatro polos tem os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} L_{\text{principal}} &= 135 \text{ mH} & R_{\text{principal}} &= 1,22 \Omega \\ L_{\text{aux}} &= 363 \text{ mH} & R_{\text{aux}} &= 5,17 \Omega \\ L_r &= 6,77 \mu\text{H} & R_r &= 259 \mu\Omega \\ L_{\text{principal},r} &= 1,16 \text{ mH} & L_{\text{aux},r} &= 1,43 \text{ mH} \end{aligned}$$

Você pode assumir que o motor tem 62 W de perdas no núcleo e 27 W de perdas rotacionais. Os enrolamentos do motor estão conectados com a polaridade mostrada na Figura 9.16, e o capacitor de trabalho é de $18 \mu\text{F}$.

- Com o motor funcionando na velocidade de 230 rpm, calcule a velocidade na qual o motor produzirá uma potência de saída de 1,5 kW.

- b. Encontre a potência de saída e o rendimento nas condições de operação da parte (a).
- 9.19** A máquina de indução monofásica do Problema 9.18 deve operar em um sistema de 230 V e 60 Hz. Calcule a capacitância necessária para maximizar o rendimento do motor na velocidade de 1710 rpm. Você pode assumir que as perdas no núcleo permanecem iguais a 62 W e as perdas rotacionais aumentam para 39 W. Para o funcionamento em 230 V e 1710 rpm usando essa capacitância, calcule a potência de saída, o rendimento e a corrente de terminal do motor.
- 9.20** Considere o motor monofásico do Problema 9.17. Escreva um *script* de MATLAB para pesquisar, dentro do intervalo de valores de capacitor de 50 μF a 100 μF , e encontrar o valor que maximizará o rendimento do motor para uma velocidade de 3475 rpm. Qual é o respectivo rendimento máximo?
- 9.21** Para elevar o conjugado de partida, o motor de indução monofásico do Problema 9.17 deve ser convertido em um motor com capacitores de partida e de trabalho. Escreva um *script* de MATLAB para encontrar o valor mínimo do capacitor de partida, necessário para elevar o conjugado de partida até 0,55 N · m.
- 9.22** Considere o motor de indução monofásico do Exemplo 9.5 funcionando no intervalo de velocidade de 3350 rpm a 3580 rpm.
- Use o MATLAB para plotar a potência de saída dentro no intervalo de velocidade dado.
 - Plote o rendimento do motor nesse intervalo de velocidade.
 - Sobrepondo à mesma plotagem da parte (b), plote o rendimento do motor se o capacitor permanente for aumentado para 30 μF .

Controle de velocidade e conjugado

Os motores elétricos são empregados em muitas aplicações que requerem controle de velocidade e conjugado. A maioria das máquinas CA do século passado tendia a ser empregada basicamente como dispositivos de velocidade única. Normalmente, elas funcionavam com fontes de frequência fixa (na maioria dos casos era a rede elétrica de 50 ou 60 Hz), ao passo que o controle da velocidade requeria uma fonte de velocidade variável. Assim, as aplicações que exigiam velocidade variável e conjugado controlado eram atendidas por máquinas CC, que podem proporcionar controle de velocidade altamente flexível, embora a certo custo porque elas são mais complexas, mais caras e necessitam de mais manutenção do que as máquinas CA.

A disponibilidade de interruptores ou chaves de potência de estado sólido e microprocessadores para controle alterou muito essa situação. Hoje, é possível construir sistemas eletrônicos de potência capazes de fornecer as formas de onda de tensão/corrente e frequência variáveis necessárias para obter a operação com velocidade variável e controle de conjugado com máquinas CA. Como resultado, agora as máquinas CA substituíram as máquinas CC em muitas aplicações tradicionais e um amplo conjunto de novas aplicações se desenvolveu.

O objetivo deste capítulo é discutir as várias técnicas de controle das máquinas elétricas. Como uma discussão aprofundada desse tópico seria ao mesmo tempo demasiado extensa para um único capítulo e estaria além do escopo deste livro, a apresentação aqui será necessariamente de natureza introdutória. Apresentaremos as técnicas básicas de controle de velocidade e de conjugado e ilustraremos as configurações típicas da eletrônica de acionamento que são usadas para implementar os algoritmos de controle. Deve-se considerar que a dinâmica dos sistemas pode desempenhar um papel crítico em algumas aplicações, com questões que vão da velocidade de resposta até a estabilidade total do sistema. Embora as técnicas apresentadas aqui formem a base das análises dinâmicas, o foco da discussão deste capítulo é a operação em estado permanente.

Na discussão sobre o controle de conjugado em máquinas síncronas e de indução, serão introduzidas as técnicas de *controle vetorial* ou de *campo orientado*. Será feita uma analogia com o controle de conjugado em máquinas CC. Esse material é um pouco mais sofisticado matematicamente do que a discussão sobre o controle de velocidade e requer a aplicação das transformações dq0 desenvolvidas no Apêndice C. O capítulo é escrito de tal modo que esse material possa ser omitido dependendo da escolha do professor sem que a discussão sobre o controle de velocidade seja prejudicada.

10.1 Controle de motores CC

Antes da aplicação em larga escala dos acionamentos baseados em eletrônica de potência para controlar as máquinas CA, os motores CC eram de longe as máquinas escolhidas em aplicações que necessitassem de flexibilidade de controle. Apesar dos acionamentos CA terem se tornado bem comuns nos últimos anos, a facilidade de controle das máquinas CC assegura que continuem sendo usadas em muitas aplicações.

10.1.1 Controle de velocidade

Os três métodos mais comuns de controle de velocidade de motores CC são: ajuste de fluxo, geralmente por meio do controle da corrente de campo, ajuste da resistência associada ao circuito de armadura e ajuste da tensão de terminal da armadura.

Controle da corrente de campo Em parte porque envolve o controle com um nível de potência relativamente baixo (a potência para o enrolamento de campo em geral é uma pequena fração da potência que é entregue à armadura de uma máquina CC), o *controle por corrente de campo* é usado frequentemente para controlar a velocidade de um motor CC, com enrolamento de campo de excitação independente ou em derivação. O diagrama de conexões de uma máquina CC com excitação independente acha-se na Figura 7.4a e o respectivo circuito equivalente para está mostrado na Figura 10.1. É evidente que o método também é aplicável aos motores compostos. A corrente do campo em derivação pode ser ajustada por meio de uma resistência variável em série com o campo em derivação. Como alternativa, para um enrolamento de campo de excitação independente, a corrente de campo pode ser fornecida por circuitos eletrônicos de potência que são usados para mudar rapidamente a corrente de campo, em resposta a uma ampla variedade de sinais de controle.

Para examinarmos o efeito do controle sobre a corrente de campo, vamos começar com o caso de um motor CC que está acionando uma carga de conjugado constante T_{carga} . Das Eqs. 7.12 e 7.17, a tensão gerada de um motor CC pode ser escrita como

$$E_a = K_f i_f \omega_m \quad (10.1)$$

em que i_f é a corrente de campo,* ω_m é a velocidade angular em rad/s e $K_f = K_a \mathcal{P}_d N_f$ é uma constante geométrica que depende das dimensões do motor, das propriedades do material magnético usado para construir o motor, assim como do número de

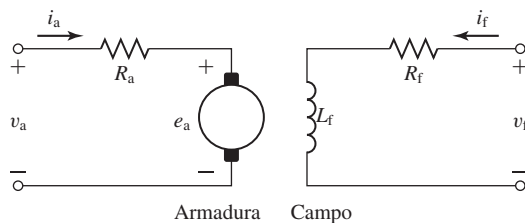


Figura 10.1 Circuito equivalente de um motor CC de excitação independente.

* N. de T.: Lembre-se: o índice “f” adotado para campo vem de *field* (campo, em inglês).

espiras do enrolamento de campo. Observe que, estritamente falando, K_f não é constante porque é proporcional à permeância do eixo direto, que normalmente varia quando o nível de fluxo no motor cresce até o ponto em que os efeitos da saturação magnética tornam-se significativos.

O conjugado eletromagnético é dado pela Eq. 7.19 como

$$T_{\text{mec}} = \frac{E_a I_a}{\omega_m} = K_f i_f I_a \quad (10.2)$$

e pode-se ver no circuito equivalente da Figura 10.1 que a corrente de armadura é dada por

$$I_a = \frac{(V_a - E_a)}{R_a} \quad (10.3)$$

Tornando o conjugado do motor T_{mec} igual a T_{carga} , as Eqs. 10.1 a 10.3 podem ser usadas para determinar ω_m ,

$$\omega_m = \frac{(V_a - I_a R_a)}{K_f i_f} = \frac{(V_a - \frac{T_{\text{carga}} R_a}{K_f i_f})}{K_f i_f} \quad (10.4)$$

Da Eq. 10.4 e considerando que a queda de tensão $I_a R_a$ na resistência de armadura em geral é bem pequena em comparação com a queda de tensão V_a , vemos que para uma dada tensão de armadura e um dado conjugado de carga, a velocidade do motor aumentará com a diminuição da corrente de campo e diminuirá quando a corrente de campo crescer. A menor velocidade que se obtém é a que corresponde à máxima corrente de campo (a corrente de campo é limitada em razão do aquecimento). A máxima velocidade é limitada mecanicamente pela integridade mecânica do rotor e eletricamente pelos efeitos da reação de armadura diante de condições de campo fraco, dando origem a uma comutação pobre.

A corrente de armadura é limitada geralmente pela capacidade de refrigeração do motor. Em muitos motores CC, a refrigeração é auxiliada por um ventilador acionado pelo eixo, cuja capacidade de refrigeração depende da velocidade do motor. Para examinar de modo aproximado as limitações de saída contínua do motor, que é permitida quando se varia a velocidade, desprezaremos a influência das alterações decorrente da ventilação e assumiremos que a corrente de armadura I_a não pode ultrapassar o seu valor nominal, de modo a assegurar que o motor não sobreaqueça. Além disso, em nossa aproximação, desprezaremos os efeitos das perdas rotacionais (que também mudam com a velocidade do motor). Como a queda de tensão na resistência de armadura é relativamente pequena, a tensão de velocidade E_a permanecerá praticamente constante com um valor ligeiramente inferior à tensão de armadura aplicada. Qualquer mudança na corrente de campo será compensada por uma mudança na velocidade do motor.

Assim, nessas condições de operação com tensão de terminal constante e corrente de campo variável, o produto máximo $E_a I_a$ e, como consequência, a potência de saída permitida do motor permanecem substancialmente constantes quando a velocidade é variada. Um motor CC controlado dessa forma é referido como de *acionamento de potência constante*. O conjugado, entretanto, varia diretamente com o fluxo de campo e, portanto, o seu mais alto valor permitido é determinado pela corrente de campo mais elevada e, conseqüentemente, pela menor velocidade. O controle por corrente de campo é assim mais adequado para acionamentos que requeiram conjugado elevado em baixas

velocidades. Quando um motor assim controlado é usado com uma carga que requer conjugado constante dentro da faixa de velocidade, a potência nominal e o tamanho da máquina são determinados pelo produto do conjugado pela maior velocidade. Tal acionamento é inerentemente superdimensionado nas baixas velocidades. Esse é o principal fator econômico que limita o intervalo prático de velocidade dos motores de grande porte.

Exemplo 10.1

Um motor CC de 25 kW, 3600 rpm e 240 V tem uma resistência de armadura de 47 mΩ e um enrolamento de campo de excitação independente com uma resistência de 187 Ω e uma indutância de 4,2 H. Com uma tensão de terminal de armadura de 240 V, constata-se que a velocidade a vazio é 3600 rpm com uma corrente de campo em derivação de 0,34 A.

Assumindo que a tensão do terminal de armadura permanece constante em 240 V e que o motor está acionando uma carga que varia com a velocidade segundo

$$P_{\text{carga}} = 10,4 \left(\frac{n}{3600} \right)^3 \text{ kW}$$

em que n é a velocidade do motor em rpm, calcule o intervalo de tensão de campo requerido para que a velocidade seja variada entre 1800 e 3600 rpm. Os efeitos das perdas rotacionais podem ser ignorados.

Solução

O conjugado de carga é igual à potência dividida pela velocidade do motor ω_m , expressa em rad/s. Primeiro, a potência é expressa em termos de $\omega_m = n\pi/30$, obtendo-se

$$P_{\text{carga}} = 22,4 \left(\frac{\omega_m}{120\pi} \right)^3 \text{ kW}$$

O conjugado de carga é dado então por

$$T_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{carga}}}{\omega_m} = 4,18 \times 10^{-4} \omega_m^2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Assim, para 1800 rpm, $\omega_m = 60\pi$ e $T_{\text{carga}} = 14,9 \text{ N} \cdot \text{m}$. Para 3600 rpm, $\omega_m = 120\pi$ e $T_{\text{carga}} = 59,4 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Antes de obter i_f , devemos encontrar o valor de K_f , o qual pode ser obtido a partir dos dados a vazio. Especificamente, vemos que com uma tensão de terminal de 240 V e uma corrente de campo 0,34 A, a velocidade a vazio do motor é 3600 rpm ($\omega_m = 120\pi$). Como, em condições a vazio, temos $E_a \approx V_a$, podemos obter K_f da Eq. 10.1 como

$$K_f = \frac{E_a}{i_f \omega_m} = \frac{240}{0,34 \times 120\pi} = 1,87 \text{ V}/(\text{A} \cdot \text{rad/s})$$

Para encontrar a corrente de campo necessária, para uma dada velocidade do motor ω_m , podemos resolver a Eq. 10.4 para obter i_f , ou seja,

$$i_f = \frac{V_a}{2K_f\omega_m} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\omega_m T_{\text{carga}} R_a}{V_a^2}} \right)$$

Sabendo que R_a é pequena e, portanto, $i_f \approx V_a/(K_f\omega_m)$, vemos que o sinal positivo deverá ser usado e, assim, temos

$$i_f = \frac{V_a}{2K_f\omega_m} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4\omega_m T_{\text{carga}} R_a}{V_a^2}} \right)$$

Tendo obtido o valor da corrente de campo, a tensão de campo pode ser encontrada como

$$V_f = R_f i_f$$

Isso leva a esta tabela:

rpm	$T_{\text{carga}} [\text{N} \cdot \text{m}]$	$I_f [\text{A}]$	$V_f [\text{V}]$
1800	14,9	0,679	127
3600	59,4	0,334	62,5

Portanto, o controlador deve ser capaz de fornecer tensões no intervalo de 62 a 127 V.

Controle por resistência do circuito de armadura O controle por resistência do circuito de armadura fornece um meio de se obter velocidades reduzidas pela inserção no circuito de armadura de uma resistência externa em série. Pode ser usado com motores em série, em derivação e compostos. Para esses dois últimos tipos, o resistor em série deve ser ligado entre o campo em derivação e a armadura, não entre a linha e o motor. É um método comum de controle de velocidade de motores série e em geral é análogo em funcionamento ao controle de um motor de indução com rotor bobinado, em que se acrescenta uma resistência em série com a resistência do rotor.

Dependendo do valor da resistência em série da armadura, a velocidade pode variar significativamente com a carga, porque a velocidade depende da queda de tensão nessa resistência e, portanto, da corrente de armadura demandada pela carga. Por exemplo, um motor em derivação de 1200 rpm, cuja velocidade com carga é reduzida a 750 rpm pela resistência de armadura em série, retornará para um funcionamento de quase 1200 rpm se a carga for removida, porque a corrente a vazio produz uma queda de tensão insignificante na resistência em série. A desvantagem desse controle pobre de velocidade pode não ser importante em um motor série, que é usado apenas onde um serviço com velocidade variável é requerido ou onde pode ser tolerado.

Uma desvantagem significativa desse método de controle de velocidade é que a perda de potência no resistor externo é elevada, especialmente quando a velocidade é bastante reduzida. De fato, para uma carga de conjugado constante, a potência de entrada do motor mais a do resistor permanece constante, ao passo que a potência de saída entregue à carga diminui com a velocidade. Os custos de operação são, portanto, comparativamente elevados no caso de períodos prolongados de funcionamento a velocidades reduzidas. Entretanto, devido a seu baixo custo inicial, o método da resistência em série (ou a sua variação a ser discutida no próximo parágrafo) pode ser atrativo em termos econômicos em aplicações que requerem redução de velocidade por períodos curtos ou intermitentes. Diferentemente do controle por corrente de campo, o controle por resistência de armadura resulta em um *acionamento de conjugado constante*, porque tanto o fluxo de campo como, em primeira aproximação, a corrente de armadura permitida permanecem constantes quando a velocidade varia.

Uma variação desse esquema de controle é dada pelo *método da armadura em derivação* que pode ser aplicado a um motor série, como na Figura 10.2a, ou a um motor em derivação, como na Figura 10.2b. De fato, os resistores R_1 e R_2 atuam como um divisor de tensão que aplica uma tensão reduzida à armadura. Uma maior flexibilidade é possível porque agora dois resistores podem ser ajustados para propiciar o

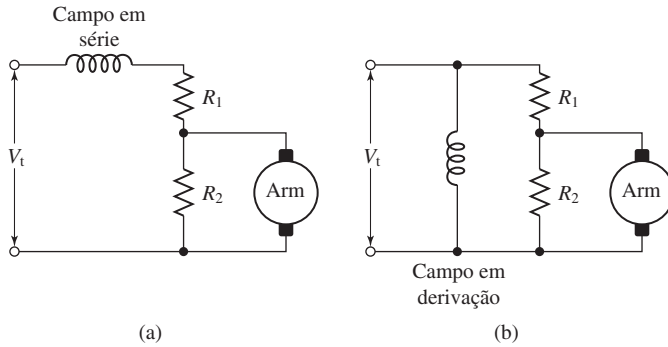


Figura 10.2 Método da armadura em derivação para controle de velocidade aplicado a (a) um motor série e (b) um motor em derivação.

desempenho desejado. Em um motor série, a velocidade a vazio pode ser ajustada para um valor finito razoável e, portanto, o esquema é aplicável à produção de baixas velocidades com cargas leves. Para motores em derivação, a regulação de velocidade na faixa de baixa velocidade é melhorada consideravelmente porque a velocidade a vazio é definitivamente inferior ao valor obtido sem nenhum dos resistores de controle.

Controle pela tensão de terminal de armadura Pode-se obter com facilidade o controle pela tensão de terminal de armadura com o uso de sistemas inversores baseados em eletrônica de potência. Há muitas configurações de inversores. Por exemplo, a Figura 10.3 mostra a topologia de um inversor de ponte H completa. Com as chaves C1 e C3 fechadas, a tensão de armadura é igual à V_{CC} , ao passo que, com as chaves C2 e C4 fechadas, a tensão de armadura é igual a $-V_{CC}$. Evidentemente, usando essa configuração em ponte H em combinação com sinais de controle escolhidos de modo apropriado para as chaves, rapidamente chaveando entre V_{CC} e $-V_{CC}$, torna-se possível para esse sistema produzir qualquer tensão desejada de armadura no intervalo $-V_{CC} \leq V_a \leq V_{CC}$. Esse tipo de controle é denominado *modulação por largura de pulso* (PWM*).

O controle da tensão de armadura tira vantagem do fato de que, como a queda de tensão na resistência de armadura é relativamente pequena, então, em regime permanente, uma variação na tensão de terminal de armadura de um motor em derivação

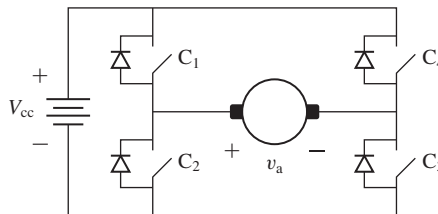


Figura 10.3 Controle pela tensão de terminal de armadura implementado com um inversor de ponte H completa.

* N. de T.: Do inglês, *Pulse-Width Modulation*.

será acompanhada por uma variação substancial na tensão de velocidade. Com uma corrente de campo em derivação constante e, por consequência, um fluxo de campo constante, essa mudança na tensão de velocidade deve ser acompanhada por uma variação proporcional na velocidade do motor. Portanto, a velocidade do motor pode ser controlada diretamente por meio da tensão de terminal de armadura.

Exemplo 10.2

Um motor CC de 500 V, 75 kW (100 HP), 2500 rpm e excitação independente tem os seguintes parâmetros:

Resistência de campo:	$R_f = 109 \Omega$
Tensão de campo nominal:	$V_{f0} = 300 \text{ V}$
Resistência de armadura:	$R_a = 0,084 \Omega$
Constante geométrica:	$K_f = 0,694 \text{ V}/(\text{A} \cdot \text{rad/s})$

Assumindo que a tensão de campo é mantida constante em 300 V e que o motor está operando com o conjugado nominal, calcule a variação na velocidade do motor em função da tensão de terminal quando a tensão de armadura é variada de 250 V até 500 V.

Solução

Com tensão de campo constante, a corrente de campo é igual a

$$I_f = \frac{V_f}{R_f} = \frac{300}{109} = 2,75 \text{ A}$$

A velocidade nominal desse motor é $\omega_{m,nominal} = 2500 \times (\pi/30) = 262 \text{ rad/s}$ e, portanto, o conjugado nominal é igual a

$$T_{nominal} = \frac{P_{nominal}}{\omega_{m,nominal}} = \frac{75 \times 10^3}{262} = 286 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Da Eq. 10.2, vemos que, para funcionamento com conjugado nominal e corrente de campo constante, a corrente de armadura será constante

$$I_a = \frac{T_{m,nominal}}{K_f I_f} = \frac{286}{0,694 \times 2,75} = 150 \text{ A}$$

Finalmente, podemos encontrar a velocidade do motor usando a Eq. 10.4 como

$$\omega_m = \frac{(V_a - I_a R_a)}{K_f I_f} = 0,524 \times (V_a - 78,5) \text{ rad/s}$$

e vendo que a velocidade do motor irá variar de forma linear com a tensão de terminal. Especificamente, para $V_a = 250 \text{ V}$, $\omega_m = 124,3z \text{ rad/s}$ (1187 rpm) e para $V_a = 500 \text{ V}$, $\omega_m = 255,2 \text{ rad/s}$ (2437 rpm).

Problema prático 10.1

Calcule a variação de tensão de armadura necessária para manter o motor do Exemplo 10.2 em uma velocidade de 2000 rpm quando a carga é variada de zero até a plena carga.

Solução

12,5 V

Exemplo 10.3

O motor do Exemplo 10.2 está operando inicialmente com uma velocidade de 2150 rpm e uma potência de 45 kW. O enrolamento de campo é alimentado a partir de uma fonte CC de tensão constante de 300 V.

- Calcule (i) o conjugado de carga, (ii) a corrente de terminal e (iii) a tensão de terminal.
- O motor e a carga tem uma inércia combinada de $J = 17,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Assumindo que o conjugado de carga permanece constante com a velocidade, calcule a velocidade do motor em função do tempo se a tensão de terminal for repentinamente diminuída em 100 V.

Solução

- a. (i) Para 2150 rpm, $\omega_m = 2150 \times (\pi/30) = 225 \text{ rad/s}$.

$$T_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{carga}}}{\omega_m} = \frac{45 \times 10^3}{225} = 200 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- (ii) Do Exemplo 10.2, $I_f = 2,75 \text{ A}$ e, portanto, da Eq. 10.1, a tensão de velocidade é

$$E_a = K_f I_f \omega_m = 0,694 \times 2,75 \times 225 = 430 \text{ V}$$

e, da Eq. 10.2,

$$I_a = \frac{T_{\text{carga}} \omega_m}{E_a} = \frac{200 \times 225}{430} = 105 \text{ A}$$

- (iii) Nessas condições de operação, a tensão de terminal é igual a

$$V_a = E_a + R_a I_a = 430 + 0,084 \times 105 = 440 \text{ V}$$

- b. A velocidade do motor é governada pela equação diferencial

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_{\text{mec}} - T_{\text{carga}}$$

em que

$$T_{\text{mec}} = K_f I_f I_a = K_f I_f \left(\frac{V_a - E_a}{R_a} \right) = K_f I_f \left(\frac{V_a - K_f I_f \omega_m}{R_a} \right)$$

Combinando essas equações, obtemos uma equação diferencial para ω_m

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + \left(\frac{K_f I_f}{R_a} \right) \omega_m = \left(\frac{K_f I_f}{R_a} \right) V_a - T_{\text{carga}}$$

Substituindo $T_{\text{carga}} = 200 \text{ N}\cdot\text{m}$ e $V_a = 340 \text{ V}$, obtemos

$$\frac{d\omega_m}{dt} + 2,47 \omega_m = 430$$

cuja solução é

$$\omega_m = \omega_{m,\infty} + (\omega_{m0} - \omega_{m,\infty})e^{-t/\tau}$$

onde $\omega_{m0} = 225 \text{ rad/s}$ (2150 rpm), $\omega_{m,\infty} = 181 \text{ rad/s}$ (1730 rpm) e $\tau = 405 \text{ ms}$. A velocidade do motor está plotada em função do tempo na Figura 10.4.

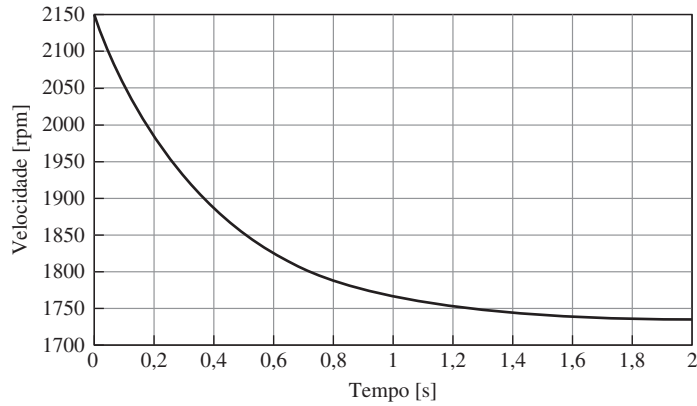


Figura 10.4 Plotagem de velocidade versus tempo para o Exemplo 10.3(b) resultante de um degrau de 440 V para 340 V.

Freqüentemente, o controle da tensão do motor é combinado com o controle da corrente de campo para obter a faixa de velocidade mais ampla possível. Com esse controle duplo, a velocidade de base pode ser definida como a velocidade na qual o motor opera com tensão nominal e fluxo nominal de armadura. Abaixo da velocidade de base, a tensão de terminal máxima costuma ser limitada pela tensão nominal multiplicada pela fração de velocidade de base em um determinado ponto de operação. Para operação acima da velocidade de base, a tensão de terminal costuma ser limitada a seu valor nominal. Isso é conseguido em parte por uma redução de corrente de campo.

Como a tensão e a corrente de armadura máximas estão restritas a valores constantes, a faixa de velocidades superiores à de base é limitada a uma potência máxima constante. Por outro lado, a faixa abaixo da velocidade de base é limitada a um conjugado máximo constante porque, como no controle por resistência de armadura, o fluxo e a corrente de armadura permitidas permanecem aproximadamente constantes. As limitações globais de saída são, portanto, como as mostradas na Figura 10.5a, para o conjugado permitido aproximado, e na Figura 10.5b, para a potência permitida

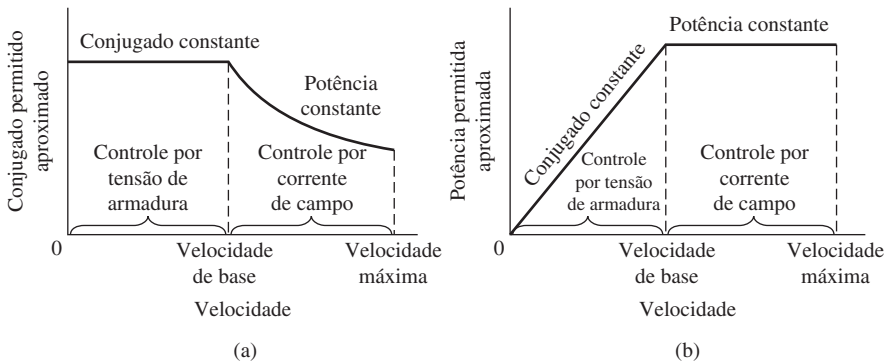


Figura 10.5 (a) Limitações de conjugado e (b) potência dos métodos combinados de controle de velocidade por tensão de armadura e por corrente de campo.

aproximada. A característica de conjugado constante é bem adequada a muitas aplicações na indústria de máquinas-ferramentas, onde a maior parcela da maioria das cargas consiste em vencer o atrito das partes móveis e, portanto, as exigências são basicamente as de conjugado constante.

A regulação de velocidade e as limitações da faixa de velocidade acima da velocidade de base são as que já foram apresentadas no controle por corrente de campo. Assim, a velocidade máxima não excede ordinariamente a quatro vezes e preferencialmente não deve exceder a duas vezes a velocidade de base. Em máquinas convencionais, o limite inferior de operação confiável e estável é cerca de um décimo da velocidade de base, correspondendo a uma faixa total entre máximo e mínimo que não ultrapassa 40:1.

Ignorando a reação de armadura, a diminuição de velocidade quando se varia o conjugado desde a vazio até a plena carga é inteiramente causada pela queda de tensão a plena carga na resistência de armadura. Essa queda de tensão na resistência de armadura a plena carga é constante dentro da faixa de controle por tensão porque o conjugado de plena carga e, por isso, a corrente de plena carga em geral são considerados constantes nessa faixa. Quando medido em rpm, portanto, o decréscimo de velocidade desde a vazio até a plena carga é constante, independentemente da velocidade a vazio. Logo, as curvas de conjugado *versus* velocidade podem ser bem aproximadas por uma série de linhas retas paralelas para os diversos ajustes de campo do motor. Observe que uma diminuição em 40 rpm a partir de uma velocidade a vazio de 1200 rpm frequentemente é de pouca importância. Entretanto, às vezes, uma diminuição em 40 rpm a partir de uma velocidade a vazio de 120 rpm pode ser de importância crítica requerendo ações corretivas na configuração do sistema.

A Figura 10.6 mostra o diagrama de blocos de um sistema realimentado de controle que pode ser usado para regular a velocidade de um motor CC de excitação independente ou em derivação. As entradas do bloco do motor CC incluem a tensão de armadura e a corrente de campo assim como o conjugado de carga T_{carga} . A velocidade resultante ω_m do motor é realimentada para o bloco controlador, que representa tanto a lógica de controle como a eletrônica de potência e que controla a tensão de armadura e a corrente de campo aplicadas ao motor CC, com base no sinal de referência da velocidade ω_{ref} . Dependendo do projeto do controlador, esse esquema pode controlar a velocidade do motor em regime permanente com um grau elevado de exatidão independentemente das variações do conjugado de carga.

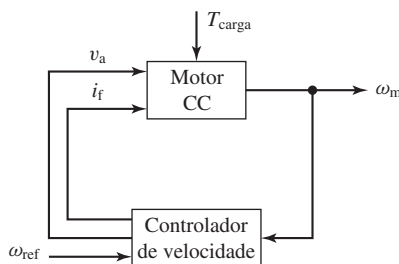


Figura 10.6 Diagrama de blocos de um sistema de controle de velocidade para um motor CC de excitação independente ou em derivação.

Exemplo 10.4

A Figura 10.7 mostra o diagrama de blocos de um sistema simples de controle de velocidade que deve ser aplicado ao motor CC do Exemplo 10.2. Neste controlador, a tensão de campo (não mostrada) é mantida constante em seu valor nominal de 300 V. Portanto, o controle é aplicado apenas à tensão de armadura e assume a forma

$$V_a = V_{a0} + G(\omega_{ref} - \omega_m)$$

em que V_{a0} é a tensão de armadura quando $\omega_m = \omega_{ref}$ e G é uma constante multiplicativa.

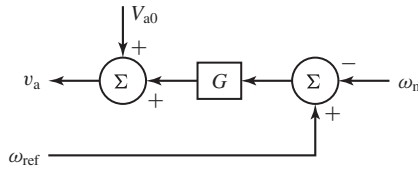


Figura 10.7 Controlador de velocidade simples para o motor CC do Exemplo 10.4.

Com a velocidade de referência ajustada para 2000 rpm ($\omega_{ref} = 2000 \times \pi/30$), calcule V_{a0} e G de modo que a velocidade do motor seja 2000 rpm a vazio e caia apenas de 25 rpm quando o conjugado é aumentado até seu valor nominal de plena carga.

Solução

Como foi calculado no Exemplo 10.2, a corrente de campo nessas condições será de 2,75 A. A vazio e 2000 rpm, tem-se

$$V_a \approx E_a = K_f I_f \omega_m = 0,694 \times 2,75 \times 2000 \left(\frac{\pi}{30}\right) = 400 \text{ V}$$

e, portanto, $V_{a0} = 400 \text{ V}$.

No Exemplo 10.3, obteve-se o conjugado de plena carga como $T_{nominal} = 286 \text{ N}\cdot\text{m}$. Assim, a corrente de armadura requerida para obter o conjugado nominal de plena carga pode ser obtido da Eq. 10.2, ou seja,

$$I_a = \frac{T_{nominal}}{K_f I_f} = \frac{286}{0,694 \times 2,75} = 150 \text{ A}$$

Para uma velocidade de 1975 rpm, E_a será dada por

$$E_a = K_f I_f \omega_m = 0,694 \times 2,75 \times 1975 \left(\frac{\pi}{30}\right) = 395 \text{ V}$$

e, desse modo,

$$V_a = E_a + I_a R_a = 395 + 150 \times 0,084 = 408 \text{ V}$$

Isolando G , obtém-se

$$G = \frac{V_a - V_{a0}}{\omega_{ref} - \omega_m} = \frac{408 - 400}{(2000 - 1975) \left(\frac{\pi}{30}\right)} = 3,06 \text{ V} \cdot \text{s/rad}$$

Problema prático 10.2

Considere novamente o motor e o controlador do Exemplo 10.4. Se a carga for reduzida à metade do conjugado nominal de plena carga, calcule (a) a velocidade do motor e (b) a respectiva potência de carga.

Solução

- 1988 rpm
- 29,6 kW

Exemplo 10.5

O motor CC do Exemplo 10.2 deve ser usado em um processo industrial, o qual requer a manutenção da velocidade do motor dentro da faixa de 2200 rpm (a vazio) e 2185 rpm (com conjugado de plena carga de 200 N·m). A corrente de campo do motor CC será mantida constante em seu valor nominal e a velocidade do motor será controlada variando a tensão do terminal de armadura.

- Inicialmente, o motor opera a vazio e a tensão de armadura é ajustada para uma velocidade de 2200 rpm ($\omega_m = 2200 \times (\pi/30) = 230,4$ rad/s). Calcule a tensão de armadura necessária.
- Com a tensão mantida constante no valor V_{a0} encontrado na parte (a), calcule a corrente de terminal e a velocidade do motor de estado permanente se o motor for carregado com o conjugado de plena carga de 200 N·m.
- Para satisfazer às especificação de faixa de velocidade, será usado um controlador de velocidade da forma mostrada na Figura 10.7. Calcule o valor do ganho G de modo que a velocidade do motor seja 2185 rpm quando sua carga é de 200 N·m com $\omega_{ref} = 230,4$ rad/s.
- Assumindo que a inércia combinada do motor e da carga é $J = 22,4$ kg·m² e que uma carga de conjugado constante de 200 N·m é aplicada repentinamente no tempo $t = 0,1$ s, use MATLAB/Simulink para plotar a velocidade, a corrente de armadura e a tensão de terminal do motor em função do tempo quando o motor está operando com e sem o controlador de velocidade.

Solução

- A vazio, $I_a \approx 0$ e assim $V_a \approx E_a$. A corrente de campo nominal desse motor é $I_f = 300$ V/109 $\Omega = 2,75$ A e, para 2200 rpm, $\omega_m = 230,4$ rad/s. Desse modo, da Eq. 10.1, temos

$$V_{a0} \approx E_a = K_f I_f \omega_m = 439,7 \text{ V}$$

- Da Eq. 10.2,

$$I_a = \frac{T_{carga}}{K_f I_f} = 105 \text{ A}$$

- da Eq. 10.4,

$$\omega_m = \frac{(V_a - I_a R_a)}{K_f I_f} = 225,8 \text{ rad/s}$$

correspondendo a uma velocidade de 2156 rpm.

- Na velocidade de 2185 rpm, $\omega_m = 2185 \times (30/\pi) = 228,8$ rad/s e, portanto,

$$E_a = K_f I_f \omega_m = 437 \text{ V}$$

A corrente de armadura necessária para produzir um conjugado de carga de estado permanente de 200 N·m é igual a 105 A independentemente da velocidade do motor e, desse modo, podemos encontrar a tensão de terminal necessária como

$$V_a = E_a + I_a R_a = 437 + 105 \times 0,084 = 445,8 \text{ V}$$

Isolando G do diagrama de blocos da Figura 10.7, temos

$$G = \frac{V_a - V_{a0}}{\omega_{ref} - \omega_m} = \frac{445,8 - 439,7}{230,4 - 228,8} = 3,8 \text{ V/(rad/s)}$$

- d. O MATLAB/Simulink requer que equações dinâmicas sejam formuladas em termos de equações integrais. A velocidade do motor é determinada pela equação diferencial

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_{mec} - T_{carga}$$

ou, na forma de integral,

$$\omega_m = \omega_{m0} + \frac{1}{J} \int_0^t (T_{mec} - T_{carga}) dt$$

onde $\omega_0 = 230,4 \text{ rad/s}$ é a velocidade inicial do motor (2200 rpm) e, da Eq. 10.2, temos

$$T_{mec} = \frac{E_a I_a}{\omega_m}$$

onde, da Eq. 10.3,

$$I_a = \frac{V_a - E_a}{R_a}$$

e, da Eq. 10.1,

$$E_a = K_f I_f \omega_m$$

Com o controlador

$$V_a = V_{a0} + G(\omega_m - \omega_{ref})$$

onde ω_{ref} é tornado igual a ω_{m0} , o controlador tenta manter a velocidade do motor em 2200 rpm. Sem o controlador, temos $V_a = V_{a0}$.

A Figura 10.8 é o modelo Simulink resultante. O bloco denominado “Initialization” (Inicialização) chama um *script* de MATLAB que faz a carga inicial dos parâmetros do modelo e das condições iniciais para a simulação. O bloco do controlador de veloci-

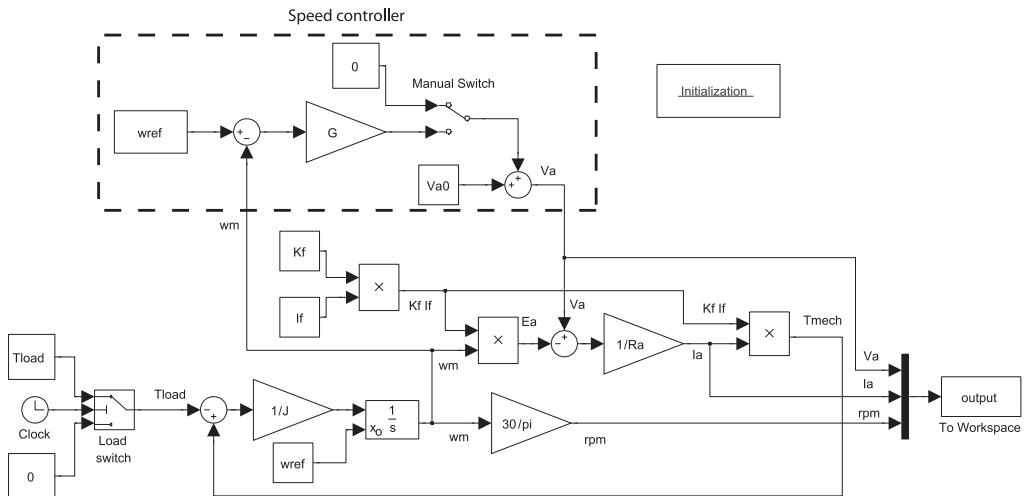
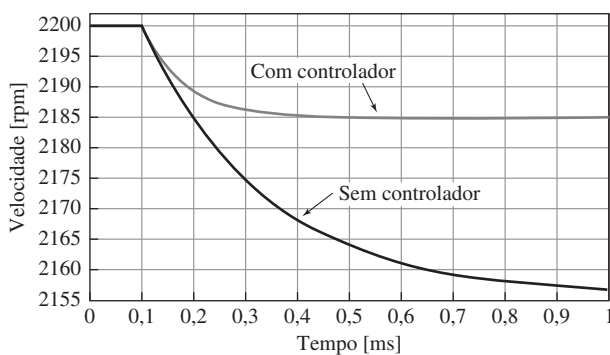


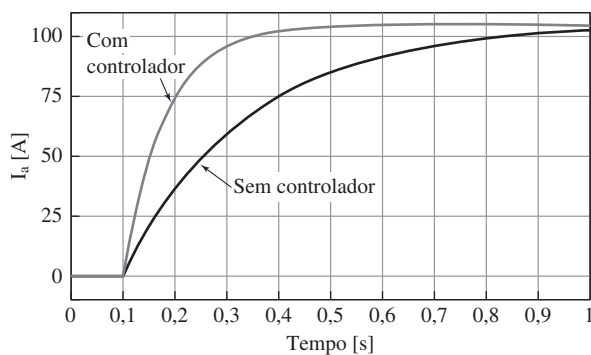
Figura 10.8 Modelo Simulink do Exemplo 10.5.

idade (Speed controller) inclui uma chave (Manual Switch) que pode ser usada antes da simulação para ativar ou desativar o controlador de velocidade. A chave de carga (Load switch) opera automaticamente no tempo 0,1 segundos para aplicar a carga de 200 N · m.

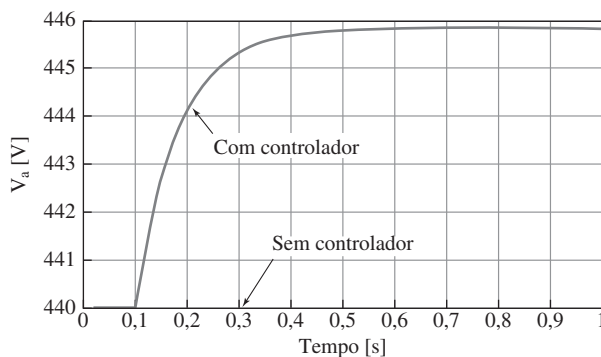
Plotagens de velocidade, corrente de armadura e tensão de terminal podem ser encontradas na Figura 10.9. Observe que o uso do controlador resulta não só na regulação de velocidade desejada como também em um tempo de resposta mais rápido.



(a)



(b)



(c)

Figura 10.9 Exemplo 10.5: Plotagem de (a) velocidade do motor, (b) I_a e (c) tensão de terminal V_a versus tempo para o Exemplo 10.5.

No caso de motores CC de ímã permanente, naturalmente o campo de fluxo é determinado pelo ímã permanente (excetuando-se possíveis efeitos sobre as propriedades magnéticas devido a mudanças de temperatura quando o motor é aquecido). Das Eqs. 10.1 e 10.2, vemos que a tensão de velocidade pode ser escrita na forma

$$E_a = K_m \omega_m \tag{10.5}$$

e que o conjugado eletromagnético pode ser escrito como

$$T_{mec} = K_m I_a \tag{10.6}$$

A comparação das Eqs. 10.5 e 10.6 com as Eqs. 10.1 e 10.2 mostra que a análise de um motor CC de ímã permanente é idêntica à de um motor CC em derivação ou de excitação independente com exceção de que o termo $K_f I_f$ deve ser substituído pela constante de conjugado K_m .

Exemplo 10.6

O motor CC de ímã permanente do Exemplo 7.11 tem uma resistência de armadura de $1,03 \Omega$ e uma constante de conjugado $K_m = 0,22 \text{ V}/(\text{rad/s})$. Assuma que o motor está acionando uma carga de potência constante de 800 W (incluindo as perdas rotacionais) e calcule a velocidade do motor quando a tensão de armadura é variada entre 40 e 50 V .

Solução

A saída de potência do motor (incluindo as perdas rotacionais) é dada pelo produto $E_a I_a$ e, portanto, podemos escrever

$$P_{carga} = E_a I_a = K_m \omega_m I_a$$

Isolando ω_m , obtém-se

$$\omega_m = \frac{P_{carga}}{K_m I_a}$$

A corrente de armadura pode ser escrita como

$$I_a = \frac{(V_a - E_a)}{R_a} = \frac{(V_a - K_m \omega_m)}{R_a}$$

Essas duas equações podem ser combinadas dando uma equação para ω_m da forma

$$\omega_m^2 - \left(\frac{V_a}{K_m} \right) \omega_m + \frac{P_{carga} R_a}{K_m^2} = 0$$

da qual podemos obter

$$\omega_m = \frac{V_a}{2K_m} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4P_{carga} R_a}{V_a^2}} \right]$$

Sabendo que quando a queda de tensão na resistência é pequena, $V_a \approx E_a = K_m \omega_m$, escolhemos o sinal positivo e, portanto,

$$\omega_m = \frac{V_a}{2K_m} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4P_{carga} R_a}{V_a^2}} \right]$$

Substituindo os valores, encontramos que, para $V_a = 40 \text{ V}$, $\omega_m = 169,2 \text{ rad/s}$ (1616 rpm) e, para $V_a = 50 \text{ V}$, temos $\omega_m = 217,5 \text{ rad/s}$ (2077 rpm).

Problema prático 10.3

Calcule a variação de velocidade (em rpm) do motor CC de ímã permanente do Exemplo 10.6 se a tensão de armadura for mantida constante em 50 V e a potência de carga variar de 100 W até 500 W.

Solução

2077 rpm até 1540 rpm

10.1.2 Controle de conjugado

Como vimos, o conjugado eletromagnético do motor CC é proporcional à corrente de armadura I_a e é dado por

$$T_{\text{mec}} = K_f I_f I_a \quad (10.7)$$

para o caso de um motor em derivação ou de excitação independente, e por

$$T_{\text{mec}} = K_m I_a \quad (10.8)$$

para o caso de um motor de ímã permanente.

Dessas equações, vemos que o conjugado pode ser controlado diretamente pelo ajuste da corrente de armadura. O controle de corrente pode ser implementado facilmente com eletrônica de potência. A Figura 10.10 mostra esquematicamente três configurações possíveis para chavear uma corrente CC (em geral fornecida de um assim denominado indutor de *link* CC) que podem ser usadas para criar uma corrente CC variável, a qual pode ser aplicada diretamente aos terminais de um motor CC.

Na Fig. 10.10a, um retificador controlado por fase, combinado com um indutor de filtro de *link* CC, pode ser usado para criar uma corrente de *link* CC variável, a qual pode ser aplicada diretamente aos terminais de armadura do motor CC. Na Figura 10.10b, uma corrente constante de *link* CC é produzida por um retificador a diodos. A tensão no terminal de armadura é variada então usando um esquema de modulação por largura de pulso (PWM), em que a chave C é aberta e fechada de modo alternado. Quando a chave C está aberta, a corrente I_{CC} entra na armadura do motor CC, ao passo que, quando a chave C está fechada, a armadura entra em curto e I_a decai. Assim, o ciclo de trabalho da chave C controlará a corrente média que entra na armadura.

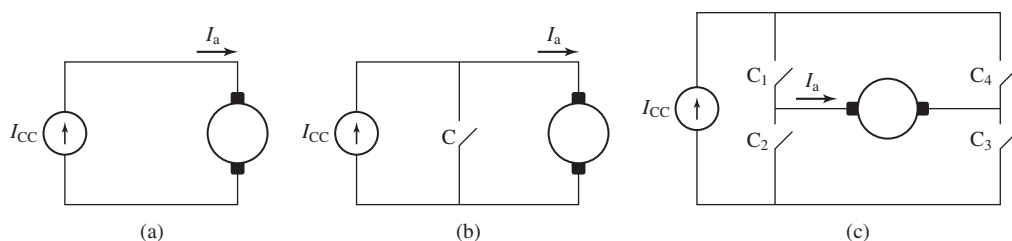


Figura 10.10 Três configurações típicas de controle por corrente de armadura. (a) Corrente variável de *link* CC (produzida por um retificador de fase controlada) aplicada aos terminais de armadura do motor CC. (b) Corrente constante de *link* CC com modulação por largura de pulso unipolar. (c) Corrente constante de *link* CC com uma ponte H completa.

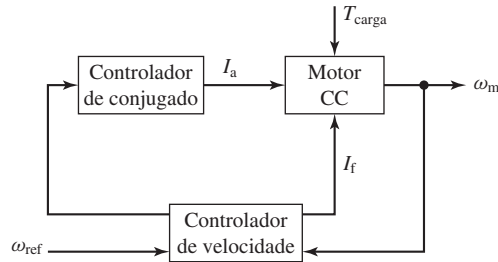


Figura 10.11 Diagrama de blocos de um sistema de controle de velocidade para motor CC usando controle direto do conjugado do motor.

Finalmente, a Figura 10.10c mostra uma configuração em ponte H. O controle apropriado das quatro chaves (C1 a C4) permite que esse sistema PWM forneça qualquer corrente de armadura média desejada dentro da faixa $-I_{CC} \leq I_a \leq I_{CC}$.

Observe que, em cada uma das configurações PWM da Figura 10.10b e c, mudanças rápidas na corrente instantânea que circula pela armadura da máquina CC podem dar origem a grandes picos de tensão, os quais podem danificar o isolamento da máquina assim como dar origem a arcos e a rupturas por tensão no comutador. Para eliminar esses efeitos, um sistema prático deve incluir algum tipo de filtro nos terminais da armadura (como um capacitor de valor elevado) para limitar a elevação da tensão e para prover um caminho de baixa impedância para as componentes de alta frequência da corrente de acionamento.

A Figura 10.11 mostra um controlador típico no qual o controle de conjugado está circundado por uma malha de realimentação de velocidade. Isso se assemelha ao controle de velocidade da Figura 10.6. Nesse caso, entretanto, em vez de controlar a tensão de armadura, a saída do controlador de velocidade é um sinal de referência de conjugado T_{ref} , o qual por sua vez serve de entrada para o controlador de conjugado. Além de fornecer uma resposta de controle potencialmente mais rápida devido ao controle direto do conjugado, uma outra vantagem desse sistema é que a corrente de armadura do motor CC é limitada automaticamente a níveis aceitáveis em todas as condições de operação, como está mostrado no Exemplo 10.7.

Exemplo 10.7

Considere que o motor CC de 100 HP do Exemplo 10.2 esteja acionando uma carga cujo conjugado varia linearmente com a velocidade de modo que é igual ao conjugado nominal de plena carga (286 N·m) para uma velocidade de 2500 rpm. Vamos assumir que o momento de inércia combinado do motor e da carga é igual a 15 kg·m². A tensão de campo é mantida constante em 300 V.

- Calcule a tensão e a corrente de armadura requeridas para conseguir velocidades de 2000 e 2500 rpm e as respectivas tensões de velocidade.
- Assuma que o motor está operando com um controlador por tensão de armadura e que a tensão de armadura é repentinamente chaveada de seu valor correspondente a 2000 rpm para o de 2500 rpm. Calcule a velocidade e a corrente de armadura do motor resultantes em função do tempo.
- Assuma que o motor está operando com um controlador por corrente de armadura e que a corrente de armadura é repentinamente chaveada de seu valor correspondente a 2000 rpm para o de 2500 rpm. Calcule a velocidade resultante do motor em função do tempo.

Solução

- a. Desprezando as perdas rotacionais, a corrente de armadura pode ser obtida da Eq. 10.2 fazendo $T_{\text{mec}} = T_{\text{carga}}$ e resultando o seguinte equacionamento*

$$I_a = \frac{T_{\text{carga}}}{K_f I_f}$$

$$T_{\text{carga}} = \left(\frac{\omega_m}{\omega_f} \right) T_{\text{fl}}$$

em ω_m que é a velocidade do motor em rad/s, $\omega_f = 2500 \times (\pi/30) = 261,8$ rad/s (2500 rpm) e $T_{\text{pc}} = 286$ N · m, obtendo-se

$$I_a = \frac{\omega_m T_{\text{pc}}}{\omega_f K_f I_f}$$

Então, resolvendo $V_a = E_a + I_a R_a$, podemos completar esta tabela:

rpm	ω_m [rad/s]	E_a [V]	V_a [V]	I_a [A]	T_{carga} [N · m]
2000	209,4	400	410	120	229
2500	261,8	500	513	150	286

- b. A equação dinâmica que governa a velocidade do motor é

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_{\text{mec}} - T_{\text{carga}}$$

Com controle por tensão de armadura, temos

$$T_{\text{mec}} = K_f I_f I_a = K_f I_f \left(\frac{V_a - E_a}{R_a} \right)$$

$$= K_f I_f \left(\frac{V_a - K_f I_f \omega_m}{R_a} \right)$$

e, portanto, a equação diferencial procurada é

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = K_f I_f \left(\frac{V_a - K_f I_f \omega_m}{R_a} \right) - \left(\frac{T_{\text{pc}}}{\omega_f} \right) \omega_m$$

ou

$$\frac{d\omega_m}{dt} + \frac{1}{J} \left(\frac{T_{\text{pc}}}{\omega_f} + \frac{(K_f I_f)^2}{R_a} \right) \omega_m - \frac{K_f I_f V_a}{J R_a}$$

$$= \frac{d\omega_m}{dt} + 2,97 \omega_m - 1,52 V_a = 0$$

Com essa equação diferencial, podemos ver que, com o motor iniciando em $\omega_m = \omega_i = 209$ rad/s, se a tensão de armadura V_a for repentinamente chaveada de $V_i = 410$ V para $V_f = 513$ V, a velocidade crescerá exponencialmente até $\omega_m = \omega_f = 261,8$ rad/s conforme

$$\omega_m = \omega_f + (\omega_i - \omega_f) e^{-t/\tau}$$

$$= 261,8 - 52,4 e^{-t/\tau} \text{ rad/s}$$

* N. de T.: O índice “pc” indica “plena carga”.

em que $\tau = 1/2,97 = 340$ ms. Expressando em termos de rpm, temos

$$n = 2500 - 500e^{-t/\tau} \text{ rpm}$$

No instante em que a tensão é chaveada na primeira vez para 513 V, a tensão de velocidade será igual a seu valor para 2000 rpm de $E_i = 400$ V. Assim, o valor inicial da corrente de armadura será

$$I_{a,i} = \frac{(V_f - E_i)}{R_a} = \frac{513 - 400}{0,084} = 1345 \text{ A}$$

A corrente de armadura decairá exponencialmente com a mesma constante de tempo de 340 ms desde esse valor inicial até seu valor final de 150 A. Assim,

$$I_a = 150 + 1195e^{-t/\tau} \text{ A}$$

Observe que é improvável que a fonte do motor CC possa fornecer essa corrente inicial elevada (em torno de oito vezes a corrente de armadura nominal de plena carga) e, além disso, a corrente elevada e o respectivo conjugado elevado poderiam potencialmente danificar o comutador, as escovas e o enrolamento de armadura do motor CC. Assim, em termos práticos de fato um controlador real limitaria a taxa de variação da tensão de armadura para evitar essas mudanças repentinas de tensão, com o resultado de que as mudanças de velocidade não ocorreriam tão rapidamente quanto foi calculado aqui.

- c. A equação dinâmica que determina a velocidade do motor permanece a mesma da parte (b) assim como a equação do conjugado de carga. Entretanto, nesse caso, como o motor está sendo operado a partir de um controlador de corrente, o conjugado eletromagnético permanecerá constante em $T_{mec} = T_{pc} = 286$ N·m depois que a corrente for chaveada de seu valor inicial de 120 A para seu valor final de 150 A.

Assim,

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_{mec} - T_{carga} = T_f - \left(\frac{T_{pc}}{\omega_f} \right) \omega_m$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} + \left(\frac{T_{pc}}{J\omega_f} \right) \omega_m - \frac{T_{pc}}{J} \\ = \frac{d\omega_m}{dt} + 7,28 \times 10^{-2} \omega_m - 19,1 = 0 \end{aligned}$$

Nesse caso, a velocidade crescerá exponencialmente até $\omega_m = \omega_f = 261,8$ rad/s conforme

$$\begin{aligned} \omega_m &= \omega_f + (\omega_i - \omega_f)e^{-t/\tau} \\ &= 261,8 - 52,4 e^{-t/\tau} \text{ rad/s} \end{aligned}$$

onde agora a constante de tempo é $\tau = 1/0,0728 = 13,7$ s.

Evidentemente, usando o controlador de corrente, a variação de velocidade do motor é muito mais lenta. No entanto, em nenhum momento esse transitório, seja de corrente, seja de conjugado, excede o seu valor nominal. Além disso, se uma resposta mais rápida fosse desejada, a corrente de armadura (e, por consequência o conjugado do motor) poderia ser ajustada temporariamente para um valor fixo mais elevado que o valor nominal (por exemplo, duas ou três vezes o nominal, comparado com o fator de nove encontrado na parte (b)). Desse modo, a possibilidade de danificar o motor fica limitada.

Problema prático 10.4

Considere que a combinação de motor CC e carga do Exemplo 10.7 esteja operando com controle de corrente (conjugado) em regime permanente a uma velocidade de 2000 rpm e uma corrente de armadura de 119 A. Se a corrente de armadura for repentinamente chaveada para 250 A, calcule o tempo requerido para que o motor atinja a velocidade de 2500 rpm.

Solução

3,6 s

10.2 Controle de motores síncronos**10.2.1 Controle de velocidade**

Como foi discutido nos Capítulos 4 e 5, os motores síncronos são essencialmente máquinas de velocidade constante, em que a velocidade é determinada pela frequência das correntes de armadura como descrito pelas Eqs. 4.42 e 4.44. De modo específico, a Eq. 4.42 mostra que a velocidade angular síncrona é proporcional à frequência elétrica da tensão de armadura aplicada e inversamente proporcional ao número de polos da máquina, ou seja,

$$\omega_s = \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \omega_e \quad (10.9)$$

em que

ω_s = velocidade angular espacial síncrona da onda de FMM no entreferro [rad/s]

$\omega_e = 2\pi f_e$ = frequência angular da excitação elétrica aplicada [rad/s]

f_e = frequência elétrica aplicada [Hz]

Claramente, o meio mais simples de controlar um motor síncrono é variando a velocidade por meio do controle de frequência da tensão de armadura aplicada. Isso é obtido acionando o motor com um inversor fonte de tensão polifásica, como o inversor trifásico mostrado na Figura 10.12. O bloco de retificação produz a tensão contínua V_{CC} no capacitor do “link CC” e, controlando as chaves do bloco inversor, é possível produzir formas de onda de tensão de amplitude variável através da modulação por largura de pulso (PWM). A tensão V_{CC} do link CC pode ela própria ser variada, por exemplo, usando controle de fase no bloco retificador.

A frequência das formas de onda do inversor pode naturalmente ser variada controlando a frequência de chaveamento das chaves do inversor. Em aplicações de máquinas CA, junto com esse controle de frequência, deve haver controle da amplitude da tensão aplicada, como veremos a seguir.

Da lei de Faraday, sabemos que a componente de entreferro da tensão de armadura em uma máquina CA é proporcional à densidade de fluxo de pico da máquina e à frequência elétrica. Assim, se desprezarmos a queda de tensão na resistência de armadura e na reatância de dispersão, poderemos escrever

$$V_a = \left(\frac{f_e}{f_{\text{nominal}}} \right) \left(\frac{B_{\text{pico}}}{B_{\text{nominal}}} \right) V_{\text{nominal}} \quad (10.10)$$

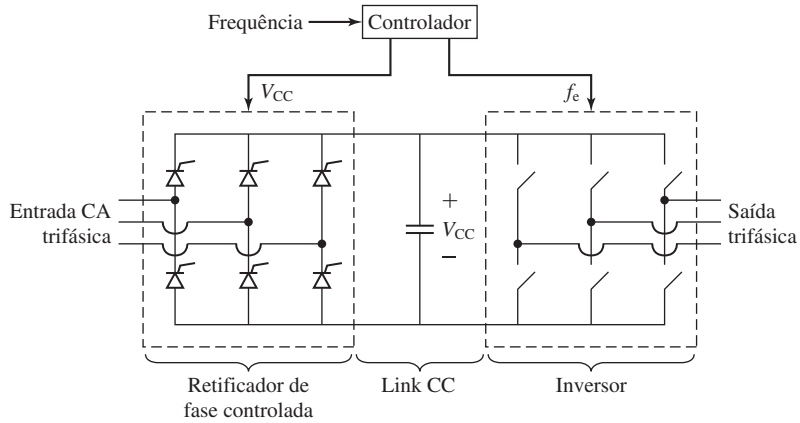


Figura 10.12 Inversor fonte de tensão trifásica.

em que V_a é a amplitude da tensão de armadura, f_e é a frequência de operação e B_{pico} é a densidade de fluxo de pico no entreferro. $V_{nominal}$, $f_{nominal}$ e $B_{nominal}$ são os respectivos valores nominais de operação.

Considere a situação em que a frequência da tensão de armadura é variada enquanto a sua amplitude é mantida em seu valor nominal ($V_a = V_{nominal}$). Nessas condições, da Eq. 10.10, podemos ver que

$$B_{pico} = \left(\frac{f_{nominal}}{f_e} \right) B_{nominal} \tag{10.11}$$

A Eq. 10.11 demonstra claramente o problema do funcionamento com tensão constante e frequência variável. Especificamente, para uma dada tensão de armadura, a densidade de fluxo da máquina é inversamente proporcional à frequência e, desse modo, quando a frequência diminui, a densidade de fluxo aumenta. Portanto, em uma máquina típica que opera saturada com a tensão e frequência nominais, qualquer redução de frequência aumentará ainda mais a densidade de fluxo da máquina. De fato, uma queda significativa de frequência aumentará a densidade de fluxo até o ponto em que a máquina pode ser danificada devido ao aumento das perdas no núcleo e das correntes de máquina necessárias para suportar a densidade de fluxo mais elevada.

Como resultado, para frequências inferiores ou iguais à nominal, a máquina costuma ser operada com densidade de fluxo constante. Da Eq. 10.10, com $B_{pico} = B_{nominal}$, tem-se

$$V_a = \left(\frac{f_e}{f_{nominal}} \right) V_{nominal} \tag{10.12}$$

que pode ser escrita como

$$\frac{V_a}{f_e} = \frac{V_{nominal}}{f_{nominal}} \tag{10.13}$$

Da Eq. 10.13, vemos que a operação com fluxo constante pode ser obtida mantendo uma relação constante entre a tensão de armadura e a frequência. Isso é conhecido como operação com *volts/hertz constante* (V/Hz constante). Normalmente, essa

relação é mantida a partir da frequência nominal baixando até a frequência em que a queda de tensão na resistência de armadura torna-se uma componente significativa da tensão aplicada.

Em geral, a corrente de terminal da máquina é limitada por restrições térmicas. Assim, desde que a refrigeração da máquina não seja afetada pela velocidade do rotor, a corrente de terminal máxima permitida permanecerá constante com seu valor I_{nominal} , independentemente da frequência aplicada. Como resultado, para frequências abaixo da frequência nominal, com V_a proporcional a f_e , a potência máxima da máquina será proporcional a $f_e V_{\text{nominal}} I_{\text{nominal}}$. O conjugado máximo nessas condições pode ser encontrado dividindo a potência pela velocidade do rotor ω_s , que também é proporcional a f_e , como se pode ver na Eq. 10.9. Assim, vemos que o conjugado máximo é proporcional a $V_{\text{nominal}} I_{\text{nominal}}$ e, conseqüentemente, é constante tendo o valor correspondente ao ponto de operação nominal.

De modo semelhante, vemos na Eq. 10.10 que, se a máquina for operada na tensão nominal e com frequências superiores à nominal, a densidade de fluxo no entreferro cairá abaixo de seu valor nominal. Assim, para manter a densidade de fluxo em seu valor nominal, seria necessário aumentar a tensão de terminal para frequências acima da frequência nominal. Entretanto, para evitar danos ao isolamento, é comum manter a tensão de terminal da máquina em seu valor nominal para frequências acima da nominal. Nessa condição, com ambas, a corrente e a tensão de terminal, limitadas a seus valores nominais, a potência máxima será constante e igual a $V_{\text{nominal}} I_{\text{nominal}}$, a potência nominal. O respectivo conjugado máximo irá variar então inversamente com a velocidade da máquina segundo $V_{\text{nominal}} I_{\text{nominal}} / \omega_s$. A velocidade máxima de operação para esse regime de funcionamento será determinada ou pela frequência máxima que pode ser fornecida pela eletrônica de potência ou pela velocidade máxima na qual o rotor pode funcionar sem risco de danos decorrentes de considerações mecânicas, tais como uma força centrífuga excessiva ou a presença de uma ressonância no sistema de eixo.

A Figura 10.13 mostra uma plotagem de potência e conjugado máximos *versus* velocidade para um motor síncrono que está operando com frequência variável. O regime de operação abaixo da frequência e velocidade nominais é referido como *regime de conjugado constante* e acima da velocidade nominal é referido como *regime de potência constante*.

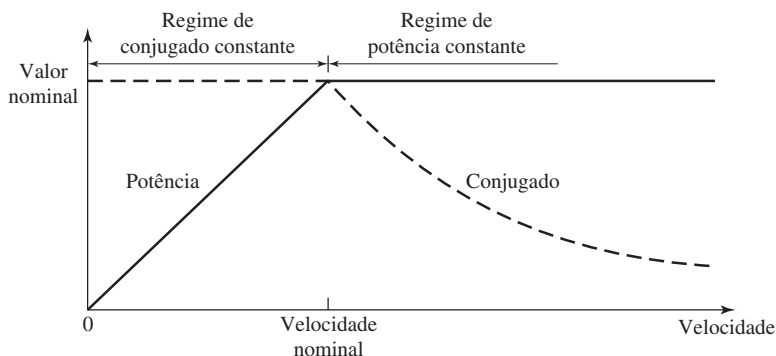


Figura 10.13 Regimes de operação de velocidade variável para um motor síncrono.

Exemplo 10.8

A máquina síncrona trifásica de 45 kVA, 220 V, 60 Hz e seis polos do Exemplo 5.4 deve funcionar como motor e ser acionada com um inversor fonte de tensão trifásica com frequência variável. Deve fornecer 220 V a 60 Hz e manter a relação V/Hz constante quando a frequência é reduzida. A máquina tem uma reatância síncrona saturada de 0,836 por unidade e em circuito aberto atinge a tensão nominal com uma corrente de campo de 2,84 A. Para os propósitos deste exemplo, assuma que as perdas do motor são desprezíveis.

- a. Com o motor funcionando com 60 Hz, 220 V, potência nominal e fator de potência unitário, calcule (i) a velocidade do motor em rpm e (ii) a corrente de campo do motor.
- b. Se a frequência do inversor for reduzida a 50 Hz e a carga do motor for ajustada para o conjugado nominal, calcule (i) a velocidade resultante do motor e (ii) a corrente de campo necessária para operar novamente com fator de potência unitário.

Solução

- a. (i) O motor operará na velocidade síncrona, a qual pode ser obtida da Eq. 4.44 encontrando-se

$$n_s = \left(\frac{120}{\text{polos}} \right) f_c = \left(\frac{120}{6} \right) 60 = 1200 \text{ rpm}$$

(ii) Como foi visto no Capítulo 5, a corrente de campo pode ser obtida a partir da tensão gerada. Quando a máquina opera como motor,

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a - jX_s \hat{I}_a = 1,0 - j0,836 \times 1,0 = 1,30 \angle -39,9^\circ \text{ por unidade}$$

em que V_a foi escolhido como o fasor de referência. Assim, a corrente de campo é

$$I_f = 1,30 \times 2,84 = 3,70 \text{ A}$$

Observe que optamos por calcular E_{af} no sistema por unidade. Naturalmente, uma solução em unidades reais teria produzido o mesmo resultado.

- b. (i) Quando a frequência for reduzida de 60 Hz para 50 Hz, a velocidade do motor cairá de 1200 rpm para 1000 rpm.
- (ii) Vamos examinar novamente a equação da tensão gerada

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_a - jX_s \hat{I}_a$$

para a qual assumiremos aqui que a equação está escrita em unidades reais com as tensões iguais a seus valores de fase.

Quando a frequência do inversor é diminuída ficando abaixo de 60 Hz, a tensão do inversor cairá proporcionalmente porque o inversor mantém constante a relação V/Hz. Assim, podemos escrever

$$V_a = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) V_{a0}$$

em que o índice 0 é usado para indicar um valor de 60 Hz como na parte (a). A reatância também é proporcional à frequência e, assim,

$$X_s = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) X_{s0}$$

A tensão gerada é proporcional à velocidade do motor (e, portanto, à frequência) e também à corrente de campo. Portanto, podemos escrever

$$E_{af} = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) \left(\frac{I_f}{I_{f0}} \right) E_{af0}$$

Finalmente, sabendo que, para operar com conjugado nominal e fator de potência unitário nessas condições de frequência reduzida, a corrente de armadura deverá ser igual ao valor encontrado na parte (a), isto é, $I_a = I_{a0}$, podemos escrever a equação da tensão gerada como

$$\left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) \left(\frac{I_f}{I_{f0}} \right) \hat{E}_{af0} = \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) \hat{V}_{a0} - j \left(\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \right) X_{s0} \hat{I}_{a0}$$

ou

$$\left(\frac{I_f}{I_{f0}} \right) \hat{E}_{af0} = \hat{V}_{a0} - j X_{s0} \hat{I}_{a0}$$

Como as grandezas com índice correspondem à solução da parte (a), elas devem satisfazer

$$\hat{E}_{af0} = \hat{V}_{a0} - j X_{s0} \hat{I}_{a0}$$

e vemos, portanto, que devemos ter $I_f = I_{f0}$. Em outras palavras, a corrente de campo nessa condição de funcionamento é igual à encontrada na parte (a) ou $I_f = 3,70$ A.

Problema prático 10.5

Considere o motor síncrono do Exemplo 10.8, parte (b), funcionando em 50 Hz. Se o conjugado de carga for reduzido para 75% do conjugado nominal, calcule a corrente de campo necessária para obter um fator de potência unitário.

Solução

3,35 A

Embora, durante o funcionamento em regime permanente, a velocidade de um motor síncrono seja determinada pela frequência do acionamento, o controle de velocidade por meio do controle de frequência tem uso limitado na prática. Isso é devido em grande parte ao fato de que é difícil para o rotor de uma máquina síncrona acompanhar mudanças arbitrárias na frequência da tensão de armadura aplicada. Além disso, a partida é um problema complexo e, como resultado, os rotores dos motores síncronos são equipados frequentemente com um enrolamento de gaiola de esquilo conhecido como *enrolamento amortecedor*, semelhante ao enrolamento de gaiola de esquilo de um motor de indução, como está mostrado na Figura 5.3. Após aplicar uma tensão polifásica à armadura, o rotor atingirá uma velocidade muito próxima da velocidade síncrona por meio de uma ação igual a que ocorre no motor de indução, sem que o enrolamento de campo esteja excitado. Com carga e inércia não muito elevadas, o motor entrará em sincronismo se o enrolamento de campo for energizado em seguida.

Problemas com mudanças de velocidade resultam do fato de que, para desenvolver conjugado, o rotor de um motor síncrono deve permanecer em sincronismo

com o fluxo do estator. O controle de motores síncronos pode ser melhorado bastante usando algoritmos de controle em que o fluxo de estator e sua relação com o fluxo do rotor são controlados diretamente. Esse tipo de controle, que equivale ao controle direto de conjugado, será discutido na Seção 10.2.2.

10.2.2 Controle de conjugado

O controle direto de conjugado em uma máquina CA, que pode ser implementado de muitas formas diferentes, é geralmente referido como *controle por campo orientado* ou *controle vetorial*. Para facilitar nossa discussão do controle por campo orientado, é útil retornar à discussão da Seção 5.6.1. De acordo com esse ponto de vista, que está formalizado no Apêndice C, as grandezas de estator (fluxo, corrente, tensão, etc.) são decompostas em componentes que giram em sincronismo com o rotor. As grandezas de *eixo direto* representam aquelas componentes que estão alinhadas com o eixo do enrolamento de campo e as componentes de *eixo em quadratura* estão alinhadas perpendicularmente ao eixo do enrolamento de campo.

A Seção C.2 do Apêndice C desenvolve as relações básicas de uma máquina em termos de variáveis dq0 para uma máquina síncrona que é constituída por um enrolamento de campo e um enrolamento trifásico de estator. As relações transformadas de corrente de fluxo obtidas são

$$\lambda_d = L_d i_d + L_{af} i_f \quad (10.14)$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (10.15)$$

$$\lambda_f = \frac{3}{2} L_{af} i_d + L_{ff} i_f \quad (10.16)$$

em que os índices d, q e f referem-se, respectivamente, a grandezas relativas aos enrolamentos direto e em quadratura de armadura, e ao de campo (*field*). Observe que, neste capítulo, vamos admitir condições equilibradas de operação, caso em que as grandezas de sequência zero serão nulas e, por isso, serão ignoradas.

As respectivas equações transformadas de tensão são

$$v_d = R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_{me} \lambda_q \quad (10.17)$$

$$v_q = R_a i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_{me} \lambda_d \quad (10.18)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (10.19)$$

em que $\omega_{me} = (\text{polos}/2)\omega_m$ é a velocidade angular elétrica do rotor.

Finalmente, é demonstrado que o conjugado eletromagnético que atua sobre o rotor de um motor síncrono é (Eq. C.31)

$$T_{mec} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (10.20)$$

Em condições de operação trifásica equilibrada e em regime permanente, $\omega_{me} = \omega_e$ em que ω_e é a frequência elétrica da tensão e da corrente de armadura em rad/s. Como as ondas de FMM e fluxo produzidas na armadura giram em sincronismo com o rotor e, conseqüentemente, em relação ao sistema de referência dq, um

observador nessas condições, postado no sistema de referência dq, verá fluxos constantes e, portanto, pode-se fazer $d/dt = 0$.¹

Usando os índices F, D e Q para indicar os valores constantes, de estado permanente, das grandezas relacionadas, respectivamente, com o eixo do campo, o eixo direto e o em quadratura, então as relações entre fluxo e corrente das Eqs. 10.14 a 10.16 tornam-se

$$\lambda_D = L_d i_D + L_{af} i_F \quad (10.21)$$

$$\lambda_Q = L_q i_Q \quad (10.22)$$

$$\lambda_F = \frac{3}{2} L_{af} i_D + L_{ff} i_F \quad (10.23)$$

Em geral, a resistência de armadura é muito pequena e, se a desprezarmos, as equações de tensão em regime permanente (Eqs. 10.17 a 10.19) se tornarão então

$$v_D = -\omega_e \lambda_Q \quad (10.24)$$

$$v_Q = \omega_e \lambda_D \quad (10.25)$$

$$v_F = R_f i_F \quad (10.26)$$

Por fim, podemos escrever a Eq. 10.20 como

$$T_{mec} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) (\lambda_D i_Q - \lambda_Q i_D) \quad (10.27)$$

Deste ponto em diante, a nossa atenção se voltará a máquinas nas quais os efeitos das saliências podem ser desprezados. Nesse caso, as indutâncias síncronas dos eixos direto e em quadratura são iguais e podemos escrever

$$L_d = L_q = L_s \quad (10.28)$$

em que L_s é a indutância síncrona. A substituição nas Eqs. 10.21 e 10.22 e então na Eq. 10.27 dá

$$\begin{aligned} T_{mec} &= \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) [(L_s i_D + L_{af} i_F) i_Q - L_s i_Q i_D] \\ &= \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) L_{af} i_F i_Q \end{aligned} \quad (10.29)$$

A Eq. 10.29 mostra que o conjugado é produzido pela interação do fluxo de campo (proporcional à corrente de campo) e da componente do eixo em quadratura da corrente de armadura ou, em outras palavras, a componente da corrente de armadura que é ortogonal ao fluxo de campo. Vemos também que, em uma máquina de polos não salientes, a componente de eixo direto da corrente de armadura, que está alinhada com o fluxo de campo, não produz conjugado.

Esse resultado é inteiramente consistente com as expressões genéricas de conjugado que foram deduzidas no Capítulo 4. Considere, por exemplo, a Eq. 4.75 que

¹ Formalmente, isso pode ser deduzido com facilidade fazendo substituições, nas equações de transformação, por expressões de correntes e tensões trifásicas equilibradas de armadura.

expressa o conjugado em termos do produto das FMMs de estator e de rotor (F_s e F_r , respectivamente)* e o seno do ângulo entre elas.

$$T = -\left(\frac{\text{polos}}{2}\right) \left(\frac{\mu_0 \pi D l}{2g}\right) F_s F_r \text{sen } \delta_{sr} \quad (10.30)$$

em que δ_{sr} é o ângulo espacial elétrico entre as FMMs do estator e do rotor. Isso mostra claramente que não será produzido qualquer conjugado pela componente de eixo direto da FMM de armadura que, por definição, é aquela componente da FMM do estator que está alinhada com a do enrolamento de campo no rotor.

A Eq. 10.29 mostra que o conjugado em um motor síncrono sem polos salientes é proporcional ao produto da corrente de campo pela componente no eixo em quadratura da corrente de armadura. Isso está em analogia direta com a produção de conjugado em uma máquina CC, para a qual as Eqs. 7.13 e 7.16 podem ser combinadas mostrando que o conjugado é proporcional ao produto da corrente de campo pela corrente de armadura.

A analogia entre uma máquina síncrona sem saliências e uma máquina CC pode ser aprofundada ainda mais. Considere a Eq. 5.21, que expressa o valor eficaz da tensão de fase gerada por um gerador síncrono como

$$E_{af} = \frac{\omega_e L_{af} i_F}{\sqrt{2}} \quad (10.31)$$

A substituição na Eq. 10.29 dá

$$T_{mec} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{\sqrt{2}}\right) \frac{E_{af} i_Q}{\omega_e} \quad (10.32)$$

Isso está em analogia direta com a Eq. 7.19 ($T_{mec} = E_a I_a / \omega_m$) de uma máquina CC em que o conjugado é proporcional ao produto da tensão gerada pela corrente de armadura.

As escovas e o comutador de uma máquina CC atuam sobre a corrente comutada de armadura e sobre o fluxo de armadura ao longo do eixo em quadratura de tal modo que $I_d = 0$. É a interação do fluxo do eixo em quadratura com o fluxo de campo de eixo direto que produz o conjugado.² Um controlador por campo orientado, que detecta a posição do rotor e controla a componente de eixo em quadratura da corrente de armadura, produz o mesmo efeito em uma máquina síncrona.

Embora a componente de eixo direto da corrente de armadura não represente um papel na produção de conjugado, na realidade, ela representa um papel na determinação do fluxo de estator resultante e, assim, da tensão de terminal da máquina, como pode ser demonstrado com facilidade. Especificamente, das equações de transformação do Apêndice C, tem-se

$$v_a = v_D \cos(\omega_e t) - v_Q \text{sen}(\omega_e t) \quad (10.33)$$

* N. de T.: Lembre-se: adotamos os índices “s” e “r” para indicar o estator e o rotor.

² Na prática, as escovas de um motor CC podem ser ajustadas ficando um pouco afastadas dessa condição ideal para melhorar a comutação. Nesse caso, alguma corrente de eixo direto é produzida, correspondendo a uma pequena componente de eixo direto do fluxo de armadura.

e assim a amplitude eficaz da tensão de fase de armadura é igual a³

$$\begin{aligned} V_a &= \sqrt{\frac{v_D^2 + v_Q^2}{2}} = \omega_e \sqrt{\frac{\lambda_D^2 + \lambda_Q^2}{2}} \\ &= \omega_e \sqrt{\frac{(L_s i_D + L_{af} i_F)^2 + (L_s i_Q)^2}{2}} \end{aligned} \quad (10.34)$$

Dividindo a tensão de fase eficaz V_a pela frequência elétrica ω_e , obtemos uma expressão para o fluxo concatenado eficaz de fase de armadura dada por

$$(\lambda_a)_{ef} = \frac{V_a}{\omega_e} = \sqrt{\frac{\lambda_D^2 + \lambda_Q^2}{2}} = \sqrt{\frac{(L_s i_D + L_{af} i_F)^2 + (L_s i_Q)^2}{2}} \quad (10.35)$$

De modo semelhante, as equações de transformação do Apêndice C podem ser usadas para mostrar que a amplitude eficaz da corrente de armadura é igual a

$$I_a = \sqrt{\frac{i_D^2 + i_Q^2}{2}} \quad (10.36)$$

Da Eq. 10.29, vemos que o conjugado é controlado pelo produto $i_F i_Q$ da corrente de campo pela componente de eixo em quadratura da corrente de armadura. Assim, a simples especificação do conjugado desejado não é suficiente para determinar de forma unívoca tanto i_F como i_Q . De fato, do ponto de vista do controle por campo orientado apresentado aqui, há na realidade três variáveis independentes, i_F , i_Q e i_D , e geralmente três condições serão necessárias para determiná-las de forma unívoca. Além disso, quando se especifica o conjugado desejado, um controlador típico implementará outras restrições relacionadas com o fluxo concatenado e a corrente de terminal, usando as relações básicas encontradas nas Eqs. 10.35 e 10.36.

A Figura 10.14a mostra um típico sistema de controle de conjugado por campo orientado na forma de diagrama de blocos. O sistema de controle calcula valores de referência (*set points*) para as diversas correntes do motor, indicadas pelo índice “ref”. Vamos assumir um desempenho ideal para o controlador de modo que, em condições de estado permanente, as correntes fornecidas ao motor são iguais a seus valores de referência, isto é, $i_D = (i_d)_{ref}$, $i_Q = (i_q)_{ref}$ e $i_F = (i_f)_{ref}$. Usaremos esses valores conforme apropriado.

O bloco do controlador de conjugado, que calcula o valor da corrente de referência $(i_q)_{ref}$ para o eixo em quadratura, tem duas entradas de referência, conjugado (T_{ref}) e corrente de campo $((i_f)_{ref})$. O valor de $(i_f)_{ref}$ é calculado por um controlador auxiliar que determina também o valor de referência $(i_d)_{ref}$ da corrente de eixo direto.

³ Estritamente falando, a resistência de armadura deveria ser incluída na expressão da tensão, caso em que a amplitude eficaz da tensão de armadura seria dada pela expressão

$$V_a = \sqrt{\frac{v_D^2 + v_Q^2}{2}} = \sqrt{\frac{(R_a i_D - \omega_e \lambda_Q)^2 + (R_a i_Q + \omega_e \lambda_D)^2}{2}}$$

O controlador de conjugado calcula a corrente $(i_q)_{ref}$ usando a Eq. 10.29 com base em T_{ref} e $(i_f)_{ref}$, obtendo

$$(i_q)_{ref} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \frac{T_{ref}}{L_{af}(i_f)_{ref}} \quad (10.37)$$

Observe que um sensor de posição é necessário para determinar a posição angular do rotor de modo a implementar a transformação dq0-abc, a qual determinará os valores de referência para as correntes de fase do motor. Essas correntes, por sua vez, serão fornecidas pelos inversores fontes de corrente trifásica.

Em muitas aplicações típicas, o objetivo último do controle não é controlar o conjugado do motor, mas controlar a velocidade ou a posição. A Figura 10.14b mostra como o sistema de controle de conjugado da Figura 10.14a pode ser usado como componente de uma malha de controle de velocidade, em que a realimentação de velocidade forma uma malha externa de controle em torno da malha interna de controle de conjugado.

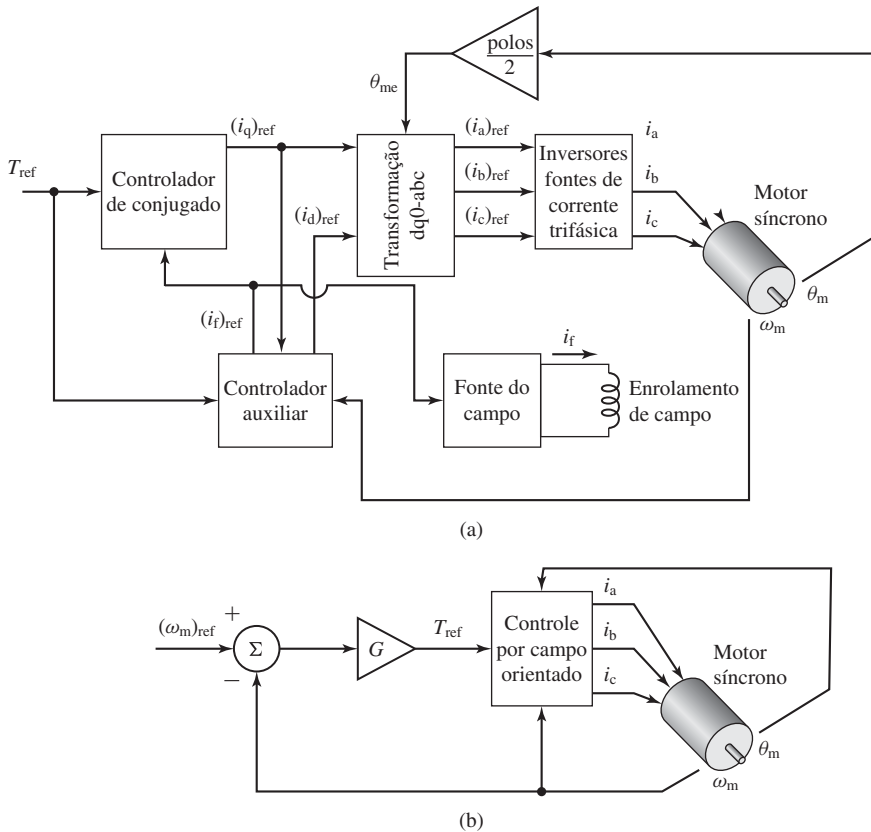


Figura 10.14 (a) Diagrama de blocos de um sistema de controle de conjugado por campo orientado para um motor síncrono. (b) Diagrama de blocos de uma malha de controle de velocidade para motor síncrono, construída em torno de um sistema de controle de conjugado por campo orientado.

Exemplo 10.9

Considere novamente o motor síncrono do Exemplo 10.8 de 45 kVA, 220 V e seis polos operando a 60 Hz com uma corrente de campo de 3,70 A. Se o motor for carregado com o conjugado nominal e estiver operando na velocidade nominal, em estado permanente e submetido a um sistema de controle por campo orientado de modo tal que $i_D = 0$, calcule (a) a corrente de armadura por unidade e (b) a tensão de terminal por unidade do motor.

Solução

- a. Primeiro, devemos calcular L_{af} . Do Exemplo 10.8, vemos que o motor produz a tensão nominal de 60 Hz em circuito aberto (220 V eficazes, tensão de linha) com uma corrente de campo de 2,84 A. Da Eq. 10.31, temos

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2} E_{af}}{\omega_e i_F}$$

em que E_{af} é a tensão de fase eficaz gerada. Assim,

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2} \times (220/\sqrt{3})}{120\pi \times 2,84} = 0,168 \text{ H}$$

O conjugado nominal para esse motor de seis polos é igual a

$$\begin{aligned} T_{\text{nominal}} &= \frac{P_{\text{nominal}}}{(\omega_m)_{\text{nominal}}} = \frac{P_{\text{nominal}}}{(\omega_e)_{\text{nominal}} \times (2/\text{polos})} \\ &= \frac{45 \times 10^3}{120\pi \times (2/6)} = 358 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Portanto, fazendo $T_{\text{ref}} = T_{\text{nominal}} = 358 \text{ N} \cdot \text{m}$ e $i_F = 3,70 \text{ A}$, podemos encontrar i_Q da Eq. 10.37 como

$$i_Q = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \frac{T_{\text{ref}}}{L_{af} i_F} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{6} \right) \frac{358}{0,168 \times 3,70} = 128 \text{ A}$$

Com $i_D = 0$ e da Eq. 10.36, a corrente de armadura eficaz é igual a

$$I_a = \frac{i_Q}{\sqrt{2}} = 90,5 \text{ A}$$

A corrente de base desse motor é

$$I_{\text{base}} = \frac{P_{\text{base}}}{\sqrt{3} V_{\text{base}}} = \frac{45 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 220} = 118 \text{ A}$$

e, portanto, $I_a = 90,5/118 = 0,77$ por unidade.

- b. Com $i_D = 0$ e da Eq. 10.21,

$$\lambda_D = L_{af} i_F = 0,168 \times 3,70 = 0,622 \text{ Wb}$$

A impedância da indutância de base dessa máquina é

$$Z_{\text{base}} = \frac{V_{\text{base}}^2}{P_{\text{base}}} = \frac{220^2}{45 \times 10^3} = 1,08 \Omega$$

e respectiva indutância de base é

$$L_{\text{base}} = \frac{Z_{\text{base}}}{(\omega_e)_{\text{base}}} = \frac{1,08}{120 \pi} = 2,87 \text{ mH}$$

e assim a indutância síncrona é $L_s = 0,836 \times 2,87 \text{ mH} = 2,40 \text{ mH}$.

Da Eq. 10.22 (com $L_q = L_s$ porque se trata de um motor sem polos salientes), temos

$$\lambda_Q = L_s i_Q = (2,40 \times 10^{-3}) \times 128 = 0,307 \text{ Wb}$$

Finalmente, da Eq. 10.34, a tensão de fase nessas condições de operação é

$$V_a = \omega_e \sqrt{\frac{\lambda_D^2 + \lambda_Q^2}{2}} = (120 \pi) \sqrt{\frac{0,620^2 + 0,307^2}{2}} = 184 \text{ V}$$

correspondendo a uma tensão de linha de terminal de 320 V, muito acima da tensão nominal de 220 V. Na prática, além do fato de que essa forma de funcionamento provavelmente danificará o isolamento do motor, é improvável que fosse alcançada porque o motor estaria altamente saturado e, portanto, a indutância síncrona e a indutância mútua entre campo e armadura seriam menores do que as assumidas aqui.

No próximo exemplo, veremos como uma escolha diferente de i_F , i_D e i_Q podem produzir o mesmo conjugado com uma tensão de terminal reduzida.

Exemplo 10.10

Neste exemplo, visitaremos novamente o Exemplo 10.9 com o objetivo de examinar um controlador de campo orientado que ajusta o conjugado do motor para que seja igual a seu valor nominal T_{nominal} e verifica se o fluxo concatenado eficaz de fase de armadura $(\lambda_a)_{\text{ef}}$ é maior do que o valor nominal. Em caso afirmativo, fornece corrente de eixo direto para reduzir $(\lambda_a)_{\text{ef}}$ a seu valor nominal.

Escreva um *script* de MATLAB que aplica esse algoritmo e pesquisa as correntes de campo até 5,0 A para encontrar um ponto de operação que requer o valor mínimo de corrente de armadura. Observe que, como o motor está operando com velocidade e frequência nominais e porque o fluxo concatenado de armadura está restrito ao valor nominal no máximo, a tensão de terminal do motor não excederá o valor nominal de 220 V, tensão de linha, diferentemente do valor de 320 V que resultou com o controlador do Exemplo 10.9.

Solução

Da Eq. 10.35, o valor nominal do fluxo concatenado eficaz de fase (correspondendo à tensão de terminal nominal) é igual a

$$(\lambda_a)_{\text{nominal}} = \frac{V_{\text{nominal}}}{\omega_e} = \frac{220/\sqrt{3}}{120 \pi} = 337 \text{ mWb}$$

O *script* de MATLAB implementará o seguinte algoritmo:

- Da Eq. 10.35, vemos que há um valor máximo de i_Q tal que i_D pode ser ajustado (variando i_F) para fazer $(\lambda_a)_{\text{ef}}$ igual a $(\lambda_a)_{\text{nominal}}$

$$(i_Q)_{\text{max}} = \frac{\sqrt{2} (\lambda_a)_{\text{nominal}}}{L_s}$$

- Com base no requisito que deve ser atendido para obter o conjugado nominal T_{nominal} , o respectivo valor mínimo da corrente de campo pode ser encontrado com a Eq. 10.29 obtendo-se

$$(i_F)_{\min} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \frac{T_{\text{nominal}}}{L_{\text{af}}(i_Q)_{\max}}$$

- Para cada valor de corrente de campo i_F , calcule i_Q da Eq. 10.37 como

$$i_Q = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \frac{T_{\text{nominal}}}{L_{\text{af}} i_F}$$

- Fazendo $i_D = 0$, calcule o fluxo concatenado eficaz de fase de armadura usando a Eq. 10.35 e obtendo

$$(\lambda_a)_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{(L_{\text{af}} i_F)^2 + (L_s i_Q)^2}{2}}$$

- Verifique se $(\lambda_a)_{\text{ef}}$ é maior do que o valor nominal $(\lambda_a)_{\text{nominal}}$. Em caso afirmativo, use a Eq. 10.35 para calcular a corrente de eixo direto necessária para tornar o fluxo concatenado eficaz de fase igual ao valor nominal.

$$i_D = \frac{\sqrt{2 (\lambda_a)_{\text{nominal}}^2 - (L_s i_Q)^2} - L_{\text{af}} i_F}{L_s}$$

- O fluxo concatenado eficaz de fase de armadura pode ser calculado por meio da Eq. 10.35 como

$$(\lambda_a)_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{(L_s i_D + L_{\text{af}} i_F)^2 + (L_s i_Q)^2}{2}}$$

e a tensão eficaz de fase de terminal pode ser calculada como

$$V_a = \omega_e (\lambda_a)_{\text{ef}}$$

- Finalmente, a corrente eficaz de armadura pode ser calculada por meio da Eq. 10.36 como

$$I_a = \sqrt{\frac{i_D^2 + i_Q^2}{2}}$$

e seu valor por unidade é dado por I_a/I_{nominal} .

A Figura 10.15 é uma plotagem da corrente de armadura *versus* corrente de campo resultantes. A corrente de armadura mínima de 1,00 por unidade (118 A) ocorre com uma corrente de campo de 3,70 A. As correntes de eixo direto e eixo em quadratura são $i_D = -107$ A e $i_Q = 128$ A. A respectiva tensão de terminal é 220 V, tensão de linha.

Aqui está o *script* MATLAB (onde *rated* refere-se a *nominal* e *AFNL* corresponde a *CCAV*):

```

clc
clear

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parâmetros do motor
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Prated = 45e3;
Vrated = 220;
Irated = Prated/(sqrt(3)*Vrated);

```

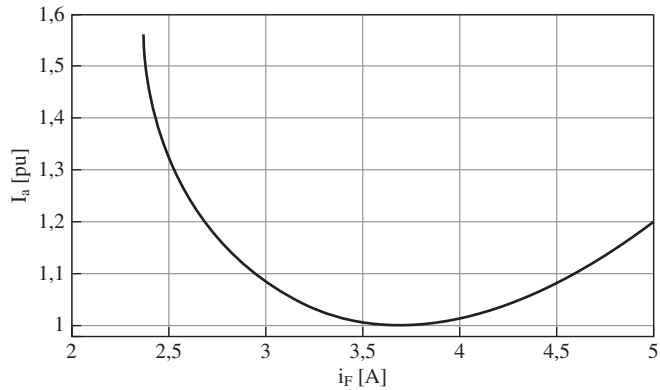



Figura 10.15 Plotagem da corrente de armadura por unidade *versus* corrente de campo para o Exemplo 10.10.

```

poles = 6;
Lspu = 0.836;
AFNL = 2.84;
frated = 60;
omegaerated = 2*pi*frated;
omegamrated = omegaerated*(2/poles);

% Impedância e indutância de base
Zbase = Vrated^2/Prated;
Lbase = Zbase/omegaerated;

% Indutância síncrona
Ls = Lspu*Lbase;

% Tensão de fase nominal
Varated = Vrated/sqrt(3);

% Calcule Laf
Laf = sqrt(2)*Varated/(omegaerated*AFNL);

% Fluxo concatenado eficaz de fase
Lambdaarated = Varated/omegaerated;

% Valor máximo de iQ tal que o fluxo concatenado
% possa ser limitado ao valor nominal
iQmax = sqrt(2)*Lambdaarated/Ls;

% Conjugado nominal
Trated = Prated/omegamrated;

% Defina o intervalo de iF iniciando com o valor mínimo
% da corrente de campo para assegurar o conjugado nominal.
iFmin = (2/3)*(2/poles)*Trated/(Laf*iQmax);
iFmax = 5.0;

% Pesquise a corrente de campo para encontrar o valor
% que resulta em uma corrente de armadura mínima

```

```

deliF = 0.001;
n = 0;
iF = iFmin;

while iF <= iFmax
    n = n+1;
    ifld(n) = iF;
    iQ(n) = (2/3)*(2/poles)*Trated./(Laf*iF);
    iD(n) = 0;
    Lambdaarms = sqrt(((Laf*iF)^2+(Ls*iQ(n))^2)/2);
    % iD necessária se Lambdaarms > Lambdaarated
    if Lambdaarms > Lambdaarated
        iD(n) = (sqrt(2*Lambdaarated^2-(Ls*iQ(n))^2) - Laf*iF)/Ls;
    end
    Ia(n) = sqrt((iD(n)*iD(n) + iQ(n)*iQ(n))/2);
    Iapu(n) = Ia(n)/Irated;
    iF = iF + deliF;
end

% Encontre o índice para Ia mínima
m = find(Ia == min(Ia));

Ia_min = Ia(m);
Iapu_min = Iapu(m);
iF_min = ifld(m);
iD_min = iD(m);
iQ_min = iQ(m);
lambdaa_min = sqrt(((Laf*iF_min+Ls*iD_min)^2+(Ls*iQ_min)^2)/2);
Va_min = omegaerated*lambdaa_min;

fprintf('At iF = %1.2f:\n',iF_min)
fprintf(' Va = %3.1f [V, 1-1]\n',sqrt(3)*Va_min)
fprintf(' Ia = %2.1f [A] = %1.2f [pu]\n',Ia_min,Iapu_min)
fprintf(' iQ = %2.1f [A], iD = %2.1f [pu]\n\n',iQ_min,iD_min)

% Plote os resultados
hold off
plot(ifld,Iapu,'LineWidth',2)
set(gca,'FontSize',20)
xlabel('i_F [A]','FontSize',20)
ylabel('I_a [pu]','FontSize',20)
set(gca,'ylim',[0.98,1.6])
set(gca,'ytick',[1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6])
set(gca,'xlim',[2 5])
set(gca,'xtick',[2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0])
grid on

```

Como discutimos, na prática, um controle por campo orientado deve determinar valores para todas as três correntes i_F , i_D e i_Q . No Exemplo 10.9, dois desses valores foram escolhidos de forma relativamente arbitrária ($i_F = 2,84$ e $i_D = 0$) e o resultado foi um controle que produziu o conjugado desejado mas com uma tensão de terminal com 30% acima da tensão nominal do motor. Em um sistema prático, restrições adicionais são necessárias para chegar a um algoritmo de controle aceitável. Um desses algoritmos poderia exigir que o motor operasse com fluxo nominal e corrente de ar-

madura mínima, sujeito à restrição de que a tensão de terminal não excederia seu valor nominal, como está ilustrado no Exemplo 10.10 com corrente negativa de eixo direto acrescentada conforme a necessidade para reduzir o fluxo concatenado de armadura.

A discussão desta seção centrou-se nas máquinas síncronas com enrolamento de campo e a respectiva capacidade para controlar a excitação do campo. O conceito básico, naturalmente, também se aplica às máquinas síncronas com ímã permanente no rotor. No entanto, no caso de máquinas síncronas de ímã permanente, a excitação efetiva de campo é fixa e, como resultado, há um grau a menos de liberdade para o algoritmo de controle por campo orientado.

Em uma máquina síncrona de ímã permanente, como a corrente de campo efetiva equivalente é fixada pelo ímã permanente, a corrente de eixo em quadratura é determinada diretamente pelo conjugado desejado. Considere um motor trifásico de ímã permanente cuja tensão de fase eficaz nominal a vazio é $(E_{af})_{\text{nominal}}$, na frequência elétrica ω_e . Da Eq. 10.31, vemos que o produto equivalente $L_{af}i_f$ desse motor, que será representado pelo símbolo Λ_{IP} , é

$$\Lambda_{IP} = \frac{\sqrt{2}(E_{af})_{\text{nominal}}}{\omega_e} \tag{10.38}$$

Assim, a relação fluxo *versus* corrente de eixo direto para esse motor, correspondente à Eq. 10.21, torna-se

$$\lambda_D = L_d i_D + \Lambda_{IP} \tag{10.39}$$

e a expressão do conjugado da Eq. 10.29 torna-se

$$T_{\text{mec}} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \Lambda_{PM} i_Q \tag{10.40}$$

Da Eq. 10.40, vemos que, para uma máquina síncrona de ímã permanente submetida ao controle por campo orientado, a corrente de eixo em quadratura é determinada de forma única pelo conjugado desejado. A Eq. 10.37 torna-se então

$$(i_Q)_{\text{ref}} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \frac{T_{\text{ref}}}{\Lambda_{IP}} \tag{10.41}$$

Uma vez que $(i_Q)_{\text{ref}}$ tenha sido especificado, a única opção de controle que ainda resta é determinar o valor desejado da corrente de eixo direto, $(i_D)_{\text{ref}}$. Uma possibilidade é simplesmente fazer $(i_D)_{\text{ref}} = 0$. Isso resultará na menor corrente de armadura possível para um dado conjugado. No entanto, como vimos no Exemplo 10.9, em alguns casos isso resulta em tensões de terminal com valores acima da tensão nominal da máquina. Como resultado, nessas condições é comum fornecer corrente de eixo direto de modo a reduzir o fluxo concatenado de eixo direto da Eq. 10.39. Isso, por sua vez, resultará em uma tensão de terminal reduzida. Essa técnica é normalmente referida como *enfraquecimento de fluxo* e é obtida à custa de um aumento de corrente de armadura.⁴ A Figura 10.16 mostra o diagrama de blocos de um sistema de controle por campo orientado para ser usado com um motor de ímã permanente.

⁴ Veja T. M. Jahns, “Flux-Weakening Regime Operation of na Interior Permanent Synchronous Motor Drive,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 23, pp. 681-689.

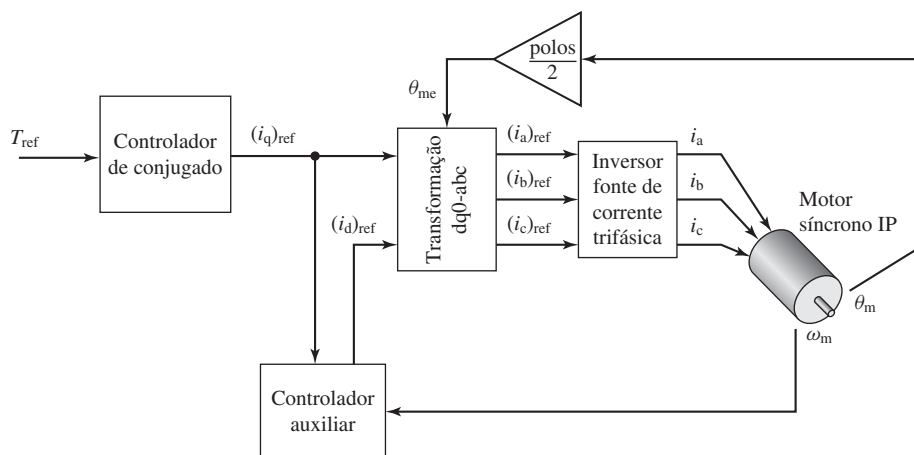


Figura 10.16 Diagrama de blocos de um sistema de controle de conjugado por campo orientado para um motor síncrono de ímã permanente.

Exemplo 10.11

Um motor síncrono trifásico de 25 kW, 4000 rpm, 220 V, dois polos e ímã permanente produz a tensão nominal a vazio com uma velocidade de rotação de 3200 rpm e tem uma indutância síncrona de 1,75 mH. Assuma que o motor deve operar com controle por campo orientado a 2800 rpm e 65% do conjugado nominal.

- Calcule a corrente de eixo em quadratura requerida.
- Se o controlador for projetado para minimizar apenas a corrente de armadura ($i_D = 0$), calcule o fluxo concatenado de armadura resultante por unidade.
- Se o controlador for projetado para manter o fluxo concatenado de armadura em seu valor nominal (1,0 por unidade), calcule o valor correspondente de i_D e os respectivos valores eficaz e por unidade da corrente de armadura.

Solução

- A velocidade nominal desta máquina é

$$(\omega_m)_{\text{nominal}} = 4000 \left(\frac{\pi}{30} \right) = 419 \text{ rad/s}$$

e o conjugado nominal é

$$T_{\text{nominal}} = \frac{P_{\text{nominal}}}{(\omega_m)_{\text{nominal}}} = \frac{25 \times 10^3}{419} = 59,7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Este motor atinge sua tensão eficaz nominal a vazio de $220/\sqrt{3} = 127 \text{ V}$ com uma velocidade de $n = 3200 \text{ rpm}$. A respectiva frequência elétrica é

$$\omega_e = \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \left(\frac{\pi}{30} \right) n = \left(\frac{\pi}{30} \right) 3200 = 335 \text{ rad/s}$$

Da Eq. 10.38,

$$\Lambda_{IP} = \frac{\sqrt{2}(E_{af})_{nominal}}{\omega_e} = \frac{\sqrt{2} \times 127}{335} = 0,536 \text{ Wb}$$

Assim, fazendo $T_{ref} = 0,65 \times T_{nominal} = 38,8 \text{ N} \cdot \text{m}$, da Eq. 10.41 encontramos que

$$(i_Q)_{ref} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \frac{T_{ref}}{\Lambda_{IP}} = \frac{2}{3} \left(\frac{38,8}{0,536} \right) = 48,3 \text{ A}$$

b. Com $(i_D)_{ref} = 0$,

$$\lambda_D = \Lambda_{IP} = 0,536 \text{ Wb}$$

e

$$\lambda_Q = L_s i_Q = 1,75 \times 10^{-3} \times 48,3 = 0,0845 \text{ Wb}$$

Portanto, da Eq. 10.35, o fluxo de fase eficaz da armadura é igual a

$$\lambda_a = \sqrt{\frac{\lambda_D^2 + \lambda_Q^2}{2}} = \sqrt{\frac{0,536^2 + 0,0845^2}{2}} = 0,384 \text{ Wb}$$

O fluxo de fase eficaz de base da armadura pode ser determinado da tensão de fase de base $(V_a)_{base} = 127 \text{ V}$ e da frequência de base $(\omega_e)_{base} = 419 \text{ rad/s}$ (66,7 Hz) como

$$(\lambda_a)_{base} = \frac{(V_a)_{base}}{(\omega_e)_{base}} = 0,303 \text{ Wb}$$

Assim, o fluxo de armadura por unidade é igual a $0,384/0,303 = 1,27$ por unidade. Desse cálculo, vemos que o motor está significativamente saturado nessa condição de funcionamento. De fato, é pouco provável que o cálculo seja exato porque esse grau de saturação possivelmente dará origem a uma redução na indutância síncrona assim como no acoplamento magnético entre o rotor e o estator.

c. Para manter o fluxo concatenado nominal de armadura, o controle deverá produzir uma componente de eixo direto da corrente de armadura para reduzir o fluxo concatenado de eixo direto de modo tal que o fluxo concatenado total de armadura seja igual ao valor nominal $(\lambda_a)_{base}$. Especificamente, devemos ter

$$\lambda_D = \sqrt{2(\lambda_a)_{base}^2 - \lambda_Q^2} = \sqrt{2 \times 0,303^2 - 0,0844^2} = 0,420 \text{ Wb}$$

Agora podemos encontrar i_D . Da Eq. 10.39 (fazendo $L_d = L_s$),

$$i_D = \frac{\lambda_D - \Lambda_{IP}}{L_s} = \frac{0,420 - 0,536}{1,75 \times 10^{-3}} = -66,3 \text{ A}$$

A respectiva corrente eficaz de armadura é

$$I_a = \sqrt{\frac{i_D^2 + i_Q^2}{2}} = \sqrt{\frac{66,3^2 + 48,3^2}{2}} = 58,0 \text{ A}$$

A corrente eficaz de base de armadura para essa máquina é igual a

$$I_{base} = \frac{P_{base}}{\sqrt{3}V_{base}} = \frac{25 \times 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220} = 65,6 \text{ A}$$

e, conseqüentemente, a corrente de armadura por unidade é igual a $58,0/65,6 = 0,88$ por unidade.

Comparando os resultados das partes (b) e (c), vemos como o enfraquecimento de fluxo, devido à introdução de corrente de eixo direto, pode ser usado para controlar a tensão de terminal de um motor síncrono de ímã permanente que está submetido ao controle por campo orientado.

Problema prático 10.6

Considere novamente o motor do Exemplo 10.11. Repita os cálculos das partes (b) e (c) do Exemplo 10.11 para o caso em que o motor está operando com 80% do conjugado nominal a uma velocidade de 2500 rpm.

Solução

Para a parte (b), $\lambda_a = 1,27$ por unidade.

Para a parte (c), $I_a = 0,98$ por unidade.

Exemplo 10.12

Neste exemplo, examinaremos o controle por campo orientado de um motor trifásico de ímã permanente de dois polos projetado para conjugado máximo constante com velocidades abaixo da velocidade de base e potência máxima constante para velocidades acima da velocidade de base. Quando operado com fluxo nominal, o motor atinge a sua tensão de terminal nominal de 460 V com uma velocidade de base de 3000 rpm e tem uma corrente máxima de operação segura de 80 A. O motor foi projetado de modo que pode operar com velocidades acima da velocidade de base com uma tensão de terminal máxima de 460 V até a velocidade de 7000 rpm. O motor não tem polos salientes, tem uma indutância síncrona de 4,85 mH e alcança a tensão nominal a vazio com uma velocidade de 4900 rpm.

O motor é alimentado por um acionamento eletrônico que inclui um controlador por campo orientado com uma malha de realimentação de velocidade como está mostrado na forma de diagrama de blocos na Figura 10.17. Nessa aplicação, o ganho do controlador foi ajustado para $G = 31,4$ N·m/(rad/s). O algoritmo de controle do acionamento inclui as seguintes características:

- A corrente de saída do acionamento está limitada à corrente de operação segura máxima $I_{a,max} = 80$ A.
- O acionamento fornecerá apenas corrente para o eixo em quadratura até o ponto em que a corrente de eixo direto é necessária para assegurar que a densidade de fluxo do motor

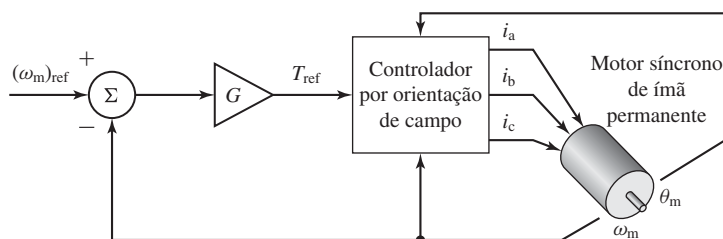


Figura 10.17 Diagrama de blocos da malha de controle da velocidade de motor síncrono para o motor síncrono de ímã permanente do Exemplo 10.12.

não exceda seu valor nominal e que a tensão de terminal não exceda 460 V. Se a combinação requerida de correntes de eixo em quadratura e eixo direto exceder a corrente máxima de operação segura, o acionamento reduzirá a corrente do eixo em quadratura, reduzindo assim o conjugado do motor até que nenhuma condição de operação (fluxo concatenado, tensão e corrente de terminal) tenha sido excedida.

Para investigar o desempenho do controlador, assumiremos que o motor está acionando uma carga que consome uma potência constante de 30 kW na faixa de operação 2800 – 7000 rpm. Para os propósitos deste exemplo, desprezaremos os efeitos das perdas e da resistência de armadura.

- Observa-se que o motor está operando com uma velocidade de 2800 rpm. (i) Calcule o conjugado do motor e a respectiva velocidade de referência $(\omega_m)_{ref}$. (ii) Calcule as correntes de eixo direto e eixo em quadratura. (iii) Calcule a corrente de armadura e a tensão de terminal do motor.
- A velocidade de referência é ajustada para 7000 rpm. (i) Calcule as respectivas velocidades e conjugado do motor. (ii) Calcule as correntes de eixo direto e eixo em quadratura e a corrente de armadura em ampères.
- O motor e a carga têm uma inércia combinada de $J = 0,10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Com o motor inicialmente operando a 2800 rpm, a velocidade de referência é repentinamente mudada para 7000 rpm. Use MATLAB/Simulink para plotar a velocidade, o conjugado, a velocidade de terminal e as correntes (de eixo q, de eixo d e a eficaz de armadura) do motor em função do tempo.

Solução

Alguns cálculos preliminares:

- Da Eq. 10.35, o fluxo concatenado nominal eficaz de fase de armadura é calculado a partir da tensão nominal de fase e da velocidade de base $((\omega_e)_{base} = (\omega_m)_{base} = 3000 \times (\pi/30) = 314,2 \text{ rpm})$

$$(\lambda_a)_{nominal} = \frac{460/\sqrt{3}}{314,2} = 845 \text{ mWb}$$

- O motor alcança a tensão nominal a vazio com uma velocidade de 4900 rpm $(\omega_e = 4900 \times (\pi/30) = 513,1 \text{ rad/s})$ e, da Eq. 10.38,

$$\Lambda_{IP} = \frac{\sqrt{2} (E_{af})_{nominal}}{\omega_e} = \frac{\sqrt{2} (460/\sqrt{3})}{513,1} = 732 \text{ mWb}$$

- (i) Para 2800 rpm com $\omega_m = 2800 \times (\pi/30) = 293,2 \text{ rad/s}$, o respectivo conjugado é

$$T_{carga} = \frac{P_{carga}}{\omega_m} = 102,3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Do diagrama de blocos da Figura 10.7 e fazendo $T_{ref} = T_{carga}$, a velocidade de referência pode ser calculada como

$$(\omega_m)_{ref} = \omega_m + \frac{T_{carga}}{G} = 293,2 + \frac{102,3}{31,4} = 296,5 \text{ rad/s}$$

correspondendo a uma velocidade de 2831 rpm.

(ii) O valor da corrente de eixo em quadratura necessária para produzir o conjugado requerido pode ser calculado da Eq. 10.41, obtendo-se

$$i_Q = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \frac{T_{\text{carga}}}{\Lambda_{\text{IP}}} = 93,2 \text{ A}$$

Este motor é de polos não salientes com $L_d = L_q = L_s = 4,85 \text{ mH}$. Assim, da Eq. 10.22 temos

$$\lambda_Q = L_s i_Q = 452 \text{ mWb}$$

Da Eq. 10.39, com $i_D = 0$,

$$\lambda_D = \Lambda_{\text{IP}} = 732 \text{ mWb}$$

e, portanto, da Eq. 10.35 obtemos

$$(\lambda_a)_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{\lambda_D^2 + \lambda_Q^2}{2}} = 608 \text{ mWb}$$

que é inferior a $(\lambda_a)_{\text{nominal}}$. Como o motor está operando abaixo da velocidade de base, isso garante que a tensão de terminal será menor do que 460 V. Portanto, um enfraquecimento de fluxo não será necessário e o controlador determinará que $i_D = 0$.

(iii) Da Eq. 10.36, a corrente de armadura é

$$I_a = \frac{i_Q}{\sqrt{2}} = 65,9 \text{ A}$$

que está dentro do limite de operação segura do motor.

Finalmente, da Eq. 10.35, com $\omega_e = \omega_m = 293,2 \text{ rad/s}$, a tensão de fase eficaz é

$$V_a = \omega_e (\lambda_a)_{\text{ef}} = 293,2 \times 0,608 = 178,4 \text{ V}$$

correspondendo a uma tensão de linha de 308,9 V que é, como esperado, consideravelmente menor do que a tensão de terminal nominal.

- b. (i) Neste caso, a velocidade de referência é dada como $n_{\text{ref}} = 7000 \text{ rpm}$ e assim a velocidade do motor n deve ser encontrada igualando o conjugado de referência

$$T_{\text{ref}} = G(\omega_{\text{ref}} - \omega_m) = G(n_{\text{ref}} - n) \times (\pi/30)$$

com o conjugado de carga

$$T_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{carga}}}{\omega_m} = \frac{P_{\text{carga}}}{n \times (\pi/30)}$$

resultando uma equação quadrática em n

$$n^2 - n_{\text{ref}} n + \left(\frac{P_{\text{carga}}}{G} \right) \left(\frac{30}{\pi} \right)^2 = 0$$

que tem duas soluções: 12 rpm e o valor obviamente correto de 6988 rpm ($\omega_m = 731,7 \text{ rad/s}$). Assim, o conjugado de carga é

$$T_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{carga}}}{\omega_m} = 41,0 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(ii) A corrente de eixo em quadratura pode ser calculada novamente a partir da Eq. 10.41, obtendo-se

$$i_Q = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \frac{T_{\text{carga}}}{\Lambda_{\text{PM}}} = 37,3 \text{ A}$$

Como o motor está operando acima da velocidade de base, se necessário, o controlador limitará o fluxo concatenado eficaz de fase da armadura a seu valor nominal e a tensão de linha de terminal do motor a seu valor nominal de 460 V. Para verificar se será necessário incluir alguma ação por parte do controlador, começaremos assumindo que o enfraquecimento de fluxo com a corrente de eixo direto não é necessária. Com $i_D = 0$ e da Eq. 10.35, o fluxo concatenado eficaz de fase da armadura seria

$$(\lambda_a)_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{\lambda_{\text{IP}}^2 + (L_s i_Q)^2}{2}} = 0,533 \text{ Wb}$$

que, novamente, é menor do que $(\lambda_a)_{\text{nominal}}$. Entretanto, como o motor está operando acima da velocidade de base, é necessário verificar a respectiva tensão de terminal. Da Eq. 10.35 com $\omega_e = \omega_m = 731,7 \text{ rad/s}$, a tensão eficaz de fase é

$$V_a = \omega_e (\lambda_a)_{\text{rms}} = 390,0 \text{ V}$$

correspondendo a uma tensão de linha de 675,8 V que excede a tensão nominal de terminal.

Assim, nessa condição de operação, o enfraquecimento de campo será necessário e o controlador fornecerá uma corrente negativa de eixo direto suficiente para limitar a tensão de linha de terminal a 460 V (265,6 V, tensão de fase). O fluxo concatenado eficaz de fase da armadura é

$$(\lambda_a)_{\text{ef}} = \frac{V_a}{\omega_e} = \frac{265,6}{731,7} = 363 \text{ mWb}$$

e, portanto,

$$\lambda_D = \sqrt{2(\lambda_a)_{\text{ef}}^2 - \lambda_Q^2} = \sqrt{2(\lambda_a)_{\text{ef}}^2 - (L_s i_Q)^2} = 480 \text{ mWb}$$

Podemos encontrar i_D da Eq. 10.39 obtendo

$$i_D = \frac{\lambda_D - \lambda_{\text{IP}}}{L_s} = -51,9 \text{ A}$$

Como esperado, observe que i_D é negativa. Isso é necessário para produzir o enfraquecimento de fluxo reduzindo o fluxo de eixo direto.

Da Eq. 10.36, a corrente de armadura é

$$I_a = \frac{i_Q}{\sqrt{2}} = 45,2 \text{ A}$$

que, novamente, está bem dentro do intervalo de operação segura do motor.

- c. Assumiremos que o acionamento pode fornecer correntes de fase que ajustam-se exatamente às correntes requeridas de eixos direto e em quadratura. Desse modo, o conjugado necessário é produzido com exatidão. Como resultado, escreveremos a simulação diretamente em termos das grandezas de eixo direto e eixo em quadratura sem necessidade de fazer a transformação para variáveis de fase.

As equações básicas necessárias para essa simulação são as que descrevem o controlador de velocidade da Figura 10.17

$$T_{\text{ref}} = G(\omega_{\text{ref}} - \omega_m) = G(n_{\text{ref}} - n) = (\pi/30)$$

e a equação diferencial de primeira ordem que descreve a velocidade do motor

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_{\text{mec}} - T_{\text{carga}}$$

onde

$$T_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{carga}}}{\omega_m}$$

Na forma de integral, como requerido pelo Simulink, a velocidade do motor dada por

$$\omega_m = \omega_{m0} + \frac{1}{J} \int_0^t (T_{\text{mec}} - T_{\text{carga}}) dt$$

onde ω_{m0} é a velocidade do motor usada no início da simulação. Neste caso, $\omega_{m0} = 2800 \times (\pi/30) = 293,2$ rad/sec.

A Figura 10.18 é o diagrama de blocos do modelo Simulink. O bloco denominado “Initialization” (“Inicialização”) chama um *script* de MATLAB que faz o carregamento inicial dos parâmetros do modelo e as condições iniciais da simulação. O elemento de nome “Speed switch” (“Chave de velocidade”) faz a mudança de velocidade trocando a velocidade de referência de $n_{\text{ref,a}} = 2831$ rpm para $n_{\text{ref,b}} = 7000$ rpm.

O algoritmo de controle do acionamento está implementado no subsistema denominado “Drive Controller” (“Controlador do Acionamento”) pela seguinte função de MATLAB (onde *PM* refere-se a *IP*, *rated* refere-se a *nominal*, *rms* a *valor eficaz*):

```
function [Tmech,Ia,Vall,id,iq] = Control(Iamax,Tref, ...
    LambdaPM,L_s,Vrated,lambdaarated,omegae,poles)

Tmechmax = LambdaPM*(Iamax*sqrt(2))*(3/2)*(poles/2);

% Faça Tmech = Tref para iniciar
Tmech = Tref;
```

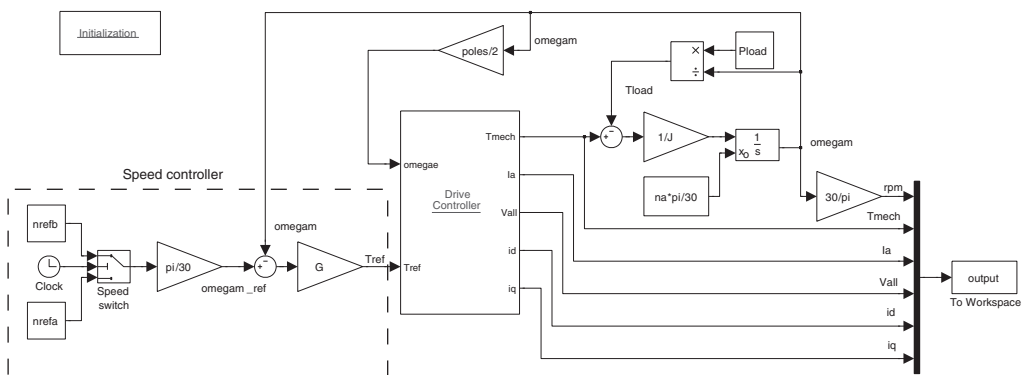


Figura 10.18 Modelo Simulink para o Exemplo 10.12.

```

if Tmech > Tmechmax
    Tmech = Tmechmax;
end

% Primeiro passe por iq e id
iq = (2/3)*(2/poles)*Tmech/LambdaPM;
id = 0;

% Laço para encontrar Tmec (Tmech) se necessário
sw = 0;
while (sw == 0)
    % Verifique se a respectiva Ia é maior do que Iamax. Se sim,
    % reduza iq
    if iq > sqrt(2)*Iamax;
        iq = 0.999*sqrt(2)*Iamax;
    end

    % Encontre a maior id negativa aceitável
    id1 = -LambdaPM/L_s;
    id2 = -sqrt(2*Iamax^2-iq^2);
    idmin = max(id1,id2);

    % Encontre o respectivo valor mínimo de lambdaarms
    lambdaarmsmin = sqrt(((LambdaPM+L_s*idmin)^2 + (L_s*iq)^2)/2);
    Vamin = omegae*lambdaarmsmin;

    % Verifique se esses valores mínimos são aceitáveis
    if (lambdaarmsmin <= lambdaarated) && ...
        (Vamin <= Vrated/sqrt(3))
        % Aceitáveis. Primeiro descubra se id é necessária assumindo
        % apenas iq e verificando lambdaarms e Va
        sw = 1; %Ajusta a chave (switch) para sair do laço Tmech
        lambdaarms = sqrt((LambdaPM^2+(L_s*iq)^2)/2);
        Va = omegae*lambdaarms;
        if (lambdaarms <= lambdaarated) && (Va <= Vrated/sqrt(3))
            id = 0; % Não há necessidade de id
            sw = 1;
        else
            % id é necessária. Encontre o valor que atende a ambas
            % as condições
            id1 = (sqrt(2*lambdaarated^2-(L_s*iq)^2) - LambdaPM)/L_s;
            id2 = (sqrt(2*(Vrated/(sqrt(3)*omegae))^2-(L_s*iq)^2) ...
                - LambdaPM)/L_s;
            % A id requerida é o valor mínimo (maior negativo)
            id = min(id1,id2);
        end
    else
        % Valores mínimos não aceitáveis. Reduza Tmec e loop
        % até que um Tmec aceitável seja encontrado
        Tmech = 0.999*Tmech;
        % A respectiva iq
        iq = (2/3)*(2/poles)*Tmech/LambdaPM;
    end
end

```

```

end
end % Fim de 'while (sw == 0)'

% Calcule Ia e Va
Ia = sqrt((id^2+iq^2)/2); % Corrente eficaz de armadura
lambdaarms = sqrt(((LambdapM+L_s*id)^2+(L_s*iq)^2)/2);
Va = omegae*lambdaarms;
Vall = sqrt(3)*Va; % Tensão de linha

```

A velocidade do motor está plotada na Figura 10.19a. Observe que a chave de velocidade aplica a mudança na velocidade de referência 0,1 s após o início da simulação. A seguir, o motor leva um pouco mais de 0,9 s para atingir sua velocidade final de 6988 rpm.

Imediatamente, após a mudança na velocidade de referência, o sinal de conjugado de referência do controlador de velocidade salta para um valor elevado

$$T_{\text{ref}} = (n_{\text{ref},b} - n_{\text{ref},a}) (\pi/30) G = 13,7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como a corrente eficaz do acionamento está limitada a 80 A, correspondendo a um valor máximo possível da corrente do eixo em quadratura de $i_{q,\text{max}} = 80 \sqrt{2} = 113 \text{ A}$, o conjugado máximo do motor será limitado pelo acionamento a

$$T_{\text{mec,max}} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \Lambda_{\text{IP}} i_{q,\text{max}} = 124,2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

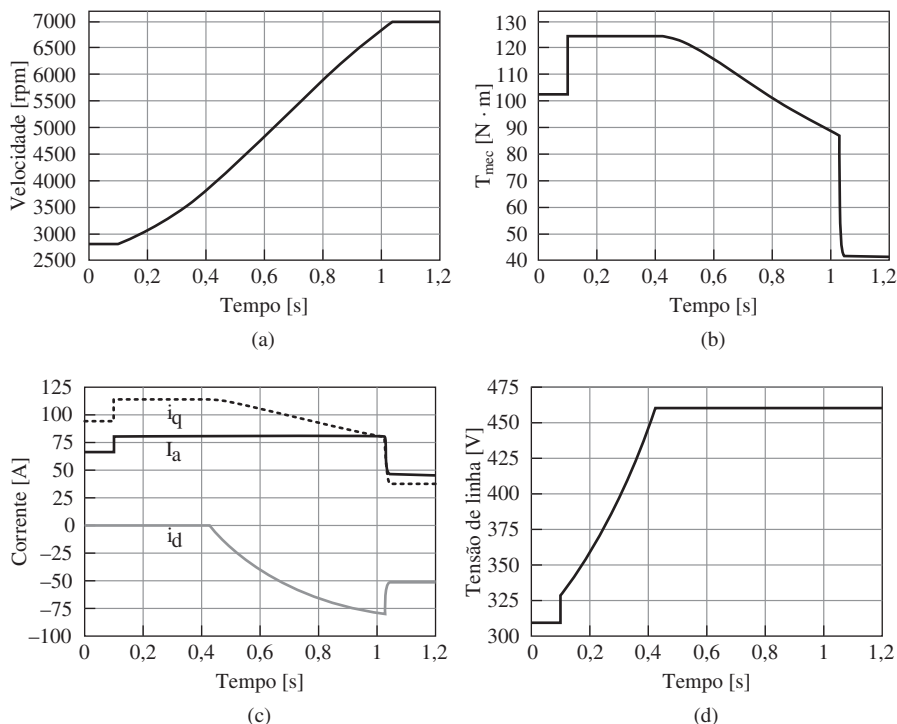


Figura 10.19 Resultados da simulação para o Exemplo 10.12: (a) velocidade, (b) conjugado, (c) correntes e (d) tensão de linha.

como pode ser visto na Fig. 10.19b. O conjugado do motor salta imediatamente para esse valor quando a velocidade de referência é mudada para 7000 rpm. Na Figura 10.19c, vemos que a corrente eficaz de armadura I_a e a corrente do eixo em quadratura também salta imediatamente para seus respectivos valores máximos de 80 A e 113 A.

Como pode ser visto na Figura 10.19d, a respectiva tensão de terminal salta para 328 V sendo inferior à tensão nominal do motor de 460 V. Como resultado, não há necessidade de enfraquecimento de fluxo e a corrente de eixo direto é tornada zero. À medida que a velocidade do motor aumenta, vemos que a corrente do eixo em quadratura permanece constante em seu valor máximo enquanto a tensão de terminal aumenta. Como se pode ver na figura, a tensão de terminal alcança 460 V quando a velocidade do motor é aproximadamente 4000, em torno de 0,42 segundos. Nesse ponto, há necessidade de enfraquecimento de fluxo para limitar a tensão de terminal e o acionamento deve fornecer corrente negativa de eixo direto, como pode ser visto na Figura 10.19c. Por sua vez, isso requer que o acionamento reduza a componente de eixo em quadratura da corrente de armadura para limitar a corrente eficaz de armadura a 80 A e há uma redução correspondente no conjugado do motor. Ambas podem ser vistas na Figura 10.19. Por fim, quando a velocidade do motor aproxima-se do valor de referência de 7000 rpm, vemos que o conjugado de referência cai rapidamente e a velocidade, o conjugado e as correntes do motor acomodam-se nos valores de estado permanente, como calculado na parte (b).

10.3 Controle de motores de indução

10.3.1 Controle de velocidade

Os motores de indução alimentados por fontes de frequência constante atendem de modo admirável às exigências do acionamento com velocidade altamente constante. Muitas aplicações de motores, entretanto, exigem velocidades diversas ou mesmo uma faixa continuamente ajustável de velocidades. Desde os primeiros tempos dos sistemas de potência CA, os engenheiros têm se interessado pelo desenvolvimento de motores CA de velocidade ajustável.

A velocidade síncrona de um motor de indução pode ser alterada (a) mudando o número de polos ou (b) variando a frequência de linha. Pode-se mudar o escorregamento de funcionamento (c) variando a tensão de linha, (d) variando a resistência do rotor ou (e) aplicando tensões de frequência adequada aos circuitos do rotor. As características notáveis dos métodos de controle de velocidade baseados nessas cinco possibilidades serão discutidas nas próximas cinco seções.

Motores de polos variáveis Nos motores de polos variáveis, o enrolamento de estator é projetado de modo que, por alterações simples nas ligações das bobinas, o número de polos pode ser mudado na razão de 2 para 1. Pode-se selecionar uma entre duas velocidades síncronas. O rotor é sempre do tipo gaiola de esquilo que reage produzindo um campo de rotor com o mesmo número de polos do campo indutor do estator. Com dois conjuntos independentes de enrolamentos de estator, cada um permitindo alterações de polos, quatro velocidades síncronas podem ser obtidas em um motor gaiola de esquilo, por exemplo, 600, 900, 1200 e 1800 rpm para um funcionamento em 60 Hz.

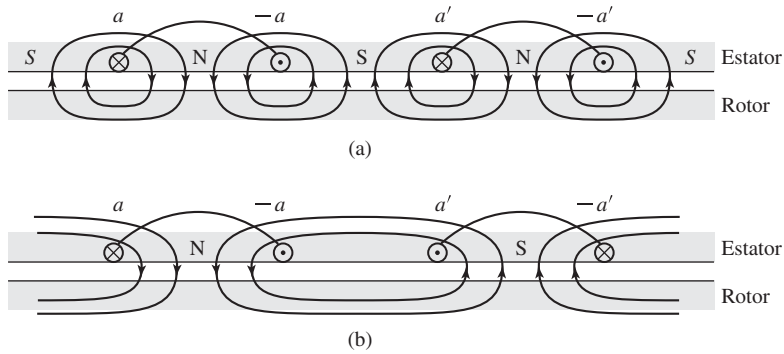


Figura 10.20 Princípios do enrolamento de polos variáveis.

Os princípios básicos dos enrolamentos de polos variáveis estão mostrados na Figura 10.20, na qual aa e $a'a'$ são duas bobinas que correspondem a uma parte do enrolamento de estator da fase a . Um enrolamento real consistiria, naturalmente, em diversas bobinas em cada grupo. Os enrolamentos para as outras fases de estator (não mostrados na figura) seriam dispostos de maneira similar. Na Figura 10.20a, as bobinas são ligadas de modo a produzir um campo de quatro polos; na Figura 10.20b, a corrente na bobina $a'a'$ foi invertida por meio de um controlador. O resultado é um campo de dois polos.

A Figura 10.21 mostra as quatro configurações possíveis dessas duas bobinas: elas podem ser conectadas em série ou em paralelo, com suas correntes tanto no mesmo sentido (operação a quatro polos) como em sentidos opostos (operação a dois polos). Além disso, as fases da máquina podem ser ligadas em Y ou em Δ , resultando oito combinações possíveis.

Observe que, para uma dada tensão de fase, as diferentes conexões resultarão em diversos níveis de densidade de fluxo no entreferro. Por exemplo, para uma dada configuração de bobinas, uma mudança de conexão de Δ para Y reduz a tensão de

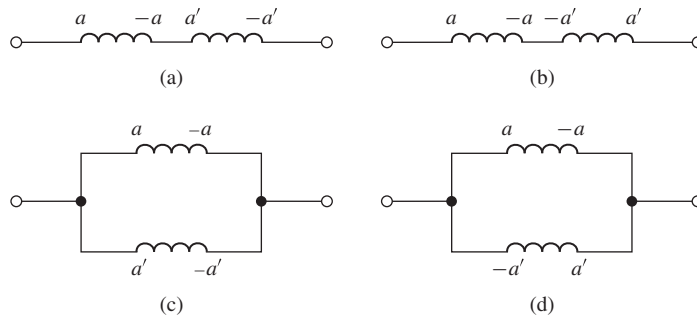


Figura 10.21 Quatro configurações possíveis de bobinas da fase a de um motor de indução de polos variáveis: (a) conexão em série, quatro polos; (b) conexão em série, dois polos; (c) conexão em paralelo, quatro polos; (d) conexão em paralelo, dois polos.

bobina (e, assim, a densidade de fluxo de entreferro), dividindo-a por $\sqrt{3}$. De modo similar, mudando uma conexão de duas bobinas em série para duas em paralelo duplicará a tensão em cada bobina e, portanto, duplicará a magnitude da densidade de fluxo no entreferro. Naturalmente, essas mudanças de densidade de fluxo podem ser compensadas mudando a tensão de enrolamento aplicada. De qualquer forma, elas devem ser levadas em consideração, junto com as respectivas mudanças de conjugado do motor quando as configurações a serem usadas em uma aplicação específica são analisadas.

Controle da frequência de armadura A velocidade síncrona de um motor de indução pode ser controlada variando a frequência da tensão de armadura aplicada. Esse método de controle de velocidade é idêntico ao discutido na Seção 10.2.1 para máquinas síncronas. De fato, as mesmas configurações de inversor usadas com máquinas síncronas, como o inversor fonte de tensão trifásica da Figura 10.12, podem ser usadas para acionar motores de indução. Como ocorre com qualquer motor CA, para manter a densidade de fluxo aproximadamente constante, a tensão de armadura também deveria ser variada diretamente com a frequência (volts por hertz constante).

A curva de conjugado *versus* velocidade de um motor de indução em uma dada frequência pode ser calculada usando os métodos do Capítulo 6, dentro da exatidão dos parâmetros do motor naquela frequência. Considere a expressão do conjugado da Eq. 6.36 que está repetida aqui.

$$T_{mec} = \frac{1}{\omega_s} \left[\frac{n_{ph} V_{1,eq}^2 (R_2/s)}{(R_{1,eq} + (R_2/s))^2 + (X_{1,eq} + X_2)^2} \right] \quad (10.42)$$

em que $\omega_s = (2/\text{polos})\omega_e$ e ω_e é a frequência de excitação elétrica do motor em rad/s,

$$\hat{V}_{1,eq} = \hat{V}_1 \left(\frac{jX_m}{R_1 + j(X_1 + X_m)} \right) \quad (10.43)$$

e

$$R_{1,eq} + jX_{1,eq} = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)} \quad (10.44)$$

Para investigar o efeito da mudança de frequência, assumiremos que R_1 é desprezível. Nesse caso,

$$\hat{V}_{1,eq} = \hat{V}_1 \left(\frac{X_m}{X_1 + X_m} \right) \quad (10.45)$$

$$R_{1,eq} = 0 \quad (10.46)$$

e

$$X_{1,eq} = \frac{X_m X_1}{X_1 + X_m} \quad (10.47)$$

Façamos com que o índice 0 indique valores de frequência nominal para cada um dos parâmetros do motor de indução. Quando a frequência de excitação elétrica é variada, podemos escrever

$$(X_{1,\text{eq}} + X_2) = \left(\frac{\omega_e}{\omega_{e0}} \right) (X_{1,\text{eq}} + X_2)_0 \quad (10.48)$$

Se for usado o controle por volts/hertz constante, também podemos escrever a tensão da fonte equivalente como

$$\hat{V}_1 = \left(\frac{\omega_e}{\omega_{e0}} \right) (\hat{V}_1)_0 \quad (10.49)$$

e, portanto, como $\hat{V}_{1,\text{eq}}$ é igual a \hat{V}_1 multiplicado por uma razão de reatâncias que permanece constante quando a frequência é variada, temos

$$\hat{V}_{1,\text{eq}} = \left(\frac{\omega_e}{\omega_{e0}} \right) (\hat{V}_{1,\text{eq}})_0 \quad (10.50)$$

Finalmente, podemos escrever o escorregamento do motor como

$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} = \frac{\text{polos}}{2} \left(\frac{\Delta\omega_m}{\omega_e} \right) \quad (10.51)$$

em que $\Delta\omega_m = \omega_s - \omega_m$ é a diferença entre as velocidades angulares síncrona e mecânica do motor.

A substituição das Eqs. 10.48 a 10.51 na Eq. 10.42 dá

$$T_{\text{mec}} = \frac{n_{\text{ph}} [(V_{1,\text{eq}})_0]^2 (R_2 / \Delta\omega_m)}{\left[\left(\frac{2\omega_{e0}}{\text{polos}} \right) (R_2 / \Delta\omega_m) \right]^2 + [(X_{1,\text{eq}} + X_2)_0]^2} \quad (10.52)$$

A Eq. 10.52 mostra a tendência geral com a qual vemos que a dependência de frequência da característica de conjugado *versus* velocidade de um motor de indução aparece apenas no termo $R_2 / \Delta\omega_m$. Assim, supondo que R_1 seja desprezível, quando a frequência elétrica de alimentação de um motor de indução é variada, a forma da curva de velocidade *versus* conjugado em função de $\Delta\omega_m$ (a diferença entre a velocidade síncrona e a do motor) permanecerá invariável. Como resultado, a característica de conjugado *versus* velocidade simplesmente se deslocará sobre o eixo de velocidade quando $\omega_e(f_e)$ é variada.

Um conjunto dessas curvas está mostrado na Figura 10.22a. Observe que, quando a frequência elétrica (e, portanto, a velocidade síncrona) diminui, um dado valor de $\Delta\omega_m$ corresponde a um escorregamento maior. Assim, por exemplo, se o conjugado de pico de um motor de quatro polos acionado a 60 Hz ocorrer em 1638 rpm, correspondendo a um escorregamento de 9%, então quando acionado a 30 Hz o conjugado de pico ocorrerá a 738 rpm, correspondendo a um escorregamento de 18%.

Na prática, os efeitos de R_1 podem não ser inteiramente desprezíveis, em especial com valores elevados de escorregamento. Se esse for o caso, a forma das curvas de velocidade *versus* conjugado mudará um pouco com a frequência elétrica aplicada. A Figura 10.22b mostra uma família de curvas típica para esse caso.

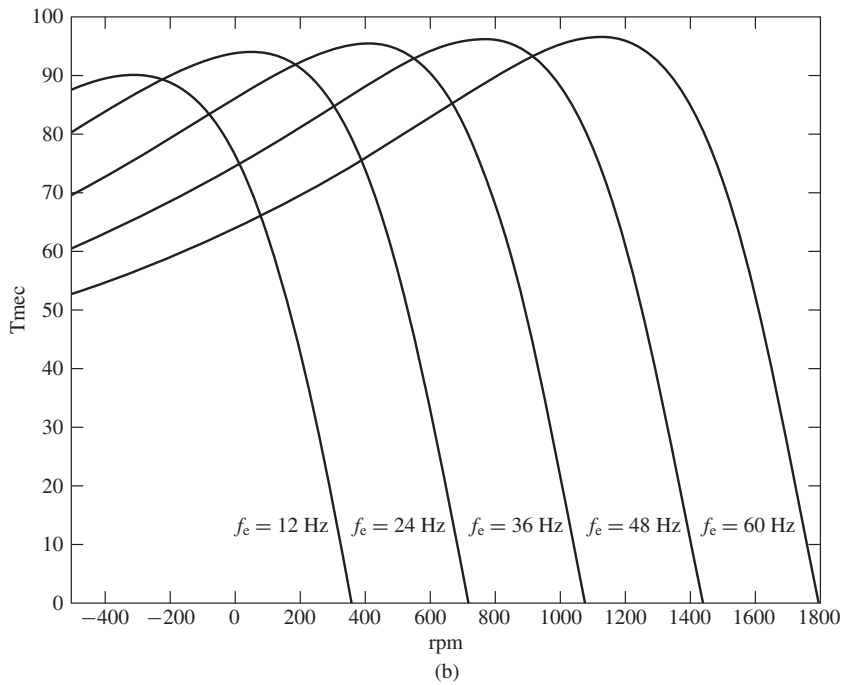
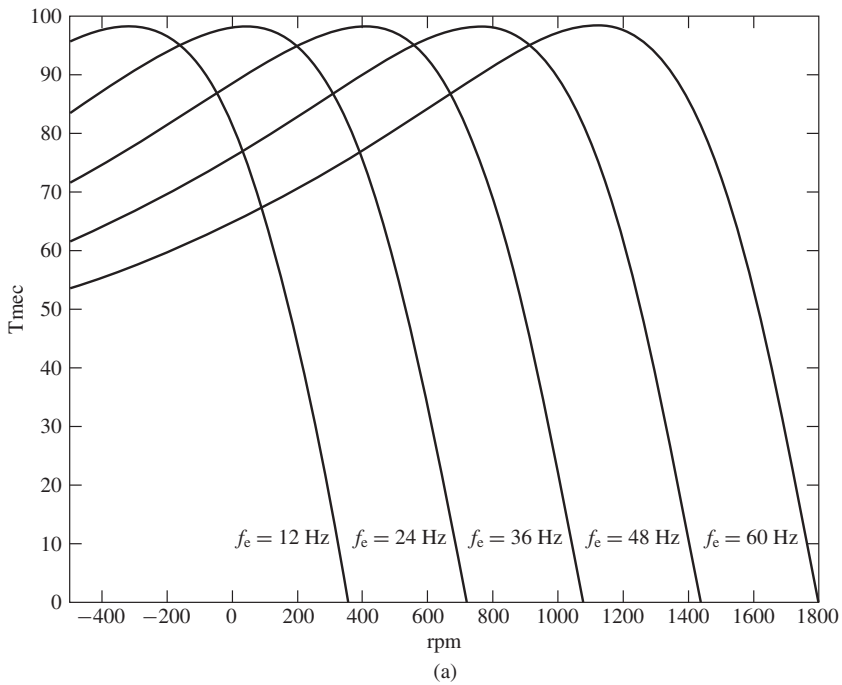


Figura 10.22 Uma família de curvas de velocidade *versus* conjugado de um motor de indução típico, para um motor de quatro polos e diversos valores de frequência elétrica de alimentação. (a) R_1 suficientemente pequena de modo que seus efeitos são desprezíveis. (b) R_1 não desprezível.

Exemplo 10.13

Um motor de indução trifásico de 575 V, 60 Hz, 100 kW e quatro polos tem os seguintes parâmetros:

$$X_1 = 0,239 \quad X_2 = 0,344 \quad X_m = 35,4091$$

$$R_1 = 0,102 \quad R_2 = 0,125$$

Este motor deve ser operado a partir de um acionamento de motor de frequência variável e volts/hertz constante cuja tensão de terminal é 575 V a 60 Hz.

Pode-se assumir que o motor está acionando uma carga cuja potência varia conforme

$$P_{\text{carga}} = 92,0 \left(\frac{n}{1800} \right)^3 \text{ kW}$$

onde n é velocidade de carga em rpm. Pode-se assumir que as perdas rotacionais do motor são desprezíveis.

Escreva um *script* de MATLAB para encontrar a tensão de linha de terminal, o escorregamento e a velocidade do motor em rpm, a carga do motor em kW, a corrente de terminal e o fator de potência para (a) uma frequência de fonte de 60 Hz e (b) uma frequência de fonte de 40 Hz.

Solução

Quando a frequência elétrica f_e é variada, as reatâncias do motor variam conforme

$$X = X_0 \left(\frac{f_e}{60} \right)$$

em que X_0 é o valor da reatância a 60 Hz. De modo semelhante, a tensão de fase de armadura deve variar conforme

$$V_1 = \frac{220}{\sqrt{3}} \left(\frac{f_e}{60} \right) = 127 \left(\frac{f_e}{60} \right) \text{ V}$$

Da Eq. 4.42, a velocidade angular síncrona do motor é igual a

$$\omega_s = \left(\frac{4\pi}{\text{polos}} \right) f_e = \pi f_e \text{ rad/s}$$

e, para qualquer velocidade dada do motor ω_m , o respectivo escorregamento é dado por

$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s}$$

Usando as Eqs. 10.42 a 10.44, pode-se obter a velocidade do motor pesquisando ω_m para encontrar a velocidade na qual $P_{\text{carga}} = \omega_m T_{\text{mec}}$. A corrente de tensão e o fator de potência pode ser calculado a partir da impedância de entrada do motor como mostrado no Capítulo 6. Se isso for feito, o resultado será:

a. Para $f_e = 60$ Hz:

Tensão de terminal = 575 V, tensão de linha

Velocidade = 1736 rpm

Escorregamento = 3,56 %

$P_{\text{carga}} = 82,5$ kW

Corrente de terminal = 91,4 A
 Fator de potência = 90,6 %

b. Para $f_e = 40$ Hz:

Tensão de terminal = 383 V, tensão de linha
 Velocidade = 1172 rpm
 Escorregamento = 2,34 %
 $P_{\text{carga}} = 25,4$ kW
 Corrente de terminal = 41,7 A
 Fator de potência = 91,8 %

Aqui está o *script* de MATLAB (onde *slip* refere-se a *escorregamento*; *load* refere-se à *carga*; *in*, à *entrada*)

```

clc
clear

% Aqui estão os parâmetros do motor para 60 Hz

V10 = 575/sqrt(3);
Nph = 3;
poles = 4;
fe0 = 60;
R1 = 0.102;
R2 = 0.125;
X10 = 0.239;
X20 = 0.344;
Xm0 = 35.40;

% Laço para dois valores de frequência
fe1 = 60;
fe2 = 40;

for m = 1:2,
    if m == 1
        fe = fe1;
    else
        fe = fe2;
    end

% Calcule as reatâncias e a tensão
X1 = X10*(fe/fe0);
X2 = X20*(fe/fe0);
Xm = Xm0*(fe/fe0);
V1 = V10*(fe/fe0);

% Calcule a velocidade síncrona
omegas = 4*pi*fe/poles;
ns = 120*fe/poles;

% Calcule o equivalente Thévenin do estator
V1eq = abs(V1*j*Xm/(R1 + j*(X1+Xm)));
    
```

```
Z1eq = j*Xm*(R1+j*X1)/(R1 + j*(X1+Xm));

% Faça uma pesquisa com o escorregamento até
% que Pload = Pmech (Pcarga = Pmec)
slip = 0.;
error = 1;
while error >= 0;
    slip = slip + 0.00001;
    rpm = ns*(1-slip);
    omegam = omegas*(1-slip);
    I2hat = V1eq/(Z1eq+j*X2+R2/slip);
    I2 = abs(I2hat);
    Pmech = 3*I2^2*R2*(1-slip)/slip;
    Pload = 92e3*(rpm/1800)^3;
    error = Pload - Pmech;
end %Fim do laço "while"

% Encontre I1
Z2 = R2/slip + j*X2;
Zm = j*Xm;
Z1 = R1+j*X1;
Zin = Z1+Zm*Z2/(Zm+Z2);
I1hat = V1/Zin;
I1 = abs(I1hat);

% Calcule o fator de potência
pf = Pmech/(3*V1*I1);

fprintf('\n Para fe = %g [Hz]:',fe)
fprintf('\n Tensão de resistor = %g [V l-1]',V1*sqrt(3))
fprintf('\n rpm = %g',rpm)
fprintf('\n Escorregamento = %g [por cento] ',100*slip)
fprintf('\n Pcarga = %g [kW]',Pload/1000)
fprintf('\n I1 = %g [A]',I1)
fprintf('\n fp = %1.2f [por cento]',100*pf)
fprintf('\n\n')

end % Fim do laço "for m = 1:2"
```

Problema prático 10.7

Repita o Exemplo 10.13 para uma frequência de fonte de 50 Hz.

Solução

Tensão de terminal = 479 V, tensão de linha
Velocidade = 1456 rpm
Escorregamento = 2,94 %
 $P_{\text{carga}} = 48,7 \text{ kW}$
Corrente de terminal = 63,9 A
Fator de potência = 91,8 %

Controle por tensão de linha O conjugado interno desenvolvido por um motor de indução é proporcional ao quadrado da tensão aplicada aos terminais primários, como está mostrado pelas duas características de conjugado *versus* velocidade da Figura 10.23. Se a carga apresentar a característica de conjugado *versus* velocidade indicada pela linha tracejada, a velocidade será reduzida de n_1 para n_2 . Esse método de controle de velocidade é usado normalmente com pequenos motores de gaiola de esquilo que acionam ventiladores. Nesse caso, o custo é um problema e o baixo rendimento do funcionamento com escorregamento elevado pode ser tolerado. Caracteriza-se por um intervalo bastante limitado de controle de velocidade.

Controle por resistência de rotor A possibilidade de controlar a velocidade de um motor de rotor bobinado, variando a resistência do seu circuito de rotor, já foi apontada na Seção 6.7.1. As características de conjugado *versus* velocidade para três valores diferentes de resistência de rotor estão mostrados na Figura 10.24. Se a carga tiver a característica de conjugado *versus* velocidade mostrada pela linha tracejada, as velocidades correspondentes a cada um dos valores de resistência de rotor serão n_1 , n_2 e n_3 . Esse método de controle de velocidade tem características similares às do controle de velocidade de motores CC em derivação por meio de resistência em série com a armadura.

As principais desvantagens dos controles por tensão de linha e resistência de rotor são o baixo rendimento em velocidades reduzidas e a regulação pobre de ve-

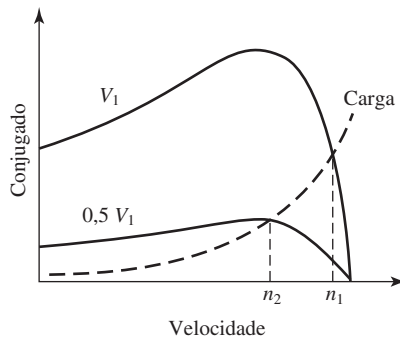


Figura 10.23 Controle de velocidade por tensão de linha.

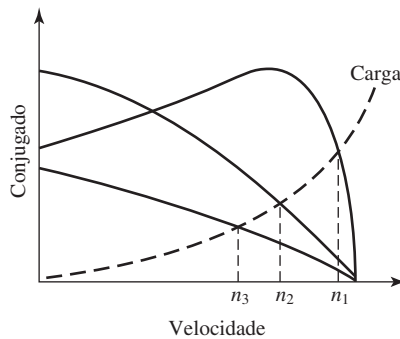


Figura 10.24 Controle de velocidade por resistência de rotor.

locidade em relação a mudanças na carga. Além disso, o custo e as necessidades de manutenção dos motores de indução de rotor bobinado são suficientemente elevados para que os motores de gaiola de esquilo combinados com acionamentos de estado sólido tenham se tornado a opção preferida na maioria das aplicações.

10.3.2 Controle de conjugado

Na Seção 10.2.2, desenvolvemos o conceito de controle por campo orientado para máquinas síncronas. Sob esse ponto de vista, o fluxo e a corrente de armadura são decompostos em duas componentes que giram em sincronismo com o rotor e com a onda de fluxo de entreferro. As componentes da corrente e do fluxo de armadura que estão alinhadas com o enrolamento de campo são referidas como *componentes de eixo direto*, ao passo que aquelas perpendiculares a esse eixo são referidas como *componentes de eixo em quadratura*.

O mesmo ponto de vista que aplicamos às máquinas síncronas pode ser aplicado às máquinas de indução. Como foi discutido na Seção 6.1, em regime permanente, as ondas de FMM e fluxo, produzidas pelos enrolamentos de rotor e de estator de um motor de indução, giram na velocidade síncrona e sincronizadas entre si. Assim, o mecanismo de produção de conjugado em uma máquina de indução é equivalente ao de uma máquina síncrona. A diferença entre os dois é que, na máquina de indução, as correntes do rotor não são fornecidas diretamente mas, em vez disso, são induzidas quando o rotor do motor de indução desloca-se (escorrega) em relação à onda de fluxo girante produzida pelas correntes do estator. Desse modo, ao contrário de uma máquina síncrona, embora os fluxos de rotor e estator girem sincronicamente em um motor de indução, eles não giram sincronicamente com o rotor.

Para examinar a aplicação do controle por campo orientado às máquinas de indução, começaremos com a transformação dq0 da Seção C.3 do Apêndice C. Essa transformação converte as grandezas do estator e do rotor em um sistema de referência que gira sincronicamente. Em condições trifásicas equilibradas e em regime permanente, as grandezas de sequência zero serão nulas e as demais grandezas de eixo direto e em quadratura serão constantes. Dessa forma, as relações entre fluxo concatenado e corrente das Eqs. C.52 a C.58 tornam-se

$$\lambda_D = L_S i_D + L_m i_{DR} \quad (10.53)$$

$$\lambda_Q = L_S i_Q + L_m i_{QR} \quad (10.54)$$

$$\lambda_{DR} = L_m i_D + L_R i_{DR} \quad (10.55)$$

$$\lambda_{QR} = L_m i_Q + L_R i_{QR} \quad (10.56)$$

Nessas equações, os índices D, Q, DR e QR indicam os valores constantes das componentes diretas e em quadratura das grandezas do estator e do rotor, respectivamente. É uma questão simples mostrar que os parâmetros de indutância podem ser determinados a partir dos parâmetros de circuito equivalente como

$$L_m = \frac{X_{m0}}{\omega_e} \quad (10.57)$$

$$L_S = L_m + \frac{X_{10}}{\omega_{e0}} \quad (10.58)$$

$$L_R = L_m + \frac{X_{20}}{\omega_{e0}} \quad (10.59)$$

em que o índice 0 indica valor na frequência nominal.

Em condições de estado permanente, as equações transformadas de tensão, Eqs. C.63 a C.64 e C.66 a C.67, tornam-se

$$v_D = R_a i_{D} - \omega_e \lambda_Q \quad (10.60)$$

$$v_Q = R_a i_{Q} + \omega_e \lambda_D \quad (10.61)$$

$$0 = R_{aR} i_{DR} - (\omega_e - \omega_{me}) \lambda_{QR} \quad (10.62)$$

$$0 = R_{aR} i_{QR} + (\omega_e - \omega_{me}) \lambda_{DR} \quad (10.63)$$

onde ω_{me} é a velocidade angular elétrica do rotor.

Pode-se mostrar que as resistências relacionam-se com as do circuito equivalente segundo

$$R_a = R_1 \quad (10.64)$$

e

$$R_{aR} = R_2 \quad (10.65)$$

Para os propósitos de desenvolvimento de um esquema de controle por campo orientado, começaremos com a expressão de conjugado da Eq. C.70

$$T_{mec} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \left(\frac{L_m}{L_R} \right) (\lambda_{DR} i_Q - \lambda_{QR} i_D) \quad (10.66)$$

Para a dedução da transformação dq0 da Seção C.3, o sistema de referência escolhido consiste no sistema síncrono constituído pelas ondas de fluxo do estator e rotor, girando com a velocidade angular $\omega_s = (2/\text{polos}) \omega_e$. Para os propósitos da dedução, não foi necessário especificar a posição angular absoluta do sistema de referência. Nesse ponto, é conveniente escolher o eixo direto do sistema de referência como estando alinhado com o fluxo do rotor.

Se isso for feito, não haverá fluxo de rotor alinhado com o eixo em quadratura do sistema de referência. Portanto,

$$\lambda_{QR} = 0 \quad (10.67)$$

e a expressão do conjugado da Eq. 10.66 torna-se

$$T_{mec} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \left(\frac{L_m}{L_R} \right) \lambda_{DR} i_Q \quad (10.68)$$

Da Eq. 10.62, vemos que

$$i_{DR} = 0 \quad (10.69)$$

e, assim,

$$\lambda_{DR} = L_m i_D \quad (10.70)$$

e

$$\lambda_D = L_S i_D \quad (10.71)$$

Das Eqs. 10.70 e 10.71, alinhando o sistema de referência síncrono e assim alinhando $\lambda_{QR} = 0$ com o eixo do fluxo do rotor, vemos que tanto o fluxo de eixo direto do rotor (na realidade, o fluxo total do rotor) quanto o fluxo de eixo direto serão determinados pela componente de eixo direto da corrente de armadura. Observe a analogia direta com um motor CC. Nesse motor, os fluxos de eixo de campo e de eixo direto de armadura são determinados pela corrente de campo e, no esquema de controle por campo orientado, os fluxos de rotor e de eixo direto da armadura são determinados pela corrente de armadura de eixo direto. Em outras palavras, nesse esquema de controle por campo orientado, a componente de eixo direto da corrente de armadura serve à mesma função que a corrente de campo em uma máquina CC.

A equação de conjugado, Eq. 10.68, completa a analogia com o motor CC. Vemos que, após o fluxo de eixo direto λ_{DR} do rotor ser determinado pela corrente de armadura de eixo direto, então o conjugado é determinado pela corrente de armadura de eixo em quadratura do mesmo modo que, em um motor CC, o conjugado é determinado pela corrente de armadura.

Em uma implementação prática dessa técnica que desenvolvemos, as correntes de eixo direto e em quadratura, i_D e i_Q , devem ser transformadas nas três correntes de fase do motor $i_a(t)$, $i_b(t)$ e $i_c(t)$. Isso pode ser feito usando a transformação dq0 inversa da Eq. C.48 que requer o conhecimento de θ_s , o ângulo elétrico entre o eixo da fase a e o eixo direto do sistema de referência síncrono girante.

Como não é possível medir diretamente o eixo do fluxo do rotor, é necessário calcular θ_s , em que $\theta_s = \omega_e t + \theta_0$ como é dado pela Eq. C.46. Na Eq. 10.63, isolando ω_e , temos

$$\omega_e = \omega_{me} - R_{aR} \left(\frac{i_{QR}}{\lambda_{DR}} \right) \quad (10.72)$$

Da Eq. 10.56, com $\lambda_{QR} = 0$, vemos que

$$i_{QR} = - \left(\frac{L_m}{L_R} \right) i_Q \quad (10.73)$$

A Eq. 10.73 combinada com a Eq. 10.70 resulta então em

$$\omega_e = \omega_{me} + \frac{R_{aR}}{L_R} \left(\frac{i_Q}{i_D} \right) = \omega_{me} + \frac{1}{\tau_R} \left(\frac{i_Q}{i_D} \right) \quad (10.74)$$

em que $\tau_R = L_R/R_{aR}$ é a constante de tempo do rotor.

Agora podemos integrar a Eq. 10.74 obtendo

$$\bar{\theta}_s = \left[\omega_{me} + \frac{1}{\tau_R} \left(\frac{i_Q}{i_D} \right) \right] t + \theta_0 \quad (10.75)$$

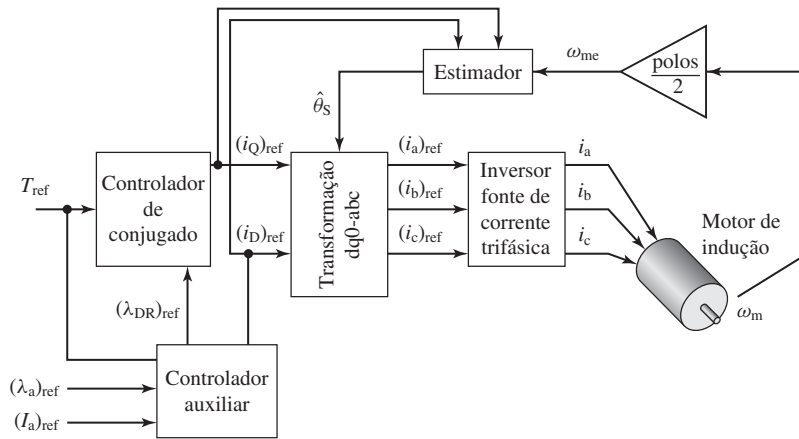
em que $\bar{\theta}_s$ é o valor calculado de θ_s (frequentemente referido como *valor estimado* de θ_s). No sentido dinâmico mais geral,

$$\bar{\theta}_s = \int_0^t \left[\omega_{me} + \frac{1}{\tau_R} \left(\frac{i_Q}{i_D} \right) \right] dt' + \theta_0 \tag{10.76}$$

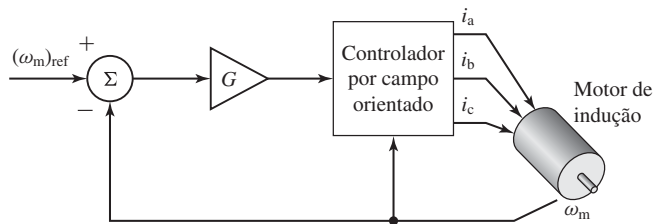
Observe que as Eqs. 10.75 e 10.76 requerem o conhecimento de θ_0 , o valor de $\bar{\theta}_s$ para $t = 0$. Embora não demonstremos aqui, ocorre que em uma implementação prática, os efeitos de um erro nesse ângulo inicial tendem a zero com o tempo e, portanto, pode ser zerado sem perda de generalidade.

A Figura 10.25a mostra o diagrama de blocos de um sistema de controle de conjugado por campo orientado para uma máquina de indução. O bloco denominado “Estimador” representa um algoritmo que implementa a integração da Eq. 10.76 calculando assim o valor estimado de θ_s . Esse valor é necessário à transformação de variáveis dq0 para abc.

Observe que um sensor de velocidade é necessário para medir a velocidade do rotor requerida pelo estimador. Observe também que o estimador necessita conhecer



(a)



(b)

Figura 10.25 (a) Diagrama de blocos de um sistema de controle de conjugado por campo orientado para um motor de indução. (b) Diagrama de blocos de uma malha de controle de velocidade para motor de indução, construída em torno de um sistema de controle de conjugado por campo orientado.

a constante de tempo do rotor $\tau_R = L_R/R_{aR}$. Em geral, ela não será conhecida com exatidão devido à incerteza nos parâmetros da máquina como também devido ao fato de que a resistência do rotor R_{aR} certamente mudará com a temperatura quando o motor estiver em operação. Pode-se mostrar que erros em τ_R resultam em um desvio (*offset*) na estimativa de θ_s que, por sua vez, produz um erro na estimativa da posição do fluxo do rotor. O resultado é que as correntes de armadura aplicadas não estarão exatamente alinhadas com os eixos direto e em quadratura. O controlador de conjugado ainda funciona basicamente como o esperado, embora haja erros correspondentes tanto no conjugado como no fluxo do rotor.

Como no motor síncrono, o fluxo concatenado eficaz de armadura pode ser encontrado a partir da Eq. 10.35 como

$$(\lambda_a)_{ef} = \sqrt{\frac{\lambda_D^2 + \lambda_Q^2}{2}} \quad (10.77)$$

Combinando as Eqs. 10.54 e 10.73, obtemos

$$\lambda_Q = L_S i_Q + L_m i_{QR} = \left(L_S - \frac{L_m^2}{L_R} \right) i_Q \quad (10.78)$$

Substituindo as Eqs. 10.71 e 10.78 na Eq. 10.77, resulta

$$(\lambda_a)_{ef} = \sqrt{\frac{L_S^2 i_D^2 + \left(L_S - \frac{L_m^2}{L_R} \right)^2 i_Q^2}{2}} \quad (10.79)$$

Finalmente, como foi discutido na nota de rodapé da Eq. 10.34, a tensão de fase eficaz da armadura pode ser obtida como

$$\begin{aligned} V_a &= \sqrt{\frac{v_D^2 + v_Q^2}{2}} = \sqrt{\frac{(R_a i_D - \omega_e \lambda_Q)^2 + (R_a i_Q + \omega_e \lambda_D)^2}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{\left(R_a i_D - \omega_e \left(L_S - \frac{L_m^2}{L_R} \right) i_Q \right)^2 + (R_a i_Q + \omega_e L_S i_D)^2}{2}} \quad (10.80) \end{aligned}$$

Essas equações mostram que o fluxo concatenado e a tensão de terminal da armadura são determinados pelas componentes de eixo direto e em quadratura da corrente de armadura. Assim, o bloco marcado “Controlador de conjugado” na Figura 10.25a deve calcular os valores de referência das correntes dos eixos direto e em quadratura, $(i_D)_{ref}$ e $(i_Q)_{ref}$ para produzir o conjugado desejado, atendendo a restrições no fluxo concatenado de armadura (evitando saturação no motor), na corrente de armadura $(I_a)_{ef} = \sqrt{(i_D^2 + i_Q^2)}/2$ (evitando aquecimento excessivo de armadura) e na tensão de armadura (evitando dano potencial no isolamento).

Observe que, como foi discutido em relação às máquinas síncronas na Seção 10.2.2, o sistema de controle de conjugado da Figura 10.25a é inserido normalmente dentro de uma malha de controle maior. Um exemplo desse tipo é a malha de controle de velocidade da Figura 10.25b.

Exemplo 10.14

O motor de indução trifásico de 575 V, 60 Hz, 100 kW e quatro polos do Exemplo 10.13 deve ser acionado por um sistema de controle de velocidade por campo orientado (similar ao da Figura 10.25b). O controlador está programado para alcançar o conjugado de referência desejado sob as condições de que a tensão do motor e o fluxo concatenado eficaz de armadura não excedam os valores nominais da máquina e de que a corrente de terminal do motor não seja superior a 100 A eficazes de modo a evitar o sobreaquecimento do motor. Se o conjugado eletromagnético desejado não puder ser obtido sem ultrapassar uma ou mais das condições, o controlador reduzirá suficientemente o conjugado do motor para assegurar que todas as condições sejam satisfeitas.

Encontre as correntes de eixo direto e eixo em quadratura, a amplitude eficaz da corrente de armadura, a frequência elétrica e a tensão eficaz de terminal quando a potência eletromagnética é 82,5 kW e a velocidade do motor é 1736 rpm.

Solução

Este exemplo pode ser resolvido mais facilmente usando um *script* MATLAB para implementar o algoritmo do controlador. Primeiro precisamos determinar os parâmetros desta máquina. Das Eqs. 10.57 a 10.65, temos

$$L_m = \frac{X_{m0}}{\omega_{e0}} = \frac{35,4}{120\pi} = 93,90 \text{ mH}$$

$$L_S = L_m + \frac{X_{10}}{\omega_{e0}} = 91,90 + \frac{0,239}{120\pi} = 93,54 \text{ mH}$$

$$L_R = L_m + \frac{X_{20}}{\omega_{e0}} = 93,90 + \frac{0,344}{120\pi} = 94,81 \text{ mH}$$

$$R_a = R_1 = 0,102 \ \Omega$$

$$R_{aR} = R_2 = 0,125 \ \Omega$$

A tensão eficaz de fase nominal de terminal dessa máquina é $(V_a)_{\text{nominal}} = 575 / \sqrt{3} = 332,0 \text{ V}$ e, assim, o fluxo concatenado eficaz nominal de armadura da máquina é

$$(\lambda_a)_{\text{ef,nominal}} = \frac{(V_a)_{\text{nominal}}}{\omega_{e0}} = \frac{332,0}{120 \pi} = 0,881 \text{ Wb}$$

Como sabemos que esse é um ponto de operação permitido (veja Exemplo 10.13), não precisamos incluir o trecho do algoritmo que reduz o conjugado do motor para o caso em que o ponto de operação não pode ser alcançado sem exceder as condições de operação do motor.

Para as condições de operação especificadas, temos

$$\omega_m = n \left(\frac{\pi}{30} \right) = 1736 \left(\frac{\pi}{30} \right) = 181,8 \text{ rad/s}$$

e o conjugado mecânico é

$$T_{\text{mec}} = \frac{P_{\text{mec}}}{\omega_m} = \frac{82,5 \times 10^3}{181,8} = 453,8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Implementaremos o trecho relevante do algoritmo de controle como segue:

- Passo 1: Como estimativa inicial, façamos $\lambda_{\text{DR}} = \sqrt{2} \times (\lambda_a)_{\text{ef,nominal}}$
- Passo 2: Calcule i_Q a partir da Eq. 10.68 obtendo

$$i_Q = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \left(\frac{L_R}{L_m} \right) \left(\frac{T_{\text{mec}}}{\lambda_{\text{DR}}} \right)$$

- Passo 3: Calcule i_D a partir da Eq. 10.70 como segue

$$i_D = \frac{\lambda_{DR}}{L_m}$$

e a corrente eficaz de armadura usando a Eq. 10.36 e obtendo

$$I_a = \sqrt{\frac{i_D^2 + i_Q^2}{2}}$$

- Passo 4: Das Eqs. 10.71 e 10.78, calcule

$$\lambda_D = L_S i_D$$

$$\lambda_Q = \left(L_S - \frac{L_m^2}{L_R} \right) i_Q$$

e o respectivo fluxo concatenado eficaz de armadura usando a Eq. 10.77

$$(\lambda_a)_{ef} = \sqrt{\frac{\lambda_D^2 + \lambda_Q^2}{2}}$$

- Passo 5: Calcule a tensão de fase eficaz de terminal a partir da Eq. 10.80, obtendo

$$V_a = \sqrt{\frac{(R_a i_D - \omega_e \lambda_Q)^2 + (R_a i_Q + \omega_e \lambda_D)^2}{2}}$$

- Passo 6: Verifique se todas as condições foram satisfeitas. Especificamente, a solução aceitável deve ter

$$I_a \leq 100 \text{ A}$$

$$(\lambda_a)_{ef} \leq (\lambda_a)_{ef, \text{nominal}}$$

e

$$V_a \leq (V_a)_{\text{nominal}}$$

Se todas as condições estiverem satisfeitas, o ponto de operação foi encontrado. Em caso negativo, reduza λ_{DR} e retorne ao Passo 2.

Esse algoritmo é implementado pelo seguinte script de MATLAB (onde *rated* refere-se a *nominal*, *peak* refere-se a *pico* e *mech* a *mecânico(a)*):

```
clc
clear

% Aqui estão os parâmetros do motor para 60 Hz
Varated = 575/sqrt(3);
poles = 4;
R1 = 0.102;
R2 = 0.125;
X10 = 0.239;
X20 = 0.344;
Xm0 = 35.40;
```

```

fe0 = 60;
omegae0 = 2*pi*fe0;
Lm = Xm0/omegae0;
LS = Lm+X10/omegae0;
LR = Lm+X20/omegae0;
Ra = R1;
RaR = R2;

% Corrente máxima de armadura
Iamax = 100;

% Fluxo concatenado eficaz de armadura
lambdaarmsrated = Varated/omegae0;
lambdaarmsrated_peak = sqrt(2)*lambdaarmsrated;

% Condições especificadas de operação
rpm = 1736;
omegam = rpm*pi/30;
omegame = omegam*(poles/2);
Pmech = 82.5e3;
Tmech = Pmech/omegam;

% Valor inicial de lambdaDR
lambdaDR = lambdaarmsrated_peak;

% Laço de repetição para encontrar a saída do controlador
sw = 0;
while sw == 0;

    iQ = (2/3)*(2/poles)*(LR/Lm)*(Tmech/lambdaDR);
    iD = lambdaDR/Lm;
    Ia = sqrt((iD^2+iQ^2)/2);
    omegae = omegame+(RaR/LR)*(iQ/iD);
    fe = omegae/(2*pi);
    lambdaD = LS*iD;
    lambdaQ = (LS-Lm^2/LR)*iQ;
    lambdaarms = sqrt((lambdaD^2+lambdaQ^2)/2);
    Va = sqrt(((Ra*iD-omegae*lambdaQ)^2 + (Ra*iQ+omegae*lambdaD)^2)/2);

    if (lambdaarms > lambdaarmsrated) || (Va > Varated) || (Ia > Iamax)
        lambdaDR = 0.999*lambdaDR;
    else
        sw = 1;
    end
end % Fim do laço
fprintf('iQ = %3.1f, iD = %3.1f [A]\n',iQ,iD)
fprintf('Ia = %3.1f [A]\n',Ia)
fprintf('omegame = %3.1f [rad/s], omegae = %3.1f [rad/s]\n',omegame,omegae)
fprintf('fe = %3.1f [Hz]\n',fe)
fprintf('Va = %3.1f [V,l-n], Va = %3.1f [V,l-1]\n',Va,Va*sqrt(3))

```

Ao executar o *script* de MATLAB, obtemos os seguintes resultados:

$$\begin{aligned}i_D &= 12,6 \text{ A} & i_Q &= 128,7 \text{ A} & I_a &= 91,4 \text{ A} \\f_e &= 60,0 \text{ Hz} & V_a &= 574,9 \text{ A}\end{aligned}$$

Observe que, nessas condições de operação, o algoritmo de controle de campo orientado aplica no motor basicamente os mesmos valores de tensão, corrente e frequência elétrica que o controle volts/hertz do Exemplo 10.13, parte (a). Isso não surpreende porque o motor responde às suas tensões e correntes de terminal e não ao algoritmo que as produz. Nesse caso, ambos os algoritmos aplicam basicamente as mesmas tensões e correntes ao motor.

Problema prático 10.8

Considere novamente o motor de indução e o sistema de controle de campo orientado do Exemplo 10.14. Assuma que a velocidade é alterada para 1172 rpm e que a potência eletromagnética é 24,5 kW, correspondendo às condições de operação da parte (b) do Exemplo 10.13. Encontre as correntes de eixo direto e de eixo em quadratura, a amplitude eficaz da corrente de armadura, a frequência elétrica e a tensão de terminal eficaz.

Solução

$$\begin{aligned}i_D &= 13,1 \text{ A} & i_Q &= 56,5 \text{ A} & I_a &= 41,0 \text{ A} \\f_e &= 40,0 \text{ Hz} & V_a &= 389,7 \text{ A}\end{aligned}$$

Nesse caso, observe que o algoritmo volts/hertz do Exemplo 10.13 e o algoritmo por campo orientado do Exemplo 10.14 dão resultados ligeiramente diferentes de tensão e corrente de terminal para operação com mesmos valores de potência e velocidade. A razão disso é que o algoritmo volts/hertz faz uma aproximação da densidade de fluxo constante de armadura com base na tensão de terminal (que inclui a queda de tensão na resistência de armadura) ao passo que o algoritmo de campo orientado computa diretamente a densidade de fluxo de armadura.

A capacidade de controlar separadamente o fluxo de rotor e o conjugado tem implicações importantes no controle. Considere, por exemplo, a resposta dinâmica do fluxo de eixo direto do rotor a uma mudança na corrente de eixo direto. A Eq. C.66, com $\lambda_{qR} = 0$, torna-se

$$0 = R_{aR} i_{dR} + \frac{d\lambda_{dR}}{dt} \quad (10.81)$$

Substituindo i_{dR} em termos de λ_{dR} a partir da Eq. 10.55, ou seja,

$$i_{dR} = \frac{\lambda_{dR} - L_m i_d}{L_R} \quad (10.82)$$

temos uma equação diferencial para o fluxo concatenado λ_{dR} do rotor que é dada por

$$\frac{d\lambda_{dR}}{dt} + \left(\frac{R_{aR}}{L_R} \right) \lambda_{dR} = R_{aR} \left(\frac{L_m}{L_R} \right) i_d \quad (10.83)$$

Da Eq. 10.83, vemos que a resposta do fluxo do rotor a uma mudança em grau na corrente de eixo direto i_d é relativamente lenta; λ_{dR} irá variar exponencial-

mente segundo a constante de tempo do rotor dada por $\tau_R = L_R/R_{aR}$. Como o conjugado é proporcional ao produto $\lambda_{dR}i_q$, vemos que uma resposta rápida de conjugado será obtida com variações em i_q . Assim, por exemplo, para implementar uma variação em degrau no conjugado, um algoritmo prático de controle poderia começar com uma variação em degrau em $(i_Q)_{ref}$ para obter a variação desejada de conjugado, seguida de um ajuste em $(i_D)_{ref}$ (e, portanto, em λ_{dR}) para reajustar a corrente de armadura ou a tensão de terminal conforme desejado. Esse ajuste em $(i_D)_{ref}$ seria associado a um ajuste de compensação em $(i_Q)_{ref}$ para manter o conjugado no nível desejado.

Como discutido no Exemplo 10.14, em condições de funcionamento de estado permanente, tanto um controlador volts/Hz como um controlador por campo orientado podem alcançar o mesmo ponto de operação. Em muitas aplicações, é a capacidade de um controlador de campo orientado de controlar rapidamente o conjugado e responder a mudanças nas condições de operação que o distingue de um controlador de volts/Hz.

10.4 Controle de motores de relutância variável

Ao contrário das máquinas CC e CA (síncronas e de indução), os motores de relutância variável (MRVs) não podem ser simplesmente “ligados na tomada” de uma fonte de alimentação CC ou CA e então esperar que comecem a funcionar. Como foi discutido no Capítulo 8, as fases devem ser excitadas com correntes (em geral, unipolares) e a sequência dessas correntes no tempo deve estar cuidadosamente correlacionada com a posição dos polos do rotor para que um conjugado útil médio no tempo seja produzido. O resultado é que um sistema de acionamento MRV é relativamente complexo, embora a MRV em si talvez seja a mais simples das máquinas rotativas.

Os sistemas de acionamento MRV são competitivos apenas porque essa complexidade pode ser facilmente concretizada a baixo custo, pelo uso de circuitos de potência e de microeletrônica. Esses sistemas de acionamento exigem um nível bastante sofisticado de controlabilidade, mesmo nos casos mais simples de operação MRV. Quando é possível implementar esse tipo de controle, poderemos acrescentar características bem sofisticadas de controle (normalmente na forma de *software* adicional) a baixo custo. Isso melhora ainda mais a posição competitiva dos acionamentos MRV.

Além da própria MRV, o sistema básico de acionamento MRV consiste nos seguintes componentes: um sensor da posição do rotor, um controlador e um inversor. A função do sensor da posição do rotor é propiciar uma indicação da posição do eixo, podendo ser usada para controlar o sequenciamento no tempo e a forma de onda das excitações de fase. Isso está em analogia direta com o sinal de tempo que é usado para controlar as explosões nos cilindros de um motor de automóvel.

Em geral, o controlador é implementado em *software* por meio de circuitos microeletrônicos (microprocessadores). Sua função é determinar a sequência e a forma de onda das excitações de fase necessárias para obter a característica desejada de velocidade *versus* conjugado. Além de determinar os pontos desejados de velocidade e/ou conjugado e da posição do eixo (a partir do sensor de posição do eixo), os controladores sofisticados muitas vezes empregam entradas adicionais para os valores da velocidade do eixo e da corrente de fase. Além da função básica de controle, que é

a determinação do conjugado desejado para uma dada velocidade, os controladores mais sofisticados procuram fornecer excitações que de alguma forma sejam otimizadas (para rendimento máximo, comportamento transitório estável, etc.).

Os circuitos de controle consistem, em geral, em eletrônica de baixo nível que não pode ser usada para fornecer diretamente as correntes necessárias para excitar as fases do motor. Em vez disso, a sua saída consiste em sinais que controlam um inversor que, por sua vez, fornece as correntes de fase. O controle da MRV é conseguido aplicando um conjunto apropriado de correntes aos enrolamentos de fase da MRV.

As Figuras 10.26a até c mostram três configurações comuns encontradas em sistemas inversores de acionamento de MRVs. Essas configurações são referidas como inversores em ponte H. As chaves de nome “C” representam componentes de eletrônica de potência como transistores ou TRIACs (diodos chaveáveis). Os elementos de nome “D” são diodos, elementos de circuito que conduzem corrente somente em uma direção (no sentido da seta formada pelo símbolo do diodo). Os diodos podem ser modelados como um curto-circuito quando as correntes circulam no sentido da seta e como um circuito aberto quando as correntes tentam circular no sentido oposto.

Cada inversor da Figura 10.26 está mostrado em uma configuração bifásica. Como se pode ver, é fácil estender cada configuração acrescentando mais fases. A configuração da Figura 10.26a é talvez a mais simples. Ao fechar as chaves C_{1a} e C_{1b} , o enrolamento de fase 1 é ligado à fonte ($v_1 = V_0$) e a corrente de enrolamento cresce. Ao abrir apenas uma das chaves, é estabelecido um curto-circuito sobre o enrolamento e a corrente decai através do diodo associado diretamente polarizado. Por outro lado, ao abrir ambas as chaves, o enrolamento é ligado à fonte com polaridade

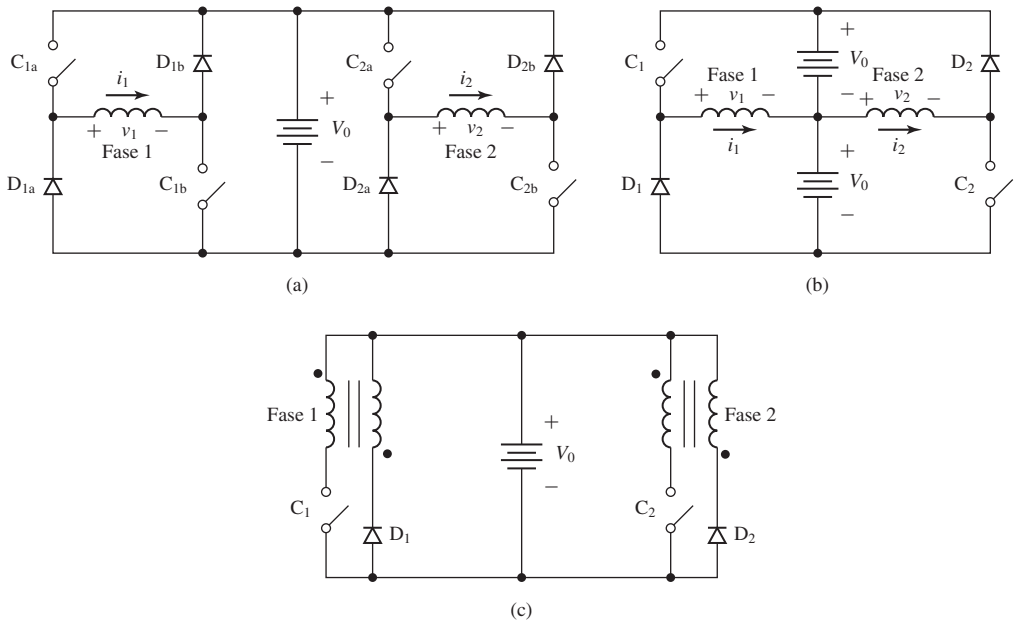


Figura 10.26 Configurações de inversor. (a) Inversor bifásico que usa duas chaves por fase. (b) Inversor bifásico que usa uma fonte com derivação central e uma chave por fase. (c) Inversor bifásico com enrolamentos bifilares de fase e uma chave por fase.

negativa por meio dos diodos D_{1a} e D_{1b} ($v_1 = -V_0$) e a corrente do enrolamento decairá mais rápido. Observe que essa configuração é capaz de regeneração (devolução de energia à fonte), mas não de fornecimento de corrente negativa ao enrolamento de fase. No entanto, como o conjugado em uma MRV é proporcional ao quadrado da corrente de fase, não há necessidade de corrente de enrolamento negativa.

A corrente média de enrolamento pode ser controlada pelo processo de modulação por largura de pulso, no qual um conjunto adequadamente configurado de chaves carrega e descarrega de modo alternado um enrolamento de fase. Usando essa técnica, pode-se facilmente fazer com que um inversor, como o da Figura 10.26a, forneça todas as formas de onda necessárias para acionar uma MRV.

A configuração de inversor da Figura 10.26a é talvez a mais simples das configurações em ponte H que proporciona a capacidade de regeneração. Sua principal desvantagem é que requer duas chaves por fase. Em muitas aplicações, o custo das chaves (e seus circuitos de acionamento associados) prepondera no custo do inversor e o resultado é que essa configuração é menos atrativa em termos de custo, quando comparada com outras configurações que requerem uma chave por fase.

A Figura 10.26b mostra uma dessas configurações. Ela requer uma fonte com derivação central (duas fontes de tensão V_0) mas apenas uma única chave e um único diodo por fase. Ao fechar a chave C1, o enrolamento de fase 1 é ligado à fonte CC superior. Ao abrir a chave, a corrente de fase é transferida ao diodo D1 e o enrolamento é conectado à fonte CC inferior. Assim, a fase 1 é abastecida pela fonte CC superior e regenera a energia para a fonte inferior. Observe que, para manter a simetria e para equilibrar igualmente a energia fornecida de cada fonte, a fase 2 é conectada de forma oposta. Assim, a fase 2 é abastecida pela fonte inferior e regenera a energia para a fonte superior.

As principais desvantagens da configuração da Figura 10.26b são a necessidade de uma fonte com derivação central e que, quando a chave está aberta, ela deve suportar uma tensão dupla de $2V_0$. Isso pode ser visto com facilidade verificando que, quando o diodo D1 está polarizado diretamente conduzindo corrente, ele funciona como um curto-circuito. Nesse caso, a chave C1 está conectada às duas fontes. Provavelmente, essas chaves serão mais caras do que as chaves requeridas pela configuração da Figura 10.26a. Essas duas questões tendem a neutralizar em parte a vantagem econômica que se pode ter quando se elimina uma chave e um diodo quando comparamos com o circuito de inversor da Figura 10.26a.

Uma terceira configuração de inversor está mostrada na Figura 10.26c. Essa configuração requer apenas uma única fonte de tensão CC e usa apenas uma única chave e um único diodo por fase. Essa configuração propicia regeneração por meio do uso de enrolamentos *bifilares* de fase. Em um enrolamento bifilar, cada fase é enrolada com duas bobinas separadas que estão estreitamente acopladas magneticamente (isso pode ser obtido enrolando as duas bobinas ao mesmo tempo). Pode-se pensar em enrolamento primário e secundário de um transformador.

Quando a chave C1 é fechada, o enrolamento primário da fase 1 é energizado, excitando o enrolamento de fase. Quando a chave é aberta, uma tensão é induzida no enrolamento secundário (observe a polaridade indicada pelas marcas circulares na Figura 10.26c) com sentido tal que o diodo D1 é polarizado diretamente. Como resultado, uma corrente é transferida do enrolamento primário para o secundário com uma polaridade tal que a corrente na fase decai a zero e a energia é devolvida à fonte.

Embora essa configuração requeira apenas uma única fonte CC, ela necessita de uma chave que deve suportar uma tensão acima de $2V_0$ (o quanto acima é determinado pela tensão desenvolvida sobre a reatância de dispersão do primário quando a corrente é chaveada do enrolamento primário para o secundário) além de requerer o uso de enrolamentos bifilares mais complexos no sistema. Além disso, as chaves dessa configuração devem incluir circuitos suavizadores* (consistindo, em geral, em uma combinação de resistor e capacitor) para protegê-las de transitórios de sobretensão. Essas sobretensões resultam do fato de que, embora os dois enrolamentos do enrolamento bifilar sejam bobinados de modo a estarem magneticamente acoplados do modo mais estreito possível, não se pode conseguir um acoplamento perfeito. Como resultado, nos campos de dispersão do enrolamento primário haverá energia armazenada que deverá ser dissipada quando a chave for aberta.

Como foi discutido no Capítulo 8, a operação de uma MRV requer o controle da corrente aplicada a cada fase. Por exemplo, uma estratégia de controle para produzir conjugado constante é aplicar corrente constante a cada fase durante o tempo em que $dL/d\theta_m$ para aquela fase é constante. Isso resulta em um conjugado constante proporcional ao quadrado do valor da corrente de fase. O valor do conjugado pode ser controlado mudando a intensidade da corrente de fase.

O controle requerido para acionar os enrolamentos de fase de uma MRV é mais complexo porque, devido aos efeitos de saturação do material magnético, as indutâncias dos enrolamentos de fase mudam com a posição do rotor e com os níveis de corrente. Como resultado, em geral, não é possível implementar um esquema PWM de malha aberta com base em um algoritmo pré-calculado. Pelo contrário, a modulação por largura de pulso normalmente é obtida por meio do uso de realimentação de corrente. Pode-se medir a corrente instantânea de fase e elaborar um esquema de chaveamento de modo tal que a chave pode ser aberta quando se constata que a corrente alcançou o valor máximo desejado e fechada quando a corrente diminui até o valor mínimo desejado. Dessa maneira, a corrente de fase média é controlada de acordo com uma função predeterminada que depende da posição do rotor e do conjugado desejado.

Esta seção forneceu uma breve introdução ao tema dos sistemas de acionamento de máquinas de relutância variável. Na maioria dos casos, muitas questões adicionais devem ser consideradas antes que se possa implementar um sistema prático de acionamento. Por exemplo, uma medição exata da posição do rotor é necessária para controlar apropriadamente a excitação de fase e uma compensação adequada da malha de controle deve ser feita para assegurar a sua estabilidade. Além disso, em última análise, serão os tempos finitos de subida e descida das correntes nos enrolamentos de fase do motor que limitarão os valores máximos alcançáveis de velocidade e conjugado do rotor.

O desempenho de um sistema completo de acionamento MRV está intrinsecamente ligado ao desempenho de todos os seus componentes, incluindo a MRV, o seu controlador e o seu inversor. Nesse sentido, a MRV é bem diferente das máquinas CC, síncronas e de indução que já foram discutidas neste capítulo. Como resultado, é útil projetar por inteiro o sistema de acionamento na forma de um pacote integrado e não projetar individualmente cada componente (MRV, inversor, controlador, etc.) em separado. As configurações de inversor da Figura 10.26 são representativas de

* N. de T.: *Snubbing circuitry*, em inglês.

uma série de configurações possíveis de inversor que pode ser usada em sistemas de acionamento MRV. A escolha de um inversor para uma aplicação específica deve ser feita com base em considerações econômicas e de engenharia, como parte do projeto integrado de um sistema de acionamento MRV.

10.5 Resumo

Este capítulo introduz diversas técnicas para o controle de máquinas elétricas. O extenso tema do controle das máquinas elétricas requer uma discussão muito mais ampla do que foi possível aqui. Desse modo, os nossos objetivos foram um tanto limitados. O ponto de maior destaque é que a discussão deste capítulo enfoca quase exclusivamente o comportamento em regime permanente. As questões de comportamento transitório e dinâmico não foram consideradas.

O ponto de partida é uma discussão sobre motores CC em que é conveniente subdividir as técnicas de controle em duas categorias: controle de velocidade e de conjugado. O algoritmo de controle de velocidade em um motor CC é relativamente simples. Com exceção de uma correção relativa à queda de tensão na resistência de armadura, a velocidade em regime permanente é determinada pela condição de que a tensão gerada deve ser igual à tensão de armadura aplicada. Como a tensão gerada é proporcional ao fluxo de campo e à velocidade do motor, vemos que a velocidade de regime permanente do motor é proporcional à tensão de armadura e inversamente proporcional ao fluxo de campo.

Um ponto de vista alternativo é o controle de conjugado. Como o sistema de comutador e escovas mantém uma relação angular constante entre o campo e o fluxo de armadura, o conjugado de um motor CC é simplesmente proporcional ao produto da corrente de armadura pelo fluxo de campo. Como resultado, o conjugado de um motor CC pode ser controlado diretamente, controlando a corrente de armadura e o fluxo de campo.

Como os motores síncronos desenvolvem conjugado apenas na velocidade síncrona, a velocidade de um motor síncrono é determinada simplesmente pela frequência elétrica da excitação aplicada à armadura. Assim, em regime permanente, o controle de velocidade é simplesmente uma questão de controlar a frequência da armadura. O controle de conjugado também é possível. Pela transformação das grandezas do estator para um sistema de referência que gira em sincronismo com o rotor (usando a transformação $dq0$ do Apêndice C), encontramos que o conjugado é proporcional ao fluxo de campo e à componente da corrente de armadura que está em quadratura espacial com o fluxo de campo. Isso é diretamente análogo à produção de conjugado em um motor CC. Esquemas de controle que adotam esse ponto de vista são referidos como controle *vetorial* ou *por campo orientado*.

As máquinas de indução operam de forma assíncrona; as correntes do rotor são induzidas pelo movimento do rotor em relação à onda de fluxo que gira sincronicamente e que é produzida pelo estator. Quando alimentado por uma fonte de tensão aplicada à armadura com frequência constante, o motor funcionará com uma velocidade um pouco inferior à velocidade síncrona. A velocidade do motor vai diminuindo à medida que o conjugado da carga é aumentado. Como resultado, a regulação precisa da velocidade não é uma questão simples, embora na maioria dos casos a velocidade não se afaste excessivamente da velocidade síncrona.

De forma semelhante a um motor síncrono, apesar do rotor de um motor de indução girar com velocidade ligeiramente inferior à síncrona, a interação entre as ondas de fluxo do rotor e do estator é, na realidade, síncrona. Em uma transformação para um sistema de referência que esteja girando sincronicamente, obtemos como resultado ondas de fluxo de rotor e estator constantes. Então, o conjugado pode ser expresso em termos do produto do fluxo concatenado do rotor e da componente de corrente de armadura que está em quadratura com o fluxo concatenado do rotor (referida como *componente de eixo em quadratura* da corrente de armadura) de modo diretamente análogo à abordagem do campo orientado em um motor síncrono. Além disso, pode-se mostrar que o fluxo concatenado do rotor é proporcional à componente de eixo direto da corrente de armadura e, desse modo, a componente de eixo direto da corrente de armadura comporta-se de forma muito semelhante à corrente de campo de um motor síncrono. Esse ponto de vista de campo orientado no controle das máquinas de indução, combinado com a eletrônica de potência e os sistemas de controle necessários para implementá-lo, tornou possível a aplicação em larga escala das máquinas de indução a uma ampla faixa de usos que requerem velocidade variável.

Este capítulo termina com uma breve discussão sobre o controle das máquinas de relutância variável. Para produzir conjugado útil, muitas vezes essas máquinas requerem formas de onda de corrente relativamente complexas, não senoidais, cujos formatos devem ser controlados em função da posição do rotor. Em geral, essas formas de onda são produzidas usando modulação por largura de pulso, combinada com realimentação de corrente, e inversor em ponte H do tipo discutido na Seção 10.4. Os detalhes dessas formas de onda dependem muito da geometria e das propriedades magnéticas da MRV e podem variar significativamente de motor para motor.

10.6 Variáveis do Capítulo 10

λ	Fluxo concatenado [Wb]
Λ_{IP}	Fluxo concatenado de eixo direto de ímã permanente [Wb]
ω_e	Frequência elétrica [rad/s]
ω_m	Velocidade angular de rotor [rad/s]
ω_{me}	Velocidade angular de rotor em unidades elétricas [rad/s]
ω_s	Velocidade angular síncrona [rad/s]
τ	Constante de tempo [s]
θ_s	Ângulo entre fluxo e eixo para o rotor [rad]
$\hat{\theta}_s$	Valor estimado de θ_s [rad]
B	Densidade de fluxo [T]
D, l	Dimensões lineares [m]
e, E	Tensão
E_{af}	Tensão gerada [por unidade]
\hat{E}_{af}	Tensão gerada, amplitude complexa [por unidade]
f	Frequência [Hz]
f_e	Frequência elétrica [Hz]
F	Força magnetomotriz [A]
G	Ganho [Volt/(rad/s)], [N·m/(rad/s)]
i	Corrente [A]
I	Corrente [A, por unidade]

\hat{I}	Corrente, amplitude complexa [por unidade]
J	Momento de inércia [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
K_f	Constante geométrica [$\Omega/(\text{rad/s})$]
K_m	Constante de conjugado [$\text{V}/(\text{rad/s})$]
L	Indutância [H]
L_s	Indutância síncrona
n	Velocidade angular [rpm]
n_s	Velocidade angular síncrona [rpm]
P	Potência [W]
polos	Número de polos
R	Resistência [Ω]
s	Escorregamento
t	Tempo [s]
τ	Constante de tempo [s]
T	Conjugado [$\text{N}\cdot\text{m}$]
v	Tensão [V]
V	Tensão [V, por unidade]
\hat{V}	Tensão, amplitude complexa [V, por unidade]
X_m	Reatância de magnetização [Ω , por unidade]
X_s	Reatância síncrona [Ω , por unidade]

Índices:

a	Armadura
base	Grandeza de base
d, D, DR	Componente de eixo direto
CC	Corrente contínua
eq	Equivalente
f, F	Campo, final (<i>field</i>)
pc	Plena carga
i	Inicial
max	Máximo(a)
mec	Mecânico(a)
min	Mínimo(a)
q, Q, QR	Componente de eixo em quadratura
R	Rotor
S	Estator
ref	Referência
ef	Valor eficaz

10.7 Referências

Muitos livros excelentes estão disponíveis e propiciam uma discussão muito mais completa do controle das máquinas elétricas do que é possível na discussão introdutória que foi apresentada aqui. Estas referências listam alguns dos muitos livros que estão à disposição dos leitores que desejarem estudar esse tema com mais profundidade.

Boidea, I., *Reluctance Synchronous Machines and Drives*. New York: Clarendon Press-Oxford, 1996.

Holmes, G. e Lipo, T., *Pulse Width Modulation for Power Converters: Principles and Practice*, IEEE Press, John Wiley & Sons, 2003.

- Kenjo, T., *Stepping Motors and Their Microprocessor Controls*. New York: Clarendon Press-Oxford, 1984.
- Leonhard, W., *Control of Electric Drives*. segunda edição. Berlin: Springer, 1996.
- Miller, T. J. E., *Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives*. New York: Clarendon Press-Oxford, 1989.
- Miller, T. J. E., *Switched Reluctance Motors and Their Controls*. New York: Magna Press Publishing and Clarendon Press-Oxford, 1996.
- Mohan, N., *Advanced Electric Drives: Analysis, Control and Modeling Using Simulink*. Minneapolis: MNPERE (<http://www.MNPERE.com>), 2001.
- Mohan, N., *Electric Drives: an Integrative Approach*. Minneapolis: MNPERE (<http://www.MNPERE.com>), 2001.
- Murphy, J. M. D., e F. G. Turnbull, *Power Electronic Control of AC Motors*. New York: Pergamon Press, 1988.
- Novotny, D. W. e T. A. Lipo, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*. New York: Clarendon Press-Oxford, 1996.
- Subrahmanyam, V., *Electric Drives: Concepts and Applications*. New York: McGraw-Hill, 1996.
- Trzynadlowski, A. M., *Control of Induction Motors*. San Diego, California: Academic Press, 2001.
- Vas, P., *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford: Oxford University Press, 1998.
- Wu, B., *High-Power Converters and AC Drives*, IEEE Press, John Wiley & Sons, 2006.

10.8 Problemas

10.1 Quando está operando na tensão nominal, um motor CC de 2,5 kW, 120 V, 1725 rpm e excitação independente atinge uma velocidade a vazio de 1708 rpm com uma corrente de campo de 0,85 A. O motor tem uma resistência de armadura de 163 m Ω e uma resistência de campo em derivação de 114 Ω . Para os propósitos deste problema, você pode assumir que as perdas rotacionais são desprezíveis.

Este motor será usado para controlar a velocidade de uma carga cujo conjugado é constante e igual a 13,7 N·m dentro da faixa de velocidade de 1400 a 1750 rpm. O motor funcionará com tensão constante de armadura de 120 V. O enrolamento de campo será alimentado a partir da fonte CC de 120 V da armadura por meio de um sistema de modulação por largura de pulso. A tensão e a corrente médias de campo e , conseqüentemente, a velocidade do motor, serão ajustadas alterando o ciclo de trabalho da modulação por largura de pulso. Uma variação de ciclo de trabalho entre 0 e 1,0 resulta em uma variação linear da tensão de campo média na faixa de 0 a 120 V.

- Calcule a corrente de campo necessária para obter um funcionamento com conjugado de 13,7 N·m e 1750 rpm. Calcule o respectivo valor D do ciclo de trabalho PWM.
- Calcule a corrente de campo necessária para obter um funcionamento com um conjugado de 13,7 N·m e 1400 rpm. Calcule o respectivo valor do ciclo de trabalho PWM.
- Plote o ciclo de trabalho PWM requerido, em função da velocidade, dentro da faixa desejada de velocidade de 1400 a 1750 rpm.

- 10.2** Repita o Problema 10.1 para uma carga cujo conjugado é 13,7 N·m a 1500 rpm e que varia segundo a velocidade, elevada à potência 1,8.
- 10.3** O motor CC do Problema 10.1 tem uma indutância de enrolamento de campo $L_f = 3,4$ H e um momento de inércia $J = 0,105$ kg·m². O motor está operando na tensão de terminal nominal com uma velocidade inicial de 1500 rpm acionando uma carga de conjugado constante de 13,7 N·m.
- Calcule a corrente de campo inicial I_f e o ciclo de trabalho D .
No tempo $t = 0$, o ciclo de trabalho PWM é chaveado repentinamente do valor encontrado na parte (a) para $D = 0,75$.
 - Calcule os valores finais da corrente de campo e da velocidade do motor depois que o transitório se extingue.
 - Obtenha uma expressão para a corrente de campo em função do tempo.
 - Usando MATLAB/Simulink, plote a velocidade do motor e a corrente de armadura em função do tempo.
- 10.4** O motor CC e a carga do Exemplo 10.1 têm uma inércia combinada de $J = 2,1$ kg·m². Inicialmente, o motor está operando com uma tensão de armadura de 240 V e uma tensão de campo de 62,5 V a uma velocidade de 3600 rpm quando a tensão de campo é repentinamente chaveada para 110 V.
- Calcule a velocidade do motor e a corrente de armadura de estado permanente resultantes.
 - Usando MATLAB/Simulink, plote a velocidade do motor e a corrente de armadura em função do tempo.
- 10.5** Um motor CC ligado em derivação de 240 V, 20 kW e 3400 rpm tem os seguintes parâmetros:

Resistência de campo:	$R_f = 197 \Omega$
Resistência de armadura:	$R_a = 0,134 \Omega$
Constante geométrica:	$K_f = 0,531$ V/(A·rad/s)

Quando está operando a vazio na tensão nominal, a corrente do motor é 1,93 A.

- Calcule a velocidade e as perdas rotacionais a vazio.
- Assumindo que as perdas rotacionais são constantes, use o MATLAB para plotar a potência de saída do motor em função da velocidade. Limite a sua plotagem a uma saída de potência máxima de 20 kW.
- O controle por tensão de armadura deve ser usado para manter constante a velocidade do motor quando ele é carregado. Nessa condição de funcionamento, a tensão do campo em derivação será mantida constante em 240 V. Plote a tensão de armadura em função da potência de saída necessária para manter o motor em uma velocidade constante de 3325 rpm.
- Considere a situação em que o controle por tensão de armadura é aplicado a esse motor enquanto o enrolamento de campo permanece conectado em derivação aos terminais de armadura. Repita a parte (c) para essa condição de operação. Essa operação é possível de ser feita? Por que o comportamento do motor é significativamente diferente do da parte (c)?

- 10.6** A folha de especificações de um pequeno motor CC de ímã permanente fornece os seguintes parâmetros:

Tensão nominal:	$V_{\text{nominal}} = 6 \text{ V}$
Velocidade a vazio:	$n_{\text{vz}} = 15,025 \text{ rpm}$
Corrente a vazio:	$I_{\text{vz}} = 0,2 \text{ A}$
Corrente de estol*:	$I_{\text{estol}} = 1,9 \text{ A}$

- Calcule a resistência de armadura R_a e a constante de conjugado K_m .
 - Calcule as perdas rotacionais a vazio.
 - O motor é usado em um pequeno aeromodelo para acionar a hélice. Observa-se que ele opera com uma velocidade de 12.000 rpm e uma tensão de terminal de 6,0 V. Assumindo que as perdas rotacionais variam com o cubo da velocidade, calcule a potência fornecida à hélice e o rendimento do motor nessas condições de operação.
- 10.7** Um pequeno motor CC de ímã permanente é caracterizado pelos seguintes parâmetros:

Tensão nominal:	$V_{\text{nominal}} = 3 \text{ V}$
Potência de saída nominal:	$P_{\text{nominal}} = 0,32 \text{ W}$
Velocidade a vazio:	$n_{\text{vz}} = 13.100 \text{ rpm}$
Constante de conjugado:	$K_m = 0,214 \text{ mV/rpm}$
Conjugado de estol:	$T_{\text{estol}} = 5,52 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}$

- Calcule a resistência de armadura do motor.
 - Calcule as perdas rotacionais a vazio.
 - Assuma que o motor seja conectado a uma carga tal que a potência total no eixo (carga real mais perdas rotacionais) é igual a 300 mW, a uma velocidade de 13.000 rpm. Assumindo que essa carga varia proporcionalmente ao cubo da velocidade do motor, escreva um *script* de MATLAB para plotar a velocidade do motor em função da tensão de terminal para $1,0 \text{ V} \leq V_a \leq 3,0 \text{ V}$.
- 10.8** A folha de especificações de um pequeno motor CC de ímã permanente e 350 W fornece os seguintes parâmetros:

Tensão nominal:	$V_{\text{nominal}} = 24 \text{ V}$
Resistência de armadura:	$R_a = 97 \text{ m}\Omega$
Velocidade a vazio:	$n_{\text{vz}} = 3580 \text{ rpm}$
Corrente a vazio:	$I_{\text{a,vz}} = 0,47 \text{ A}$

- Calcule a constante de conjugado K_m do motor em V/(rad/s).
- Calcule as perdas rotacionais a vazio.
- O motor é alimentado a partir de uma fonte CC de 30 V por um inversor PWM. A Tabela 10.1 dá as correntes medidas do motor em função do valor D do ciclo de trabalho PWM. Complete a tabela calculando a velocidade do motor e a potência de carga para cada valor de D . Assuma que as perdas rotacionais variam proporcionalmente com o cubo da velocidade do motor.

* N. de T.: *Stall*, em inglês. Conjugado que bloqueia o motor, reduzindo sua velocidade até a parada.

Tabela 10.1 Dados de desempenho do motor do Problema 10.8

D	I_a [A]	rpm	P_{carga} [W]
0,80	14,70		
0,75	12,79		
0,70	11,55		
0,65	10,34		
0,60	9,20		
0,55	8,07		
0,50	7,02		

- 10.9** O motor do Problema 10.8 tem um momento de inércia de $J = 1,33 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Para os propósitos deste problema, assuma que o motor está a vazio e despreze qualquer efeito de perda rotacional.
- Calcule o tempo necessário para atingir a velocidade de 3500 rpm se o motor for alimentado por uma corrente de armadura constante de 15 A.
- Se o motor for alimentado por uma tensão de terminal constante de 24 V,
- calcule o tempo necessário para atingir a velocidade de 3500 rpm e
 - plote a velocidade do motor e a corrente de armadura em função do tempo.
- 10.10** Um motor CC de ímã permanente, 1200 W, 240 V e 3600 rpm deve operar com um inversor fonte de corrente de modo a permitir controle direto do conjugado do motor. A constante de conjugado do motor é $K_m = 0,645 \text{ V}/(\text{rad/s})$ e sua resistência de armadura é $2,33 \Omega$. As perdas rotacionais do motor a uma velocidade de 3600 rpm são de 109 W. Assuma que as perdas rotacionais podem ser representadas por um conjugado constante de perdas quando a velocidade do motor varia.
- Calcule a corrente nominal de armadura desse motor. Qual é o respectivo conjugado mecânico em $\text{N} \cdot \text{m}$?
 - A fonte de corrente está fornecendo uma corrente de 4,4 A à armadura do motor e a velocidade medida do motor é de 3120 rpm. Calcule o conjugado e a potência de carga.
 - Assuma que o conjugado de carga da parte (b) varia linearmente com a velocidade e que o motor e a carga têm uma inércia combinada de $9,2 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Calcule a velocidade do motor em função do tempo se a corrente de armadura da parte (b) for repentinamente aumentada para 5,0 A.
- 10.11** O motor CC do Problema 10.10 deve ser controlado por um controlador de velocidade como o mostrado na Figura 10.7. Com a velocidade de referência ajustada para 3600 rpm, $\omega_m = 120\pi$, encontre
- a tensão de referência V_{a0} tal que a velocidade do motor a vazio é 3600 rpm e
 - o ganho G tal que a velocidade do motor é 3550 rpm quando a carga do motor é igual a 1,2 kW e a respectiva tensão de armadura.
- 10.12** O motor CC dos Problemas 10.10 e 10.11 está operando com o controlador do Problema 10.11 com uma velocidade de referência de 3600 rpm. O motor está conectado a um gerador CA cujas perdas rotacionais são de 95 W a 3600 rpm e podem ser consideradas proporcionais à velocidade. A inércia combinada

do motor e do gerador é $0,02 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Inicialmente, o gerador opera sem carga a 3600 rpm quando é carregado com $3,0 \text{ N}\cdot\text{m}$. Assumindo que o conjugado de carga do gerador permanece constante com a velocidade, use MATLAB/Simulink para plotar a velocidade do motor, a tensão de terminal e a corrente de armadura em função do tempo.

- 10.13** Um motor CC de excitação independente de 500 V, 50 kW e 2200 rpm tem os seguintes parâmetros:

Resistência de campo:	$R_f = 127 \Omega$
Tensão nominal de campo:	$V_{f0} = 300 \text{ V}$
Resistência de armadura:	$R_a = 0,132 \Omega$
Constante geométrica:	$K_f = 0,886 \text{ V}/(\text{A} \cdot \text{rad/s})$

O motor é usado em uma aplicação na qual o conjugado de carga varia entre ausência de carga e $220 \text{ N} \cdot \text{m}$. A inércia combinada do motor e da carga é $6,5 \text{ N}\cdot\text{m}$. A aplicação requer que a velocidade do motor permaneça no intervalo entre 2125 rpm e 2150 rpm para essa faixa de carga. Repita os cálculos e a simulação com MATLAB/Simulink do Exemplo 10.5 para esse motor, essa velocidade e essa faixa de carga.

- 10.14** Um motor síncrono de 75 kW, 480 V, 60-Hz e dois polos tem uma reatância síncrona de 0,87 por unidade. O motor atinge a velocidade nominal e tensão nominal de circuito aberto com uma corrente de campo de 27 A. Para os propósitos deste problema, todas as perdas do motor podem ser ignoradas.
- Como o motor operando na tensão e velocidade nominais, calcule a corrente de campo necessária para obter a potência nominal funcionando com um fator de potência unitário.
 - Com o motor operando em 40 Hz, 320 V, corrente nominal e fator de potência unitário, calcule a velocidade do motor, a potência de saída do motor e a corrente de campo.
 - Com o motor operando em 75 Hz, 480 V, corrente nominal e fator de potência unitário, calcule a velocidade do motor, a potência de saída do motor e a corrente de campo.
- 10.15** Um motor síncrono trifásico de quatro polos, 1150 kVA, 4600 V e 60 Hz deve ser acionado por um inversor trifásico, de frequência variável e V/Hz constante, com uma potência nominal de 1250 kVA. O motor síncrono tem uma reatância síncrona de 1,29 por unidade e desenvolve a tensão de circuito aberto com uma corrente de campo de 98 A.
- Calcule a velocidade nominal do motor em rpm e a corrente nominal.
 - Com o motor operando na tensão e velocidade nominais e uma potência de entrada de 1000 kW, calcule a corrente de campo requerida para o motor operar com fator de potência unitário.

A potência da carga da parte (b) varia proporcionalmente a velocidade, elevada à potência 2,7. Com a corrente de campo do motor mantida constante, a frequência do inversor é reduzida de modo que o motor opere a uma velocidade de 1325 rpm.

- c. Calcule a frequência do inversor, a potência de entrada do motor e o fator de potência.
- d. Calcule a corrente de campo requerida para que o motor volte a operar com fator de potência unitário.

10.16 Considere um motor síncrono trifásico para o qual são fornecidos os seguintes dados:

Tensão de linha nominal [V]

Potência aparente nominal [VA]

Frequência [Hz] e velocidade [rpm] nominais

Reatância síncrona por unidade

Corrente de campo para a tensão nominal a vazio (CCAV) [A]

O motor deve operar com um inversor de frequência variável e V/Hz constante com velocidades de até 120% da velocidade nominal do motor.

- a. Supondo que a tensão e a corrente de terminal do motor não possam exceder seus valores nominais, escreva um *script* de MATLAB que calcule, para uma dada velocidade de operação, a tensão de terminal do motor, a máxima potência de entrada possível do motor e a respectiva corrente de campo requerida para obter essa condição de funcionamento. Você pode considerar os efeitos da saturação e da resistência de armadura como desprezíveis.
- b. Aplique o seu programa ao motor síncrono do Problema 10.15 para velocidades de motor de 1500 rpm e 2000 rpm.

10.17 Com a finalidade de realizar cálculos relativos ao controle por campo orientado em motores síncronos não salientes, escreva um *script* de MATLAB que calculará a indutância síncrona L_s e a indutância mútua entre armadura e campo L_{af} , ambas em henrys, e o conjugado nominal em N·m, a partir dos seguintes dados:

- Tensão de linha nominal (V)
- Potência aparente nominal [VA]
- Frequência nominal [Hz]
- Número de polos
- Reatância síncrona por unidade
- Corrente de campo para a tensão nominal a vazio (CCAV) [A]

Teste o seu programa em um motor de 460 V, 100 kW, 60 Hz e quatro polos com reatância síncrona de 0,932 por unidade e $CCAV = 15,8$ A.

10.18 Uma máquina síncrona trifásica de quatro polos, 125 kVA, 540 V e 60 Hz deve funcionar como motor síncrono, submetida a controle de conjugado por campo orientado, usando um sistema como o mostrado na Figura 10.14a. A máquina tem uma reatância síncrona de 0,882 por unidade e uma CCAV igual a 17,3 A. O motor está operando na velocidade nominal, carregado com 50% de seu conjugado nominal com uma corrente de campo de 14,6 A. O controlador por campo orientado está ajustado para manter $i_D = 0$.

- a. Calcule a indutância síncrona L_s e a indutância mútua entre armadura e campo L_{af} , ambas em henrys.

- b. Encontre a corrente de eixo em quadratura i_Q e o respectivo valor eficaz da corrente de armadura i_a .
- c. Encontre a tensão de linha de terminal do motor.
- 10.19** O motor síncrono do Problema 10.18 está operando sob controle de conjugado por campo orientado de modo tal que $i_D = 0$. Com a corrente de campo ajustada para 15,6 A e com a referência de conjugado ajustada para 0,8 vezes o conjugado nominal do motor, observa-se que a velocidade do motor é 1515 rpm.
- a. Calcule a potência de saída do motor.
- b. Encontre a corrente de eixo em quadratura i_Q e o respectivo valor eficaz da corrente de armadura i_a .
- c. Calcule a frequência elétrica do estator.
- d. Encontre a tensão de linha de terminal do motor.
- 10.20** Tendo em vista o sistema de controle de conjugado por campo orientado do Problema 10.18, considere o caso em que a carga do motor síncrono é aumentada e o motor começa a baixar de velocidade. Com base em algum conhecimento da característica de carga, determina-se que será necessário aumentar o valor de referência T_{ref} de 50% para 85% do conjugado nominal do motor para que o motor retorne à velocidade nominal.
- a. Se a corrente de campo fosse deixada constante em 14,6 A, calcule os valores da corrente de eixo em quadratura, a corrente eficaz de armadura e a tensão de linha de terminal (em volts e por unidade) que resultariam da resposta a essa alteração no conjugado de referência.
- b. Para conseguir essa condição de operação com uma tensão de terminal de armadura razoável, o algoritmo de controle por campo orientado é substituído por um que resulta no funcionamento com fator unitário de potência de terminal operando na tensão de terminal nominal. Com base nesse algoritmo, calcule a corrente de campo, a corrente de armadura e as correntes i_D e i_Q de eixo direto e eixo em quadratura.
- 10.21** Considere um motor síncrono de seis polos, 450 kW, 2300 V e 50 Hz com uma reatância síncrona de 1,32 por unidade e uma $CCAV = 11,7$ A. Deve operar controlado por campo orientado de tal forma que o fluxo concatenado de armadura permaneça em seu valor nominal com o mínimo de corrente de armadura em cada ponto de operação. Será usado para acionar uma carga cujo conjugado varia com o quadrado da velocidade e cujo conjugado na velocidade de 1000 rpm é 4100 N·m. O sistema completo de acionamento incluirá uma malha de controle de velocidade, como a mostrada na Figura 10.14b. Escreva um *script* de MATLAB para plotar a corrente de campo, as correntes dos eixos direto e em quadratura e a corrente de armadura no intervalo 0–1000 rpm.
- 10.22** Uma máquina síncrona trifásica de quatro polos, 125 kVA, 480 V e 60 Hz tem uma reatância síncrona saturada de 1,15 por unidade e atinge a tensão nominal de circuito aberto com uma corrente de campo de 18,5 A. Essa máquina funcionará como motor sendo operada a partir de um inversor com um algoritmo de controle por campo orientado. Para funcionamento com conjugado nomi-

nal a 1500 rpm, encontre a corrente de campo que resulta em uma corrente de armadura mínima e tal que o fluxo concatenado de terminal não exceda seu valor nominal. Encontre as respectivas correntes de eixo direto e eixo em quadratura, a corrente de armadura por unidade e em ampères, a tensão de terminal e a potência de saída.

- 10.23** Considere um controlador por campo orientado que limita, primeiro, a corrente de terminal do motor a seu valor nominal e, segundo, limita o fluxo concatenado eficaz de fase (linha-neutro) a seu valor nominal (para funcionamento abaixo da velocidade nominal) ou, então, a tensão de terminal do motor a seu valor nominal (para funcionamento acima da velocidade nominal). Esse controlador é usado com o motor do Exemplo 10.10 com o objetivo de produzir o conjugado máximo possível nas velocidades de (a) 1000 rpm e (b) 1400 rpm. Em cada caso, calcule a tensão e a corrente de terminal resultantes, as correntes de eixo direto e de eixo em quadratura, a potência de saída do motor, o conjugado em porcentagem do conjugado nominal e a respectiva corrente de campo.
- 10.24** A máquina síncrona e o sistema inversor por campo orientado do Problema 10.22 deve operar na velocidade de 2000 rpm.
- Encontre a corrente de campo que resulta na corrente de armadura mínima tal que a tensão de terminal não exceda a tensão nominal do motor. Encontre as respectivas correntes de eixo direto e eixo em quadratura, a corrente de armadura por unidade e em ampères, a tensão de terminal e a potência de saída.
 - Com o motor operando a 2000 rpm como na parte (a), o algoritmo de controle por campo orientado é modificado para fornecer o conjugado máximo possível sujeito à condição de que a tensão de terminal não exceda a tensão nominal do motor e a corrente de armadura não exceda o valor nominal. Encontre as respectivas correntes de eixo direto e eixo em quadratura, a corrente de armadura por unidade e em ampères, a tensão de terminal, a potência de saída e o conjugado em porcentagem do conjugado nominal.
- 10.25** Um motor síncrono de 2,5 kVA, 230 V, dois polos e ímã permanente alcança a tensão nominal de circuito aberto com a velocidade de 3530 rpm. Sua indutância síncrona é 15,6 mH.
- Calcule Δ_{IP} para esse motor.
 - Se o motor estiver operando com tensão e corrente nominais na velocidade de 3600 rpm, calcule a potência do motor em kW e as componentes da corrente de armadura de eixo direto e de eixo em quadratura, i_D e i_Q , respectivamente, e a corrente de armadura em ampères e por unidade.
- 10.26** O controle de conjugado por campo orientado deve ser aplicado ao motor síncrono de ímã permanente do Problema 10.25. Se o motor tiver que funcionar a 4000 rpm com a tensão nominal de terminal,
- calcule os valores de conjugado e potência que o motor poderá fornecer se a corrente do motor for limitada a seu valor nominal e
 - os respectivos valores de i_D e i_Q .

- 10.27** Um motor síncrono trifásico de ímã permanente, 480 V, 25 kVA e dois polos tem uma velocidade máxima de 9500 rpm e produz a tensão nominal em circuito aberto a uma velocidade de 7675 rpm. Ele tem uma indutância síncrona de 5,59 mH. O motor deverá operar com controle de conjugado por campo orientado.
- Calcule o conjugado máximo que o motor pode produzir sem exceder a corrente nominal de armadura.
 - Assumindo que o motor deve operar com o controlador de conjugado ajustado para produzir conjugado máximo (como na parte (a)) e $i_D = 0$, calcule a velocidade máxima na qual ele pode funcionar sem ultrapassar a tensão nominal de armadura.
 - Para operar com velocidades superiores à encontrada na parte (b), a técnica de enfraquecimento de fluxo será empregada para manter a tensão de armadura em seu valor nominal. Assumindo que o motor está operando a 9500 rpm com tensão e corrente nominais de armadura, calcule
 - o conjugado do motor,
 - a potência do motor e o fator de potência,
 - a corrente de eixo direto i_D e
 - a corrente de eixo em quadratura i_Q .

10.28 O motor de ímã permanente do Problema 10.27 deve operar com controle vetorial usando o seguinte algoritmo.

- Tensão de terminal não deve exceder o valor nominal
- Corrente de terminal não deve exceder o valor nominal
- $i_D = 0$ a menos que um enfraquecimento de fluxo seja necessário para evitar tensão de armadura excessiva

Escreva um *script* de MATLAB para produzir plotagens de potência e conjugado máximos que esse sistema pode produzir em função da velocidade do motor, para velocidades de até 9500 rpm.

- 10.29** Um motor síncrono trifásico de dois polos e ímã permanente alcança sua tensão nominal de circuito aberto de 475 V com uma velocidade de 19.250 rpm e tem uma indutância síncrona de 0,36 mH. Considerações térmicas limitam a corrente de terminal do motor a um valor máximo de 350 A. O motor deve ser operado a partir de um controlador por campo orientado que limita a densidade de fluxo eficaz de terminal a seu valor nominal para velocidades abaixo de 19.250 rpm e que limita a tensão de terminal do motor a seu valor nominal para velocidades acima de 19.250 rpm. Calcule a potência de saída máxima possível do motor e as respectivas corrente e tensão de terminal e as correntes de eixo direto e eixo em quadratura para funcionamento com velocidades de (a) 16.000 rpm e (b) 25.000 rpm.
- 10.30** Considere um motor de indução de quatro polos, 460 V, 50 kW e 60 Hz que tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente em ohms por fase referidos ao estator:

$$R_1 = 0,049 \quad R_2 = 0,118 \quad X_1 = 0,53 \quad X_2 = 0,55 \quad X_m = 29,6$$

O motor deve operar com um acionamento de frequência variável e V/Hz constante cuja saída é 460 V em 60 Hz. Despreze os efeitos das perdas rotacionais. Inicialmente, o acionamento do motor está ajustado para uma frequência de 60 Hz.

- Calcule o conjugado de pico e os respectivos valores de escorregamento e velocidade do motor em rpm.
- Calcule o conjugado do motor para um escorregamento de 3,2% e a respectiva potência de saída.
- Assumindo que o conjugado de carga da parte (b) permanece constante com a velocidade, estime a velocidade resultante do motor em rpm se a frequência do acionamento for reduzida para 45 Hz e assumindo que R_1 é desprezível. A seguir, incluindo os efeitos de R_1 , calcule o conjugado real do motor que corresponde a essa velocidade.

10.31 Considere o motor de indução de quatro polos, 460 V e 50 kW juntamente com o sistema de acionamento do Problema 10.30.

- Escreva um *script* de MATLAB para plotar a característica de velocidade *versus* conjugado do motor para as frequências de acionamento de 20, 40 e 60 Hz e velocidades que variam de -200 rpm até a velocidade síncrona para cada uma das frequências.
- Determine a frequência de acionamento necessária para maximizar o conjugado de partida e calcule o respectivo conjugado em N·m. Plote a característica de velocidade *versus* conjugado nessa frequência de acionamento sobreposta à plotagem da parte (a).

10.32 Um motor de indução trifásico de oito polos, 1100 kW, 2400 V e 60 Hz tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente em ohms por fase Y, referidos ao estator:

$$R_1 = 0,054 \quad R_2 = 0,29 \quad X_1 = 0,59 \quad X_2 = 0,61 \quad X_m = 24,2$$

O motor será operado com um acionamento de V/Hz constante cuja tensão é de 2400 V a uma frequência de 60 Hz.

O motor é usado para acionar uma carga cuja potência é de 1050 kW a uma velocidade de 842 rpm e que varia proporcionalmente ao cubo da velocidade. Usando MATLAB, plote a velocidade do motor em função da frequência quando a frequência de acionamento é variada entre 15 e 60 Hz.

10.33 Um motor de indução trifásico de rotor bobinado, quatro polos, 125 kW, 60 Hz e 480 V desenvolve o conjugado de plena carga na velocidade de 1732 rpm com o rotor curto-circuitado. Um resistência externa não indutiva de 790 m Ω é colocada em série com cada fase do rotor, e observa-se que o motor desenvolve seu conjugado nominal a uma velocidade de 1693 rpm. Calcule a resistência do rotor por fase do motor original.

10.34 O rotor bobinado do Problema 10.33 será usado para acionar uma carga de conjugado constante igual ao conjugado nominal de plena carga do motor. Usando os resultados do Problema 10.33, calcule a resistência de rotor externa necessária para ajustar a velocidade do motor em 1550 rpm.

10.35 Um motor de indução trifásico de rotor bobinado, quatro polos, 45 kW, 400 V e 50 Hz desenvolve um conjugado interno máximo de 237% para um escorregamento de 15,7%, quando está funcionando na tensão e frequência nominais, com o rotor curto-circuitado diretamente em seus anéis deslizantes. A resistência do estator e as perdas rotacionais podem ser desprezadas e pode-se assumir que a resistência do rotor é constante, independentemente da frequência do rotor. Determine

- o escorregamento a plena carga, em porcentagem.
- as perdas I^2R do rotor a plena carga, em watts, e
- o conjugado de partida na tensão e frequência nominais, em N·m.

Se agora a resistência do rotor for dobrada (inserindo resistência externa em série nos anéis deslizantes), determine

- o conjugado em N·m, quando a corrente do estator está em seu valor de plena carga, e
 - o respectivo escorregamento.
- 10.36** Um motor de indução trifásico de rotor bobinado, seis polos, 45 kW e 440 V desenvolve sua saída nominal de plena carga a uma velocidade de 1164 rpm, quando está funcionando na tensão e frequência nominais com seus anéis deslizantes curto-circuitados. O conjugado máximo que ele pode desenvolver na tensão e frequência nominais é 227% do conjugado de plena carga. A resistência do enrolamento do rotor é $0,34 \Omega$ /fase Y. Despreze a resistência do estator e as perdas rotacionais e suplementares.
- Calcule as perdas I^2R do rotor a plena carga.
 - Calcule a velocidade para o conjugado máximo.
 - Quanta resistência deve ser colocada em série com o rotor para produzir o conjugado máximo de partida?

Agora, o motor está funcionando a partir de uma fonte de 50 Hz. A tensão aplicada é ajustada de tal forma que, para qualquer conjugado, a onda de fluxo de entreferro tem a mesma amplitude que tinha quando operada a 60 Hz para o mesmo nível de conjugado.

- Calcule a tensão aplicada a 50 Hz.
 - Calcule a velocidade na qual o motor desenvolverá um conjugado igual ao seu valor nominal em 60 Hz, com seus anéis deslizantes curto-circuitados.
- 10.37** O motor de indução trifásico, 2400 V, 1100 kW e oito polos do Problema 10.32 deve ser acionado com um sistema de controle de velocidade por campo orientado cujo controlador está programado para ajustar o fluxo concatenado eficaz de fase (linha-neutro) $(\lambda_a)_{ef}$ de armadura com um valor igual a seu valor nominal. A máquina está operando a 850 rpm acionando uma carga que se sabe ser de 950 kW nessa velocidade. Encontre:
- o valor das componentes de pico de eixo direto e em quadratura das correntes de armadura i_D e i_Q ,
 - a corrente eficaz de armadura nessas condições de funcionamento,
 - a frequência elétrica do acionamento, em Hz, e

d. a tensão eficaz de linha da armadura.

- 10.38** Um sistema de acionamento por campo orientado será aplicado a um motor de indução de 230 V, 15 kW, 60 Hz e quatro polos que tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente em ohms por fase, referidos ao estator:

$$R_1 = 0,0429 \quad R_2 = 0,0937 \quad X_1 = 0,459 \quad X_2 = 0,471 \quad X_m = 24,8$$

O motor é conectado a uma carga podendo-se assumir que seu conjugado é proporcional à velocidade segundo $T_{\text{carga}} = 64 (n/1800) \text{ N} \cdot \text{m}$, em que n é a velocidade do motor em rpm. O controlador por campo orientado é ajustado de modo que o fluxo concatenado do rotor λ_{DR} seja igual ao fluxo concatenado nominal de pico, e a velocidade do motor é de 1275 rpm. Encontre

- a. a frequência elétrica, em Hz,
 - b. a corrente eficaz de armadura e a tensão eficaz de linha e
 - c. a potência aparente de entrada do motor em kVA.
 - d. Se o controle por campo orientado for ajustado para manter a velocidade do motor em 1275 rpm, plote a V/Hz eficaz de armadura, como uma porcentagem da V/Hz nominal, em função de λ_{DR} , quando λ_{DR} varia entre 75% e 100% do fluxo concatenado nominal de pico da máquina. Que porcentagem do fluxo concatenado nominal de pico resultará no funcionamento do motor com o valor V/Hz nominal eficaz de armadura?
- 10.39** O sistema de acionamento do motor de indução de 15 kW com carga do Problema 10.38 está operando a uma velocidade de 1425 rpm. O controlador por campo orientado está ajustado para manter o fluxo concatenado λ_{DR} do rotor igual a 85% do valor nominal de pico da máquina.

- a. Calcule os respectivos valores das componentes de eixo direto e em quadratura da corrente de armadura, i_D e i_Q , e a corrente eficaz de armadura.
- b. Calcule a respectiva frequência elétrica da tensão de linha de terminal do sistema de acionamento.

Agora, a corrente de eixo em quadratura i_Q é aumentada em 10%, ao passo que a corrente de eixo direto é mantida constante.

- c. Calcule a velocidade do motor e a potência de saída resultantes.
- d. Calcule a tensão de terminal e a frequência de acionamento.
- e. Calcule a potência aparente total (kVA) que entra no motor.
- f. Com o controlador ajustado para manter a velocidade constante, determine o ponto de referência para λ_{DR} , como uma porcentagem do fluxo concatenado nominal de pico, que torna o valor V/Hz de terminal igual ao valor V/Hz nominal da máquina.
(Sugestão: Essa solução é encontrada mais facilmente usando um *script* de MATLAB para pesquisar o resultado desejado.)

- 10.40** Um motor trifásico de indução de gaiola de esquilo, 60 Hz, 4160 V, 1250 kW e oito polos tem os seguintes parâmetros de circuito equivalente em ohms por fase Y, referidos ao estator:

$$R_1 = 0,212 \quad R_2 = 0,348 \quad X_1 = 1,87 \quad X_2 = 2,27 \quad X_m = 44,6$$

Ele está operando com um sistema de acionamento por campo orientado a uma velocidade de 836 rpm e uma saída de potência de 1135 kW. O controlador de campo orientado é ajustado para manter o fluxo concatenado λ_{DR} do rotor igual ao fluxo concatenado nominal de pico da máquina.

- a. Calcule a tensão eficaz de linha de terminal do motor, a corrente eficaz de armadura e a frequência elétrica.
- b. Mostre que o circuito equivalente do motor de indução em regime permanente e os respectivos cálculos do Capítulo 6 dão a mesma potência de saída e corrente de terminal quando a velocidade do motor de indução é de 836 rpm e a tensão e a frequência de terminal são iguais às encontradas na parte (a).

Circuitos trifásicos

A geração, a transmissão e a utilização em grande escala de energia elétrica CA envolve, quase invariavelmente, um tipo de sistema ou circuito denominado *sistema* ou *circuito polifásico*. Nesse sistema, cada fonte de tensão consiste em um conjunto de tensões com valores e ângulos de fase que guardam relação entre si. Assim, um sistema de q fases emprega fontes de tensão que consistem, em geral, em q tensões basicamente iguais em módulo e deslocadas entre si sucessivamente de um ângulo de fase de $360/q$ graus. Um *sistema trifásico* emprega fontes de tensão que consistem geralmente em três tensões basicamente iguais em módulo e deslocadas entre si por ângulos de fase de 120° . Como possui importantes vantagens econômicas e operacionais, o sistema trifásico é de longe o mais comum e, por isso, neste apêndice, a ênfase será dada aos circuitos trifásicos.

As três tensões individuais de uma fonte trifásica podem ser ligadas cada uma ao seu próprio circuito independente. Teríamos, então, três *sistemas monofásicos* separados. Como alternativa (Seção A.1), ligações elétricas simétricas podem ser feitas entre as três tensões e seus circuitos associados para formar um sistema trifásico. É com esta última alternativa que estaremos preocupados aqui neste apêndice. Observe que a palavra *fase* agora tem dois significados distintos. Pode se referir a uma porção de um sistema ou circuito polifásico, ou, como na teoria básica de circuitos de regime permanente, pode ser usada referindo-se ao deslocamento angular entre fasores de tensão ou corrente. É pouco provável confundir os dois significados.

A.1 Geração de tensões trifásicas

Considere o gerador trifásico elementar de dois polos da Figura A.1. Na armadura há três bobinas aa' , bb' e cc' cujos eixos estão deslocados no espaço de 120° entre si. Esse enrolamento pode ser representado esquematicamente como está mostrado na Figura A.2. Quando o campo é excitado e posto a girar, tensões serão geradas nas três fases de acordo com a lei de Faraday. Se a estrutura do campo for projetada de modo que o fluxo esteja distribuído de forma senoidal em relação aos polos, o fluxo que concatena qualquer uma das fases irá variar senoidalmente no tempo e tensões senoidais serão induzidas nas três fases. Como está mostrado na Figura A.3, essas três fases estarão deslocadas entre si de 120° graus elétricos no tempo em consequência das fases estarem deslocadas de 120° no espaço. O diagrama fasorial correspondente

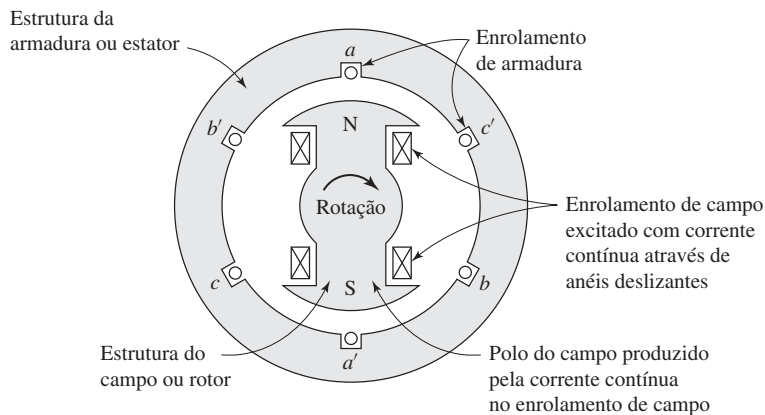


Figura A.1 Gerador trifásico elementar de dois polos.

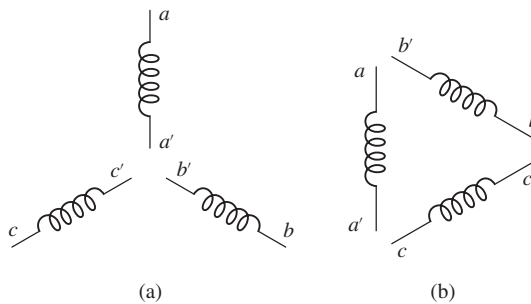


Figura A.2 Representação esquemática dos enrolamentos da Figura A.1.

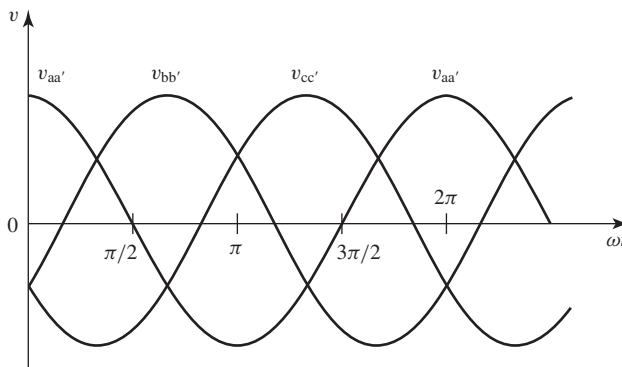


Figura A.3 Tensões geradas dos enrolamentos das Figuras A.1 e A.2.

está mostrado na Figura A.4. Em geral, a origem do tempo e o eixo de referência em diagramas como os das Figuras A.3 e A.4 são escolhidos considerando a conveniência da análise.

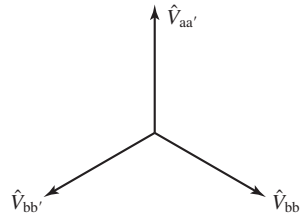


Figura A.4 Diagrama fasorial das tensões geradas.

Há duas possibilidades de utilizar as tensões geradas dessa forma. Os seis terminais a, a', b, b', c e c' do enrolamento trifásico podem ser ligados a três sistemas monofásicos independentes, ou as três fases do enrolamento podem ser interligadas e usadas para alimentar um sistema trifásico. Este último procedimento é adotado quase universalmente. As três fases do enrolamento podem ser interligadas de duas maneiras possíveis, como está mostrado na Figura A.5. Os terminais a', b' e c' podem ser ligados para formar o neutro n , resultando uma *conexão em Y (estrela)*, ou os terminais a e b', b e c' e c e a' podem ser ligados individualmente, resultando uma *conexão em Δ (triângulo ou delta)*. Na conexão em Y, um condutor neutro, mostrado com linha tracejada na Figura A.5a, pode ou não ser trazido para fora. Se existir um condutor neutro, o sistema será trifásico a quatro fios. Se não, será um sistema trifásico a três fios. Na conexão em Δ (Figura A.5b), não há neutro e apenas um sistema trifásico a três fios pode ser formado.

As três tensões de fase das Figuras A.3 e A.4 são iguais e defasadas de 120 graus, o que é uma característica geral de um *sistema trifásico equilibrado*. Além disso, em um sistema trifásico equilibrado, a impedância de qualquer uma das fases é igual a de qualquer outra das duas outras fases, de modo que as correntes de fase resultantes são também iguais e defasadas entre si de 120 graus. Do mesmo modo, potências ativas iguais e potências reativas iguais circulam em cada fase. Um *sistema trifásico desequilibrado*, no entanto, pode estar desequilibrado de uma ou mais formas. As tensões de fonte podem estar desequilibradas em magnitude ou em fase, ou as impedâncias de fase podem não ser iguais. Observe que *apenas sistemas equilibrados são tratados neste apêndice e nenhum dos métodos desenvolvidos ou as con-*

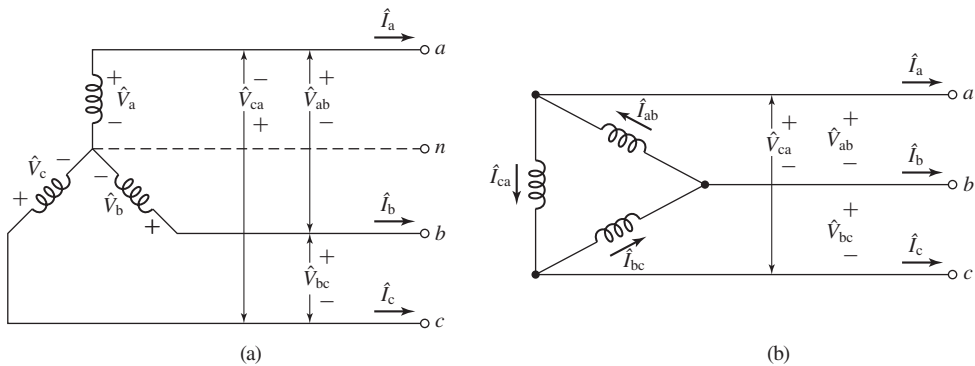


Figura A.5 Ligações trifásicas: (a) ligação em Y (estrela) e (b) ligação em Δ (triângulo ou delta).

clusões obtidas aplicam-se a sistemas desequilibrados. Na prática, a maioria das análises é conduzida supondo que o sistema esteja equilibrado. Muitas cargas industriais são trifásicas e, portanto, inerentemente equilibradas. Quando cargas monofásicas são alimentadas a partir de uma fonte trifásica, esforços bem definidos são realizados para manter o sistema trifásico em equilíbrio, atribuindo cargas monofásicas aproximadamente iguais a cada uma das três fases.

A.2 Tensões, correntes e potências trifásicas

Quando as três fases do enrolamento da Figura A.1 são ligadas em Y, como na Figura A.5a, o diagrama fasorial das tensões é o da Figura A.6. A *ordem das fases* ou a *sequência das fases* na Figura A.6 é abc; isto é, a tensão da fase a atinge o seu máximo 120° antes que a tensão da fase b.

As tensões trifásicas \hat{V}_a , \hat{V}_b e \hat{V}_c são denominadas *tensões de fase* (linha-neutro). As três tensões \hat{V}_{ab} , \hat{V}_{bc} e \hat{V}_{ca} são denominadas *tensões de linha* (linha-linha). O uso da notação de duplo índice na Figura A.6 simplifica muito a tarefa de desenhar o diagrama completo. Os índices indicam os pontos entre os quais a tensão é determinada. Por exemplo, a tensão \hat{V}_{ab} é calculada como $\hat{V}_{ab} = \hat{V}_a - \hat{V}_b$.

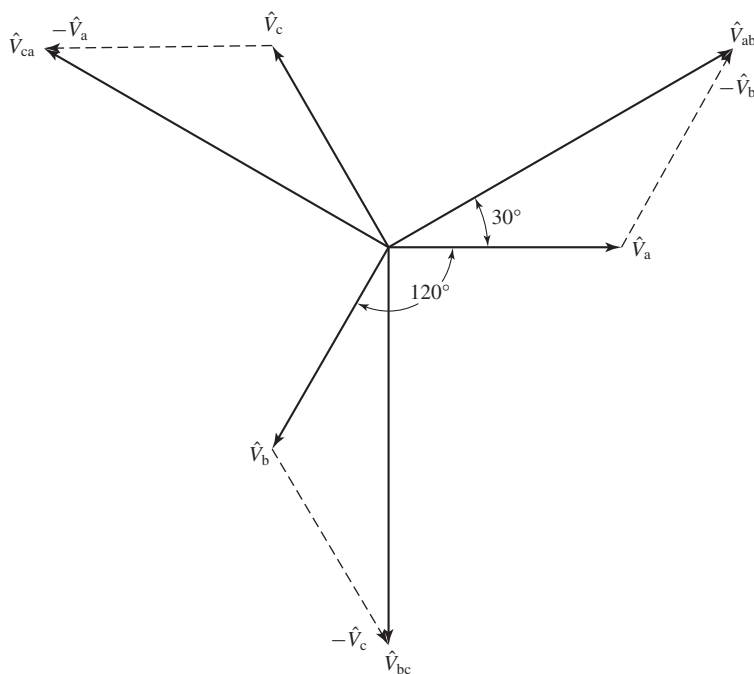


Figura A.6 Diagrama fasorial de tensões para um sistema ligado em Y.

Pela lei das tensões de Kirchoff, a tensão de linha \hat{V}_{ab} é

$$\hat{V}_{ab} = \hat{V}_a - \hat{V}_b = \sqrt{3} \hat{V}_a \angle 30^\circ \tag{A.1}$$

como está mostrado na Figura A.6. De modo similar,

$$\hat{V}_{bc} = \sqrt{3} \hat{V}_b \angle 30^\circ \tag{A.2}$$

e

$$\hat{V}_{ca} = \sqrt{3} \hat{V}_c \angle 30^\circ \tag{A.3}$$

Essas equações mostram que o módulo da tensão de linha é $\sqrt{3}$ vezes o módulo da tensão de fase.

Quando as três fases são ligadas em Δ , o respectivo diagrama fasorial de correntes está mostrado na Figura A.7. As correntes Δ são \hat{I}_{ab} , \hat{I}_{bc} e \hat{I}_{ca} . Pela lei das correntes de Kirchoff, a corrente de linha \hat{I}_a é

$$\hat{I}_a = \hat{I}_{ab} - \hat{I}_{ca} = \sqrt{3} \hat{I}_{ab} \angle -30^\circ \tag{A.4}$$

como se pode ver no diagrama fasorial da Figura A.7. De modo semelhante,

$$\hat{I}_b = \sqrt{3} \hat{I}_{bc} \angle -30^\circ \tag{A.5}$$

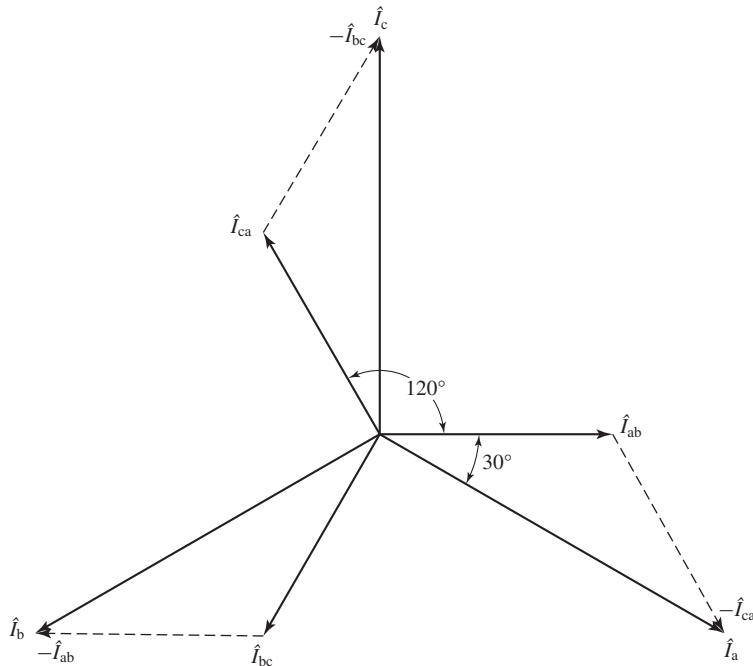


Figura A.7 Diagrama fasorial de correntes da conexão em Δ .

e

$$\hat{I}_c = \sqrt{3} \hat{I}_{ca} \angle -30^\circ \quad (\text{A.6})$$

Expressando em palavras, as Eqs. A.4 a A.6 mostram que, em uma conexão em Δ , o módulo da corrente de linha é $\sqrt{3}$ vezes o módulo da corrente Δ . Como vemos, as relações entre as correntes Δ e as correntes de linha de uma conexão em Δ são similares àquelas entre as tensões de fase e de linha de uma conexão em Y.

Tomando para origem do tempo o ponto positivo máximo da onda de tensão da fase a, as tensões de fase instantâneas das três fases são

$$v_a(t) = \sqrt{2} V_{ef} \cos \omega t \quad (\text{A.7})$$

$$v_b(t) = \sqrt{2} V_{ef} \cos (\omega t - 120^\circ) \quad (\text{A.8})$$

$$v_c(t) = \sqrt{2} V_{ef} \cos (\omega t + 120^\circ) \quad (\text{A.9})$$

em que V_{ef} é o valor eficaz da tensão de fase. Quando as correntes de fase estão deslocadas de um ângulo θ das respectivas tensões de fase, as correntes de fase instantâneas são

$$i_a(t) = \sqrt{2} I_{ef} \cos (\omega t + \theta) \quad (\text{A.10})$$

$$i_b(t) = \sqrt{2} I_{ef} \cos (\omega t + \theta - 120^\circ) \quad (\text{A.11})$$

$$i_c(t) = \sqrt{2} I_{ef} \cos (\omega t + \theta + 120^\circ) \quad (\text{A.12})$$

em que I_{ef} é o valor eficaz da corrente de fase.

A potência instantânea de cada fase torna-se, então,

$$p_a(t) = v_a(t)i_a(t) = V_{ef}I_{ef}[\cos (2\omega t + \theta) + \cos \theta] \quad (\text{A.13})$$

$$p_b(t) = v_b(t)i_b(t) = V_{ef}I_{ef}[\cos (2\omega t + \theta - 240^\circ) + \cos \theta] \quad (\text{A.14})$$

$$p_c(t) = v_c(t)i_c(t) = V_{ef}I_{ef}[\cos (2\omega t + \theta + 240^\circ) + \cos \theta] \quad (\text{A.15})$$

Observe que as potências médias das fases são iguais, ou seja,

$$\langle p_a(t) \rangle = \langle p_b(t) \rangle = \langle p_c(t) \rangle = V_{ef}I_{ef} \cos \theta \quad (\text{A.16})$$

O ângulo de fase θ entre a tensão e a corrente é referido como *ângulo de fator de potência* e θ é referido como *fator de potência*. Se θ for negativo, então diremos que o fator de potência está *atrasado* (ou é *indutivo*) e se θ for positivo, então diremos que o fator de potência está *adiantado* (ou é *capacitivo*).

A potência instantânea total das três fases é

$$p(t) = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) = 3V_{ef}I_{ef} \cos \theta \quad (\text{A.17})$$

Observe que a soma dos termos em cosseno que envolvem o tempo nas Eqs. A.13 a A.15 (os primeiros termos dentro dos colchetes) é zero. Mostramos que a po-

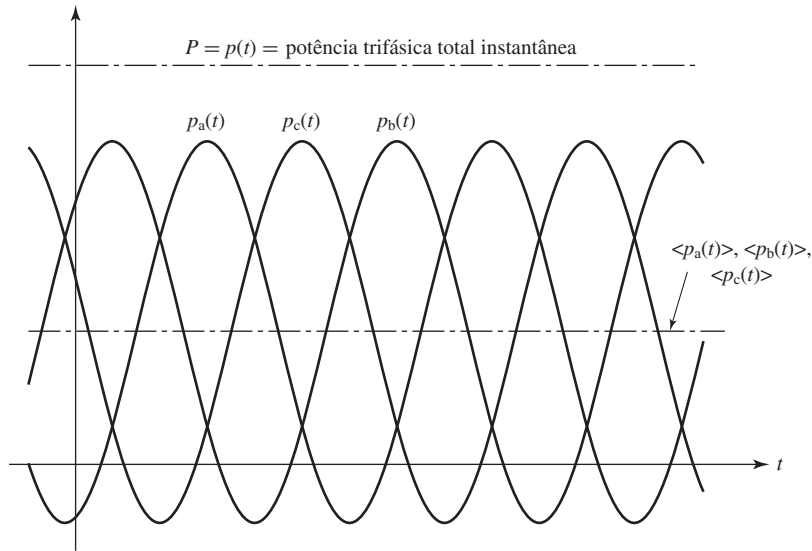


Figura A.8 Potência instantânea em um sistema trifásico.

tência total instantânea das três fases de um circuito trifásico equilibrado é constante e não varia com o tempo. Essa situação está ilustrada graficamente na Figura A.8. As potências instantâneas das três fases estão plotadas juntamente com a potência total instantânea, que é a soma das três ondas individuais. *A potência total instantânea de um sistema trifásico equilibrado é igual a três vezes a potência média por fase.* Essa é uma das notáveis vantagens dos sistemas polifásicos. É uma vantagem em particular da operação de motores polifásicos porque isso significa que a saída de potência no eixo é constante e que as pulsações de conjugado, com uma tendência resultante de vibração, não ocorrem.

Com base em considerações monofásicas, a potência média P_p por fase p de um sistema conectado em Y ou em Δ , ligado a uma carga trifásica equilibrada de impedância $Z_p = R_p + j X_p \Omega$ /fase, é

$$P_p = V_{ef} I_{ef} \cos \theta = I_p^2 R_p \tag{A.18}$$

Aqui, R_p é a resistência por fase. A potência total trifásica P é

$$P = 3P_p \tag{A.19}$$

De modo similar, para uma potência reativa Q_p por fase e uma potência total reativa trifásica Q , temos

$$Q_p = V_{ef} I_{ef} \sen \theta = I_p^2 X_p \tag{A.20}$$

e

$$Q = 3Q_p \tag{A.21}$$

em que X_p é a reatância por fase.

A potência aparente S_p por fase (ou volts-ampères por fase) e a potência total aparente trifásica S são

$$S_p = V_{ef} I_{ef} = I_{ef}^2 Z_p \quad (\text{A.22})$$

$$S = 3 S_p \quad (\text{A.23})$$

Nas Eqs. A.18 e A.20, θ é o ângulo entre a tensão de fase e a corrente de fase. Como no caso monofásico, é dado por

$$\theta = \arctg \left(\frac{X_p}{R_p} \right) = \arccos \left(\frac{R_p}{Z_p} \right) = \arcsen \left(\frac{X_p}{Z_p} \right) \quad (\text{A.24})$$

O fator de potência de um sistema trifásico equilibrado é, portanto, igual ao de qualquer sistema monofásico.

A.3 Circuitos com ligações em Y e Δ

Três exemplos específicos são dados para ilustrar os detalhes de cálculo de circuitos conectados em Y e em Δ . Comentários explicativos genéricos foram acrescentados às soluções.

Exemplo A.1

A Figura A.9 mostra o circuito equivalente de um sistema de transmissão de 60 Hz que consiste em uma linha de impedância $Z_l = 0,05 + j0,20 \Omega$ e, no lado (ou terminal) de recepção da mesma, há uma carga de impedância equivalente $Z_L = 10,0 + j3,00 \Omega$. A impedância do condutor de retorno deve ser considerada zero.

- Calcule a corrente de linha I ; a tensão de carga V_L ; as potências ativa, reativa e aparente da carga; e as perdas de potência ativa e reativa na linha.

Suponha agora que três sistemas idênticos a esse devam ser construídos para abastecer três cargas idênticas a essa. Em vez de desenhar os diagramas, um debaixo do outro, desenhe-os na forma mostrada na Figura A.10, que é naturalmente a mesma do ponto de vista elétrico.

- Para a Figura A.10, forneça a corrente em cada linha; a tensão em cada carga; as potências totais ativa, reativa e aparente fornecidas a cada carga; as perdas de potência ativa

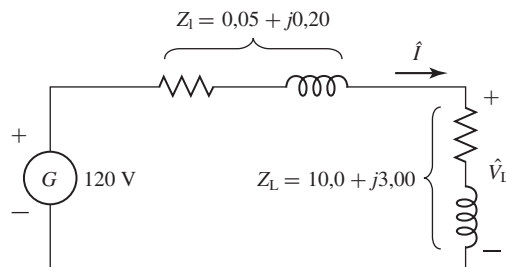


Figura A.9 Circuito do Exemplo A.1, parte (a).

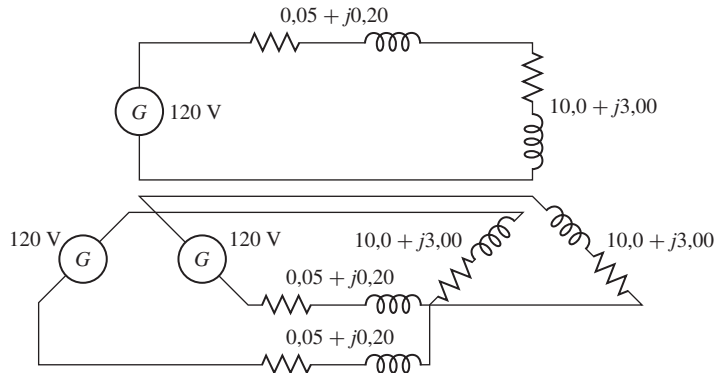


Figura A.10 Circuito para o Exemplo A.1, parte (b).

e reativa em cada um dos três sistemas de transmissão; as potências totais ativa, reativa e aparente fornecidas às cargas; e as perdas totais de potências ativa e aparente nos três sistemas de transmissão.

A seguir, considere que os três condutores de retorno são combinados em um único e que a relação de fase das fontes de tensão é tal que resulta em um sistema trifásico equilibrado a quatro fios, como na Figura A.11.

- c. Para a Figura A.11, obtenha a corrente de linha; a tensão de carga, tanto de linha como de fase; as potências ativa, reativa e aparente de cada fase da carga; as perdas de potência ativa e reativa em cada linha; as potências trifásicas totais ativa, reativa e aparente da carga; e as perdas totais trifásicas de potência ativa e reativa das linhas.
- d. Na Figura A.11, qual é a corrente no condutor combinado de retorno ou neutro?
- e. Se fosse desejado, esse condutor poderia ser dispensado na Figura A.11? Assuma agora que esse condutor neutro é omitido. Isso resulta no sistema trifásico a três fios da Figura A.12.
- f. Repita a parte (c) para a Figura A.12.
- g. Com base nos resultados deste exemplo, esboce brevemente o método para reduzir um problema de circuito trifásico equilibrado ligado em Y ao problema monofásico equivalente. Seja cuidadoso para diferenciar o uso de tensões de linha do de tensões de fase.

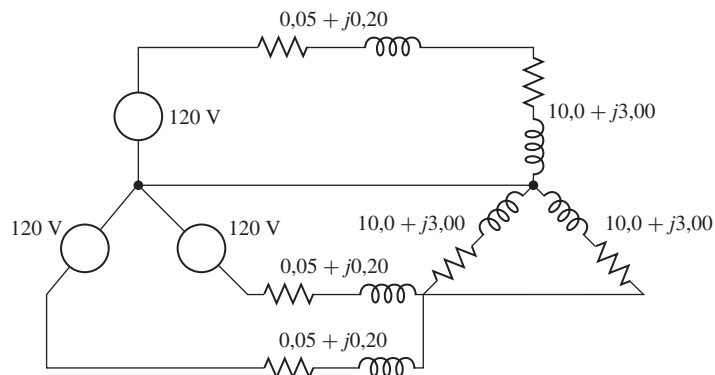


Figura A.11 Circuito para o Exemplo A.1, partes (c) a (e).

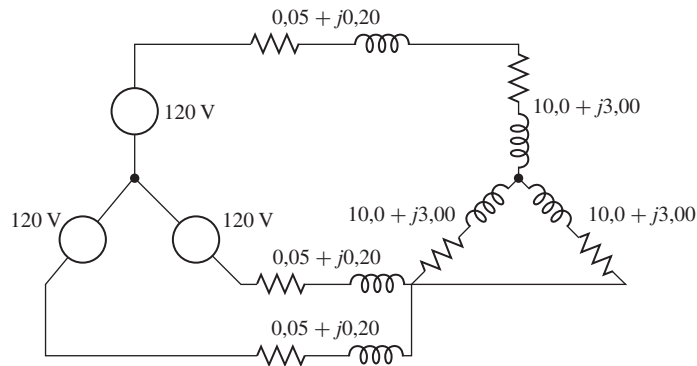


Figura A.12 Circuito para o Exemplo A.1, parte (f).

Solução

a.

$$I = \frac{120}{\sqrt{(0,05 + 10,0)^2 + (0,20 + 3,00)^2}} = 11,4 \text{ A}$$

$$V_L = I |Z_L| = 11,4 \sqrt{(10,0)^2 + (3,00)^2} = 119 \text{ V}$$

$$P_L = I^2 R_L = (11,4)^2 (10,00) = 1300 \text{ W}$$

$$Q_L = I^2 X_L = (11,4)^2 (3,00) = 390 \text{ var}$$

$$S_L = I^2 |Z_L| = (11,4)^2 \sqrt{(10,0)^2 + (3,00)^2} = 1357 \text{ VA}$$

$$P_1 = I^2 R_1 = (11,4)^2 (0,05) = 6,5 \text{ W}$$

$$Q_1 = I^2 X_1 = (11,4)^2 (0,20) = 26 \text{ var}$$

b. Obviamente, os quatro primeiros itens têm os mesmos valores da parte (a).

$$\text{Potência total ativa} = 3 P_L = 3 (1300) = 3900 \text{ W}$$

$$\text{Potência total reativa} = 3 Q_L = 3 (390) = 1170 \text{ var}$$

$$\text{Potência total aparente} = 3 S_L = 3 (1357) = 4071 \text{ VA}$$

$$\text{Perdas totais de potência ativa nas linhas} = 3 P_1 = 3 (6,5) = 19,5 \text{ W}$$

$$\text{Perdas totais de potência reativa nas linhas} = 3 Q_1 = 3 (26) = 78 \text{ var}$$

c. Os resultados obtidos na parte (b) não se alteram com essa modificação. A tensão das partes (a) e (b) é agora a tensão de fase. A tensão de linha é

$$\sqrt{3} (119) = 206 \text{ V}$$

d. Pela lei das correntes de Kirchhoff, a corrente de neutro é a soma fasorial das três correntes de linha. Essas correntes de linha são iguais e defasadas de 120° . Como a soma fasorial de três fasores iguais defasados de 120° entre si é zero, a corrente de neutro é nula.

e. Se a corrente de neutro for nula, o condutor de neutro poderá ser dispensado se desejado.

- f. Como a presença ou ausência do condutor neutro não afeta as condições, os valores são os mesmos da parte (c).
- g. Pode-se subentender um condutor neutro, independentemente de fisicamente haver ou não um presente. Como o condutor neutro em um circuito trifásico equilibrado não conduz corrente e conseqüentemente não há queda de tensão nele, o condutor neutro pode ser considerado com impedância zero. Então, uma fase da conexão em Y, juntamente com o condutor neutro, pode ser removida para estudo. Como essa fase tem ligação com o neutro, então *tensões de fase devem ser usadas*. Esse procedimento fornece o circuito equivalente monofásico, no qual todas as grandezas correspondem às de uma fase do circuito trifásico. Como as condições nas outras duas fases são as mesmas (exceto pelas defasagens de 120° nas correntes e tensões), não há necessidade de analisá-las individualmente. As correntes de linha do sistema trifásico são as mesmas do circuito monofásico e as potências totais trifásicas ativa, reativa e aparente são três vezes as respectivas grandezas do circuito monofásico. Se tensões de linha forem desejadas, elas deverão ser obtidas multiplicando as tensões do circuito monofásico por $\sqrt{3}$.

Exemplo A.2

Três impedâncias de valor $Z_Y = 4,00 + j3,00 = 5,00 \angle 36,9^\circ \Omega$ são conectadas em Y, como está mostrado na Figura A.13. Para tensões equilibradas de linha de 208 V, encontre a corrente de linha, o fator de potência e as potências totais ativa, reativa e aparente.

Solução

A tensão de fase eficaz V em qualquer uma das fases, como a fase a, é

$$V = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120,1 \text{ V}$$

Portanto, a corrente de linha é

$$\hat{I} = \frac{V}{Z_Y} = \frac{120,1}{5,00 \angle 36,9^\circ} = 24,02 \angle -36,9^\circ \text{ A}$$

e o fator de potência é igual a

$$\text{Fator de potência} = \cos \theta = \cos (-36,9^\circ) = 0,80 \text{ atrasado}$$

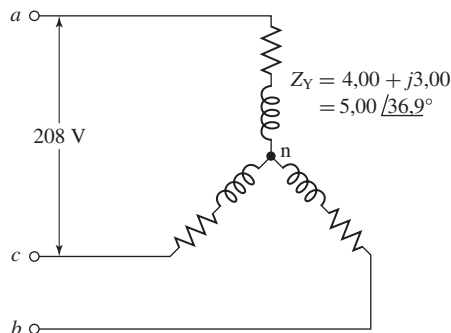


Figura A.13 Circuito para o Exemplo A.2.

Assim,

$$P = 3 I^2 R_Y = 3 (24,02)^2 (4,00) = 6924 \text{ W}$$

$$Q = 3 I^2 X_Y = 3 (24,02)^2 (3,00) = 5193 \text{ var}$$

$$S = 3 VI = 3 (120,1) (24,02) = 8654 \text{ VA}$$

Observe que as fases a e c (Figura A.13) não formam um circuito simples em série. Consequentemente, a corrente não pode ser encontrada dividindo 208 V pela soma das impedâncias das fases a e c. Na verdade, pode-se escrever uma equação para a tensão entre os pontos a e c usando a lei de Kirchhoff das tensões, mas trata-se de uma equação fasorial que leva em consideração a defasagem de 120° entre as correntes das fases a e c. Como resultado, o método de raciocínio esboçado no Exemplo A.1 leva à solução mais simples.

Exemplo A.3

Três impedâncias de valor $Z_\Delta = 12,00 + j9,00 = 15,00 \angle 36,9^\circ \Omega$ são ligadas em Δ , como está mostrado na Figura A.14. Para tensões equilibradas de linha de 208 V, encontre a corrente de linha, o fator de potência e as potências totais ativa, reativa e aparente.

Solução

A tensão em qualquer um dos ramos do Δ , V_Δ é igual à tensão de linha V_{linha} , que é igual a $\sqrt{3}$ vezes a tensão de fase V . Consequentemente,

$$V = \frac{V_{\text{linha}}}{\sqrt{3}} = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120,1 \text{ V}$$

e a corrente no Δ é dada pela tensão de linha dividida pela impedância Δ , ou seja,

$$\hat{I}_\Delta = \frac{V_{\text{linha}}}{Z_\Delta} = \frac{208}{15,00 \angle 36,9^\circ} = 13,87 \angle -36,9^\circ \text{ A}$$

$$\text{Fator de potência} = \cos \theta = \cos (-36,9^\circ) = 0,80 \text{ atrasado}$$

Da Eq. A.4, a corrente de fase é igual a

$$I = \sqrt{3} I_\Delta = \sqrt{3} (13,87) = 24,02 \text{ A}$$

Também

$$P = 3 P_\Delta = 3 I_\Delta^2 R_\Delta = 3 (13,87)^2 (12,00) = 6926 \text{ W}$$

$$Q = 3 Q_\Delta = 3 I_\Delta^2 X_\Delta = 3 (13,87)^2 (9,00) = 5194 \text{ var}$$

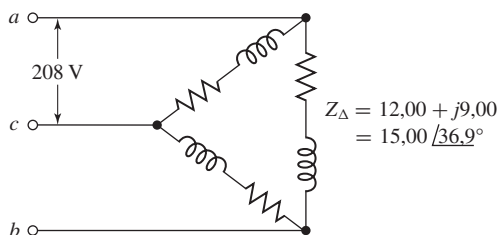


Figura A.14 Circuito para o Exemplo A.3.

e

$$S = 3 (S_p) = 3 V_{\text{linha}} I_{\Delta} = 3 (208) (13,87) = 8655 \text{ VA}$$

Observe que as fases ab e bc não formam um circuito simples em série, nem o *caminho cba* forma uma associação simples em paralelo tendo um caminho direto através da fase ca. Consequentemente, a corrente de linha não pode ser encontrada dividindo 208 V pela impedância equivalente de Z_{ca} em paralelo com $Z_{ab} + Z_{bc}$. Equações baseadas nas leis de Kirchhoff podem ser escritas envolvendo grandezas de mais de uma fase, mas devem ser grandezas fasoriais que levam em consideração a defasagem de 120° entre correntes e tensões de fase. Como resultado, o método de raciocínio esboçado acima leva à solução mais simples.

A comparação dos resultados dos Exemplos A.2 e A.3 leva a uma conclusão valiosa e interessante. Observe que a tensão de linha, a corrente de linha, o fator de potência e as potências totais ativa, reativa e aparente são exatamente iguais nos dois casos (dentro das margens dos erros de arredondamento). Em outras palavras, as condições vistas a partir dos terminais A, B e C são idênticas e não é possível distinguir entre os dois circuitos a partir de suas grandezas de terminal. É possível ver também que a impedância, a resistência e a reatância por fase da conexão em Y (Figura A.13) são exatamente um terço dos respectivos valores por fase da conexão em Δ (Figura A.14). Consequentemente, uma conexão em Δ equilibrada pode ser substituída por uma conexão em Y equilibrada desde que as constantes de circuito por fase obedeam à relação

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_{\Delta} \quad (\text{A.25})$$

Por outro lado, uma conexão em Y pode ser substituída por uma conexão em Δ desde que a Eq. A.25 seja satisfeita. Esse conceito de equivalência Y- Δ vem da transformação genérica Y- Δ e não é o resultado acidental de um caso numérico específico.

Duas consequências importantes seguem-se dessa equivalência: (1) Um esquema genérico de cálculo para circuitos equilibrados pode ser baseado inteiramente em circuitos ligados em Y ou inteiramente em circuitos ligados em Δ , o que for preferido. Como em geral é mais conveniente lidar com uma conexão em Y, o primeiro esquema é normalmente o adotado. (2) Como costuma ocorrer, em casos nos quais o tipo de conexão não é especificado nem é pertinente para a solução do problema, pode-se assumir uma conexão tanto em Y como em Δ . Novamente, a conexão em Y é a mais escolhida. Ao analisar o desempenho de motores trifásicos, por exemplo, as conexões reais do enrolamento não precisam ser conhecidas, a menos que a análise deva incluir detalhadamente as condições dentro das próprias bobinas. A análise completa pode se basear na suposição de que a conexão é em Y.

A.4 Análise de circuitos trifásicos equilibrados; diagramas unifilares

Combinando o princípio da equivalência Δ -Y com a técnica que foi dada a conhecer pelo Exemplo A.1, fica claro que qualquer problema de circuito trifásico equilibrado

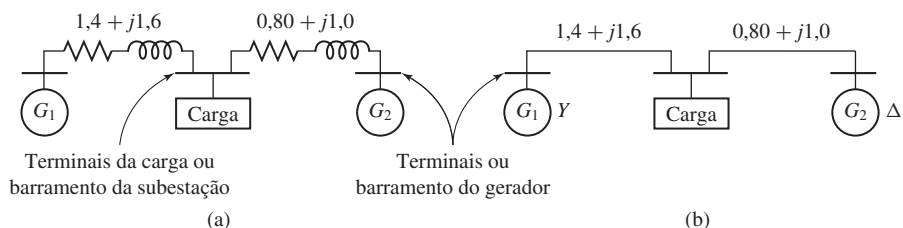


Figura A.15 Exemplos de diagramas unifilares.

pode ser representado por três circuitos equivalentes monofásicos representando as fases individuais. Especificamente, vimos que nesse caso as tensões e correntes das fases são idênticas a menos de uma defasagem de 120° entre as fases. Assim, uma solução para as tensões e correntes de uma única fase são suficientes para determinar as tensões e correntes das duas outras fases. Como resultado, todos os métodos de análise de circuitos monofásicos podem ser aplicados. Os resultados finais da análise monofásica são então convertidos de volta à forma trifásica para produzir os resultados finais.

Nessa técnica, com um sistema trifásico representado em termos de sua forma de ligação em Y, o seu circuito equivalente trifásico pode ser representado completamente pelo circuito equivalente monofásico de uma de suas fases. Os circuitos equivalentes para as outras fases seriam uma repetição desnecessária. De forma similar, a representação fasorial desse sistema é completamente obtida pelo diagrama fasorial dessa única fase. Em cada caso, as correntes e tensões das demais fases podem ser obtidas com facilidade defasando os valores dessa única fase em $\pm 120^\circ$.

Exemplos desses *diagramas unifilares* são dados na Figura A.15, mostrando dois geradores trifásicos, com suas linhas ou cabos associados, alimentando uma carga comum de subestação. Se for desejado, ligações específicas para outros equipamentos poderão ser incluídas. Assim, a Figura A.15b mostra que G_1 está ligado em Y e G_2 está ligado em Δ . As impedâncias são dadas em ohms por fase.

Quando se está lidando com potências ativa, reativa e aparente, algumas vezes é mais conveniente lidar de imediato com o circuito trifásico completo do que se concentrar em uma das fases. Essa possibilidade surge porque é possível escrever expressões simples para as potências ativa, reativa e aparente em termos de tensão e corrente de linha independentemente de o circuito estar ligado em Y ou em Δ . Assim, das Eqs. A.18 e A.19, a potência trifásica é

$$P = 3 P_p = 3 V_p I_p \cos \theta \quad (\text{A.26})$$

Como $V_{\text{linha}} = \sqrt{3} V_p$, a Eq. A.26 torna-se

$$P = \sqrt{3} V_{\text{linha}} I_p \cos \theta \quad (\text{A.27})$$

De modo similar,

$$Q = \sqrt{3} V_{\text{linha}} I_p \sin \theta \quad (\text{A.28})$$

e

$$S = \sqrt{3} V_{\text{linha}} I_p \quad (\text{A.29})$$

Deve-se ter em mente, entretanto, que o ângulo do fator de potência θ , dado pela Eq. A.24, é o ângulo entre \hat{V}_p e \hat{I}_p e não entre \hat{V}_{linha} e \hat{I}_p .

Exemplo A.4

A Figura A.15 é o circuito equivalente de uma carga alimentada por duas estações geradoras trifásicas por meio de linhas que têm as impedâncias por fase dadas no diagrama. A carga requer 30 kW com um fator de potência 0,80 atrasado. O gerador G_1 opera com uma tensão de linha de terminal de 797 V e fornece 15 kW com um fator de potência 0,80 atrasado. Encontre a tensão da carga e, para o gerador G_2 , obtenha a tensão de terminal e as potências ativa e reativa de saída.

Solução

Sejam I , P e Q , respectivamente, a corrente de linha e as potências trifásicas ativa e reativa. Os índices 1 e 2 denotam os respectivos ramos do sistema; o índice r denota uma grandeza medida no lado de recepção da linha. Temos, então,

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} E_1 \cos \theta_1} = \frac{15.000}{\sqrt{3} (797) (0,80)} = 13,6 \text{ A}$$

$$P_{r1} = P_1 - 3 I_1^2 R_1 = 15.000 - 3 (13,6)^2 (1,4) = 14,22 \text{ kW}$$

$$Q_{r1} = Q_1 - 3 I_1^2 X_1 = 15.000 \text{ tg} (\arccos 0,80) - 3 (13,6)^2 (1,6) = 10,35 \text{ kvar}$$

O fator 3 aparece antes de $I_1^2 R_1$ e $I_1^2 X_1$ nas duas últimas equações porque a corrente I_1 é a corrente de fase. A tensão da carga é

$$\begin{aligned} V_L &= \frac{S}{\sqrt{3} I_1} = \frac{\sqrt{(14.220)^2 + (10.350)^2}}{\sqrt{3} (13,6)} \\ &= 748 \text{ V, tensão de linha} \end{aligned}$$

Como a carga requer 30 kW de potência ativa e $30 \text{ tg} (\arccos 0,80) = 22,5 \text{ kvar}$ de potência reativa, vem

$$P_{r2} = 30.000 - 14.220 = 15.780 \text{ W}$$

e

$$Q_{r2} = 22.500 - 10.350 = 12,15 \text{ kVAR}$$

$$I_2 = \frac{S}{\sqrt{3} V_{\text{linha}}} = \frac{\sqrt{(15.780)^2 + (12.150)^2}}{\sqrt{3} (748)} = 15,4 \text{ A}$$

$$P_2 = P_{r2} + 3 I_2^2 R_2 = 15.780 + 3(15,4)^2(0,80) = 16,35 \text{ kW}$$

$$Q_2 = Q_{r2} + 3 I_2^2 X_2 = 12.150 + 3 (15,4)^2 (1,0) = 12,87 \text{ kvar}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{S}{\sqrt{3} I_2} = \frac{\sqrt{(16.350)^2 + (12.870)^2}}{\sqrt{3} (15,4)} \\ &= 780 \text{ V, tensão de linha} \end{aligned}$$

A.5 Variáveis do Apêndice A

a	Armadura
base	Grandeza de base
d, D, DR	Componente de eixo direto
CC	Corrente contínua
eq	Equivalente
f, F	Final, campo (<i>field</i>)
pc	Plena carga
i	Inicial
max	Máximo(a)
mec	Mecânico(a)
min	Mínimo(a)
q, Q, QR	Componente de eixo em quadratura
R	Rotor
S	Estator
ref	Referência
ef	Efícaz
ω	Frequência elétrica [rad/s]
θ	Ângulo de fase [rad]
q	Número de fases
t	Tempo [s]
i, I	Corrente [A]
\hat{I}	Corrente, amplitude complexa [A]
p, P	Potência [W]
Q	Potência reativa [var]
R	Resistência [Ω]
S	Potência aparente [VA]
v, V	Tensão [V]
\hat{V}	Tensão, amplitude complexa [V]
X	Reatância [Ω]
Z	Impedância [Ω]

Índices:

Δ	Ligação em delta
a, b, c	Designações das fases
l	Linha
L	Carga (<i>load</i>)
p	Por fase
r	Terminal de recepção
ef	Efícaz
Y	Ligação em Y

Tensões, campos magnéticos e indutâncias de enrolamentos CA distribuídos

Tanto a amplitude como a forma de onda das tensões geradas e das FMMs de armadura das máquinas são determinadas pela disposição dos enrolamentos e pela geometria geral da máquina. Essas configurações por sua vez são ditadas pelo uso econômico do espaço e dos materiais construtivos da máquina e pela adequação ao serviço pretendido. Neste apêndice, complementaremos a discussão introdutória feita no Capítulo 4 a respeito dessas questões através de um tratamento analítico das tensões e FMMs CA em regime permanente equilibrado. A atenção estará limitada à componente fundamental de tensão no tempo e à componente fundamental espacial das FMMs.

B.1 Tensões geradas

De acordo com a Eq. 4.52, a tensão eficaz gerada por fase em um enrolamento concentrado ($k_{\text{enr}} = 1$) tendo N_{fase} espiras por fase é

$$E_{\text{ef}} = \sqrt{2} \pi f N_{\text{fase}} \Phi_p \quad (\text{B.1})$$

em que f é a frequência e Φ_p é o fluxo fundamental por polo.

Na prática, em um enrolamento mais complexo, os lados das bobinas de cada fase estarão distribuídos em diversas ranhuras por polo. A Eq. B.1 pode então ser usada para calcular a distribuição de tensão nas bobinas individuais. Para determinar a tensão de um grupo completo de fases, as tensões das bobinas componentes devem ser somadas como fasores. Essa soma de tensões de frequência fundamental é o tema desta seção.

B.1.1 Enrolamentos distribuídos de passo encurtado

Um exemplo simples de um enrolamento distribuído está ilustrado na Figura B.1 para uma máquina trifásica de dois polos. Esse caso contém todas as características de um mais geral, com qualquer número inteiro de fases, polos e ranhuras por polo e por fase. Ao mesmo tempo, um *enrolamento de dupla camada* está mostrado. Os enrolamentos de dupla camada usualmente levam a conexões terminais mais simples e a uma máquina mais econômica de ser fabricada. Esses enrolamentos são encontrados em todas as máquinas com exceção de alguns pequenos motores com menos de 10 kW. Em geral, um lado da bobina, como a_1 , é colocado no fundo de uma ranhura e o outro lado, $-a_1$, é colocado no topo de outra ranhura. Lados de bobina, como a_1 e a_3 ou a_2 e a_4 , que estão em ranhuras adjacentes e associados à mesma fase constituem um cinto de fase. Todos os cintos de fase são idênticos quando se usa um número inteiro de ranhuras por polo e por fase. Na máquina normal, o ângulo periférico subtendido por um cinto de fase é de 60 graus elétricos para uma máquina trifásica e de 90 graus elétricos para uma máquina bifásica.

As bobinas individuais na Figura B.1 cobrem um passo polar pleno ou de 180 graus elétricos. Portanto, o enrolamento é de passo pleno. Suponha agora que todos os lados de bobina nos topos das ranhuras sejam deslocados de uma ranhura em sentido horário, como na Figura B.2. Qualquer uma das bobinas, como a_1 , $-a_1$, está abrangendo então apenas $5/6$ de um passo polar ou $\frac{5}{6}(180) = 150$ graus elétricos e o enrolamento é denominado de passo encurtado ou fracionário. Um deslocamento semelhante de duas ranhuras produz um enrolamento de $2/3$ de passo, e assim por diante. Agora, os agrupamentos por fase estão entrelaçados, porque algumas ranhuras contêm lados das fases a e b , a e c , e b e c . Grupos de fases individuais, como os

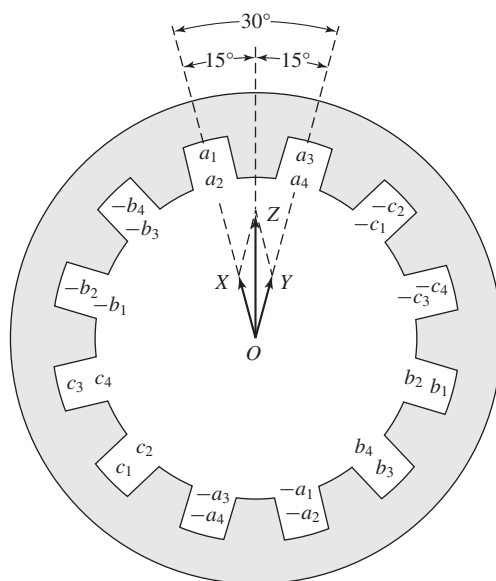


Figura B.1 Enrolamento distribuído de armadura, trifásico, com dois polos e de passo pleno com o diagrama fasorial de tensão.

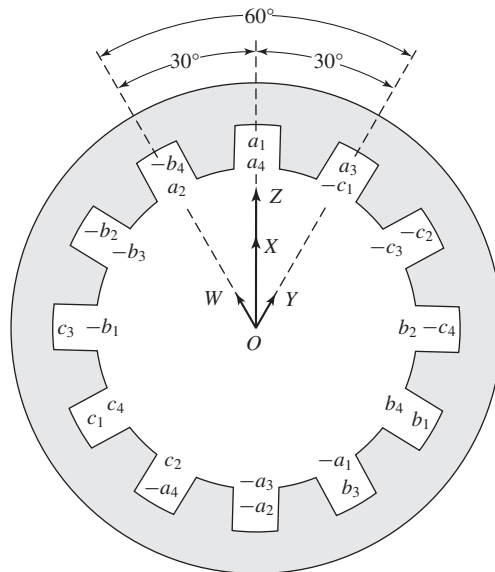


Figura B.2 Enrolamento distribuído de armadura, trifásico, com dois polos e de passo encurtado com o diagrama fasorial de tensão.

formados por a_1 , a_2 , a_3 e a_4 em um lado e $-a_1$, $-a_2$, $-a_3$ e $-a_4$ no outro, ainda estão deslocados de 120 graus elétricos em relação aos agrupamentos das outras fases de modo que tensões trifásicas são produzidas. Além da característica menos importante de encurtar as conexões terminais, pode-se mostrar que os enrolamentos encurtados diminuem o conteúdo harmônico de ambas as ondas de tensão e de FMM.

As conexões terminais entre os lados das bobinas estão normalmente em uma região de densidade de fluxo desprezível e, portanto, modificá-las não afeta de forma significativa o fluxo concatenado do enrolamento. A distribuição dos lados das bobinas nas ranhuras é então o fator determinante para a geração de tensões e apenas essa distribuição precisa ser especificada nas Figuras B.1 e B.2. O único requisito é que todos os lados de bobina de uma fase sejam incluídos na interconexão de modo tal que as tensões individuais façam uma contribuição positiva ao total. A consequência prática é que as conexões terminais podem ser feitas de acordo com o que é ditado pela simplicidade de fabricação. A consequência teórica é que resultam vantagens computacionais, os lados de bobina em uma fase podem ser combinados de modo arbitrário para formar bobinas equivalentes.

Um sacrifício é feito quando são usados os enrolamentos distribuídos e encurtados das Figuras B.1 e B.2 e não um enrolamento concentrado de passo pleno: para o mesmo número de espiras por fase, a tensão gerada de frequência fundamental é menor. Entretanto, em geral, as harmônicas são diminuídas por um fator consideravelmente maior, e o número total de espiras que podem ser acomodadas em uma geometria fixa no ferro é aumentado. O efeito de distribuir o enrolamento da Figura B.1 é que as tensões das bobinas a_1 e a_2 não estão em fase com as das bobinas a_3 e a_4 . Assim, a tensão das bobinas a_1 e a_2 pode ser representada pelo fasor OX na Figura B.1 e a das bobinas a_3 e a_4 , pelo fasor OY. A defasagem no tempo entre essas duas

tensões é igual ao ângulo elétrico entre ranhuras adjacentes, de modo que OX e OY coincidem com as linhas centrais das ranhuras adjacentes. O fasor resultante OZ da fase a é obviamente menor do que a soma aritmética de OX e OY.

Além disso, o efeito do passo encurtado na Figura B.2 é que uma bobina concatena uma porção menor do fluxo total do polo do que se a bobina fosse de passo pleno. O efeito pode ser sobreposto ao efeito de distribuir o enrolamento como se os lados da bobina a_2 e $-a_1$ fossem considerados como uma bobina equivalente de tensão fasorial OW (Figura B.2), os lados de bobina a_1 , a_4 , $-a_2$ e $-a_3$, como duas bobinas equivalentes com tensão fasorial OX (com o dobro do comprimento de OW), e os lados de bobina a_3 e $-a_4$, como uma bobina equivalente com tensão fasorial OY. O fasor resultante OZ para a fase a é obviamente menor do que a soma aritmética de OW, OX e OY e é também menor do que OZ na Figura B.1.

A combinação desses dois fatores pode ser incluída em um *fator de enrolamento* k_{enr} que é usado como um fator de redução na Eq. B.1. Assim, a tensão eficaz gerada por fase é

$$E_{\text{ef}} = \sqrt{2}\pi k_{\text{enr}} f N_{\text{fase}} \Phi_p \quad (\text{B.2})$$

em que N_{fase} é o número total de espiras em série por fase e k_{enr} leva em consideração a diferença em relação ao caso de passo pleno concentrado. Para uma máquina trifásica, a Eq. B.2 fornece a tensão de linha para um enrolamento ligado em Δ e a tensão de fase para um enrolamento conectado em Y. Como em qualquer ligação Y equilibrada, a tensão de linha deste último enrolamento é $\sqrt{3}$ vezes a tensão de fase.

B.1.2 Fatores de distribuição e de passo

Considerando os efeitos de distribuir e encurtar o enrolamento separadamente, fatores de redução podem ser obtidos de forma genérica, convenientes para análise quantitativa. O efeito de distribuir o enrolamento em n ranhuras por cinto de fase dá origem a n fasores de tensão, defasados de um ângulo elétrico γ entre as ranhuras, sendo que γ é igual a 180 graus elétricos dividido pelo número de ranhuras por polo. Esse agrupamento de fasores está mostrado na Figura B.3a e novamente na Figura B.3b de forma mais conveniente à realização da soma. Cada fasor AB, BC e CD é a corda de um círculo com centro em O subtendendo o ângulo γ no centro. A soma fasorial AD subtende o ângulo $n\gamma$ que, como foi observado anteriormente, é de 60 graus elétricos em uma máquina trifásica normal com distribuição uniforme e de 90 graus na respectiva máquina bifásica. Dos triângulos OAa e OAd vem, respectivamente,

$$OA = \frac{Aa}{\text{sen}(\gamma/2)} = \frac{AB}{2 \text{sen}(\gamma/2)} \quad (\text{B.3})$$

$$OA = \frac{Ad}{\text{sen}(n\gamma/2)} = \frac{AD}{2 \text{sen}(n\gamma/2)} \quad (\text{B.4})$$

Igualando esses dois valores de OA, obtém-se

$$AD = AB \frac{\text{sen}(n\gamma/2)}{\text{sen}(\gamma/2)} \quad (\text{B.5})$$

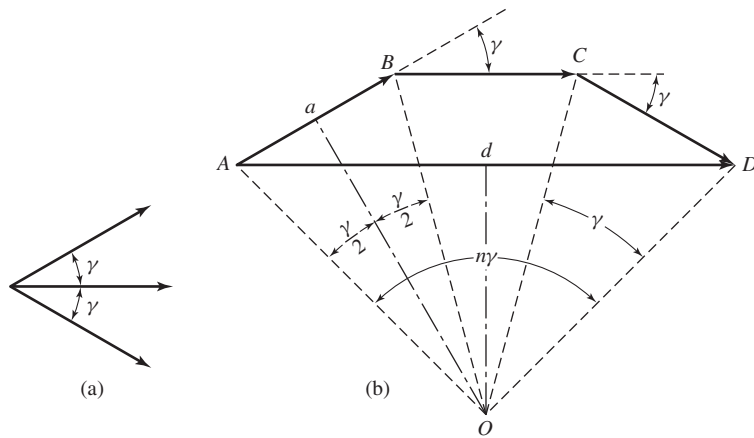


Figura B.3 (a) Fasores de tensão de bobinas e (b) soma fasorial.

No entanto, a soma aritmética dos fasores é $n(AB)$. Consequentemente, o fator de redução que surge da distribuição do enrolamento em n ranhuras separadas de γ graus elétricos é

$$k_d = \frac{AD}{nAB} = \frac{\text{sen}(n\gamma/2)}{n \text{sen}(\gamma/2)} \tag{B.6}$$

O fator k_d é denominado *fator de distribuição* do enrolamento.

O efeito do encurtamento sobre a tensão de bobina pode ser obtido determinando primeiro o fluxo concatenado na bobina de passo encurtado. Como há n bobinas por fase e um total de N_{fase} espiras em série por fase, então cada bobina terá $N_b = N_{\text{fase}}/n$ espiras por bobina. Da Figura B.4, o lado $-a$ da bobina dista do lado a apenas ρ graus elétricos, com uma abrangência angular menor que 180° completos. O fluxo concatenado com a bobina de N_b espiras é

$$\begin{aligned} \lambda &= N_b B_{\text{pico}} l r \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) \int_{\alpha}^{\rho+\alpha} \text{sen } \theta \, d\theta \\ &= N_b B_{\text{pico}} l r \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) [\cos \alpha - \cos(\alpha + \rho)] \end{aligned} \tag{B.7}$$

onde

l = comprimento axial do lado da bobina

r = raio da bobina

polos = número de polos

Com α substituído por ωt para poder indicar um movimento de rotação que ocorre com ω radianos elétricos por segundo, a Eq. B.7 torna-se

$$\begin{aligned} \lambda &= N_b B_{\text{pico}} l r \left(\frac{2}{\text{polos}} \right) [\cos \rho - \cos(\omega t + \rho)] \\ &= -N_b B_{\text{pico}} l r \left(\frac{4}{\text{polos}} \right) \text{sen} \left(\frac{\rho}{2} \right) \text{sen} \left(\omega t + \left(\frac{\rho}{2} \right) \right) \end{aligned} \tag{B.8}$$

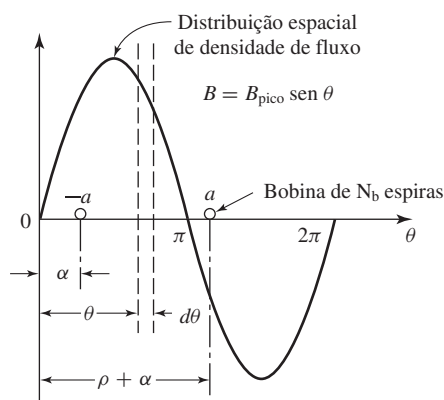


Figura B.4 Bobina de passo encurtado em um campo senoidal.

e a tensão instantânea é

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = -\omega N_b B_{pico} l r \left(\frac{4}{\text{polos}} \right) \text{sen} \left(\frac{\rho}{2} \right) \cos \left(\omega t + \left(\frac{\rho}{2} \right) \right) \quad (\text{B.9})$$

O ângulo de fase $(\rho/2)$ na Eq. B.9 indica simplesmente que a tensão instantânea não é mais nula quando α na Figura B.5 é zero. No entanto, o fator $\text{sen}(\rho/2)$ é um fator de redução de amplitude, de modo que a tensão eficaz da Eq. B.1 é modificada para

$$E_{ef} = \sqrt{2} \pi k_p f N_{fase} \Phi_p \quad (\text{B.10})$$

em que o fator de passo k_p é

$$k_p = \text{sen} \left(\frac{\rho}{2} \right) \quad (\text{B.11})$$

Quando ambos os fatores de distribuição e de passo são aplicados, a tensão eficaz é

$$E_{ef} = \sqrt{2} \pi k_d k_p f N_{fase} \Phi_p = \sqrt{2} \pi k_{enr} f N_{fase} \Phi_p \quad (\text{B.12})$$

que é uma forma alternativa da Eq. B.2. Vemos que o fator de enrolamento k_{enr} é o produto dos fatores de passo e de distribuição, ou seja,

$$k_{enr} = k_d k_p \quad (\text{B.13})$$

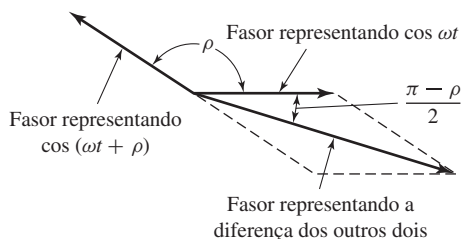


Figura B.5 Soma fasorial para bobina de passo encurtado.

Exemplo B.1

Calcule os fatores de distribuição, passo e enrolamento para o enrolamento distribuído de passo encurtado da Figura B.2.

Solução

O enrolamento da Figura B.2 tem duas bobinas por cinto de fase, separadas por um ângulo elétrico de 30° . Da Eq. B.6, o fator de distribuição é

$$k_d = \frac{\text{sen}(n\gamma/2)}{n \text{sen}(\gamma/2)} = \frac{\text{sen}[2(30^\circ)/2]}{2 \text{sen}(30^\circ/2)} = 0,966$$

As bobinas de passo encurtado abrangem $150^\circ = 5\pi/6$ rad e, da Eq. B.11, o fator de passo é

$$k_p = \text{sen}\left(\frac{\rho}{2}\right) = \text{sen}\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 0,966$$

O fator de enrolamento é

$$k_{\text{enr}} = k_d k_p = 0,933$$

B.2 Ondas de FMM de armadura

A distribuição de um enrolamento em diversas ranhuras por polo e fase e o uso de bobinas de passo encurtado influenciam não apenas a FEM gerada no enrolamento, como também o campo magnético produzido por ele. As componentes fundamentais espaciais das distribuições de FMM são examinadas nesta seção.

B.2.1 Enrolamentos concentrados de passo pleno

Vimos na Seção 4.3 que um enrolamento polifásico concentrado de N_{fase} espiras em uma máquina com múltiplos polos produz uma onda retangular de FMM ao longo da circunferência do entreferro. Para uma excitação com corrente senoidal de amplitude I , a amplitude máxima da componente fundamental espacial dessa onda no tempo é, de acordo com a Eq. 4.7,

$$(F_{g1})_{\text{pico}} = \frac{4}{\pi} \frac{N_{\text{fase}}}{\text{polos}} (\sqrt{2}I) \quad A \cdot \text{espiras/polo} \quad (\text{B.14})$$

em que o fator de enrolamento k_{enr} da Eq. 4.7 foi tornado unitário já que, nesse caso, estamos discutindo a onda de FMM de um enrolamento concentrado.

Cada fase de um enrolamento concentrado polifásico cria uma dessas ondas de FMM variáveis no tempo e estacionárias no espaço. Essa situação fundamenta a análise que conduz à Eq. 4.41. Para enrolamentos concentrados, a Eq. 4.41 pode ser escrita como

$$\mathcal{F}(\theta_{\text{ae}}, t) = \frac{3}{2} \left(\frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{N_{\text{fase}}}{\text{polos}}\right) (\sqrt{2}I) \cos(\theta_{\text{ae}} - \omega t) \quad (\text{B.15})$$

$$= \frac{6}{\pi} \left(\frac{N_{\text{fase}}}{\text{polos}}\right) (\sqrt{2}I) \cos(\theta_{\text{ae}} - \omega t) \quad (\text{B.16})$$

A amplitude da onda de FMM resultante em uma máquina trifásica é, então, em ampères-espiras por polo,

$$F_A = \frac{6}{\pi} \left(\frac{N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) (\sqrt{2}I) \quad A \cdot \text{espiras/polo} \quad (\text{B.17})$$

De modo semelhante, para uma máquina de q fases, a amplitude é

$$F_A = \frac{2q}{\pi} \left(\frac{N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right) (\sqrt{2}I) \quad A \cdot \text{espiras/polo} \quad (\text{B.18})$$

Nas Eqs. B.17 e B.18, I é a corrente eficaz por fase. As equações incluem apenas a componente fundamental da distribuição real e aplicam-se a enrolamentos concentrados de passo pleno com excitação equilibrada.

B.2.2 Enrolamentos distribuídos de passo encurtado

Quando as bobinas de cada fase de um enrolamento estão distribuídas entre diversas ranhuras por polo, a FMM fundamental espacial resultante pode ser obtida usando sobreposição com base nas análises mais simples feitas anteriormente sobre os enrolamentos concentrados. O efeito da distribuição pode ser visto na Figura B.6, que é uma reprodução do enrolamento trifásico de dois polos e passo pleno, com duas ranhuras por polo e por fase, dado na Figura B.1. As bobinas a_1 e a_2 , b_1 e b_2 , e c_1 e c_2 constituem elas próprias o equivalente de um enrolamento trifásico concentrado de dois polos porque elas formam três conjuntos de bobinas excitadas por correntes polifásicas estando mecanicamente separadas de 120° entre si. Portanto, elas produzem uma FMM fundamental espacial girante. A amplitude dessa contribuição é dada

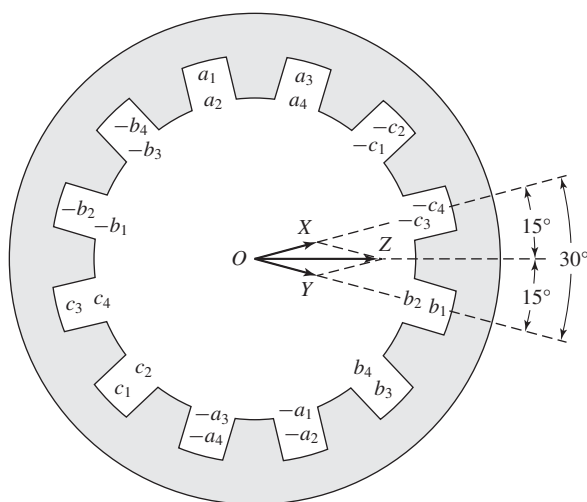


Figura B.6 Enrolamento distribuído de armadura, trifásico, dois polos e passo pleno com o diagrama fasorial de FMM.

pela Eq. B.17, quando N_{fase} é a soma das espiras em série das bobinas a_1 e a_2 apenas. De modo semelhante, as bobinas a_3 e a_4 , b_3 e b_4 , e c_3 e c_4 produzem uma outra onda idêntica de FMM, mas que está defasada no espaço de um ângulo de ranhura $\gamma = 30^\circ$ em relação à primeira onda. A onda de FMM fundamental espacial que resulta desse enrolamento pode ser obtida somando essas duas contribuições senoidais.

A contribuição de FMM das bobinas a_1a_2 , b_1b_2 e c_1c_2 pode ser representada pelo fasor OX na Figura B.6. Essa representação fasorial é adequada porque as formas de onda envolvidas são senoidais e os diagramas fasoriais são simplesmente um meio conveniente para somar ondas senoidais. Entretanto, essas ondas são senoides no espaço, e não senoides no tempo. O fasor OX é desenhado na posição espacial de pico da FMM para o instante de tempo em que a corrente da fase a é um máximo. O comprimento de OX é proporcional ao número de espiras das bobinas associadas. De modo semelhante, a contribuição de FMM das bobinas a_3a_4 , b_3b_4 e c_3c_4 pode ser representada pelo fasor OY . Portanto, o fasor OZ representa a onda de FMM resultante. Exatamente como no respectivo diagrama de tensões, vê-se que a FMM resultante é menor do que se o mesmo número de espiras por fase estivesse concentrado em uma ranhura por polo.

Do mesmo modo, os fasores de FMM podem ser desenhados para os enrolamentos de passo encurtado como está ilustrado na Figura B.7, que é uma reprodução do enrolamento trifásico de dois polos e passo encurtado, com duas ranhuras por polo por fase, dado na Figura B.2. O fasor OW representa a contribuição das bobinas equivalentes formadas pelos condutores a_2 e $-a_1$, b_2 e $-b_1$, e c_2 e $-c_1$; OX para a_1a_4 e $-a_3-a_2$, b_1b_4 e $-b_3-b_2$ e c_1c_4 e $-c_3-c_2$; e OY para a_3 e $-a_4$, b_3 e $-b_4$, e c_3 e $-c_4$. O fasor resultante OZ é, naturalmente, menor do que a soma algébrica das contribuições individuais e é também menor do que OZ na Figura B.6.

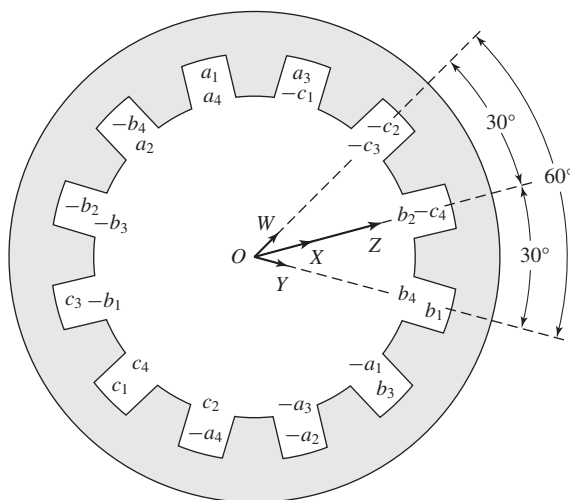


Figura B.7 Enrolamento distribuído de armadura, trifásico, dois polos e passo encurtado com o diagrama fasorial de FMM.

Comparando com as Figuras B.1 e B.2, pode-se ver que esses diagramas fasoriais são idênticos aos das tensões geradas. Assim, resulta que os fatores de passo e de distribuição, anteriormente desenvolvidos, podem ser aplicados diretamente à determinação da FMM resultante. Assim, para um enrolamento distribuído polifásico de passo encurtado, a amplitude da componente espacial fundamental de FMM pode ser obtida usando $k_d k_p N_{fase} = k_{enr} N_{fase}$ em vez de simplesmente N_{fase} nas Eqs. B.17 e B.18. Essas equações tornam-se, então,

$$F_A = \frac{6}{\pi} \left(\frac{k_d k_p N_{fase}}{\text{polos}} \right) (\sqrt{2}I) = \frac{6}{\pi} \left(\frac{k_{enr} N_{fase}}{\text{polos}} \right) (\sqrt{2}I) \quad (B.19)$$

para uma máquina trifásica e

$$F_A = \frac{2q}{\pi} \left(\frac{k_d k_p N_{fase}}{\text{polos}} \right) (\sqrt{2}I) = \frac{2q}{\pi} \left(\frac{k_{enr} N_{fase}}{\text{polos}} \right) (\sqrt{2}I) \quad (B.20)$$

para uma máquina de q fases, em que F_A é dada em ampères-espiras por polo.

B.3 Indutâncias de entreferro de enrolamentos distribuídos

A Figura B.8a mostra um enrolamento de armadura concentrado de N espiras e passo pleno em uma estrutura magnética com um rotor cilíndrico concêntrico. A FMM dessa configuração está mostrada na Figura B.8b. Como o comprimento de entreferro g é muito menor do que o raio médio r de entreferro, o campo magnético radial de entreferro pode ser considerado uniforme e igual ao valor de FMM dividido por g . Da Eq. 4.4, a FMM fundamental espacial é dada por

$$\mathcal{F}_{g1} = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_a \quad (B.21)$$

e a respectiva densidade de fluxo no entreferro é

$$B_{g1} = \mu_0 \frac{\mathcal{F}_{g1}}{g} = \frac{2\mu_0 Ni}{\pi g} \cos \theta_a \quad (B.22)$$

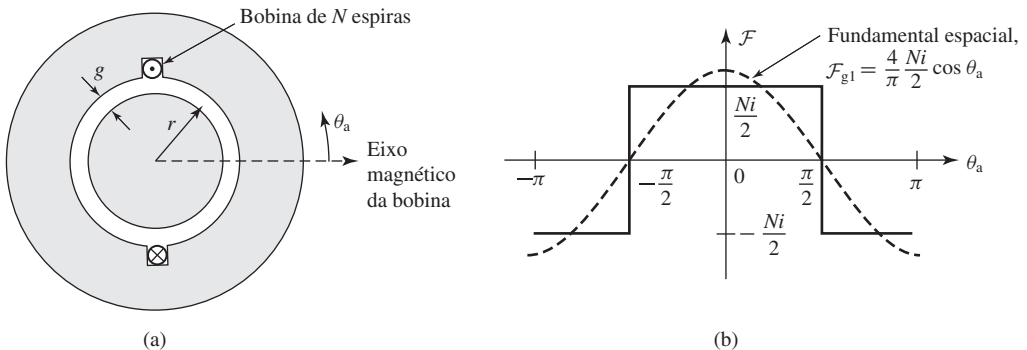


Figura B.8 (a) Uma bobina concentrada de N espiras e (b) FMM resultante.

A Eq. B.22 pode ser integrada para encontrar o fluxo fundamental de entreferro por polo (Eq. 4.47), obtendo-se

$$\Phi_p = l \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_{g1} r d\theta_a = \frac{4\mu_0 N l r}{\pi g} i \tag{B.23}$$

em que l é o comprimento axial do entreferro. A indutância de entreferro da bobina pode ser obtida da Eq. 1.28, encontrando-se

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\Phi_p}{i} = \frac{4\mu_0 N^2 l r}{\pi g} \tag{B.24}$$

Para um enrolamento distribuído multipolos com N_{fase} espiras em série e um fator de enrolamento $k_{\text{enr}} = k_d k_p$, a indutância de entreferro pode ser obtida da Eq. B.24 substituindo N pelas espiras efetivas por par de polos ($2k_{\text{enr}}N_{\text{fase}}/\text{polos}$), obtendo-se

$$L = \frac{4\mu_0 l r}{\pi g} \left(\frac{2k_{\text{enr}}N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right)^2 = \frac{16\mu_0 l r}{\pi g} \left(\frac{k_{\text{enr}}N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right)^2 \tag{B.25}$$

Finalmente, a Figura B.9 mostra esquematicamente duas bobinas (indicadas por 1 e 2) com fatores de enrolamento $k_{\text{enr}1}$ e $k_{\text{enr}2}$ e com $2N_1/\text{polos}$ e $2N_2/\text{polos}$ espiras por par de polos, respectivamente. Os seus eixos magnéticos estão separados por um ângulo elétrico α (igual a polos/2 vezes o seu deslocamento angular espacial). A indutância mútua entre esses dois enrolamentos é dada por

$$\begin{aligned} L_{12} &= \frac{4\mu_0}{\pi} \left(\frac{2k_{\text{enr}1}N_1}{\text{polos}} \right) \left(\frac{2k_{\text{enr}2}N_2}{\text{polos}} \right) \frac{l r}{g} \cos \alpha \\ &= \frac{16\mu_0 (k_{\text{enr}1}N_1)(k_{\text{enr}2}N_2) l r}{\pi g (\text{polos})^2} \cos \alpha \end{aligned} \tag{B.26}$$

Embora a figura mostre um enrolamento no rotor e um segundo no estator, a Eq. B.26 é igualmente válida para o caso em que ambos os enrolamentos estão no mesmo membro.

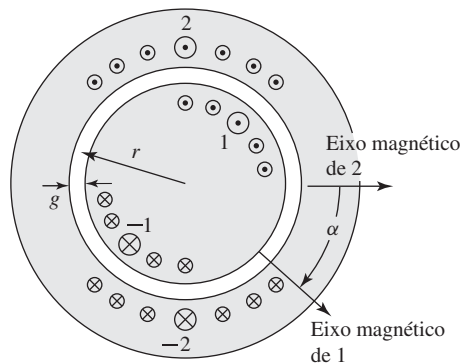


Figura B.9 Dois enrolamentos distribuídos separados por um ângulo elétrico α .

Exemplo B.2

A distribuição do enrolamento do estator de dois polos da Figura B.2 encontra-se em um motor de indução com um comprimento de entreferro de 0,381 mm, um raio médio de rotor de 6,35 cm e um comprimento de eixo axial de 20,3 cm. Cada bobina de estator tem 15 espiras e as conexões das bobinas de fase são as mostradas na Figura B.10. Calcule a indutância de entreferro L_{aa0} da fase a e a indutância mútua L_{ab} entre as fases a e b .

Solução

Observe que a colocação das bobinas ao redor do estator é tal que os fluxos concatenados em cada um dos dois ramos paralelos são iguais. Além disso, a distribuição de fluxo no entreferro não se modificará se, em vez de fazer uma divisão igual entre os dois ramos, como ocorre na realidade, um ramo for desconectado e toda a corrente circular pelo outro ramo. Assim, as indutâncias de fase podem ser encontradas calculando as indutâncias associadas a apenas um dos ramos paralelos.

Esse resultado pode parecer um pouco enigmático porque os dois ramos estão ligados em paralelo e, assim, poderia parecer que a indutância em paralelo deveria ser a metade da indutância de um único ramo. Entretanto, as indutâncias compartilham um circuito magnético comum e a sua indutância combinada deve refletir esse fato. No entanto, deve ser salientado que a resistência de fase é a metade da resistência de cada um dos ramos.

O fator de enrolamento foi calculado no Exemplo B.1. Assim, da Eq. B.25, vem

$$\begin{aligned} L_{aa0} &= \frac{16\mu_0 l r}{\pi g} \left(\frac{k_{\text{enr}} N_{\text{fase}}}{\text{polos}} \right)^2 \\ &= \frac{16(4\pi \times 10^{-7}) \times 0,203 \times 0,0635}{\pi(3,81 \times 10^{-4})} \left(\frac{0,933 \times 30}{2} \right)^2 \\ &= 42,4 \text{ mH} \end{aligned}$$

Os eixos dos enrolamentos estão separados por $\alpha = 120^\circ$ e, assim, da Eq. B.26, tem-se

$$L_{ab} = \frac{16\mu_0 (k_{\text{enr}} N_{\text{fase}})^2 l r}{\pi g (\text{polos})^2} \cos \alpha = -21,2 \text{ mH}$$

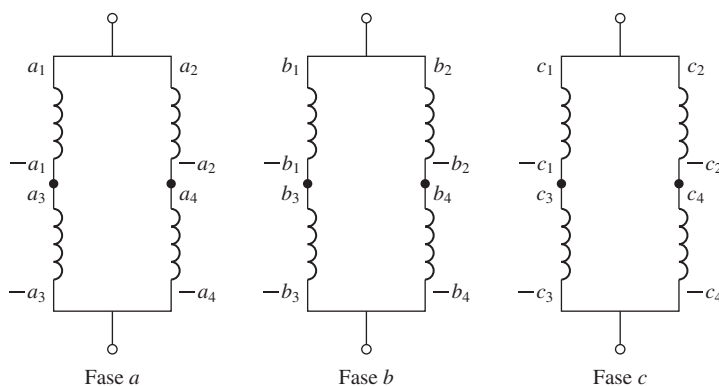


Figura B.10 Ligações das bobinas de fase da Figura B.2 do Exemplo B.2.

B.4 Variáveis do Apêndice B

α	Ângulo de rotação em graus elétricos [rad]
γ	Ângulo entre ranhuras em unidades elétricas [rad]
λ	Fluxo concatenado [Wb]
μ_0	Permeabilidade do vácuo = $4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]
Φ_p	Fluxo fundamental por polo [Wb]
ρ	Abrangência angular de bobina em unidades elétricas [rad]
θ_a	Ângulo espacial de estator [rad]
θ_{ae}	Ângulo espacial de estator em unidades elétricas [rad]
ω	Frequência elétrica [rad/s]
B_{pico}	Densidade de fluxo magnético de pico [T]
e, E	Tensão gerada [V]
f	Frequência elétrica [Hz]
F, \mathcal{F}	Força magnetomotriz [A]
F_Λ	Amplitude de FMM [A-espiras/polo]
g	Comprimento de entreferro (<i>gap</i>) [m]
i	Corrente [A]
l	Comprimento de bobina [m]
k_d	Fator de distribuição
k_p	Fator de passo
k_{enr}	Fator de enrolamento
L	Indutância [H]
n	Número de ranhuras por fase
N	Número de espiras
N_b	Número de espiras por bobina
N_{fase}	Número de espiras por fase
polos	Número de polos
q	Número de fases
r	Raio [m]

Índices:

g	Entreferro (<i>gap</i>)
ef	Efícaz

A transformação dq0

Neste apêndice, a teoria dos eixos direto e em quadratura (dq0), introduzida na Seção 5.6, é formalizada. A transformação matemática formal das grandezas trifásicas de estator em suas componentes de eixos direto e em quadratura é apresentada. Em seguida, essas transformações são usadas para expressar as equações que governam uma máquina síncrona em termos de grandezas dq0.

C.1 Transformação para variáveis de eixo direto e em quadratura

Na Seção 5.6, o conceito de decomposição das grandezas de armadura de uma máquina síncrona em duas componentes girantes, uma alinhada com o eixo do enrolamento de campo, a componente de eixo direto, e a outra em quadratura com o eixo do enrolamento de campo, a componente de eixo em quadratura, foi introduzido como um meio de facilitar a análise das máquinas de polos salientes. A utilidade desse conceito origina-se no fato de que, embora cada uma das fases de estator veja uma indutância variável no tempo devido às saliências do rotor, as grandezas transformadas giram com o rotor e vêm, portanto, caminhos magnéticos constantes. Embora não discutido aqui, efeitos adicionais em razão das saliências estão presentes em condições transitórias, devido aos caminhos condutores diferentes no rotor. Assim, o conceito dessa transformação torna-se ainda mais útil.

De modo semelhante, essa transformação é útil do ponto de vista da análise da interação das ondas de fluxo e FMM de rotor e estator, independentemente de se há ou não efeitos causados pelas saliências presentes. Quando as grandezas de estator são transformadas em grandezas equivalentes que giram em sincronismo com o rotor, essas interações em regime permanente tornam-se as que existem entre as ondas constantes de FMM e de fluxo, distanciadas de um ângulo espacial constante. Na verdade, esse é o ponto de vista que corresponde ao de um observador postado no sistema de referência do rotor.

A ideia que está por trás é antiga, originando-se no trabalho de André Blondel na França. A técnica é referida algumas vezes como o *método das duas reações de Blondel*. Muito do desenvolvimento, como está sendo usado, aqui foi realizado por R. E. Doherty, C. A. Nickle, R. H. Park e seus associados nos Estados Unidos. A transformação em si, conhecida como *transformação dq0*, pode ser representada de forma

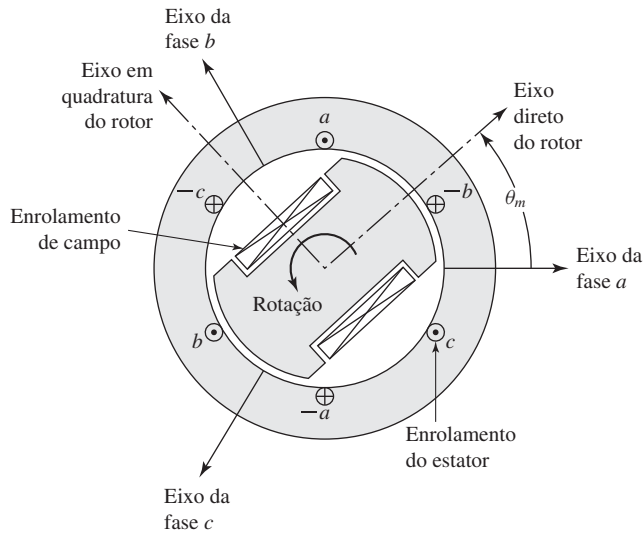


Figura C.1 Máquina síncrona ideal.

imediate em termos do ângulo elétrico θ_{me} (igual a polos/2 vezes o ângulo espacial θ_m) entre o eixo direto do rotor e o eixo da fase a do estator, como está definido pela Eq. 4.1 e mostrado na Figura C.1.

Se S representar uma grandeza de estator que deve ser transformada (corrente, tensão ou fluxo), então poderemos escrever a transformação em forma matricial como

$$\begin{bmatrix} S_d \\ S_q \\ S_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{me}) & \cos(\theta_{me} - 120^\circ) & \cos(\theta_{me} + 120^\circ) \\ -\text{sen}(\theta_{me}) & -\text{sen}(\theta_{me} - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_{me} + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

e a transformação inversa como

$$\begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{me}) & -\text{sen}(\theta_{me}) & 1 \\ \cos(\theta_{me} - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_{me} - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta_{me} + 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_{me} + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_d \\ S_q \\ S_0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Aqui, a letra S refere-se à grandeza que deve ser transformada e os índices d e q representam os eixos direto e em quadratura, respectivamente. Uma terceira componente, a *componente de sequência zero*, indicada pelo índice 0, também está incluída. Essa componente é necessária para que se obtenha uma transformação unívoca das três grandezas de fase do estator. Ela corresponde às componentes da corrente de armadura que produzem fluxo líquido nulo de entreferro e, portanto, nenhum fluxo líquido que concatene os circuitos do rotor. Como podemos ver na Eq. C.1, em condições trifásicas equilibradas não há componentes de sequência zero. Neste livro, apenas condições trifásicas equilibradas são consideradas e, portanto, componentes de sequência zero não são discutidas em nenhum nível de detalhe.

Observe que a transformação dq0 aplica-se aos valores instantâneos das grandezas a serem transformadas, não aos valores eficazes. Assim, quando as transfor-

mações formais instantâneas forem aplicadas, como as apresentadas aqui, deve-se ter cuidado e evitar o uso de valores eficazes como se faz frequentemente em análises fasoriais, tais como as do Capítulo 5.

Exemplo C.1

Uma máquina síncrona de dois polos está conduzindo correntes trifásicas equilibradas de armadura dadas por

$$i_a = \sqrt{2}I_a \cos \omega t \quad i_b = \sqrt{2}I_a \cos (\omega t - 120^\circ) \quad i_c = \sqrt{2}I_a \cos (\omega t + 120^\circ)$$

O rotor está girando na velocidade síncrona ω e o eixo direto do rotor está alinhado com o eixo da fase a do estator, no tempo $t = 0$. Encontre as componentes de eixo direto e em quadratura da corrente.

Solução

O ângulo entre o eixo direto do rotor e o eixo da fase a do estator pode ser expresso como

$$\theta_{me} = \omega t$$

Da Eq. C.1,

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} [i_a \cos \omega t + i_b \cos (\omega t - 120^\circ) + i_c \cos (\omega t + 120^\circ)] \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{2} I_a [\cos^2 \omega t + \cos^2 (\omega t - 120^\circ) + \cos^2 (\omega t + 120^\circ)] \end{aligned}$$

Usando a identidade trigonométrica $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$, obtém-se

$$i_d = \sqrt{2} I_a$$

De modo semelhante,

$$\begin{aligned} i_q &= -\frac{2}{3} [i_a \sin \omega t + i_b \sin (\omega t - 120^\circ) + i_c \sin (\omega t + 120^\circ)] \\ &= -\frac{2}{3} \sqrt{2} I_a [\cos \omega t \sin \omega t + \cos (\omega t - 120^\circ) \sin (\omega t - 120^\circ) \\ &\quad + \cos (\omega t + 120^\circ) \sin (\omega t + 120^\circ)] \end{aligned}$$

e usando a identidade trigonométrica $\cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$, obtém-se

$$i_q = 0$$

Esse resultado corresponde diretamente à nossa imagem física da transformação dq0. A partir da discussão da Seção 4.5, verificamos que as correntes trifásicas equilibradas aplicadas a essa máquina produzem uma onda de FMM que gira sincronicamente e que produz fluxo ao longo do eixo da fase a do estator no tempo $t = 0$. Essa onda de fluxo está, portanto, alinhada com o eixo direto do estator em $t = 0$ e assim permanece já que o rotor está girando na mesma velocidade. Consequentemente, a corrente de estator produz apenas fluxo de eixo direto e assim consiste apenas em uma componente de eixo direto.

C.2 Relações básicas das máquinas síncronas em variáveis dq0

As Eqs. 5.2 a 5.5 fornecem as relações entre fluxo concatenado e corrente para uma máquina síncrona que consiste em um enrolamento de campo e um enrolamento trifásico de estator. Essa máquina simples é suficiente para demonstrar as características básicas da representação das máquinas em variáveis dq0. Os efeitos dos circuitos adicionais de rotor, como enrolamentos de amortecimento, podem ser introduzidos de modo imediato.

As relações entre o fluxo concatenado e a corrente, em termos de variáveis de fase (Eqs. 5.2 a 5.5), são repetidas aqui por conveniência

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{aa} & \mathcal{L}_{ab} & \mathcal{L}_{ac} & \mathcal{L}_{af} \\ \mathcal{L}_{ba} & \mathcal{L}_{bb} & \mathcal{L}_{bc} & \mathcal{L}_{bf} \\ \mathcal{L}_{ca} & \mathcal{L}_{cb} & \mathcal{L}_{cc} & \mathcal{L}_{cf} \\ \mathcal{L}_{fa} & \mathcal{L}_{fb} & \mathcal{L}_{fc} & \mathcal{L}_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

Diferentemente da análise da Seção 5.2, esta análise incluirá os efeitos das saliências que fazem com que as indutâncias própria e mútua de estator variem com a posição do rotor.

Para os propósitos desta análise, admite-se que a máquina síncrona ideal da Figura C.1 satisfaz duas condições: (1) a permeância de entreferro tem uma componente constante e uma de menor valor que varia cossenoidalmente com o ângulo de rotor medido (em unidades elétricas) desde o eixo direto e (2) os efeitos das harmônicas espaciais no fluxo de entreferro podem ser ignorados. Embora essas aproximações possam parecer um tanto restritivas, elas formam a base da análise dq0 clássica de máquinas dando excelentes resultados em uma ampla variedade de aplicações. Essencialmente, elas significam desprezar efeitos que resultem em harmônicas de tempo das tensões e correntes de estator e, portanto, são consistentes com as nossas suposições anteriores de ignorar as harmônicas produzidas por enrolamentos discretos.

As várias indutâncias de máquina podem então ser escritas em termos do ângulo elétrico θ_{me} do rotor (entre o eixo direto do rotor e o eixo da fase a do estator) usando a notação da Seção 5.2, como segue. Para as indutâncias próprias do estator,

$$\mathcal{L}_{aa} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos 2\theta_{me} \quad (\text{C.4})$$

$$\mathcal{L}_{bb} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos (2\theta_{me} + 120^\circ) \quad (\text{C.5})$$

$$\mathcal{L}_{cc} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos (2\theta_{me} - 120^\circ) \quad (\text{C.6})$$

onde L_{al} é a indutância de dispersão do enrolamento, L_{aa0} é a indutância que corresponde à componente constante da permeância de entreferro e L_{g2} é o valor da indutância que corresponde à componente da permeância de entreferro que varia com o ângulo do rotor.

Para as indutâncias mútuas entre estator e estator,

$$\mathcal{L}_{ab} = \mathcal{L}_{ba} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos (2\theta_{me} - 120^\circ) \quad (\text{C.7})$$

$$\mathcal{L}_{bc} = \mathcal{L}_{cb} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos 2\theta_{me} \quad (\text{C.8})$$

$$\mathcal{L}_{ac} = \mathcal{L}_{ca} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_{me} + 120^\circ) \quad (\text{C.9})$$

Para a indutância própria do enrolamento de campo,

$$\mathcal{L}_{ff} = L_{ff} \quad (\text{C.10})$$

e, para as indutâncias mútuas entre estator e rotor,

$$\mathcal{L}_{af} = \mathcal{L}_{fa} = L_{af} \cos \theta_{me} \quad (\text{C.11})$$

$$\mathcal{L}_{bf} = \mathcal{L}_{fb} = L_{af} \cos(\theta_{me} - 120^\circ) \quad (\text{C.12})$$

$$\mathcal{L}_{cf} = \mathcal{L}_{fc} = L_{af} \cos(\theta_{me} + 120^\circ) \quad (\text{C.13})$$

Uma comparação com a Seção 5.2 mostra que os efeitos das saliências aparecem apenas nos termos de indutância própria e mútua do estator na forma de um termo de indutância que varia em função de $2\theta_{me}$. Essa variação de duplo ângulo pode ser entendida com base na Figura C.1, onde é possível ver que uma rotação de 180° do rotor reproduz a geometria original do circuito magnético. Observe que a indutância própria de cada fase de estator é máxima quando o eixo direto do rotor está alinhado com o eixo daquela fase e que a indutância mútua entre fases é máxima quando o eixo direto do rotor está alinhado a meio caminho entre duas fases. Esse é o resultado esperado porque o eixo direto do rotor é o caminho de relutância mínima (permeância máxima) do fluxo de entreferro.

As expressões de fluxo concatenado da Eq. C.3 tornam-se muito mais simples quando são expressas em termos de variáveis dq0. Isso pode ser feito aplicando a transformação da Eq. C.1 a ambas as correntes e os fluxos concatenados da Eq. C.3. As manipulações são um tanto laboriosas e são omitidas aqui por serem simplesmente algébricas. Os resultados são

$$\lambda_d = L_d i_d + L_{af} i_f \quad (\text{C.14})$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (\text{C.15})$$

$$\lambda_f = \frac{3}{2} L_{af} i_d + L_{ff} i_f \quad (\text{C.16})$$

$$\lambda_0 = L_0 i_0 \quad (\text{C.17})$$

Nessas equações, aparecem novos termos de indutância:

$$L_d = L_{al} + \frac{3}{2}(L_{aa0} + L_{g2}) \quad (\text{C.18})$$

$$L_q = L_{al} + \frac{3}{2}(L_{aa0} - L_{g2}) \quad (\text{C.19})$$

$$L_0 = L_{al} \quad (\text{C.20})$$

As grandezas L_d e L_q são, respectivamente, as *indutâncias síncronas de eixo direto e de eixo em quadratura*, correspondendo diretamente às reatâncias síncronas de eixo direto e em quadratura discutidas na Seção 5.6 (isto é, $X_d = \omega_e L_d$ e $X_q = \omega_e L_q$). A indutância L_0 é a *indutância de sequência zero*. Observe que as relações

transformadas entre correntes e fluxos concatenados, expressas pelas Eqs. C.14 a C.17, deixaram de conter indutâncias que dependiam da posição do rotor. Essa característica é a responsável pela utilidade da transformação dq0.

A transformação das equações de tensão

$$v_a = R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \quad (C.21)$$

$$v_b = R_a i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (C.22)$$

$$v_c = R_a i_c + \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (C.23)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (C.24)$$

resulta em

$$v_d = R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_{me} \lambda_q \quad (C.25)$$

$$v_q = R_a i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_{me} \lambda_d \quad (C.26)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (C.27)$$

$$v_0 = R_a i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt} \quad (C.28)$$

(novamente, os detalhes algébricos foram omitidos), em que $\omega_{me} = d\theta_{me}/dt$ é a velocidade angular elétrica do rotor.

Nas Eqs. C.25 e C.26, os termos $\omega_{me} \lambda_q$ e $\omega_{me} \lambda_d$ são termos de tensão de velocidade que surgem como resultado de optarmos por definir nossas variáveis em um sistema girante com velocidade angular elétrica ω_{me} . Esses termos de tensão de velocidade são análogos diretos dos termos de tensão de velocidade encontrados na análise de máquinas CC do Capítulo 9. Em uma máquina CC, o sistema de comutador e escovas executa a transformação que converte as tensões de armadura (rotor) para o sistema de referência do enrolamento de campo (estator).

Agora, temos as relações básicas para a análise de nossa máquina síncrona simples. Elas consistem nas Eqs. C.14 a C.17, envolvendo fluxos concatenados e correntes, as Eqs. C.25 a C.28 de tensão e as Eqs. C.1 e C.2 de transformação. Quando a velocidade angular elétrica do rotor ω_{me} é constante, as equações diferenciais são lineares com coeficientes constantes. Além disso, os termos de transformador $d\lambda_d/dt$ e $d\lambda_q/dt$ nas Eqs. C.25 e C.26 frequentemente são desprezíveis quando comparados com os termos de tensão de velocidade $\omega_{me} \lambda_q$ e $\omega_{me} \lambda_d$, propiciando simplificação adicional. A omissão desses termos corresponde a desprezar as harmônicas e a componente CC na solução transitória das tensões e correntes do estator. De qualquer

forma, as equações transformadas são em geral muito mais fáceis de resolver, tanto analiticamente como por simulação em computador, do que as equações expressas diretamente em termos de variáveis de fase.

Ao usar essas equações e as respectivas equações encontradas na literatura sobre máquinas elétricas, deve-se prestar uma cuidadosa atenção à convenção de sinais e às unidades empregadas. Aqui, escolhemos a referência do tipo motor como convenção para as correntes de armadura, ou seja, correntes positivas entram nos terminais da máquina. Também foram usadas aqui as unidades SI (volts, ampères, ohms, henrys, etc.). Na literatura, normalmente, usa-se um entre diversos sistemas por unidade para conseguir simplificações numéricas.¹

Para que o conjunto de equações úteis fique completo, são necessárias expressões para a potência e o conjugado. A potência instantânea que entra no estator trifásico é

$$p_s = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (\text{C.29})$$

As grandezas de fase da Eq. C.29 poderão ser eliminadas se usarmos a Eq. C.2 escrita em termos de tensões e correntes. O resultado é

$$p_s = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q + 2v_0 i_0) \quad (\text{C.30})$$

Usando as técnicas do Capítulo 3, podemos obter facilmente o conjugado eletromagnético T_{mec} como sendo igual à potência de saída que corresponde às tensões de velocidade divididas pela velocidade no eixo (em radianos mecânicos por segundo). Da Eq. C.30, com os termos de tensão de velocidade das Eqs. C.25 e C.26 e usando ω_{me} como velocidade do rotor, em radianos elétricos por segundo, obtemos

$$T_{\text{mec}} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (\text{C.31})$$

Uma palavra a respeito de convenção de sinais. Quando, como no caso do desenvolvimento deste apêndice, escolhe-se a convenção do tipo motor para ser usada como referência de corrente (isto é, o sentido positivo de referência de corrente é para dentro da máquina), o conjugado da Eq. C.31 será um conjugado que atua acelerando o rotor. Por outro lado, se for escolhida a convenção do tipo gerador como referência, então o conjugado da Eq. C.31 será um conjugado que atua desacelerando o rotor. Esse resultado representa, em geral, conformidade com a produção de conjugado a partir de campos magnéticos que interagem de acordo com o que está expresso na Eq. 4.83. Na Eq. C.31, vemos a sobreposição da interação das componentes: o fluxo magnético de eixo direto produz conjugado por meio de sua interação com a FMM do eixo em quadratura e o fluxo magnético de eixo em quadratura produz conjugado por meio de sua interação com a FMM de eixo direto. Observe que, para ambas as interações, o fluxo e as FMMs que interagem estão distanciados de 90 graus elétricos. Portanto, o seno do ângulo de interação (veja Eq. 4.83) é unitário, o que por sua vez leva à forma simples da Eq. C.31.

Como uma nota preventiva final, o leitor é novamente lembrado de que as correntes, fluxos e tensões nas Eqs. C.29 a C.31 são valores instantâneos. Assim, o leitor

¹ Veja A. W. Rankin, "Per-Unit Impedances of Synchronous Machines," *Trans. AIEE* 64:569-573, 839-841 (1945).

deve evitar o uso de valores eficazes nessas e em outras equações de transformação encontradas neste apêndice.

C.3 Relações básicas das máquinas de indução em variáveis dq0

No desenvolvimento seguinte, assumiremos que a máquina de indução contém enrolamentos trifásicos tanto no rotor como no estator e que não há efeitos devido a saliências. Nesse caso, as relações entre fluxos concatenados e correntes podem ser escritas como

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_{aR} \\ \lambda_{bR} \\ \lambda_{cR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{aa} & \mathcal{L}_{ab} & \mathcal{L}_{ac} & \mathcal{L}_{aaR} & \mathcal{L}_{abR} & \mathcal{L}_{acR} \\ \mathcal{L}_{ba} & \mathcal{L}_{bb} & \mathcal{L}_{bc} & \mathcal{L}_{baR} & \mathcal{L}_{bbR} & \mathcal{L}_{bcR} \\ \mathcal{L}_{ca} & \mathcal{L}_{cb} & \mathcal{L}_{cc} & \mathcal{L}_{caR} & \mathcal{L}_{cbR} & \mathcal{L}_{ccR} \\ \mathcal{L}_{Aa} & \mathcal{L}_{aRb} & \mathcal{L}_{aRc} & \mathcal{L}_{aRaR} & \mathcal{L}_{aRbR} & \mathcal{L}_{aRC} \\ \mathcal{L}_{bRa} & \mathcal{L}_{bRb} & \mathcal{L}_{bRc} & \mathcal{L}_{bRaR} & \mathcal{L}_{bRbR} & \mathcal{L}_{bRC} \\ \mathcal{L}_{cRa} & \mathcal{L}_{cRb} & \mathcal{L}_{cRc} & \mathcal{L}_{cRaR} & \mathcal{L}_{cRbR} & \mathcal{L}_{cRC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_{aR} \\ i_{bR} \\ i_{cR} \end{bmatrix} \quad (\text{C.32})$$

em que os índices a, b e c referem-se a grandezas de estator ao passo que os índices aR, bR e cR referem-se a grandezas de rotor.

As várias indutâncias de máquina podem então ser escritas em termos do ângulo elétrico θ_{me} de rotor (definido nesse caso entre os eixos da fase aR do rotor e o eixo da fase a do estator), como segue. Para as indutâncias próprias de estator,

$$\mathcal{L}_{aa} = \mathcal{L}_{bb} = \mathcal{L}_{cc} = L_{aa0} + L_{al} \quad (\text{C.33})$$

em que L_{aa0} é a componente de entreferro da indutância própria do estator e L_{al} é a componente de dispersão (*leakage*).

Para as indutâncias próprias de rotor,

$$\mathcal{L}_{aRaR} = \mathcal{L}_{bRbR} = \mathcal{L}_{cRcR} = L_{aRaR0} + L_{aRl} \quad (\text{C.34})$$

onde L_{aRaR0} é a componente de entreferro da indutância própria do rotor e L_{aRl} é a componente de dispersão.

Para as indutâncias mútuas entre estator e estator,

$$\mathcal{L}_{ab} = \mathcal{L}_{ba} = \mathcal{L}_{ac} = \mathcal{L}_{ca} = \mathcal{L}_{bc} = \mathcal{L}_{cb} = -\frac{1}{2}L_{aa0} \quad (\text{C.35})$$

Para as indutâncias mútuas entre rotor e rotor,

$$\mathcal{L}_{aRbR} = \mathcal{L}_{bRaR} = \mathcal{L}_{aRcR} = \mathcal{L}_{cRaR} = \mathcal{L}_{bRcR} = \mathcal{L}_{cRbR} = -\frac{1}{2}L_{aRaR0} \quad (\text{C.36})$$

e, para as indutâncias mútuas entre estator e rotor,

$$\mathcal{L}_{aaR} = \mathcal{L}_{aRa} = \mathcal{L}_{bbR} = \mathcal{L}_{bRb} = \mathcal{L}_{ccR} = \mathcal{L}_{cRc} = L_{aaR} \cos \theta_{me} \quad (\text{C.37})$$

$$\mathcal{L}_{LbaR} = \mathcal{L}_{aRb} = \mathcal{L}_{cbR} = \mathcal{L}_{bRc} = \mathcal{L}_{acR} = \mathcal{L}_{cRa} = L_{aaR} \cos (\theta_{me} - 120^\circ) \quad (\text{C.38})$$

$$\mathcal{L}_{caR} = \mathcal{L}_{aRc} = \mathcal{L}_{abR} = \mathcal{L}_{bRa} = \mathcal{L}_{bcR} = \mathcal{L}_{cRb} = L_{aaR} \cos (\theta_{me} + 120^\circ) \quad (\text{C.39})$$

A respectivas equações de tensão tornam-se

$$v_a = R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \quad (\text{C.40})$$

$$v_b = R_a i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (\text{C.41})$$

$$v_c = R_a i_c + \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (\text{C.42})$$

$$v_{aR} = 0 = R_{aR} i_{aR} + \frac{d\lambda_{aR}}{dt} \quad (\text{C.43})$$

$$v_{bR} = 0 = R_{aR} i_{bR} + \frac{d\lambda_{bR}}{dt} \quad (\text{C.44})$$

$$v_{cR} = 0 = R_{aR} i_{cR} + \frac{d\lambda_{cR}}{dt} \quad (\text{C.45})$$

onde as tensões v_{aR} , v_{bR} e v_{cR} anulam-se porque os enrolamentos do rotor estão em curto-circuito em seus terminais.

No caso de uma máquina síncrona, em que a onda de fluxo do estator e o rotor giram em sincronismo (pelo menos em regime permanente), a escolha do sistema de referência para a transformação dq0 é relativamente óbvia. Especificamente, a transformação mais útil tem o sistema de referência fixo no rotor.

No caso de um motor de indução, a escolha não é tão óbvia. Por exemplo, pode-se escolher um sistema de referência fixo no rotor e aplicar diretamente as transformações das Eqs. C.1 e C.2. Se isso for feito, como o rotor de um motor de indução não gira na velocidade síncrona, os fluxos concatenados vistos no sistema de referência do rotor não serão constantes e, conseqüentemente, as derivadas de tempo nas equações transformadas de tensão não serão iguais a zero. Como conseqüência, será constatado que os fluxos concatenados, as correntes e as tensões dos eixos direto e em quadratura estarão variando no tempo. Isso torna a transformação de pouco valor prático.

Um opção alternativa é escolher um sistema de referência que está girando na velocidade angular síncrona. Nesse caso, as grandezas do estator e do rotor devem ser transformadas. No caso das grandezas do estator, o ângulo de rotor θ_{me} nas Eqs. C.1 e C.2 é substituído por θ_S em que

$$\theta_S = \omega_e t + \theta_0 \quad (\text{C.46})$$

é o ângulo entre o eixo da fase a e o eixo do sistema de referência dq0, girando sin-cronicamente, e θ_0 .

As equações de transformação para as grandezas de estator tornam-se então

$$\begin{bmatrix} S_d \\ S_q \\ S_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_S) & \cos(\theta_S - 120^\circ) & \cos(\theta_S + 120^\circ) \\ -\text{sen}(\theta_S) & -\text{sen}(\theta_S - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_S + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (\text{C.47})$$

e a transformação inversa é

$$\begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_S) & -\text{sen}(\theta_S) & 1 \\ \cos(\theta_S - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_S - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta_S + 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_S + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_d \\ S_q \\ S_0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.48})$$

De modo semelhante, no caso do rotor, θ_S é substituído por θ_R , em que

$$\theta_R = (\omega_e - \omega_{me})t + \theta_0 \quad (\text{C.49})$$

é o ângulo entre o eixo da fase aR do rotor e o do sistema de referência dq0, girando sincronicamente. O termo $(\omega_e - \omega_{me})$ é a velocidade angular elétrica do sistema de referência, girando sincronicamente, tal como é visto do rotor.

As equações de transformação para as grandezas de rotor tornam-se, então,

$$\begin{bmatrix} S_{dR} \\ S_{qR} \\ S_{0R} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_R) & \cos(\theta_R - 120^\circ) & \cos(\theta_R + 120^\circ) \\ -\text{sen}(\theta_R) & -\text{sen}(\theta_R - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_R + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{aR} \\ S_{bR} \\ S_{cR} \end{bmatrix} \quad (\text{C.50})$$

e a transformação inversa será

$$\begin{bmatrix} S_{aR} \\ S_{bR} \\ S_{cR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_R) & -\text{sen}(\theta_R) & 1 \\ \cos(\theta_R - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_R - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta_R + 120^\circ) & -\text{sen}(\theta_R + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{dR} \\ S_{qR} \\ S_{0R} \end{bmatrix} \quad (\text{C.51})$$

Usando esse conjunto de transformações para as grandezas de rotor e estator, as relações transformadas entre fluxos concatenados e correntes tornam-se

$$\lambda_d = L_S i_d + L_m i_{dR} \quad (\text{C.52})$$

$$\lambda_q = L_S i_q + L_m i_{qR} \quad (\text{C.53})$$

$$\lambda_0 = L_0 i_0 \quad (\text{C.54})$$

para o estator e

$$\lambda_{dR} = L_m i_d + L_R i_{dR} \quad (\text{C.55})$$

$$\lambda_{qR} = L_m i_q + L_R i_{qR} \quad (\text{C.56})$$

$$\lambda_{0R} = L_{0R} i_{0R} \quad (\text{C.57})$$

para o rotor.

Aqui, definimos um novo conjunto de indutâncias

$$L_S = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{al} \quad (\text{C.58})$$

$$L_m = \frac{3}{2} L_{aaR0} \quad (\text{C.59})$$

$$L_0 = L_{al} \quad (\text{C.60})$$

$$L_R = \frac{3}{2} L_{aRaR0} + L_{aRl} \quad (\text{C.61})$$

$$L_{0R} = L_{aR1} \quad (\text{C.62})$$

As equações transformadas de tensões de estator são

$$v_d = R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_e \lambda_q \quad (\text{C.63})$$

$$v_q = R_a i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_e \lambda_d \quad (\text{C.64})$$

$$v_0 = R_a i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt} \quad (\text{C.65})$$

e as de rotor são

$$0 = R_{aR} i_{dR} + \frac{d\lambda_{dR}}{dt} - (\omega_e - \omega_{me}) \lambda_{qR} \quad (\text{C.66})$$

$$0 = R_{aR} i_{qR} + \frac{d\lambda_{qR}}{dt} + (\omega_e - \omega_{me}) \lambda_{dR} \quad (\text{C.67})$$

$$0 = R_{aR} i_{0R} + \frac{d\lambda_{0R}}{dt} \quad (\text{C.68})$$

Finalmente, usando as técnicas do Capítulo 3, o conjugado pode ser expresso de diversas formas equivalentes incluindo

$$T_{mec} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (\text{C.69})$$

e

$$T_{mec} = \frac{3}{2} \left(\frac{\text{polos}}{2} \right) \left(\frac{L_m}{L_R} \right) (\lambda_{dR} i_q - \lambda_{qR} i_d) \quad (\text{C.70})$$

C.4 Variáveis do Apêndice C

λ	Fluxo concatenado [Wb]
θ	Ângulo de fase [rad]
θ_{me}	Ângulo do rotor em unidades elétricas [rad]
θ_R, θ_S	Ângulo para o sistema de referência girante síncrono [rad]
ω, ω_e	Frequência elétrica, velocidade do rotor [rad/s]
ω_{me}	Velocidade angular do rotor em unidades elétricas [rad/s]
i, I	Corrente [A]
L, \mathcal{L}	Indutância [H]
L_{aa0}	Componente de indutância correspondente à componente constante da permeância de entreferro [H]
L_{a1}	Indutância de dispersão [H]
L_{g2}	Componente de indutância correspondente à componente de entreferro da permeância que varia com o ângulo do rotor [H]
p	Potência [W]

polos	Número de polos
R	Resistência [Ω]
S	Grandeza relativa ao estator
t	Tempo
T	Conjugado [N.m]
v	Tensão [V]

Índices:

0	Sequência zero
a, b, c	Designação das fases
d	Eixo direto
f	Enrolamento de campo (<i>field</i>)
mec	Mecânico, a
q	Eixo em quadratura
R	Rotor

APÊNDICE **D**

Aspectos de engenharia sobre o desempenho e a operação prática de máquinas elétricas

Neste livro, foram discutidas as características básicas essenciais das máquinas elétricas. Esse material forma a base da compreensão do comportamento das máquinas elétricas de todos os tipos. Neste apêndice, o nosso objetivo é introduzir questões de ordem prática relacionadas com a engenharia de implementação dos conceitos que foram desenvolvidos sobre máquinas. Tópicos comuns a todos os tipos de máquinas elétricas como perdas, refrigeração e características nominais são discutidos.

D.1 Perdas

A análise das perdas nas máquinas é importante por três razões: (1) As perdas determinam o rendimento da máquina e influenciam consideravelmente o custo de seu funcionamento; (2) as perdas aquecem a máquina e a elevação de temperatura correspondente determina a potência máxima de saída que pode ser obtida sem deterioração indevida do isolamento; e (3) em uma representação da máquina, devemos incluir de forma adequada as quedas de tensão e as correntes associadas às perdas. O rendimento da máquina, como o de transformadores ou de qualquer outro dispositivo conversor de energia, é dado por

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{saída}}{\text{entrada}} \quad (\text{D.1})$$

que pode ser expresso como

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{entrada} - \text{perdas}}{\text{entrada}} = 1 - \frac{\text{perdas}}{\text{entrada}} \quad (\text{D.2})$$

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{saída}}{\text{saída} + \text{perdas}} \quad (\text{D.3})$$

Em geral, as máquinas rotativas funcionam eficientemente exceto com cargas leves. Por exemplo, em motores na ordem de 1 a 10 kW, o rendimento de plena carga de motores médios varia de 80% a 90%, passando por 90% a 95% em motores de até poucas centenas de kW e chegando a alguns por cento a mais em motores maiores.

As formas expressas pelas Equações D.2 e D.3 em geral são usadas em máquinas elétricas, já que seu rendimento é determinado muitas vezes por medições das perdas ao invés de medir diretamente a entrada e a saída sob carga. Os rendimentos determinados a partir das medições de perdas podem ser usados para comparar máquinas semelhantes, quando exatamente os mesmos métodos de medição e de cálculo são usados em cada caso. Por essa razão, as diversas perdas e as condições de sua medição são definidas com rigor pelo American National Standards Institute (ANSI), o Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) e a National Electrical Manufacturers Association (NEMA).* As discussões a seguir resumem alguns dos diversos mecanismos de perdas que são normalmente considerados.

Perdas ôhmicas As *perdas ôhmicas* ou I^2R são encontradas em todos os enrolamentos de uma máquina. Por convenção, essas perdas são calculadas frequentemente com base nas resistências CC do enrolamento a 75° C, embora o cálculo possa ser melhorado medindo a temperatura do enrolamento em cada ponto específico de operação. Além disso, a componente CA das perdas I^2R do enrolamento, que determina a resistência efetiva (CA) do enrolamento, depende da frequência de operação e das condições de fluxo da máquina. O incremento nas perdas, representado pela diferença entre a resistência CC e a efetiva, está incluído nas perdas suplementares de carga, discutidas abaixo. Nos enrolamentos de campo de máquinas CC e síncronas, apenas as perdas no enrolamento de campo são descontadas do rendimento da máquina; as perdas nas fontes externas que alimentam a excitação são descontadas da planta da qual a máquina faz parte. Intimamente associadas às perdas I^2R estão as *perdas nos contatos das escovas* dos anéis deslizantes e comutadores. Por convenção, em geral, essas perdas são desprezadas em máquinas síncronas e de indução. Nas máquinas CC de tipo industrial, a queda de tensão nas escovas é vista como constante tendo um total de 2 V quando são usadas escovas de carvão e grafite com seus cabos flexíveis de ligação.

Perdas mecânicas As *perdas mecânicas* consistem em atrito nas escovas e mancais, em ventilação e na potência necessária para fazer o ar circular por dentro da máquina e pelo sistema de ventilação. Se este último estiver presente, poderá ser com ventiladores próprios ou externos (exceto pela potência necessária para forçar o ar para dentro da máquina através de condutos externos longos ou estreitos). As perdas por atrito e ventilação podem ser medidas determinando a entrada de potência da máquina quando ela está funcionando na velocidade apropriada mas sem carga nem excitação. Frequentemente, elas são combinadas com as perdas no núcleo e são determinadas ao mesmo tempo.

Perdas no ferro em circuito aberto ou a vazio As *perdas no ferro em circuito aberto ou a vazio* consistem nas perdas por histerese e por correntes parasitas que surgem da alteração de densidades de fluxo no ferro da máquina quando apenas o enrolamento principal de excitação está energizado. Nas máquinas CC e síncronas, essas perdas estão confinadas principalmente ao ferro da armadura, embora as variações de fluxo que se originam nas aberturas das ranhuras também causem perdas no ferro do núcleo, em especial nas sapatas polares ou nas superfícies do ferro do campo. Nas máquinas de indução, as perdas estão confinadas em sua maior parte ao ferro do estator. As perdas no

* N. de T.: No Brasil, essas definições são estabelecidas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

núcleo em circuito aberto podem ser obtidas medindo a potência de entrada da máquina, quando ela está operando a vazio na velocidade ou frequência nominais e nas condições apropriadas de fluxo ou tensão, e subtraindo então as perdas por atrito e ventilação e, se durante o ensaio a máquina estiver se impulsionando, também as perdas I^2R de armadura a vazio (perdas I^2R a vazio de estator para um motor de indução). Em geral, dados são obtidos para uma curva de perdas no núcleo em função da tensão de armadura na vizinhança da tensão nominal. As perdas no núcleo sob carga são então consideradas como o valor em uma tensão igual à tensão nominal, corrigida para levar em conta a queda na resistência de armadura sob carga (uma correção fasorial, no caso de uma máquina CA). Entretanto, nos motores de indução, essa correção é dispensada usando-se as perdas no núcleo para a tensão nominal. Para determinar apenas o rendimento, não há necessidade de separar as perdas no núcleo em circuito aberto das perdas por atrito e ventilação; a soma dessas duas é denominada *perdas rotacionais a vazio*.

As *perdas por correntes parasitas* (P_p) variam com o quadrado da densidade de fluxo, a frequência e a espessura das chapas. Em condições normais de operação, pode ser expressa com aproximação suficiente por

$$P_p = K_p(B_{\max} f \delta)^2 \quad (D.4)$$

em que

δ = espessura das chapas

B_{\max} = densidade de fluxo máxima

f = frequência

K_p = constante de proporcionalidade

O valor de K_p depende das unidades usadas, do volume de ferro e da resistividade do ferro.

A variação nas *perdas por histerese* (P_h) pode ser expressa em forma de equação apenas com base empírica. Uma relação normalmente usada é

$$P_h = K_h f B_{\max}^n \quad (D.5)$$

em que K_h é uma constante de proporcionalidade que depende das características e do volume do ferro e das unidades usadas. O expoente n varia de 1,5 a 2,5, sendo que um valor de 2,0 é usado muitas vezes quando a finalidade é fazer estimativas nas máquinas. Nas Equações D.4 e D.5, a frequência pode ser substituída pela velocidade e a densidade de fluxo, pela tensão apropriada. As constantes de proporcionalidade também devem ser alteradas adequadamente.

Quando a máquina está carregada, a distribuição espacial da densidade de fluxo altera-se de forma significativa pela FMM das correntes de carga. As perdas reais no núcleo podem se elevar de forma notável. Por exemplo, nas proximidades das superfícies do entreferro, as harmônicas de FMM causam perdas consideráveis no ferro. O incremento total de perdas no núcleo é classificado como parte das perdas suplementares.

Perdas suplementares As *perdas suplementares* consistem em perdas que se originam na distribuição não uniforme de corrente no cobre e em perdas adicionais no núcleo, produzidas no ferro pela distorção do fluxo magnético devido à corrente de carga. São perdas difíceis de serem determinadas com exatidão. Por convenção, em máquinas CC, admite-se que elas representam 1,0% da saída. No caso de máquinas síncronas e de indução, elas podem ser obtidas por diversos ensaios padronizados.

D.2 Características nominais e aquecimento

A potência nominal de dispositivos elétricos, como máquinas e transformadores, é determinada normalmente por considerações de ordem mecânica e térmica. Por exemplo, a corrente máxima de enrolamento é determinada em geral pela máxima temperatura de funcionamento que o isolamento pode suportar sem sofrer danos ou diminuição excessiva da vida útil. De modo semelhante, a velocidade máxima de um motor ou gerador costuma ser determinada por considerações mecânicas relacionadas com a integridade estrutural do rotor ou o desempenho dos mancais. Portanto, a elevação de temperatura que resulta das perdas analisadas na Seção D.1 é um fator da maior importância na especificação da potência de uma máquina.

A temperatura de operação de uma máquina está intimamente associada à sua expectativa de vida, porque a deterioração do isolamento é uma função tanto do tempo como da temperatura. Essa deterioração é um fenômeno químico que envolve oxidação lenta e endurecimento quebradiço, levando à perda de durabilidade mecânica e de rigidez dielétrica. Em muitos casos, a taxa de deterioração é tal que a vida do isolamento pode ser representada por uma exponencial

$$\text{Vida} = Ae^{B/T} \quad (\text{D.6})$$

em que A e B são constantes e T é a temperatura absoluta de funcionamento. Assim, de acordo com a Eq. D.6, quando a vida é plotada na escala logarítmica em função do recíproco da temperatura absoluta em escala uniforme, deve resultar uma linha reta. Essas plotagens constituem guias valiosos para a avaliação térmica de materiais e sistemas de isolamento. Uma ideia muito aproximada da relação entre vida e temperatura pode ser obtida a partir da antiga regra, mais ou menos obsoleta, de que o tempo necessário para ocorrer falha em um isolamento orgânico reduz-se à metade a cada incremento de 8 a 10°C de temperatura.

A avaliação dos materiais isolantes e sistemas de isolamento (podendo incluir combinações de materiais e técnicas muito diferentes) é, em ampla extensão, baseada em ensaios de vida útil acelerada. Tanto a expectativa de vida normal como as condições de serviço irão variar muito entre classes diferentes de equipamento elétrico. A expectativa de vida, por exemplo, pode ser uma questão de minutos em algumas aplicações militares e de mísseis, pode ser de 500 a 1000 horas em certos equipamentos de aeronaves e eletrônicos, e pode variar de 10 até 30 anos ou mais em equipamentos industriais de grande porte. Os procedimentos de ensaio irão variar de acordo com o tipo de equipamento. Ensaios de envelhecimento acelerado feitos com modelos, denominados *motorettes*, são usados normalmente na avaliação do isolamento. Esses ensaios, entretanto, não podem ser aplicados facilmente a todos os equipamentos, em especial os sistemas de isolamento das máquinas de grande porte.

Em geral, os ensaios relativos à vida útil do isolamento tentam simular as condições de serviço. Incluem, muitas vezes, os seguintes elementos:

- Choque térmico resultante do aquecimento até a temperatura de ensaio.
- Aquecimento sustentado nessa temperatura.
- Choque térmico resultante do esfriamento até a temperatura ambiente ou abaixo.
- Esforços mecânicos e de vibração, como podem ser encontrados em funcionamento real.

- Exposição à umidade.
- Ensaio dielétrico para determinar as condições do isolamento.

Amostras em quantidade suficiente devem ser testadas para permitir que métodos estatísticos sejam aplicados à análise dos resultados. As relações entre a vida e a temperatura obtidas nesses ensaios permitem classificar o isolamento ou classe de isolamento dentro da classe apropriada de temperatura.

Para conhecer os limites máximos de temperatura dos sistemas isolantes usados comercialmente, devem-se consultar as normas mais recentes da ANSI, IEEE e NEMA.* As três classes de sistemas de isolamento da NEMA, de maior interesse para máquinas industriais, são as classes B, F e H. Os materiais isolantes da classe B incluem mica, fibra de vidro, asbesto e materiais similares acompanhados de substâncias aglutinantes adequadas. O isolamento de classe F também inclui mica, fibra de vidro e substâncias sintéticas similares às da classe B, mas o sistema deve ser capaz de suportar temperaturas mais elevadas. O isolamento de classe H, voltado para temperaturas ainda maiores, pode consistir em materiais como elastômeros de silicone e suas combinações incluindo mica, fibra de vidro, asbesto e assim por diante, com substâncias aglutinantes tais como resinas apropriadas de silicone. Experiência e ensaios, mostrando que o material ou sistema são capazes de operar na temperatura recomendada, constituem os critérios importantes de classificação.

Quando estiver estabelecida a classe de temperatura do isolamento, as elevações de temperatura observáveis, que são permitidas nas diversas partes de uma máquina do tipo industrial, poderão ser encontradas consultando as normas apropriadas. Distinções razoavelmente detalhadas são feitas em relação ao tipo de máquina, método de medição de temperatura, parte da máquina envolvida, se a máquina é aberta ou não, e tipo de resfriamento (com ar, ventilador, hidrogênio, etc.). Distinções também são feitas entre máquinas de aplicação geral e especial (definida). O termo *motor de aplicação geral* refere-se a um motor de potência padronizada “até 200 HP com características de operação e construção mecânica padronizadas para uso em condições usuais de serviço sem estar restrito a uma aplicação em particular ou tipo de aplicação.” Em contraste, um *motor de aplicação especial* é “projetado com características de operação ou de construção mecânica, ou ambas, próprias para uso em uma aplicação em particular.” Para a mesma classe de isolamento, a elevação permitida de temperatura é menor em um motor de aplicação geral do que em um motor de aplicação especial. Em grande parte, isso é feito para permitir um fator de segurança maior onde as condições de serviço são desconhecidas. Parcialmente compensando a menor elevação, entretanto, está o fato de que é permitido aos motores de aplicação geral um *fator de serviço* de 1,15 sob tensão nominal. O fator de serviço é um multiplicador que, aplicado à saída nominal, indica qual é a carga permitida que pode ser suportada continuamente nas condições especificadas para esse fator de serviço.

Exemplos de elevações de temperatura permitidas podem ser vistos na Tabela D.1. A tabela aplica-se aos motores de indução de potência acima de 1 HP e está baseada em temperaturas ambientes de 40°C e supõe que a medição do aumento de temperatura pode ser feita determinando-se o aumento do valor das resistências de enrolamento.

* N. de T.: No Brasil, deve-se consultar as normas apropriadas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Tabela D.1 Elevação permitida de temperatura, °C*

Tipo de motor	Classe B	Classe F	Classe H
Fator de serviço 1,15	90	115	
Fator de serviço 1,00, enrolamentos encapsulados	85	110	
Totalmente fechado, resfriamento com ventilador	80	105	125
Totalmente fechado, não ventilado	85	110	130

* Extraída das normas da NEMA.

A especificação mais comum de potência é a *potência nominal contínua* que define a saída (para geradores CC em quilowatts, para geradores CA em quilovolts-ampères e fator de potência especificado, e para motores em HPs ou quilowatts) que pode ser mantida indefinidamente sem exceder as limitações estabelecidas. Para os casos de operação intermitente, periódica ou de ciclo de trabalho variável, uma máquina pode receber uma especificação de potência de curta duração que define a carga possível de ser mantida por um tempo específico. Períodos padronizados para especificações de carga de curta duração são 5, 15, 30 e 60 minutos. Velocidades, tensões e frequências também são fornecidas com as especificações da máquina, e são dadas indicações relativas a possíveis variações de tensão e frequência. Por exemplo, os motores devem funcionar bem com tensões 10% acima e abaixo da tensão nominal e, no caso de motores CA, 5% abaixo e acima da frequência nominal. A variação combinada de tensão e frequência não pode exceder 10%. Outras condições de desempenho são estabelecidas de modo que sobrecargas razoáveis de curta duração possam ser suportadas. Assim, o usuário de um motor pode esperar que seja possível aplicar uma sobrecarga de curta duração de, digamos, 25%, com 90% da tensão normal, dentro de uma ampla margem de segurança.

O problema inverso ao da especificação das máquinas é o de escolher o tamanho da máquina para uma aplicação em particular. Esse problema é relativamente simples quando o requerimento de carga mantém-se basicamente constante. Em muitas aplicações de motores, entretanto, os requerimentos de carga variam de forma mais ou menos cíclica dentro de um amplo intervalo. O ciclo de trabalho de um típico motor de um guindaste ou elevador de carga fornece um bom exemplo. Do ponto de vista térmico, o aquecimento médio do motor deve ser obtido pelo estudo detalhado das perdas do motor durante as várias partes do ciclo. Deve-se levar em conta as mudanças de ventilação com a velocidade do motor em motores abertos e semifechados. Uma seleção criteriosa baseia-se em uma grande quantidade de dados experimentais e em uma considerável experiência com os motores envolvidos. Para estimar o tamanho necessário dos motores que operam com velocidades praticamente constantes, supõe-se algumas vezes que o aquecimento do isolamento varie segundo o quadrado da carga, uma suposição que, claro, superenfatiza o papel das perdas I^2R de armadura às custas das perdas no núcleo. A ordenada eficaz da curva de potência *versus* tempo que representa o ciclo de trabalho é obtida pela mesma técnica usada para encontrar o valor eficaz de correntes que variam periodicamente. Uma potência nominal para o motor é escolhida com base nesse resultado; isto é,

$$\text{kW eficazes} = \sqrt{\frac{\Sigma (\text{kW})^2 \times \text{tempo}}{\text{tempo em operação} + (\text{tempo em parada} / k)}} \quad (\text{D.7})$$

onde a constante k leva em conta que o resfriamento é mais pobre na parada e é igual a aproximadamente 4 em um motor aberto. O tempo de um ciclo completo deve ser curto quando comparado com o tempo necessário para o motor alcançar uma temperatura constante.

Embora grosseiro, o método dos quilowatts eficazes é usado com muita frequência. A necessidade de que o resultado seja arredondado para um tamanho de motor que esteja disponível comercialmente¹ dispensa a necessidade de cálculos precisos. Uma consideração especial deve ser dada aos motores que muitas vezes sofrem partida ou inversão de marcha, já que essas operações são tecnicamente equivalentes a sobrecargas pesadas. Atenção também deve ser dada a ciclos de trabalho que contêm conjugados tão elevados que motores com potências nominais contínuas, escolhidos em bases puramente térmicas, são incapazes de fornecer os conjugados requeridos. É a esse tipo de ciclo de trabalho que motores de aplicação especial, com especificações de curta duração, costumam ser aplicados. Os motores com especificações de potência de curta duração têm geralmente uma capacidade melhor para produzir conjugado do que os motores especificados para produzir continuamente a mesma saída de potência, embora, naturalmente, a sua capacidade térmica seja inferior. Essas duas propriedades vêm do fato de que um motor especificado para curta duração é projetado para densidades de fluxo elevadas no ferro e densidades de corrente elevadas no cobre. Em geral, a razão entre a capacidade de conjugado e a capacidade térmica cresce à medida que o período do intervalo de curta duração nominal diminui. As elevações permitidas de temperatura são maiores em motores com especificação de curta duração do que em motores de aplicação geral. Um motor com uma especificação de 150 kW, 1 hora e 50°C, por exemplo, pode ter a capacidade de conjugado de um motor de potência nominal contínua de 200 kW. Entretanto, ele será capaz de manter continuamente apenas cerca de 0,8 vezes a sua saída nominal, ou seja, 120 kW. Em muitos casos, essa será a solução econômica para um acionamento que requer uma capacidade térmica contínua de 120 kW, mas que tem picos de conjugado que requerem a capacidade de um motor com uma potência nominal contínua de 200 kW.

D.3 Métodos de refrigeração das máquinas elétricas

Em geral, o problema da refrigeração nos aparelhos elétricos aumenta de dificuldade com o aumento do tamanho. A área da superfície da qual o calor deve ser retirado aumenta aproximadamente com o quadrado das dimensões, ao passo que o calor desenvolvido pelas perdas é aproximadamente proporcional ao volume e, portanto, aumenta aproximadamente com o cubo das dimensões. Esse problema é particularmente sério em geradores a turbina de grande porte, onde economia, exigências mecânicas, transporte e montagem exigem compacidade, especialmente para o rotor que é uma peça forjada. Mesmo em máquinas de tamanho moderado, por exemplo, acima de uns poucos milhares de kVA no caso de geradores, usa-se comumente um sistema fechado de ventilação. Deve-se providenciar um sistema bem elaborado de dutos de refrigeração para assegurar que o meio refrigerante possa remover efetivamente o calor originário das perdas.

¹ Os motores disponíveis para fins comerciais são geralmente encontrados em tamanhos padronizados definidos pela NEMA. As normas da NEMA para motores e geradores especificam as potências nominais dos motores assim como o tipo e as dimensões da carcaça do motor.

Em geradores a turbina, usa-se normalmente o hidrogênio como meio refrigerante dentro de um sistema de ventilação totalmente fechado. O hidrogênio tem as seguintes propriedades que o tornam bem adequado para esse propósito:

- Sua densidade é apenas 0,07 vezes a do ar para a mesma temperatura e pressão e, portanto, as perdas pela movimentação do ar e pelo sistema de ventilação são muito menores.
- Para pesos iguais, seu calor específico é cerca de 14,5 vezes o do ar. Isso significa que, para a mesma temperatura e pressão, o hidrogênio e o ar apresentam aproximadamente a mesma eficiência em sua capacidade de armazenar calor por volume unitário, mas a transferência de calor por convecção forçada entre as partes aquecidas da máquina e o gás refrigerante é bem maior com hidrogênio do que com ar.
- A vida do isolamento é aumentada e as despesas de manutenção são diminuídas devido à ausência de sujeira, umidade e oxigênio.
- O risco de incêndio é minimizado. Uma mistura de hidrogênio e ar não explodirá se o conteúdo de hidrogênio for superior a 70%.

O resultado das duas primeiras propriedades é que, para as mesmas condições de operação, diminui-se o calor que deve ser dissipado e, ao mesmo tempo, aumenta-se a facilidade com que ele pode ser retirado.

A máquina e o trocador de calor refrigerado a água, usado para o resfriamento do hidrogênio, devem estar selados em um invólucro à prova de vazamento de gás. O ponto crucial do problema está em selar os mancais. O sistema é mantido em uma pressão ligeiramente maior (no mínimo 0,5 psi*) do que a pressão atmosférica de modo que o vazamento de gás seja para fora e uma mistura explosiva não possa se acumular na máquina. Com essa pressão, a potência da máquina pode ser aumentada em torno de 30% acima de sua potência nominal, para refrigeração a ar, e o rendimento de plena carga é aumentado em cerca de 0,5%. A tendência é pelo uso de pressões mais elevadas (15 a 60 psi). Para a mesma elevação de temperatura, um aumento de 0,5 para 15 psi na pressão do hidrogênio aumenta a saída em cerca de 15%; um aumento adicional até 30 psi proporciona cerca de 10% adicionais.

Um passo importante que possibilitou a quase duplicação da potência de saída de um gerador a turbina, de um dado tamanho físico e refrigerado a hidrogênio, foi o desenvolvimento do *resfriamento dos condutores*, também denominado *resfriamento interno*. Aqui, o refrigerante (líquido ou gás) é forçado através de dutos ocultos por dentro dos condutores ou feixes de condutores. Exemplos desses condutores podem ser vistos na Figura D.1. Assim, a barreira térmica apresentada pelo isolamento elétrico é amplamente contornada e as perdas no condutor podem ser absorvidas diretamente pelo refrigerante. O hidrogênio é usualmente o meio refrigerante dos condutores do rotor. O resfriamento, tanto a gás como líquido, pode ser usado nos condutores do estator. O hidrogênio é o refrigerante do primeiro caso e o óleo ou a água são normalmente usados no segundo. As Figs. 4.2 e 4.9 mostram um gerador hidroelétrico de grande porte em que o estator e o rotor são refrigerados com água.

* N. de T: *Pound per square inch*, ou libra por polegada quadrada.

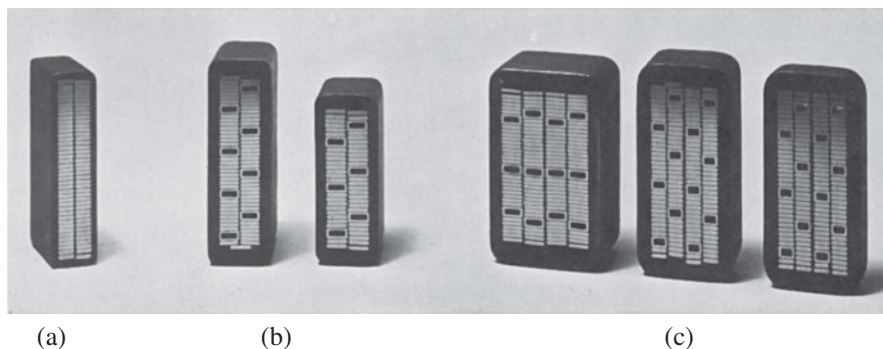


Figura D.1 Seções em corte de barras para enrolamentos de duas camadas para estatores de geradores a turbina. O sistema de isolamento consiste em resina sintética com impregnação a vácuo. (a) Barra refrigerada indiretamente com feixes tubulares; (b) barras refrigeradas a água, feixes combinados com largura de dois condutores, (c) barras refrigeradas a água, feixes combinados com largura de quatro condutores.

D.4 Excitação

O fluxo resultante do circuito magnético de uma máquina é estabelecido pela FMM combinada de todos os enrolamentos da máquina. Na máquina CC convencional, a parte maior da FMM efetiva é fornecida pelos enrolamentos de campo. No transformador, a excitação líquida pode ser fornecida tanto pelo enrolamento primário como pelo secundário, ou uma parte pode ser fornecida por cada um. Uma situação semelhante existe nas máquinas CA. O fornecimento da excitação às máquinas CA apresenta dois aspectos operacionais diferentes, os quais têm importância econômica na aplicação das máquinas.

D.4.1 Fator de potência em máquinas CA

O fator de potência com o qual as máquinas CA operam é uma característica economicamente importante devido ao custo dos quilovolts-ampères reativos. Um fator de potência baixo afeta de forma negativa a operação do sistema de três modos principais. (1) Geradores, transformadores e equipamentos de transmissão são especificados em termos de kVA ao invés de kW porque as suas perdas e o aquecimento são determinados pela tensão e a corrente independentemente do fator de potência. O tamanho físico e o custo dos equipamentos CA são aproximadamente proporcionais à potência aparente (kVA). O investimento em geradores, transformadores e equipamentos de transmissão para fornecer uma determinada quantidade útil de potência ativa é, portanto, aproximadamente proporcional ao inverso do fator de potência. (2) Um fator de potência baixo significa mais corrente e perdas I^2R mais elevadas nos equipamentos de geração e transmissão. (3) Uma desvantagem adicional é a regulação pobre de tensão.

Os fatores que influenciam as necessidades de kVA reativos nos motores podem ser visualizados facilmente em termos da relação dessas necessidades com o estabelecimento do fluxo magnético. Como em qualquer dispositivo eletromagnético, o fluxo resultante necessário para a operação do motor deve ser estabelecido por uma componente magnetizante de corrente. Não fará diferença, tanto para o circuito magnético

como para o processo básico de conversão de energia, se essa corrente de magnetização flui no enrolamento de rotor ou no de estator. No caso de um transformador, não fará diferença qual de seus enrolamentos conduzirá a corrente de excitação. Em alguns casos, cada um dos enrolamentos fornece uma parte. Se toda ou parte da corrente de magnetização for suprida por um enrolamento CA, então a entrada daquele enrolamento deve incluir uma potência reativa (kVA) atrasada porque a corrente de magnetização está atrasada de 90° em relação à queda de tensão. De fato, é a potência reativa (kVA) atrasada que estabelece o fluxo no motor.

Em um motor de indução, a única fonte possível de excitação é a entrada de estator. Portanto, o motor de indução deve operar com um fator de potência atrasado. Esse fator de potência a vazio é muito baixo e cresce até cerca de 85% a 90% a plena carga. A melhoria é causada pelo aumento das exigências de potência ativa com o aumento de carga.

Em um motor síncrono, há duas fontes possíveis de excitação: corrente alternada na armadura ou corrente contínua no enrolamento de campo. Se a corrente de campo for o mínimo suficiente para suprir a FMM necessária, nenhuma componente de corrente magnetizante ou potência aparente (kVA) será necessária na armadura e o motor irá operar com fator de potência unitário. Se a corrente de campo for menor, isto é, o motor está *subexcitado*, o déficit de FMM deverá ser preenchido pela armadura e o motor irá operar com um fator de potência atrasado. Se a corrente de campo for maior, isto é, o motor está *superexcitado*, a FMM em excesso deverá ser contrabalançada na armadura e uma componente adiantada de corrente estará presente; o motor funcionará então com um fator de potência adiantado.

Como a corrente de magnetização deve ser fornecida a cargas indutivas como transformadores e motores de indução, a capacidade dos motores síncronos superexcitados em fornecer corrente atrasada (indutiva) é uma característica altamente desejável que pode ter uma importância econômica considerável. De fato, motores síncronos superexcitados atuam como geradores de quilovolts-ampères reativos atrasados e, dessa forma, aliviam a fonte de potência da necessidade de fornecer essa componente. Assim, eles podem desempenhar a mesma função que uma instalação local de capacitores. Algumas vezes, máquinas síncronas a vazio são instaladas em sistemas de potência somente para corrigir o fator de potência ou para controlar o fluxo de kVA reativos. Essas máquinas, denominadas *condensadores síncronos*, podem ser mais econômicas em tamanhos grandes do que capacitores estáticos.

As máquinas síncronas e as de indução podem se tornar autoexcitadas quando uma carga capacitiva suficientemente grande está presente em seus circuitos de estator. A corrente capacitiva fornece então a excitação e pode causar sérias sobretensões ou conjugados transitórios excessivos. Devido à capacitância inerente das linhas de transmissão, o problema pode surgir quando geradores síncronos estão energizando linhas longas a vazio ou levemente carregadas. Algumas vezes, é necessário o uso de reatores em derivação, no lado de envio da linha, para compensar a corrente capacitiva. Com motores de indução, é prática normal evitar a autoexcitação limitando o tamanho de qualquer capacitor em paralelo quando o motor e o capacitor são chaveados como uma unidade.

D.4.2 Sistemas de excitação de geradores a turbina

À medida que as potências nominais dos geradores acionados a turbina aumentaram, os problemas de suprir a excitação CC de campo (chegando a 4000 A ou mais nas

unidades maiores) tornaram-se progressivamente mais difíceis. Uma fonte comum de excitação é um gerador CC acionado pelo eixo cuja saída alimenta o campo do alternador por meio de escovas e anéis deslizantes. Como alternativa, a excitação pode ser fornecida por um alternador de projeto convencional, acionado pelo eixo, que atua como excitatriz principal. Esse alternador tem uma armadura estacionária e um enrolamento rotativo de campo. Sua frequência pode ser 180 ou 240 Hz. Sua saída alimenta um retificador de estado sólido estacionário que, por sua vez, supre o campo do gerador a turbina por meio de anéis deslizantes.

Problemas de refrigeração e manutenção ocorrem inevitavelmente com anéis deslizantes, comutadores e escovas. Muitos sistemas modernos de excitação reduziram esses problemas minimizando o uso de contatos deslizantes e escovas. Como resultado, alguns sistemas de excitação empregam alternadores CA acionados pelo eixo cujos enrolamentos de campo são estacionários e cujos enrolamentos CA giram. Pelo uso de retificadores que estão girando, uma excitação CC pode ser aplicada diretamente ao enrolamento de campo do gerador sem o uso de anéis deslizantes.

Sistemas de excitação de projeto muito recente estão sendo construídos sem qualquer tipo de alternador excitatriz rotativo. Nesses sistemas, a potência de excitação é obtida por meio de um transformador auxiliar especial que é alimentado a partir da rede local de energia elétrica. Como alternativa, ela pode ser obtida diretamente dos terminais do gerador principal. Em um desses sistemas, um enrolamento especial de armadura é incluído no gerador principal para suprir a potência de excitação. Em cada um desses sistemas, a potência é retificada usando retificadores controlados de silício (SCRs) de fase controlada. Esses tipos de sistemas de excitação, que se tornaram possível com o desenvolvimento de SCRs confiáveis de alta potência, são de projeto relativamente simples e fornecem as características de resposta rápida requeridas em muitas aplicações modernas.

D.5 Eficiência energética das máquinas elétricas

Com a preocupação crescente com o fornecimento e custo da energia, surge também uma preocupação com a eficiência do seu uso. Para se obter rendimento máximo, embora a energia elétrica possa ser convertida eficientemente em energia mecânica, é necessário tanto um projeto cuidadoso das máquinas elétricas como um casamento adequado da máquina com a aplicação pretendida.

Evidentemente, um meio de maximizar o rendimento de uma máquina elétrica é minimizando as suas perdas internas, como as descritas na Seção D.1. Por exemplo, as perdas I^2R de enrolamento podem ser reduzidas aumentando a área das ranhuras de modo que mais cobre possa ser usado, aumentando a área da seção reta dos enrolamentos e reduzindo a resistência.

As perdas no núcleo podem ser reduzidas diminuindo a densidade de fluxo magnético no ferro da máquina. Isso pode ser feito aumentando o volume do ferro, mas, embora as perdas diminuam em termos de watts por quilograma, o volume total de material (e desse modo a massa) é aumentado. Na realidade, dependendo de como o projeto da máquina é modificado, pode haver um ponto além do qual as perdas começam a aumentar. De modo semelhante, para uma dada densidade de fluxo, as perdas por correntes parasitas podem ser reduzidas usando chapas de ferro mais finas.

Pode-se ver que há necessidade de encontrar um meio-termo. Máquinas de projeto mais eficiente requerem mais material e por isso são maiores e mais caras. Os usuários geralmente irão escolher a solução de “menor custo” para uma necessidade em particular. Se for possível esperar que o custo aumentado de capital de um motor de alto rendimento seja contrabalançado pela economia de energia durante a vida útil esperada da máquina, os usuários provavelmente escolherão a máquina de alto rendimento. Em caso contrário, é muito improvável que eles escolham essa opção apesar do aumento de eficiência.

De modo semelhante, alguns tipos de máquinas elétricas são inerentemente mais eficientes do que outros. Por exemplo, motores de indução monofásicos com partida a capacitor (Seção 9.2) são de custo relativamente baixo e altamente confiáveis, encontrando uso em todos os tipos de dispositivos pequenos como, por exemplo, refrigeradores, aparelhos de ar-condicionado e ventiladores. No entanto, são inerentemente menos eficientes do que seus equivalentes trifásicos. Modificações, como o capacitor permanente de trabalho, podem levar a uma maior eficiência no caso de motores de indução monofásicos, mas são caros e muitas vezes não se justificam economicamente.

Para otimizar o rendimento do uso de máquinas elétricas, a máquina deve ser combinada de forma apropriada com a aplicação, tanto em termos de tamanho como de desempenho. Como os motores de indução comuns tendem a consumir uma potência reativa aproximadamente constante, independentemente da carga, e como isso dá origem a perdas resistivas nas linhas de abastecimento, é prudente escolher o motor de indução com a menor potência nominal que pode satisfazer adequadamente as necessidades de uma aplicação específica. Como alternativa, a correção capacitiva do fator de potência pode ser usada. A aplicação apropriada da tecnologia de controle moderna de estado sólido também pode desempenhar um papel importante na otimização do desempenho e do rendimento.

Há, naturalmente, limitações de ordem prática que afetam a seleção do motor para uma aplicação em particular. A principal entre elas é que os motores em geral estão disponíveis apenas em certos tamanhos padronizados. Por exemplo, um fabricante típico poderia construir motores CA fracionários com potências de $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e 1 HP (valores nominais padronizados da NEMA). Essa seleção discreta limita assim a capacidade de fazer um ajuste fino em uma aplicação em especial. Se for necessária uma potência de 0,8 HP, o usuário com certeza acabará comprando um motor de 1 HP e contentando-se com um rendimento um pouco menor do que o ótimo. Um motor de 0,8 HP, projetado e fabricado sob encomenda, poderá se justificar economicamente apenas se for necessário em grandes quantidades.

Deve ser destacado que uma fonte extremamente comum de baixo rendimento em aplicações de motores elétricos é a falta de adequação entre o motor e sua aplicação. Mesmo os motores mais eficientes de 50 kW serão um tanto ineficientes quando estiverem acionando uma carga de 20 kW. Na prática, no entanto, faltas de adequação desse tipo ocorrem com frequência devido em grande parte à dificuldade de caracterizar as cargas de operação e à tendência de conservadorismo por parte dos engenheiros de aplicação. Desse modo, eles se asseguram de que o sistema em questão certamente funcionará apesar das incertezas do projeto. Em aplicações de máquinas elétricas, uma atenção mais cuidadosa a essa questão pode levar a um longo caminho que deve ser percorrido em direção a um aumento de rendimento no uso da energia.

APÊNDICE **E**

Tabela de constantes e fatores de conversão para unidades SI

Constantes

Permeabilidade do vácuo	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
Permissividade do vácuo	$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

Fatores de conversão

Comprimento	1 m = 3,281 pés = 39,37 pol
Massa	1 kg = 0,0685 slug = 2,205 lb (massa) = 35,27 onças
Força	1 N = 0,225 lbf (libra-força) = 7,23 poundals
Conjugado (torque)	1 N · m = 0,738 lbf·pés = 141,6 onças·pés
Pressão	1 Pa (N/m ²) = 1,45 × 10 ⁻⁴ lbf/pol ² = 9,86 × 10 ⁻⁶ atm
Energia	1 J (W·s) = 9,48 × 10 ⁻⁴ BTU = 0,239 calorias
Potência	1 W = 1,341 × 10 ⁻³ HP = 3,412 BTU/h
Momento de inércia	1 kg·m ² = 0,738 slug·pés ² = 23,7 lb·pés ² = 141,6 onças·pol·s ²
Fluxo magnético	1 Wb = 10 ⁴ quilolinhas
Densidade de fluxo magnético	1 T (Wb/m ²) = 10.000 gauss = 64,5 quilolinhas/pol ²
Força magnetizante	1 A·espira/m = 0,0254 A·espiras/pol = 0,0126 oersted

Índice

A

Ação de retificação do comutador, 228
Ação do comutador, 411–413
Acionamento de conjugado constante, 557
Acionamento de potência constante, 555
Aço de grão orientado, 27
Aço elétrico, 13
 máquina de entreferro liso construída com, 237
 medindo características magnéticas do, 58
 relutância do, 407
Aço elétrico M-5, 13
 laços de histerese para, 20, 29, 30
 magnetização residual, 29
 volts-ampères eficazes de excitação, 25
Aços de grão não orientado, 27
Aços orientados, operando com densidades de fluxo mais elevadas, 27
Aço-silício, propriedades desejáveis do, 64
Ajuste de fase, alinhamento de onda de fluxo, 322
Alnico, temperatura Curie do, 43
Alnico 5 (cinco), 29, 30, 35, 36
Alnico 8 (oito), 35, 36
Alto-falante, 61, 185–186, 187
Alto-falante de ímã permanente, 61
American National Standards Institute (ANSI), 677
American Society for Testing and Materials (ASTM), 20
Amortecedor, 162
Ampères, 5, 124
Ampères-espiras totais, 16
Amplitude, 243
Amplitude complexa eficaz da tensão gerada, 270
Amplitude de pico da onda de FMM, 206
Amplitude eficaz, 269, 579
Amplitude máxima no tempo, 657

Análise de circuito monofásico, aplicação, 648
Análise de sistemas, procedimento para realização de análises no sistema por unidade, 102
Análise de transformador, aspectos de engenharia da, 78–87
Análise do gerador, 429–434
Análise do motor de máquinas CC, 434–436
Análise não linear de MRVs, 487–495
Análises de sistema de potência na forma por unidade, 101
Análises de transformadores de potência em frequência constante, 79
Análises por elementos finitos, 246
Anéis coletores, 194
Anéis deslizantes, 194, 263, 686
Anel de retenção não magnético, 321
Ângulo de conjugado, variáveis em, 264
Ângulo de fator de potência, 640
Ângulo de potência, 286
Ângulo elétrico de fase espacial entre as ondas de FMM de estator e rotor, 238
Ângulo espacial medido em relação ao eixo magnético do rotor, 207
Ângulos de potência do gerador em estado permanente, 312
Aproximação senoidal da tensão entre escovas, 228
Aquecimento da armadura, 295
Aquecimento ôhmico, 25–26
Arco entre lâminas, 445
Ardadura
 de uma máquina CC de dois polos, 209
 ondas de FMM, 657–660
 resistência efetiva da, 283
 transferência através do contato de escova, 442
Atraso de tempo associado com o surgimento da corrente, 477
Atuador, 159, 174–175

Atuadores de solenoide cilíndricos envoltos em ferro, 177–178
Autotransformador MVA, 66
Autotransformadores, 87–90, 388

B

Barra retangular de cobre, curva da razão entre a resistência efetiva CA e a resistência CC, 384
Barramento infinito, 263, 330
Barras do rotor de uma dupla gaiola de esquilo, 385
Barreiras de fluxo, 326
Base em volts-ampères, 102
Base para base, equações de conversão de, 106
Bloco “Estimator”, 609
Bloco de “Initialization” na chamada de um *script* de MATLAB, 565, 594
Bloco do controlador de conjugado, 580
Blondel, Andre, 664
Bobina de excitação, resistência da, 129
Bobina de passo encurtado, 254, 656
Bobina de passo pleno, 203
Bobina de sombreamento, 518
Bobina em curto-circuito constituindo um circuito indutivo, 442
Bobina solenoide, 182
Bobinas, 185, 411
Bobinas de estator da fase *a*, 598
Bobinas em comutação, 442

C

CA, características de excitação de materiais do núcleo, 23–24
CA, estator, no veículo em movimento, 241
CA, excitação, 22–29
CA, excitatriz, 263
CA, laço de histerese, 23, 24
CA, máquinas, 193–200, 204–208, 223–227
 categorias de, 193

- desempenho de velocidade variável e controlador de conjugado de, 553
- enrolamento de armadura, 190
- enrolamentos terminais de estator de, 249
- fator de potência em, 684–685
- ímã permanente, 319–329
- ondas girantes de FMM em, 216–222
- CA, tensões produzidas nas bobinas do enrolamento de armadura, 227
- Caminhos de fluxo em uma máquina síncrona, 194
- Campo de dispersão na ranhura, 385
- Campo magnético de entreferro, 213, 214
- Campo magnético girante do estator, 126
- Campo magnético radial constante, 185
- Campo magnético rotativo produzido por meio de correntes trifásicas, 221
- Campo resultante, 239
- Campo retrógrado induzindo correntes de rotor, 522
- Campo rotativo de amplitude constante, produção, 221
- Campos de dispersão, 9, 391
- Campos de espraiamento, efeito dos, 8
- Campos elétricos resultando em correntes contidas, 26
- Campos magnéticos
- coenergia armazenada no criados pela ação de correntes nos enrolamentos, 109
 - de enrolamentos distribuídos, 203
 - distribuição em um gerador CC de polos salientes, 215
 - em máquinas rotativas, 212–215
 - forças e conjugados em, 123–125
 - linhas espraiando-se para fora, 8
 - ponto de vista, 235–241
 - produzidos por ímãs permanentes e enrolamentos, 153
 - variando com o tempo, 11
- Capacitor, 183, 516
- Capacitor de partida, 515
- Capacitores estáticos, 91
- Característica a vazio (circuito aberto) e de curto-circuito, 245, 274–284
- Característica B-H, 37
- Característica de ângulo de potência, 286
- de máquinas de polos salientes, 312–318
 - de um motor, 316
 - forma geral da, 314
 - pico proporcional ao valor da tensão do sistema, 287
- Característica de ângulo de potência por unidade, pico da, 289
- Característica de conjugado *versus* velocidade, 515
- de um motor de fase dividida, 514
 - de um motor de indução monofásico, 511, 512
 - de um motor monofásico, 513
 - deslocamento ao longo do eixo de velocidade, 600
- Característica de curto-circuito, 276, 277, 278, 280
- Característica de magnetização, 43
- Característica de magnetização a vazio, 421
- Característica de velocidade *versus* conjugado
- de um motor conectado em série em condições CC de operação, 446, 447
 - de um motor de indução, 199, 200
- Características de ângulo de potência em estado permanente, 284–293
- Características de conjugado constante, 561
- Características de desempenho de máquinas CC, 410
- Características de funcionamento em estado permanente, 293–306
- Características de magnetização CC, 180
- Características de produção de conjugado, 461
- Características de saturação das máquinas rotativas, 245
- Características de tensão *versus* corrente de geradores CC, 408
- Características de um motor, plotagem das, 281
- Carga (*burden*) em um transformador, 96, 97
- Carga (*burden*) finita, presença de, 97
- Cargas de alto impacto, acionamento de, 388
- CCAV (Corrente de Campo A Vazio), 279
- CCCC (Corrente de Campo em Curto-Circuito), 280
- Cerâmica 7 (sete), 35–36, 41
- Chaves, preponderantes no custo do inversor, 617
- Chopping, necessário, 503
- Ciclo de trabalho, obtenção, 681
- Cintos de fase, 652
- Circuito de campo, potência em, 408
- Circuito elétrico, 7
- Circuito equivalente com o secundário em circuito aberto, 85
- Circuito equivalente do estator para um motor de indução polifásico, 351
- Circuito equivalente entre linha e neutro, 322, 323
- Circuito equivalente L, 80, 83, 85
- Circuito equivalente na frequência de escorregamento, 353
- Circuito equivalente por unidade, 104
- Circuito equivalente T, 77, 79, 81
- Circuito magnético de dois enrolamentos, 184
- Circuito magnético estático, indutância fixa, 17
- Circuito magnético fechado, 68
- Circuito magnético genérico, 158
- Circuito magnético simétrico, 57
- Circuito polifásico, 635
- Circuito RC conectado a uma bateria, 175
- Circuito RL conectado a uma bateria, 175–176
- Circuitos equilibrados, esquema geral de comutação para, 647
- Circuitos equivalentes, 269–274
- análise de, 355–360
 - característica de tensão *versus* corrente de estado permanente, 265
 - com resistência de perdas no núcleo desprezada, 358
 - de motores de indução monofásicos, 522
 - de transformadores com enrolamentos múltiplos, 91
 - de um transformador de instrumentação, 96, 97
 - eliminando um transformador ideal de um, 101

- em forma complexa, 270
ensaios para a determinação dos parâmetros de, 82–85
mostrando um transformador ideal, 73
- Circuitos equivalentes aproximados de transformador, 79
- Circuitos equivalentes de motor de indução, 351–354
aplicação, 369
aplicação do teorema de Thévenin a, 360
condições a vazio, 372
simplificados pelo teorema de Thévenin, 361
- Circuitos equivalentes de um transformador, 104
análise de, 357
desenvolvimento de, 74, 75
parâmetros, 101
- Circuitos equivalentes de uma máquina síncrona, 270, 271, 280
- Circuitos equivalentes monofásicos, 355, 393, 647
- Circuitos equivalentes trifásicos, 648
- Circuitos L, 79
- Circuitos ligados em Y (estrela) e em delta (triângulo), exemplos de, 642–647
- Circuitos magneticamente acoplados, 74
- Circuitos magnéticos, 2, 3, 7
com entreferro, 5
com um ímã permanente e um êmbolo móvel, 153–154
de múltiplos elementos em série e em paralelo, 8
estator de bobina única e rotor oval, 138–139
estruturas, 158
fundamentos analíticos, 420–428
introdução aos, 2–4
modelo, 9
permeabilidade das partes de “ferro” dos, 9
sem entreferro e dois enrolamentos, 16
técnicas de análise, 1–2, 45
- Circuitos suavizadores, 618
- Circuitos trifásicos, 635–649
análise de circuitos equilibrados, 647–649
transformadores em, 91–96
- Classes de isolamento, 680
- Classes de motores de gaiola de esquilo, 386–388
- Classes de sistemas de isolamento da NEMA para máquinas industriais, 680
- Coenergia
cálculo, 153, 154
definição, 139
densidades, 143, 237
em termos de corrente e deslocamento angular, 140
em termos do ângulo do eixo, 231
encontrando, 149, 156
escrevendo a expressão da, 234
expressões para, 152
função, 149
para sistemas magnéticos lineares, 140
variação em um dispositivo de excitação única, 144
- Coenergia de um sistema, igual à dos entreferros, 145
- Coercividade, 29, 32
- Coercividade aparente, 41
- Coercividade de um material, 41
- Compensador de partida, 387
- Componente de carga, 76, 351
- Componente de excitação (magnetização), 351
- Componente de excitação, 76
- Componente de magnetização, 76
- Componente de sequência zero, 665
- Componente do fluxo fundamental espacial de reação de armadura, 308
- Componente em fase, 68
- Componente fundamental, 68
- Componente fundamental espacial de FMM de entreferro, 214
- Componente fundamental espacial do campo de entreferro, 214
- Componente fundamental espacial do fluxo de entreferro, 268
- Componente fundamental espacial enfatizada, 247
da FMM de entreferro da fase a, 219
da onda de FMM, 207
- Componentes de eixo em quadratura, 577, 606, 664
da corrente de armadura, 307–308, 620
diagrama fasorial ilustrando as, 313
- Componentes de entreferro, 203, 237
- Componentes de espraiamento de entreferro, 8
- Componentes de impedância de máquinas síncronas típicas, 273
- Componentes harmônicas espaciais, 212, 248
- Componentes harmônicas espaciais de fluxo, ignorando, 307
- Comportamento de uma máquina síncrona, 263
- Comportamento linear, obtenção de, 168
- Comprimento de entreferro, 5, 245
- Comutação, 443
- Comutação, obtenção de uma boa, 442
- Comutação atrasada, 443
- Comutação de tensão, 443
- Comutação linear, 413, 442
- Comutação resistiva, 443
- Comutação sem faiscamento, 413, 442, 443
- Comutadores, 201, 228, 686
- Conceito de campo girante duplo, 521
- Conceito de componente simétrico, 547
- Condensadores síncronos, 91, 300, 301, 685
- Condições de operação em saturação, 279
- Condições de rotor bloqueado, circuito equivalente para, 373
- Condições magnéticas no entreferro, 211
- Condições não saturadas, máquina operando em, 277
- Condições trifásicas, correntes de fase instantâneas em situação de equilíbrio, 219
- Condutores, em ranhuras de armadura, 211
- Conexão delta (V) aberto, 92
- Confiabilidade de MRVs, 504
- Configuração de entreferro, 132
- Configurações de pontes H, 558, 568–569
- Configurações práticas de MRV, 468–474
- Conjugado
aumento com o incremento de escorregamento até um valor máximo, 348

- cálculo, 234–235, 323, 324
 capacidade de controle independente, 614
 consistindo em dois termos senoidais de frequências, variáveis no tempo, 233
 de um motor de ímã permanente, 440
 de um motor de passo bifásico de ímã permanente, 498–499
 de uma máquina, 202
 determinação, 139–146, 149, 150
 do campo retrógrado, 524
 em máquinas de polos não salientes, 229–241
 em sistemas com ímãs permanentes, 152–161
 em sistemas de campo magnético, 123–125
 em um motor CC, 619
 estimativa do valor máximo, 240
 expresso de diversas formas equivalentes, 674
 expresso em termos da onda de FMM resultante, 239
 implementando uma variação em degrau de, 615
 maximizando o conjugado disponível, 482
 menor com corrente alternada do que com corrente contínua, 447
 MRV, 466, 617
 obtenção, 139, 149
 otimizando em relação à velocidade, 504
 positivo, 238
 produção, 236, 578
 relações proporcionais, 236, 238, 241, 330
 Conjugado assíncrono, 347
 Conjugado constante, 250
 Conjugado de “*cogging*”, 439, 519
 Conjugado de carga, 556, 592
 Conjugado de carga finita, 500
 Conjugado de máquina motriz, 264, 265
 Conjugado de partida menor que o nominal, 364
 Conjugado de pico em uma MRV, 467
 Conjugado de relutância, 151, 314, 518
 Conjugado de saída no eixo, 359
 Conjugado eletromagnético, 555, 577, 670
 cálculo, 415
 de um motor DC proporcional à corrente de armadura, 568
 de uma máquina CC, 413
 determinado a partir da coenergia, 463–464
 do campo progressivo, 523
 expressão do, 404–405
 para motores DC de ímã permanente, 567
 Conjugado eletromagnético médio no tempo, 539, 542, 543
 Conjugado eletromecânico
 acelerando o rotor, 231–232
 contrabalançando, 362
 contrabalançando o conjugado mecânico, 264
 contrabalançando o conjugado no eixo, 264
 de um motor, 198
 em função do escorregamento, 361
 expressão do, 238
 máximo, 363
 obtenção a partir da coenergia, 231
 oposição à rotação, 264
 para motor de indução de rotor bobinado, 367
 variações de, 264
 Conjugado eletromecânico máximo, 363
 Conjugado interno do campo retrógrado, 523
 Conjugado líquido interno, 524
 Conjugado líquido negativo, MRV como gerador, 475
 Conjugado líquido positivo, MRV como motor, 475
 Conjugado líquido zero, 469
 Conjugado livre de oscilações, dificuldade de obtenção, 484
 Conjugado magnético, expressão para o, 250
 Conjugado máximo, 348, 363, 366, 383, 574
 Conjugado máximo em sincronismo, 265
 Conjugado mecânico, 357, 611
 Conjugado médio, 475, 487
 Conjugado médio diferente de zero, produção de, 233
 Conjugado negativo, 238, 475, 482
 Conjugado nominal, 559
 Conjugado permitido aproximado, 561
 Conjugado positivo, produção em uma MRV, 475
 Conjugado zero em MRVs 4/2 simétricas, 469
 Conservação da energia, 126
 Considerações sobre a aplicação de motores, 386–388
 Constante de conjugado de um motor de ímã permanente, 440
 Constantes, 688
 Construção com polos salientes, 197, 262
 Construção do tipo núcleo envolvente, 65
 Construção do tipo núcleo envolvido, 65
 Contabilidade da potência, verificação da, 526
 Controlador em uma MRV, 615
 Controle da corrente de campo, 554–557
 Controle da frequência de armadura, 599–605
 Controle da tensão de linha, 605
 Controle de conjugado, 568–572, 577–597, 605–615
 Controle de motor síncrono, 572, 576
 Controle de velocidade
 de motores CC, 554–568
 de motores de indução, 597–606
 de motores síncronos, 572–576
 por meio da resistência de rotor, 605–606
 por meio da tensão de linha, 605
 por meio de frequência de uso limitado na prática, 576
 Controle de velocidade em estado permanente como uma questão de controle da frequência de armadura, 619
 Controle direto de conjugado em uma máquina CA, 577
 Controle pela tensão de terminal de armadura, 558–568
 Controle por campo orientado, 577, 590, 606, 619
 Controle por corrente de armadura, 568–569
 Controle por resistência do circuito de armadura, 557–558
 Controle vetorial, 553, 577, 619

- Conversão eletromagnética de energia, 190
 dispositivos, 1, 129
 princípios, 122–172
 processo, 122
- Conversão eletromecânica de energia, 122, 127
- Corrente, equações para, 169
- Corrente CC
 chaveando para criar uma corrente CC variável, 568
 no rotor produzindo a onda de fluxo, 330
- Corrente constante de *link* CC produzida por um retificador a diodos, 568
- Corrente de armadura, 555
 amplitude eficaz da, 580
 atendendo duas funções, 324
 cálculo, 592, 593
 decompondo em duas componentes, 307, 309, 311
 em função da velocidade do motor, 425
 expressa por unidade, 283
 limitada pela capacidade de refrigeração do motor, 555
- Corrente de armadura em curto-circuito, 277–278, 281
- Corrente de armadura por unidade, 303, 584, 589
- Corrente de base
 de sistemas trifásicos, 106
 de um motor, 582
- Corrente de campo, 291, 407, 421
- Corrente de campo em derivação, 432, 554
- Corrente de campo em série, 420
- Corrente de carga por unidade, 108
- Corrente de eixo direto (D), 323
- Corrente de eixo em quadratura, 587
- Corrente de eixo Q, 323
- Corrente de estado permanente, limitação no funcionamento de uma MRV, 479
- Corrente de estator
 cálculo, 359
 decompondo em duas componentes, 351
 medida em função da tensão de terminal do estator, 246
- Corrente de excitação, 23, 65–66
 analisada pelos métodos da série de Fourier, 68
 desprezando inteiramente, 80
 para uma forma de onda senoidal, 68
 produção de fluxo no núcleo e entrada de potência, 24
- Corrente de excitação de campo, alimentação da, 263
- Corrente de excitação retificada, 263
- Corrente de excitação senoidal equivalente, 76
- Corrente de fase 1, plotagem, 480
- Corrente de fase *a*, 207, 272
- Corrente de magnetização, 68
- Corrente de partida reduzida, 387
- Corrente de primário ou armadura ajustando-se sozinha, 110
- Corrente de terminal, 299, 300, 414, 416
- Corrente de terminal do gerador, 288, 301
- Corrente do primário, 76
- Corrente do secundário, 110
- Corrente eficaz de armadura, 584, 589
- Corrente fasorial, 285
- Corrente média controlada por fase, 618
- Corrente média de enrolamento, 617
- Corrente nominal de armadura, 282
- Correntes de enrolamento equivalentes a correntes bifásicas não equilibradas, 514
 muito mais desequilibradas do que as tensões aplicadas, 532
 produzindo campos magnéticos fora do núcleo, 9
 valor máximo permitido de, 239
- Correntes de fase, 106
 aplicação de modo consistente com a posição do rotor em uma MRV, 467
 cálculo em ampères, 107
 condições associadas à remoção de, 477
 desligamento “mais cedo” da, 486
 desligando antes para reduzir a produção de conjugado positivo, 483
 em MRVs, ligadas e desligadas por chaves de estado, 464
 inversão de, 498
- Correntes de fase instantâneas das três fases, 640
- Correntes de rotor a vazio, 370
 composição das, 522
 determinação, 346
 frequência das, 346
 frequência de escorregamento, 521
 produção de uma onda de FMM, 521
- Correntes parasitas, 26, 192
- Correntes polifásicas no estator, 330
- Correntes trifásicas, produção de uma onda girante de FMM, 207
- Coulombs, 123
- Curva B-H, 20
- Curva de conjugado *versus* escorregamento de uma máquina de indução, 361, 362, 363
- Curva de conjugado *versus* velocidade
 de um motor de indução, 599
 de uma máquina de indução, 361, 362, 363
 plotagem, 365
- Curva de conjugado *versus* velocidade de um motor de indução polifásico de gaiola de esquilo, 347
- Curva de magnetização, 245
 com a tensão gerada, 421
 de ímãs permanentes comuns, 35
 de uma máquina, 406
 de uma máquina CC, 420–421, 422
 de uma máquina síncrona existente, 246
 do Alnico 5 (cinco), 39, 40
 do samário-cobalto, 155
- Curva de magnetização a vazio, 427
- Curva de magnetização CC, 21, 41, 155, 156
- Curva de magnetização média, 431
- Curva de magnetização normal, 21
- Curva de perdas no núcleo a vazio (circuito aberto), 276, 303
- Curva de saturação, 245
- Curva de saturação a vazio ou de circuito aberto, 245, 274, 278
- Curva ondulada, 405
- Curvas compostas, 297
- Curvas de capacidade, 294, 295
- Curvas de conjugado e potência para a região de funcionamento como motor, 363
- Curvas de conjugado *versus* ângulo, 264, 498

Curvas de indutância *versus* ângulo para MRVs, 488
 Curvas V, 297
 Curvas V de um gerador síncrono, 297
 Curvas V de um motor síncrono, 297

D

Decaimento de velocidade, 371
 Densidade da onda de fluxo, 247
 Densidade de carga, 123
 Densidade de coenergia no entreferro, 145
 Densidade de corrente, 2, 123
 Densidade de fluxo
 mantendo no valor nominal, 574
 no entreferro do circuito magnético, 32
 obtenção da, 10–11, 12
 obtenção de valores elevados, 19
 Densidade de fluxo de entreferro, 194, 210, 243, 660
 Densidade de fluxo de máquina, 573
 Densidade de fluxo em saturação dos materiais magnéticos, 239
 Densidade de fluxo magnético, 2, 21
 Densidade de fluxo radial de entreferro, 194
 Densidade de fluxo residual, 42
 Densidade de força (força por unidade de volume), 123, 124
 Densidade de força em sistema magnético, 124
 Densidade de pico no entreferro, 573
 Densidade média de coenergia, 237
 Dependência das características de magnetização em função da temperatura, 42, 43
 Derivador do campo em série, 431
 Desempenho de máquina CC em estado permanente, 428–436
 Deslocamento de equilíbrio, 169, 170
 Desmagnetização, 37–38, 436
 Diagrama fasorial a vazio, 69
 Diagrama vetorial de ondas de FMM, 236
 Diagramas fasoriais, 285
 como meio conveniente para somar ondas senoidais, 659
 construção de, 68–69
 de tensões geradas, 636, 637
 em condições de curto-circuito, 277, 278

 para máquinas de polos salientes, 308–312
 para um gerador síncrono, 297, 298
 resolução de problemas, 82
 Diagramas unifilares, exemplos de, 648
 Diodos, 616
 Disposição dos ímãs em “V” encontrada em máquinas de ímãs permanentes interiores, 326
 Dispositivo de conversão eletromecânica de energia baseado em campo magnético; 127
 Dispositivos de conversão de energia, 122, 161, 171
 Dispositivos elétricos, especificação nominal de, 679–682
 Dispositivos produtores de força, 122, 127
 Distribuição da FMM fundamental espacial de um enrolamento monofásico, 216, 217
 Distribuição de corrente não uniforme, 384
 Distribuição de fluxo em circuito aberto, 321, 325, 326
 Distribuição de fluxo no eixo em quadratura, 326, 579
 Distribuição de fluxo radial de entreferro, 254
 Distribuição de FMM no entreferro, 204, 212
 Distribuição interna de forças, 126
 Distribuições de fluxo
 associadas ao rotor e ao estator, 192
 com apenas a armadura excitada e apenas o campo excitado, 418
 de uma máquina de ímã permanente interior, 326
 em torno de um polo saliente, 246
 tendência à distorção, 418
 Distribuições espaciais senoidais de FMM, 212
 Distribuições senoidais de FMM para máquinas CA e CC, 250
 Doherty, R. E., 665
 Dois entreferros em série, 145
 Domínios de materiais ferromagnéticos, 19
 dq0, fundamentos da análise clássica de máquinas, 667
 dq0, transformação, 664–674
 aplicada aos valores instantâneos das grandezas, 665–666

 imagem física da, 666
 sistema de referência para uma máquina síncrona, 672
 dq0, variáveis, 671

E

Efeito de desmagnetização da reação de armadura, 418, 427
 Efeito de histerese, 20
 Efeitos da reação de armadura, ignorados, 420–426
 Efeitos de extremidade de máquinas lineares, 244
 Eficiência energética das máquinas elétricas, 686–687
 Eixo de campo, 403
 Eixo de potência ativa zero, 300
 Eixo direto, 306, 403
 componentes, 313, 606, 664
 fluxo, 325
 fluxo de entreferro, 406
 FMM, 421
 grandezas, 307, 577
 indutância síncrona, 668
 permeância, 407
 reatâncias de magnetização, 308
 reatâncias síncronas, 308
 relação entre fluxo e corrente, 587
 variáveis, 664–666
 Eixo em quadratura, 306, 309–310, 403
 Eixo magnético do enrolamento de fase, 217
 Eixos de fácil magnetização, 19
 Eletroímã, elevação de uma barra de ferro, 177
 Eletrônica digital, motores de passo como acompanhantes eletromecânicos para, 504
 Êmbolo de permeabilidade elevada, 38
 Empilhamento simples, motor de passo de relutância variável, 495
 Energia
 cálculo, 153
 conversão em calor, 127
 densidades, 143
 em sistemas de campo magnético de excitação única, 129–133
 expressões de, 152
 força e conjugado magnéticos a partir da, 133–139
 variação em um dispositivo de excitação única, 144

- Energia elétrica armazenada, sistema com, 127
- Energia magnética armazenada, 18, 131
- Enfraquecimento de campo, 324
- Enfraquecimento de fluxo, 324, 587, 590, 593, 597
- Enrolamento
 - efeito da distribuição em diversas ranhuras, 405
 - produtor de campo magnético no núcleo, 3
 - produtor de fluxo adicional, 64
 - tornado plano (planificado), 209, 210
- Enrolamento amortecedor, 331, 576
- Enrolamento auxiliar, 514
- Enrolamento de armadura, 190
 - aquecimento, 294
 - com acréscimo de comutador, escovas e conexões, 411, 412
 - conexões de bobina, 209
 - de uma máquina CC, 200
 - de uma máquina síncrona, 194
 - efeitos das ranhuras que contém, 227
 - FMM, 250
 - tensão alternada, 227
- Enrolamento de armadura concentrado de N -espiras e passo pleno, 660
- Enrolamento de armadura de uma máquina em circuito aberto, 275
- Enrolamento de campo, 194
 - de uma máquina CC, 200
 - fase de enrolamento, 214
 - fluxo, 269
 - indutância própria, 667
 - instalado no rotor de um gerador síncrono de 200 MW e quatro polos de grande porte, 192
 - rotor cilíndrico de dois polos, 196
 - substituído por ímãs permanentes, 319
 - substituído por um ímã permanente, 436
- Enrolamento de compensação ou de face polar, 445
- Enrolamento de dupla camada, 652
- Enrolamento de estabilização, 435
- Enrolamento de gaiola de esquilo, 384–385
- Enrolamento de partida, 514
- Enrolamento de polos variáveis (intercambiáveis), princípios de, 598
- Enrolamento de trabalho (ou principal), 514
- Enrolamento distribuído de múltiplos polos, 205
- Enrolamento distribuído trifásico de dois polos
 - com bobinas de passo pleno, 204, 205
 - com diagrama fasorial da tensão, 652
- Enrolamento em derivação, 409
- Enrolamento em série, 409
- Enrolamento fictício, tendo um adicional, 153
- Enrolamento linear, 241, 242
- Enrolamento linear trifásico, 242
- Enrolamento monofásico, onda de FMM de um, 216–218
- Enrolamento principal, 514
- Enrolamentos bifilares em acionamentos MRV, 472, 618
- Enrolamentos concentrados, 196
- Enrolamentos de alta tensão, 63
- Enrolamentos de baixa tensão, 63
- Enrolamentos de compensação, 444–446
- Enrolamentos de estator, 190, 191, 232, 510
- Enrolamentos de face polar, principal desvantagem dos, 445–446
- Enrolamentos de fase, controle necessário para acionamento em uma MRV, 618
- Enrolamentos de fase bifilares, 617
- Enrolamentos de passo encurtado, 653
- Enrolamentos de passo pleno, 652, 657–658
- Enrolamentos de rotor
 - de motores de indução, 349
 - de uma máquina de indução, 199
 - eletricamente curto-circuitados, 198
 - excitados com corrente contínua, 232
- Enrolamentos distribuídos, 204
 - desempenho de uma máquina com, 223
 - FMM de, 202–212
 - indutâncias de entreferro de, 660–662
 - no rotor, 208
 - produção de ondas senoidais de FMM centradas nos eixos magnéticos, 218
- Enrolamentos distribuídos de passo encurtado, 652–654, 658–660
- Enrolamentos do primário, 63, 75
- Enrolamentos do secundário, 63, 77
- Enrolamentos múltiplos, sistemas de, 247
- Enrolamentos polifásicos, 218–221, 250
- Ensaio a vazio em um motor de indução, 370–372
- Ensaio a vazio ou de circuito aberto, 84–85, 275, 330
- Ensaio de curto-circuito, 83–84, 86, 330
- Ensaio de rotor bloqueado, 372–380
- Entrada como primário de um transformador, 63
- Entrada de corrente de armadura, 409
- Entrada de energia no núcleo magnético, 26
- Entrada de potência a vazio, 372
 - no enrolamento, 489
 - no enrolamento principal, 543
- Entreferro
 - armazenamento de energia no, 130
 - campo magnético radialmente orientado, 212
- Entreferro dominante, 14
- Entreferros não uniformes, 214–215, 246
- Entreferros uniformes, máquinas com, 212–214
- Equação da tensão de terminal em termos de amplitudes complexas eficazes, 269
- Equação de conjugado, 240, 263
- Equação de cruzamento de fluxo, 225, 226
- Equações das leis de Kirchhoff, 647
- Equações de Maxwell, solução das, 2
- Equações de tensão, 669
- Equações de tensão de estator transformadas, 674
- Equações de transformação, 669, 672
- Equações diferenciais lineares, 171
- Equações dinâmicas, 161–165
- Equipamento de conversão contínua de energia, 122
- Equivalência Delta-Y (triângulo-estrela), 647
- Equivalente de Thévenin, 286

- Erro inerente do transformador de corrente com um secundário em curto-circuito, 99
- Escorregamento
com conjugado máximo, 363, 366
do rotor, 346
- Escorregamento de conjugado de pico em motores de gaiola de esquilo, 348
- Escorvamento (elevação) de tensão em um gerador CC autoexcitado, 430
- Escovas
em contato com as lâminas do comutador, 411
em máquinas síncronas, 194
forma de onda da tensão entre, 202
refrigeração e problemas de manutenção associados com, 686
- Especificação nominal de dispositivos elétricos, 679–682
- Espiras efetivas em série por fase para a FMM fundamental, 206
- Esquema PWM de malha aberta, 618
- Estado permanente, tratamento analítico de tensões CA e FMMs em, 651
- Estatótor, 190
com enrolamentos de excitação, 460
de um motor CC de quatro polos, 443, 444
ondas de FMM, 236
- Estatótor trifásico
excitado com correntes equilibradas de 60 Hz, 222
simplificado com enrolamentos de dois polos, 218
- Estrutura de um relé, mesma de estruturas magnéticas, 129
- Estrutura duplamente saliente, 469
- Estrutura em castelo, 474, 495, 502
- Excitação, 22, 684–686
- Excitação das fases, problema complexo de controle para a, 484
- Excitação de campo, ajuste da, 297
- Excitatriz, 263
- Expectativa de vida de equipamentos elétricos, 679
- Expressão de ângulo de potência, comparação com a expressão para conjugado, 286
- Expressão para o conjugado de um motor, 587
- Expressões da teoria de campo para energia e coenergia, 153
- Expressões de força e conjugado mal aplicadas, 142
- ## F
- Face polar, 419
- Faces polares chanfradas ou excêntricas, 419
- Faiscamento, 442
- Fase, significados de, 635
- Fases do estator de MRVs, 504
- Fasores de FMM, 659
- Fasores de tensão de bobinas, 655
- Fator de distribuição do enrolamento, 655
- Fator de enrolamento, 56, 205, 207, 654, 657
- Fator de passo, 656
- Fator de potência, 640
ângulo, 299
atrasado porque o sistema é indutivo, 69
de um sistema trifásico equilibrado, 642
definição no lado de carga de um transformador, 81
em máquinas CA, 684–685
- Fator de potência adiantado (capacitivo), 640
- Fator de potência atrasado (indutivo), 640, 685
- Fator de potência unitário (potência reativa zero)
corrente de campo necessária para manter, 273
corrente de terminal por unidade, 299
curva composta, 297
diagrama fasorial desenhado para, 316
gerador operando com, 298
nos terminais do motor, 272
- Fator de serviço para motores de propósitos gerais, 680
- Fatores de conversão, 688
- FCEM, 109, 351, 522
- FEM (força eletromotriz), 11, 225.
Veja também tensão de velocidade equações para um transformador, 226
relação com a armadura, 409
- FEM de armadura, 406
- FEM gerada, 409, 427
- Fenômenos do estator, representação por circuito equivalente, 352
- Ferramentas analíticas para estudar máquinas rotativas, 250
- Ferrites, 64
- Ferro, propriedades magnéticas não lineares, 68
- Ferro linear de uma máquina, determinação do conjugado, 468
- Ferro não linear de uma máquina, determinação do conjugado, 468
- Figura de mérito de ímãs permanentes, 33
- Filme de contato, 442
- Fluxo
contínuo ao longo do circuito magnético, 31
criado por um único lado de uma bobina em uma ranhura, 248
para qualquer circuito magnético, 7
produzido por enrolamentos concentrados de passo pleno, 203
produzido por uma onda de FMM em uma máquina de entreferro uniforme, 306
- Fluxo concatenado
com o enrolamento de campo, 267
com um enrolamento de estator da fase a, 224
de bobinas, 11, 17
do enrolamento fictício, 156
equações de corrente, 669
expresso em termos de indutâncias e correntes, 266
expressões de, 668
relações de corrente, 667
versus corrente, característica de uma MRV, 488
- Fluxo concatenado de armadura, 610
- Fluxo concatenado de enrolamento, 11, 244
- Fluxo concatenado eficaz de armadura, 580, 610
- Fluxo concatenado eficaz de fase, valor nominal do, 583
- Fluxo concatenado eficaz de fase de armadura, 583
- Fluxo concatenado resultante, resolução do, 17

- Fluxo de dispersão do estator, 236
- Fluxo de dispersão do primário, 67, 74
- Fluxo de entreferro, 10–11, 227
- Fluxo de núcleo principal de uma máquina síncrona, 303
- Fluxo dispersivo de cabeça de espira, 236
- Fluxo dispersivo em uma ranhura, 181, 248–249, 268, 384
- Fluxo do estator, 233, 346
- Fluxo fundamental de entreferro, 243, 661
- Fluxo líquido em um nó de um circuito magnético, 9
- Fluxo magnético, 3, 4
- Fluxo magnético de amplitude constante, 267
- Fluxo magnético líquido que cruza uma superfície, 4
- Fluxo mútuo, 63, 236, 247
concatenando ambos os enrolamentos primário e secundário, 76
em máquinas rotativas, 109
em transformadores e máquinas rotativas, 110
indução de tensões nos enrolamentos, 109
- Fluxo mútuo resultante, 74, 237
- Fluxo no núcleo, 67–68, 109
- Fluxo no núcleo de um transformador, 109
- Fluxo resultante, valor de pico do, 240
- Fluxo resultante no núcleo produzido pela FMM total, 16
- Fluxo total concatenando o enrolamento primário, 74
- Fluxo variável no tempo, valor instantâneo do, 11
- Fluxos de cabeça de espira, 249
- Fluxos de dispersão, 64–65, 75, 110, 236, 247–249
- Fluxos dispersivos de ranhura e de topo de dente, 236
- FMM
de enrolamentos distribuídos, 202–212
impulsionando fluxo através de um laço fechado, 8
total, 16
total atuando no circuito magnético, 246
total de todas as três fases, 220
- FMM, distribuições de amplitude máxima, 216
componentes fundamentais espaciais de, 657
de enrolamentos trifásicos, 218
de um enrolamento monofásico, 217
produzindo campos magnéticos, 236
- FMM da fase *a*, 256
- FMM de armadura, 417–420
- FMM de entreferro
de enrolamento monofásico decomposta em ondas progressivas girantes, 217
de um enrolamento de rotor de múltiplos polos, 207
dependendo só da configuração do enrolamento e da simetria da estrutura magnética, 210
distribuição da, 203
para um enrolamento concentrado de passo pleno, 213
produzida por corrente, 203
- FMM de excitação, 23
- FMM do campo principal, 420, 428
- FMM do estator, decompondo, 521
- FMM fundamental espacial, 206, 660
- FMM fundamental espacial de entreferro para um enrolamento monofásico, 217
- FMM líquida produzida por todas as correntes, 110
- FMM máxima de rotor, 240
- FMM polifásica, análise gráfica, 221–222
- FMM resultante de entreferro, 237
- FMM total atuando no circuito magnético, 246
- FMM única progressiva positiva, 242
- FMMs de entreferro para as fases, 219
- Fonte com derivação central, 617
- Força
cálculo a partir da energia, 140
determinação em termos da variável de estado elétrico, 134
em função da posição, 135
em sistemas com ímãs permanentes, 152–161
em sistemas de campo magnético, 123–125
obtenção, 152, 156–157
obtenção em um êmbolo, 142
plotando, 137–138
- Força de solenoide, plotagem, 134–138
- Força eletromotriz (FEM), 11, 225.
Veja também Tensão de velocidade equações para um transformador, 226
relação com a armadura, 409
- Força magnética, 139–146
- Força magnetomotriz, 3
- Força mecânica, 133, 144
- Forma de equivalente Thévenin, redução de um circuito à, 364
- Forma de onda da corrente de excitação, 68
- Forma de onda da corrente para a produção de conjugado, 474–487
- Frenagem por inversão de fases, 362
- Frequência de escorregamento no rotor, 346
- Frequência de excitação de uma MRV, 473
- Frequência de operação, 573
- Frequência elétrica, 196–197, 357
- Função de estado
de duas correntes de terminal e deslocamento mecânico, 149
de duas variáveis independentes, 133
definindo uma nova, 139
- Função diferencial de energia, 147
- Função periódica de tempo, valor eficaz, 23
- Fundamentos analíticos, aspectos de circuito elétrico, 413–417

G

- Gerador, aquecimento nas regiões de terminação do núcleo do estator de um, 296
- Gerador alternador (recíproco), 57, 58
- Gerador CC de dois polos, 200–201
- Gerador composto plano, 431
- Gerador em derivação, 408, 409, 430
- Gerador em série, 408, 409
- Gerador ligado em derivação, 429–430
- Gerador monofásico, 194
- Gerador síncrono CA de polos salientes, 193
- Gerador síncrono CA de quatro polos com um entreferro liso, 214

- Gerador síncrono de 200-MW e dois polos, 192
- Gerador síncrono de polos salientes, 307, 310, 314
- Gerador síncrono monofásico de dois polos, 193
- Gerador síncrono monofásico de quatro polos, 195
- Gerador síncrono sobre-excitado, 298
- Gerador síncrono subexcitado, 298
- Gerador trifásico elementar de dois polos, 635, 636
- Geradores a turbina
 - curvas de capacidade de um turbogerador refrigerado com hidrogênio, 294
 - hidrogênio comumente usado com meio de refrigeração, 682–683
 - sistemas de excitação, 685–686
 - vista da extremidade do estator de um, 249
- Geradores autoexcitados, 408, 429
- Geradores CA monofásicos de ímã permanente, 343
- Geradores CC, 201, 408, 448
- Geradores com excitação em derivação, 429
- Geradores com excitação independente, 408
- Geradores compostos, 408, 409
- Geradores síncronos, 293
 - atuando como fontes de tensão, 263
 - como máquinas trifásicas, 197
 - diagrama fasorial para, 309
 - fornecendo as potências ativa e reativa, 300
 - fornecendo potência elétrica a uma carga, 197
 - normalmente conectados a um sistema externo, 315
 - operando em paralelo, 263
- Grandeza complexa, parte real de, 270
- Grandezas de base independentes, escolha arbitrária, 102
- Grandezas do eixo em quadratura, 307
- Grandezas do estator, transformação em grandezas equivalentes, 664
- Graus elétricos, expressando ângulos em, 195
- Guias de latão, densidade de fluxo em, 163
- ## H
- Harmônica principal, 68
- Harmônicas
 - efeitos encobertos de, 68
 - produzidas por enrolamentos discretos, 667
- Harmônicas espaciais de fluxo de entreferro, 247–248
- Harmônicas espaciais no campo de entreferro, 236
- Henrys, medição, 12
- Henrys por metros, 5
- Hidrogênio, propriedades do, 682–683
- Histerese magnética, 20, 430
- ## I
- Ímã permanente, substituição de seção, 158
- Ímã permanente de samário-cobalto, 43, 155, 160–161
- Ímã permanentes cerâmicos, 35
- Ímã solenoide cilíndrico, 163, 164
- Ímãs
 - direção de magnetização, 160
 - estabilização, 41
 - fluxo magnético em torno das extremidades de, 325
 - produção de fluxo de rotor sem dissipação, 319
- Ímãs de cerâmica, efeitos da temperatura, 42
- Ímãs de ferrite, 35
- Ímãs permanentes, 29–34
 - benefícios dos, 436
 - características dependentes de temperatura, 319
 - forças e conjugados em sistemas com, 152–161
 - no rotor produzindo uma onda de fluxo, 330
 - vantagens tendo um preço, 319
- Ímãs permanentes, materiais, 1
 - aplicação de, 34–45
 - força de, 141
 - imensa diferença em relação aos materiais magnéticos moles, 32
 - propriedades dependentes de temperatura, 41
- Impedância
 - convertendo para o sistema por unidade, 107
 - do rotor estacionário equivalente, 354
 - em série com o secundário, 73
 - em série com uma fonte de tensão, 285
 - propriedades de transformação do transformador ideal, 72
 - referida ao primário, 73
 - referindo, 72
- Impedância da indutância de base, 582
- Impedância de base de um motor, 315–316
- Impedância de base trifásica, 106
- Impedância de campo retrógrado, 525, 527
- Impedância de circuito aberto, 84, 85
- Impedância de dispersão do primário, desprezando, 84
- Impedância de dispersão na frequência de escorregamento, 352, 353
- Impedância de entrada do estator, 358
- Impedância de equivalente Thévenin, 330, 360
- Impedância de estator de equivalente Thévenin, 361
- Impedância de magnetização, 76
- Impedância de transformador por unidade, 108
- Impedância do campo progressivo, cálculo, 525
- Impedância em série, limitações ao fluxo de potência por meio de, 285
- Impedância equivalente em série, 79
- Impedâncias de dispersão, 91, 303
- Impedâncias por unidade, 102
- Indutância, 132
 - ajuste de curva polinomial da, 135
 - de um circuito magnético, 146
 - de um enrolamento em um circuito magnético, 12
 - de uma bobina em um circuito magnético, 139
 - escrita em termos do ângulo elétrico do rotor, 667
 - expressão da, 163, 165
 - investigando a, 266–269
 - medida em henrys ou webers-espiras por ampère, 12
 - obtenção da, 12
 - variável no tempo, 17
- Indutância aparente, 269
- Indutância de armadura, 443
- Indutância de dispersão do enrolamento, 249

- Indutância de dispersão do primário, 75
- Indutância de dispersão do secundário, 77
- Indutância de eixo em quadratura, 325
- Indutância de magnetização, 76
- Indutância de sequência zero, 668
- Indutância de uma bobina, 443
- Indutância efetiva, 268
- Indutância mútua
- entre bobinas, 17
 - entre os enrolamentos de rotor e estator, 260
 - máximo positivo e máximo negativo, 230
 - valor de, 230
- Indutância mútua entre o campo e a armadura, 272
- Indutância própria
- de cada fase de estator, 668
 - de uma bobina, 17
 - do enrolamento de campo, 260, 266
- Indutância síncrona, 268, 269
- Indutância síncrona de eixo em quadratura, 668
- Indutâncias de dispersão, 236, 268
- Indutâncias de entreferro, 268, 660–662
- Indutâncias de fase
- de uma MRV duplamente saliente, 461, 463
 - periódicas em relação à posição angular do rotor, 475
- Indutâncias do estator em função do ângulo do rotor, 461, 463
- Indutâncias mútuas entre estator e estator, 667
- Indutâncias mútuas entre estator e rotor, 230, 267, 668
- Indutâncias mútuas entre fases da armadura, 268
- Indutâncias próprias do estator, 267–268
- Indutâncias próprias e mútuas entre pares de enrolamentos, 233
- Indutor
- constituído de dois núcleos em C, 49, 179–180
 - indutor *pot-core*, 52
- Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 677
- Integração
- caminho de, 147, 148
 - independência do caminho de, 130
- Intensidade de campo elétrico, 11
- Intensidade do campo magnético, 2, 4
- no entreferro e no material magnético, 31
 - reduzindo a densidade de fluxo do material a zero, 29
 - relação com a densidade de fluxo magnética, 5
- Interação mútua entre correntes de rotor e estator, 150
- Interações entre fluxo e FMM em um motor de indução polifásico, 389
- Interpolos, 443
- Inversor de ponte H completa, 558
- Inversor polifásico fonte de tensão para acionamento de motor, 572
- Inversor trifásico de fonte de tensão, 572, 573
- Inversores, 616, 618–619
- Inversores bifásicos, 616
- Inversores com pontes H, 616
- Isolamento, 679, 680
- J**
- Joelho da curva de magnetização, 36
- Joules por segundo, 18
- K**
- kVA reativos, necessidades de, 684
- L**
- Laço de histerese, 20, 25, 26
- formação da característica B-H, 37, 46
 - para o aço elétrico M-5, 29, 30
 - para o Alnico 5 (cinco), 29, 30
- Laço menor de histerese, 37
- Lados de uma bobina, distribuição em ranhuras, 653
- Lâminas de material magnético, 26
- Lei de Ampère, 2
- Lei de Faraday, 11, 25, 224, 250, 266, 572, 635
- Lei de Gauss para campos magnéticos, 2
- Lei de Kirchhoff das correntes, 9, 639, 644
- Lei de Kirchhoff das tensões, 8, 639, 646
- Lei de Ohm, 267, 429
- Lei dos cossenos, 323
- Levitação, correntes induzidas usadas para proporcionar, 241
- Ligação (triângulo) equilibrada, substituição por uma ligação Y equilibrada, 647
- Ligação aditiva (cumulativa) de campo em série, 420
- Ligação em derivação curta, 416
- Ligação em derivação longa, 416
- Ligação em Y (estrela), 637, 647
- Ligação subtrativa (diferencial), 410, 420
- Limitação do aquecimento de campo na operação de uma máquina, 296
- Limites de potência, estudo dos, 285
- Linear, material magnético duro, conectado em série, 157–158
- Linearização, 168–171
- Linha de entreferro, 245, 275, 278, 407
- Linha de resistência de campo, 429, 430
- Linha de carga, 32, 39, 40
- equação da, 438
- Linhas de transmissão, impedâncias de, 92
- M**
- Magnetismo residual, 406, 408
- Magnetização remanescente, 21, 29
- Magnetização residual, 29
- Malha de controle de velocidade de um motor síncrono, diagrama de blocos, 590
- Máquina CA de ímã permanente interior, 325–329
- Máquina CA de ímã permanente superficial, 321–324
- Máquina CA trifásica, 223
- Máquina CA trifásica de ímã permanente, diagrama esquemático de uma, 319
- Máquina CA trifásica ligada em Y (estrela), 254
- Máquina CC de polos salientes, 215
- Máquina CC de quatro polos, seção transversal de, 211
- Máquina composta, 446
- Máquina de dois polos, 212, 236
- Máquina de entreferro liso, 229, 230, 237
- Máquina de entreferro uniforme, 233
- Máquina de múltiplos enrolamentos, 233

- Máquina de múltiplos polos, 224, 238
- Máquina duplamente saliente, 469
- Máquina saliente, 469
- Máquina saturada, conversão de trabalho menos útil por ciclo, 490
- Máquina síncrona bifásica de polos salientes, 259–260
- Máquina síncrona de dois polos, fator de enrolamento de campo para, 214
- Máquina síncrona de múltiplos polos e fases produzindo conjugado constante, 235
- Máquina síncrona de polos não salientes comparada com uma máquina CC, 579
- Máquina síncrona de polos salientes (MS), 315
- Máquina síncrona de quatro polos produzindo conjugado constante, 235
- Máquina síncrona ideal, 667
- Máquina síncrona monofásica ideal, 233
- Máquina síncrona trifásica de rotor cilíndrico, 265, 266
- Máquina trifásica, amplitude da onda de FMM resultante em uma, 658
- Máquina trifásica de dois polos, 197, 198
- Máquinas, especificando o tamanho, 681
- Máquinas alternativas (recíprocas) lineares, 241
- Máquinas assíncronas, máquinas de indução como, 199
- Máquinas autoexcitadas, produção de tensões instáveis, 448
- Máquinas CA com ímã permanente, 319–329
- Máquinas CA monofásicas, 217–218
- Máquinas CA polifásicas, 216, 218
- Máquinas CC, 200–202, 208–212, 227–228, 403–448
- aspectos de circuito elétrico, 413–417
 - aspectos de circuito magnético, 420–428
 - características essenciais de, 403–404
 - com comutador, 201
 - conexão com um enrolamento de campo ligado em série, 446
 - conexões do circuito de campo, 407
 - curvas de magnetização, 406
 - distribuição espacial da densidade de fluxo no entreferro, 202
 - enrolamento de armadura, 190
 - enrolamento de campo nas, 191
 - enrolamentos de armadura de, 253
 - escovas e comutador de, 579
 - estrutura magnética com mais de dois polos, 211
 - expressando a tensão em termos da velocidade mecânica, 228
 - representações esquemáticas de, 404
 - rotor, 190, 191
 - vantagens da aplicação de, 410
 - vantagens notáveis das, 407
- Máquinas CC com ímã permanente, 436–441
- Máquinas de indução, 198–200
- circuito equivalente simplificado, 357
 - curva de conjugado *versus* escorregamento, 362
 - descrição, 193
 - onda de fluxo no entreferro girando sincronicamente em, 389
 - operando como geradores, 362
 - operando de forma assíncrona, 619
 - relações em variáveis $dq0$, 671
 - semelhanças com transformadores, 344
 - sistema de referência para, 672
 - transformação de tensões e mudando a frequência, 389
 - valores de parâmetros por unidade, 102
- Máquinas de indução bifásicas não simétricas, 536–546
- Máquinas de indução de rotor bobinado, 344, 346
- Máquinas de indução e síncronas, interconexão de, 392
- Máquinas de polos não salientes, conjugado em, 229–241
- Máquinas de polos salientes
- característica de ângulo de potência, 312–318
 - características essenciais das, 306–312
 - conjugados magnético e de relutância, 327
 - diagramas fasoriais para, 308–312
 - estrutura típica de, 215
 - mais “duras” que com rotor cilíndrico, 315
 - tratamento por meio da teoria do rotor cilíndrico, 312
- Máquinas de relutância chaveada (SRMs), 460
- Máquinas de relutância variável (MRVs). *Veja* MRVs (máquinas de relutância variável)
- Máquinas elétricas, 212
- desempenho e operação, 676–687
 - métodos de refrigeração para, 682–683, 684
- Máquinas elétricas rotativas, formas e nomes de, 192
- Máquinas lineares, 241–244
- Máquinas motrizes, 263, 300
- Máquinas polifásicas de indução, 344–389
- características de desempenho em estado permanente de, 355
 - circuitos equivalentes de estado permanente para, 351–354
 - correntes e fluxos em, 348–350
 - introdução a, 344–348
- Máquinas polifásicas operando em condições equilibradas, 250
- Máquinas rotativas comparadas com transformadores, 109
- campos magnéticos em, 212–215
 - compreendendo o comportamento das, 126
 - descrição, 172
 - introdução às, 190–251
- Máquinas simétricas bifásicas, funcionamento não equilibrado de, 528–535
- Máquinas síncronas, 193–198, 262–331, 665
- características de funcionamento em estado permanente de, 293–306
 - com enrolamentos de campo, 587
 - com ímãs permanentes no rotor, 587
 - descrição, 262
 - enrolamento de campo em, 191
 - estrutura magnética de, 10
 - limites de potência em estado permanente de, 285
 - MRVs como, 503

- operando com uma tensão de terminal relativamente constante, 279
- operando em conjunto com um sistema externo, 330
- rendimento de, 301
- trifásicas de quatro polos com entreferro uniforme, 234
- valores por unidade de, 102
- Máquinas síncronas de ímã permanente, 587
- Máquinas síncronas de rotor bobinado e polos salientes, 325
- Máquinas síncronas polifásicas, 262–265, 319
- Materiais ferromagnéticos, 1, 19, 45
- Materiais magnéticos
- abaixo do ideal, 244
 - dados numéricos sobre, 20
 - permeabilidades variando com o nível de fluxo, 8
 - propriedades dos, 19–22
 - sustentando um bloco de, 186–187
- Materiais magnéticos de terras raras, 36
- Materiais magnéticos duros, 32, 152
- em situações de FMM e geometria variáveis, 38
 - em um núcleo de material magnético mole altamente permeável, 36
 - estabilizados para operar em uma região especificada, 38
 - sujeitos à desmagnetização, 41
- Materiais magnéticos moles, 32
- de permeabilidade constante, 131
 - em termos da teoria de campo, 141
- Material de permeabilidade elevada, presença de, 3
- Material saturado, 19
- MATLAB
- forma de onda e conjugado plotados, 479–482
 - função polyfit, 134, 136–137
 - função spline, 180, 304–306
 - plotagem da corrente de armadura por unidade *versus* corrente de campo, 584
 - plotagem da corrente de terminal em função da velocidade, 369
 - resolução de problema usando, 98–99
 - script* para implementar o algoritmo de controle, 611
 - script* para plotar a indutância, 15, 16
 - uso de, 14–16
- MATLAB/Simulink, pacote, 166
- equações dinâmicas formuladas como equações integrais, 565
- investigação do escorvamento de tensão em uma máquina CC autoexcitada, 432
- plotagem da tensão de terminal em função do tempo, 432
- Mecanismo de produção de conjugado em uma máquina de indução, 606
- Mecanismos de perdas, 25–36, 127
- Medições das perdas, rendimento determinado por, 677
- Método da armadura em derivação para controle de velocidade, 557, 558
- Método da energia, 126, 128
- Método da resistência em série, 557
- Método das duas reações de Blondel, 664
- Método dos elementos finitos, 2, 141
- Método dos quilowatts eficazes, 681
- Metros por segundo, 123
- Micropasso, técnica de, 500
- Modulação por largura de pulso (PWM), 558, 572
- Mola de torção conectada a um braço móvel, 184
- Mola helicoidal controladora de posição, 185
- Momentos magnéticos dos domínios, alinhamento, 19
- Monofásico, circuitos equivalentes entre linha e neutro, 271
- Motor CA de ímã permanente superficial, 320
- Motor CC de potência elevada de ímã permanente, 436, 437
- Motor com partida a capacitor, 515, 516
- Motor composto, 410
- Motor composto aditivo (cumulativo), 410
- Motor de aplicação geral, 680
- Motor de fase dividida com capacitor permanente, 515, 516, 541
- Motor de indução de fase dividida, modelagem, 538
- Motor de indução de gaiola de esquilo, 198–199
- Motor de indução de rotor bobinado, 366
- Motor de indução monofásico de dois polos, parâmetros de um, 541
- Motor de indução polifásico, 354, 356, 370
- Motor de passo bifásico, diagrama esquemático de, 497
- Motor de passo bifásico híbrido com polos em castelo, 509
- Motor de passo de relutância variável de empilhamento múltiplo, 495, 496
- Motor de passo híbrido, 501–503
- Motor de passo híbrido em castelo, 505
- Motor de passo trifásico de relutância variável com três empilhamentos, 497
- Motor de propósito especial, 680
- Motor série, 410, 448
- Motor série monofásico, 447
- Motor síncrono de relutância com partida por fase dividida, 519
- Motor sobre-excitado, 685
- Motor subexcitado, 685
- Motor universal, 447
- Motores
- disponíveis comercialmente, 681
 - falta de adequação às aplicações, 687
 - partida como motor de indução, 265
 - tamanhos padronizados de, 687
- Motores bifásicos, 510, 529
- Motores CA de velocidade ajustável, 597
- Motores CC
- analogia com, 608
 - característica de velocidade *versus* conjugado, 409
 - características de velocidade *versus* conjugado de, 409
 - circuito equivalente para motor de excitação independente, 554
 - controle de, 554–572
 - controle de velocidade de um motor de excitação independente ou em derivação, 562
 - equação dinâmica governando a velocidade de, 570
 - sistema de controle de velocidade, 569
 - tipos de, 448
- Motores CC com ímã permanente
- circuito equivalente para, 440

- fluxo de campo determinado pelo ímã permanente, 567
vista explodida de uma forma alternativa de, 438–440
- Motores CC sem escovas, 329, 331
- Motores com capacitor, 515–517
- Motores com capacitor, modelagem, 538
- Motores com especificações de potência de curta duração, 682
- Motores com excitação independente, 410
- Motores de fase dividida, 514
- Motores de gaiola de esquilo, 386–388, 389
- Motores de histerese, 519–521
- Motores de ímã permanente, 319, 436, 437
- Motores de indução, 344
característica de velocidade *versus* conjugado, 199, 200
com rotores de gaiola de esquilo e enrolamento monofásico de estator, 510, 511
controle de, 597–615
curvas de velocidade *versus* conjugado, 601
curvas de velocidade *versus* conjugado de uso geral, 386, 387
distribuição empírica de reatâncias de dispersão em, 376
fonte de excitação em, 685
malha de controle de velocidade, 609
operando com escorregamento elevado de forma ineficiente, 356
operando em velocidades abaixo da velocidade síncrona mecânica, 199
operando na ou próximo da velocidade síncrona, 246
- Motores de indução bifásicos, 528–546
- Motores de indução de polos sombreados, 518
- Motores de indução monofásicos, 522
classificados de acordo com o método de partida, 513
com enrolamentos principal e auxiliar, 536
comparados com os motores polifásicos, 527–528
desempenhos de partida e de funcionamento, 513–521
exame qualitativo, 510–513
teoria do campo girante de, 521–528
- Motores de indução monofásicos com partida a capacitor, 687
- Motores de passo, 192, 460, 474, 503
a questão do controle, 503
projetados para produzir um conjugado elevado de restauração, 500
relação estreita com MRVs, 504
- Motores de passo de ímã permanente, 498
- Motores de polos variáveis, 597–599
- Motores de relutância variável *Veja* MRVs (máquinas de relutância variável)
- Motores de rotor bobinado, 381–383
aumento da resistência de rotor, 348
tornando-se menos comuns, 386
usados em condições de partida muito exigentes, 389
- Motores em derivação, 410, 448
- Motores lineares, 241
- Motores monofásicos, 510, 527, 528
- Motores polifásicos, 527–528
- Motores sem escovas, 329, 331
- Motores série universais, 446–447, 510
- Motores síncronos
como correlatos de geradores síncronos, 198
comparação com motores de passo, 497
conjugado eletromecânico em oposição ao conjugado resistente, 264
controle de, 572–597
desempenho de partida e de trabalho de, 513–521
desenvolvimento de conjugado apenas na velocidade síncrona, 265
fontes de excitação, 685
operando a partir de sistemas polifásicos de acionamento de frequência variável, 331
operando conectado a uma fonte de frequência constante, 331
plotagem de potência e conjugado máximos *versus* velocidade, 574
velocidade em estado permanente de, 198
- Motores síncronos de ímã permanente de entreferro radial, classes de, 321
- Motores síncronos de relutância com partida própria, 518
- Motores síncronos de relutância construídos em estruturas adequadas, 519
- Motores síncronos sobre-excitados, 685
- Motorettes, 679
- Movimento grosseiro, 165, 166–168
- MRV 4/2, 471, 483
- MRV 6/4 trifásica, 470
- MRV 8/6 de quatro fases, 472
- MRV duplamente saliente, 461–464
- MRV em castelo, 473
- MRV trifásica com um total de seis polos principais de estator, 473, 474
- MRVs (máquinas de relutância variável), 460
ampla variedade de configurações, 469
análise de MRVs que requerem tratamento numérico, 484
análise não linear, 487–495
controle de, 615–619
em série, 471
sem enrolamentos no rotor, 192
significado em aplicações de engenharia, 504
tipos de, 461
- MRVs de rotor saliente, 461, 462, 463

N

- Não uniformidades de entreferro, efeitos das, 245
- National Electrical Manufacturers Association (NEMA), 677, 680
- Natureza bipolar de um campo magnético, 203
- Natureza histerética dos materiais magnéticos, 25, 26
- Newtons, 123
- Nickle, C. A., 665
- Nível de fluxo de máquina em condições de curto-circuito, 282
- Notação de gerador para a corrente de armadura, 307
- Núcleo, aquecimento do, 25
- Núcleo de aço laminado com enrolamento, 28

- Núcleo magnético, alta permeabilidade do, 3
Número complexo, 285, 293
- O**
- Onda de fluxo, 199, 347
Onda de fluxo de entreferro, 225, 277, 347
Onda de fluxo progressiva negativa, 218
Onda de fluxo retrógrada, 235
Onda de FMM da armadura em dente de serra, 211
Onda de FMM de armadura, 403, 417
Onda de FMM de armadura, componente girante retrógrada das correntes induzidas e perdas na estrutura do rotor, 250
Onda de FMM do estator de um motor monofásico, 521
decomposição em duas ondas que se deslocam com amplitude constante, 546
eixo da, 520
em deslocamento, 529
Onda de FMM em dente de serra, 209–210
Onda de FMM fundamental espacial, valor de pico da, 211–212
Onda de FMM fundamental espacial para um enrolamento, 659
Onda de FMM no entreferro, 204, 220, 511
Onda de FMM rotativa, produção de, 221
Onda de FMM única progressiva positiva, 220
Onda espacial senoidal, amplitude de, 213
Ondas de FMM, 209, 210
da armadura de uma máquina CC, 208
de estator e rotor, 237
de máquinas CC, 212
de um enrolamento trifásico, 250
encontrando a componente fundamental de, 242
ideais, 417
produzindo uma ação do tipo motor de indução, 511
Ondas de FMM senoidais fundamentais espaciais, 218
Ondas progressivas negativas (ou retrógradas), 220, 511
- Ondas progressivas positivas, 220, 511
Operação com volts por hertz constantes (V/Hz constante), 574
Operação de fluxo constante, 573, 574
Operadores de sistema de potência, 295
Ordem das fases, 638
- P**
- Pacotes para análise numérica, 494
Paralelogramo, fórmula trigonométrica da diagonal do, 237
Parâmetros de dispositivo por unidade na base do dispositivo, 102–103
Park, R. H., 665
Parte de fluxo crescente do laço de histerese, 23
Parte de fluxo decrescente do laço de histerese, 23
Partida com tensão reduzida resultando em uma diminuição do conjugado de partida, 386
Passo encurtado, bobinas de estator de uma máquina CA, 254
Perda de sincronismo, 265
Perdas
análise das, 676–678
em transformadores e máquinas rotativas, 110
em uma máquina síncrona trifásica de seis polos, 302
ensaios para a determinação, 110
mudança com a condição de operação, 301
Perdas a vazio, atribuição de, 371
Perdas a vazio em um rotor, 370
Perdas de carga em curto-circuito, 282–283, 302
Perdas de máquina, análise das, 676–678
Perdas do estator, 370
Perdas I^2R , 677
Perdas I^2R de armadura, 681
Perdas I^2R de armadura a vazio, 678
Perdas internas, minimização, 686
Perdas mecânicas, 677
Perdas no núcleo, 69
componente, 68, 69, 76
correspondente ao fluxo a vazio, 276
densidade, 26, 27, 29
determinação, 371
redução, 686
resistência, 76, 352, 371
sob carga, 303, 678
Perdas no núcleo a vazio (ou circuito aberto), 276, 302, 303, 305, 371, 677–678
Perdas nos contatos das escovas dos anéis deslizantes e comutadores, 677
Perdas ôhmicas, 677
Perdas por correntes parasitas, 677, 678
Perdas por histerese, 26, 677, 678
Perdas resistivas CC, 283
Perdas resistivas CC de curto-circuito, 283
Perdas rotacionais
cálculo, 377
em condições normais de operação, 370
para qualquer velocidade, 371
Perdas rotacionais a vazio, 276, 678
Perdas suplementares, 283, 302, 303, 370, 677–678
Perdas totais no núcleo, 29
Perdas totais no rotor, 355
Perfis de conjugado, 476, 480
Permeabilidade
de material magnético linear, 5
do vácuo, 19
em função da densidade de fluxo do material, 48
Permeabilidade constante de um material, 6
Permeabilidade de recuo, 37
Permeabilidade efetiva, 19
Permeabilidade elevada de material, 7
Permeabilidade infinita, suposição de, 33
Permeabilidade relativa, 5
Permeabilidades magnéticas, 3, 244
Permeância
de um circuito magnético, 7
eixo direto, 407
Perturbação no dispositivo, 144
Planejadores de sistemas, 295
Plotagem de corrente *versus* velocidade, 369
Polos de comutação 443
Polos salientes, 196, 246
Pontes, projeto de, 326
Pontes de fluxo, 325, 326
Ponto de conjugado máximo, 364
Ponto de equilíbrio, 168
Ponto de vista de circuito acoplado, 229–235

- Por unidade, conversão para e de, 101
- Posições de conjugado zero de um motor, 499
- de uma MRV 4/2, 468
- não possíveis em MRVs 6/4, 470
- nem todas correspondendo a posições de equilíbrio estável, 499
- teste das, 470
- Posições de equilíbrio estável de um motor de passo sem carga, 500
- Posições de repouso estável do rotor, 499
- Potência, 357
- determinada pelo produto de tensão e corrente, 17
- entregue através da impedância à fonte de tensão, 285
- entregue através do entreferro pelo campo progressivo, 532
- entregue pelo enrolamento de estator, 524
- transferida do estator através do entreferro, 355
- Potência aparente constante, 295
- Potência aparente por fase, 642
- Potência aparente trifásica total, 642
- Potência CC requerida para a excitação, 262
- Potência contínua, especificações de máquina mais comuns, 680
- Potência de carga por unidade, 108
- Potência de entrada, 304, 543
- Potência de entrada a vazio, 370
- Potência de entrada de um motor, 304
- Potência de entrada máxima de um motor, 316
- Potência de entrada total, obtenção da, 543
- Potência de saída, 304
- Potência de saída de um motor, 324
- Potência de saída do gerador (por fase ou por unidade), 313
- Potência de saída no eixo, 526
- Potência de terminal, 415
- Potência do gerador, 288
- Potência elétrica de entrada, 128
- Potência eletromagnética, 413–414, 415, 435, 441
- Potência eletromecânica, 355, 356
- Potência instantânea, 640–641, 670
- Potência instantânea total de um sistema trifásico equilibrado, 641
- Potência interna convertida para a forma mecânica, 524
- Potência máxima, 284, 317
- Potência máxima de uma máquina, 574
- Potência mecânica
- igual ao conjugado vezes a velocidade angular, 357
- necessária para acionar uma máquina na velocidade síncrona, 276
- necessária para acionar uma máquina síncrona durante o ensaio de curto-circuito, 282
- produto do conjugado e a velocidade mecânica, 406
- Potência mecânica de saída, 128, 425
- Potência mecânica interna, 525, 532
- Potência média de cada fase, 640
- Potência média de saída por fase da MRV, 490
- Potência no eixo, 542
- Potência nominal (VA) do inversor, 490
- Potência nominal do autotransformador, 90
- Potência permitida aproximada, 561
- Potência por unidade, plotagem de MATLAB *versus* ângulo de potência, 318
- Potência reativa, 293, 372
- Potência reativa por fase, 641
- Potência reativa trifásica total, 641
- Potência total transferida através do entreferro a partir do estator, 355
- Problema da refrigeração, 682
- Problemas trifásicos, resolução no sistema por unidade na forma de problemas monofásicos, 106
- Produção de conjugado, forma de onda da corrente para a, 474–487
- Produto energético máximo de um material de ímã permanente, 32
- Projeto duplamente saliente, 469
- Pulsações de conjugado, 513, 641
- Pulsações de conjugado com o dobro da frequência do estator, 513, 515

Q

- Queda de FMM, 7, 8
- Queda de tensão a plena carga na resistência de armadura, 562
- Queda de tensão na resistência de armadura, 269, 273

Queda em resistência a vazio na maioria dos transformadores de grande porte, 67

R

- Radianos elétricos, expressando ângulos em, 195
- Radianos por segundo, 196
- Ramo de excitação de um circuito equivalente, 76
- Razão elevada entre resistência e reatância, 514
- Razão entre FEMs induzidas, 77
- Ref J, símbolo para indicar a parte real de um número complexo, 539
- Reação de armadura, 427–428
- Reação de armadura de magnetização cruzada, 418, 419
- Realimentação de velocidade, formação de uma malha externa de controle, 580, 581
- Reatância a vazio, 372
- Reatância de carga (*burden*) mínima, 99
- Reatância de dispersão de armadura, 273
- Reatância de dispersão de máquina, 303
- Reatância de dispersão de rotor referida, na frequência do estator, 353
- Reatância de dispersão do primário, 75
- Reatância de dispersão do secundário, 77
- Reatância de magnetização, 76, 85, 271, 352
- Reatância de rotor bloqueado, 374, 375, 378
- Reatância elevada, diminuindo o fator de potência, 387
- Reatância equivalente, 81
- Reatância equivalente em série, 79
- Reatância própria do estator, 372
- Reatância síncrona, 269, 273, 274, 278, 322
- Reatância síncrona não saturada, 278, 279, 280
- Reatância síncrona saturada, 279, 282
- Reatâncias de dispersão, 81, 271, 277
- afetadas pela saturação, 373
- efeito de ignorar a queda de tensão na, 304
- em máquinas síncronas, 277

- frequentemente supostas constantes, 110
- Reatâncias de magnetização de eixo em quadratura, 308
- Reatâncias por unidade, cálculo, 282
- Reatâncias síncronas de eixo em quadratura, 308
- Reatores em derivação, 685
- Referindo a impedância, 72
- Regeneração, configuração capaz de, 617
- Região de operação permitida para um gerador síncrono, 294
- Regime de conjugado constante, 574
- Regime de potência constante, 574
- Regra da mão direita, 4–5, 123, 124
- Regulação de tensão de um transformador, 86
- Regulador automático de tensão (RAT), 290
- Relação de curto-circuito (RCC), 280
- Relação de espiras, característica não única em um circuito equivalente de transformador, 81
- Relação de espiras efetiva do autotransformador, 90
- Relação de tensões entre dois enrolamentos, 64
- Relação de transformação entre dois enrolamentos, 64
- Relações lineares entre sinais elétricos e movimento mecânico, 166
- Relações para máquinas síncronas em termos de variáveis dq0, 666–670
- Relé de êmbolo móvel, 132
- Relé eletromagnético, esquema de, 129
- Relutância
 - de um circuito magnético, 163–164
 - do aço elétrico, 407
 - do caminho de fluxo cruzado, 419
 - do núcleo e do entreferro, 6
 - dos caminhos de fluxo de dispersão, 110
 - obtenção, 9
- Relutância de entreferro, 22, 203
- Rendimento, 304, 359, 543
- Rendimento de uma máquina, expressão para o, 676
- Representação com circuito equivalente de uma máquina síncrona, 287
- Requerimentos de carga, 681
- Requisitos de excitação de um material magnético, 24
- Resfriamento dos condutores, 683
- Resfriamento interno, 683
- Resistência CC da armadura, 284
- Resistência de armadura, 273, 274, 284, 578
- Resistência de campo crítica, 430
- Resistência de estator variando com a temperatura do enrolamento de estator, 370–371
- Resistência de magnetização, 76, 85
- Resistência de rotor bloqueado, cálculo, 374
- Resistência de rotor refletida, 371
- Resistência do primário, 67, 75
- Resistência do secundário, 77
- Resistência equivalente em série, 79
- Resistência equivalente total, 81
- Resistência inerente do rotor, 383
- Resistência referida, alterações na, 382
- Resistências CA e CC, razão entre as, 284
- Resistências de enrolamento, correção, 302
- Resistividade do cobre, 56
- Resistor derivador, 432
- Resolução angular de uma MRV, 495
- Resolução de tensões bifásicas não equilibradas, 531
- Restrições térmicas, limitação da corrente de terminal da máquina, 574
- Resultados experimentais em forma funcional, 304
- Reta de recuo, 37
- Retificação de onda completa, comutador tornando disponível a, 201
- Retificação em uma máquina CC, 201
- Retificação mecânica, 227
- Retificador de fase controlada, 568
- Retificadores controlados de silício de fase controlada, 686
- Retificadores de estado sólido, 263
- Rotação, introduzindo a variação no tempo, 226
- Rotor, 190
 - barras, 369
 - circuito equivalente de um motor de indução polifásico, 353
 - condutores, 346
 - conjugado, 173
 - controle por resistência, 605–606
 - de um motor de histerese, 519
 - de uma máquina de indução como um curto-circuito, 352
 - de uma máquina de indução polifásica, 344
 - dentes, 473
 - dissipação de potência por fase de estator, 356
 - eixo direto, 306
 - eixo em quadratura, 306
 - “emperrando” em uma MRV, 467
 - equações de tensão, 674
 - escorregamento, 346
 - excesso no, 484
 - excitação, 320
 - extremamente robusto para MRV, 504
 - fluxo, 614
 - fluxo de dispersão, 236
 - frequência, 383–386
 - gerador de dois polos e rotor cilíndrico, 207, 208
 - girando na mesma velocidade que o campo magnético girante, 262
 - impedância, 373, 374
 - indutância própria do rotor, 266–267
 - ondas de FMM, 236, 522
 - perdas totais, 355
 - polos em um rotor de gaiola de esquilo, 350
 - posição de equilíbrio, 501
 - reatância de dispersão, 349, 375
 - resistência, 381–388, 389
 - resistência do circuito, 366
 - sensor de posição do, 467–468, 615
 - terminais, 346
 - velocidade, 359
- Rotor assimétrico, MRV com, 470
- Rotor bobinado, 344, 348
- Rotor bobinado, situação da FMM e do fluxo, 348, 349
- Rotor com bobina de espira única, 124
- Rotor de duas bobinas, 173
- Rotor de ímã permanente, produção de campo de pico, 498
- Rotor de máquina, observação com luz estroboscópica, 265
- Rotor de polos não salientes, 196

- Rotor estacionário constituindo os trilhos, 241
- Rotor ferromagnético produzindo conjugado nulo, 498
- Rotor magnético com saliências, 460
- Rotores cilíndricos, 196, 197
- Rotores de gaiola de esquilo, 344–345, 349–350, 384
- Rotores de ímã permanente interior, 325
- S**
- Saída, secundário, 63
- Saída de potência, 323
- Saída de potência reativa, 298
- Saída de potência reativa do gerador, 301
- Saída no eixo, 532
- Saliências
- do estator, 461
 - efeitos das, 668
- Samário-cobalto, 36, 41
- Saturação
- baixa a potência nominal (VA) requerido do inversor, 489
 - efeitos da, 244, 489, 490
 - efeitos sobre o desempenho de uma MRV, 488–489
 - em uma máquina totalmente carregada, 246
 - grau de, 245
 - grau fixo de, 279
 - método de lidar com, 279
 - papel na determinação dos caminhos de fluxo, 326
 - papel no desempenho de uma MRV, 494, 504
 - sob as intensas correntes transitórias iniciais, 369
- Saturação magnética, 110, 244–247, 274
- Secundário em curto-circuito, circuito equivalente com, 83
- Segundo enrolamento, 191
- Sensor de velocidade, 610
- Sensor para medir a posição do eixo, 321
- Sensores eletrônicos, determinando a posição do eixo, 265
- Sentido de referência do tipo gerador, 270
- Sentido de referência do tipo motor, 270
- Sequência das fases, 638
- Sequência negativa, 529
- Sequência positiva, 529
- Sequências opostas de fases, fontes de tensão, bifásicas e equilibradas, de, 529
- Série de Fourier, 204
- Simplificação de problemas de movimento grosseiro, 167
- Simplificação de suposições permitindo a obtenção de soluções úteis de engenharia, 2–3
- Simulação, resultados de, 167, 170
- Simulink
- plotando a corrente e conjugado da fase 1, 484
 - resolvendo problemas, 166
- Simulink, diagrama de blocos, 484–486
- Simulink, modelo, 167, 168, 169, 565, 594
- Sinais de entrada, propiciando reposta linear aos, 168
- Sinal de audiófrequência, 185
- Sincronismo, manutenção entre geradores, 263
- Sistema bifásico, síntese de um sistema não equilibrado, 530
- Sistema conservativo, 130
- Sistema de acionamento de MRV, 495, 615
- Sistema de armazenamento de energia sem perdas, 127, 182
- Sistema de controle de conjugado, 580, 581
- Sistema de controle de conjugado por campo orientado, 587–588, 609
- Sistema de controle de velocidade para motor CC de excitação independente ou em derivação, 562
- Sistema de controle por realimentação, diagrama de blocos do, 562
- Sistema de distribuição de grande porte, 91
- Sistema de excitação, 262
- Sistema de ímã permanente, 188
- Sistema de q fases, 635
- Sistema de referência, escolha do, 270
- Sistema de referência rotativo, 672
- Sistema de três enrolamentos, 247, 248
- Sistema eletromecânico
- equações dinâmicas do movimento de um, 163–165
 - modelo de um simples, 161–162
- Sistema ligado em Y (estrela), diagrama fasorial de tensões para um, 638
- Sistema magneticamente linear, 143, 152
- Sistema polifásico, 635
- Sistema por unidade, 101–109
- Sistema só com campo elétrico, 123
- Sistema só com campo magnético, 123
- Sistema trifásico equilibrado, 637, 638
- Sistema trifásico não equilibrado, 637–638
- Sistemas de acionamento unidirecionais, operando MRVs com, 504
- Sistemas de campo magnético multiexcitado, 146–152
- Sistemas de componentes simétricos, 330
- Sistemas de controle de laço aberto, 500
- Sistemas de conversão de energia, 129
- Sistemas de excitação sem escovas, 194, 263
- Sistemas digitais de controle, motores de passo usados em, 495
- Sistemas inversores baseados em eletrônica de potência, 558
- Sistemas inversores para o acionamento de MRVs, 616
- Sistemas monofásicos, três separados, 635
- Sistemas trifásicos, 635
- a maioria dos sistemas de potência do mundo como, 197
 - análise de valores de base, 106
 - potência instantânea em, 641
- Sistema-vibrador cilíndrico simétrico, 178–179
- Sobrecargas elevadas de conjugado, 410
- Solenóide, êmbolo conectado a uma mola, 188
- Soma fasorial para bobina de passo encurtado, 656
- T**
- Técnica de campo orientado, 553
- Técnica do circuito equivalente, 74
- Técnicas analíticas, 165–171
- Técnicas de integração numérica baseadas em computador, 166

- Técnicas para o controle de máquinas elétricas, 553
- Tecnologia de estado sólido usada em sistemas de acionamento CA, 403
- Temperatura Curie, 43
- Temperatura Curie do neodímio-ferro-boro, 43
- características de magnetização CC, 159
- curva de magnetização CC do, 41, 438
- curvas de magnetização, 41–42
- materiais, 36
- valores baixos de permeabilidade de recuo, 41
- Temperatura de funcionamento de uma máquina, 679
- Tensão CC de armadura, 403
- Tensão constante, operação com frequência variável, 573
- Tensão de armadura, amplitude da, 573
- Tensão de armadura aplicada, 599
- Tensão de bobina, 196, 444
- Tensão de carga por unidade, 108
- Tensão de entreferro, 271, 303, 304
- Tensão de equivalente Thévenin, 301, 330, 360
- Tensão de fase, valores de base para a, 106
- Tensão de fase de carga real, cálculo, 94
- Tensão de fase eficaz, cálculo para uma máquina de polos não salientes, 592
- Tensão de linha
- expressão da, 94
- para um enrolamento ligado em triângulo (delta), 654
- valor da, 639
- Tensão de linha, cálculo, 227
- Tensão de reatância, 443
- Tensão de terminal
- cálculo, 560
- como referência de fase, 272
- de geradores síncronos, 294
- de um gerador com excitação independente, 408–409
- de uma máquina CC, 414
- determinação, 610
- expressão da, 269
- plotada em função da potência do gerador, 288
- plotagem MATLAB *versus* a potência do gerador por unidade, 289
- velocidade do motor variando linearmente com a, 559
- Tensão de terminal da fase a, 269
- Tensão de terminal de enrolamento, obtenção, 17
- Tensão de terminal de um motor, 323
- Tensão de terminal do estator, 351
- Tensão de terminal do gerador, 288
- Tensão de terminal do primário, 75
- Tensão de transformador, 83, 224
- Tensão de um motor, controle da, 560
- Tensão de velocidade, 109, 162, 405–406. *Veja também* FEM (força eletromotriz)
- de motores CC de ímã permanente, 567
- gerada pelo movimento relativo da onda de fluxo de entreferro e a bobina de estator, 224
- induzida na armadura pelo enrolamento de campo girante, 198
- Tensão eficaz de fase da armadura, 610
- Tensão eficaz de fase de terminal, 584
- Tensão eficaz gerada por fase, 651
- Tensão gerada, 223–228, 269, 272, 299, 651–657
- de uma máquina CC, 413
- em função da velocidade do motor, 425
- fasor ao longo do eixo em quadratura, 306
- por unidade, 301, 303
- proporcional à velocidade do motor e à corrente de campo, 576
- valor da respectiva, 298
- Tensão gerada de frequência fundamental, 653
- Tensão gerada produzida por ímã, 322
- Tensão induzida
- expressões quantitativas da, 223
- nos terminais de enrolamento, 11
- polaridade da, 224
- valor máximo da, 226
- Tensão interna, 269
- Tensão por “de trás” da reatância de dispersão, 271
- Tensão retificada gerada na armadura, 405
- Tensão rotacional, 443
- Tensões
- de ambos geradores (em derivação e compostos), 409
- geradas em enrolamentos, 190
- impedância interconectando duas, 285
- induzidas por campos magnéticos variáveis no tempo, 190
- Tensões de fase, 272, 358, 638
- na linha de entreferro, 281
- para um enrolamento ligado em Y, 654
- uso de, 293, 645
- Tensões de linha, 638
- Tensões instantâneas, 640
- Tensões trifásicas, geração de, 635–638
- Teorema de Thévenin, 330, 360–369
- Teoria do rotor cilíndrico, 292
- Teoria dos componentes simétricos de motores de indução bifásicos, 528
- Terceira harmônica, 68
- Terminais com marcas circulares de polaridades correspondentes, 71–72
- Terminais de armadura, 274, 569
- Terminais elétricos, sistemas com mais de dois, 150
- Terminais elétricos múltiplos, dispositivos eletromecânicos com, 146
- Terminal mecânico, velocidade de, 162
- Termo da corrente de deslocamento nas equações de Maxwell, 2
- Teslas, 5, 123
- The MathWorks, Inc., 166
- Trajectoria B-H, 36–37
- Trajectoria de fluxo concatenado *versus* corrente, 489
- Transdutores, 122
- Transformada de Laplace, na forma de, 433
- Transformador, omissão de termos de, 669
- Transformador de distribuição com proteção própria, 65
- Transformador de dois enrolamentos, 87, 88
- Transformador de núcleo de ferro, 64, 109

- Transformador de potência de grande porte, 65, 66
- Transformador de um sistema de potência, tensões na placa de identificação de um, 78
- Transformador estático como componente indispensável, 63
- Transformador ideal
- características do, 72
 - com carga, 70
 - eliminando do circuito equivalente, 101
 - explicitamente desenhado ou omitido, 78
 - propriedades da transformação de impedância do, 72
 - transformação de correntes, 71
- Transformador ideal no sistema por unidade com relação de espiras unitária, 102
- Transformador real, 74, 77
- Transformadores, 1
- cálculo no lado de alta tensão, 108
 - com o circuito secundário aberto, 65, 66
 - comparação com máquinas rotativas, 109
 - diagramas esquemáticos de, 65, 66
 - em circuitos trifásicos, 91–96
 - enrolados em núcleos fechados, 5
 - introdução aos, 63–65
- Transformadores de corrente (TCs), 96, 99–101
- Transformadores de distribuição, 65, 90–91, 102
- Transformadores de instrumentação, 96
- Transformadores de múltiplos circuitos, 90
- Transformadores de potência e distribuição, características de, 102
- Transformadores de potencial (TPs), 96–97
- Transformadores do tipo núcleo envolvente, 64
- Transformadores do tipo núcleo envolvido, 64
- Transformadores múltiplos enrolamentos 90–91
- Transformadores trifásicos
- construção, 91, 92
 - partes internas de, 92, 93
 - vantagens dos, 92
- Transitório de ajustamento (*hunting*), 264
- Transporte terrestre a alta velocidade, motores de indução lineares propostos para, 391
- TRIACS (diodos chaveáveis), 447, 616
- Triângulo, ligação em, 637
- diagrama fasorial de correntes, 639
 - valor da corrente de linha, 640
- Turbina eólica, gerador de indução acionado por, 363
- Turbinas a gás, 197
- Turbinas a vapor operando melhor em velocidades relativamente elevadas, 197
- Turbinas hidráulicas operando em velocidades relativamente baixas, 197

U

- Unidades SI, tabela de constantes e fatores de conversão, 688

V

- Vácuo, permeabilidade magnética, 3
- Valor de pico da onda de FMM, 209
- Valor médio quadrático (eficaz). *Veja* Valores eficazes
- Valores de base, 101, 105
- Valores de estado permanente da tensão gerada, 421
- Valores de referência (*set points*), para correntes de motor, 580
- Valores eficazes, de tensões e correntes, 23
- Valores por unidade, 104, 280
- Valores por unidade (pu), conversão, 103
- Valores saturados aplicados às condições típicas de operação de uma máquina, 309
- Varição de segunda harmônica da indutância, 138
- Variações no tempo de campos magnéticos, 2

- Variáveis de eixo em quadratura, transformação para, 664–666
- Variáveis de estado, 130, 147
- Velocidade angular da onda de fluxo do estator, 473
- Velocidade angular mecânica síncrona, 357
- Velocidade angular síncrona, 220
- Velocidade da onda progressiva, 244
- Velocidade de base
- de motores de ímã permanente, 320
 - definição, 560
 - faixas acima e abaixo da, 561
- Velocidade de um motor
- cálculo, 567
 - correspondente a uma dada corrente de armadura, 434
 - em forma integral como requerido pelo Simulink, 594
 - obtenção, 559
 - plotada em função do tempo, 560, 561
- Velocidade em estado permanente de uma máquina síncrona, 262
- Velocidade síncrona, 220
- de um motor, 575
 - de um motor de indução, 597
 - de uma máquina, 235
 - do campo de estator, 345
 - obtenção, 359
- Velocidade *versus* tensão, termos de, 669
- Versatilidade das máquinas CC, 403
- Vetores espaciais, 237
- Volante para auxiliar um motor, 388
- Volt-ampères eficazes de excitação, 24
- Voltímetro eletrostático esquemático, 183–184
- Volts por hertz, algoritmo, 614
- Volts por metro, 123
- Volts-ampères eficazes de excitação, 24, 25
- Volts-ampères por fase, 642
- Volume de entreferro, redução, 33

W

- Watts (W), 18
- Weber (Wb), 4, 5
- Webers-espiras por ampère, 12