

Circuitos trifásicos

Atualmente, quase toda a geração de energia elétrica e a maioria da transmissão de energia elétrica no mundo ocorrem na forma de circuitos CA trifásicos. Um sistema de potência CA trifásico consiste em geradores trifásicos, linhas de transmissão e cargas. Os sistemas de potência CA têm uma grande vantagem sobre os sistemas CC porque seus níveis de tensão podem ser mudados usando transformadores, permitindo assim reduzir as perdas de transmissão, como foi descrito no Capítulo 2. Os sistemas de potência CA *trifásicos* têm duas grandes vantagens em relação aos sistemas de potência monofásicos: (1) é possível obter mais potência por quilograma de metal de uma máquina trifásica e (2) a potência entregue a uma carga trifásica é constante durante todo o tempo, em vez de pulsar, como ocorre nos sistemas monofásicos. Os sistemas trifásicos também tornam mais fácil o uso de motores de indução, porque permitem que a partida deles ocorra sem necessidade de enrolamentos auxiliares de partida.

A.1 GERAÇÃO DE TENSÕES E CORRENTES TRIFÁSICAS

Um gerador trifásico consiste em três geradores monofásicos, com tensões iguais que diferem entre si em 120° no ângulo de fase. Cada um desses três geradores pode ser ligado a uma de três cargas idênticas por um par de fios, sendo que o sistema de potência resultante será como o mostrado na Figura A-1c. Esse sistema consiste em três circuitos monofásicos que são diferentes entre si em 120° no ângulo de fase. A corrente que flui para cada carga pode ser obtida da equação

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} \quad (\text{A-1})$$

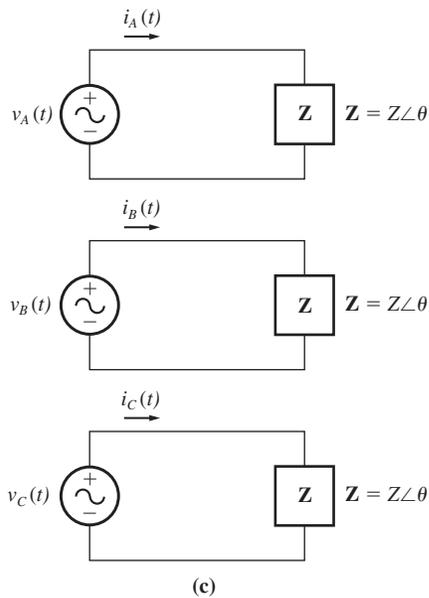
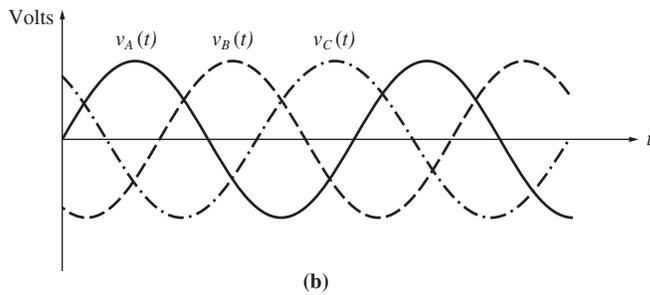
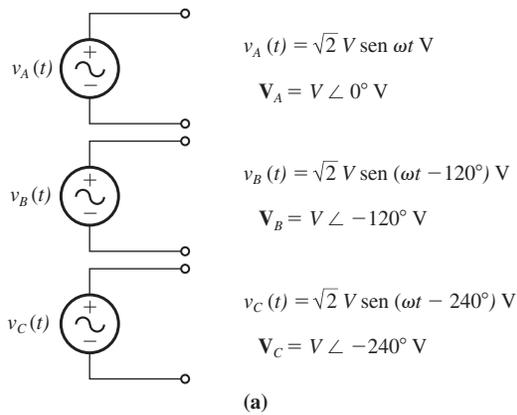
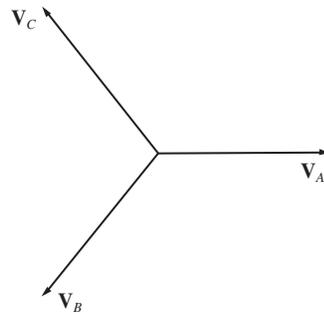


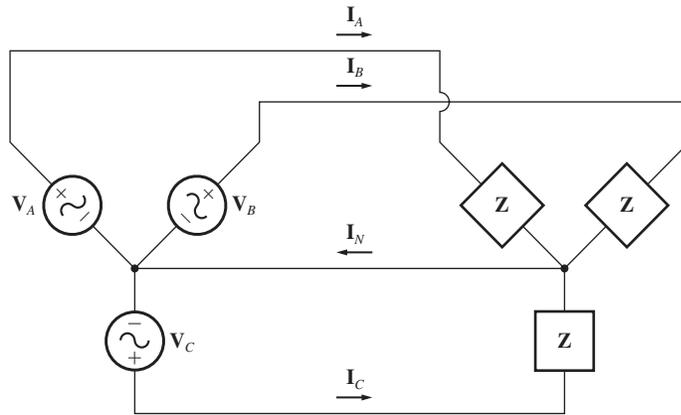
FIGURA A-1
 (a) Um gerador trifásico, consistindo em três fontes monofásicas iguais que diferem de 120° em fase. (b) As tensões de cada fase do gerador. (c) As três fases ligadas a três cargas idênticas.



(d)

FIGURA A-1 (conclusão)

(d) Diagrama fasorial mostrando as tensões de cada fase.


FIGURA A-2

Os três circuitos ligados em conjunto com um neutro comum.

Portanto, as correntes que circulam nas três fases são

$$\mathbf{I}_A = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle \theta} = I \angle -\theta \quad (\text{A-2})$$

$$\mathbf{I}_B = \frac{V \angle -120^\circ}{Z \angle \theta} = I \angle -120^\circ - \theta \quad (\text{A-3})$$

$$\mathbf{I}_C = \frac{V \angle -240^\circ}{Z \angle \theta} = I \angle -240^\circ - \theta \quad (\text{A-4})$$

É possível ligar em conjunto as terminações negativas desses três geradores monofásicos e as cargas, de modo que compartilhem uma linha comum de retorno (denominada *neutro*). O sistema resultante está mostrado na Figura A-2; observe que agora apenas *quatro* fios são necessários para fornecer a potência desses três geradores às três cargas.

Qual é o valor da corrente que está circulando no fio neutro mostrado na Figura A-2? A corrente de retorno será a soma das correntes que circulam em cada carga individual do sistema de potência. Essa corrente é dada por

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_N &= \mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C & (A-5) \\
 &= I\angle -\theta + I\angle -\theta - 120^\circ + I\angle -\theta - 240^\circ \\
 &= I \cos(-\theta) + jI \sin(-\theta) \\
 &\quad + I \cos(-\theta - 120^\circ) + jI \sin(-\theta - 120^\circ) \\
 &\quad + I \cos(-\theta - 240^\circ) + jI \sin(-\theta - 240^\circ) \\
 &= I[\cos(-\theta) + \cos(-\theta - 120^\circ) + \cos(-\theta - 240^\circ)] \\
 &\quad + jI[\sin(-\theta) + \sin(-\theta - 120^\circ) + \sin(-\theta - 240^\circ)]
 \end{aligned}$$

Relembrando as identidades trigonométricas elementares, temos:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad (A-6)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad (A-7)$$

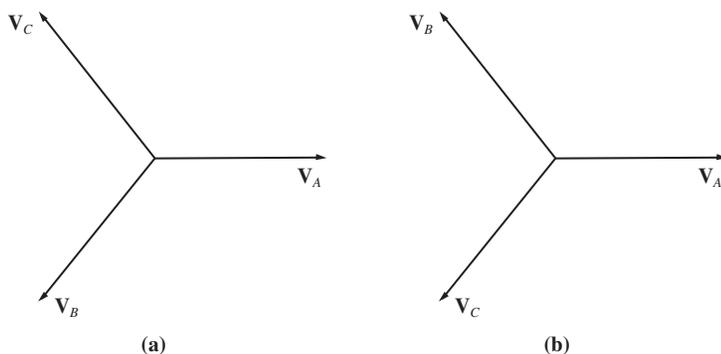
Aplicando essas identidades trigonométricas, obtemos

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_N &= I[\cos(-\theta) + \cos(-\theta) \cos 120^\circ + \sin(-\theta) \sin 120^\circ + \cos(-\theta) \cos 240^\circ \\
 &\quad + \sin(-\theta) \sin 240^\circ] \\
 &\quad + jI[\sin(-\theta) + \sin(-\theta) \cos 120^\circ - \cos(-\theta) \sin 120^\circ \\
 &\quad + \sin(-\theta) \cos 240^\circ - \cos(-\theta) \sin 240^\circ] \\
 \mathbf{I}_N &= I \left[\cos(-\theta) - \frac{1}{2} \cos(-\theta) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(-\theta) - \frac{1}{2} \cos(-\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(-\theta) \right] \\
 &\quad + jI \left[\sin(-\theta) - \frac{1}{2} \sin(-\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(-\theta) - \frac{1}{2} \sin(-\theta) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(-\theta) \right] \\
 \mathbf{I}_N &= 0 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Desde que as três cargas sejam iguais, a corrente de retorno no neutro será zero! Um sistema de potência trifásico, no qual os três geradores têm tensões exatamente iguais com uma defasagem de 120° e no qual todas as cargas são idênticas, é denominado *sistema trifásico equilibrado* ou *balanceado*. Nesse sistema, na realidade, o neutro é desnecessário e poderíamos usar apenas *três* em vez dos seis fios originais.

SEQUÊNCIA DE FASES. A *sequência de fases* de um sistema de potência trifásico é a ordem na qual ocorrem os picos de tensão das fases individuais. Diz-se que o sistema de potência trifásico ilustrado na Figura A-1 tem a sequência de fases *abc* porque os picos de tensão das três fases ocorrem na ordem *a, b, c* (veja a Figura A-1b). O diagrama fasorial de um sistema de potência com uma sequência de fases *abc* está mostrado na Figura A-3a.

Também é possível ligar as três fases de um sistema de potência de modo que os picos de tensão das fases ocorram na ordem *a, c, b*. Diz-se que esse tipo de sistema de potência tem a sequência de fases *acb*. O diagrama fasorial de um sistema de potência com uma sequência de fases *acb* está mostrado na Figura A-3b.


FIGURA A-3

(a) As tensões de fase de um sistema de potência com uma sequência de fases *abc*. (b) As tensões de fase de um sistema de potência com uma sequência de fases *acb*.

O resultado obtido anteriormente é igualmente válido para ambas as sequências de fase *abc* e *acb*. Em ambos os casos, se o sistema de potência for equilibrado, a corrente que circulará no neutro será 0.

A.2 TENSÕES E CORRENTES EM UM CIRCUITO TRIFÁSICO

Uma conexão como a mostrada na Figura A-2 é denominada ligação em estrela ou Y, porque ela se assemelha à letra Y. Outra conexão possível é a ligação em triângulo ou delta (Δ), na qual os três geradores são ligados de modo que o terminal positivo de um é ligado no terminal negativo do seguinte. A ligação em Δ é possível porque é nula a soma das três tensões $\mathbf{V}_A + \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_C = \mathbf{0}$. Desse modo, não haverá correntes de curto-circuito circulando quando as três fontes forem ligadas.

Cada gerador e cada carga de um sistema de potência trifásico podem ser ligados em Y ou em Δ . Em um sistema de potência, o número de geradores e cargas, ligados em Y ou em Δ , pode ser qualquer um.

A Figura A-4 mostra geradores trifásicos ligados em Y e em Δ . As tensões e correntes de uma dada fase são denominadas *grandezas de fase* e as tensões entre as linhas e as correntes das linhas conectadas aos geradores são denominadas *grandezas de linha*. As relações entre as grandezas de linha e as de fase para um dado gerador ou carga dependem do tipo de conexão usado com aquele gerador ou carga. Essas relações serão exploradas agora para cada uma das ligações em Y e Δ .

Tensões e correntes na ligação em Y

Um gerador trifásico ligado em Y (ou estrela), com uma sequência de fases *abc* e conectado a uma carga resistiva, está mostrado na Figura A-5. As tensões de fase desse gerador são dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{an} &= V_\phi \angle 0^\circ \\ \mathbf{V}_{bn} &= V_\phi \angle -120^\circ \\ \mathbf{V}_{cn} &= V_\phi \angle -240^\circ \end{aligned} \tag{A-8}$$

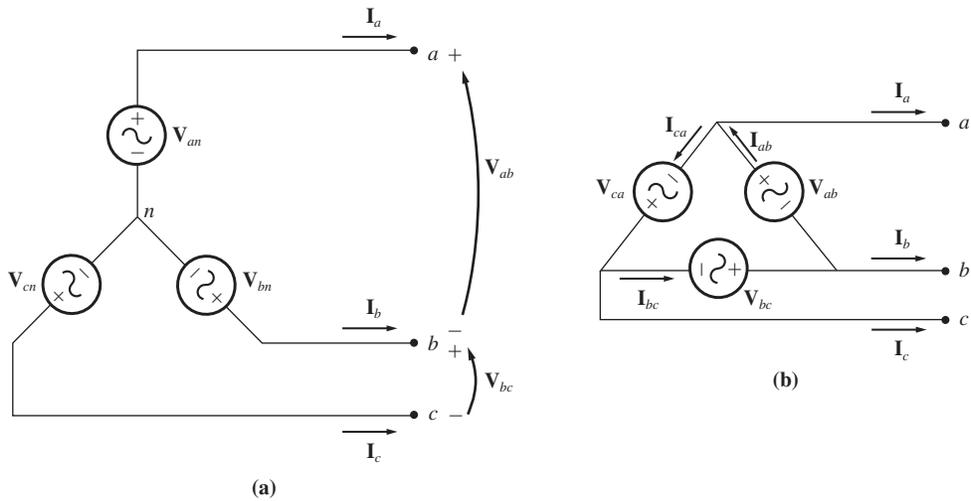


FIGURA A-4
 (a) Ligação em Y. (b) Ligação em Δ.

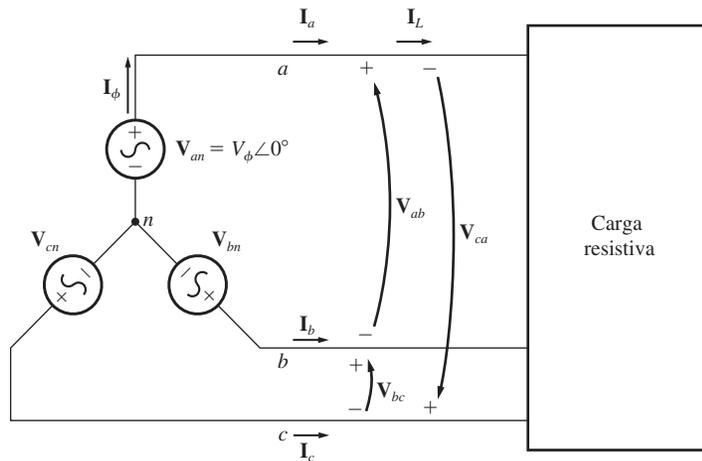
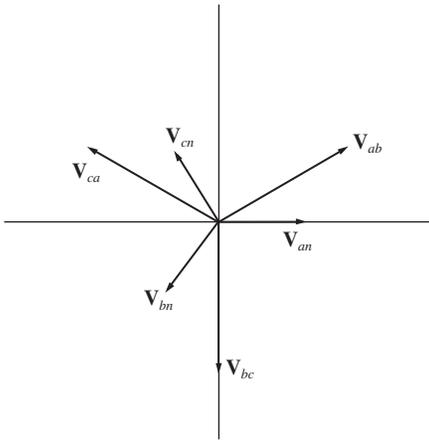


FIGURA A-5
 Um gerador ligado em Y com carga resistiva.

Como foi assumido que a carga conectada a esse gerador é resistiva, a corrente em cada fase do gerador estará no mesmo ângulo que a tensão. Portanto, a corrente em cada fase será dada por

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_a &= I_\phi \angle 0^\circ \\
 \mathbf{I}_b &= I_\phi \angle -120^\circ \\
 \mathbf{I}_c &= I_\phi \angle -240^\circ
 \end{aligned}
 \tag{A-9}$$


FIGURA A-6

Tensões de linha (linha a linha) e de fase (linha ao neutro) para a ligação em Y da Figura A-5.

Da Figura A-5, é óbvio que a corrente em qualquer linha é a mesma que a corrente na respectiva fase. Portanto, para uma ligação Y, temos

$$I_L = I_\phi \quad \text{Ligação em Y} \quad (\text{A-10})$$

A relação entre as tensões de linha e de fase é mais complexa. Pela lei de Kirchoff das tensões, a tensão linha a linha V_{ab} é dada por

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b \\ &= V_\phi \angle 0^\circ - V_\phi \angle -120^\circ \\ &= V_\phi - \left(-\frac{1}{2} V_\phi - j \frac{\sqrt{3}}{2} V_\phi \right) = \frac{3}{2} V_\phi + j \frac{\sqrt{3}}{2} V_\phi \\ &= \sqrt{3} V_\phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) \\ &= \sqrt{3} V_\phi \angle 30^\circ \end{aligned}$$

Portanto, a relação entre as tensões de linha a linha e da linha ao neutro (fase) em um gerador ou carga ligados em Y é

$$V_{LL} = \sqrt{3} V_\phi \quad \text{Ligação em Y} \quad (\text{A-11})$$

Além disso, há uma defasagem de 30° entre as tensões de linha e as tensões de fase. A Figura A-6 mostra um diagrama fasorial das tensões de linha e de fase para a ligação em Y da Figura A-5.

Observe que, nas ligações em Y com a sequência de fases *abc*, como a da Figura A-5, a tensão em uma linha está *adiantada* em relação à respectiva tensão de fase em 30° . Nas ligações em Y com a sequência de fases *acb*, a tensão em uma linha está *atrasada* em relação à respectiva tensão de fase em 30° . A demonstração dessa relação é o objetivo de um problema no final deste apêndice.

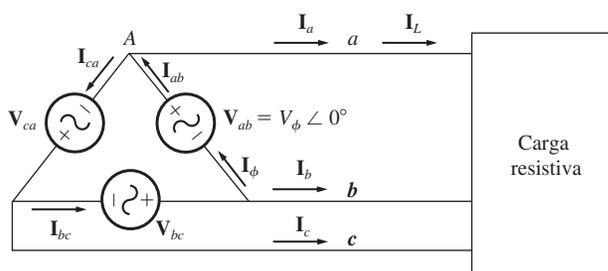


FIGURA A-7
Um gerador ligado em Δ com uma carga resistiva.

Embora, para a ligação em Y, tenha sido assumido que o fator de potência era unitário quando foram deduzidas as relações entre as tensões e correntes de linha e de fase, essas relações na realidade são válidas para qualquer fator de potência. A suposição de cargas com fator de potência unitário permitiu que a matemática desse desenvolvimento ficasse mais fácil.

Tensões e correntes na ligação em Δ

Um gerador trifásico ligado em Δ (ou triângulo) e conectado a uma carga resistiva está mostrado na Figura A-7. As tensões de fase desse gerador são dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{ab} &= V_{\phi} \angle 0^{\circ} \\ \mathbf{V}_{bc} &= V_{\phi} \angle -120^{\circ} \\ \mathbf{V}_{ca} &= V_{\phi} \angle -240^{\circ} \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

Como a carga é resistiva, as correntes de fase são dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{ab} &= I_{\phi} \angle 0^{\circ} \\ \mathbf{I}_{bc} &= I_{\phi} \angle -120^{\circ} \\ \mathbf{I}_{ca} &= I_{\phi} \angle -240^{\circ} \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

No caso da ligação Δ , é óbvio que a tensão linha a linha entre quaisquer duas linhas é a mesma que a tensão na respectiva fase. *Em uma ligação em Δ* , temos

$$V_{LL} = V_{\phi} \quad \text{ligação em } \Delta \quad (\text{A-14})$$

A relação entre a corrente de linha e a corrente de fase é mais complexa. Ela pode ser encontrada aplicando a lei de Kirchhoff das correntes a um nó da ligação em Δ . Aplicando essa lei de Kirchhoff ao nó A, obtemos a equação

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_a &= \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca} \\ &= I_{\phi} \angle 0^{\circ} - I_{\phi} \angle -240^{\circ} \\ &= I_{\phi} - \left(-\frac{1}{2} I_{\phi} + j \frac{\sqrt{3}}{2} I_{\phi} \right) = \frac{3}{2} I_{\phi} - j \frac{\sqrt{3}}{2} I_{\phi} \end{aligned}$$

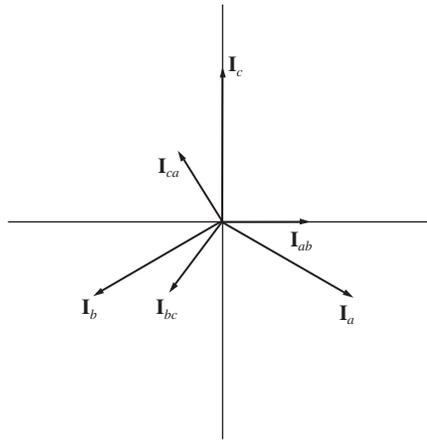


FIGURA A-8
Correntes de linha e de fase para a ligação em Δ da Figura A-7.

TABELA A-1
Resumo de relações matemáticas para ligações em Y e em Δ

	Ligação em Y	Ligação em Δ
Tensão	$V_{LL} = \sqrt{3} V_\phi$	$V_{LL} = V_\phi$
Corrente	$I_L = I_\phi$	$I_L = \sqrt{3} I_\phi$
Sequência de fases <i>abc</i>	\mathbf{V}_{ab} está adiantada em relação a \mathbf{V}_a em 30°	\mathbf{I}_a está atrasada em relação a \mathbf{I}_{ab} em 30°
Sequência de fases <i>acb</i>	\mathbf{V}_{ab} está atrasada em relação a \mathbf{V}_a em 30°	\mathbf{I}_a está adiantada em relação a \mathbf{I}_{ab} em 30°

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{3}I_\phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} \right) \\
 &= \sqrt{3}I_\phi \angle -30^\circ
 \end{aligned}$$

Portanto, a relação entre as correntes de linha e de fase, em um gerador ou carga ligados em Δ, é dada por

$$\boxed{I_L = \sqrt{3}I_\phi \quad \text{ligação em } \Delta} \quad (A-15)$$

e a defasagem entre as correntes de linha e as respectivas correntes de fase é 30° .

Observe que, nas ligações em Δ com a sequência de fases *abc*, como a mostrada na Figura A-7, a corrente em uma linha está *atrasada* em relação à respectiva corrente de fase de 30° (veja Figura A-8). Nas ligações em Δ com a sequência de fases *acb*, a corrente de uma linha está *adiantada* em relação à respectiva corrente de fase em 30° .

As relações de tensão e corrente para fontes de potência e cargas ligadas Y e em Δ estão resumidas na Tabela A-1.

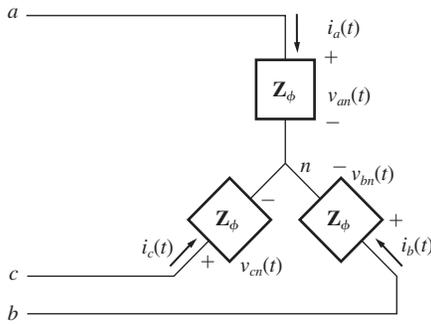


FIGURA A-9
Uma carga ligada em Y equilibrada.

A.3 RELAÇÕES DE POTÊNCIA EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS

A Figura A-9 mostra uma carga ligada em Y equilibrada cuja impedância de fase é $Z_\phi = Z \angle \theta^\circ$. Se as tensões trifásicas aplicadas a essa carga forem dadas por

$$\begin{aligned} v_{an}(t) &= \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_{bn}(t) &= \sqrt{2}V \sin(\omega t - 120^\circ) \\ v_{cn}(t) &= \sqrt{2}V \sin(\omega t - 240^\circ) \end{aligned} \quad (\text{A-16})$$

então as correntes trifásicas que circulam na carga serão dadas por

$$\begin{aligned} i_a(t) &= \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta) \\ i_b(t) &= \sqrt{2}I \sin(\omega t - 120^\circ - \theta) \\ i_c(t) &= \sqrt{2}I \sin(\omega t - 240^\circ - \theta) \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

em que $I = V/Z$. Quanta potência está sendo fornecida pela fonte à carga?

A potência instantânea fornecida para uma fase qualquer da carga é dada pela equação

$$p(t) = v(t)i(t) \quad (\text{A-18})$$

Portanto, a potência instantânea fornecida para cada uma das fases é

$$\begin{aligned} p_a(t) &= v_{an}(t)i_a(t) = 2VI \sin \omega t \sin(\omega t - \theta) \\ p_b(t) &= v_{bn}(t)i_b(t) = 2VI \sin(\omega t - 120^\circ) \sin(\omega t - 120^\circ - \theta) \\ p_c(t) &= v_{cn}(t)i_c(t) = 2VI \sin(\omega t - 240^\circ) \sin(\omega t - 240^\circ - \theta) \end{aligned} \quad (\text{A-19})$$

Há uma identidade trigonométrica afirmando que

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \quad (\text{A-20})$$

Aplicando essa identidade às Equações (A-19), obtemos novas expressões para a potência em cada uma das fases da carga:

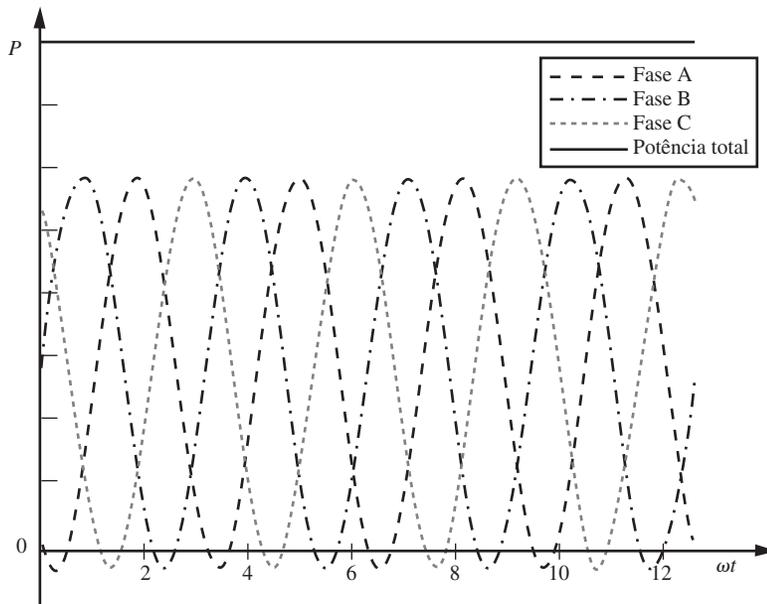


FIGURA A-10
Potência instantânea nas fases a , b e c , além da potência total fornecida à carga.

$$\begin{aligned} p_a(t) &= VI[\cos \theta - \cos(2\omega t - \theta)] \\ p_b(t) &= VI[\cos \theta - \cos(2\omega t - 240^\circ - \theta)] \\ p_c(t) &= VI[\cos \theta - \cos(2\omega t - 480^\circ - \theta)] \end{aligned} \quad (\text{A-21})$$

A potência total fornecida à carga trifásica total é a soma das potências fornecidas para cada uma das fases individuais. A potência fornecida por cada fase consiste em uma componente constante mais uma componente pulsante. Entretanto, *as componentes pulsantes das três fases cancelam-se porque estão defasadas de 120° entre si* e a potência total fornecida pelo sistema de potência trifásico é constante. Essa potência é dada pela equação:

$$p_{\text{tot}}(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) = 3VI \cos \theta \quad (\text{A-22})$$

Na Figura A-10, a potência instantânea nas fases a , b e c está mostrada em função do tempo. Observe que *a potência total fornecida a uma carga trifásica equilibrada mantém-se constante todo o tempo*. Em comparação com as fontes de potência monofásicas, uma das principais vantagens de um sistema de potência trifásico é o fato de ele fornecer potência constante.

Equações de potência trifásica envolvendo grandezas de fase

As Equações (1-60) a (1-66) de potência monofásica aplicam-se a *cada fase* de uma carga trifásica ligada em Y ou em Δ , de modo que as potências ativa, reativa e aparente fornecidas a uma carga trifásica equilibrada são dadas por

$$P = 3V_{\phi}I_{\phi} \cos \theta \quad (\text{A-23})$$

$$Q = 3V_{\phi}I_{\phi} \sin \theta \quad (\text{A-24})$$

$$S = 3V_{\phi}I_{\phi} \quad (\text{A-25})$$

$$P = 3I_{\phi}^2 Z \cos \theta \quad (\text{A-26})$$

$$Q = 3I_{\phi}^2 Z \sin \theta \quad (\text{A-27})$$

$$S = 3I_{\phi}^2 Z \quad (\text{A-28})$$

O ângulo θ é novamente o ângulo entre a tensão e a corrente em qualquer fase da carga (é o mesmo em todas as fases). O fator de potência da carga é o cosseno do ângulo de impedância θ . As relações do triângulo de potência se aplicam aqui também.

Equações de potência trifásica envolvendo grandezas de linha

Também é possível deduzir expressões para a potência de uma carga trifásica equilibrada em termos das grandezas de linha. Esse desenvolvimento deve ser feito separadamente para as cargas ligadas em Y e em Δ , porque as relações entre as grandezas de linha e de fase são diferentes para cada tipo de conexão.

Para uma carga ligada em Y, a potência consumida por uma carga é dada por

$$P = 3V_{\phi}I_{\phi} \cos \theta \quad (\text{A-23})$$

Para esse tipo de carga, temos $I_L = I_{\phi}$ e $V_{LL} = \sqrt{3}V_{\phi}$, de modo que a potência consumida pela carga também pode ser expressa como

$$P = 3 \left(\frac{V_{LL}}{\sqrt{3}} \right) I_L \cos \theta$$

$$P = \sqrt{3}V_{LL}I_L \cos \theta \quad (\text{A-29})$$

Para uma carga ligada em Δ , a potência consumida pela carga é dada por

$$P = 3V_{\phi}I_{\phi} \cos \theta \quad (\text{A-23})$$

Para esse tipo de carga, temos $I_L = \sqrt{3}I_{\phi}$ e $V_{LL} = V_{\phi}$, de modo que a potência consumida pela carga também pode ser expressa em termos de grandezas de linha como

$$\begin{aligned} P &= 3V_{LL} \left(\frac{I_L}{\sqrt{3}} \right) \cos \theta \\ &= \sqrt{3}V_{LL}I_L \cos \theta \end{aligned} \quad (\text{A-29})$$

Essa equação é exatamente a mesma que foi obtida para uma carga ligada em Y, de modo que a Equação (A-29) dá a potência de uma carga trifásica equilibrada em termos das grandezas de linha *independentemente da ligação da carga*. As potências reativa e aparente da carga em termos das grandezas de linha são

$$Q = \sqrt{3}V_{LL} I_L \text{ sen } \theta \quad (\text{A-30})$$

$$S = \sqrt{3}V_{LL} I_L \quad (\text{A-31})$$

É importante ter claro que os termos $\cos \theta$ e $\text{sen } \theta$ das Equações (A-29) e (A-30) são o cosseno e o seno do ângulo entre a tensão de *fase* e a corrente de *fase*, e não o ângulo entre a tensão de linha a linha e a corrente de linha. Lembre-se de que há uma defasagem de 30° entre as tensões de linha a linha e de fase em uma conexão em Y, e também entre as correntes de linha e de fase em uma conexão em Δ . Portanto, é importante não usar o cosseno do ângulo entre a tensão linha a linha e a corrente de linha.

A.4 ANÁLISE DE SISTEMAS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

Se um sistema de potência trifásico for equilibrado, então será possível determinar as tensões, as correntes e as potências em diversos pontos do circuito com um *circuito equivalente por fase*. A Figura A-11 ilustra essa ideia. A Figura A-11a mostra um gerador ligado em Y fornecendo potência a uma carga ligada em Y por meio de uma linha de transmissão trifásica.

Em um sistema equilibrado como esse, um fio neutro pode ser inserido sem nenhum efeito sobre o sistema, já que nenhuma corrente circula nesse fio. A Figura A-11b mostra esse sistema com o fio extra inserido. Observe também que todas as fases são *idênticas*, exceto por uma defasagem de 120° no ângulo de fase. Portanto, é possível analisar um circuito constituído de *uma fase e o neutro* e os resultados dessa análise serão válidos também para as outras duas fases, desde que a defasagem de 120° seja incluída. Esse circuito por fase está mostrado na Figura A-11c.

Entretanto, há um problema relacionado com essa abordagem: ela requer que uma linha neutra esteja disponível (conceitualmente, pelo menos) para propiciar um caminho de retorno para a corrente das cargas até o gerador. Isso funciona bem com as fontes e cargas ligadas em Y, mas não é possível usar um neutro com as fontes e cargas ligadas em Δ .

De que forma essas fontes e cargas ligadas em Δ podem ser incluídas em um sistema de potência para serem analisadas? A forma padrão é transformando as impedâncias por meio da transformação Y- Δ da teoria elementar de circuitos. Para o caso especial de cargas equilibradas, a transformação Y- Δ afirma que uma carga ligada em Y- Δ , constituída de três impedâncias iguais, cada uma de valor Z, é totalmente equivalente a uma carga ligada em Y constituída de três impedâncias, cada uma de valor $Z/3$ (veja a Figura A-12). Essa equivalência significa que as tensões, correntes e potências fornecidas às duas cargas não poderão ser distinguidas entre si de nenhum modo que seja externo à própria carga.

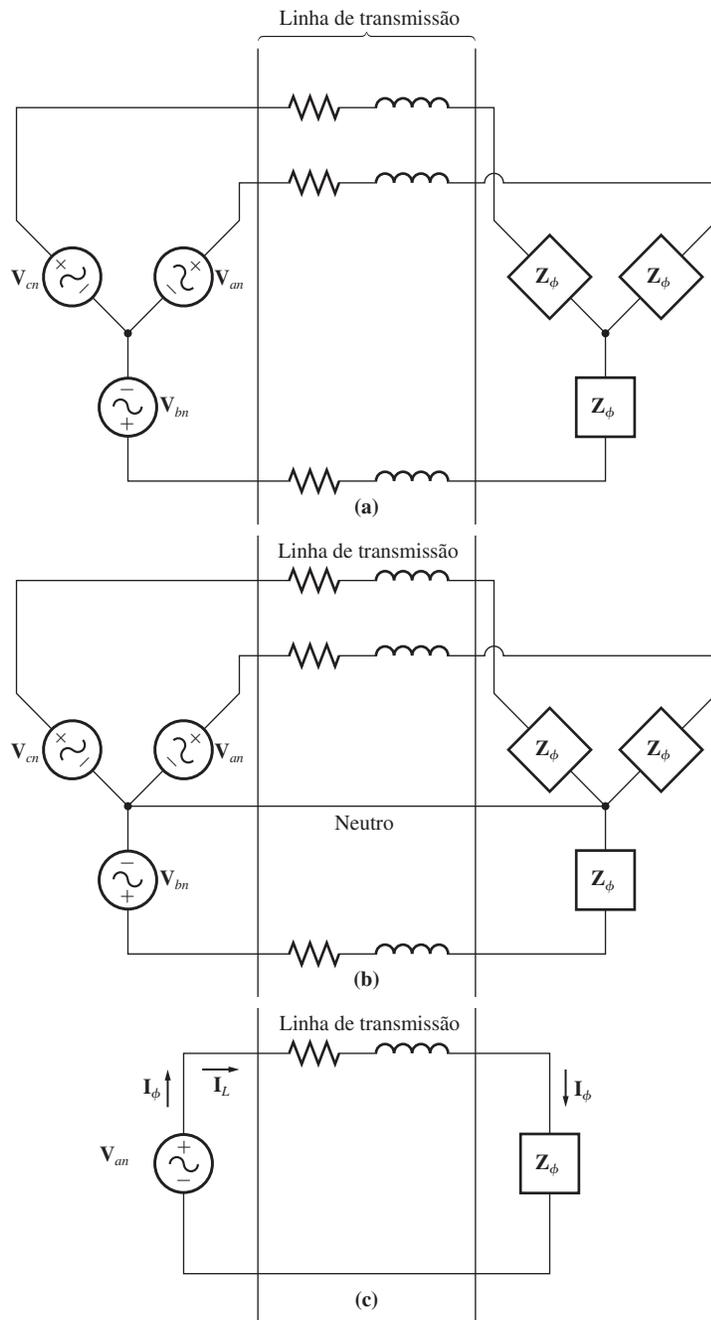


FIGURA A-11
 (a) Um gerador e uma carga ligados em Y. (b) Sistema com um neutro inserido. (c) O circuito equivalente por fase.

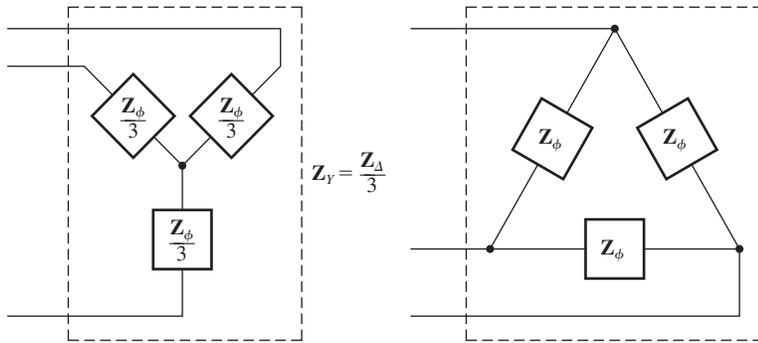


FIGURA A-12

A transformação Y-Δ. Um impedância ligada em Y de $Z/3 \Omega$ é totalmente equivalente a uma impedância ligada em Δ de $Z \Omega$ para o caso de qualquer circuito que seja conectado aos terminais dessas cargas.

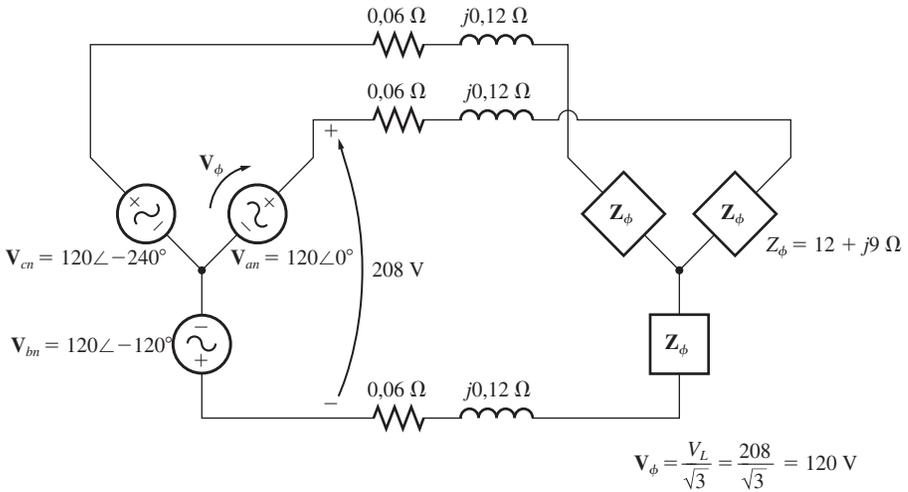


FIGURA A-13

O circuito trifásico do Exemplo A-1.

Se as fontes ou cargas ligadas em Δ contiverem fontes de tensão, então os valores dessas fontes de tensão deverão ser alterados de acordo com a Equação (A-11) e o efeito da defasagem de 30° também deverá ser incluído.

EXEMPLO A-1 Um sistema de potência trifásico de 208 V está mostrado na Figura A-13, consistindo em um gerador trifásico ideal de 208 V, ligado em Y e conectado por meio de uma linha de transmissão trifásica a uma carga ligada em Y. A linha de transmissão tem uma impedância de $0,06 + j0,12 \Omega$ por fase e a carga tem uma impedância de $12 + j9 \Omega$ por fase. Para este sistema de potência simples, encontre

- (a) A corrente de linha I_L
- (b) As tensões de linha e de fase V_{LL} e $V_{\phi L}$ da carga

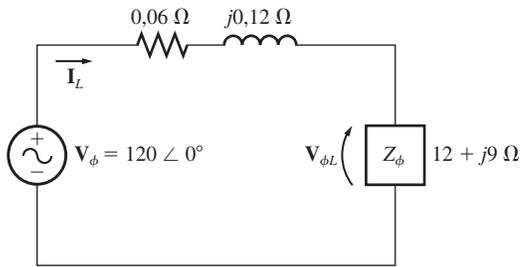


FIGURA A-14

O circuito por fase do Exemplo A-1.

- (c) As potências ativa, reativa e aparente consumidas pela carga
- (d) O fator de potência da carga
- (e) As potências ativa, reativa e aparente consumidas pela linha de transmissão
- (f) As potências ativa, reativa e aparente consumidas pelo gerador
- (g) O fator de potência do gerador

Solução

Como tanto o gerador quanto a carga desse sistema de potência estão ligados em Y, é muito simples construir um circuito equivalente por fase. A Figura A-14 mostra esse circuito.

- (a) A corrente de linha que circula no circuito equivalente por fase é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\text{linha}} &= \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_{\text{linha}} + \mathbf{Z}_{\text{carga}}} \\ &= \frac{120 \angle 0^\circ \text{ V}}{(0,06 + j0,12 \Omega) + (12 + j9 \Omega)} \\ &= \frac{120 \angle 0^\circ}{12,06 + j9,12} = \frac{120 \angle 0^\circ}{15,12 \angle 37,1^\circ} \\ &= 7,94 \angle -37,1^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Portanto, a corrente de linha é 7,94 A.

- (b) A tensão de fase da carga é a tensão em uma fase da carga. Essa tensão é o produto da impedância de fase e da corrente de fase da carga:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\phi L} &= \mathbf{I}_{\phi L} \mathbf{Z}_{\phi L} \\ &= (7,94 \angle -37,1^\circ \text{ A})(12 + j9 \Omega) \\ &= (7,94 \angle -37,1^\circ \text{ A})(15 \angle 36,9^\circ \Omega) \\ &= 119,1 \angle -0,2^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

Portanto, a tensão de fase da carga é

$$V_{\phi L} = 119,1 \text{ V}$$

e a tensão de linha da carga é

$$V_{LL} = \sqrt{3} V_{\phi L} = 206,3 \text{ V}$$

- (c) A potência ativa consumida pela carga é

$$\begin{aligned} P_{\text{carga}} &= 3V_{\phi} I_{\phi} \cos \theta \\ &= 3(119,1 \text{ V})(7,94 \text{ A}) \cos 36,9^\circ \\ &= 2270 \text{ W} \end{aligned}$$

A potência reativa consumida pela carga é

$$\begin{aligned} Q_{\text{carga}} &= 3V_{\phi}I_{\phi} \text{ sen } \theta \\ &= 3(119,1 \text{ V})(7,94 \text{ A}) \text{ sen } 36,9^{\circ} \\ &= 1702 \text{ var} \end{aligned}$$

A potência aparente consumida pela carga é

$$\begin{aligned} S_{\text{carga}} &= 3V_{\phi}I_{\phi} \\ &= 3(119,1 \text{ V})(7,94 \text{ A}) \\ &= 2839 \text{ VA} \end{aligned}$$

(d) O fator de potência é

$$\text{FP}_{\text{carga}} = \cos \theta = \cos 36,9^{\circ} = 0,8 \text{ atrasado}$$

(e) A corrente da linha de transmissão é $7,94 \angle -37,1$ A e a impedância da linha é $0,06 + j0,12 \Omega$ ou $0,134 \angle 63,4^{\circ} \Omega$ por fase. Portanto, as potências ativa, reativa e aparente consumidas na linha são

$$\begin{aligned} P_{\text{linha}} &= 3I_{\phi}^2 Z \cos \theta && \text{(A-26)} \\ &= 3(7,94 \text{ A})^2 (0,134 \Omega) \cos 63,4^{\circ} \\ &= 11,3 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{linha}} &= 3I_{\phi}^2 Z \text{ sen } \theta && \text{(A-27)} \\ &= 3(7,94 \text{ A})^2 (0,134 \Omega) \text{ sen } 63,4^{\circ} \\ &= 22,7 \text{ var} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{linha}} &= 3I_{\phi}^2 Z && \text{(A-28)} \\ &= 3(7,94 \text{ A})^2 (0,134 \Omega) \\ &= 25,3 \text{ VA} \end{aligned}$$

(f) As potências ativa e reativa fornecidas pelo gerador são a soma das potências consumidas pela linha e pela carga:

$$\begin{aligned} P_{\text{ger}} &= P_{\text{linha}} + P_{\text{carga}} \\ &= 11,3 \text{ W} + 2270 \text{ W} = 2281 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{ger}} &= Q_{\text{linha}} + Q_{\text{carga}} \\ &= 22,7 \text{ var} + 1702 \text{ var} = 1725 \text{ var} \end{aligned}$$

A potência aparente do gerador é a raiz quadrada da soma dos quadrados das potências ativa e reativa:

$$S_{\text{ger}} = \sqrt{P_{\text{ger}}^2 + Q_{\text{ger}}^2} = 2860 \text{ VA}$$

(g) Do triângulo de potência, o ângulo θ do fator de potência é

$$\theta_{\text{ger}} = \arctg \frac{Q_{\text{ger}}}{P_{\text{ger}}} = \arctg \frac{1725 \text{ var}}{2281 \text{ W}} = 37,1^{\circ}$$

Portanto, o fator de potência do gerador é

$$\text{FP}_{\text{ger}} = \cos 37,1^{\circ} = 0,798 \text{ atrasado}$$

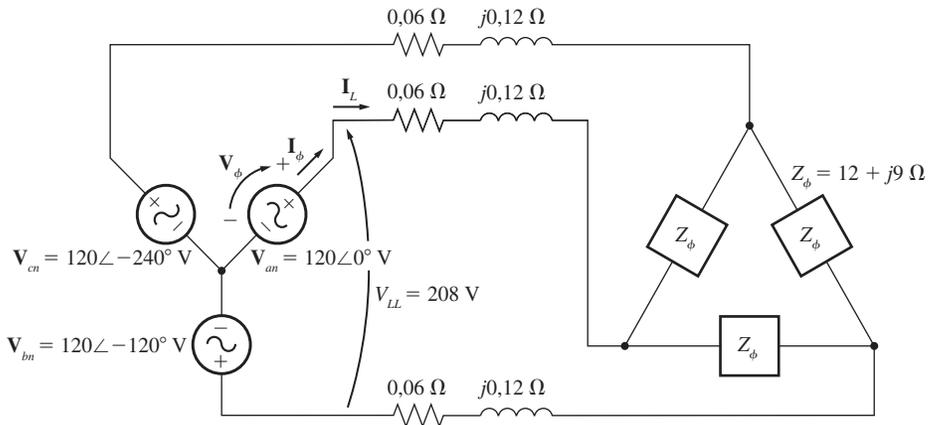


FIGURA A-15
O circuito trifásico do Exemplo A-2.

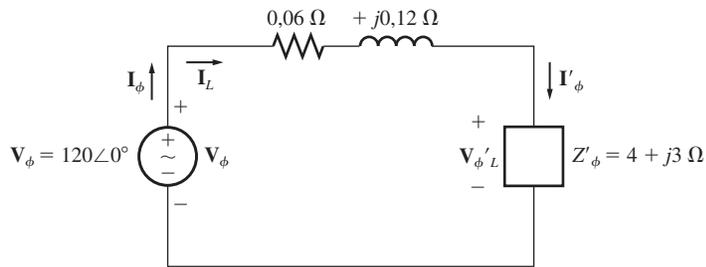


FIGURA A-16
O circuito por fase do Exemplo A-2.

EXEMPLO A-2 Repita o Exemplo A-1 para uma carga ligada em Δ , com todo o restante permanecendo inalterado.

Solução

Este sistema de potência está mostrado na Figura A-15. Como a carga deste sistema de potência está ligada em Δ , ela deve ser transformada primeiro para uma forma equivalente em Y. A impedância de fase da carga ligada em Δ é $12 + j9 \Omega$, de modo que a impedância de fase equivalente da respectiva forma em Y é

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = 4 + j3 \Omega$$

O circuito equivalente resultante por fase do circuito está mostrado na Figura A-16.

(a) A corrente de linha que flui no circuito equivalente por fase é dada por

$$I_{\text{linha}} = \frac{V}{Z_{\text{linha}} + Z_{\text{carga}}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{120\angle 0^\circ \text{ V}}{(0,06 + j0,12 \Omega) + (4 + j3 \Omega)} \\
 &= \frac{120\angle 0^\circ}{4,06 + j3,12} = \frac{120\angle 0^\circ}{5,12\angle 37,5^\circ} \\
 &= 23,4\angle -37,5^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

Portanto, a corrente de linha é 23,4 A.

- (b) A tensão de fase da carga equivalente em Y é a tensão em uma fase da carga. Essa tensão é o produto da impedância de fase e da corrente de fase da carga:

$$\begin{aligned}
 V'_{\phi L} &= \mathbf{I}'_{\phi L} \mathbf{Z}'_{\phi L} \\
 &= (23,4\angle -37,5^\circ \text{ A})(4 + j3 \Omega) \\
 &= (23,4\angle -37,5^\circ \text{ A})(5\angle 36,9^\circ \Omega) = 117\angle -0,6^\circ \text{ V}
 \end{aligned}$$

A carga original estava ligada em Δ . Portanto, a tensão de fase da carga original é

$$V_{\phi L} = \sqrt{3} (117 \text{ V}) = 203 \text{ V}$$

e a tensão de linha da carga é

$$V_{LL} = V_{\phi L} = 203 \text{ V}$$

- (c) A potência ativa consumida pela carga equivalente em Y (que é igual à potência da carga real) é

$$\begin{aligned}
 P_{\text{carga}} &= 3V_{\phi} I_{\phi} \cos \theta \\
 &= 3(117 \text{ V})(23,4 \text{ A}) \cos 36,9^\circ \\
 &= 6571 \text{ W}
 \end{aligned}$$

A potência reativa consumida pela carga é

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{carga}} &= 3V_{\phi} I_{\phi} \sin \theta \\
 &= 3(117 \text{ V})(23,4 \text{ A}) \sin 36,9^\circ \\
 &= 4928 \text{ var}
 \end{aligned}$$

A potência aparente consumida pela carga é

$$\begin{aligned}
 S_{\text{carga}} &= 3V_{\phi} I_{\phi} \\
 &= 3(117 \text{ V})(23,4 \text{ A}) \\
 &= 8213 \text{ VA}
 \end{aligned}$$

- (d) O fator de potência da carga é

$$\text{FP}_{\text{carga}} = \cos \theta = \cos 36,9^\circ = 0,8 \text{ atrasado}$$

- (e) A corrente da linha de transmissão é $23,4\angle -37,5^\circ \text{ A}$, e a impedância da linha é $0,06 + j0,12 \Omega$ ou $0,134\angle 63,4^\circ \Omega$ por fase. Portanto, as potências ativa, reativa e aparente consumidas na linha são

$$\begin{aligned}
 P_{\text{linha}} &= 3I_{\phi}^2 Z \cos \theta && \text{(A-26)} \\
 &= 3(23,4 \text{ A})^2 (0,134 \Omega) \cos 63,4^\circ \\
 &= 98,6 \text{ W}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{linha}} &= 3I_{\phi}^2 Z \text{ sen } \theta & (\text{A-27}) \\ &= 3(23,4 \text{ A})^2(0,134 \Omega) \text{ sen } 63,4^\circ \\ &= 197 \text{ var} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{linha}} &= 3I_{\phi}^2 Z & (\text{A-28}) \\ &= 3(23,4 \text{ A})^2(0,134 \Omega) \\ &= 220 \text{ VA} \end{aligned}$$

(f) As potências ativa e reativa fornecidas pelo gerador são a soma das potências consumidas pela linha e pela carga:

$$\begin{aligned} P_{\text{ger}} &= P_{\text{linha}} + P_{\text{carga}} \\ &= 98,6 \text{ W} + 6571 \text{ W} = 6670 \text{ W} \\ Q_{\text{ger}} &= Q_{\text{linha}} + Q_{\text{carga}} \\ &= 197 \text{ var} + 4928 \text{ VAR} = 5125 \text{ var} \end{aligned}$$

A potência aparente do gerador é a raiz quadrada da soma dos quadrados das potências ativa e reativa:

$$S_{\text{ger}} = \sqrt{P_{\text{ger}}^2 + Q_{\text{ger}}^2} = 8411 \text{ VA}$$

(g) Do triângulo de potência, o ângulo θ do fator de potência é

$$\theta_{\text{ger}} = \text{arctg} \frac{Q_{\text{ger}}}{P_{\text{ger}}} = \text{arctg} \frac{5125 \text{ var}}{6670 \text{ W}} = 37,6^\circ$$

Portanto, o fator de potência do gerador é

$$\text{FP}_{\text{ger}} = \cos 37,6^\circ = 0,792 \text{ atrasado}$$

A.5 DIAGRAMAS UNIFILARES

Como vimos neste capítulo, um sistema de potência trifásico equilibrado tem três linhas conectando cada fonte com cada carga, uma para cada uma das fases do sistema de potência. As três fases são todas semelhantes, com tensões e correntes iguais e defasadas entre si de 120° . Como as três fases são todas basicamente as mesmas, é costume desenhar os sistemas de potência de uma forma simples por meio de uma *única linha* que representa as três fases do sistema de potência real. Esses *diagramas unifilares* proporcionam uma forma compacta de representar as interconexões de um sistema de potência. Tipicamente, os diagramas unifilares incluem todos os componentes principais de um sistema de potência, tais como geradores, transformadores, linhas de transmissão e cargas, sendo as linhas de transmissão representadas por uma única linha. As tensões e os tipos de conexões de cada gerador e de cada carga são mostrados usualmente no diagrama. Um sistema de potência simples está mostrado na Figura A-17, juntamente com o respectivo diagrama unifilar.

A.6 UTILIZANDO O TRIÂNGULO DE POTÊNCIA

Se for possível assumir que as linhas de transmissão de um sistema de potência têm impedância desprezível, então será possível realizar uma simplificação importante nos

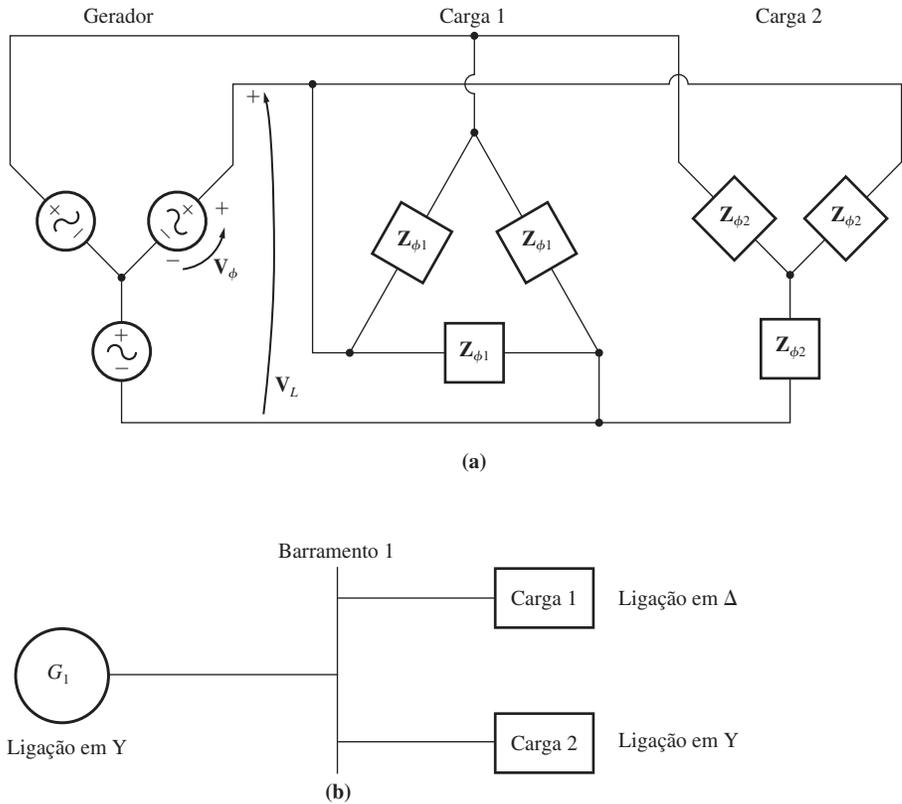


FIGURA A-17
 (a) Um sistema de potência simples com um gerador ligado em Y, uma carga ligada em Δ e outra carga ligada em Y. (b) O respectivo diagrama unifilar.

cálculos das correntes e potências trifásicas. Essa simplificação depende do uso das potências ativa e reativa de cada carga para determinar as correntes e os fatores de potência em vários pontos do sistema.

Por exemplo, considere o sistema de potência simples mostrado na Figura A-17. Se assumirmos que a linha de transmissão desse sistema de potência não apresenta perdas, então a tensão de linha no gerador será a mesma que a tensão de linha nas cargas. Se a tensão do gerador for especificada, então poderemos encontrar a corrente e o fator de potência em qualquer ponto do sistema de potência como segue:

1. Determine a tensão de linha no gerador e nas cargas. Como foi assumido que a linha de transmissão não apresenta perdas, essas duas tensões serão iguais.
2. Determine as potências ativa e reativa de cada carga do sistema de potência. Poderemos usar a tensão de carga conhecida para realizar esse cálculo.
3. Encontre as potências totais ativa e reativa fornecidas para todas as cargas além do ponto que está sendo examinado.

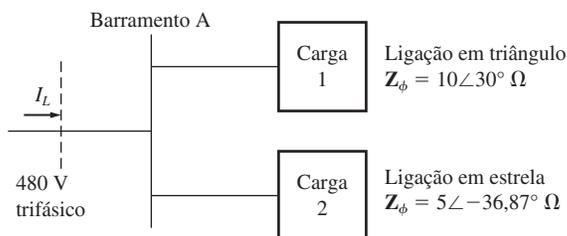


FIGURA A-18
O sistema do Exemplo A-3.

4. Determine o fator de potência nesse ponto, usando as relações do triângulo de potência.
5. Use a Equação (A-29) para determinar as correntes de linha ou a Equação (A-23) para determinar as correntes de fase, nesse ponto.

Essa abordagem é comumente empregada pelos engenheiros para estimar as correntes e os fluxos de potência em vários pontos dos sistemas de distribuição em uma planta industrial. Nesse caso, os comprimentos das linhas de transmissão serão bem curtos e suas impedâncias serão relativamente baixas, de modo que os erros serão pequenos se as impedâncias forem desprezadas. Um engenheiro pode tratar a tensão de linha como constante e usar o método do triângulo de potência para calcular rapidamente o efeito do acréscimo de uma carga sobre a corrente e o fator de potência totais do sistema.

EXEMPLO A-3 A Figura A-18 mostra o diagrama unifilar de um pequeno sistema de distribuição industrial de 480 V. O sistema de potência fornece uma tensão de linha constante de 480 V e a impedância das linhas de distribuição é desprezível. A carga 1 está ligada em triângulo com uma impedância de fase de $10 \angle 30^{\circ} \Omega$ e a carga 2 está ligada em estrela com uma impedância de fase de $5 \angle -36,87^{\circ} \Omega$.

- (a) Encontre o fator de potência total do sistema de distribuição.
- (b) Encontre a corrente de linha total fornecida ao sistema de distribuição.

Solução

Assume-se que as linhas desse sistema não têm impedâncias, de modo que não haverá quedas de tensão dentro do sistema. Como a carga 1 está ligada em triângulo, sua tensão de fase será 480 V e, como a carga 2 está ligada em estrela, sua tensão de fase será $480/\sqrt{3} = 277$ V.

A corrente de fase da carga 1 é

$$I_{\phi 1} = \frac{480 \text{ V}}{10 \Omega} = 48 \text{ A}$$

Portanto, as potências ativa e reativa da carga 1 são

$$\begin{aligned} P_1 &= 3V_{\phi 1}I_{\phi 1} \cos \theta \\ &= 3(480 \text{ V})(48 \text{ A}) \cos 30^{\circ} = 59,9 \text{ kW} \\ Q_1 &= 3V_{\phi 1}I_{\phi 1} \sin \theta \\ &= 3(480 \text{ V})(48 \text{ A}) \sin 30^{\circ} = 34,6 \text{ kvar} \end{aligned}$$

A corrente de fase da carga 2 é

$$I_{\phi 2} = \frac{277 \text{ V}}{5 \Omega} = 55,4 \text{ A}$$

Portanto, as potências ativa e reativa da carga 2 são

$$\begin{aligned} P_2 &= 3V_{\phi 2}I_{\phi 2} \cos \theta \\ &= 3(277 \text{ V})(55,4 \text{ A}) \cos(-36,87^\circ) = 36,8 \text{ kW} \\ Q_2 &= 3V_{\phi 2}I_{\phi 2} \sin \theta \\ &= 3(277 \text{ V})(55,4 \text{ A}) \sin(-36,87^\circ) = -27,6 \text{ kvar} \end{aligned}$$

(a) As potências ativa e reativa fornecidas pelo sistema de distribuição são

$$\begin{aligned} P_{\text{tot}} &= P_1 + P_2 \\ &= 59,9 \text{ kW} + 36,8 \text{ kW} = 96,7 \text{ kW} \\ Q_{\text{tot}} &= Q_1 + Q_2 \\ &= 34,6 \text{ kvar} - 27,6 \text{ kvar} = 7,00 \text{ kvar} \end{aligned}$$

Do triângulo de potência, o ângulo de impedância efetiva θ é dado por

$$\begin{aligned} \theta &= \arctg \frac{Q}{P} \\ &= \arctg \frac{7,00 \text{ kvar}}{96,7 \text{ kW}} = 4,14^\circ \end{aligned}$$

Portanto, o fator de potência do sistema é

$$\text{FP} = \cos \theta = \cos(4,14^\circ) = 0,997 \text{ atrasado}$$

(b) A corrente total de linha é dada por

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{P}{\sqrt{3}V_L \cos \theta} \\ I_L &= \frac{96,7 \text{ kW}}{\sqrt{3}(480 \text{ V})(0,997)} = 117 \text{ A} \end{aligned}$$

PERGUNTAS

- A-1** Que tipos de conexões são possíveis com geradores e cargas trifásicos?
- A-2** O que se entende pelo termo “equilibrado” em um sistema de potência trifásico equilibrado?
- A-3** Qual é a relação existente entre as tensões e correntes de fase e de linha em uma ligação em estrela (Y)?
- A-4** Qual é a relação existente entre as tensões e correntes de fase e de linha em uma ligação em triângulo (Δ)?
- A-5** O que é a sequência de fases?
- A-6** Escreva as equações de potências ativa, reativa e aparente para um circuito trifásico, em termos de grandezas de linha e também de fase.
- A-7** O que é uma transformação Y- Δ ?

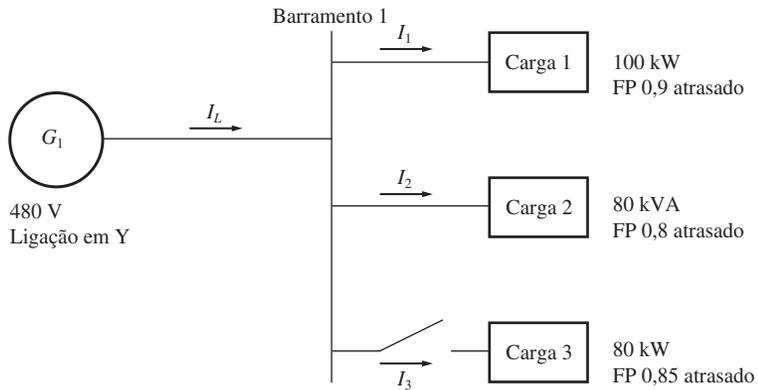


FIGURA PA-2
O sistema de potência do Problema A-3.

- (f) Quando a chave está fechada, qual é a corrente de linha I_L total?
- (g) Como a corrente de linha I_L total compara-se a soma das três correntes individuais $I_1 + I_2 + I_3$ (não é soma fasorial)? Se elas não forem iguais, por que não?

- A-4** Prove que a tensão de linha de um gerador ligado em Y, com uma sequência de fases acb , está atrasada de 30° em relação à respectiva tensão de fase. Desenhe um diagrama fasorial mostrando as tensões de fase e de linha desse gerador.
- A-5** Encontre os valores e os ângulos para as tensões e correntes de linha e fase da carga mostrada na Figura PA-3.

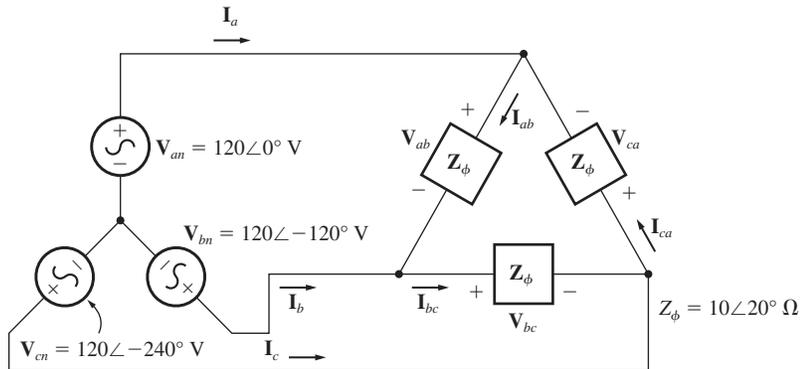


FIGURA PA-3
O sistema do Problema A-5.

- A-6** A Figura PA-4 mostra o diagrama unifilar de um pequeno sistema de distribuição de 480 V de uma planta industrial. Um engenheiro que trabalha na planta deseja calcular a corrente que deverá ser fornecida pela companhia de energia elétrica, com e sem o banco de capacitores ligado ao sistema. Para os propósitos deste cálculo, o engenheiro assumirá que as linhas do sistema têm impedância zero.
- (a) Quando a chave mostrada está aberta, quais são as potências ativa, reativa e aparente do sistema? Encontre a corrente total fornecida pela companhia de energia elétrica ao sistema de distribuição.

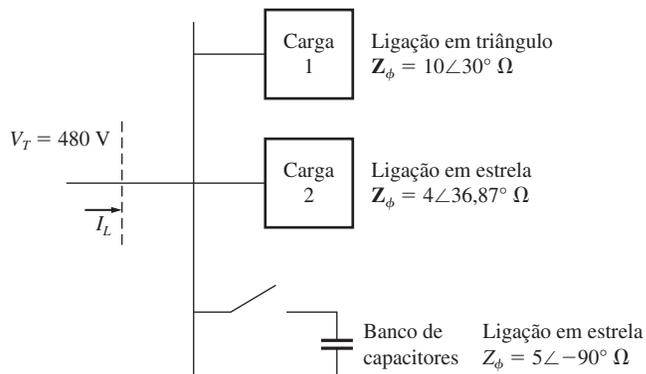


FIGURA PA-4
O sistema do Problema A-6.

- (b) Repita a parte (a) com a chave fechada.
- (c) O que aconteceu com a corrente total fornecida pela companhia de energia elétrica quando a chave foi fechada? Por quê?

REFERÊNCIAS

1. Alexander, Charles K., e Matthew N. O. Sadiku: *Fundamentals of Electric Circuits*, McGraw-Hill, 2000.