

---

capítulo

# 3

---

## Fundamentos de máquinas CA

### OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

---

- Aprender como gerar uma tensão CA em uma espira que gira dentro de um campo magnético uniforme.
  - Aprender como gerar conjugado em uma espira que conduz uma corrente dentro de um campo magnético uniforme.
  - Aprender como criar um campo magnético girante a partir de um motor trifásico.
  - Compreender como um campo magnético oriundo de um rotor em rotação induz tensões CA nos enrolamentos de um estator.
  - Compreender a relação entre frequência elétrica, o número de polos e a velocidade de rotação de uma máquina elétrica.
  - Compreender como o conjugado é induzido em uma máquina CA.
  - Compreender os efeitos da isolação dos enrolamentos sobre a vida útil da máquina.
  - Compreender os tipos de perdas em uma máquina e o diagrama de fluxo de potência.
- 

As máquinas CA são geradores que convertem energia mecânica em energia elétrica CA e motores que convertem energia elétrica CA em energia mecânica. Os princípios fundamentais das máquinas CA são muito simples, mas infelizmente eles são obscurecidos pela construção complicada das máquinas reais. Este capítulo explicará primeiro os princípios do funcionamento das máquinas CA por meio de exemplos simples e, a seguir, examinará algumas das complicações que ocorrem nas máquinas CA reais.

Há duas classes principais de máquinas CA – máquinas síncronas e máquinas de indução. As *máquinas síncronas* são motores e geradores cuja corrente de campo magnético é fornecida por uma fonte de potência CC separada, ao passo que as *máquinas de indução* são motores e geradores cuja corrente de campo é fornecida

por indução magnética (ação de transformador) em seus enrolamentos de campo. Os circuitos de campo da maioria das máquinas síncronas e de indução estão localizados em seus rotores. Este capítulo cobre os fundamentos comuns a ambos os tipos de máquinas trifásicas CA. As máquinas síncronas serão discutidas nos Capítulos 4 e 5 e as máquinas de indução serão discutidas no Capítulo 6.

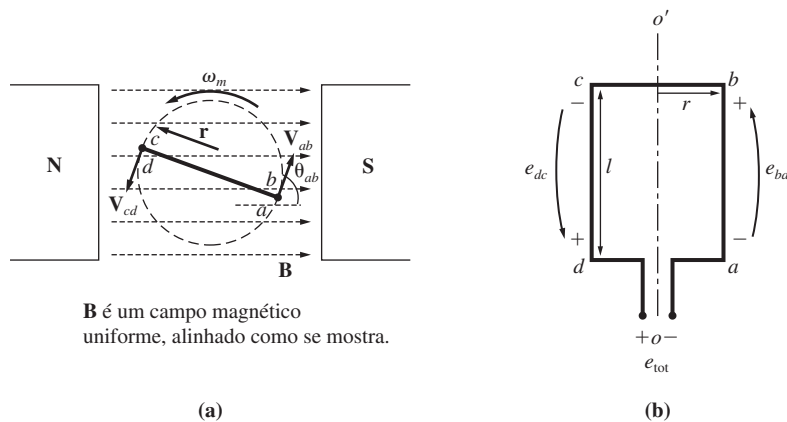
### 3.1 UMA ESPIRA SIMPLES EM UM CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

Começaremos nosso estudo de máquinas CA com uma espira simples de fio girando dentro de um campo magnético uniforme. Uma espira de fio condutor dentro de um campo magnético uniforme é a máquina mais simples que pode produzir uma tensão CA senoidal. Esse caso não é representativo das máquinas CA reais, porque o fluxo nas máquinas CA reais não é constante, nem em intensidade, nem em direção. Entretanto, os fatores que controlam a tensão e o conjugado na espira serão os mesmos que controlam a tensão e o conjugado nas máquinas CA reais.

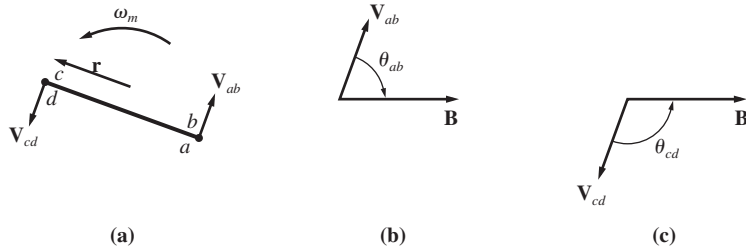
A Figura 3-1 mostra uma máquina simples que consiste em um grande ímã estacionário, capaz de produzir um campo magnético uniforme constante, e uma espira de fio em rotação dentro desse campo. A parte rotativa da máquina é denominada *rotor* e a parte estacionária é denominada *estator*. Agora, determinaremos as tensões presentes no rotor quando ele gira dentro do campo magnético.

#### A tensão induzida em uma espira simples em rotação

Se o rotor dessa máquina for colocado em rotação, uma tensão será induzida na espira de fio. Para determinar o valor e a forma da tensão, examine a Figura 3-2. A espira de fio mostrada é retangular, com os lados *ab* e *cd* perpendiculares ao plano da página e com os lados *bc* e *da* paralelos ao plano da página. O campo magnético é constante e uniforme, apontando da esquerda para a direita sobre a página.



**FIGURA 3-1** Espira simples girando dentro de um campo magnético uniforme. (a) Vista frontal; (b) vista da bobina.



**FIGURA 3-2**

(a) Velocidades e orientações dos lados da espira em relação ao campo magnético. (b) O sentido do movimento em relação ao campo magnético para o lado *ab*. (c) O sentido do movimento em relação ao campo magnético para o lado *cd*.

Para determinar a tensão senoidal total  $e_{\text{tot}}$  na espira, examinaremos separadamente cada segmento da espira e somaremos todas as tensões resultantes. A tensão em cada segmento é dada pela Equação (1-45):

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

1. *Segmento ab*. Nesse segmento, a velocidade do fio é tangencial à trajetória executada pela rotação, ao passo que o campo magnético  $\mathbf{B}$  aponta para a direita, como mostra na Figura 3-2b. O produto vetorial  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  aponta para dentro da página, coincidindo com o sentido do segmento *ab*. Portanto, a tensão induzida nesse segmento de fio é

$$\begin{aligned} e_{ba} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \sin \theta_{ab} \quad \text{para dentro da página} \end{aligned} \tag{3-1}$$

2. *Segmento bc*. Na primeira metade desse segmento (até o eixo de rotação), o produto  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  aponta para dentro da página e, na segunda metade, o produto  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  aponta para fora da página. Como o comprimento  $\mathbf{l}$  está contido no plano da página, o produto vetorial  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  é perpendicular a  $\mathbf{l}$  em ambas as metades do segmento. Portanto, a tensão no segmento *bc* será zero:

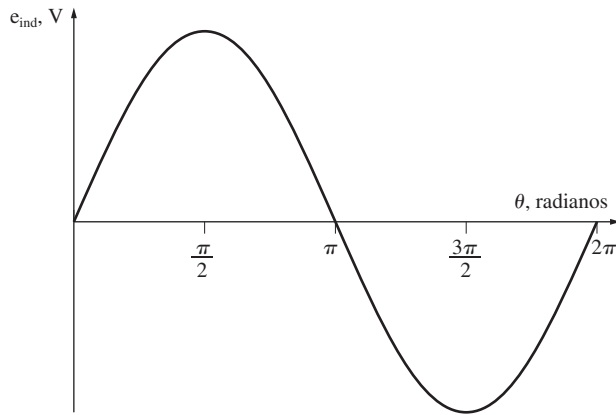
$$e_{cb} = 0 \tag{3-2}$$

3. *Segmento cd*. Nesse segmento, a velocidade do fio é tangencial à trajetória executada pela rotação, ao passo que o campo magnético  $\mathbf{B}$  aponta para a direita, como mostra a Figura 3-2c. O produto vetorial  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  aponta para fora da página, coincidindo com o sentido do segmento *cd*. Portanto, a tensão induzida nesse segmento de fio é

$$\begin{aligned} e_{dc} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \sin \theta_{cd} \quad \text{para fora da página} \end{aligned} \tag{3-3}$$

4. *Segmento da*. Como no segmento *bc*, o produto vetorial  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  é perpendicular a  $\mathbf{l}$ . Portanto, a tensão nesse segmento também será zero:

$$e_{ad} = 0 \tag{3-4}$$



**FIGURA 3-3**  
Gráfico de  $e_{ind}$  versus  $\theta$ .

A tensão total induzida  $e_{ind}$  na espira é a soma das tensões de cada um de seus segmentos:

$$\begin{aligned} e_{ind} &= e_{ba} + e_{cb} + e_{dc} + e_{ad} \\ &= vBl \text{ sen } \theta_{ab} + vBl \text{ sen } \theta_{cd} \end{aligned} \tag{3-5}$$

Observe que  $\theta_{ab} = 180^\circ - \theta_{cd}$  e lembre-se da identidade trigonométrica  $\text{sen } \theta = \text{sen } (180^\circ - \theta)$ . Portanto, a tensão induzida torna-se

$$e_{ind} = 2vBl \text{ sen } \theta \tag{3-6}$$

A tensão resultante  $e_{ind}$  é mostrada como uma função de tempo na Figura 3-3.

Há um modo alternativo de expressar a Equação (3-6), que relaciona claramente o comportamento dessa espira simples com o comportamento das máquinas reais maiores CA. Para deduzir essa expressão alternativa, examine a Figura 3-1 novamente. Se a espira estiver girando com velocidade angular constante  $\omega$ , o ângulo  $\theta$  da espira aumentará linearmente com o tempo. Em outras palavras,

$$\theta = \omega t$$

Além disso, a velocidade tangencial  $v$  dos segmentos da espira pode ser expressa como

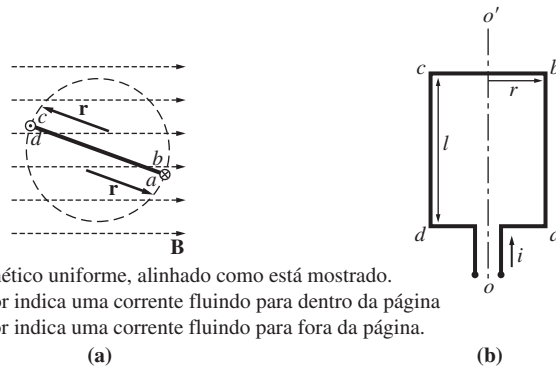
$$v = r\omega \tag{3-7}$$

em que  $r$  é o raio de rotação da espira e  $\omega$  é a velocidade angular da espira. Substituindo essas expressões na Equação (3-6), teremos

$$e_{ind} = 2r\omega Bl \text{ sen } \omega t \tag{3-8}$$

Observe também, da Figura 3-1b, que a área  $A$  da espira (laço retangular) é simplesmente igual a  $2rl$ . Portanto,

$$e_{ind} = AB\omega \text{ sen } \omega t \tag{3-9}$$



**B** é um campo magnético uniforme, alinhado como está mostrado.  
 O × em um condutor indica uma corrente fluindo para dentro da página  
 e o • em um condutor indica uma corrente fluindo para fora da página.

**FIGURA 3-4**

Espira condutora de corrente dentro de um campo magnético uniforme. (a) Vista frontal; (b) vista da bobina.

Finalmente, observe que o fluxo máximo através do laço da espira ocorre quando o laço se encontra perpendicular às linhas de densidade de fluxo magnético. Esse fluxo é simplesmente o produto da área da superfície do laço pela densidade de fluxo através do laço.

$$\phi_{\max} = AB \tag{3-10}$$

Desse modo, a forma final da equação de tensão é

$$e_{\text{ind}} = \phi_{\max} \phi \text{ sen } \phi t \tag{3-11}$$

Assim, a tensão gerada no laço é uma senoide cuja amplitude é igual ao produto do fluxo presente no interior da máquina vezes a velocidade de rotação da máquina. Isso também é verdadeiro para as máquinas CA reais. Em geral, a tensão em qualquer máquina real dependerá de três fatores:

1. O fluxo na máquina
2. A velocidade de rotação
3. Uma constante representando a construção da máquina (o número de espiras, etc.)

### O conjugado induzido em uma espira condutora de corrente

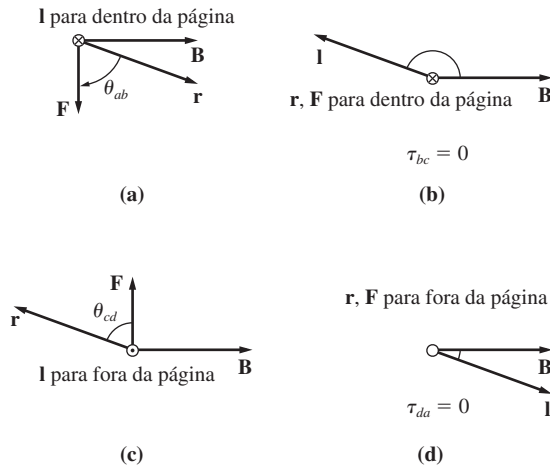
Agora, assumamos que a espira do rotor está fazendo um ângulo arbitrário  $\theta$  em relação ao campo magnético e que uma corrente  $i$  circula na espira, como mostra a Figura 3-4. Se uma corrente circular na espira, um conjugado será induzido na espira. Para determinar o valor e o sentido do conjugado, examine a Figura 3-5. A força em cada segmento do laço da espira é dada pela Equação (1-43),

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \tag{1-43}$$

em que  $i$  = corrente no segmento

$\mathbf{l}$  = comprimento do segmento, com o sentido de  $\mathbf{l}$  definido no sentido do fluxo de corrente

$\mathbf{B}$  = vetor densidade de fluxo magnético



**FIGURA 3-5**

(a) Dedução da força e do conjugado no segmento *ab*. (b) Dedução da força e do conjugado no segmento *bc*. (c) Dedução da força e do conjugado no segmento *cd*. (d) Dedução da força e do conjugado no segmento *da*.

O conjugado em um dado segmento será dado por

$$\begin{aligned}
 \tau &= (\text{força aplicada}) (\text{distância perpendicular}) \\
 &= (F) (r \text{ sen } \theta) \\
 &= rF \text{ sen } \theta
 \end{aligned}
 \tag{1-6}$$

em que  $\theta$  é o ângulo entre o vetor  $\mathbf{r}$  e o vetor  $\mathbf{F}$ . O sentido do conjugado será horário se ele tender a causar uma rotação horária e anti-horário se ele tender a causar uma rotação anti-horária.

1. *Segmento ab*. Nesse segmento, o sentido da corrente é para dentro da página, ao passo que o campo magnético  $\mathbf{B}$  aponta para a direita, como mostra a Figura 3-5a. O produto  $\mathbf{I} \times \mathbf{B}$  aponta para baixo, portanto, a força induzida nesse segmento de fio é

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} &= i(\mathbf{I} \times \mathbf{B}) \\
 &= ilB \quad \text{para baixo}
 \end{aligned}$$

O conjugado resultante é

$$\begin{aligned}
 \tau_{ab} &= (F) (r \text{ sen } \theta_{ab}) \\
 &= rilB \text{ sen } \theta_{ab} \quad \text{sentido horário}
 \end{aligned}
 \tag{3-12}$$

2. *Segmento bc*. Nesse segmento, o sentido da corrente está no plano da página, ao passo que o campo magnético  $\mathbf{B}$  aponta para a direita, como mostra a Figura 3-5b. O produto  $\mathbf{I} \times \mathbf{B}$  aponta para dentro da página. Portanto, a força induzida nesse segmento de fio é

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} &= i(\mathbf{I} \times \mathbf{B}) \\
 &= ilB \quad \text{para dentro da página}
 \end{aligned}$$

Nesse segmento, o conjugado resultante é 0, porque os vetores  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{l}$  são paralelos (ambos apontam para dentro da página) e o ângulo  $\theta_{bc}$  é 0, ou seja

$$\begin{aligned}\tau_{bc} &= (F) (r \text{ sen } \theta_{ab}) \\ &= 0\end{aligned}\quad (3-13)$$

3. *Segmento cd.* Nesse segmento, o sentido da corrente é para fora da página, ao passo que o campo magnético  $\mathbf{B}$  aponta para a direita, como mostra a Figura 3-5c. O produto  $\mathbf{l} \times \mathbf{B}$  aponta para cima, portanto, a força induzida nesse segmento de fio é

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= ilB \quad \text{para cima}\end{aligned}$$

O conjugado resultante é

$$\begin{aligned}\tau_{cd} &= (F) (r \text{ sen } \theta_{cd}) \\ &= rilB \text{ sen } \theta_{cd} \quad \text{sentido horário}\end{aligned}\quad (3-14)$$

4. *Segmento da.* Nesse segmento, o sentido da corrente está no plano da página, ao passo que o campo magnético  $\mathbf{B}$  aponta para a direita, como mostra a Figura 3-5d. O produto  $\mathbf{l} \times \mathbf{B}$  aponta para fora da página, portanto, a força induzida nesse segmento de fio é

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= ilB \quad \text{para fora da página}\end{aligned}$$

Nesse segmento, o conjugado resultante é 0, porque os vetores  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{l}$  são paralelos (ambos apontam para fora da página) e o ângulo  $\theta_{da}$  é 0, ou seja

$$\begin{aligned}\tau_{da} &= (F) (r \text{ sen } \theta_{da}) \\ &= 0\end{aligned}\quad (3-15)$$

O conjugado total  $\tau_{\text{ind}}$  induzido na espira (laço de corrente) é a soma dos conjugados de cada um de seus segmentos:

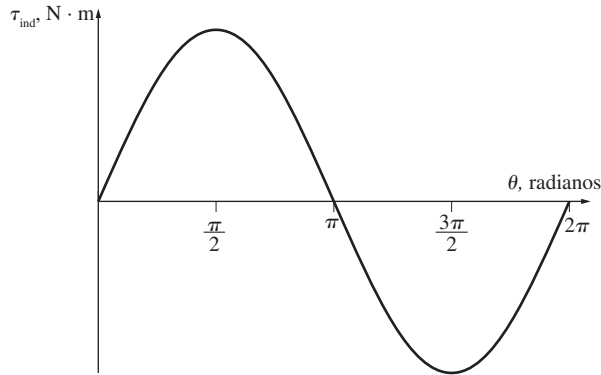
$$\begin{aligned}\tau_{\text{ind}} &= \tau_{ab} + \tau_{bc} + \tau_{cd} + \tau_{da} \\ &= rilB \text{ sen } \theta_{ab} + rilB \text{ sen } \theta_{cd}\end{aligned}\quad (3-16)$$

Observe que  $\theta_{ab} = \theta_{cd}$ , de modo que o conjugado induzido torna-se

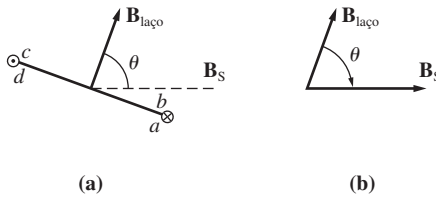
$$\tau_{\text{ind}} = 2rilB \text{ sen } \theta \quad (3-17)$$

O conjugado resultante  $\tau_{\text{ind}}$  está mostrado em função do ângulo na Figura 3-6. Observe que o conjugado é máximo quando o plano do laço está paralelo ao campo magnético e é zero quando o plano do laço está perpendicular ao campo magnético.

Há um modo alternativo de expressar a Equação (3-17), que relaciona claramente o comportamento dessa espira simples com o comportamento das máquinas CA reais de grande porte. Para deduzir essa expressão alternativa, examine a Figura 3-7 novamente. Se a corrente no laço for como mostra a figura, a corrente gerará uma densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}_{\text{laço}}$  com o sentido mostrado. A magnitude de  $\mathbf{B}_{\text{laço}}$  será



**FIGURA 3-6**  
Gráfico de  $\tau_{ind}$  versus  $\theta$ .



**FIGURA 3-7**  
Dedução da equação do conjugado induzido. (a) A corrente no laço produz uma densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}_{laço}$  perpendicular ao plano do laço; (b) relações geométricas entre  $\mathbf{B}_{laço}$  e  $\mathbf{B}_S$ .

$$B_{laço} = \frac{\mu i}{G}$$

em que  $G$  é um fator que depende da geometria do laço<sup>1</sup>. Observe também que a área  $A$  do laço é simplesmente igual a  $2rl$ . Substituindo essas duas equações na Equação (3-17), teremos o resultado

$$\tau_{ind} = \frac{AG}{\mu} B_{laço} B_S \text{ sen } \theta \tag{3-18}$$

$$= k B_{laço} B_S \text{ sen } \theta \tag{3-19}$$

em que  $k = AG/\mu$  é um fator que depende da construção da máquina,  $B_S$  é usado para o campo magnético do estator\*, distinguindo-o do campo magnético gerado pelo rotor, e  $\theta$  é o ângulo entre  $\mathbf{B}_{laço}$  e  $\mathbf{B}_S$ . Por meio das identidades trigonométricas, pode-se ver que o ângulo entre  $\mathbf{B}_{laço}$  e  $\mathbf{B}_S$  é o mesmo que o ângulo  $\theta$  da Equação (3-17).

Tanto o valor quanto o sentido do conjugado induzido podem ser determinados expressando a Equação (3-19) como um produto vetorial

$$\tau_{ind} = k \mathbf{B}_{laço} \times \mathbf{B}_S \tag{3-20}$$

<sup>1</sup> Se o laço fosse um círculo,  $G = 2r$ , em que  $r$  é o raio do círculo, de modo que  $B_{laço} = \mu i/2r$ . Em um laço retangular, o valor de  $G$  irá variar dependendo da razão exata entre o comprimento e a largura do laço.

\* N. de T.: Nessas equações, o índice  $S$  vem do inglês *Stator* (Estator).



Aplicando essa equação ao laço da Figura 3-7, teremos um vetor de conjugado para dentro da página, indicando que o conjugado é horário, sendo seu valor dado pela Equação (3-19).

Assim, *o conjugado induzido no laço é proporcional à intensidade do campo magnético do laço, à intensidade do campo magnético externo e ao seno do ângulo entre eles*. Isso também é verdadeiro para máquinas CA reais. Em geral, o conjugado de qualquer máquina real dependerá de quatro fatores:

1. A intensidade do campo magnético do rotor
2. A intensidade do campo magnético externo
3. O seno do ângulo entre eles
4. Uma constante que representa a construção da máquina (geometria, etc.)

### 3.2 O CAMPO MAGNÉTICO GIRANTE

Na Seção 3.1, mostramos que, se dois campos magnéticos estiverem presentes em uma máquina, um conjugado será criado que tenderá a alinhar os dois campos magnéticos. Se um campo magnético for produzido pelo estator de uma máquina CA e o outro for produzido pelo rotor da máquina, então um conjugado será induzido no rotor que fará o rotor girar e se alinhar com o campo magnético do estator.

Se houvesse um modo de fazer o campo magnético do estator girar, o conjugado induzido no rotor faria com que ele “perseguisse” constantemente o campo magnético do estator em um círculo. Esse é, em poucas palavras, o princípio básico do funcionamento de todos os motores CA.

Que é possível fazer para que o campo magnético do estator gire? O princípio fundamental do funcionamento das máquinas CA é que, *se correntes trifásicas, todas de mesma intensidade e defasadas de 120° entre si, estiverem fluindo em um enrolamento trifásico, um campo magnético girante de intensidade constante será produzido*. O enrolamento trifásico consiste em três enrolamentos espaçados de 120 elétricos entre si ao redor da superfície da máquina.

O conceito de campo magnético girante, em sua forma mais simples, é ilustrado por um estator vazio contendo apenas três bobinas, distanciadas de 120° entre si, como mostrado na Figura 3-8a. Diz-se que esse enrolamento é de dois polos porque ele produz apenas dois polos, um norte e um sul.

Para compreender o conceito de campo magnético rotativo, aplicaremos um conjunto de correntes ao estator da Figura 3-8 e veremos o que acontece em instantes específicos de tempo. Assuma que as correntes nas três bobinas são dadas pelas equações

$$i_{aa'}(t) = I_M \text{ sen } \omega t \quad \text{A} \quad (3-21a)$$

$$i_{bb'}(t) = I_M \text{ sen } (\omega t - 120^\circ) \quad \text{A} \quad (3-21b)$$

$$i_{cc'}(t) = I_M \text{ sen } (\omega t - 240^\circ) \quad \text{A} \quad (3-21c)$$

A corrente na bobina  $aa'$  entra pelo terminal  $a$  da bobina e sai pelo terminal  $a'$  da bobina. Assim, é produzido um campo magnético com intensidade

$$\mathbf{H}_{aa'}(t) = H_M \text{ sen } \omega t \angle 0^\circ \quad \text{A} \cdot \text{e} / \text{m} \quad (3-22a)$$

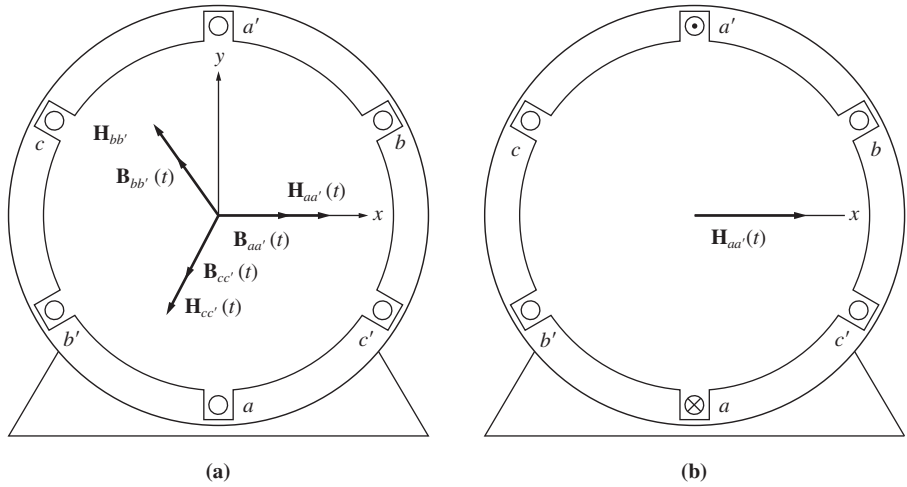


FIGURA 3-8

(a) Um estator trifásico simples. Assume-se que as correntes desse estator serão positivas se elas entrarem pelos terminais  $a, b$  e  $c$  e saírem respectivamente pelos terminais  $a', b'$  e  $c'$ . As intensidades de campo magnético produzidas por cada bobina são também mostradas. (b) O vetor de intensidade de campo magnético  $H_{aa'}(t)$  produzido pela corrente que flui na bobina  $aa'$ .

em que  $0^\circ$  é o ângulo *espacial* do vetor de intensidade de campo magnético, como está mostrado na Figura 3-8b. O sentido do vetor de intensidade de campo magnético  $H_{aa'}(t)$  é dado pela regra da mão direita: se os dedos da mão direita curvarem-se no sentido do fluxo da corrente da bobina, o campo magnético resultante terá o sentido apontado pelo polegar. Observe que o valor do vetor de intensidade de campo magnético  $H_{aa'}(t)$  varia senoidalmente no tempo, mas o sentido de  $H_{aa'}(t)$  é sempre constante. De modo semelhante, os vetores de intensidade de campo magnético  $H_{bb'}(t)$  e  $H_{cc'}(t)$  são

$$H_{bb'}(t) = H_M \text{ sen } (\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ \quad A \cdot e/m \quad (3-22b)$$

$$H_{cc'}(t) = H_M \text{ sen } (\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \quad A \cdot e/m \quad (3-22c)$$

As densidades de fluxo resultantes dessas intensidades de campo magnético são dadas pela Equação (1-21):

$$B = \mu H \quad (1-21)$$

Elas são

$$B_{aa'}(t) = B_M \text{ sen } \omega t \angle 0^\circ \quad T \quad (3-23a)$$

$$B_{bb'}(t) = B_M \text{ sen } (\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ \quad T \quad (3-23b)$$

$$B_{cc'}(t) = B_M \text{ sen } (\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \quad T \quad (3-23c)$$

em que  $B_M = \mu H_M$ . Para determinar o campo magnético líquido resultante no estator, as correntes e suas respectivas densidades de fluxo poderão ser analisadas em instantes específicos.

Por exemplo, no instante  $\omega t = 0^\circ$ , o campo magnético da bobina  $aa'$  será

$$\mathbf{B}_{aa'} = 0 \quad (3-24a)$$

O campo magnético da bobina  $bb'$  será

$$\mathbf{B}_{bb'} = B_M \text{ sen } (-120^\circ) \angle 120^\circ \quad (3-24b)$$

e o campo magnético da bobina  $cc'$  será

$$\mathbf{B}_{cc'} = B_M \text{ sen } (-240^\circ) \angle 240^\circ \quad (3-24c)$$

O campo magnético total, das três bobinas em conjunto, será

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\text{liq}} &= \mathbf{B}_{aa'} + \mathbf{B}_{bb'} + \mathbf{B}_{cc'} \\ &= 0 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) \angle 120^\circ + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) \angle 240^\circ \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) [-(\cos 120^\circ \hat{x} + \text{sen } 120^\circ \hat{y}) + (\cos 240^\circ \hat{x} + \text{sen } 240^\circ \hat{y})] \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) \left(\frac{1}{2} \hat{x} - \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{y} - \frac{1}{2} \hat{x} - \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{y}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) (-\sqrt{3} \hat{y}) \\ &= -1,5 B_M \hat{y} \\ &= 1,5 B_M \angle -90^\circ \end{aligned}$$

em que  $\hat{x}$  é o vetor unitário na direção  $x$  e  $\hat{y}$  é o vetor unitário na direção  $y$ , como mostra a Figura 3-8. O campo magnético líquido resultante é mostrado na Figura 3-9a.

Como segundo exemplo, examine o campo magnético no instante  $\omega t = 90^\circ$ . Nesse momento, as correntes são

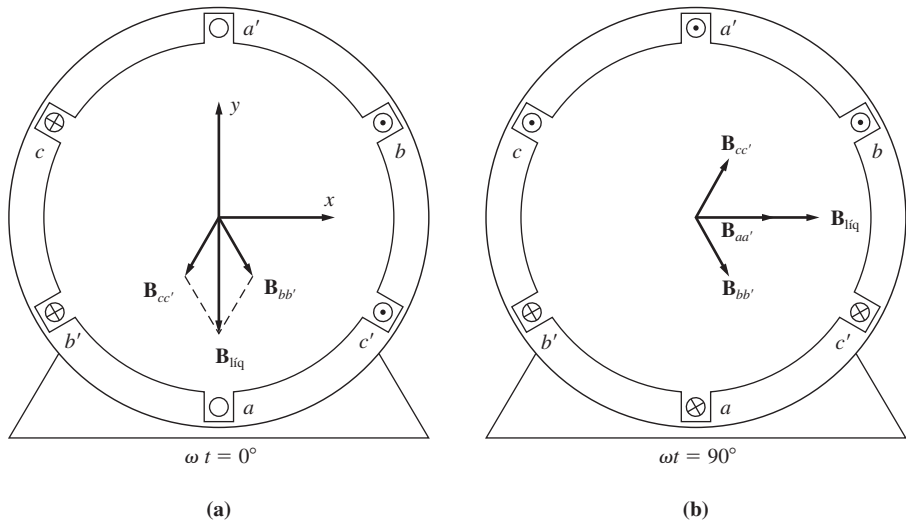
$$\begin{aligned} i_{aa'} &= I_M \text{ sen } 90^\circ \quad \text{A} \\ i_{bb'} &= I_M \text{ sen } (-30^\circ) \quad \text{A} \\ i_{cc'} &= I_M \text{ sen } (-150^\circ) \quad \text{A} \end{aligned}$$

e os campos magnéticos são

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{aa'} &= B_M \angle 0^\circ \\ \mathbf{B}_{bb'} &= -0,5 B_M \angle 120^\circ \\ \mathbf{B}_{cc'} &= -0,5 B_M \angle 240^\circ \end{aligned}$$

O campo magnético líquido resultante é

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\text{liq}} &= \mathbf{B}_{aa'} + \mathbf{B}_{bb'} + \mathbf{B}_{cc'} \\ &= B_M \angle 0^\circ + \left(-\frac{1}{2} B_M\right) \angle 120^\circ + \left(-\frac{1}{2} B_M\right) \angle 240^\circ \\ &= B_M \left[ \hat{x} - \frac{1}{2} (\cos 120^\circ \hat{x} + \text{sen } 120^\circ \hat{y}) - \frac{1}{2} (\cos 240^\circ \hat{x} + \text{sen } 240^\circ \hat{y}) \right] \end{aligned}$$



**FIGURA 3-9**  
 (a) Vetor de campo magnético em um estator no tempo  $\omega t = 0^\circ$ . (b) Vetor de campo magnético em um estator no tempo  $\omega t = 90^\circ$ .

$$\begin{aligned}
 &= B_M \left( \hat{x} - \frac{1}{2} \hat{x} - \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{y} - \frac{1}{2} \hat{x} - \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{y} \right) \\
 &= \left( \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \right) (-\sqrt{3} \hat{y}) \\
 &= -\frac{3}{2} B_M \hat{y} \\
 &= 1,5 B_M \angle -90^\circ
 \end{aligned}$$

O campo magnético resultante (líquido) está mostrado na Figura 3-9b. Observe que, embora o *sentido* do campo magnético tenha mudado, a *intensidade* manteve-se constante. O campo magnético gira em sentido anti-horário e sua intensidade permanece constante.

### Prova do conceito de campo magnético girante

A qualquer tempo  $t$ , o campo magnético apresentará o mesmo valor  $1,5B_M$  de intensidade e continuará girando com a velocidade angular  $\omega$ . Uma prova dessa afirmação para qualquer tempo  $t$  será dada a seguir.

Consulte novamente o estator mostrado na Figura 3-8. No sistema de coordenadas mostrado na figura, o sentido de  $x$  é para a direita e o sentido de  $y$  é para cima. O vetor  $\hat{x}$  é o vetor unitário na direção horizontal e o vetor  $\hat{y}$  é o vetor unitário na direção vertical. Para encontrar a densidade de fluxo magnético total no estator, simplesmente faça a adição vetorial dos três campos magnéticos componentes, determinando assim a sua soma.

A densidade líquida de fluxo magnético no estator é dada por

$$\mathbf{B}_{\text{liq}}(t) = \mathbf{B}_{aa'}(t) + \mathbf{B}_{bb'}(t) + \mathbf{B}_{cc'}(t) \\ = B_M \text{sen } \omega t \angle 0^\circ + B_M \text{sen } (\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ + B_M \text{sen } (\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \text{ T}$$

Cada um dos três campos magnéticos componentes pode agora ser decomposto em suas componentes  $x$  e  $y$ .

$$\mathbf{B}_{\text{liq}}(t) = B_M \text{sen } \omega t \hat{\mathbf{x}} \\ - [0,5B_M \text{sen } (\omega t - 120^\circ)]\hat{\mathbf{x}} + \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \text{sen } (\omega t - 120^\circ) \right] \hat{\mathbf{y}} \\ - [0,5B_M \text{sen } (\omega t - 240^\circ)]\hat{\mathbf{x}} - \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \text{sen } (\omega t - 240^\circ) \right] \hat{\mathbf{y}}$$

Combinando as componentes  $x$  e  $y$ , obtemos

$$\mathbf{B}_{\text{liq}}(t) = [B_M \text{sen } \omega t - 0,5B_M \text{sen } (\omega t - 120^\circ) - 0,5B_M \text{sen } (\omega t - 240^\circ)] \hat{\mathbf{x}} \\ + \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \text{sen } (\omega t - 120^\circ) - \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \text{sen } (\omega t - 240^\circ) \right] \hat{\mathbf{y}}$$

Usando as identidades trigonométricas referentes à soma de ângulos, temos

$$\mathbf{B}_{\text{liq}}(t) = \left[ B_M \text{sen } \omega t + \frac{1}{4}B_M \text{sen } \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \cos \omega t + \frac{1}{4}B_M \text{sen } \omega t - \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \cos \omega t \right] \hat{\mathbf{x}} \\ + \left[ -\frac{\sqrt{3}}{4}B_M \text{sen } \omega t - \frac{3}{4}B_M \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \text{sen } \omega t - \frac{3}{4}B_M \cos \omega t \right] \hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{B}_{\text{liq}}(t) = (1,5B_M \text{sen } \omega t)\hat{\mathbf{x}} - (1,5B_M \cos \omega t)\hat{\mathbf{y}} \quad (3-25)$$

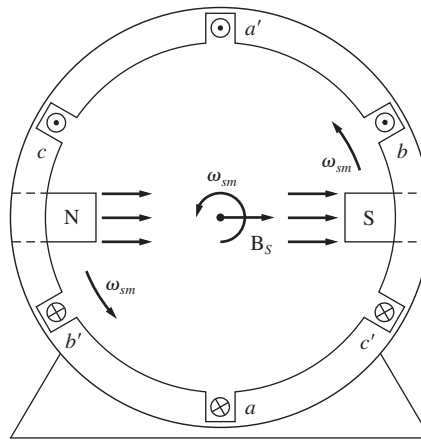
A Equação (3-25) é a expressão final da densidade líquida de fluxo magnético. Observe que a intensidade do campo é  $1,5B_M$  constante e que o ângulo muda continuamente no sentido anti-horário com a velocidade angular  $\omega$ . Observe também que, em  $\omega t = 0^\circ$ , temos  $\mathbf{B}_{\text{liq}} = 1,5B_M \angle -90^\circ$  e que, em  $\omega t = 90^\circ$ , temos  $\mathbf{B}_{\text{liq}} = 1,5B_M \angle 0^\circ$ . Esses resultados estão de acordo com os exemplos específicos que foram examinados anteriormente.

### Relação entre frequência elétrica e velocidade de rotação do campo magnético

A Figura 3-10 mostra que o campo magnético girante desse estator pode ser representado como um polo norte (onde o fluxo deixa o estator) e um polo sul (onde o fluxo entra no estator). Esses polos magnéticos dão uma volta mecânica completa ao redor do estator para cada ciclo elétrico da corrente aplicada. Portanto, a velocidade mecânica de rotação do campo magnético, em rotações por segundo, é igual à frequência elétrica em Hz:

$$f_{se} = f_{sm} \quad \text{dois polos} \quad (3-26)$$

$$\omega_{se} = \omega_{sm} \quad \text{dois polos} \quad (3-27)$$



**FIGURA 3-10**  
O campo magnético girante em um estator, representado como polos norte e sul girando no estator.

Aqui,  $f_{sm}$  e  $\omega_{sm}$  representam a velocidade mecânica dos campos magnéticos do estator em rotações (ou revoluções) por segundo e em radianos por segundo, ao passo que  $f_{se}$  e  $\omega_{se}$  são a frequência elétrica das correntes do estator em hertz e em radianos por segundo.

Observe que os enrolamentos no estator de dois polos da Figura 3-10 estão dispostos na ordem (no sentido anti-horário)

$$a-c'-b-a'-c-b'$$

Que aconteceria no estator se essa configuração fosse repetida duas vezes ao longo de sua superfície? A Figura 3-11a mostra tal estator. A configuração dos enrolamentos (no sentido anti-horário) é

$$a-c'-b-a'-c-b'-a-c'-b-a'-c-b'$$

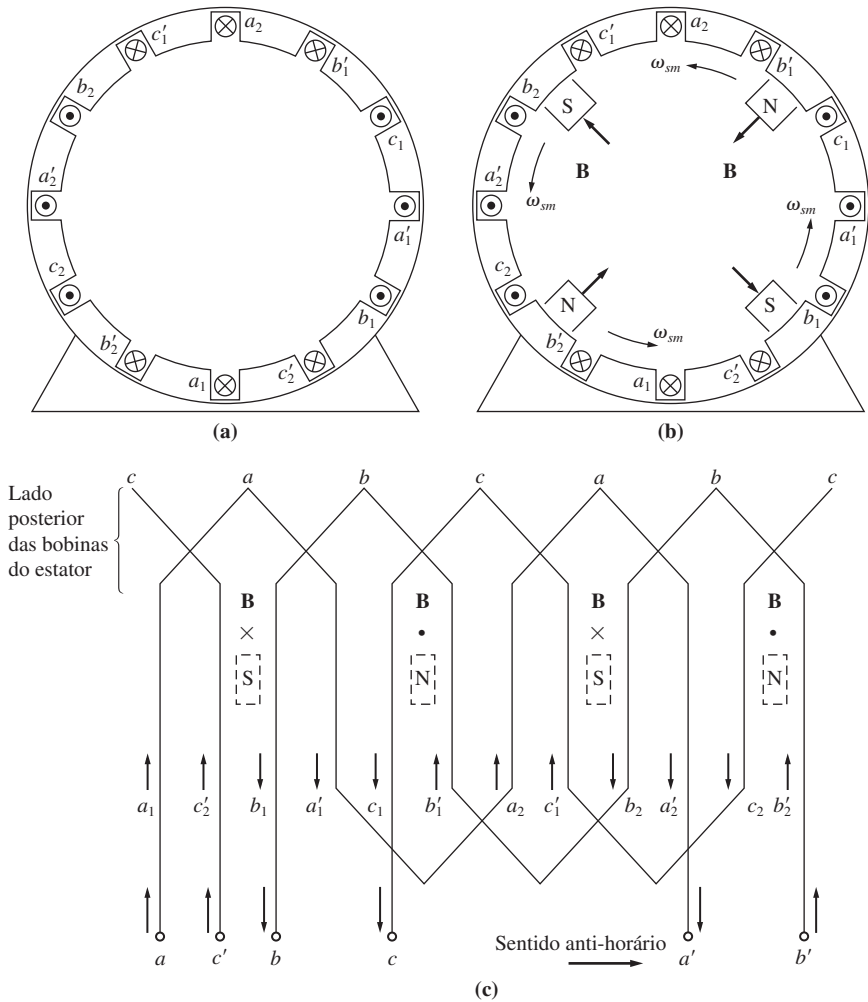
que é simplesmente a configuração do estator anterior repetida duas vezes. Quando um conjunto trifásico de correntes é aplicado a esse estator, *dois* polos N (norte) e *dois* polos S (sul) são produzidos no enrolamento do estator, como mostra a Figura 3-11b. Nesse enrolamento, a cada ciclo elétrico, um polo desloca-se apenas metade do percurso circular ao longo da superfície do estator. Como um ciclo elétrico tem 360 graus e como o deslocamento mecânico é de 180 graus mecânicos, a relação entre o ângulo elétrico  $\theta_{se}$  e o ângulo mecânico  $\theta_{sm}$  nesse estator é

$$\theta_{se} = 2\theta_{sm} \tag{3-28}$$

Assim, para o enrolamento de quatro polos, a frequência elétrica da corrente é o dobro da frequência mecânica de rotação:

$$f_{se} = 2f_{sm} \quad \text{dois polos} \tag{3-29}$$

$$\omega_{se} = 2\omega_{sm} \quad \text{quatro polos} \tag{3-30}$$



**FIGURA 3-11** (a) Um enrolamento de estator de quatro polos simples. (b) Os polos magnéticos resultantes do estator. Observe que há polos em movimento de polaridades alternadas a cada  $90^\circ$  ao longo da superfície do estator. (c) Um diagrama do enrolamento do estator, visto de sua superfície interna, mostrando como as correntes do estator produzem os polos magnéticos N (norte) e S (sul).

Em geral, se o número de polos do estator de uma máquina CA for  $P$ , haverá  $P/2$  repetições da sequência  $a-c'-b-a'-c-b'$  ao longo de sua superfície interna e as grandezas elétricas e mecânicas do estator estarão relacionadas conforme

$$\theta_{se} = \frac{P}{2} \theta_{sm} \tag{3-31}$$

$$f_{se} = \frac{P}{2} f_{sm} \quad (3-32)$$

$$\omega_{se} = \frac{P}{2} \omega_{sm} \quad (3-33)$$

Também, observando que  $f_{sm} = n_{sm}/60$ , é possível estabelecer uma relação entre a frequência elétrica do estator em hertz e a velocidade mecânica resultante dos campos magnéticos em rotações (revoluções) por minuto. Essa relação é

$$f_{se} = \frac{n_{sm} P}{120} \quad (3-34)$$

### Invertendo o sentido de rotação do campo magnético

Pode-se observar outro fato interessante sobre o campo magnético resultante. *Se as correntes em quaisquer duas das três bobinas forem permutadas, o sentido de rotação do campo magnético será invertido.* Isso significa que é possível inverter o sentido de rotação de um motor CA simplesmente trocando as conexões de quaisquer duas das três bobinas. Esse resultado será verificado a seguir.

Para demonstrar que o sentido de rotação é invertido, as fases  $bb'$  e  $cc'$  da Figura 3-8 são trocadas e a densidade de fluxo resultante  $\mathbf{B}_{liq}$  é calculada.

A densidade líquida de fluxo magnético no estator é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{liq}(t) &= \mathbf{B}_{aa'}(t) + \mathbf{B}_{bb'}(t) + \mathbf{B}_{cc'}(t) \\ &= B_M \sin \omega t \angle 0^\circ + B_M \sin(\omega t - 240^\circ) \angle 120^\circ + B_M \sin(\omega t - 120^\circ) \angle 240^\circ \text{ T} \end{aligned}$$

Agora, cada um dos três campos magnéticos pode ser decomposto em suas componentes  $x$  e  $y$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{liq}(t) &= B_M \sin \omega t \hat{\mathbf{x}} \\ &\quad - [0,5B_M \sin(\omega t - 240^\circ)] \hat{\mathbf{x}} + \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \sin(\omega t - 240^\circ) \right] \hat{\mathbf{y}} \\ &\quad - [0,5B_M \sin(\omega t - 120^\circ)] \hat{\mathbf{x}} - \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \sin(\omega t - 120^\circ) \right] \hat{\mathbf{y}} \end{aligned}$$

Combinando as componentes  $x$  e  $y$ , temos

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{liq}(t) &= [B_M \sin \omega t - 0,5B_M \sin(\omega t - 240^\circ) - 0,5B_M \sin(\omega t - 120^\circ)] \hat{\mathbf{x}} \\ &\quad + \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \sin(\omega t - 240^\circ) - \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \sin(\omega t - 120^\circ) \right] \hat{\mathbf{y}} \end{aligned}$$

Utilizando as identidades trigonométricas de adição de ângulos, obtemos

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{liq}(t) &= \left[ B_M \sin \omega t + \frac{1}{4} B_M \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{4} B_M \cos \omega t + \frac{1}{4} B_M \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4} B_M \cos \omega t \right] \hat{\mathbf{x}} \\ &\quad + \left[ -\frac{\sqrt{3}}{4} B_M \sin \omega t + \frac{3}{4} B_M \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4} B_M \sin \omega t + \frac{3}{4} B_M \cos \omega t \right] \hat{\mathbf{y}} \end{aligned}$$



$$\mathbf{B}_{\text{líqu}}(t) = (1,5B_M \text{ sen } \omega t)\hat{\mathbf{x}} + (1,5B_M \text{ cos } \omega t)\hat{\mathbf{y}} \quad (3-35)$$

Dessa vez, o campo magnético tem a mesma intensidade, mas gira em sentido horário. Portanto, *permutar as correntes de duas fases de um estator inverte o sentido de rotação do campo magnético de uma máquina CA.*

**EXEMPLO 3-1** Escreva um programa em MATLAB que modele o comportamento de um campo magnético rotativo no estator trifásico mostrado na Figura 3-9.

### Solução

A geometria das bobinas desse estator é a mostrada na Figura 3-9. As correntes nas bobinas são

$$i_{aa'}(t) = I_M \text{ sen } \omega t \quad \text{A} \quad (3-21a)$$

$$i_{bb'}(t) = I_M \text{ sen } (\omega t - 120^\circ) \quad \text{A} \quad (3-21b)$$

$$i_{cc'}(t) = I_M \text{ sen } (\omega t - 240^\circ) \quad \text{A} \quad (3-21c)$$

e as densidades de fluxo magnético resultantes são

$$\mathbf{B}_{aa'}(t) = B_M \text{ sen } \omega t \angle 0^\circ \quad \text{T} \quad (3-23a)$$

$$\mathbf{B}_{bb'}(t) = B_M \text{ sen } (\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ \quad \text{T} \quad (3-23b)$$

$$\mathbf{B}_{cc'}(t) = B_M \text{ sen } (\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \quad \text{T} \quad (3-23c)$$

$$\phi = 2rIB = dlB$$

Um programa simples de MATLAB que plota  $\mathbf{B}_{aa'}$ ,  $\mathbf{B}_{bb'}$ ,  $\mathbf{B}_{cc'}$  e  $\mathbf{B}_{\text{líqu}}$  como uma função de tempo está mostrado a seguir:

```
% M-file: mag_field.m
% M-file para calcular o campo magnético líquido produzido
% por um estator trifásico.

% Definição das condições básicas
bmax = 1;      % Normalize bmax em 1
freq = 60;    % 60 Hz
w = 2*pi*freq; % velocidade angular (rad/s)

% Inicialmente, determine os três campos magnéticos componentes
t = 0:1/6000:1/60;
Baa = sin(w*t).* (cos(0) + j*sin(0));
Bbb = sin(w*t-2*pi/3).* (cos(2*pi/3) + j*sin(2*pi/3));
Bcc = sin(w*t+2*pi/3).* (cos(-2*pi/3) + j*sin(-2*pi/3));

% Cálculo de B líquida (Bnet)
Bnet = Baa + Bbb + Bcc;

% Cálculo de um círculo que representa o valor máximo esperado
% de B líquida (Bnet)
circle = 1.5 * (cos(w*t) + j*sin(w*t));
```

```

% Plote o valor e o sentido dos campos magnéticos
% resultantes. Observe que Baa é preta, Bbb é azul, Bcc é
% magenta e Bnet é vermelha.
for ii = 1:length(t)

    % Plote o círculo de referência
    plot(circle,'k');
    hold on;

    % Plote os quatro campos magnéticos
    plot([0 real(Baa(ii))],[0 imag(Baa(ii))],'k','LineWidth',2);
    plot([0 real(Bbb(ii))],[0 imag(Bbb(ii))],'b','LineWidth',2);
    plot([0 real(Bcc(ii))],[0 imag(Bcc(ii))],'m','LineWidth',2);
    plot([0 real(Bnet(ii))],[0 imag(Bnet(ii))],'r','LineWidth',3);
    axis square;
    axis([-2 2 -2 2]);
    drawnow;
    hold off;
end

```

Quando esse programa é executado, ele desenha linhas correspondentes aos três campos magnéticos componentes e também uma linha correspondente ao campo magnético líquido. Execute esse programa e observe o comportamento de  $\mathbf{B}_{\text{liq}}$ .

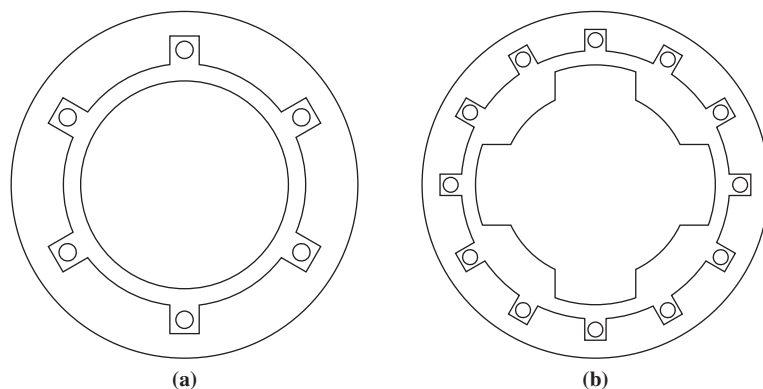
### 3.3 FORÇA MAGNETOMOTRIZ E DISTRIBUIÇÃO DE FLUXO EM MÁQUINAS CA

Na Seção 3.2, o fluxo produzido no interior de uma máquina CA foi tratado como se ele estivesse no vácuo. Assumiu-se que a direção da densidade de fluxo, produzida por uma bobina de fio, era perpendicular ao plano da bobina, com o sentido do fluxo dado pela regra da mão direita.

*O fluxo em uma máquina real não se comporta do modo simples que se assumiu anteriormente*, porque há um rotor ferromagnético no centro da máquina, com um pequeno entreferro de ar entre o rotor e o estator. O rotor pode ser cilíndrico, como o mostrado na Figura 3-12a, ou pode ter faces polares projetando-se para fora de sua superfície, como está mostrado na Figura 3-12b. Se o rotor for cilíndrico, diremos que a máquina tem *polos não salientes* e, se o rotor tiver faces polares projetando-se para fora dele, diremos que a máquina tem *polos salientes*. Máquinas de rotor cilíndrico ou de polos não salientes são mais fáceis de compreender e analisar do que as máquinas de polos salientes. Essa discussão será limitada às máquinas de rotores cilíndricos. Máquinas com polos salientes são discutidas brevemente no Apêndice C e mais extensivamente nas Referências 1 e 2.

Consulte a máquina de rotor cilíndrico da Figura 3-12a. A relutância do entreferro dessa máquina é muito mais elevada do que as relutâncias do rotor ou do estator, de modo que *o vetor de densidade de fluxo  $\mathbf{B}$  toma o caminho mais curto possível através do entreferro* e salta perpendicularmente entre o rotor e o estator.

Para produzir uma tensão senoidal em uma máquina como essa, *o valor da densidade de fluxo  $\mathbf{B}$  deve variar de forma senoidal* ao longo da superfície do entreferro.

**FIGURA 3-12**

(a) Uma máquina CA com um rotor cilíndrico ou de polos não salientes. (b) Uma máquina CA com um rotor de polos salientes.

A densidade de fluxo variará senoidalmente somente se a intensidade de campo magnético  $\mathbf{H}$  (e a força magnetomotriz  $\mathcal{F}$ ) variar de modo senoidal ao longo da superfície do entreferro (veja Figura 3-13).

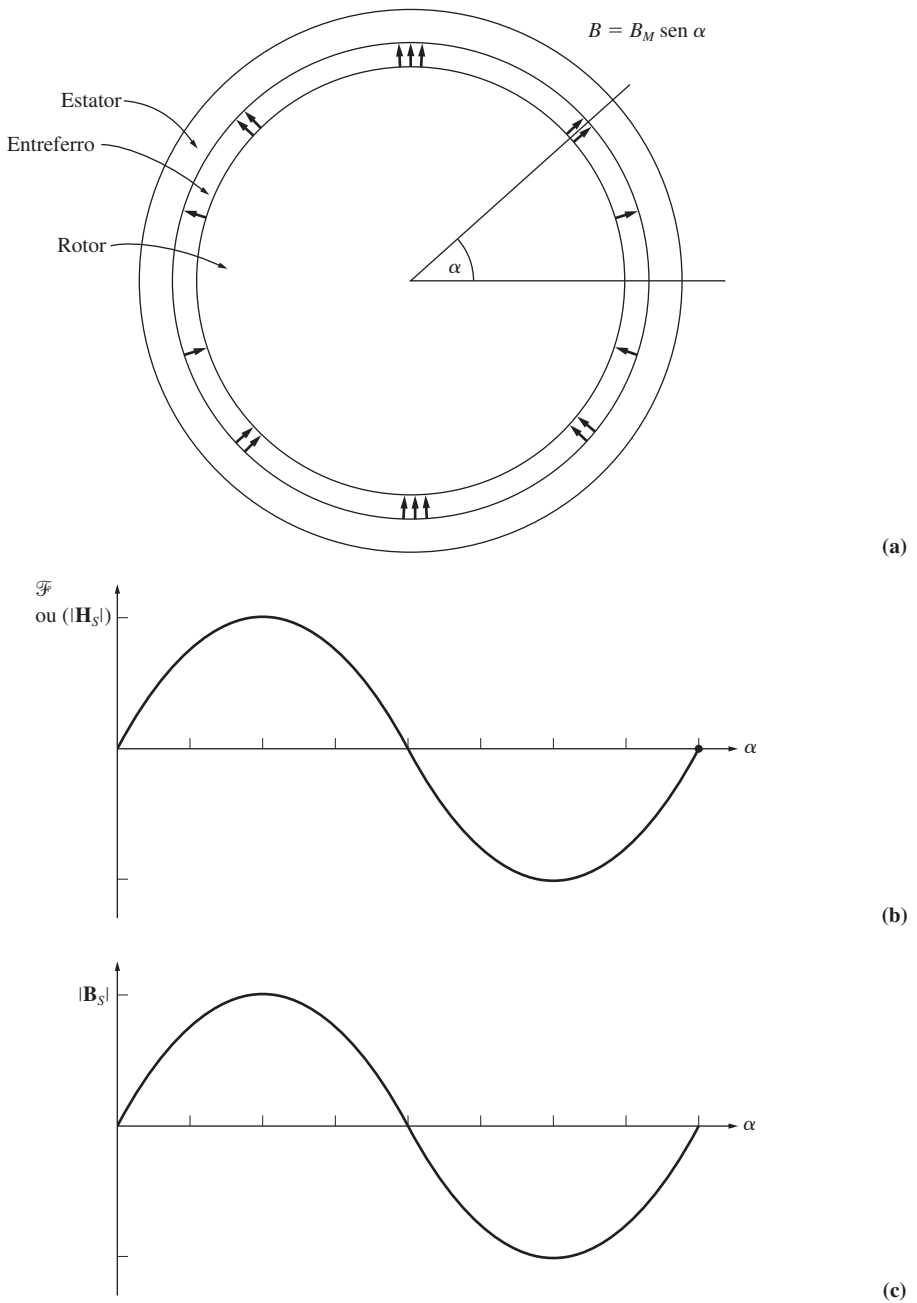
O modo mais imediato de obter uma variação senoidal de força magnetomotriz ao longo da superfície do entreferro é distribuindo as espiras do enrolamento que produz a força magnetomotriz em ranhuras proximamente distanciadas entre si ao longo da superfície da máquina e variando o número de condutores em cada ranhura de modo senoidal. A Figura 3-14a mostra um enrolamento como esse e a Figura 3-14b mostra a força magnetomotriz resultante do enrolamento. O número de condutores em cada ranhura é dado pela equação

$$n_c = N_c \cos \alpha \quad (3-36)$$

em que  $N_c$  é o número de condutores no ângulo  $0^\circ$ . Como a Figura 3-14b mostra, essa distribuição de condutores produz uma boa aproximação de uma distribuição senoidal de força magnetomotriz. Além disso, quanto mais ranhuras houver ao longo da superfície da máquina e mais proximamente distanciadas as ranhuras estiverem, melhor se tornará essa aproximação.

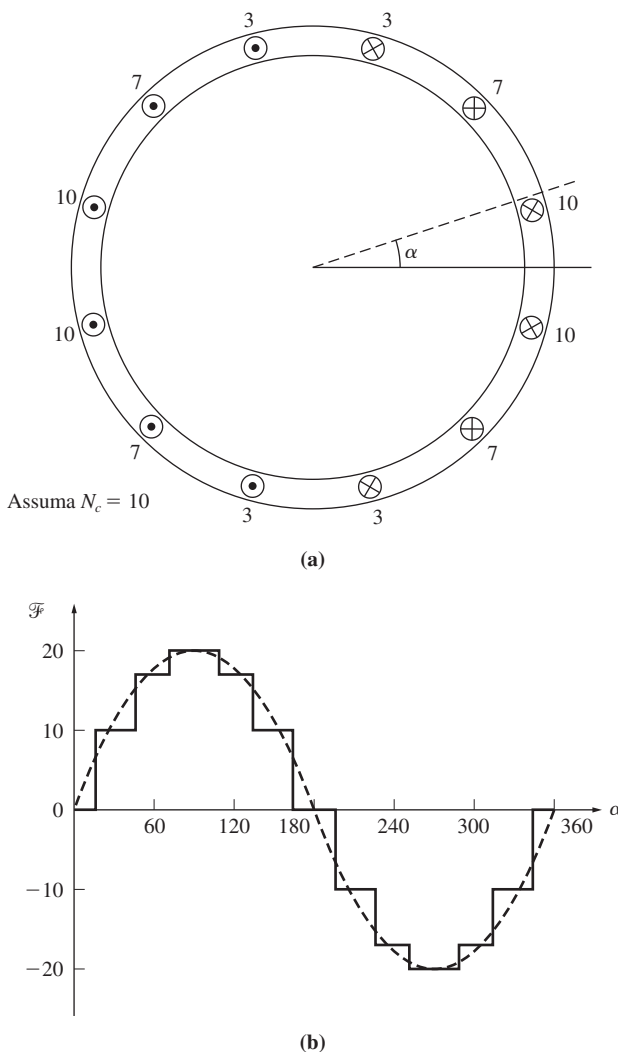
Na prática, não é possível distribuir os enrolamentos exatamente de acordo com a Equação (3-36), porque há apenas um número finito de ranhuras nas máquinas reais e porque apenas um número inteiro de condutores pode ser inserido em cada ranhura. A distribuição de força magnetomotriz resultante é apenas aproximadamente senoidal e componentes harmônicas de ordem mais elevada estarão presentes. Enrolamentos de passo encurtado são usados para suprimir essas componentes harmônicas indesejáveis, como está explicado no Apêndice B.1.

Além disso, frequentemente, para o projetista da máquina, é conveniente incluir um número igual de condutores em cada ranhura, em vez de variar o número de acordo com a Equação (3-36). Enrolamentos como esse serão descritos no Apêndice B.2. Nesse tipo de enrolamento, as componentes harmônicas de ordem elevada são mais fortes do que nos enrolamentos projetados de acordo com a Equação (3-36).



**FIGURA 3-13**

(a) Um rotor cilíndrico com densidade de fluxo variando senoidalmente no entreferro. (b) A força magnetomotriz ou a intensidade de campo magnético em função do ângulo  $\alpha$  no entreferro. (c) A densidade de fluxo em função do ângulo  $\alpha$  no entreferro.



**FIGURA 3-14 (A)**

(a) Uma máquina CA com um enrolamento de estator distribuído, projetado para produzir uma densidade de fluxo que varia senoidalmente no entreferro. O número de condutores em cada ranhura está indicado no diagrama. (b) A distribuição de força magnetomotriz resultante do enrolamento, comparada com uma distribuição ideal.

As técnicas de supressão de harmônicas do Apêndice B.1 são especialmente importantes para esses enrolamentos.

### 3.4 TENSÃO INDUZIDA EM MÁQUINAS CA

Assim como um conjunto de correntes em um estator pode produzir um campo magnético girante, um campo magnético girante pode produzir um conjunto de tensões

trifásicas nas bobinas de um estator. As equações que determinam a tensão induzida em um estator trifásico serão desenvolvidas nesta seção. Para facilitar o desenvolvimento, começaremos examinando uma bobina simples, limitada a apenas uma espira e, então, ampliaremos os resultados para um estator trifásico mais genérico.

### Tensão induzida em uma bobina de um estator de dois polos

A Figura 3-15 mostra um rotor *girante* com um campo magnético senoidalmente distribuído no centro de uma bobina *estacionária*. Observe que isso é o inverso da situação estudada na Seção 3.1, que envolveu um campo magnético estacionário e uma espira girante.

Assumiremos que o valor da densidade de fluxo  $\mathbf{B}$  no entreferro, entre o rotor e o estator, varia senoidalmente com o ângulo mecânico, ao passo que o sentido de  $\mathbf{B}$  é sempre radialmente para fora. Esse tipo de distribuição de fluxo é o ideal que os projetistas de máquinas aspiram atingir. (No Apêndice B.2, está descrito o que acontece quando eles não o atingem.) Se  $\alpha$  for o ângulo medido desde a direção do valor de pico da densidade de fluxo do rotor, o valor da densidade de fluxo  $\mathbf{B}$  em um ponto ao redor do *rotor* será dado por

$$B = B_M \cos \alpha \tag{3-37a}$$

Observe que, em alguns lugares ao redor do entreferro, o vetor de densidade de fluxo realmente apontará em direção ao rotor. Nesses locais, o sinal da Equação (3-37a) é negativo. Como o rotor está girando dentro do estator, com uma velocidade angular  $\omega_m$ , então o valor da densidade de fluxo  $\mathbf{B}$  para qualquer ângulo  $\alpha$  ao redor do *estator* é dado por

$$B = B_M \cos(\omega t - \alpha) \tag{3-37b}$$

A equação da tensão induzida em um fio condutor é

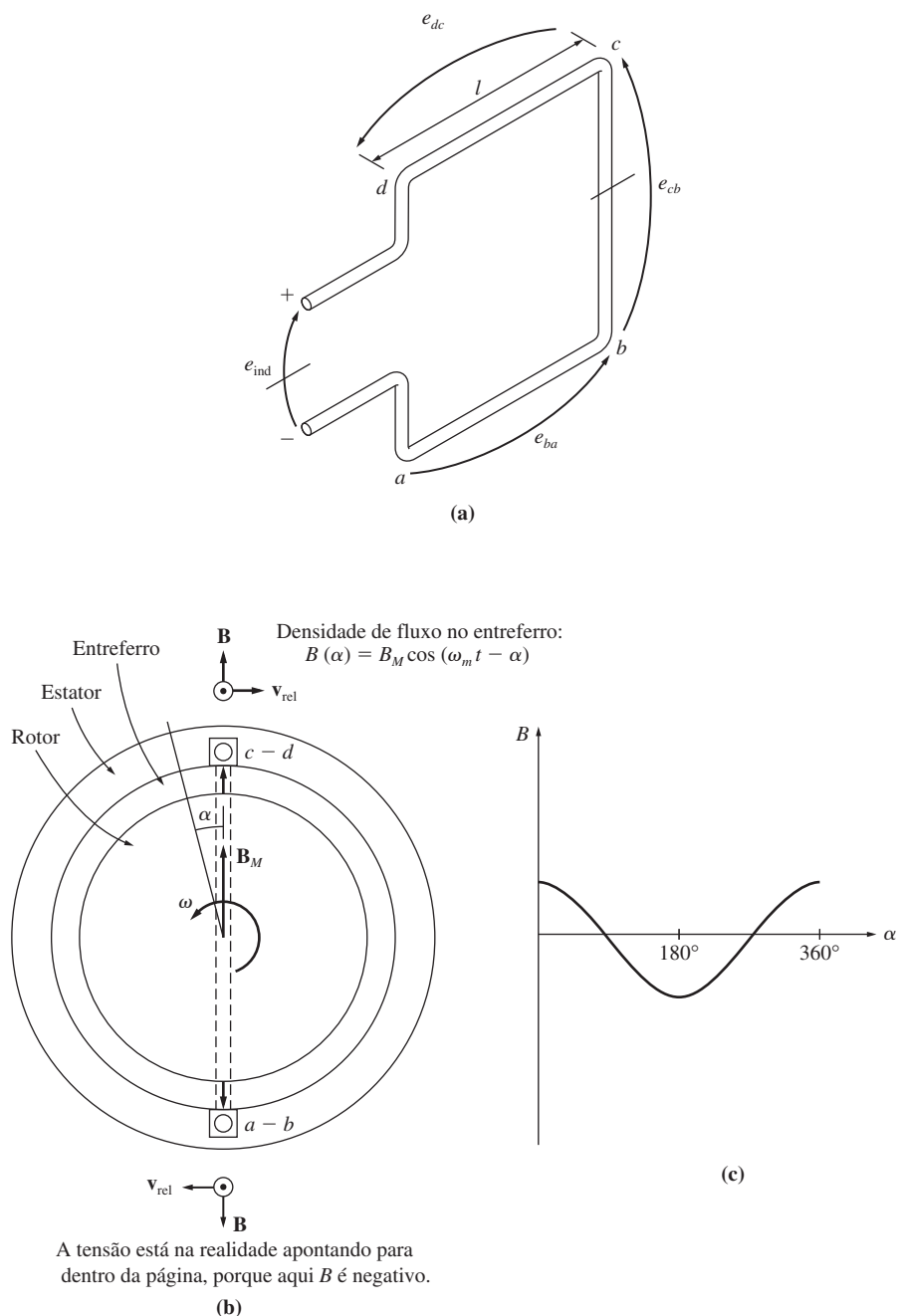
$$e = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

em que  $\mathbf{v}$  = velocidade do fio *em relação ao campo magnético*

$\mathbf{B}$  = vetor de densidade de fluxo magnético

$\mathbf{l}$  = comprimento do condutor dentro do campo magnético

Entretanto, essa equação foi obtida para o caso de um *condutor em movimento* dentro de um *campo magnético estacionário*. No caso presente, o condutor está estacionário e o campo magnético está em movimento, de modo que a equação não se aplica diretamente. Para usá-la, devemos nos colocar em um sistema de referência no qual o campo magnético parece estar estacionário. Se nos “sentarmos no campo magnético” de modo que o campo pareça estar estacionário, os lados da bobina parecerão passar por nós com uma velocidade aparente  $\mathbf{v}_{rel}$  e a equação poderá ser aplicada. A Figura 3-15b mostra o vetor de campo magnético e as velocidades, do ponto de vista de um campo magnético estacionário e um condutor em movimento.



**FIGURA 3-15**  
 (a) O campo magnético de um rotor que gira dentro de uma bobina de um estator estacionário. Detalhe da bobina. (b) Os vetores de densidade de fluxo magnético e as velocidades nos lados da bobina. As velocidades mostradas são de um sistema de referência no qual o campo magnético é estacionário. (c) A distribuição da densidade de fluxo no entreferro.

A tensão total induzida na bobina será a soma das tensões induzidas em cada um dos seus quatro lados. Essas tensões serão determinadas a seguir:

1. *Segmento ab.* Para o segmento  $ab$ , temos  $\alpha = 180^\circ$ . Assumindo que  $\mathbf{B}$  aponta radialmente para fora a partir do rotor, o ângulo entre  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{B}$  no segmento  $ab$  é  $90^\circ$ , ao passo que o produto vetorial  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  aponta na direção de  $\mathbf{l}$ . Portanto,

$$\begin{aligned} e_{ba} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \quad \text{apontando para fora da página} \\ &= -v[B_M \cos(\omega_m t - 180^\circ)]l \\ &= -vB_M l \cos(\omega_m t - 180^\circ) \end{aligned} \quad (3-38)$$

em que o sinal negativo vem do fato de que a tensão é gerada com uma polaridade oposta à polaridade assumida.

2. *Segmento bc.* A tensão no segmento  $bc$  é zero, porque o produto vetorial  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  é perpendicular a  $\mathbf{l}$ . Portanto,

$$e_{cb} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0 \quad (3-39)$$

3. *Segmento cd.* Para o segmento  $cd$ , o ângulo  $\alpha = 0^\circ$ . Assumindo que  $\mathbf{B}$  aponta radialmente para fora a partir do rotor, o ângulo entre  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{B}$  no segmento  $cd$  é  $90^\circ$ , ao passo que o produto vetorial  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  aponta na direção de  $\mathbf{l}$ . Portanto,

$$\begin{aligned} e_{dc} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \quad \text{apontando para fora da página} \\ &= v(B_M \cos \omega_m t)l \\ &= vB_M l \cos \omega_m t \end{aligned} \quad (3-40)$$

4. *Segmento da.* A tensão no segmento  $da$  é zero, porque o produto vetorial  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  é perpendicular a  $\mathbf{l}$ . Assim,

$$e_{ad} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0 \quad (3-41)$$

Portanto, a tensão total na bobina será

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= e_{ba} + e_{dc} \\ &= -vB_M l \cos(\omega_m t - 180^\circ) + vB_M l \cos \omega_m t \end{aligned} \quad (3-42)$$

Sabendo que  $\cos \theta = -\cos(\theta - 180^\circ)$ , temos

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= vB_M l \cos \omega_m t + vB_M l \cos \omega_m t \\ &= 2vB_M l \cos \omega_m t \end{aligned} \quad (3-43)$$

Como a velocidade nos lados da bobina paralelos ao eixo do rotor é dada por  $v = r\omega_m$ , a Equação (3-43) pode ser escrita também como

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= 2(r\omega_m)B_M l \cos \omega_m t \\ &= 2rB_M \omega_m \cos \omega_m t \end{aligned}$$



Finalmente, o fluxo que atravessa a bobina pode ser expresso como  $\phi = 2rIB_m$  (veja o Problema 3-9), ao passo que  $\omega_m = \omega_e = \omega$  para um estator de dois polos. Assim, a tensão induzida pode ser expressa como

$$e_{\text{ind}} = \phi\omega \cos \omega t \quad (3-44)$$

A Equação (3-44) descreve a tensão induzida em uma bobina de uma única espira. Se a bobina do estator tiver  $N_C$ \* espiras de fio, então a tensão total induzida na bobina será

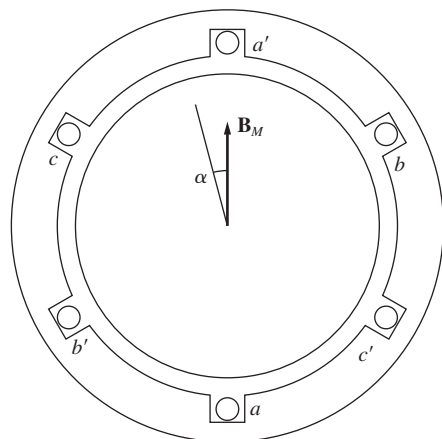
$$e_{\text{ind}} = N_C\phi\omega \cos \omega t \quad (3-45)$$

Observe que a tensão produzida no estator dessa máquina CA simples é senoidal, com uma amplitude que depende do fluxo  $\phi$  da máquina, da velocidade angular  $\omega$  do rotor e de uma constante que depende da construção da máquina ( $N_C$  neste caso simples). Esse resultado é o mesmo que obtivemos para o laço simples em rotação da Seção 3.1.

Observe também que a Equação (3-45) contém o termo  $\cos \omega t$  em vez de  $\sin \omega t$  encontrado em algumas outras equações deste capítulo. O termo cosseno não tem nenhum significado especial em relação ao seno – isso foi resultado da escolha que adotamos neste desenvolvimento do eixo de referência para  $\alpha$ . Se o eixo de referência para  $\alpha$  fosse girado de  $90^\circ$ , teríamos o termo  $\sin \omega t$ .

### Tensão induzida em um conjunto trifásico de bobinas

Se três bobinas, cada uma com  $N_C$  espiras, forem dispostas ao redor do campo magnético do rotor, como mostra a Figura 3-16, as tensões induzidas em cada uma delas será a mesma, mas estarão defasadas de  $120^\circ$  entre si. As tensões resultantes em cada uma das três bobinas são



**FIGURA 3-16**

Produção de tensões trifásicas a partir de três bobinas distanciadas  $120^\circ$  entre si.

\* N. de T.: O índice  $C$  vem do inglês *Coil* (bobina).

$$e_{aa'}(t) = N_C \phi \omega \text{ sen } \omega t \quad \text{V} \quad (3-46a)$$

$$e_{bb'}(t) = N_C \phi \omega \text{ sen } (\omega t - 120^\circ) \quad \text{V} \quad (3-46b)$$

$$e_{cc'}(t) = N_C \phi \omega \text{ sen } (\omega t - 240^\circ) \quad \text{V} \quad (3-46c)$$

Portanto, um conjunto de correntes trifásicas pode gerar um campo magnético girante uniforme no estator de uma máquina e um campo magnético girante uniforme pode gerar um conjunto de tensões trifásicas em um estator como o analisado nesta seção.

### A tensão eficaz em um estator trifásico

A tensão de pico em qualquer uma das fases de um estator trifásico desse tipo é

$$E_{\text{max}} = N_C \phi \omega \quad (3-47)$$

Como  $\omega = 2\pi f$ , essa equação também pode ser escrita como

$$E_{\text{max}} = 2\pi N_C \phi f \quad (3-48)$$

Portanto, a tensão eficaz (RMS) de qualquer uma das fases desse estator trifásico é

$$E_A = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_C \phi f \quad (3-49)$$

$$E_A = \sqrt{2} \pi N_C \phi f \quad (3-50)$$

A tensão eficaz nos *terminais* da máquina dependerá de o estator estar ligado em Y ou em  $\Delta$ . Se a máquina estiver ligada em Y, a tensão nos terminais será  $\sqrt{3}$  vezes  $E_A$ . Se a máquina estiver ligada em  $\Delta$ , a tensão nos terminais será simplesmente igual a  $E_A$ .

**EXEMPLO 3-2** A seguinte informação é conhecida a respeito do gerador simples de dois polos da Figura 3-16. A densidade de fluxo de pico do campo magnético do rotor é 0,2 T e a velocidade de rotação mecânica do eixo é 3600 rpm. O diâmetro do estator da máquina tem 0,5 m, o comprimento de sua bobina é 0,3 m e há 15 espiras por bobina. A máquina está ligada em Y.

- (a) Quais são as três tensões de fase do gerador em função do tempo?
- (b) Qual é a tensão de fase eficaz desse gerador?
- (c) Qual é a tensão eficaz nos terminais desse gerador?

#### Solução

O fluxo nessa máquina é dado por

$$\phi = 2rlB = dlB$$

em que  $d$  é o diâmetro e  $l$  é o comprimento da bobina. Portanto, o fluxo na máquina é dado por

$$\phi = (0,5 \text{ m})(0,3 \text{ m})(0,2 \text{ T}) = 0,03 \text{ Wb}$$

A velocidade do rotor é dada por

$$\omega = (3600 \text{ rpm})(2\pi \text{ rad})(1 \text{ min}/60 \text{ s}) = 377 \text{ rad/s}$$

(a) Desse modo, os valores das tensões de fase de pico são

$$E_{\max} = N_c \phi \omega \\ = (15 \text{ espiras})(0,03 \text{ Wb})(377 \text{ rad/s}) = 169,7 \text{ V}$$

e as três tensões de fase são

$$e_{aa'}(t) = 169,7 \text{ sen } 377t \quad \text{V} \\ e_{bb'}(t) = 169,7 \text{ sen } (377t - 120^\circ) \quad \text{V} \\ e_{cc'}(t) = 169,7 \text{ sen } (377t - 240^\circ) \quad \text{V}$$

(b) A tensão de fase eficaz desse gerador é

$$E_A = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{169,7 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 120 \text{ V}$$

(c) Como o gerador está ligado em Y, temos

$$V_T = \sqrt{3}E_A = \sqrt{3}(120 \text{ V}) = 208 \text{ V}$$

### 3.5 CONJUGADO INDUZIDO EM UMA MÁQUINA CA

Nas máquinas CA, operando em condições normais, há dois campos magnéticos presentes—um campo magnético do circuito do rotor e outro campo magnético do circuito do estator. A interação desses dois campos magnéticos produz o conjugado (ou torque) da máquina, precisamente como dois ímãs permanentes próximos entre si experimentarão um conjugado que os leva a se alinhar.

A Figura 3-17 mostra uma máquina CA simplificada com uma distribuição senoidal de fluxo no estator, cujo máximo aponta para cima, e uma bobina com uma única espira montada no rotor. A distribuição de fluxo no estator dessa máquina é

$$B_S(\alpha) = B_S \text{ sen } \alpha \quad (3-51)$$

em que  $B_S$  é o valor da densidade de fluxo de pico;  $B_S(\alpha)$  é positiva quando o vetor de densidade de fluxo aponta radialmente para fora da superfície do rotor em direção à superfície do estator. Quanto conjugado será produzido no rotor dessa máquina CA simplificada? Para encontrá-lo, analisaremos a força e o conjugado em cada um dos dois condutores separadamente.

A força induzida no condutor 1 é

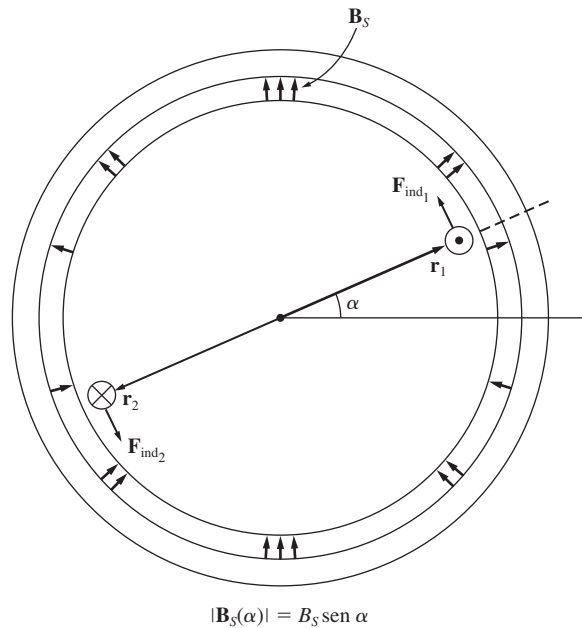
$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (1-43) \\ = ilB_S \text{ sen } \alpha \quad \text{com o sentido conforme mostrado}$$

O conjugado no condutor é

$$\tau_{\text{ind},1} = (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \\ = rilB_S \text{ sen } \alpha \quad \text{anti-horário}$$

A força induzida no condutor 2 é

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (1-43) \\ = ilB_S \text{ sen } \alpha \quad \text{com o sentido conforme mostrado}$$



**FIGURA 3-17**

Uma máquina CA simplificada, com distribuição senoidal de fluxo no estator e uma bobina com espira única de fio montada no rotor.

O conjugado no condutor é

$$\begin{aligned} \tau_{\text{ind},1} &= (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \\ &= r i B_S \text{ sen } \alpha \quad \text{anti-horário} \end{aligned}$$

Portanto, o conjugado na bobina do rotor é

$$\tau_{\text{ind}} = 2 r i l B_S \text{ sen } \alpha \quad \text{anti-horário} \tag{3-52}$$

A Equação (3-52) pode ser expressa de forma mais conveniente examinando a Figura 3-18 e observando dois fatos:

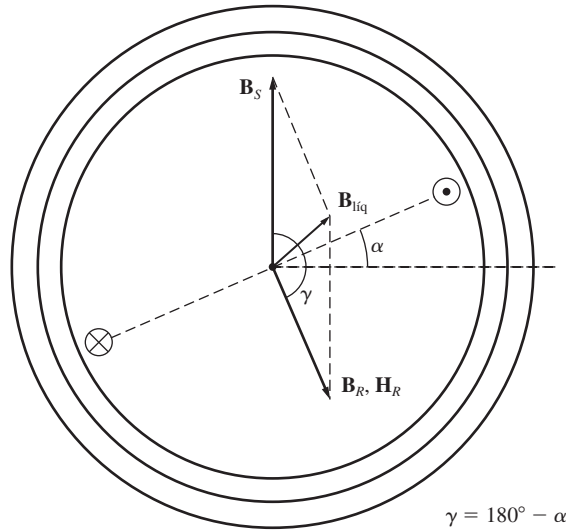
1. A corrente  $i$  que flui na bobina do rotor produz ela própria um campo magnético. O sentido do valor de pico desse campo magnético é dado pela regra da mão direita e a magnitude da intensidade de campo magnético  $\mathbf{H}_R$  é diretamente proporcional à corrente que flui no rotor:

$$H_R = C i \tag{3-53}$$

em que  $C$  é uma constante de proporcionalidade.

2. O ângulo entre o valor de pico da densidade de fluxo  $\mathbf{B}_S$  do estator e o valor de pico da intensidade de campo magnético  $\mathbf{H}_R$  é  $\gamma$ . Além disso,

$$\gamma = 180^\circ - \alpha \tag{3-54}$$



**FIGURA 3-18**  
As componentes de densidade de fluxo magnético no interior da máquina da Figura 3-17.

$$\text{sen } \gamma = \text{sen } (180^\circ - \alpha) = \text{sen } \alpha \tag{3-55}$$

Combinando essas duas observações, o conjugado na bobina do rotor pode ser expresso como

$$\tau_{\text{ind}} = KH_R B_S \text{sen } \alpha \quad \text{anti-horário} \tag{3-56}$$

em que  $K$  é uma constante que depende da construção da máquina. Observe que tanto a magnitude como o sentido do conjugado podem ser expressos pela equação

$$\tau_{\text{ind}} = K \mathbf{H}_R \times \mathbf{B}_S \tag{3-57}$$

Por fim, como  $B_R = \mu H_R$ , essa equação pode ser expressa também como

$$\tau_{\text{ind}} = k \mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S \tag{3-58}$$

em que  $k = K/\mu$ . Observe que geralmente  $k$  não será constante, porque a permeabilidade magnética  $\mu$  varia com a quantidade de saturação magnética na máquina.

A Equação (3-58) é precisamente a mesma Equação (3-20), que foi deduzida para o caso de uma única espira em um campo magnético uniforme. Ela pode ser aplicada à qualquer máquina CA, não somente ao rotor de espira única que acabamos de descrever. Apenas a constante  $k$  será diferente de máquina para máquina. Essa equação será utilizada apenas para estudos *qualitativos* do conjugado em máquinas CA, de modo que o valor real de  $k$  não é importante para nossos propósitos.

O campo magnético líquido dessa máquina é a soma vetorial dos campos do rotor e do estator (assumindo que não há saturação):

$$\mathbf{B}_{\text{liq}} = \mathbf{B}_R + \mathbf{B}_S \tag{3-59}$$

Esse fato pode ser usado para produzir uma expressão equivalente (e algumas vezes mais útil) do conjugado induzido na máquina. Da Equação (3-58), temos

$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S \quad (3-58)$$

No entanto, da Equação (3-59), temos  $\mathbf{B}_S = \mathbf{B}_{\text{liq}} - \mathbf{B}_R$ , de modo que

$$\begin{aligned} \tau_{\text{ind}} &= k\mathbf{B}_R \times (\mathbf{B}_{\text{liq}} - \mathbf{B}_R) \\ &= k(\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{\text{liq}}) - k(\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_R) \end{aligned}$$

Como o produto vetorial de qualquer vetor consigo mesmo é zero, essa expressão reduz-se a

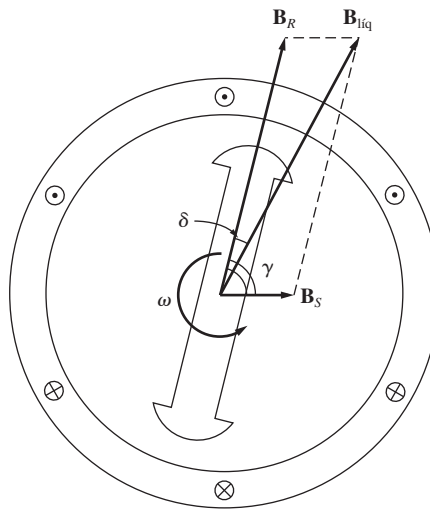
$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{\text{liq}} \quad (3-60)$$

Assim, o conjugado induzido também pode ser expresso como um produto vetorial de  $\mathbf{B}_R$  e  $\mathbf{B}_{\text{liq}}$ , com a mesma constante  $k$  de antes. A magnitude dessa expressão é

$$\tau_{\text{ind}} = kB_R B_{\text{liq}} \text{sen } \delta \quad (3-61)$$

em que  $\delta$  é o ângulo entre  $\mathbf{B}_R$  e  $\mathbf{B}_{\text{liq}}$ .

As Equações (3-58) a (3-61) serão usadas para auxiliar na compreensão qualitativa do conjugado das máquinas CA. Por exemplo, considere a máquina síncrona simples da Figura 3-19. Seus campos magnéticos estão girando em sentido anti-horário. Qual é o sentido do conjugado no eixo do rotor da máquina? Aplicando a regra da mão direita à Equação (3-58) ou (3-60), encontramos que o conjugado induzido é horário, ou oposto ao sentido de rotação do rotor. Portanto, essa máquina deve estar funcionando como gerador.



**FIGURA 3-19**  
Uma máquina síncrona simplificada mostrando os campos magnéticos de seu rotor e estator.

### 3.6 ISOLAÇÃO DOS ENROLAMENTOS EM UMA MÁQUINA CA

Uma das partes mais críticas do projeto de uma máquina CA é a isolação de seus enrolamentos. Se a isolação de um motor ou gerador se romper, então a máquina entrará em curto-circuito. O custo do reparo da isolação em curto-circuito de uma máquina é bem elevado, se é que é possível realizá-lo. Para evitar o rompimento da isolação do enrolamento, como resultado de sobreaquecimento, é necessário limitar a temperatura dos enrolamentos. Em parte, isso pode ser feito providenciando a circulação de ar refrigerado por eles. Em última análise, a temperatura máxima nos enrolamentos limita a potência máxima que pode ser fornecida continuamente pela máquina.

A isolação raramente falha devido a um rompimento imediato ao atingir uma temperatura crítica. Em vez disso, o aumento de temperatura produz uma destruição gradativa da isolação, tornando-a sujeita a falhas causadas por outras razões, como choque, vibração ou *stress* elétrico. Uma antiga regra prática diz que a expectativa de vida de um motor, para um dado tipo de isolação, fica reduzida à metade de cada vez que a temperatura é incrementada 10% acima da temperatura nominal do enrolamento. Em parte, essa regra permanece aplicável ainda hoje.

Para padronizar os limites da temperatura de isolação das máquinas, a National Electrical Manufacturers Association (NEMA), nos Estados Unidos, definiu uma série de *classes de sistemas de isolação*. Cada classe de sistema de isolação especifica o aumento máximo de temperatura permitido para aquela classe de isolação. Há três classes NEMA comuns de isolação para motores CA de potência elevada: B, F e H. Cada classe representa uma temperatura no enrolamento mais elevada que a da classe precedente. Por exemplo, a elevação de temperatura acima da temperatura ambiente no enrolamento de armadura em um tipo de motor de indução CA em operação contínua deve ser limitada a 80°C na classe B de isolação, a 105°C na classe F e a 125°C na classe H.

O efeito da temperatura de operação sobre a duração da vida útil da isolação em uma máquina típica pode ser bem dramático. Uma curva típica está mostrada na Figura 3-20; essa curva mostra a vida média de uma máquina em milhares de horas *versus* a temperatura dos enrolamentos, para diferentes classes de isolação.

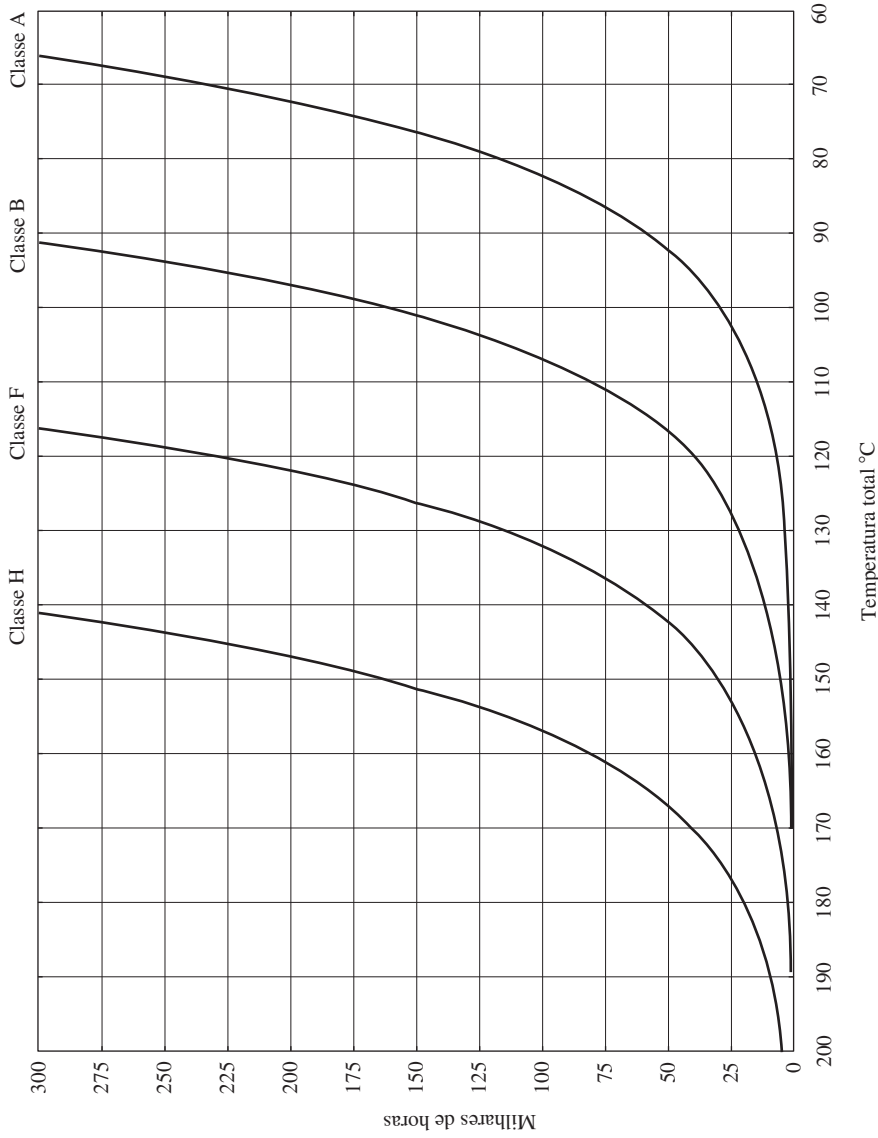
As especificações de temperatura próprias para cada tipo de motor e gerador CA estão descritas com grandes detalhes na norma NEMA MG1-1993, *Motors and Generators*. Normas similares foram definidas pela International Electrotechnical Commission (IEC) e por várias organizações nacionais em outros países\*.

### 3.7 FLUXOS E PERDAS DE POTÊNCIA EM MÁQUINAS CA

Os geradores CA recebem potência mecânica e produzem potência elétrica, ao passo que motores CA recebem potência elétrica e produzem potência mecânica. Em ambos os casos, nem toda a potência que entra na máquina aparece de forma útil no outro extremo – há sempre alguma perda associada com o processo.

---

\* N. de T.: No Brasil, essas especificações são fornecidas pela ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.



**FIGURA 3-20**  
Gráfico da vida média da isolamento versus a temperatura do enrolamento para várias classes de isolamento. (Cortesia da *Marathon Electric Company*.)



A eficiência (ou rendimento) de uma máquina CA é definida pela equação

$$\eta = \frac{P_{\text{saída}}}{P_{\text{entrada}}} \times 100\% \quad (3-62)$$

A diferença entre a potência de entrada e a potência de saída de uma máquina corresponde às perdas que ocorrem em seu interior. Portanto,

$$\eta = \frac{P_{\text{entrada}} - P_{\text{perdas}}}{P_{\text{entrada}}} \times 100\% \quad (3-63)$$

### As perdas nas máquinas CA

As perdas que ocorrem nas máquinas CA podem ser divididas em quatro categorias básicas:

1. Perdas elétricas ou no cobre (perdas  $I^2R$ )
2. Perdas no núcleo
3. Perdas mecânicas
4. Perdas suplementares

**PERDAS ELÉTRICAS OU NO COBRE.** As perdas no cobre se dão por aquecimento resistivo que ocorre nos enrolamentos do estator (armadura) e do rotor (campo) da máquina. As perdas no cobre do estator (PCE) de uma máquina trifásica são dadas pela equação

$$P_{\text{PCE}} = 3I_A^2 R_A \quad (3-64)$$

em que  $I_A$  é a corrente que flui em cada fase da armadura e  $R_A$  é a resistência de cada fase da armadura.

As perdas no cobre do rotor (PCR) de uma máquina CA síncrona (as máquinas de indução serão consideradas separadamente no Capítulo 7) são dadas por

$$P_{\text{PCR}} = I_F^2 R_F \quad (3-65)$$

em que  $I_F^*$  é a corrente que flui no enrolamento de campo do rotor e  $R_F$  é a resistência do enrolamento de campo. A resistência usada nesses cálculos é usualmente a resistência do enrolamento na temperatura normal de funcionamento.

**PERDAS NO NÚCLEO.** As perdas no núcleo (ou no ferro) se dão por histerese e por corrente parasita que estão presentes no metal do motor. Essas perdas foram descritas no Capítulo 1. Elas variam com o quadrado da densidade de fluxo ( $B^2$ ) e, para o estator, com a potência 1,5 da velocidade de rotação dos campos magnéticos ( $n^{1,5}$ ).

**PERDAS MECÂNICAS.** As perdas mecânicas em uma máquina CA são as perdas associadas aos efeitos mecânicos. Há dois tipos básicos de perdas mecânicas: *atrito* e *ventilação*. Perdas por atrito são causadas pelo atrito dos rolamentos da máquina, ao

\* N. de T.: O índice  $F$  vem do inglês *Field* (campo).

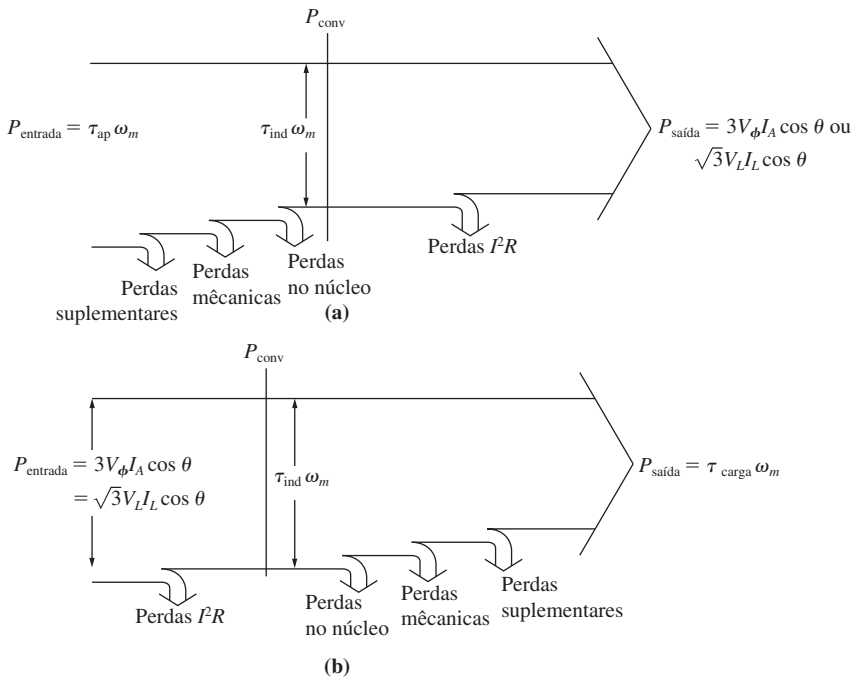
passo que as perdas por ventilação são causadas pelo atrito entre as partes móveis da máquina e o ar contido dentro da carcaça do motor. Essas perdas variam com o cubo da velocidade de rotação da máquina.

As perdas no núcleo e as perdas mecânicas de uma máquina são frequentemente reunidas e denominadas simplesmente *perdas rotacionais a vazio* da máquina. Quando a máquina está operando a vazio, toda a potência que entra na máquina é utilizada inteiramente para suplantar tais perdas. Portanto, se medirmos a potência de entrada do estator de uma máquina CA, que está atuando como um motor a vazio, poderemos obter um valor aproximado dessas perdas.

**PERDAS SUPLEMENTARES (OU VARIADAS).** Perdas suplementares são aquelas que não podem ser colocadas em nenhuma das categorias anteriores. Não importando quão cuidadosa é a análise das perdas, algumas delas sempre escapam e não são incluídas em nenhuma das categorias anteriores. Todas essas perdas reunidas constituem o que se denomina perdas suplementares. Para a maioria das máquinas, as perdas suplementares são consideradas por convenção como representando 1% da carga total.

### O diagrama de fluxo de potência

Uma das técnicas mais convenientes para contabilizar as perdas de potência em uma máquina é o *diagrama de fluxo de potência*. O diagrama de fluxo de potência de um gerador CA está mostrado na Figura 3-21a. Nessa figura, a potência mecânica está entrando na máquina e, em seguida, são subtraídas as perdas suplementares, as mecâ-



**FIGURA 3-21** (a) O diagrama de fluxo de potência de um gerador CA trifásico. (b) O diagrama de fluxo de potência de um motor CA trifásico.

nicas e as no núcleo. Depois da subtração, a potência restante é convertida idealmente da forma mecânica para a elétrica no ponto denominado  $P_{\text{conv}}$ . A potência mecânica convertida é dada por

$$P_{\text{conv}} = \tau_{\text{ind}} \omega_m \quad (3-66)$$

e uma quantidade equivalente de potência elétrica é gerada. Entretanto, essa não é a potência que aparece nos terminais da máquina, antes de chegar aos terminais, as perdas elétricas  $I^2R$  devem ser subtraídas.

No caso de motores CA, esse diagrama de fluxo de potência é simplesmente invertido. O diagrama de fluxo de potência de um motor está mostrado na Figura 3-21b.

Exemplos de problemas envolvendo o cálculo de eficiência de motores e geradores CA serão dados nos próximos três capítulos.

### 3.8 REGULAÇÃO DE TENSÃO E REGULAÇÃO DE VELOCIDADE

Frequentemente, os geradores são comparados entre si pelo uso de uma figura de mérito denominada *regulação de tensão*. A regulação de tensão (RT) é uma medida da capacidade de um gerador de manter constante a tensão em seus terminais quando a carga varia. Ela é definida pela equação

$$RT = \frac{V_{\text{vz}} - V_{\text{pc}}}{V_{\text{pc}}} \times 100\% \quad (3-67)$$

em que  $V_{\text{vz}}$  é a tensão a vazio (sem carga) nos terminais do gerador e  $V_{\text{pc}}$  é a tensão a plena carga nos terminais do gerador. É uma medida rudimentar da forma da curva característica de tensão *versus* corrente do gerador – uma regulação de tensão positiva significa uma característica descendente e uma regulação de tensão negativa significa uma característica ascendente. Uma RT pequena é “melhor” no sentido de que a tensão nos terminais do gerador é mais constante com as variações de carga.

De modo similar, os motores são frequentemente comparados entre si pelo uso de uma figura de mérito denominada *regulação de velocidade*. A regulação de velocidade (RV) é uma medida da capacidade de um motor de manter constante a velocidade no eixo quando a carga varia. Ela é definida pela equação

$$RV = \frac{n_{\text{vz}} - n_{\text{pc}}}{n_{\text{pc}}} \times 100\% \quad (3-68)$$

ou

$$RV = \frac{\omega_{\text{vz}} - \omega_{\text{pc}}}{\omega_{\text{pc}}} \times 100\% \quad (3-69)$$

É uma medida rudimentar da forma da curva característica de conjugado *versus* velocidade do motor – uma regulação de velocidade positiva significa que a velocidade de um motor cai com o aumento de carga e uma regulação de velocidade negativa significa que a velocidade de um motor sobe com o aumento de carga. O valor da

regulação de velocidade indica aproximadamente quão acentuada é a inclinação da curva de conjugado *versus* velocidade.

### 3.9 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Há dois tipos principais de máquinas CA: máquinas síncronas e de indução. A principal diferença entre esses dois tipos é que as máquinas síncronas necessitam que seja fornecida uma corrente de campo CC a seus rotores, ao passo que, nas máquinas de indução, a corrente é induzida em seus rotores pela ação de transformador. Elas serão exploradas em detalhe nos próximos três capítulos.

Um sistema trifásico de correntes, fornecidas a um conjunto de três bobinas distanciadas de 120 graus elétricos entre si em um estator, produzirá um campo magnético girante uniforme dentro do estator. O *sentido de rotação* do campo magnético pode ser *invertido* simplesmente trocando entre si as conexões de duas das três fases. Inversamente, um campo magnético girante produzirá um conjunto de tensões trifásicas no interior de um conjunto de bobinas como essas.

Em estatores com mais de dois polos, uma rotação mecânica completa dos campos magnéticos produz mais do que um ciclo elétrico completo. Para tal estator, uma rotação mecânica produz  $P/2$  ciclos elétricos. Portanto, o ângulo elétrico das tensões e correntes nessa máquina relaciona-se com o ângulo mecânico dos campos magnéticos por

$$\theta_{se} = \frac{P}{2} \theta_{sm}$$

A relação entre a frequência elétrica do estator e a velocidade de rotação mecânica dos campos magnéticos é

$$f_{se} = \frac{n_{sm} P}{120}$$

Os tipos de perdas que ocorrem nas máquinas CA são: perdas elétricas ou no cobre (perdas  $I^2R$ ), perdas no núcleo, perdas mecânicas e perdas suplementares. Cada uma delas foi descrita neste capítulo, juntamente com a definição de eficiência total de uma máquina. Finalmente, a regulação de tensão foi definida para os geradores como

$$RT = \frac{V_{vz} - V_{pc}}{V_{pc}} \times 100\%$$

e a regulação de velocidade foi definida para os motores como

$$RV = \frac{n_{vz} - n_{pc}}{n_{pc}} \times 100\%$$

### PERGUNTAS

- 3.1 Qual é a principal diferença entre uma máquina síncrona e uma máquina de indução?
- 3.2 Por que a troca dos fluxos de corrente entre quaisquer duas fases inverte o sentido de rotação do campo magnético de um estator?

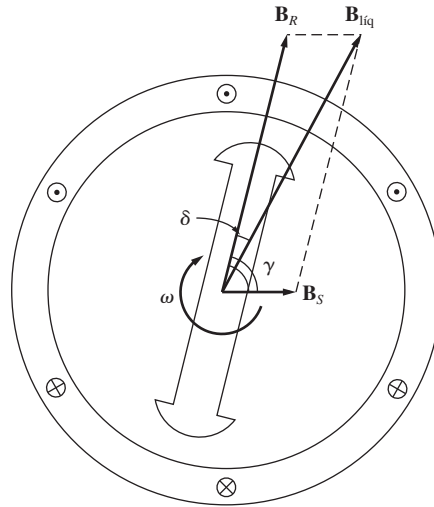
- 3.3 Qual é a relação entre frequência elétrica e velocidade do campo magnético em uma máquina CA?
- 3.4 Qual é a equação do conjugado induzido em uma máquina CA?

## PROBLEMAS

- 3.1 A bobina de espira simples que está girando no campo magnético uniforme mostrado na Figura 3-1 tem as seguintes características:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= 1,0 \text{ T para a direita} & r &= 0,1 \text{ m} \\ l &= 0,3 \text{ m} & \omega_m &= 377 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

- (a) Calcule a tensão  $e_{\text{tot}}(t)$  induzida nessa espira girante.
- (b) Qual é a frequência da tensão produzida na espira?
- (c) Suponha que um resistor de  $10 \Omega$  seja ligado como carga nos terminais da espira. Calcule a corrente que circulará no resistor.
- (d) Calcule o valor e o sentido do conjugado induzido na espira nas condições de (c).
- (e) Calcule as potências elétricas instantânea e média geradas pela espira nas condições de (c).
- (f) Calcule a potência mecânica sendo consumida pela espira nas condições de (c). De que forma esse valor pode ser comparado com a quantidade de potência elétrica gerada pela espira?
- 3.2 Prepare uma tabela que mostre a velocidade de rotação do campo magnético nas máquinas CA de 2, 4, 6, 8, 10, 12 e 14 polos, operando nas frequências de 50, 60 e 400 Hz.
- 3.3 O primeiro sistema de potência CA dos Estados Unidos operava na frequência de 133 Hz. Se a potência CA para esse sistema fosse produzida por um gerador de quatro polos, com que velocidade o eixo do gerador deveria girar?
- 3.4 Um enrolamento trifásico de quatro polos, ligado em Y, está instalado em 24 ranhuras de um estator. Há 40 espiras de fio em cada ranhura dos enrolamentos. Todas as bobinas de cada fase são ligadas em série. O fluxo por polo na máquina é  $0,060 \text{ Wb}$  e a velocidade de rotação do campo magnético é  $1800 \text{ rpm}$ .
- (a) Qual é a frequência da tensão produzida nesse enrolamento?
- (b) Quais são as tensões resultantes de fase e de terminal do estator?
- 3.5 Um enrolamento trifásico de seis polos, ligado em  $\Delta$ , está instalado em 36 ranhuras de um estator. Há 150 espiras de fio em cada ranhura dos enrolamentos. Todas as bobinas de cada fase são ligadas em série. O fluxo por polo na máquina é  $0,060 \text{ Wb}$  e a velocidade de rotação do campo magnético é  $1000 \text{ rpm}$ .
- (a) Qual é a frequência da tensão produzida nesse enrolamento?
- (b) Quais são as tensões resultantes de fase e de terminal do estator?
- 3.6 Uma máquina síncrona trifásica de dois polos, ligada em Y e de  $60 \text{ Hz}$ , tem um estator com  $5000$  espiras de fio por fase. Que fluxo no rotor seria necessário para produzir uma tensão de terminal (linha a linha) de  $13,2 \text{ kV}$ ?
- 3.7 Modifique o programa MATLAB do Exemplo 3-1 trocando entre si as correntes que circulam em quaisquer duas fases. Que acontece com o campo magnético líquido resultante?
- 3.8 Se uma máquina CA tiver os campos magnéticos do rotor e do estator mostrados na Figura P3-1, qual será o sentido do conjugado induzido na máquina? A máquina está operando como motor ou como gerador?



**FIGURA P3-1**  
A máquina CA do Problema 3-8.

- 3.9** A distribuição da densidade de fluxo na superfície de um estator de dois polos de raio  $r$  e comprimento  $l$  é dada por

$$B = B_M \cos(\omega_m t - \alpha) \quad (3-37b)$$

Demonstre que o fluxo total debaixo de cada face polar é

$$\phi = 2rlB_M$$

- 3.10** Nos primeiros tempos do desenvolvimento dos motores CA, os projetistas de máquinas tinham muita dificuldade em controlar as perdas no núcleo (histerese e corrente parasita) das máquinas. Eles ainda não tinham desenvolvido aços de baixa histerese e ainda não faziam lâminas tão delgadas como as que são usadas atualmente. Para auxiliar no controle dessas perdas, os motores CA primitivos dos Estados Unidos funcionavam a partir de uma fonte de potência de 25 Hz, ao passo que os sistemas de iluminação operavam a partir de uma fonte de potência separada de 60 Hz.
- Desenvolva uma tabela que mostre a velocidade de rotação do campo magnético nas máquinas CA de 2, 4, 6, 8, 10, 12 e 14 polos, operando na frequência de 25 Hz. Qual era a velocidade de rotação mais rápida disponível naqueles motores primitivos?
  - Em um dado motor, operando com uma densidade de fluxo  $B$  constante, como as perdas do núcleo com o motor funcionando em 25 Hz comparam-se com as mesmas perdas com o motor funcionando em 60 Hz?
  - Por que os engenheiros daquela época usavam um sistema de potência separado de 60 Hz para a iluminação?
- 3.11** Nos anos seguintes, os motores sofreram melhorias e puderam funcionar diretamente a partir de uma fonte de potência de 60 Hz. Como resultado disso, os sistemas de potência de 25 Hz encolheram e acabaram desaparecendo. Nos Estados Unidos, entretanto, ainda havia nas fábricas muitos motores de 25 Hz em perfeitas condições de funcionamento e cujos proprietários não estavam em condições de substituí-los. Para mantê-los funcionando, alguns usuários geravam sua própria potência elétrica de 25 Hz na planta usando *conjuntos de motor-gerador*. Um conjunto de motor-gerador consiste em duas máquinas

ligadas a um eixo comum, uma atuando como motor e a outra, como gerador. Se as duas máquinas tiverem números diferentes de polos, mas exatamente a mesma velocidade no eixo, as frequências elétricas das duas máquinas serão diferentes devido à Equação (3-34). Que combinação de polos nas duas máquinas poderia converter potência de 60 Hz em potência de 25 Hz?

$$f_{se} = \frac{n_{sm}P}{120} \quad (3-34)$$

## REFERÊNCIAS

1. Del Toro, Vincent: *Electric Machines and Power Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1985.
2. Fitzgerald, A. E. e Charles Kingsley: *Electric Machinery*, McGraw-Hill, Nova York, 1952.
3. Fitzgerald, A. E., Charles Kingsley e S. D. Umans: *Electric Machinery*, 5ª ed., McGraw-Hill, Nova York, 1990.
4. International Electrotechnical Commission, *Rotating Electrical Machines Part 1: Rating and Performance*, IEC 33—1 (R1994), 1994.
5. Liwshitz-Garik, Michael e Clyde Whipple: *Alternating-Current Machinery*, Van Nostrand, Princeton, N.J., 1961.
6. McPherson, George: *An Introduction to Electrical Machines and Transformers*, Wiley, Nova York, 1981.
7. National Electrical Manufacturers Association: *Motors and Generators*, Publicação MG1-1993, Washington, 1993.
8. Werninck, E. H. (ed.): *Electric Motor Handbook*, McGraw-Hill Book Company, London, 1978.