
capítulo

2

Transformadores

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

- Compreender a finalidade de um transformador em um sistema de potência.
 - Conhecer as relações de tensão, corrente e impedância nos enrolamentos de um transformador ideal.
 - Compreender como os transformadores reais aproximam-se do funcionamento de um transformador ideal.
 - Ser capaz de explicar como as perdas no cobre, o fluxo de dispersão, a histerese e as correntes parasitas são modeladas nos circuitos equivalentes de transformador.
 - Usar um circuito equivalente de transformador para encontrar as transformações de tensão e corrente em um transformador.
 - Ser capaz de calcular as perdas e a eficiência de um transformador.
 - Ser capaz de deduzir o circuito equivalente de um transformador a partir de medidas.
 - Compreender o sistema por unidade de medidas.
 - Ser capaz de calcular a regulação de tensão de um transformador.
 - Compreender o autotransformador.
 - Compreender os transformadores trifásicos, incluindo casos especiais em que apenas dois transformadores são usados.
 - Compreender as especificações nominais de um transformador.
 - Compreender os transformadores de instrumentação – transformadores de potencial e transformadores de corrente.
-

Um *transformador* é um dispositivo que converte, por meio da ação de um campo magnético, a energia elétrica CA de uma dada frequência e nível de tensão em energia elétrica CA de mesma frequência, mas outro nível de tensão. Ele consiste em duas ou mais bobinas de fio enroladas em torno de um núcleo ferromagnético comum. Essas bobinas (usualmente) não estão conectadas diretamente entre si. A única conexão entre as bobinas é o fluxo magnético comum presente dentro do núcleo.

Um dos enrolamentos do transformador é ligado a uma fonte de energia elétrica CA e o segundo (e possivelmente um terceiro) enrolamento do transformador fornece energia às cargas. O enrolamento do transformador ligado à fonte de energia é denominado *enrolamento primário* ou *enrolamento de entrada* e o enrolamento conectado às cargas é denominado *enrolamento secundário* ou *enrolamento de saída*. Se houver um terceiro enrolamento, ele será denominado *enrolamento terciário*.

2.1 POR QUE OS TRANSFORMADORES SÃO IMPORTANTES À VIDA MODERNA?

O primeiro sistema de distribuição de energia elétrica dos Estados Unidos foi um sistema CC de 120 V inventado por Thomas A. Edison para fornecer energia a lâmpadas incandescentes. A primeira estação geradora de energia elétrica de Edison entrou em operação na cidade de Nova York em setembro de 1882. Infelizmente, seu sistema gerava e transmitia energia elétrica com tensões tão baixas que se tornavam necessárias correntes muito elevadas para fornecer quantidades significativas de energia. Essas correntes elevadas causavam quedas de tensão e perdas energéticas muito grandes nas linhas de transmissão, restringindo severamente a área de atendimento de uma estação geradora. Na década de 1880, as usinas geradoras estavam localizadas a poucos quarteirões umas das outras para superar esse problema. O fato de que, usando

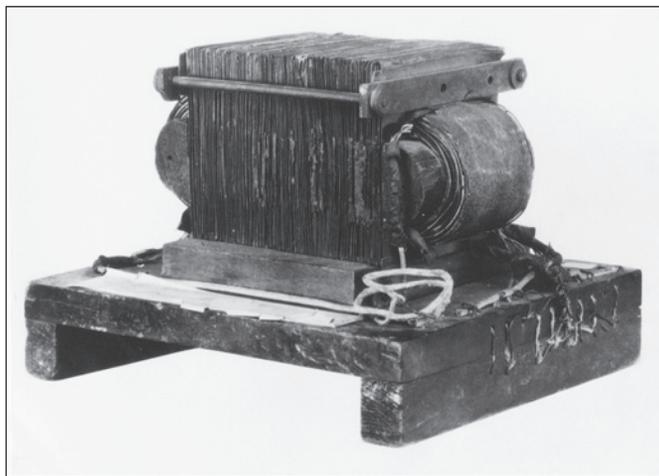


FIGURA 2-1

O primeiro transformador moderno prático, construído por William Stanley em 1885. Observe que o núcleo é constituído de chapas individuais de metal (lâminas). (Cortesia da General Electric Company.)

sistemas de energia CC de baixa tensão, a energia não podia ser transmitida para longe significava que as usinas geradoras deveriam ser pequenas e localizadas pontualmente sendo, portanto, relativamente ineficientes.

A invenção do transformador e o desenvolvimento simultâneo de estações geradoras de energia CA eliminaram para sempre essas restrições de alcance e de capacidade dos sistemas de energia elétrica. Idealmente, um transformador converte um nível de tensão CA em outro nível de tensão sem afetar a potência elétrica real fornecida. Se um transformador elevar o nível de tensão de um circuito, ele deverá diminuir a corrente para manter a potência que chega ao dispositivo igual à potência que o deixa. Portanto, a energia elétrica CA pode ser gerada em um local centralizado, em seguida sua tensão é elevada para ser transmitida a longa distância, com perdas muito baixas, e finalmente sua tensão é abaixada novamente para seu uso final. Em um sistema de energia elétrica, as perdas de transmissão são proporcionais ao quadrado da corrente que circula nas linhas. Desse modo, usando transformadores, uma elevação da tensão de transmissão por um fator de 10 permitirá reduzir as perdas de transmissão elétrica em 100 vezes devido à redução das correntes de transmissão pelo mesmo fator. Sem o transformador, simplesmente não seria possível usar a energia elétrica em muitas das formas em que é utilizada hoje.

Em um sistema moderno de energia elétrica, a energia é gerada com tensões de 12 a 25 kV. Os transformadores elevam a tensão a um nível entre 110 kV e aproximadamente 1.000 kV para realizar a transmissão a longa distância com perdas muito baixas. Então, os transformadores abaixam a tensão para a faixa de 12 a 34,5 kV para fazer a distribuição local e finalmente permitir que a energia elétrica seja usada de forma segura em lares, escritórios e fábricas com tensões tão baixas quanto 120 V.

2.2 TIPOS E CONSTRUÇÃO DE TRANSFORMADORES

A finalidade principal de um transformador é a de converter a potência elétrica CA de um nível de tensão em potência elétrica CA de mesma frequência e outro nível de tensão. Os transformadores também são usados para outros propósitos (por exemplo, amostragem de tensão, amostragem de corrente e transformação de impedância). Contudo, este capítulo será dedicado primariamente ao transformador de potência.

Os transformadores de potência são construídos com um núcleo que pode ser de dois tipos. Um deles consiste em um bloco retangular laminado simples de aço com os enrolamentos do transformador envolvendo dois lados do retângulo. Esse tipo de construção é conhecido como *núcleo envolvido* e está ilustrado na Figura 2-2. O outro tipo consiste em um núcleo laminado de três pernas com os enrolamentos envolvendo a perna central. Esse tipo de construção é conhecido como *núcleo envolvente* e está ilustrado na Figura 2-3. Em ambos os casos, o núcleo é construído com lâminas ou chapas delgadas, eletricamente isoladas entre si para minimizar as correntes parasitas.

Em um transformador real, os enrolamentos primário e secundário envolvem um o outro, sendo o enrolamento de baixa tensão o mais interno. Essa disposição atende a dois propósitos:

1. Simplifica o problema de isolar o enrolamento de alta tensão do núcleo.
2. Resulta muito menos fluxo de dispersão do que seria o caso se os dois enrolamentos estivessem separados de uma distância no núcleo.

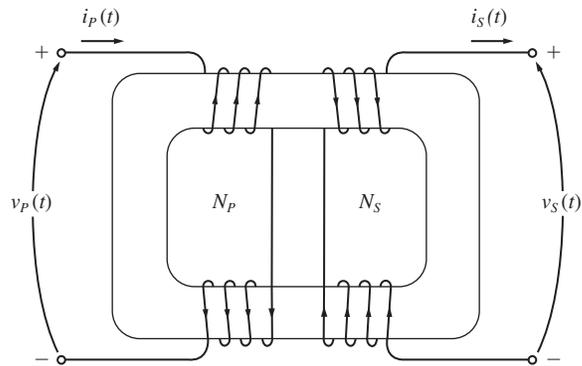


FIGURA 2-2
Construção de transformador do tipo núcleo envolvido.

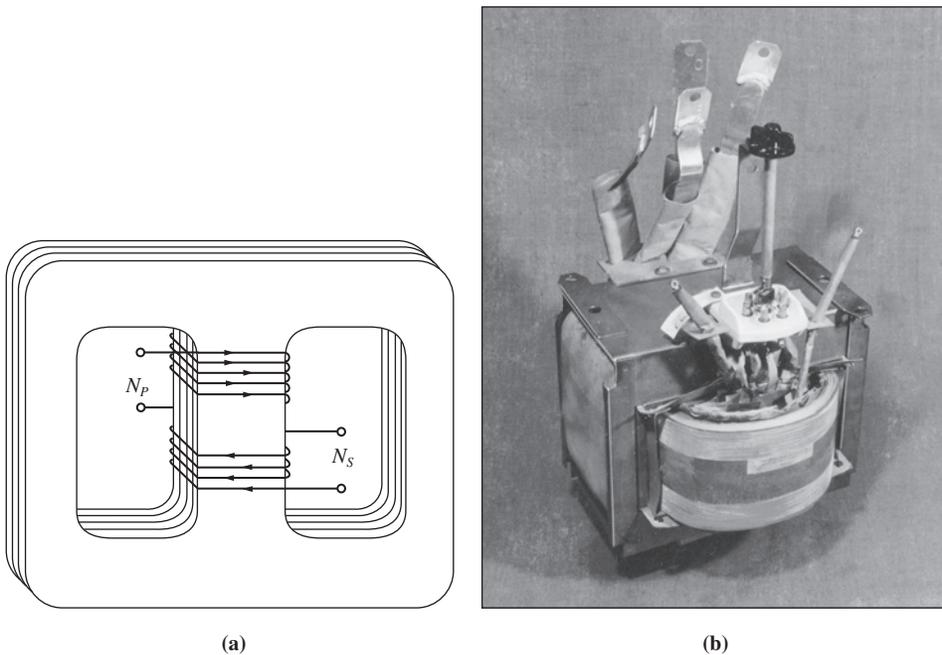


FIGURA 2-3
(a) Construção de transformador do tipo núcleo envolvente. (b) Um típico transformador de núcleo envolvente. (Cortesia da General Electric Company.)

Os transformadores de potência recebem diversos nomes, dependendo do uso que é feito nos sistemas de potência elétrica. Um transformador conectado à saída de uma unidade geradora e usado para elevar a tensão até o nível de transmissão (110+ kV) é denominado algumas vezes *transformador da unidade de geração*. Na outra extremidade da linha de transmissão, o denominado *transformador da subestação* abaixa a tensão do nível de transmissão para o nível de distribuição (de 2,3 a 34,5 kV). Finalmente,

o transformador que recebe a tensão de distribuição é denominado *transformador de distribuição*. Esse transformador abaixa a tensão de distribuição para o nível final, que é a tensão realmente utilizada (110, 127, 220 V, etc.). Todos esses dispositivos são essencialmente o mesmo – a única diferença entre eles está na finalidade da utilização.

Além dos diversos transformadores de potência, dois transformadores de finalidade especial são usados para medir a tensão e a corrente nas máquinas elétricas e nos sistemas de potência elétrica. O primeiro desses transformadores especiais é um dispositivo especialmente projetado para tomar uma amostra de alta tensão e produzir uma baixa tensão secundária que lhe é diretamente proporcional. Esse transformador é denominado *transformador de potencial*. Um transformador de potência também produz uma tensão secundária diretamente proporcional à sua tensão primária. A diferença entre um transformador de potencial e um de potência é que o transformador de potencial é projetado para trabalhar apenas com uma corrente muito pequena. O segundo tipo de transformador especial é um dispositivo projetado para fornecer uma corrente secundária muito menor do que, mas diretamente proporcional, sua corrente primária. Esse dispositivo é denominado *transformador de corrente*. Esses dois transformadores de finalidade especial serão discutidos em uma seção mais adiante deste capítulo.

2.3 O TRANSFORMADOR IDEAL

Um *transformador ideal* é um dispositivo sem perdas com um enrolamento de entrada e um enrolamento de saída. As relações entre a tensão de entrada e a tensão de saída e entre a corrente de entrada e a corrente de saída são dadas por duas equações simples. A Figura 2-4 mostra um transformador ideal.

O transformador mostrado na Figura 2-4 tem N_p espiras de fio no lado do enrolamento primário e N_s espiras de fio no lado do secundário. A relação entre a tensão $v_p(t)$ aplicada no lado do enrolamento primário do transformador e a tensão $v_s(t)$ produzida no lado do secundário é

$$\boxed{\frac{v_p(t)}{v_s(t)} = \frac{N_p}{N_s} = a} \quad (2-1)$$

em que a é definido como a *relação de espiras* ou de *transformação* do transformador:

$$a = \frac{N_p}{N_s} \quad (2-2)$$

A relação entre a corrente $i_p(t)$ que entra no lado primário do transformador e a corrente $i_s(t)$ que sai do lado secundário do transformador é

$$\boxed{N_p i_p(t) = N_s i_s(t)} \quad (2-3a)$$

ou

$$\boxed{\frac{i_p(t)}{i_s(t)} = \frac{1}{a}} \quad (2-3b)$$

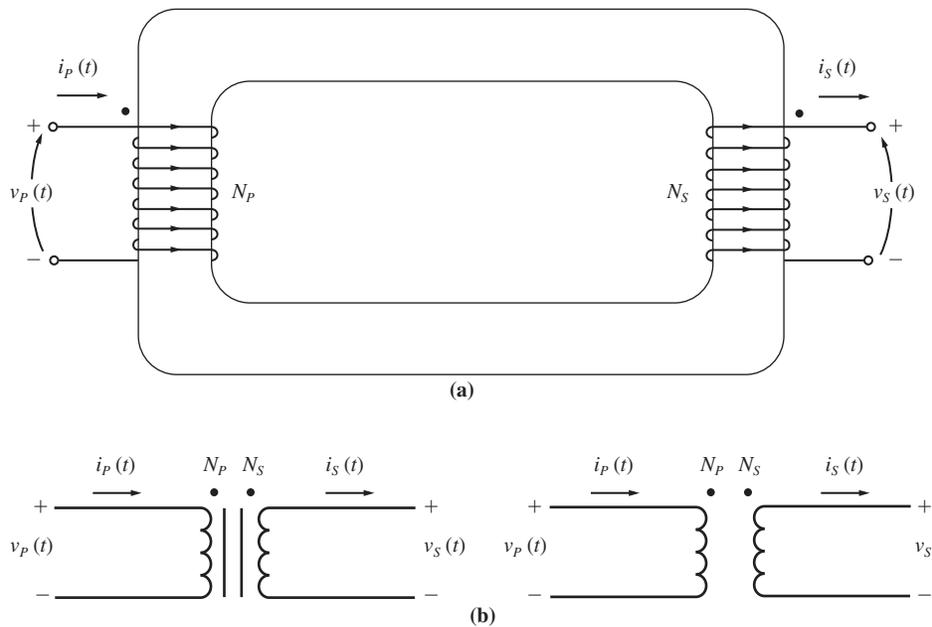


FIGURA 2-4

(a) Desenho esquemático de um transformador ideal. (b) Símbolos esquemáticos de um transformador. Algumas vezes, o núcleo de ferro é mostrado no símbolo e outras vezes, não.

Em termos de grandezas fasoriais, essas equações são

$$\boxed{\frac{\mathbf{V}_P}{\mathbf{V}_S} = a} \quad (2-4)$$

e

$$\boxed{\frac{\mathbf{I}_P}{\mathbf{I}_S} = \frac{1}{a}} \quad (2-5)$$

Observe que o ângulo de fase de \mathbf{V}_P é o mesmo que o ângulo de \mathbf{V}_S e o ângulo de fase de \mathbf{I}_P é o mesmo que o ângulo de fase de \mathbf{I}_S . A relação de espiras do transformador ideal afeta as *magnitudes* das tensões e correntes, mas não os seus *ângulos*.

As Equações (2-1) a (2-5) descrevem as relações entre as magnitudes e ângulos das tensões e correntes dos lados primários e secundário do transformador, mas elas deixam uma pergunta sem resposta: se fosse dado que a tensão do circuito primário é positiva em um terminal específico da bobina, qual seria a *polaridade* da tensão do circuito secundário? Nos transformadores reais, poderíamos dizer qual seria a polaridade do secundário somente se o transformador fosse aberto e seus enrolamentos examinados. Para evitar essa necessidade, os transformadores utilizam a *convenção do ponto* ou *da marca*. Os pontos (pequenas marcas circulares) que aparecem em uma das terminações de cada enrolamento da Figura 2-4 indicam a polaridade da tensão e

da corrente no lado do enrolamento secundário do transformador. A relação é a que segue:

1. Se a *tensão* primária for positiva no terminal com ponto (marca) do enrolamento, em relação ao terminal sem ponto, então a tensão secundária também será positiva no terminal com ponto. As polaridades de tensão são as mesmas em relação aos pontos de cada lado do núcleo.
2. Se a *corrente* primária do transformador fluir para *dentro* do terminal com ponto no enrolamento primário, então a corrente secundária fluirá para *fora* do terminal com ponto no enrolamento secundário.

O significado físico da convenção do ponto e a razão pela qual as polaridades comportam-se dessa forma serão explicadas na Seção 2.4, que trata do transformador real.

Potência em um transformador ideal

A potência ativa de entrada P_{entrada} fornecida ao transformador pelo circuito primário é dada pela equação

$$P_{\text{entrada}} = V_P I_P \cos \theta_P \quad (2-6)$$

em que θ_P é o ângulo entre a tensão primária e a corrente primária. A potência ativa $P_{\text{saída}}$ fornecida pelo circuito secundário do transformador à sua carga é dada pela equação

$$P_{\text{saída}} = V_S I_S \cos \theta_S \quad (2-7)$$

em que θ_S é o ângulo entre a tensão secundária e a corrente secundária. Como em um transformador ideal os ângulos entre tensão e corrente não são afetados, então temos $\theta_P = \theta_S = \theta$. Os enrolamentos primário e secundário de um transformador ideal têm o *mesmo fator de potência*.

De que forma a potência que entra no circuito primário do transformador compara-se com a potência que sai pelo outro lado? Isso pode ser obtido através de uma aplicação simples das equações de tensão e corrente [Equações (2-4) e (2-5)]. A potência de saída é

$$P_{\text{saída}} = V_S I_S \cos \theta \quad (2-8)$$

Aplicando as equações que envolvem a relação de espiras, obtemos $V_S = V_P/a$ e $I_S = aI_P$, de modo que

$$P_{\text{saída}} = \frac{V_P}{a} (aI_P) \cos \theta$$

$$P_{\text{saída}} = V_P I_P \cos \theta = P_{\text{entrada}} \quad (2-9)$$

Portanto, a *potência de saída de um transformador ideal é igual à sua potência de entrada*.

A mesma relação aplica-se à potência reativa Q e à potência aparente S :

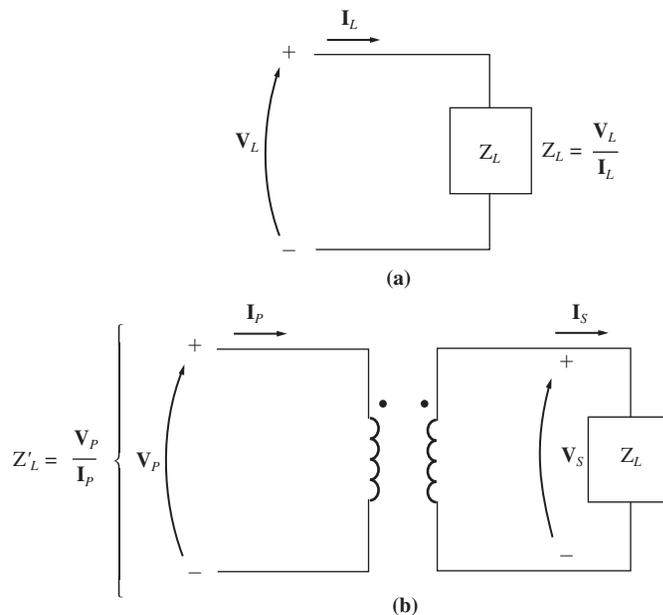


FIGURA 2-5

(a) Definição de impedância. (b) Alteração de impedância em um transformador.

$$Q_{\text{entrada}} = V_P I_P \text{ sen } \theta = V_S I_S \text{ sen } \theta = Q_{\text{saída}} \quad (2-10)$$

e

$$S_{\text{entrada}} = V_P I_P = V_S I_S = S_{\text{saída}} \quad (2-11)$$

Transformação de impedância em um transformador

A *impedância* de um dispositivo ou de um elemento de circuito é definida como a razão entre a tensão fasorial no dispositivo e a corrente fasorial que está através dele:

$$Z_L = \frac{V_L}{I_L} \quad (2-12)$$

Uma das propriedades interessantes de um transformador é que, como ele altera os níveis de tensão e corrente, ele altera também a *razão* entre a tensão e a corrente e, portanto, a impedância aparente de um elemento. Para entender essa ideia, consulte a Figura 2-5. Se a corrente secundária for denominada I_S e a tensão secundária, V_S , então a impedância da carga é dada por*

$$Z_L = \frac{V_S}{I_S} \quad (2-13)$$

* N. de T.: Nestas equações, o índice L indica carga, vindo do inglês *Load* (Carga).

A impedância aparente do circuito primário do transformador é

$$Z'_L = \frac{V_P}{I_P} \quad (2-14)$$

Como a tensão primária pode ser expressa como

$$V_P = aV_S$$

e a corrente primária pode ser expressa como

$$I_P = \frac{I_S}{a}$$

então, a impedância aparente do primário é

$$Z'_L = \frac{V_P}{I_P} = \frac{aV_S}{I_S/a} = a^2 \frac{V_S}{I_S}$$

$$\boxed{Z'_L = a^2 Z_L} \quad (2-15)$$

Por meio de um transformador, é possível casar a impedância da carga com a impedância da fonte simplesmente usando a relação de espiras adequada.

Análise dos circuitos que contêm transformadores ideais

Se um circuito contiver um transformador ideal, o modo mais simples de analisar o circuito em relação a suas tensões e correntes será substituir a parte do circuito de um dos lados do transformador por um circuito equivalente que tenha as mesmas características de terminais. Depois que um lado foi substituído pelo circuito equivalente, o novo circuito (sem a presença do transformador) pode ser resolvido em relação a suas tensões e correntes. Na parte do circuito que não foi substituída, as soluções obtidas serão os valores corretos de tensão e corrente do circuito original. A seguir, a relação de espiras do transformador poderá ser usada para determinar as tensões e correntes no outro lado do transformador. O processo de substituir um lado de um transformador pelo seu equivalente de nível de tensão no outro lado é conhecido como *referir* ou *refletir* o primeiro lado do transformador ao segundo lado.

Como o circuito equivalente é obtido? Sua forma é exatamente a mesma da estrutura do circuito original. Os valores de tensão no lado que está sendo substituído são alterados pela Equação (2-4) e os valores de impedância são alterados pela Equação (2-15). As polaridades das fontes de tensão no circuito equivalente terão os sentidos invertidos em relação ao circuito original se os pontos de um lado dos enrolamentos do transformador estiverem invertidos quando comparados com os pontos no outro lado dos enrolamentos do transformador.

A solução de circuitos que contêm transformadores ideais é ilustrada no exemplo seguinte.

EXEMPLO 2-1 Um sistema de potência monofásico consiste em um gerador de 480 V e 60 Hz alimentando uma carga $Z_{\text{carga}} = 4 + j3 \Omega$ por meio de uma linha de transmissão de impedância $Z_{\text{linha}} = 0,18 + j0,24 \Omega$. Responda às seguintes perguntas sobre esse sistema.

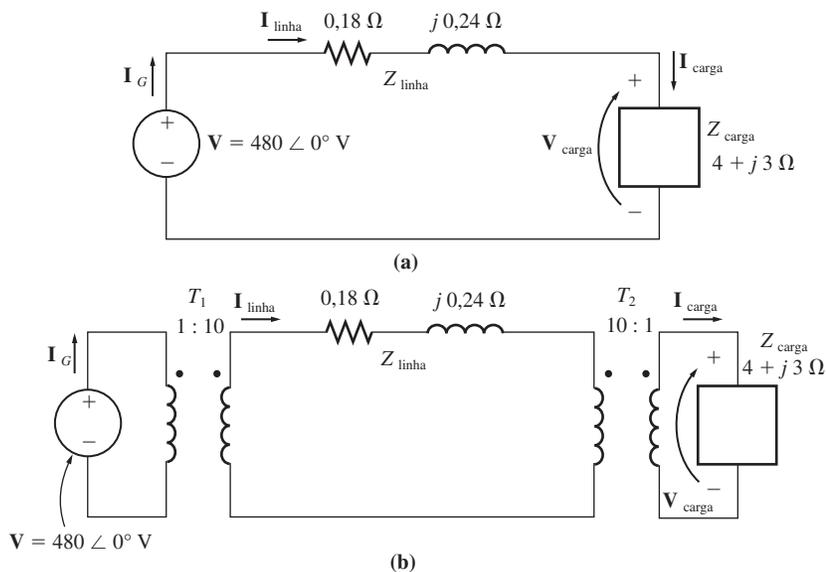


FIGURA 2-6

O sistema de potência do Exemplo 2-1 (a) sem e (b) com transformadores nas extremidades da linha de transmissão.

- (a) Se o sistema de potência for exatamente como o recém descrito (e mostrado na Figura 2-6a), qual será a tensão sobre a carga? Quais serão as perdas na linha de transmissão?
- (b) Suponha que um transformador elevador de tensão 1:10 seja colocado na extremidade da linha de transmissão que está junto ao gerador. Um outro transformador abaixador 10:1 é colocado na extremidade da linha de transmissão que está junto à carga (como mostrado na Figura 2-6b). Agora, qual será a tensão sobre a carga? Quais serão as perdas na linha de transmissão?

Solução

- (a) A Figura 2-6a mostra o sistema de potência sem transformadores. Aqui, temos $I_G = I_{\text{linha}} = I_{\text{carga}}$. A corrente de linha desse sistema é dada por

$$\begin{aligned} I_{\text{linha}} &= \frac{V}{Z_{\text{linha}} + Z_{\text{carga}}} \\ &= \frac{480 \angle 0^\circ \text{ V}}{(0,18 \Omega + j0,24 \Omega) + (4 \Omega + j3 \Omega)} \\ &= \frac{480 \angle 0^\circ}{4,18 + j3,24} = \frac{480 \angle 0^\circ}{5,29 \angle 37,8^\circ} \\ &= 90,8 \angle -37,8^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Portanto, a tensão na carga é

$$\begin{aligned} V_{\text{linha}} &= I_{\text{linha}} Z_{\text{carga}} \\ &= (90,8 \angle -37,8^\circ \text{ A})(4 \Omega + j3 \Omega) \\ &= (90,8 \angle -37,8^\circ \text{ A})(5 \angle 36,9^\circ \Omega) \\ &= 454 \angle -0,9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

e as perdas na linha são

$$\begin{aligned} P_{\text{perdas}} &= (I_{\text{linha}})^2 R_{\text{linha}} \\ &= (90,8 \text{ A})^2 (0,18 \Omega) = 1.484 \text{ W} \end{aligned}$$

(b) A Figura 2-6b mostra o sistema de potência com os transformadores. Para analisar esse sistema, é necessário convertê-lo em um nível de tensão comum. Isso pode ser feito em dois passos:

1. Eliminar o transformador T_2 referindo a carga ao nível de tensão da linha de transmissão.
2. Eliminar o transformador T_1 referindo os elementos da linha de transmissão e a carga equivalente, no nível de tensão de transmissão, ao lado da fonte.

O valor da impedância de carga quando refletida ao nível da tensão do sistema de transmissão é

$$\begin{aligned} Z'_{\text{carga}} &= a^2 Z_{\text{carga}} \\ &= \left(\frac{10}{1}\right)^2 (4 \Omega + j3 \Omega) \\ &= 400 \Omega + j300 \Omega \end{aligned}$$

A impedância total no nível da linha de transmissão é agora

$$\begin{aligned} Z_{\text{eq}} &= Z_{\text{linha}} + Z'_{\text{carga}} \\ &= 400,18 + j300,24 \Omega = 500,3 \angle 36,88^\circ \Omega \end{aligned}$$

Esse circuito equivalente é mostrado na Figura 2-7a. Agora, a impedância total no nível da linha de transmissão ($Z_{\text{linha}} + Z'_{\text{carga}}$) está refletida através de T_1 ao nível da tensão da fonte:

$$\begin{aligned} Z'_{\text{eq}} &= a^2 Z_{\text{eq}} \\ &= a^2 (Z_{\text{linha}} + Z'_{\text{carga}}) \\ &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (0,18 \Omega + j0,24 \Omega + 400 \Omega + j300 \Omega) \\ &= (0,0018 \Omega + j0,0024 \Omega + 4 \Omega + j3 \Omega) \\ &= 5,003 \angle 36,88^\circ \Omega \end{aligned}$$

Observe que $Z'_{\text{carga}} = 4 + j3 \Omega$ e $Z'_{\text{linha}} = 0,0018 + j0,0024 \Omega$. O circuito equivalente resultante está mostrado na Figura 2-7b. A corrente do gerador é

$$I_G = \frac{480 \angle 0^\circ \text{ V}}{5,003 \angle 36,88^\circ \Omega} = 95,94 \angle -36,88^\circ \text{ A}$$

Conhecendo a corrente I_G , podemos retroceder e encontrar I_{linha} e I_{carga} . Trabalhando de volta através de T_1 , obtemos

$$\begin{aligned} N_{P1} I_G &= N_{S1} I_{\text{linha}} \\ I_{\text{linha}} &= \frac{N_{P1}}{N_{S1}} I_G \\ &= \frac{1}{10} (95,94 \angle -36,88^\circ \text{ A}) = 9,594 \angle -36,88^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

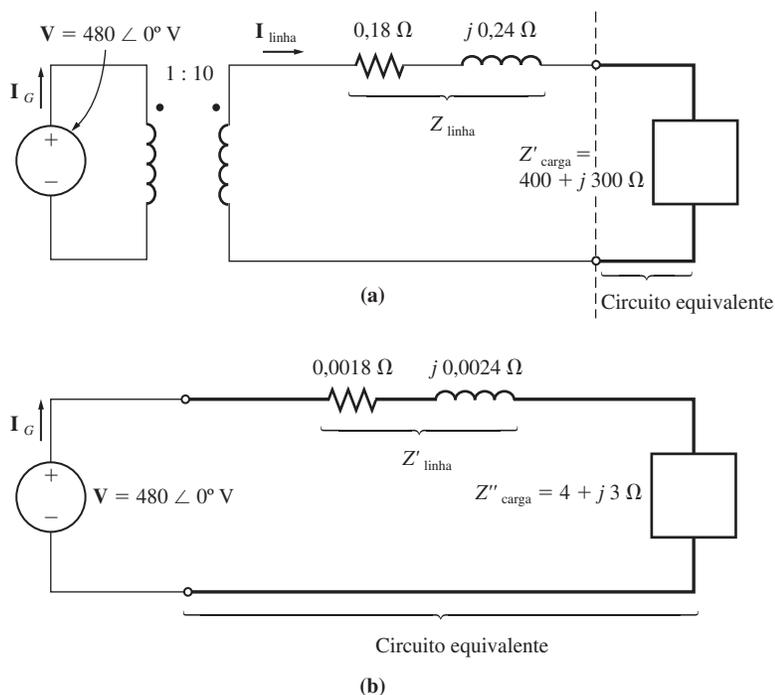


FIGURA 2-7

(a) Sistema com a carga referida ao nível de tensão do sistema de transmissão. (b) Sistema com a carga e a linha de transmissão referidas ao nível de tensão do gerador.

Trabalhando de volta através de T_2 , obtemos

$$\begin{aligned} N_{P2} \mathbf{I}_{\text{linha}} &= N_{S2} \mathbf{I}_{\text{carga}} \\ \mathbf{I}_{\text{carga}} &= \frac{N_{P2}}{N_{S2}} \mathbf{I}_{\text{linha}} \\ &= \frac{10}{1} (9,594 \angle -36,88^\circ \text{ A}) = 95,94 \angle -36,88^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Agora, podemos responder às perguntas feitas originalmente. A tensão sobre a carga é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\text{carga}} &= \mathbf{I}_{\text{carga}} Z_{\text{carga}} \\ &= (95,94 \angle -36,88^\circ \text{ A}) (5 \angle 36,87^\circ \Omega) \\ &= 479,7 \angle -0,01^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

e as perdas na linha serão dadas por

$$\begin{aligned} P_{\text{perdas}} &= (I_{\text{linha}})^2 R_{\text{linha}} \\ &= (9,594 \text{ A})^2 (0,18 \Omega) = 16,7 \text{ W} \end{aligned}$$

Observe que a elevação da tensão de transmissão do sistema de potência reduziu as perdas de transmissão em aproximadamente 90 vezes! Além disso, a tensão na carga caiu muito menos no sistema com transformadores do que no sistema sem transformadores. Esse exemplo simples ilustra dramaticamente as vantagens do uso

de linhas de transmissão que operam com tensão mais elevada, assim como a extrema importância dos transformadores nos sistemas modernos de potência.

Os sistemas de potência reais geram energia elétrica com tensões na faixa de 4 a 30 kV. A seguir, são usados *transformadores elevadores* para aumentar a tensão até um nível muito mais alto (digamos 500 kV) e então realizar a transmissão a longas distâncias. Finalmente, *transformadores abaixadores* são utilizados para reduzir a tensão a um nível razoável e então efetuar a distribuição e a utilização final. Como vimos no Exemplo 2.1, isso pode reduzir grandemente as perdas de transmissão no sistema de potência.

2.4 TEORIA DE OPERAÇÃO DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS REAIS

Naturalmente, os transformadores ideais descritos na Seção 2.3 nunca poderão ser construídos na realidade. O que pode ser construído são transformadores reais – duas ou mais bobinas de fio fisicamente enroladas em torno de um núcleo ferromagnético. As características de um transformador real se aproximam das características de um transformador ideal, mas somente até um certo grau. Esta seção trata do comportamento dos transformadores reais.

Para compreender o funcionamento de um transformador real, consulte Figura 2-8. Essa figura mostra um transformador que consiste em duas bobinas de fio enroladas em torno de um núcleo de transformador. O enrolamento primário do transformador está conectado a uma fonte de potência CA e o secundário está em circuito aberto. A curva de histerese do transformador é mostrada na Figura 2-9.

A fundamentação do funcionamento do transformador pode ser obtida a partir da lei de Faraday:

$$e_{\text{ind}} = \frac{d\lambda}{dt} \tag{1-41}$$

em que λ é o fluxo concatenado na bobina na qual a tensão está sendo induzida. O fluxo concatenado λ é a soma do fluxo que passa através de cada espira da bobina adicionado ao de todas as demais espiras da bobina:

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \phi_i \tag{1-42}$$

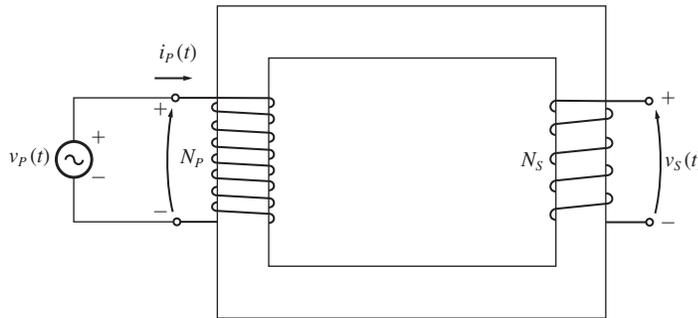


FIGURA 2-8
Diagrama esquemático de um transformador real sem nenhuma carga aplicada ao seu secundário.

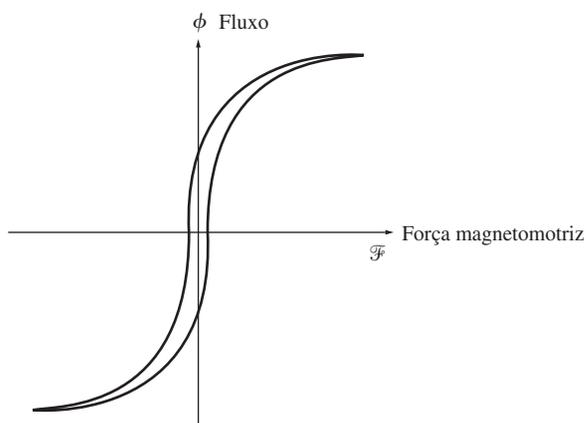


FIGURA 2-9
Curva de histerese do transformador.

O fluxo concatenado total através de uma bobina não é simplesmente $N\phi$, em que N é o número de espiras da bobina, porque o fluxo que passa através de cada espira de uma bobina é ligeiramente diferente do fluxo que atravessa as outras espiras, dependendo da posição da espira dentro da bobina.

Entretanto, é possível definir um fluxo *médio* por espira em uma bobina. Se o fluxo concatenado de todas as espiras da bobina for λ e se houver N espiras, o *fluxo médio por espira* será dado por

$$\bar{\phi} = \frac{\lambda}{N} \quad (2-16)$$

e a lei de Faraday poderá ser escrita como

$$e_{\text{ind}} = N \frac{d\bar{\phi}}{dt} \quad (2-17)$$

A relação de tensão em um transformador

Na Figura 2-8, se a tensão da fonte for $v_P(t)$, então ela será aplicada diretamente à bobina do enrolamento primário do transformador. Como o transformador irá reagir a essa tensão aplicada? A lei de Faraday explica o que acontecerá. Quando o fluxo médio presente no enrolamento primário do transformador é isolado na Equação (2-17), ignorando a resistência do enrolamento, obtemos o resultado

$$\bar{\phi}_P = \frac{1}{N_P} \int v_P(t) dt \quad (2-18)$$

Essa equação diz que o fluxo médio no enrolamento é proporcional à integral da tensão aplicada ao enrolamento e que a constante de proporcionalidade é o recíproco do número de espiras do enrolamento primário $1/N_P$.

Esse fluxo está presente na *bobina primária* do transformador. Que efeito terá ele sobre a bobina secundária do transformador? O efeito depende de quanto fluxo atinge a bobina secundária. Nem todo o fluxo produzido na bobina primária passa também através da bobina secundária – porque, em lugar disso, algumas das linhas de

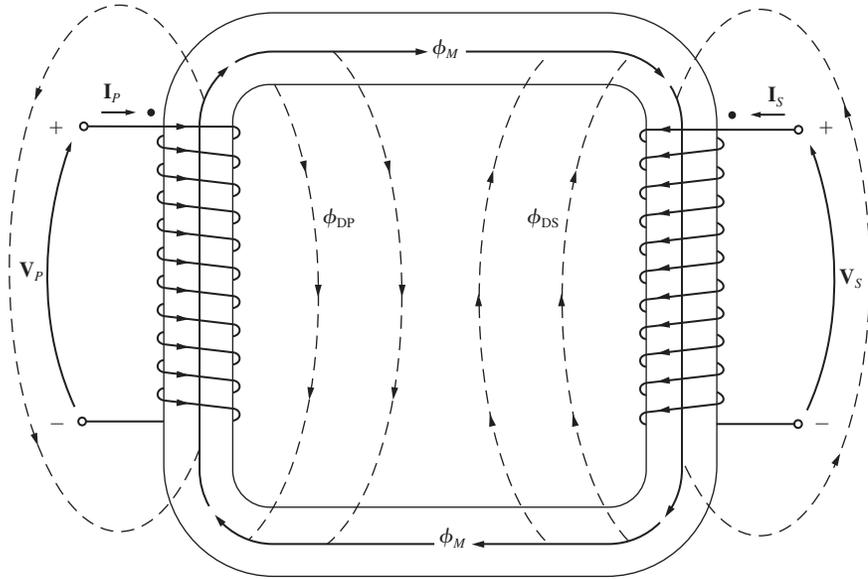


FIGURA 2-10
Fluxos concatenado e mútuo em um núcleo de transformador.

fluxo deixam o núcleo de ferro passando através do ar (veja a Figura 2-10). A parte do fluxo que passa através de uma das bobinas do transformador, mas não através da outra, é denominada *fluxo de dispersão*. O fluxo na bobina primária do transformador pode assim ser dividido em duas componentes: um *fluxo mútuo*, que permanece no núcleo e concatena ou enlaça ambos os enrolamentos e um pequeno *fluxo de dispersão*, que passa através do enrolamento primário mas retorna através do ar, contornando o enrolamento secundário:

$$\bar{\phi}_P = \phi_M + \phi_{DP} \tag{2-19}$$

- em que $\bar{\phi}_P$ = fluxo primário (P) médio total
- ϕ_M = componente do fluxo que concatena mutuamente (M) as bobinas primária e secundária
- ϕ_{DP} = fluxo de dispersão primário (DP)

Há uma divisão similar de fluxo no enrolamento secundário entre o fluxo mútuo e o fluxo de dispersão, o qual patssa através do enrolamento secundário e retorna através do ar, contornando o enrolamento primário:

$$\bar{\phi}_S = \phi_M + \phi_{DS} \tag{2-20}$$

- em que $\bar{\phi}_S$ = fluxo secundário (S) médio total
- ϕ_M = componente do fluxo que concatena mutuamente (M) ambas as bobinas primária e secundária
- ϕ_{DS} = fluxo de dispersão secundário (DS)

Com a divisão do fluxo primário médio em componentes de fluxos mútuo e de dispersão, a lei de Faraday para o circuito primário pode ser expressa de outro modo como

$$\begin{aligned} v_P(t) &= N_P \frac{d\bar{\phi}_P}{dt} \\ &= N_P \frac{d\phi_M}{dt} + N_P \frac{d\phi_{DP}}{dt} \end{aligned} \quad (2-21)$$

O primeiro termo dessa expressão pode ser denominado $e_P(t)$ e o segundo termo pode ser denominado $e_{DP}(t)$. Fazendo isso, a Equação (2-21) também pode ser escrita como

$$v_P(t) = e_P(t) + e_{DP}(t) \quad (2-22)$$

A tensão na bobina secundária do transformador também pode ser expressa em termos da lei de Faraday como

$$\begin{aligned} v_S(t) &= N_S \frac{d\bar{\phi}_S}{dt} \\ &= N_S \frac{d\phi_M}{dt} + N_S \frac{d\phi_{DS}}{dt} \end{aligned} \quad (2-23)$$

$$= e_S(t) + e_{DS}(t) \quad (2-24)$$

A tensão primária *devido ao fluxo mútuo* é dada por

$$e_P(t) = N_P \frac{d\phi_M}{dt} \quad (2-25)$$

e a tensão secundária *devido ao fluxo mútuo* é dada por

$$e_S(t) = N_S \frac{d\phi_M}{dt} \quad (2-26)$$

Observe dessas duas relações que

$$\frac{e_P(t)}{N_P} = \frac{d\phi_M}{dt} = \frac{e_S(t)}{N_S}$$

Portanto,

$$\boxed{\frac{e_P(t)}{e_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a} \quad (2-27)$$

O significado dessa equação é que *a razão entre a tensão primária e a tensão secundária, ambas causadas pelo fluxo mútuo, é igual à relação de espiras do transformador*. Como em um transformador bem projetado, temos que $\phi_M \gg \phi_{DP}$ e $\phi_M \gg \phi_{DS}$, então a razão entre a tensão total do primário de um transformador e a tensão total no secundário de um transformador é aproximadamente

$$\frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a \quad (2-28)$$

Quanto menores forem os fluxos de dispersão de um transformador, mais próxima estará a razão entre as tensões totais desse transformador da do transformador ideal que foi discutido na Seção 2.3.

A corrente de magnetização em um transformador real

Quando uma fonte de energia elétrica CA é conectada a um transformador, como mostrado na Figura 2-8, uma corrente flui no circuito primário, *mesmo quando o circuito secundário está em circuito aberto*. Essa é a corrente requerida para produzir fluxo em um núcleo ferromagnético real, como foi explicado no Capítulo 1. Ela consiste em duas componentes:

1. A *corrente de magnetização* i_M , que é a corrente necessária para produzir o fluxo no núcleo do transformador e
2. A *corrente de perdas no núcleo* i_{h+p} , que é a corrente responsável pelas perdas por histerese e por corrente parasita no núcleo.

A Figura 2-11 mostra a curva de magnetização de um típico núcleo de transformador. Se o fluxo no núcleo do transformador for conhecido, a magnitude da corrente de magnetização poderá ser encontrada diretamente da Figura 2-11.

Ignorando momentaneamente os efeitos do fluxo de dispersão, vemos que o fluxo médio no núcleo é dado por

$$\bar{\phi}_P = \frac{1}{N_P} \int v_P(t) dt \quad (2-18)$$

Se a tensão primária for dada pela expressão $v_P(t) = V_M \cos \omega t$, o fluxo resultante deverá ser

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_P &= \frac{1}{N_P} \int V_M \cos \omega t dt \\ &= \frac{V_M}{\omega N_P} \text{sen } \omega t \quad \text{Wb} \end{aligned} \quad (2-29)$$

Se os valores da corrente, que é necessária para produzir um dado fluxo (Figura 2-11a), forem comparados com o fluxo no núcleo, para diversos valores, poderemos construir um gráfico simples da corrente de magnetização que circula no enrolamento do núcleo. Esse gráfico está mostrado na Figura 2-11b. Observe os seguintes pontos a respeito da corrente de magnetização:

1. A corrente de magnetização no transformador não é senoidal. As componentes de frequência mais elevadas da corrente de magnetização são devido à saturação magnética do núcleo do transformador.
2. Uma vez que o fluxo de pico tenha atingido o ponto de saturação do núcleo, um pequeno aumento no fluxo de pico exigirá um aumento muito grande na corrente de magnetização de pico.
3. A componente fundamental da corrente de magnetização está atrasada em relação à tensão aplicada em 90° .
4. As componentes de frequências mais elevadas da corrente de magnetização podem ser bem grandes quando comparadas com a componente fundamental. Em

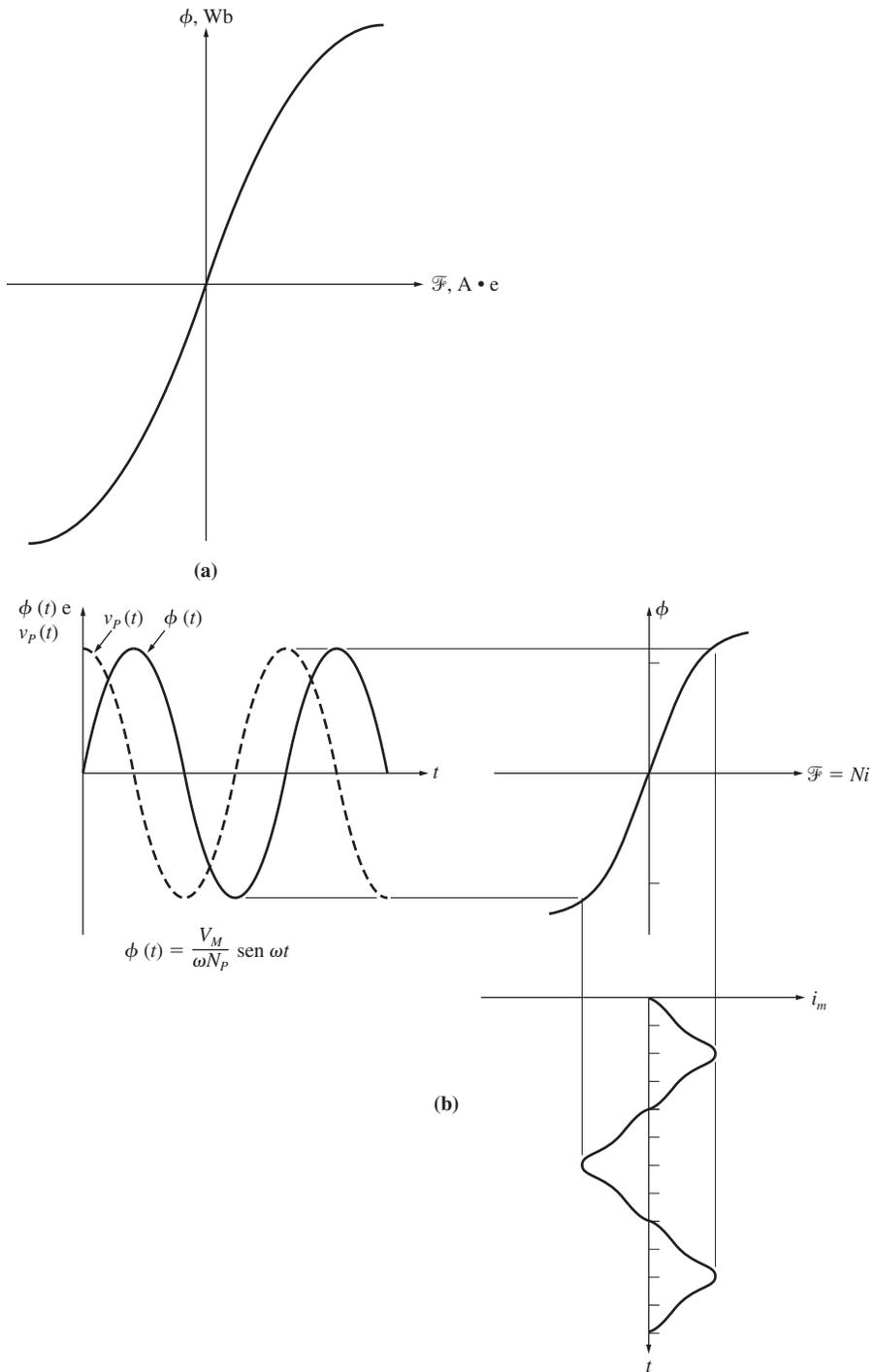


FIGURA 2-11

(a) Curva de magnetização do núcleo do transformador. (b) Corrente de magnetização causada pelo fluxo no núcleo do transformador.

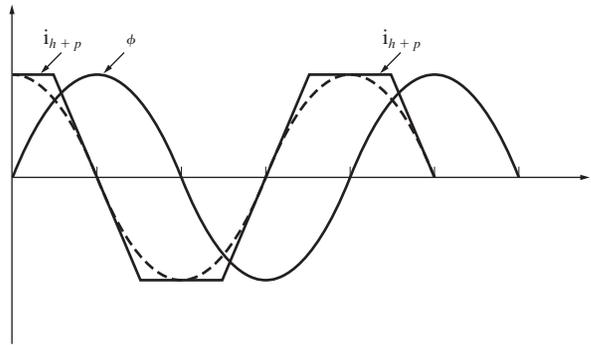


FIGURA 2-12
Corrente de perdas no núcleo em um transformador.

geral, quanto mais um transformador for colocado em saturação, maiores se tornarão as componentes harmônicas.

A outra componente da corrente sem carga, ou a vazio, do transformador é a corrente requerida para fornecer potência para a histerese e as perdas por corrente parasita no núcleo. Essa é a corrente de perdas no núcleo. Assuma que o fluxo no núcleo é senoidal. Como as correntes parasitas no núcleo são proporcionais a $d\phi/dt$, as correntes parasitas são máximas quando o fluxo no núcleo está passando por 0 Wb. Portanto, a corrente de perdas no núcleo é máxima quando o fluxo passa por zero. A corrente total requerida para as perdas no núcleo está mostrada na Figura 2-12.

Observe os seguintes pontos sobre a corrente de perdas no núcleo:

1. A corrente de perdas no núcleo não é linear devido aos efeitos não lineares da histerese.
2. A componente fundamental da corrente de perdas no núcleo está em fase com a tensão aplicada ao núcleo.

A corrente total sem carga no núcleo é denominada *corrente de excitação* do transformador. É simplesmente a soma da corrente de magnetização e a corrente de perdas no núcleo:

$$i_{ex} = i_m + i_{h+p} \quad (2-30)$$

A corrente total de excitação em um núcleo típico de transformador está mostrada na Figura 2-13. Em um transformador de potência bem projetado, a corrente de excitação é muito menor do que a corrente a plena carga do transformador.

A relação de corrente em um transformador e a convenção do ponto

Agora, suponha que uma carga seja conectada ao secundário do transformador. O circuito resultante está na Figura 2-14. Observe os pontos nos enrolamentos do transformador. Como no caso do transformador ideal descrito anteriormente, os pontos ajudam a determinar a polaridade das tensões e correntes no núcleo sem a necessidade de examinar fisicamente seus enrolamentos. O significado físico da convenção do ponto é que uma *corrente entrando pelo terminal com ponto de um enrolamento pro-*

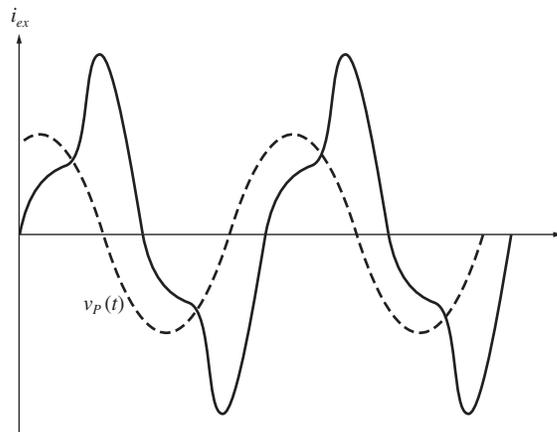


FIGURA 2-13
Corrente de excitação total em um transformador.

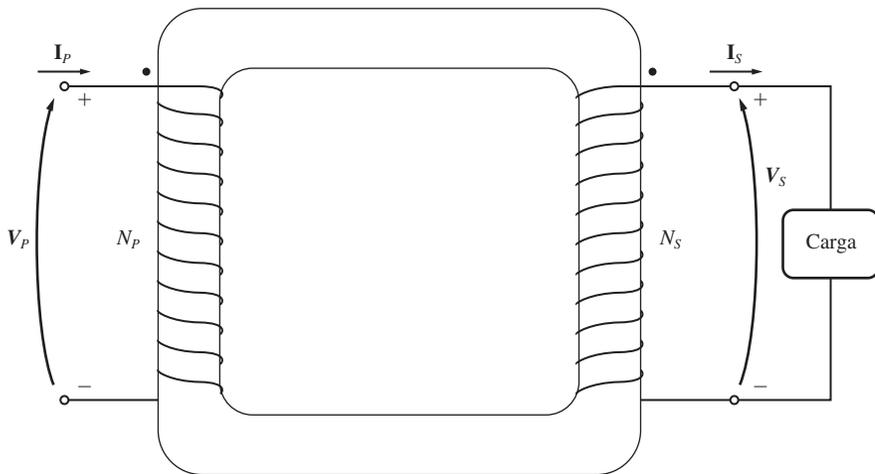


FIGURA 2-14
Transformador real com uma carga ligada no seu secundário.

duz uma força magnetomotriz positiva \mathcal{F} , ao passo que uma corrente entrando pelo terminal sem ponto de um enrolamento produz uma força magnetomotriz negativa. Portanto, duas correntes entrando nas terminações com ponto de seus respectivos enrolamentos produzem forças magnetomotrizes que se somam. Se uma corrente entrar por um terminal com ponto de um enrolamento e outra sair de outro terminal com ponto, então as forças magnetomotrizes se subtraem uma da outra.

Na situação mostrada na Figura 2-14, a corrente primária produz uma força magnetomotriz positiva $\mathcal{F}_p = N_p i_p$ e a corrente secundária produz uma força magnetomotriz negativa $\mathcal{F}_s = -N_s i_s$. Portanto, a força magnetomotriz líquida no núcleo deve ser

$$\mathcal{F}_{\text{líqu}} = N_p i_p - N_s i_s \quad (2-31)$$

Essa força magnetomotriz líquida deve produzir o fluxo líquido no núcleo, de modo que a força magnetomotriz líquida deve ser igual a

$$\mathcal{F}_{\text{líq}} = N_p i_p - N_s i_s = \phi \mathcal{R} \quad (2-32)$$

em que \mathcal{R} é a relutância do núcleo do transformador. Como a relutância de um núcleo de transformador bem projetado mantém-se pequena (aproximadamente zero) até que o núcleo esteja saturado, a relação entre as correntes primária e secundária é aproximadamente

$$\mathcal{F}_{\text{líq}} = N_p i_p - N_s i_s \approx 0 \quad (2-33)$$

enquanto o núcleo não estiver saturado. Portanto,

$$N_p i_p \approx N_s i_s \quad (2-34)$$

ou

$$\frac{i_p}{i_s} \approx \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a} \quad (2-35)$$

É o fato de a força magnetomotriz no núcleo ser aproximadamente zero que dá à convenção do ponto o significado da Seção 2.3. Para que a força magnetomotriz seja aproximadamente zero, a corrente deve *entrar no terminal com ponto e sair do outro terminal com ponto*. As polaridades das tensões devem ser aplicadas do mesmo modo em relação aos pontos em cada enrolamento para fazer cada corrente circular no sentido necessário. (As polaridades das tensões também poderão ser determinadas pela lei de Lenz se a construção das bobinas do transformador estiver visível.)

Que condições são requeridas para converter um transformador real no transformador ideal descrito anteriormente? São as seguintes:

1. O núcleo não deve apresentar histerese nem correntes parasitas.
2. A curva de magnetização deve ter a forma mostrada na Figura 2-15. Observe que, para um núcleo não saturado, a força magnetomotriz líquida deve ser $\mathcal{F}_{\text{líq}} = 0$. Isso implica que $N_p i_p = N_s i_s$.

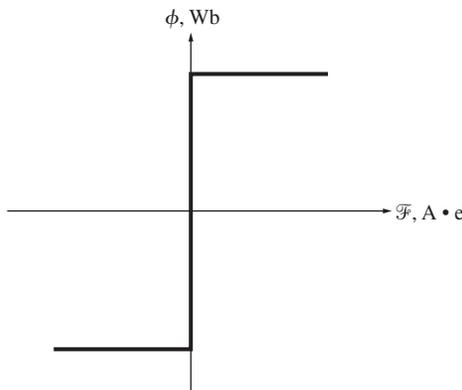


FIGURA 2-15
Curva de magnetização de um transformador ideal.

3. O fluxo de dispersão no núcleo deve ser zero, implicando que todo o fluxo no núcleo enlaça (concatena) ambos os enrolamentos.
4. A resistência dos enrolamentos do transformador deve ser zero.

Embora essas condições nunca sejam preenchidas exatamente, os transformadores de potência bem projetados podem chegar bem próximo delas.

2.5 O CIRCUITO EQUIVALENTE DE UM TRANSFORMADOR

Qualquer modelo exato do comportamento de um transformador deve ser capaz de levar em consideração as perdas que ocorrem nos transformadores reais. Os itens principais que devem ser incluídos na construção de tal modelo são

1. *Perdas no cobre (I^2R)*. As perdas no cobre são as perdas devido ao aquecimento resistivo nos enrolamentos primário e secundário do transformador. Elas são proporcionais ao quadrado da corrente nos enrolamentos.
2. *Perdas por corrente parasita*. As perdas por corrente parasita são perdas devidas ao aquecimento resistivo no núcleo do transformador. Elas são proporcionais ao quadrado da tensão aplicada ao transformador.
3. *Perdas por histerese*. As perdas por histerese estão associadas à alteração da configuração dos domínios magnéticos no núcleo durante cada semiciclo, como explicado no Capítulo 1. Elas são uma função não linear, complexa, da tensão aplicada ao transformador.
4. *Fluxo de dispersão*. Os fluxos ϕ_{DP} e ϕ_{DS} que escapam do núcleo e passam através de apenas um dos enrolamentos do transformador são fluxos de dispersão. Esses fluxos que se dispersaram produzem uma *indutância de dispersão* nas bobinas primária e secundária. Seus efeitos devem ser levados em consideração.

O circuito equivalente exato de um transformador real

É possível construir um circuito equivalente que leva em consideração todas as imperfeições principais dos transformadores reais. Essas imperfeições serão analisadas uma de cada vez e seus efeitos serão incluídos no modelo do transformador.

O efeito mais fácil de se modelar são as perdas no cobre. Essas perdas são perdas resistivas que ocorrem nos enrolamentos primário e secundário do núcleo do transformador. Elas são modeladas colocando uma resistência R_p no circuito primário do transformador e um resistência R_s no circuito secundário.

Conforme explicado na Seção 2.4, o fluxo de dispersão no enrolamento primário ϕ_{DP} produz uma tensão e_{DP} dada por

$$e_{DP}(t) = N_p \frac{d\phi_{DP}}{dt} \quad (2-36a)$$

e o fluxo de dispersão no enrolamento secundário ϕ_{DS} produz uma tensão e_{DS} dada por

$$e_{DS}(t) = N_s \frac{d\phi_{DS}}{dt} \quad (2-36b)$$

Como a maior parte do caminho do fluxo de dispersão ocorre através do ar, e como o ar tem uma relutância constante muito maior do que a relutância do núcleo, temos

que o fluxo ϕ_{DP} é diretamente proporcional à corrente do circuito primário i_p e o fluxo ϕ_{DS} é diretamente proporcional à corrente do circuito secundário i_s :

$$\phi_{DP} = (\mathcal{P}N_p) i_p \quad (2-37a)$$

$$\phi_{DS} = (\mathcal{P}N_s) i_s \quad (2-37b)$$

em que \mathcal{P} = permeância do caminho de fluxo
 N_p = número de espiras na bobina primária
 N_s = número de espiras na bobina secundária

Substitua as Equações (2-37) nas Equações (2-36). O resultado é

$$e_{DP}(t) = N_p \frac{d}{dt} (\mathcal{P}N_p) i_p = N_p^2 \mathcal{P} \frac{di_p}{dt} \quad (2-38a)$$

$$e_{DS}(t) = N_s \frac{d}{dt} (\mathcal{P}N_s) i_s = N_s^2 \mathcal{P} \frac{di_s}{dt} \quad (2-38b)$$

As constantes dessas equações podem ser reunidas, resultando então

$$e_{DP}(t) = L_p \frac{di_p}{dt} \quad (2-39a)$$

$$e_{DS}(t) = L_s \frac{di_s}{dt} \quad (2-39b)$$

em que $L_p = N_p^2 \mathcal{P}$ é a indutância de dispersão da bobina primária e $L_s = N_s^2 \mathcal{P}$ é a indutância de dispersão da bobina secundária. Portanto, o fluxo de dispersão será modelado por um indutor primário e outro secundário.

Como os efeitos da excitação no núcleo podem ser modelados? A corrente de magnetização i_m é uma corrente proporcional (na região não saturada) à tensão aplicada ao núcleo e está *atrasada em relação à tensão aplicada em 90°*, de modo que ela pode ser modelada por uma reatância X_M conectada à fonte de tensão do primário. A corrente de perdas no núcleo i_{h+p} é uma corrente proporcional à tensão aplicada ao núcleo que está *em fase com a tensão aplicada*. Desse modo, ela pode ser modelada por uma resistência* R_C conectada à fonte de tensão do primário. (Lembre-se de que, na realidade, ambas as correntes não são lineares, de modo que a indutância X_M e a resistência R_C são, no máximo, aproximações dos efeitos reais da excitação.)

O circuito equivalente resultante é mostrado na Figura 2-16. Nesse circuito, R_p é a resistência do enrolamento primário, $X_p (= \omega L_p)$ é a reatância devido à indutância de dispersão do primário, R_s é a resistência do enrolamento secundário e $X_s (= \omega L_s)$ é a reatância devido à indutância de dispersão do secundário. O ramo de excitação é modelado pela resistência R_C (histerese e perdas no núcleo) em paralelo com a reatância X_M (corrente de magnetização).

Observe que os elementos que formam o ramo de excitação são colocados dentro da resistência do primário R_p e a reatância X_p . Isso deve-se a que a tensão real-

* N. de T.: Nessas equações, o índice C vem do inglês *Core* (Núcleo).

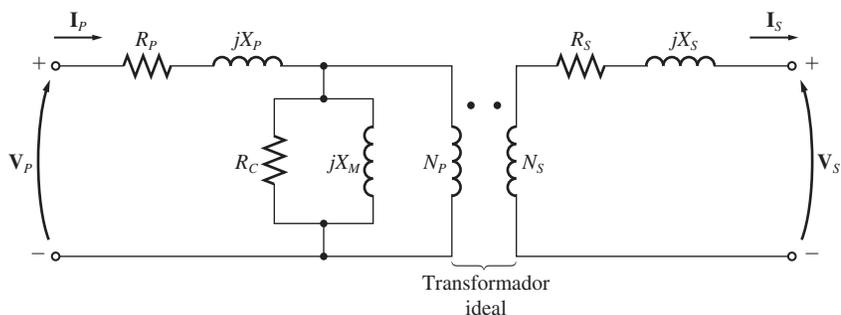


FIGURA 2-16
Modelo de um transformador real.

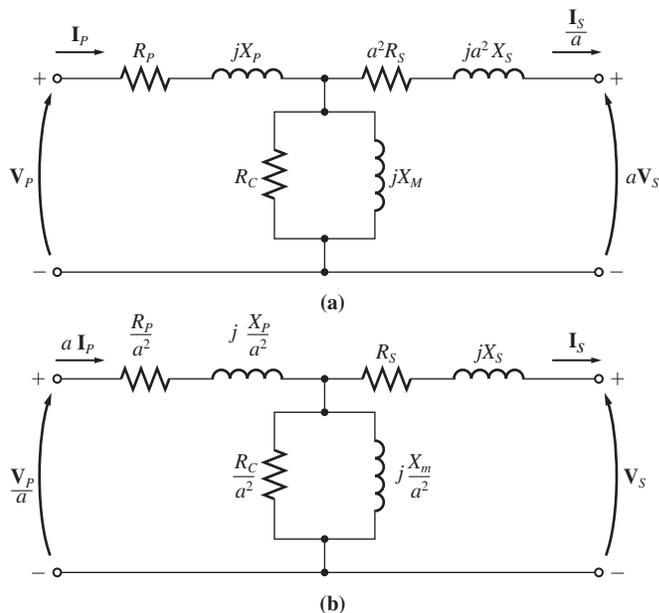


FIGURA 2-17
(a) Modelo de transformador referido ao nível de tensão do primário. (b) Modelo de transformador referido ao nível de tensão do secundário.

mente aplicada ao núcleo é na verdade a tensão de entrada menos as quedas de tensão internas do enrolamento.

Embora a Figura 2-16 mostre um modelo acurado de um transformador, ele não é muito útil. Na prática, para analisar circuitos contendo transformadores, normalmente, é necessário converter o circuito inteiro em um circuito equivalente, com um único nível de tensão. (Tal conversão foi realizada no Exemplo 2-1.) Portanto, na solução de problemas, o circuito equivalente deve ser referido a seu lado primário ou a seu lado secundário. A Figura 2-17a é o circuito equivalente do transformador referido a seu lado primário e a Figura 2-17b é o circuito equivalente referido a seu lado secundário.

Circuitos equivalentes aproximados de um transformador

Os modelos de transformador mostrados anteriormente são frequentemente mais complexos do que o necessário para obter resultados satisfatórios em aplicações práticas de engenharia. Uma das principais reclamações sobre eles é que o ramo de excitação do modelo acrescenta mais um nó ao circuito que está sendo analisado, tornando a solução do circuito mais complexa do que o necessário. O ramo de excitação tem uma corrente muito pequena em comparação com a corrente de carga dos transformadores. De fato, a corrente de excitação é apenas cerca de 2-3% da corrente a plena carga, no caso de transformadores de potência típicos. Como isso é verdadeiro, podemos elaborar um circuito equivalente simplificado que funciona quase tão bem quanto o modelo original. O ramo de excitação é simplesmente deslocado para a frente do transformador e as impedâncias primária e secundária são deixadas em série. Essas impedâncias são simplesmente somadas, criando os circuitos equivalentes aproximados das Figuras 2-18a e b.

Em algumas aplicações, o ramo de excitação pode ser inteiramente desconsiderado sem causar erro sério. Nesse caso, o circuito equivalente do transformador reduz-se aos circuitos simples das Figuras 2-18c e d.

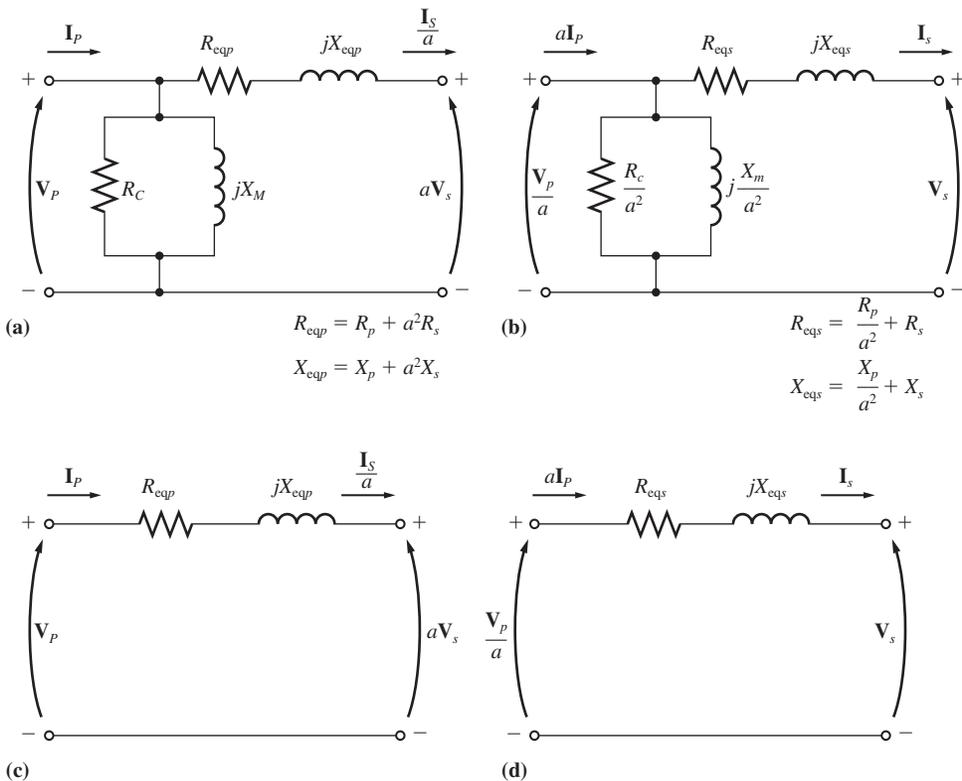


FIGURA 2-18

Modelos aproximados de transformador. (a) Referido ao lado primário; (b) referido ao lado secundário; (c) sem ramo de excitação, referido ao lado primário; (d) sem ramo de excitação, referido ao lado secundário.

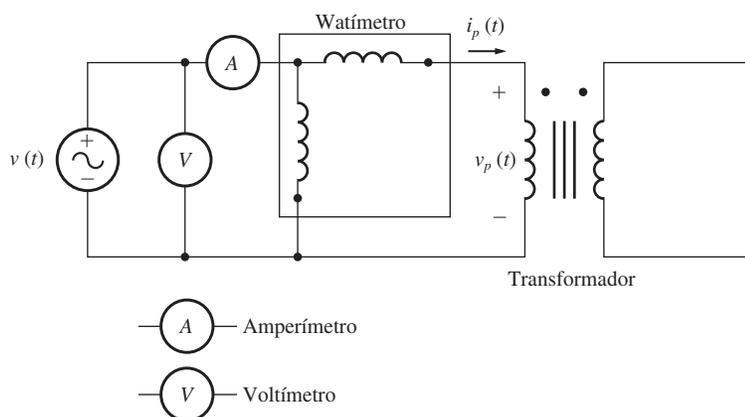


FIGURA 2-19

Ligações para o ensaio de transformador a vazio ou de circuito aberto.

Determinação dos valores dos componentes do modelo de transformador

É possível determinar experimentalmente os valores das indutâncias e resistências do modelo de transformador. Uma aproximação adequada desses valores pode ser obtida com apenas dois testes ou ensaios, o ensaio a vazio e o ensaio de curto-circuito.

No *ensaio a vazio* ou *de circuito aberto*, um enrolamento do transformador é deixado em circuito aberto e o outro enrolamento é conectado à tensão nominal plena de linha. Examine o circuito equivalente na Figura 2-17. Nas condições descritas, toda a corrente de entrada deve circular através do ramo de excitação do transformador. Os elementos em série R_p e X_p são pequenos demais, em comparação com R_C e X_M , para causar uma queda de tensão significativa, de modo que essencialmente toda a tensão de entrada sofre queda no ramo de excitação.

As conexões para o ensaio a vazio são mostradas na Figura 2-19. Uma tensão plena de linha é aplicada a um lado do transformador. A seguir, a tensão de entrada, a corrente de entrada e a potência de entrada do transformador são medidas. (Essas medidas são normalmente realizadas no lado de *baixa tensão* do transformador, já que é mais fácil lidar com baixas tensões.) A partir dessa informação, é possível determinar o fator de potência da corrente de entrada e conseqüentemente a *magnitude* e o *ângulo* da impedância de excitação.

O modo mais fácil de calcular os valores de R_C e X_M é primeiro verificar a *admitância* do ramo de excitação. A condutância da resistência de perdas no núcleo é dada por

$$G_C = \frac{1}{R_C} \quad (2-40)$$

e a susceptância do indutor de magnetização é dada por

$$B_M = \frac{1}{X_M} \quad (2-41)$$

Como esses dois elementos estão em paralelo, suas admitâncias somam-se e a admitância total de excitação é

$$Y_E = G_C - jB_M \quad (2-42)$$

$$Y_E = \frac{1}{R_C} - j\frac{1}{X_M} \quad (2-43)$$

O *módulo* da admitância de excitação (referida ao lado do transformador usado para a medida) pode ser encontrado a partir da tensão e da corrente do ensaio a vazio (VZ) ou de circuito aberto:

$$|Y_E| = \frac{I_{VZ}}{V_{VZ}} \quad (2-44)$$

O *ângulo* da admitância pode ser encontrado a partir do conhecimento do fator de potência do circuito. O fator de potência (FP) a vazio é dado por

$$FP = \cos \theta = \frac{P_{VZ}}{V_{VZ}I_{VZ}} \quad (2-45)$$

e o ângulo θ do fator de potência é dado por

$$\theta = \arccos \frac{P_{VZ}}{V_{VZ}I_{VZ}} \quad (2-46)$$

O fator de potência está sempre atrasado em um transformador real, de modo que o ângulo da corrente sempre está atrasado em relação à tensão em θ graus. Portanto, a admitância Y_E é

$$Y_E = \frac{I_{VZ}}{V_{VZ}} \angle -\theta$$

$$Y_E = \frac{I_{VZ}}{V_{VZ}} \angle -\arccos FP \quad (2-47)$$

Comparando as Equações (2-43) e (2-47), é possível determinar os valores de R_C e X_M referidos ao lado de baixa tensão diretamente dos dados do ensaio a vazio.

No *ensaio de curto-circuito*, os terminais de baixa tensão do transformador são colocados em curto-circuito e os terminais de alta tensão são ligados a uma fonte de tensão variável, como mostrado na Figura 2-20. (Essa medida é realizada normalmente no lado de *alta tensão* do transformador, porque as correntes são menores nesse lado, sendo mais fáceis de serem manipuladas.) A tensão de entrada é ajustada até que a corrente no enrolamento em curto-circuito seja igual ao seu valor nominal. (Assegure-se de manter a tensão do primário em um nível seguro. Não seria uma boa ideia queimar os enrolamentos do transformador enquanto estivéssemos tentando testá-lo.) A tensão, a corrente e a potência de entrada são novamente medidas.

Durante o ensaio de curto-circuito, a tensão de entrada é tão baixa que uma corrente desprezível circulará no ramo de excitação. Se a corrente de excitação for ignorada, toda a queda de tensão no transformador poderá ser atribuída aos elementos em série do circuito. O módulo das impedâncias em série, referidas ao lado primário do transformador, é

$$|Z_{SE}| = \frac{V_{CC}}{I_{CC}} \quad (2-48)$$

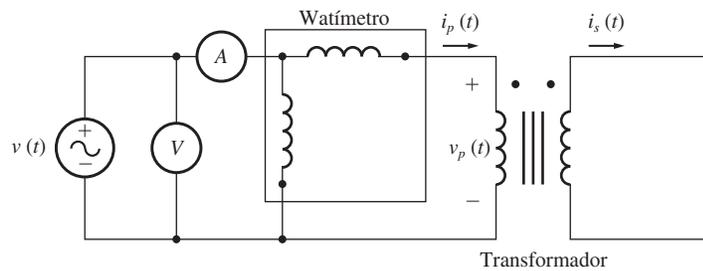


FIGURA 2-20
Ligações para o ensaio de transformador em curto-circuito.

O fator de potência da corrente é dado por

$$FP = \cos \theta = \frac{P_{CC}}{V_{CC}I_{CC}} \quad (2-49)$$

e está atrasado. Portanto, o ângulo da corrente é negativo e o ângulo θ de impedância total é positivo:

$$\theta = \arccos \frac{P_{CC}}{V_{CC}I_{CC}} \quad (2-50)$$

Assim,

$$Z_{SE} = \frac{V_{CC} \angle 0^\circ}{I_{CC} \angle -\theta^\circ} = \frac{V_{CC}}{I_{CC}} \angle \theta^\circ \quad (2-51)$$

A impedância em série Z_{SE} é igual a

$$\begin{aligned} Z_{SE} &= R_{eq} + jX_{eq} \\ Z_{SE} &= (R_p + a^2R_s) + j(X_p + a^2X_s) \end{aligned} \quad (2-52)$$

É possível determinar a impedância total em série, referida ao lado de alta tensão, usando essa técnica, mas não há uma maneira fácil de dividir a impedância em série nas suas componentes primária e secundária. Felizmente, tal separação não é necessária à solução de problemas comuns.

Observe que o ensaio a vazio é realizado usualmente no lado de baixa tensão do transformador e o ensaio de curto-circuito é usualmente efetuado no lado de alta tensão do transformador, de modo que usualmente os valores de R_C e X_M são encontrados sendo referidos ao lado de baixa tensão e os valores de R_{eq} e X_{eq} são usualmente encontrados sendo referidos ao lado de alta tensão. Todos os elementos devem ser referidos ao mesmo lado (alta ou baixa tensão) para obter o circuito equivalente final.

EXEMPLO 2-2 As impedâncias do circuito equivalente de um transformador de 20 kVA, 8.000/240 V e 60 Hz devem ser determinadas. O ensaio a vazio foi efetuado no lado secundário do transformador (para reduzir a tensão máxima a ser medida) e o ensaio de curto-circuito foi realizado no lado primário do transformador (para reduzir a corrente máxima a ser medida). Os seguintes dados foram obtidos:

Ensaio a vazio (no secundário)	Ensaio de curto-circuito (no primário)
$V_{VZ} = 240 \text{ V}$	$V_{CC} = 489 \text{ V}$
$I_{VZ} = 7,133 \text{ A}$	$I_{CC} = 2,5 \text{ A}$
$P_{VZ} = 400 \text{ W}$	$P_{CC} = 240 \text{ W}$

Encontre as impedâncias do circuito equivalente aproximado, referido ao lado do primário, e faça um desenho esquemático desse circuito.

Solução

A relação de espiras desse transformador é $a = 8.000/240 = 33,3333$. O fator de potência durante o *ensaio a vazio* é

$$\text{FP} = \cos \theta = \frac{P_{VZ}}{V_{VZ} I_{VZ}} \quad (2-45)$$

$$\text{FP} = \cos \theta = \frac{400 \text{ W}}{(240 \text{ V})(7,133 \text{ A})}$$

$$\text{FP} = 0,234 \text{ atrasado}$$

A admitância de excitação é dada por

$$Y_E = \frac{I_{OC}}{V_{OC}} \angle -\cos^{-1} \text{FP} \quad (2-47)$$

$$Y_E = \frac{7,133 \text{ A}}{240 \text{ V}} \angle -\cos^{-1} 0,234$$

$$Y_E = 0,0297 \angle -76,5^\circ \text{ S}$$

$$Y_E = 0,00693 - j 0,02888 = \frac{1}{R_C} - j \frac{1}{X_M}$$

Portanto, os valores do ramo de excitação referidos ao lado de baixa tensão (*secundário*) são

$$R_C = \frac{1}{0,00693} = 144 \Omega$$

$$X_M = \frac{1}{0,02888} = 34,63 \Omega$$

O fator de potência durante o *ensaio de curto-circuito* é

$$\text{FP} = \cos \theta = \frac{P_{CC}}{V_{CC} I_{CC}} \quad (2-49)$$

$$\text{FP} = \cos \theta = \frac{240 \text{ W}}{(489 \text{ V})(2,5 \text{ A})} = 0,196 \text{ atrasado}$$

A impedância em série é dada por

$$Z_{SE} = \frac{V_{CC}}{I_{CC}} \angle \arccos \text{FP}$$

$$Z_{SE} = \frac{489 \text{ V}}{2,5 \text{ A}} \angle 78,7^\circ$$

$$Z_{SE} = 195,6 \angle 78,7^\circ = 38,4 + j192 \Omega$$

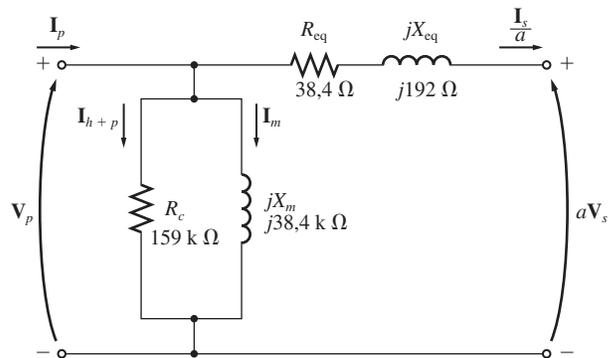


FIGURA 2-21
Circuito equivalente do Exemplo 2-2.

Portanto, a resistência e a reatância equivalentes, referidas ao lado de alta tensão (primário), são

$$R_{eq} = 38,4 \, \Omega \quad X_{eq} = 192 \, \Omega$$

O circuito equivalente resultante simplificado, referido ao lado de alta tensão (primário), pode ser encontrado convertendo os valores do ramo de excitação ao lado de alta tensão:

$$R_{C,P} = a^2 R_{C,S} = (33,333)^2 (144 \, \Omega) = 159 \, \text{k}\Omega$$

$$X_{M,P} = a^2 X_{M,S} = (33,333)^2 (34,63 \, \Omega) = 38,4 \, \text{k}\Omega$$

O circuito equivalente resultante está mostrado na Figura 2-21.

2.6 O SISTEMA DE MEDIÇÕES POR UNIDADE

Como o Exemplo 2-1 relativamente simples demonstrou, a solução de circuitos que contém transformadores pode ser uma operação bem tediosa devido à necessidade de referir a um nível comum todos os níveis de tensão que estão presentes nos diferentes lados dos transformadores do sistema. Somente após dar esse passo, as tensões e as correntes do sistema podem ser resolvidas.

Há uma outra abordagem à solução dos circuitos com transformadores, a qual elimina a necessidade das conversões explícitas dos níveis de tensão em cada transformador do sistema. Em lugar disso, as conversões necessárias são executadas automaticamente pelo próprio método, sem que o usuário precise se preocupar com as transformações de impedância. Como tais transformações de impedância podem ser evitadas, os circuitos que contém muitos transformadores podem ser resolvidos facilmente com menos possibilidade de erro. Esse método de cálculo é conhecido como *sistema por unidade (pu)* de medidas.

Há ainda outra vantagem do sistema por unidade que é bem significativa para as máquinas elétricas e os transformadores. Se o tamanho de uma máquina ou transformador variar, suas impedâncias internas variarão amplamente. Assim, uma reatância de circuito primário de $0,1 \, \Omega$ pode ter um valor extremamente elevado para um transformador e um valor ridiculamente baixo para outro – tudo depende dos valores nominais de tensão e potência do dispositivo. Entretanto, acontece que, em um sistema por unidade que está relacionado com as especificações nominais do dispositivo, os valores das impedâncias das máquinas e dos transformadores caem dentro de faixas

bem estreitas para cada tipo de construção do dispositivo. Esse fato serve para fazer uma verificação útil das soluções dos problemas.

No sistema por unidade, as tensões, correntes, potências, impedâncias e outras grandezas elétricas não são medidas nas suas unidades usuais do SI (volts, ampères, watts, ohms, etc.). Em vez disso, *cada grandeza elétrica é medida como uma fração decimal* de algum nível que serve de base. Qualquer grandeza pode ser expressa usando a equação

$$\text{Grandeza por unidade} = \frac{\text{Valor real}}{\text{Valor de base de grandeza}} \quad (2-53)$$

em que o “valor real” é dado em volts, ampères, ohms, etc.

Na definição de um dado sistema por unidade, é costume escolher duas grandezas para servir como valores de base. Usualmente, as escolhidas são a tensão e a potência (ou potência aparente). Uma vez que essas grandezas de base tenham sido escolhidas, todos os outros valores de base são relacionados a elas por meio das leis elétricas usuais. Em um sistema monofásico, essas relações são

$$P_{\text{base}}, Q_{\text{base}}, \text{ ou } S_{\text{base}} = V_{\text{base}} I_{\text{base}} \quad (2-54)$$

$$R_{\text{base}}, X_{\text{base}}, \text{ ou } Z_{\text{base}} = \frac{V_{\text{base}}}{I_{\text{base}}} \quad (2-55)$$

$$Y_{\text{base}} = \frac{I_{\text{base}}}{V_{\text{base}}} \quad (2-56)$$

$$\text{e} \quad Z_{\text{base}} = \frac{(V_{\text{base}})^2}{S_{\text{base}}} \quad (2-57)$$

Depois que os valores de base de S (ou P) e V foram escolhidos, todos os demais valores de base poderão ser computados facilmente a partir das Equações (2-54) a (2-57).

Em um sistema de potência, uma tensão e uma potência aparente, ambas de base, são escolhidas *em um ponto específico* do sistema. Um transformador não tem efeito algum sobre a potência aparente de base do sistema, porque a potência aparente que entra em um transformador é igual à potência aparente que sai do transformador [Equação (2-11)]. Por outro lado, a tensão muda quando ela passa por um transformador, de modo que o valor de V_{base} muda em cada transformador do sistema de acordo com sua relação de espiras. Como as *grandezas de base* mudam ao passarem por um transformador, o processo de se referir as grandezas a um nível de tensão comum é automaticamente levado em consideração durante a conversão por unidade.

EXEMPLO 2-3 A Figura 2-22 mostra um sistema de potência simples. Esse sistema contém um gerador de 480 V ligado a um transformador elevador ideal 1:10, uma linha de transmissão, um transformador abaixador ideal 20:1 e uma carga. A impedância da linha de transmissão é $20 + j60 \Omega$ e a impedância da carga é $10 \angle 30^\circ \Omega$. Os valores de base escolhidos para esse sistema são 480 V e 10 kVA no gerador.

- Encontre a tensão, a corrente, a impedância e a potência aparente, todos de base, em cada ponto do sistema de potência.
- Converta esse sistema para seu circuito equivalente por unidade.
- Encontre a potência fornecida à carga nesse sistema.
- Encontre a potência perdida na linha de transmissão.

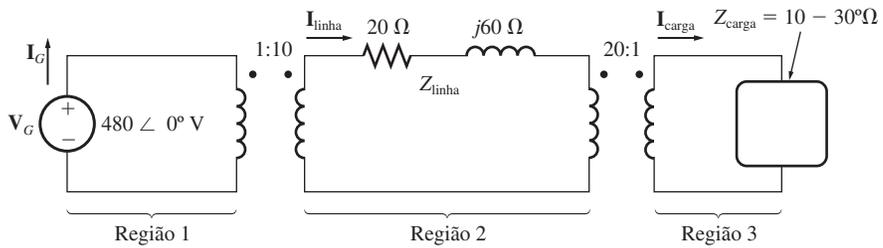


FIGURA 2-22
Sistema de potência do Exemplo 2-3.

Solução

(a) Na região do gerador, $V_{\text{base}} = 480 \text{ V}$ e $S_{\text{base}} = 10 \text{ kVA}$, de modo que

$$I_{\text{base } 1} = \frac{S_{\text{base}}}{V_{\text{base } 1}} = \frac{10.000 \text{ VA}}{480 \text{ V}} = 20,83 \text{ A}$$

$$Z_{\text{base } 1} = \frac{V_{\text{base } 1}}{I_{\text{base } 1}} = \frac{480 \text{ V}}{20,83 \text{ A}} = 23,04 \Omega$$

A relação de espiras do transformador T_1 é $a = 1/10 = 0,1$, de modo que a tensão de base na região da linha de transmissão é

$$V_{\text{base } 2} = \frac{V_{\text{base } 1}}{a} = \frac{480 \text{ V}}{0,1} = 4.800 \text{ V}$$

As outras grandezas de base são

$$S_{\text{base } 2} = 10 \text{ kVA}$$

$$I_{\text{base } 2} = \frac{10.000 \text{ VA}}{4.800 \text{ V}} = 2,083 \text{ A}$$

$$Z_{\text{base } 2} = \frac{4.800 \text{ V}}{2,083 \text{ A}} = 2304 \Omega$$

A relação de espiras do transformador T_2 é $a = 20/1 = 20$, de modo que a tensão de base na região da carga é

$$V_{\text{base } 3} = \frac{V_{\text{base } 2}}{a} = \frac{4.800 \text{ V}}{20} = 240 \text{ V}$$

As demais grandezas de base são

$$S_{\text{base } 3} = 10 \text{ kVA}$$

$$I_{\text{base } 3} = \frac{10.000 \text{ VA}}{240 \text{ V}} = 41,67 \text{ A}$$

$$Z_{\text{base } 3} = \frac{240 \text{ V}}{41,67 \text{ A}} = 5,76 \Omega$$

(b) Para converter um sistema de potência em um sistema por unidade, cada componente deve ser dividido por seu valor de base na sua região no sistema. A tensão por unidade do gerador é seu valor real dividido por seu valor de base:

$$V_{G, \text{ pu}} = \frac{480 \angle 0^\circ \text{ V}}{480 \text{ V}} = 1,0 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

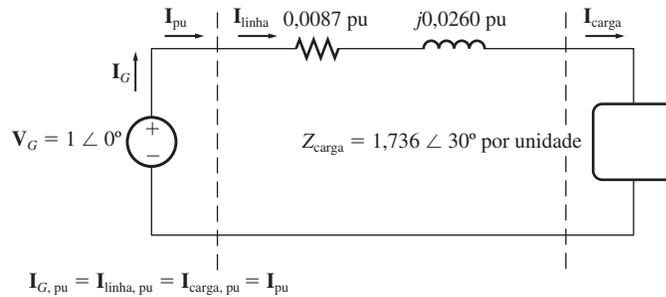


FIGURA 2-23
Circuito equivalente por unidade do Exemplo 2-3.

A impedância por unidade da *linha de transmissão* é o seu valor real dividido por seu valor de base:

$$Z_{\text{linha, pu}} = \frac{20 + j60 \, \Omega}{2304 \, \Omega} = 0,0087 + j0,0260 \, \text{pu}$$

A impedância por unidade da *carga* também é dada pelo seu valor real dividido por seu valor de base:

$$Z_{\text{carga, pu}} = \frac{10 \angle 30^\circ \, \Omega}{5,76 \, \Omega} = 1,736 \angle 30^\circ \, \text{pu}$$

O circuito equivalente por unidade do sistema de potência está mostrado na Figura 2-23.

(c) A corrente que flui nesse sistema de potência por unidade é

$$\begin{aligned} I_{\text{pu}} &= \frac{V_{\text{pu}}}{Z_{\text{tot, pu}}} \\ &= \frac{1 \angle 0^\circ}{(0,0087 + j0,0260) + (1,736 \angle 30^\circ)} \\ &= \frac{1 \angle 0^\circ}{(0,0087 + j0,0260) + (1,503 + j0,868)} \\ &= \frac{1 \angle 0^\circ}{1,512 + j0,894} = \frac{1 \angle 0^\circ}{1,757 \angle 30,6^\circ} \\ &= 0,569 \angle -30,6^\circ \, \text{pu} \end{aligned}$$

Portanto, a potência por unidade da carga é

$$P_{\text{carga, pu}} = I_{\text{pu}}^2 R_{\text{pu}} = (0,569)^2 (1,503) = 0,487$$

e a potência real fornecida para a carga é

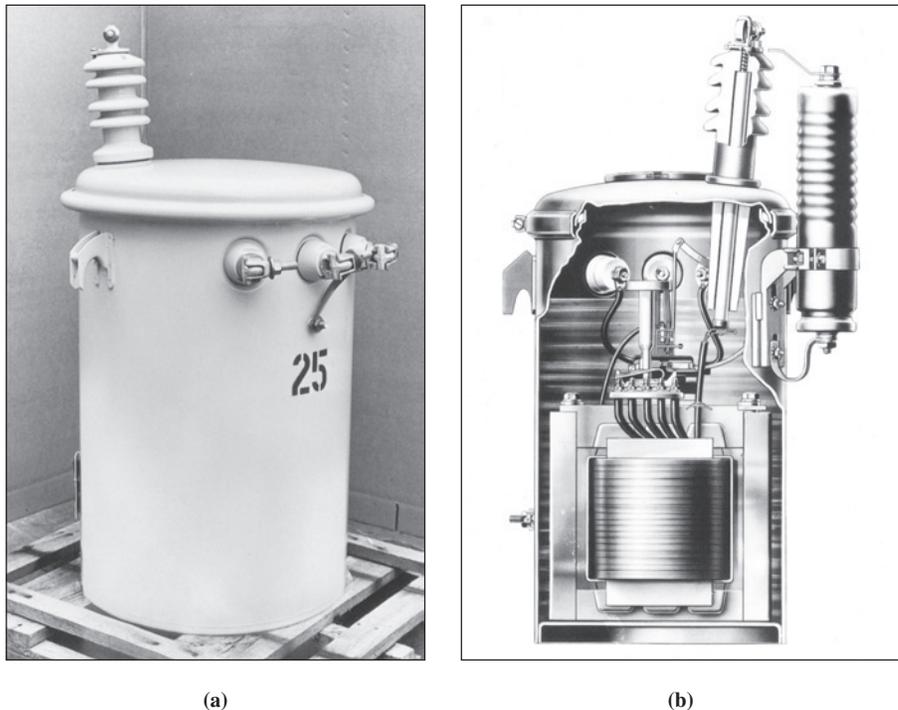
$$\begin{aligned} P_{\text{carga}} &= P_{\text{carga, pu}} S_{\text{base}} = (0,487)(10.000 \, \text{VA}) \\ &= 4870 \, \text{W} \end{aligned}$$

(d) A potência perdida por unidade na linha de transmissão é

$$P_{\text{linha, pu}} = I_{\text{pu}}^2 R_{\text{linha, pu}} = (0,569)^2 (0,0087) = 0,00282$$

e a potência real perdida na linha de transmissão é

$$\begin{aligned} P_{\text{linha}} &= P_{\text{linha, pu}} S_{\text{base}} = (0,00282)(10.000 \, \text{VA}) \\ &= 28,2 \, \text{W} \end{aligned}$$

**FIGURA 2-24**

(a) Um típico transformador de distribuição de 13,2 kV para 120/240 V. (Cortesia da General Electric Company.) (b) Vista em corte do transformador de distribuição, mostrando o transformador de núcleo envolvente em seu interior. (Cortesia da General Electric Company.)

Quando apenas um dispositivo (transformador ou motor) está sendo analisado, usualmente os próprios valores de suas especificações nominais são usados como base do sistema por unidade. Se um sistema por unidade baseado nos próprios valores nominais do transformador for usado, as características de um transformador de potência ou de distribuição não irão variar muito dentro de um largo intervalo de valores nominais de tensão e potência. Por exemplo, a resistência em série de um transformador usualmente está em torno de 0,01 por unidade e a reatância em série usualmente está entre 0,02 e 0,10 por unidade. Geralmente, quanto maior o transformador, menores serão as impedâncias em série. A reatância de magnetização usualmente está entre cerca de 10 e 40 por unidade, ao passo que a resistência por perdas no núcleo está usualmente entre cerca de 50 e 200 por unidade. Como os valores por unidade proporcionam um modo conveniente e significativo de comparar as características dos transformadores quando eles são de tamanhos diferentes, as impedâncias dos transformadores são normalmente dadas no sistema por unidade ou como uma porcentagem na placa de identificação do transformador (veja a Figura 2-45, mais adiante neste capítulo).

A mesma ideia aplica-se também às máquinas síncronas e às de indução: suas impedâncias por unidade caem dentro de intervalos relativamente estreitos para uma variedade bem ampla de tamanhos.

Se mais que uma máquina e um transformador forem incluídos em um sistema simples de potência, a tensão e a potência de base do sistema poderão ser escolhidas arbitrariamente, mas o *sistema inteiro deverá ter a mesma base*. Um procedimento comum é igualar as grandezas escolhidas para base do sistema às da base do maior componente do sistema. Como passo intermediário, os valores por unidade que foram dados para uma outra base podem ser transformados para a nova base convertendo-os em seus valores reais (volts, ampères, ohms, etc.). Alternativamente, eles podem ser convertidos diretamente pelas equações

$$(P, Q, S)_{\text{pu na base 2}} = (P, Q, S)_{\text{pu na base 1}} \frac{S_{\text{base 1}}}{S_{\text{base 2}}} \quad (2-58)$$

$$V_{\text{pu na base 2}} = V_{\text{pu na base 1}} \frac{V_{\text{base 1}}}{V_{\text{base 2}}} \quad (2-59)$$

$$(R, X, Z)_{\text{pu na base 2}} = (R, X, Z)_{\text{pu na base 1}} \frac{(V_{\text{base 1}})^2 (S_{\text{base 2}})}{(V_{\text{base 2}})^2 (S_{\text{base 1}})} \quad (2-60)$$

EXEMPLO 2-4 Faça um desenho esquemático do circuito equivalente aproximado por unidade para o transformador do Exemplo 2-2. Utilize as especificações nominais do transformador para o sistema de base.

Solução

O transformador do Exemplo 2-2 tem as especificações nominais de 20 kVA e 8.000/240 V. O circuito equivalente aproximado (Figura 2-21) desenvolvido no exemplo foi referido ao lado de alta tensão do transformador. Portanto, para convertê-lo para o sistema por unidade, devemos encontrar a impedância de base do circuito primário. No primário,

$$\begin{aligned} V_{\text{base 1}} &= 8.000 \text{ V} \\ S_{\text{base 1}} &= 20.000 \text{ VA} \\ Z_{\text{base 1}} &= \frac{(V_{\text{base 1}})^2}{S_{\text{base 1}}} = \frac{(8.000 \text{ V})^2}{20.000 \text{ VA}} = 3.200 \ \Omega \end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} Z_{\text{SE, pu}} &= \frac{38,4 + j192 \ \Omega}{3.200 \ \Omega} = 0,012 + j0,06 \text{ pu} \\ R_{\text{C, pu}} &= \frac{159 \text{ k}\Omega}{3.200 \ \Omega} = 49,7 \text{ pu} \\ Z_{\text{M, pu}} &= \frac{38,4 \text{ k}\Omega}{3.200 \ \Omega} = 12 \text{ pu} \end{aligned}$$

O circuito equivalente por unidade aproximado, expresso na própria base do transformador, está mostrado na Figura 2-25.

2.7 REGULAÇÃO DE TENSÃO E EFICIÊNCIA DE UM TRANSFORMADOR

Como um transformador real tem impedância em série em seu interior, a tensão de saída de um transformador variará com a carga, mesmo que a tensão de entrada permaneça constante. Para comparar convenientemente os transformadores nesse aspecto,

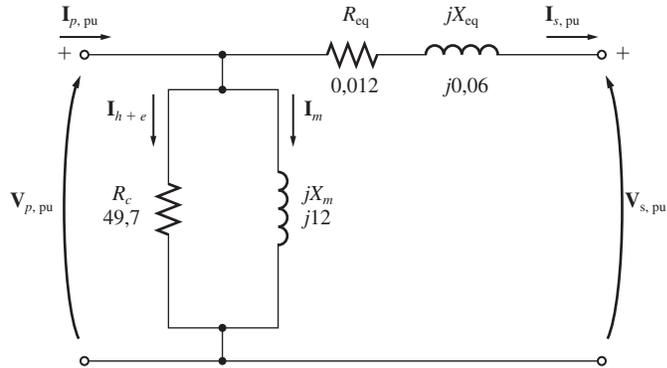


FIGURA 2-25
O circuito equivalente por unidade do Exemplo 2-4.

costuma-se definir uma grandeza denominada *regulação de tensão* (RT). *Regulação de tensão a plena carga* é uma grandeza que compara a tensão de saída do transformador a vazio (vz) com a tensão de saída a plena carga (pc). Ela é definida pela equação

$$RT = \frac{V_{S,vz} - V_{S,pc}}{V_{S,pc}} \times 100\% \tag{2-61}$$

Como a vazio, temos $V_S = V_p/a$, a regulação de tensão também pode ser expressa como

$$RT = \frac{V_p/a - V_{S,pc}}{V_{S,pc}} \times 100\% \tag{2-62}$$

Se o circuito equivalente do transformador estiver no sistema por unidade, a regulação de tensão poderá ser expressa como

$$RT = \frac{V_{P,pu} - V_{S,pc,pu}}{V_{S,pc,pu}} \times 100\% \tag{2-63}$$

Usualmente, é uma boa prática ter uma regulação de tensão tão baixa quanto possível. Para um transformador ideal, $RT = 0\%$. No entanto, nem sempre é uma boa ideia ter uma baixa regulação de tensão – algumas vezes, os transformadores com regulação de tensão elevada e alta impedância são usados deliberadamente para reduzir as correntes de falta* em um circuito.

Como é possível determinar a regulação de tensão de um transformador?

* N. de T.: Em um equipamento elétrico, uma falta elétrica é o contato acidental entre partes energizadas que estão em níveis diferentes de tensão ou entre uma parte energizada e a terra ou a massa. A impedância desse contato pode variar desde muito alta até um valor muito baixo (caso este de falta direta). Logo, uma corrente de curto circuito acidental é um caso particular de corrente de falta.

O diagrama fasorial de um transformador

Para determinar a regulação de tensão de um transformador, é necessário compreender as quedas de tensão em seu interior. Considere o circuito equivalente simplificado do transformador da Figura 2-18b. Os efeitos do ramo de excitação sobre a regulação de tensão do transformador podem ser ignorados, de modo que apenas as impedâncias em série precisam ser consideradas. A regulação de tensão do transformador depende tanto do valor das impedâncias em série como do ângulo de fase da corrente que flui através do transformador. A maneira mais fácil de determinar o efeito das impedâncias e dos ângulos de fase da corrente sobre a regulação de tensão no transformador é examinar um *diagrama fasorial*, um gráfico das tensões e correntes fasoriais presentes no transformador.

Em todos os diagramas fasoriais seguintes, assume-se que a tensão fasorial V_S está no ângulo 0° e que todas as demais tensões e correntes adotam essa tensão fasorial como referência. Aplicando a lei das tensões de Kirchhoff ao circuito equivalente da Figura 2-18b, a tensão primária pode ser encontrada como

$$\frac{V_P}{a} = V_S + R_{eq} I_S + jX_{eq} I_S \tag{2-64}$$

Um diagrama fasorial de um transformador é simplesmente uma representação visual dessa equação.

A Figura 2-26 mostra um diagrama fasorial de um transformador funcionando com um fator de potência atrasado. Pode-se ver facilmente que $V_P/a > V_S$ para cargas atrasadas, de modo que a regulação de tensão de um transformador com cargas atrasadas deve ser maior do que zero.

Um diagrama fasorial com um fator de potência unitário é mostrado na Figura 2-27a. Aqui, novamente, a tensão no secundário é menor do que a tensão no primário, de modo que $RT > 0$.

Entretanto, dessa vez a regulação de tensão tem um valor menor do que tinha quando a corrente estava atrasada. Se a corrente secundária estiver adiantada, a tensão secundária pode na realidade ser *mais elevada* do que a tensão primária referida. Se isso acontecer, o transformador na realidade tem uma regulação de tensão *negativa* (veja Figura 2-27b).

Eficiência de um transformador

Um transformador também pode ser comparado e avaliado em relação à sua eficiência. A eficiência de um dispositivo é definida pelas equações

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} \times 100\% \tag{2-65}$$

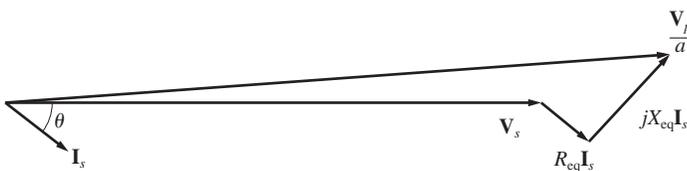


FIGURA 2-26
Diagrama fasorial de um transformador operando com um fator de potência atrasado.

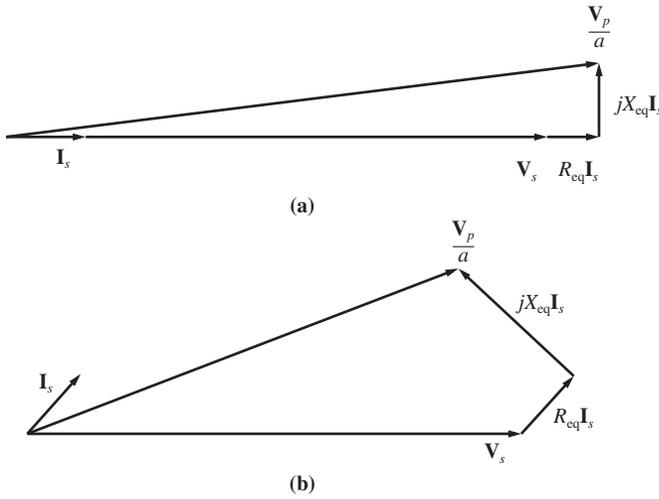


FIGURA 2-27
Diagrama fasorial de um transformador operando com um fator de potência (a) unitário e (b) adiantado.

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{saída} + P_{perdas}} \times 100\% \tag{2-66}$$

Essas equações aplicam-se a motores e geradores e também a transformadores.

Os circuitos equivalentes facilitam os cálculos de eficiência. Há três tipos de perdas presentes nos transformadores:

1. *Perdas no cobre (P_R)*. Essas perdas são representadas pela resistência em série no circuito equivalente.
2. *Perdas por histerese*. Essas perdas foram explicadas no Capítulo 1. Elas estão incluídas no resistor R_C.
3. *Perdas por corrente parasita*. Essas perdas foram explicadas no Capítulo 1. Elas estão incluídas no resistor R_C.

Para calcular a eficiência de um transformador, que está operando com uma dada carga, simplesmente some as perdas de cada resistor e aplique a Equação (2-67). Como a potência de saída é dada por

$$P_{saída} = V_S I_S \cos \theta_S \tag{2-7}$$

a eficiência do transformador pode ser expressa por

$$\eta = \frac{V_S I_S \cos \theta}{P_{Cu} + P_{núcleo} + V_S I_S \cos \theta} \times 100\% \tag{2-67}$$

EXEMPLO 2-5 Um transformador de 15 kVA e 2300/230 V deve ser testado para determinar os componentes do ramo de excitação, as impedâncias em série e a sua regulação de tensão. Os seguintes dados foram obtidos durante os ensaios com o transformador:

Ensaio a vazio (VZ) (lado de baixa tensão)	Ensaio de curto-circuito (CC) (lado de alta tensão)
$V_{VZ} = 230 \text{ V}$	$V_{CC} = 47 \text{ V}$
$I_{VZ} = 2,1 \text{ A}$	$I_{CC} = 6,0 \text{ A}$
$P_{VZ} = 50 \text{ W}$	$P_{CC} = 160 \text{ W}$

Os dados foram obtidos usando as conexões mostradas nas Figuras 2-19 e 2-20.

- (a) Encontre o circuito equivalente desse transformador referido ao lado de alta tensão.
- (b) Encontre o circuito equivalente desse transformador referido ao lado de baixa tensão.
- (c) Calcule a regulação de tensão a plena carga para o fator de potência de 0,8 atrasado, o fator de potência 1,0 e o fator de potência 0,8 adiantado. Use a equação exata para V_p .
- (d) Faça o gráfico da regulação de tensão à medida que a carga é aumentada, desde a vazio até plena carga, para o fator de potência de 0,8 atrasado, o fator de potência 1,0 e o fator de potência 0,8 adiantado.
- (e) Qual é a eficiência do transformador a plena carga para um fator de potência 0,8 atrasado?

Solução

- (a) A relação de espiras desse transformador é $a = 2300/230 = 10$. Os valores do ramo de excitação do circuito equivalente do transformador, referidos ao lado do secundário (baixa tensão), podem ser calculados a partir dos dados do *ensaio a vazio*. Os elementos em série, referidos ao lado do primário (alta tensão), podem ser calculados a partir dos dados do *ensaio de curto-circuito*. A partir dos dados do ensaio a vazio, o ângulo de impedância a vazio é

$$\theta_{VZ} = \cos^{-1} \frac{P_{VZ}}{V_{VZ} I_{VZ}}$$

$$\alpha_{VZ} = \cos^{-1} \frac{50 \text{ W}}{(230 \text{ V})(2,1 \text{ A})} = 84^\circ$$

Assim, a admitância de excitação é

$$Y_E = \frac{I_{VZ}}{V_{VZ}} \angle -84^\circ$$

$$Y_E = \frac{2,1 \text{ A}}{230 \text{ V}} \angle -84^\circ \text{ S}$$

$$Y_E = 0,00913 \angle -84^\circ \text{ S} = 0,000954 - j0,00908 \text{ S}$$

Os elementos do ramo de excitação, referidos ao secundário, são

$$R_{C,S} = \frac{1}{0,000954} = 1050 \Omega$$

$$X_{M,S} = \frac{1}{0,00908} = 110 \Omega$$

A partir dos dados do ensaio de curto-circuito, o ângulo de impedância em curto-circuito é

$$\theta_{CC} = \cos^{-1} \frac{P_{SC}}{V_{CC} I_{CC}}$$

$$\theta_{CC} = \cos^{-1} \frac{160 \text{ W}}{(47 \text{ V})(6 \text{ A})} = 55,4^\circ$$

Portanto, a impedância em série equivalente é

$$Z_{SE} = \frac{V_{CC}}{I_{CC}} \angle \theta_{CC}$$

$$Z_{SE} = \frac{47 \text{ V}}{6 \text{ A}} \angle 55,4^\circ \Omega$$

$$Z_{SE} = 7,833 \angle 55,4^\circ = 4,45 + j6,45 \Omega$$

Os elementos em série, referidos ao lado primário, são

$$R_{eq,p} = 4,45 \Omega \quad X_{eq,p} = 6,45 \Omega$$

O circuito equivalente simplificado resultante, referido ao lado primário, poderá ser obtido pela conversão dos valores do ramo de excitação para o lado primário.

$$R_{C,p} = a^2 R_{C,s} = (10)^2 (1050 \Omega) = 105 \text{ k}\Omega$$

$$X_{M,p} = a^2 X_{M,s} = (10)^2 (110 \Omega) = 11 \text{ k}\Omega$$

Esse circuito equivalente está mostrado na Figura 2-28a.

(b) Para obter o circuito equivalente, referido ao lado de baixa tensão, é necessário simplesmente dividir a impedância por a^2 . Como $a = N_p/N_s = 10$, os valores resultantes são

$$R_C = 1050 \Omega \quad R_{eq} = 0,0445 \Omega$$

$$X_M = 110 \Omega \quad X_{eq} = 0,0645 \Omega$$

O circuito equivalente resultante está mostrado na Figura 2-28b.

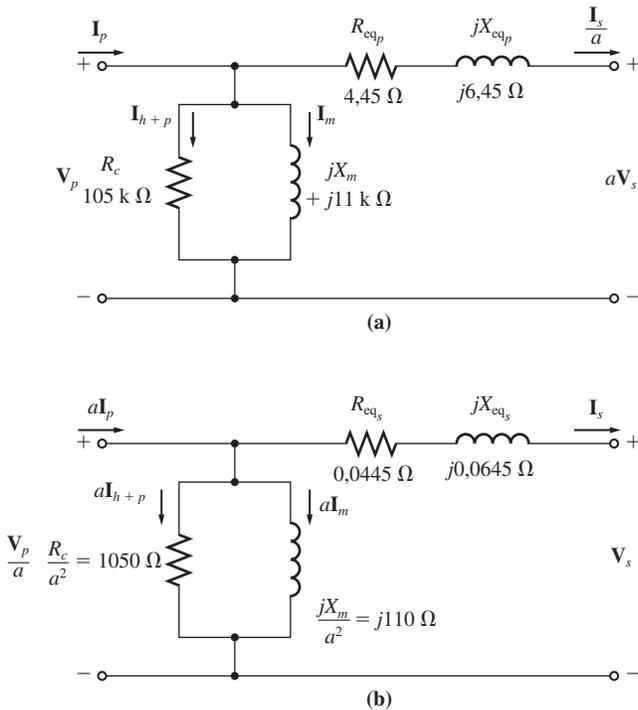


FIGURA 2-28
O circuito equivalente do transformador do Exemplo 2-5, referido (a) ao lado primário e (b) ao lado secundário.

(c) A corrente a plena carga no lado secundário desse transformador é

$$I_{S, \text{nominal}} = \frac{S_{\text{nominal}}}{V_{S, \text{nominal}}} = \frac{15.000 \text{ VA}}{230 \text{ V}} = 65,2 \text{ A}$$

Para calcular V_p / a , use a Equação (2-64):

$$\frac{V_p}{a} = V_s + R_{\text{eq}} I_s + jX_{\text{eq}} I_s \quad (2-64)$$

Com FP = 0,8 atrasado, temos que a corrente $I_s = 65,2 \angle -36,9^\circ \text{ A}$. Portanto,

$$\begin{aligned} \frac{V_p}{a} &= 230 \angle 0^\circ \text{ V} + (0,0445 \Omega)(65,2 \angle -36,9^\circ \text{ A}) + j(0,0645 \Omega)(65,2 \angle -36,9^\circ \text{ A}) \\ &= 230 \angle 0^\circ \text{ V} + 2,90 \angle -36,9^\circ \text{ V} + 4,21 \angle 53,1^\circ \text{ V} \\ &= 230 + 2,32 - j1,74 + 2,52 + j3,36 \\ &= 234,84 + j1,62 = 234,85 \angle 0,40^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

A regulação de tensão resultante é

$$\begin{aligned} \text{RT} &= \frac{V_p/a - V_{s, \text{pc}}}{V_{s, \text{pc}}} \times 100\% \\ &= \frac{234,85 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = 2,1\% \end{aligned} \quad (2-62)$$

Com FP = 1,0, temos que a corrente $I_s = 65,2 \angle 0^\circ \text{ A}$. Portanto,

$$\begin{aligned} \frac{V_p}{a} &= 230 \angle 0^\circ \text{ V} + (0,0445 \Omega)(65,2 \angle 0^\circ \text{ A}) + j(0,0645 \Omega)(65,2 \angle 0^\circ \text{ A}) \\ &= 230 \angle 0^\circ \text{ V} + 2,90 \angle 0^\circ \text{ V} + 4,21 \angle 90^\circ \text{ V} \\ &= 230 + 2,90 + j4,21 \\ &= 232,9 + j4,21 = 232,94 \angle 1,04^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

A regulação de tensão resultante é

$$\text{RT} = \frac{232,94 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = 1,28\%$$

Com FP = 0,8 adiantado, temos que a corrente $I_s = 65,2 \angle 36,9^\circ \text{ A}$. Portanto,

$$\begin{aligned} \frac{V_p}{a} &= 230 \angle 0^\circ \text{ V} + (0,0445 \Omega)(65,2 \angle 36,9^\circ \text{ A}) + j(0,0645 \Omega)(65,2 \angle 36,9^\circ \text{ A}) \\ &= 230 \angle 0^\circ \text{ V} + 2,90 \angle 36,9^\circ \text{ V} + 4,21 \angle 126,9^\circ \text{ V} \\ &= 230 + 2,32 + j1,74 - 2,52 + j3,36 \\ &= 229,80 + j5,10 = 229,85 \angle 1,27^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

A regulação de tensão resultante é

$$\text{RT} = \frac{229,85 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = -0,062\%$$

Cada um desses três diagramas fasoriais está mostrado na Figura 2-29.

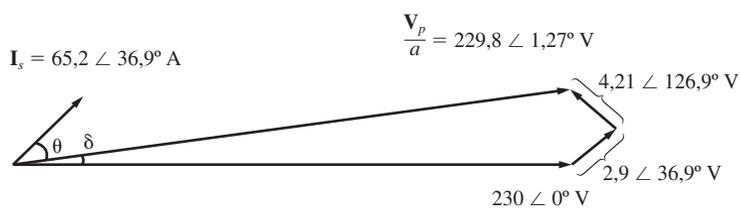
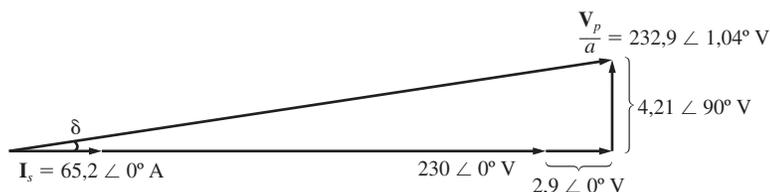
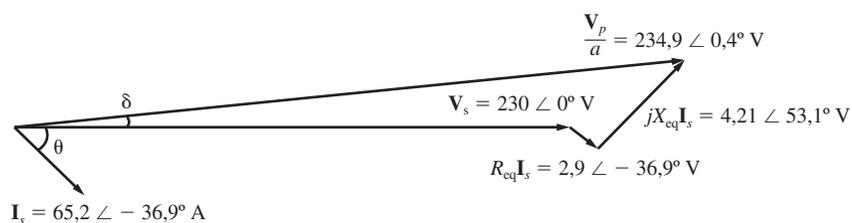


FIGURA 2-29
Diagramas fasoriais para o transformador do Exemplo 2-5.

(d) A melhor maneira de plotar a regulação de tensão em função da carga é repetir os cálculos da parte c para muitas cargas diferentes usando MATLAB. Um programa para fazer isso é mostrado a seguir.

```
% M-file: trans_vr.m
% M-file para calcular e plotar a regulação de tensão
% de um transformador em função da carga para fatores de
% potência de 0,8 atrasado, 1,0 e 0,8 adiantado.
VS = 230; % Tensão secundária (V)
amps = 0:6.52:65.2; % Valores de corrente (A)
```

```

Req = 0.0445;           % R equivalente (ohms)
Xeq = 0.0645;         % X equivalente (ohms)

% Cálculo dos valores de corrente para os três
% fatores de potência. A primeira linha de I contém
% as correntes atrasadas, a segunda linha contém
% as correntes unitárias e a terceira linha contém
% as correntes adiantadas.
I(1,:) = amps.* (0.8 - j*0.6);      % Atrasadas
I(2,:) = amps.* (1.0                ); % Unitárias
I(3,:) = amps.* (0.8 + j*0.6);      % Adiantadas

% Cálculo de VP/a.
VPa = VS + Req.*I + j.*Xeq.*I;

% Cálculo da regulação de tensão (VR)
VR = (abs(VPa) - VS)./ VS.* 100;

% Plotagem da regulação de tensão
plot(amps,VR(1,:), 'b-');
hold on;
plot(amps,VR(2,:), 'k-');
plot(amps,VR(3,:), 'r-.');
title ('Regulação de Tensão Versus Carga');
xlabel ('Carga(A)');
ylabel ('Regulação de Tensão (%)');
legend('FP 0,8 atrasado','FP 1,0','FP 0,8 adiantado');
hold off;

```

A plotagem produzida por esse programa é mostrada na Figura 2-30.

- (e) Para encontrar a eficiência do transformador, primeiro calcule as suas perdas. As perdas no cobre são

$$P_{Cu} = (I_S)^2 R_{eq} = (65,2 \text{ A})^2 (0,0445 \Omega) = 189 \text{ W}$$

As perdas no núcleo são dadas por

$$P_{n\u00facleo} = \frac{(V_p/a)^2}{R_C} = \frac{(234,85 \text{ V})^2}{1050 \Omega} = 52,5 \text{ W}$$

A potência de saída do transformador para esse fator de potência é

$$\begin{aligned}
 P_{sa\u00edda} &= V_S I_S \cos \theta \\
 &= (230 \text{ V})(65,2 \text{ A}) \cos 36,9^\circ = 12.000 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Portanto, a eficiência do transformador nessas condições é

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{V_S I_S \cos \theta}{P_{Cu} + P_{n\u00facleo} + V_S I_S \cos \theta} \times 100\% && (2-68) \\
 &= \frac{12.000 \text{ W}}{189 \text{ W} + 52,5 \text{ W} + 12.000 \text{ W}} \times 100\% \\
 &= 98,03\%
 \end{aligned}$$

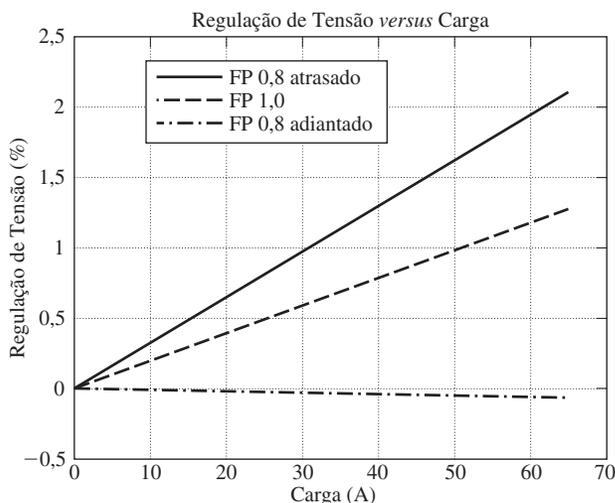


FIGURA 2-30 Plotagem da regulação de tensão *versus* carga para o transformador do Exemplo 2-5.

2.8 DERIVAÇÕES DE UM TRANSFORMADOR E REGULAÇÃO DE TENSÃO

Em seções anteriores deste capítulo, os transformadores foram descritos por suas relações de espiras ou pelas razões de tensão entre seus enrolamentos primário e secundário. Naquelas seções, a relação de espiras de um transformador foi tratada como totalmente constante. No caso de praticamente todos os transformadores reais de distribuição, isso não é totalmente verdadeiro. Os enrolamentos de um transformador de distribuição apresentam uma série de derivações ou tomadas (*taps*) que permitem fazer pequenos ajustes na relação de espiras do transformador após ter saído da fábrica. Uma instalação típica pode ter quatro derivações além da tensão nominal, com intervalos de 2,5% da tensão de plena carga. Essa configuração proporciona ajustar a tensão nominal do transformador em até 5% para cima e para baixo.

EXEMPLO 2-6 Um transformador de distribuição de 500 kVA e 13.200/480 V tem quatro derivações de 2,5% em seu enrolamento primário. Quais são as razões de tensão desse transformador para cada ajuste de derivação?

Solução

As cinco possíveis tensões nominais desse transformador são

Derivação +5,0%	13.860/480 V
Derivação +2,5%	13.530/480 V
Valor nominal	13.200/480 V
Derivação -2,5%	12.870/480 V
Derivação -5,0%	12.540/480 V

Em um transformador, as derivações permitem que seja ajustado localmente para acomodar mudanças de tensão que possam vir a ocorrer na região onde ele está insta-

lado. Normalmente, entretanto, se o transformador estiver energizado, essas derivações não poderão ser alteradas; elas devem ser ajustadas uma vez e assim permanecer.

Algumas vezes, em uma linha de potência, é utilizado um transformador cuja tensão varia amplamente com a carga. Essas variações de tensão podem ser devido a uma alta impedância de linha existente entre os geradores do sistema de potência e aquela carga em particular (muito distanciada talvez em uma área rural). As cargas normais precisam de um suprimento de tensão basicamente constante. Como uma companhia de energia elétrica fornece uma tensão controlada através de linhas de alta impedância a cargas que constantemente estão se alterando?

Uma solução para esse problema é utilizar um transformador especial denominado *transformador com mudança de derivação sob carga* (TCUL*) ou *regulador de tensão*. Basicamente, um transformador TCUL possui a capacidade de alterar suas derivações enquanto está energizado. Um regulador de tensão é um transformador TCUL com circuitos internos de sensoriamento de tensão que automaticamente trocam de derivação para manter a tensão do sistema constante. Esses transformadores especiais são muito comuns nos sistemas modernos de potência.

2.9 O AUTOTRANSFORMADOR

Em algumas ocasiões, é desejável fazer apenas pequenas alterações nos níveis de tensão. Por exemplo, pode ser necessário elevar a tensão de 110 para 120 V ou de 13,2 para 13,8 kV. Essas pequenas elevações podem ser necessárias devido a quedas de tensão que ocorrem em sistemas de potência que estão muito distanciados dos geradores. Nessas circunstâncias, seria um desperdício e excessivamente dispendioso enrolar um transformador com dois enrolamentos completos, cada um especificado para aproximadamente a mesma tensão. Em lugar disso, utiliza-se um transformador ilustrado especial, denominado *autotransformador*.

O diagrama de um autotransformador elevador está ilustrado na Figura 2-31. Na Figura 2-31a, as duas bobinas do transformador são mostradas de modo convencional. A Figura 2-31b mostra o primeiro enrolamento conectado de forma aditiva ao segundo enrolamento. Agora, a relação entre a tensão do primeiro enrolamento e a tensão do segundo enrolamento é dada pela relação de espiras do transformador. Entretanto, *a tensão na saída do transformador completo é a soma da tensão do primeiro enrolamento mais a tensão no segundo enrolamento*. Aqui, o primeiro enrolamento é denominado *enrolamento comum*, porque sua tensão aparece em ambos os lados do transformador. O enrolamento menor é denominado *enrolamento em série*, porque está conectado em série com o enrolamento comum.

O diagrama do autotransformador abaixador está mostrado na Figura 2-32. Aqui, a tensão na entrada é a soma das tensões no enrolamento em série e no enrolamento comum, ao passo que a tensão na saída é simplesmente a tensão no enrolamento comum.

Como as bobinas do transformador estão fisicamente conectadas, a terminologia utilizada para o autotransformador é diferente da usada para os outros tipos de transformadores. A tensão no enrolamento comum é denominada *tensão comum* V_C , e a corrente nessa bobina é denominada *corrente comum* I_C . A tensão na bobina em série é denominada *tensão em série* V_{SE} e a corrente nessa bobina é denominada *corrente em série* I_{SE} .

* N. de T.: Do inglês *tap changing under load*, ou seja, mudança de derivação sob carga.

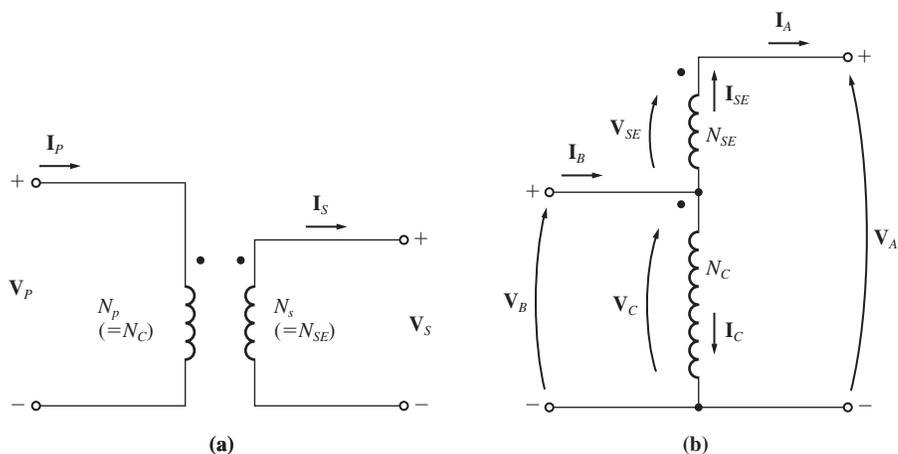


FIGURA 2-31 Um transformador com seus enrolamentos (a) ligados de forma convencional e (b) religados como em um autotransformador.

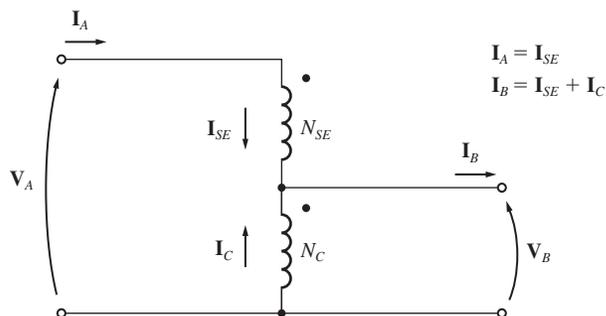


FIGURA 2-32 Uma conexão de autotransformador abaixador.

A tensão e a corrente no lado de baixa tensão do transformador são denominadas V_B e I_B , respectivamente, ao passo que as respectivas tensão e corrente no lado de alta tensão do transformador são denominadas V_A e I_A . O lado primário do autotransformador (o lado em que a potência entra) pode ser tanto o lado de alta tensão ou o lado de baixa tensão, dependendo se o transformador está operando como um transformador abaixador ou elevador. Da Figura 2-31b, as tensões e as correntes das bobinas se relacionam pelas equações

$$\frac{V_C}{V_{SE}} = \frac{N_C}{N_{SE}} \tag{2-69}$$

$$N_C I_C = N_{SE} I_{SE} \tag{2-70}$$

As relações entre as tensões nas bobinas e as tensões nos terminais são dadas pelas equações

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_C \quad (2-71)$$

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_C + \mathbf{V}_{SE} \quad (2-72)$$

e as relações entre as correntes nas bobinas e as correntes nos terminais são dadas pelas equações

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{I}_C = \mathbf{I}_{SE} \quad (2-73)$$

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{I}_{SE} \quad (2-74)$$

Relações de tensão e corrente em um autotransformador

Quais são as relações de tensão entre os dois lados do autotransformador? A relação entre \mathbf{V}_A e \mathbf{V}_B pode ser determinada facilmente. No lado de alta tensão do autotransformador, a tensão é dada por

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_C + \mathbf{V}_{SE} \quad (2-72)$$

No entanto, $\mathbf{V}_C / \mathbf{V}_{SE} = N_C / N_{SE}$, de modo que

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_C + \frac{N_{SE}}{N_C} \mathbf{V}_C \quad (2-75)$$

Finalmente, observando que $\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_C$, obtemos

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_A &= \mathbf{V}_B + \frac{N_{SE}}{N_C} \mathbf{V}_B \\ &= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \mathbf{V}_B \end{aligned} \quad (2-76)$$

ou

$$\boxed{\frac{\mathbf{V}_B}{\mathbf{V}_A} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C}} \quad (2-77)$$

A relação entre as correntes dos dois lados do transformador pode ser obtida observando que

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_{SE} \quad (2-73)$$

Da Equação (2-69), $\mathbf{I}_C = (N_{SE}/N_C)\mathbf{I}_{SE}$, de modo que

$$\mathbf{I}_B = \frac{N_{SE}}{N_C} \mathbf{I}_{SE} + \mathbf{I}_{SE} \quad (2-78)$$

Finalmente, observando que $\mathbf{I}_A = \mathbf{I}_{SE}$, encontramos

$$\mathbf{I}_B = \frac{N_{SE}}{N_C} \mathbf{I}_A + \mathbf{I}_A$$

$$= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \mathbf{I}_A \quad (2-79)$$

ou

$$\boxed{\frac{\mathbf{I}_B}{\mathbf{I}_A} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C}} \quad (2-80)$$

A vantagem de potência aparente nominal dos autotransformadores

É interessante notar que no autotransformador nem toda a potência que se desloca do primário para o secundário passa através dos enrolamentos. Como resultado, se as ligações de um transformador convencional forem refeitas na forma de autotransformador, ele poderá trabalhar com potência muito maior do que com sua potência nominal original.

Para compreender essa ideia, consulte novamente a Figura 2-31b. Observe que a potência aparente de entrada do autotransformador é dada por

$$S_{\text{entrada}} = V_B I_B \quad (2-81)$$

e que a potência aparente de saída é dada por

$$S_{\text{saída}} = V_A I_A \quad (2-82)$$

Pode-se mostrar facilmente, usando as equações de tensão e corrente [Equações (2-77) e (2-80)], que a potência aparente de entrada é novamente igual à potência aparente de saída:

$$S_{\text{entrada}} = S_{\text{saída}} = S_{ES} \quad (2-83)$$

em que S_{ES} é definido como as potências aparentes de entrada e saída do transformador. Contudo, a *potência aparente nos enrolamentos do transformador* é

$$S_{ENR} = V_C I_C = V_{SE} I_{SE} \quad (2-84)$$

A relação entre a potência que entra no primário (e que sai do secundário) do transformador e a potência nos enrolamentos reais do transformador pode ser obtida como segue:

$$\begin{aligned} S_{ENR} &= V_C I_C \\ &= V_B (I_B - I_A) \\ &= V_B I_B - V_B I_A \end{aligned}$$

Utilizando a Equação (2-80), obtemos

$$\begin{aligned} S_{ENR} &= V_B I_B - V_B I_B \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \\ &= V_B I_B \frac{(N_{SE} + N_C) - N_C}{N_{SE} + N_C} \end{aligned} \quad (2-85)$$

$$= S_{ES} \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} \quad (2-86)$$

Portanto, a razão entre a potência aparente no primário e secundário do autotransformador e a potência aparente que realmente passa através de seus enrolamentos é

$$\boxed{\frac{S_{ES}}{S_{ENR}} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}}} \quad (2-87)$$

A Equação (2-87) descreve a *vantagem de potência aparente nominal* de um autotransformador em relação ao transformador convencional. Aqui, S_{ES} é a potência aparente que entra no primário e deixa o secundário, ao passo que S_{ENR} é a potência aparente que realmente passa através dos enrolamentos do transformador (o restante passa do primário ao secundário sem ser concatenado magneticamente nos enrolamentos do transformador). Observe que, quanto menor o enrolamento em série, maior será a vantagem.

Por exemplo, um autotransformador de 5000 kVA que ligasse um sistema de 110 kV a um sistema de 138 kV teria um relação de espiras N_C/N_{SE} de 110:28. Na realidade, tal autotransformador teria uma especificação nominal nos enrolamentos de

$$\begin{aligned} S_{ENR} &= S_{ES} \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} \\ &= (5000 \text{ kVA}) \frac{28}{28 + 110} = 1015 \text{ kVA} \end{aligned} \quad (2-86)$$

O autotransformador teria uma especificação nominal nos enrolamentos de apenas 1015 kVA, ao passo que um transformador convencional deveria ter nos enrolamentos uma especificação nominal de 5000 kVA para fazer o mesmo trabalho. O autotransformador poderia ser 5 vezes menor do que o transformador convencional e também seria de custo muito mais baixo. Por essa razão, é muito vantajoso instalar transformadores entre duas tensões de valores próximos na forma de autotransformadores.

O exemplo seguinte ilustra a análise dos autotransformadores e a vantagem de potência aparente nominal deles.

EXEMPLO 2-7 Um transformador de 100VA e 120/12 V deve ser conectado de forma que opere como um autotransformador elevador (veja Figura 2-33). Uma tensão primária de 120 V é aplicada ao transformador.

- (a) Qual é a tensão secundária do transformador?
- (b) Qual é a máxima especificação nominal de volts-ampères nesse modo de operação?
- (c) Calcule qual é a vantagem de potência aparente nominal dessa conexão como autotransformador sobre a potência aparente nominal do transformador quando está operando de forma convencional em 120/12 V.

Solução

Nesse transformador, para obter uma transformação elevadora de tensão com um primário de 120 V, a relação de espiras entre o enrolamento comum N_C e o enrolamento em série N_{SE} deve ser 120:12 (ou 10:1).

(a) Esse transformador é utilizado como um transformador elevador. A tensão secundária é V_A e, da Equação (2-76), temos

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} V_L \\ &= \frac{12 + 120}{120} 120 \text{ V} = 132 \text{ V} \end{aligned} \quad (2-76)$$

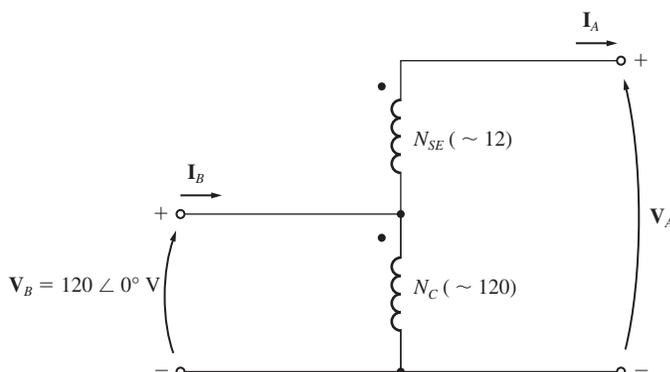


FIGURA 2-33
O autotransformador do Exemplo 2-7.

- (b) A especificação nominal máxima de volts-ampères em ambos os enrolamentos desse transformador é 100 VA. Quanta potência aparente de entrada ou saída pode ser fornecida? Para encontrar a resposta, examine o enrolamento em série. A tensão V_{SE} do enrolamento é 12 V e a especificação nominal em volts-ampères do enrolamento é 100 VA. Portanto, a corrente *máxima* do enrolamento em série é

$$I_{SE, \max} = \frac{S_{\max}}{V_{SE}} = \frac{100 \text{ VA}}{12 \text{ V}} = 8,33 \text{ A}$$

Como I_{SE} é igual à corrente no secundário I_S (ou I_A) e como a tensão no secundário é $V_S = V_A = 132 \text{ V}$, então a potência aparente no secundário é

$$\begin{aligned} S_{\text{saída}} &= V_S I_S = V_A I_A \\ &= (132 \text{ V})(8,33 \text{ A}) = 1100 \text{ VA} = S_{\text{entrada}} \end{aligned}$$

- (c) A vantagem de potência aparente nominal pode ser calculada a partir da parte (b) ou separadamente a partir da Equação (2-87). Da parte (b), temos

$$\frac{S_{ES}}{S_{ENR}} = \frac{1100 \text{ VA}}{100 \text{ VA}} = 11$$

Pela Equação (2-87), temos

$$\begin{aligned} \frac{S_{ES}}{S_{ENR}} &= \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} & (2-87) \\ &= \frac{12 + 120}{12} = \frac{132}{12} = 11 \end{aligned}$$

Vemos que, por ambas as equações, a potência aparente nominal é aumentada 11 vezes.

Normalmente, não é possível simplesmente refazer as ligações de um transformador comum para que ele opere como autotransformador usando-o como no Exemplo 2-7. A razão é que, se um transformador comum estiver ligado como autotransformador, a isolamento no lado de baixa tensão do transformador poderá não ser suficientemente robusta para suportar a tensão total de saída. Em transformadores

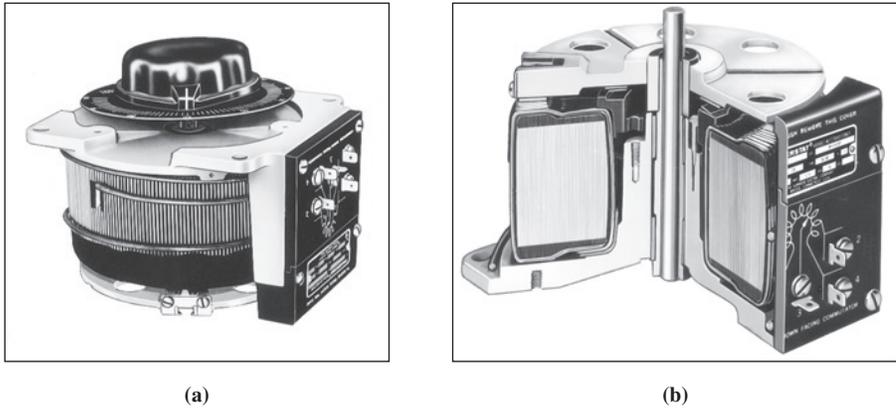


FIGURA 2-34
 (a) Um autotransformador de tensão variável. (b) Vista em corte do autotransformador. (Cortesia da Superior Electric Company.)

construídos especialmente como autotransformadores, a isolamento da bobina menor (o enrolamento em série) é tão robusta quanto a isolamento da bobina maior.

Em sistemas de potência, é prática comum o uso de autotransformadores sempre que há necessidade de usar um transformador entre dois níveis bem próximos de tensão, porque quanto mais próximas estiverem as duas tensões, maior se tornará a vantagem de potência do autotransformador. Eles também são usados como transformadores variáveis, nos quais a derivação de baixa tensão é movida para um lado ou para outro do enrolamento. Essa é uma forma muito conveniente de obter uma tensão CA variável. A Figura 2-34 mostra um desses autotransformadores variáveis.

A principal desvantagem dos autotransformadores é que, diferentemente dos transformadores comuns, *há uma ligação física direta entre os circuitos primário e secundário*, de modo que a *isolamento elétrica* entre os dois lados é perdida. Se uma aplicação em particular não exigir isolamento elétrico, então o autotransformador será um modo conveniente e *de baixo custo* para conectar duas tensões aproximadamente iguais.

A impedância interna de um autotransformador

Em relação aos transformadores convencionais, os autotransformadores têm uma desvantagem adicional. Em comparação com um transformador ligado de modo convencional, e a impedância efetiva por unidade em um autotransformador é tantas vezes menor quanto um fator igual ao recíproco da vantagem de potência proporcionada pela ligação desse transformador como autotransformador.

A prova dessa afirmação é deixada como problema no final do capítulo.

Em comparação a um transformador convencional de dois enrolamentos, a impedância interna menor de um autotransformador pode ser um sério problema em algumas aplicações, nas quais há necessidade de uma impedância em série para limitar as correntes de falta do sistema de potência (curtos-circuitos). Nas aplicações práticas, deve-se levar em consideração o efeito da impedância interna diminuída que ocorre em um autotransformador antes de se fazer a escolha dos autotransformadores.

EXEMPLO 2-8 Um transformador tem especificações nominais de 1000 kVA, 12/1,2 kV e 60 Hz quando ele está operando como um transformador convencional de dois enrolamentos. Nessas condições, sua resistência e reatância em série são dadas como 1 e 8% por unidade, respectivamente. Esse transformador deve ser usado como um autotransformador abaixador de 13,2/12 kV em um sistema de distribuição de potência. Na ligação em forma de autotransformador, (a) qual é a especificação nominal de potência quando ele é usado dessa maneira e (b) qual é a impedância em série do transformador em pu (por unidade)?

Solução

- (a) A relação de espiras N_C/N_{SE} deve ser 12:1,2 ou 10:1. A tensão nominal desse transformador será 13,2/12 kV e a potência aparente nominal (volts-ampères) será

$$\begin{aligned} S_{ES} &= \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} S_{ENR} \\ &= \frac{1 + 10}{1} 1000 \text{ kVA} = 11.000 \text{ kVA} \end{aligned}$$

- (b) A impedância do transformador no sistema por unidade, quando ligado na forma convencional, é

$$Z_{eq} = 0,01 + j0,08 \text{ pu} \quad \text{enrolamentos separados}$$

A vantagem de potência aparente desse autotransformador é 11, de modo que a impedância por unidade do autotransformador, ligado como descrito, é

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= \frac{0,01 + j0,08}{11} \\ &= 0,00091 + j0,00727 \text{ pu} \quad \text{autotransformador} \end{aligned}$$

2.10 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Atualmente, quase todos os principais sistemas de geração e distribuição de potência no mundo são sistemas CA trifásicos. Como os sistemas trifásicos desempenham um papel tão importante na vida moderna, é necessário compreender como os transformadores são utilizados nesses sistemas.

Os transformadores são circuitos trifásicos que podem ser construídos de uma ou duas maneiras. Uma forma é simplesmente tomar três transformadores monofásicos e ligá-los em um banco trifásico. Outra forma é construir um transformador trifásico que consiste em três conjuntos de enrolamentos que envolvem um núcleo comum. Esses dois tipos possíveis de construção de transformadores são mostrados nas Figuras 2-35 e 2-36. Atualmente, ambas as formas (de três transformadores separados ou de um único transformador trifásico) são usadas e é provável que na prática você lide com ambas. Um transformador trifásico apenas é mais leve, menor, de custo mais baixo e ligeiramente mais eficiente. Por outro lado, o uso de três transformadores monofásicos separados tem a vantagem de que cada unidade do banco pode ser substituída individualmente no caso de ocorrer algum problema. Uma empresa de energia elétrica precisa manter de reserva em estoque apenas um único transformador monofásico para dar suporte às três fases, potencialmente economizando dinheiro desse modo.

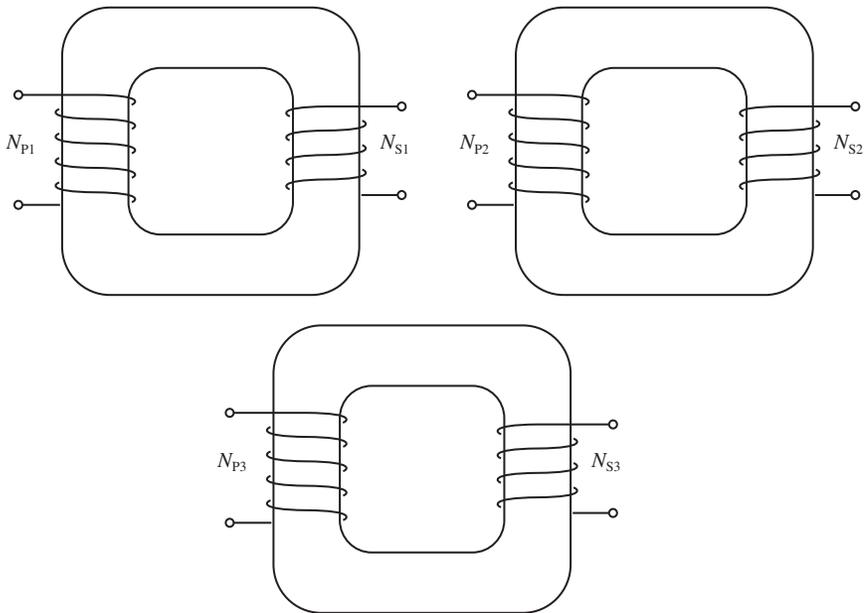


FIGURA 2-35
Banco de transformadores trifásicos composto de transformadores independentes.

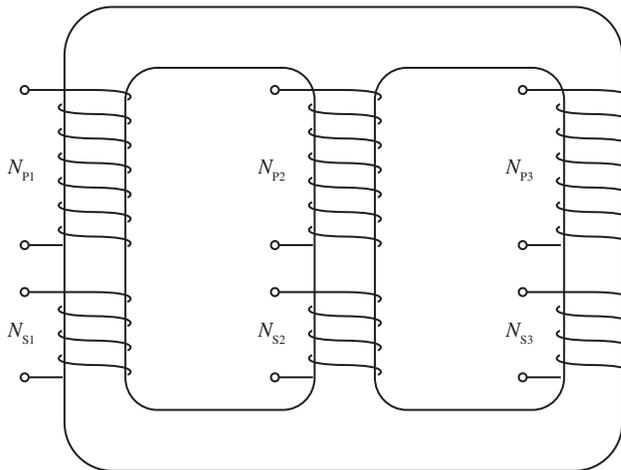


FIGURA 2-36
Transformador trifásico enrolado em um único núcleo de três pernas.

Ligações em um transformador trifásico

Um transformador trifásico consiste em três transformadores, separados ou combinados em um núcleo. Os primários e os secundários de qualquer transformador trifásico podem ser ligados independentemente nas chamadas configurações estrela (Y) ou triângulo (Δ)*. Isso significa que um banco de transformadores trifásicos pode ser montado conforme um total de quatro configurações possíveis de ligação:

1. Estrela-estrela (Y–Y)
2. Estrela-triângulo (Y– Δ)
3. Triângulo-estrela (Δ –Y)
4. Triângulo-triângulo (Δ – Δ)

Essas ligações serão mostradas nas próximas páginas e na Figura 2-37.

A chave para analisar qualquer banco de transformadores trifásicos é examinar um único transformador do banco. *Um transformador qualquer em particular do banco comporta-se exatamente como os transformadores monofásicos que já foram estudados anteriormente.* Para os transformadores trifásicos, os cálculos de impedância, regulação de tensão, eficiência e outros similares são realizados *tomando uma fase de cada vez.* Para isso, são usadas exatamente as mesmas técnicas que já foram desenvolvidas para os transformadores monofásicos.

As vantagens e desvantagens de cada tipo de ligação de transformadores trifásicos serão discutidas a seguir.

A LIGAÇÃO ESTRELA-ESTRELA. A ligação Y–Y de transformadores trifásicos está mostrada na Figura 2-37a. Em uma ligação Y–Y, a relação entre a tensão de fase no primário de cada fase do transformador e a tensão de linha é dada por $V_{\phi P} = V_{LP} / \sqrt{3}$. A tensão de fase no primário relaciona-se com a tensão de fase no secundário pela relação de espiras do transformador. Finalmente, a tensão de fase no secundário relaciona-se com a tensão de linha no secundário por $V_{LS} = \sqrt{3}V_{\phi S}$. Portanto, a razão de tensão total no transformador é

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}} = a \quad \text{Y–Y} \quad (2-88)$$

A ligação Y–Y tem dois problemas muito sérios:

1. Se as cargas no circuito do transformador estiverem desequilibradas, as tensões nas fases do transformador podem se tornar gravemente desequilibradas.
2. As tensões das terceiras harmônicas podem ser elevadas.

Se um conjunto de tensões trifásicas for aplicado a um transformador Y–Y, a tensão de cada fase está distanciada 120° das tensões das demais fases. Entretanto, *as componentes de terceira harmônica de todas as fases estarão em fase entre si*, já que há três ciclos de terceira harmônica para cada ciclo de frequência fundamental.

* N. de T.: As ligações triângulo e estrela também são conhecidas como ligações delta e ípsilon, respectivamente.

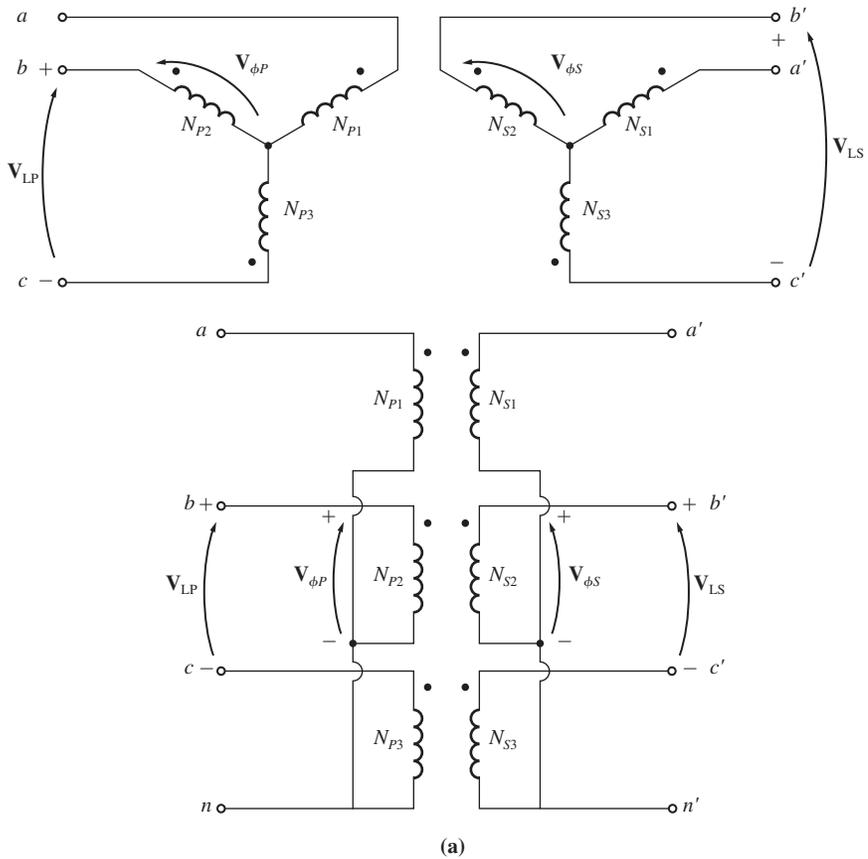


FIGURA 2-37
 Ligações de um transformador trifásico e diagramas de fiação: (a) Y–Y; (b) Y– Δ ; (c) Δ –Y e (d) Δ – Δ .

Em um transformador, sempre há algumas componentes de terceira harmônica, devido a não linearidade do núcleo, de modo que essas componentes somam-se entre si.

O resultado é uma componente de tensão de terceira harmônica muito grande, maior do que a tensão fundamental de 50 ou 60 Hz. A tensão de terceira harmônica pode ser superior à própria tensão fundamental.

Os problemas de desequilíbrio e de terceira harmônica podem ser resolvidos utilizando uma das duas técnicas seguintes:

1. *Aterrar solidamente os neutros dos transformadores*, especialmente o neutro do enrolamento primário. Essa conexão permite que as componentes aditivas de terceira harmônica causem uma circulação de corrente que escoar para o neutro em vez de se somarem produzindo tensões elevadas. O neutro também proporciona um caminho de retorno para quaisquer desequilíbrios de corrente na carga.
2. *Acrescentar um terceiro enrolamento (terciário) ligado em Δ* ao banco de transformadores. Se um terceiro enrolamento ligado em Δ for acrescentado ao transformador, as componentes de terceira harmônica de tensão da ligação Δ irão se

somar, causando um fluxo de corrente que circula dentro do enrolamento. Isso suprime as componentes de terceira harmônica da tensão, da mesma maneira que ocorre quando se faz o aterramento dos neutros do transformador.

Os enrolamentos terciários ligados em Δ não precisam sequer ser trazidos para fora das carcaças dos transformadores. Contudo, frequentemente esses enrolamentos são usados para alimentar luminárias e fornecer energia auxiliar para uso dentro da subestação onde estão instalados. Os enrolamentos terciários devem ser suficientemente grandes para suportar as correntes que circulam. Usualmente, eles têm uma especificação nominal que é cerca de um terço da potência nominal dos dois enrolamentos principais.

Deve-se usar uma ou outra dessas técnicas de correção sempre que um transformador Y–Y for instalado. Na prática, os transformadores Y–Y são pouco utilizados, porque o mesmo trabalho pode ser realizado por algum dos outros tipos de transformadores trifásicos.

A LIGAÇÃO ESTRELA-TRIÂNGULO. A ligação Y– Δ de transformadores trifásicos está mostrada na Figura 2-37b. Nessa ligação, a tensão de linha do primário relaciona-se com a tensão de fase do primário através de $V_{LP} = \sqrt{3}V_{\phi P}$, ao passo que a tensão de linha do secundário é igual a tensão de fase do secundário, $V_{LS} = V_{\phi S}$. A razão de tensões de cada fase é

$$\frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}} = a$$

de modo que a relação total entre a tensão de linha no lado primário do banco e a tensão de linha do lado secundário do banco é

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi P}}{V_{\phi S}}$$

$$\boxed{\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \sqrt{3}a \quad \text{Y–}\Delta} \quad (2-89)$$

A ligação Y– Δ não apresenta problemas com as componentes de terceira harmônica em suas tensões, porque elas são suprimidas por uma corrente que circula no lado Δ . Essa ligação também é mais estável em relação a cargas desequilibradas, porque o lado Δ redistribui parcialmente qualquer desequilíbrio que possa ocorrer.

Contudo, essa configuração apresenta um problema. Devido à ligação, a tensão secundária é deslocada de 30° em relação à tensão primária do transformador. A ocorrência desse deslocamento de fase pode causar problemas quando os secundários de dois bancos de transformadores são colocados em paralelo. Se esses enrolamentos secundários forem colocados em paralelo, os ângulos de fase deverão ser iguais. Isso significa que deveremos prestar atenção na determinação de qual é o sentido desse deslocamento de fase de 30° nos secundários de cada um dos bancos de transformadores que são colocados em paralelo.

Nos Estados Unidos, costuma-se atrasar a tensão do enrolamento secundário em 30° em relação à tensão do enrolamento primário. Embora esse seja o padrão,

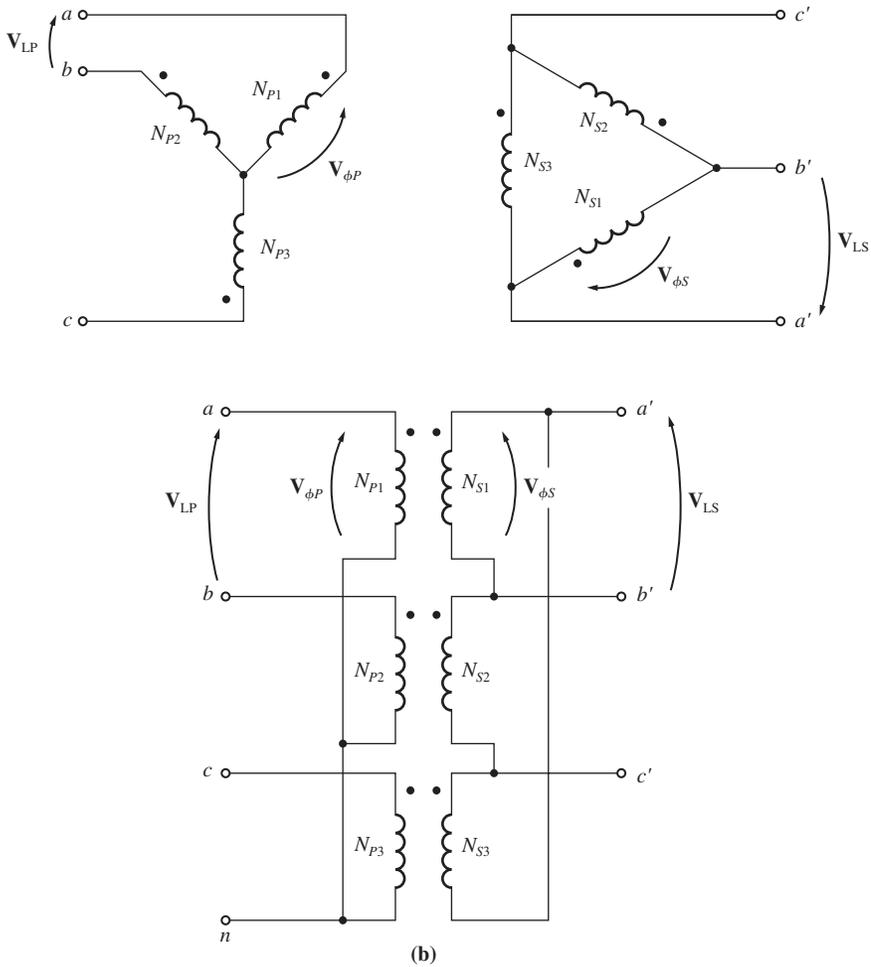


FIGURA 2-37
(b) Y-Δ (continuação)

ele nem sempre foi observado. As instalações mais antigas deverão ser examinadas cuidadosamente antes que um novo transformador seja colocado em paralelo, assegurando que seus ângulos de fase sejam compatíveis.

A ligação mostrada na Figura 2-37b atrasará a tensão do secundário se a sequência de fases for *abc*. Se a sequência de fases do sistema for *acb*, a ligação mostrada na Figura 2-37b a tensão do secundário adiantará em relação à tensão do primário em 30°.

A LIGAÇÃO TRIÂNGULO-ESTRELA. A ligação Δ-Y dos transformadores trifásicos está mostrada na Figura 2-37c. Em uma ligação Δ-Y, a tensão de linha do primário é igual à tensão de fase do primário, $V_{LP} = V_{\phi P}$, ao passo que as tensões do secundário relacionam-se através de $V_{LS} = \sqrt{3}V_{\phi S}$. Nessa ligação de transformador, portanto, a razão de tensões de linha para linha é

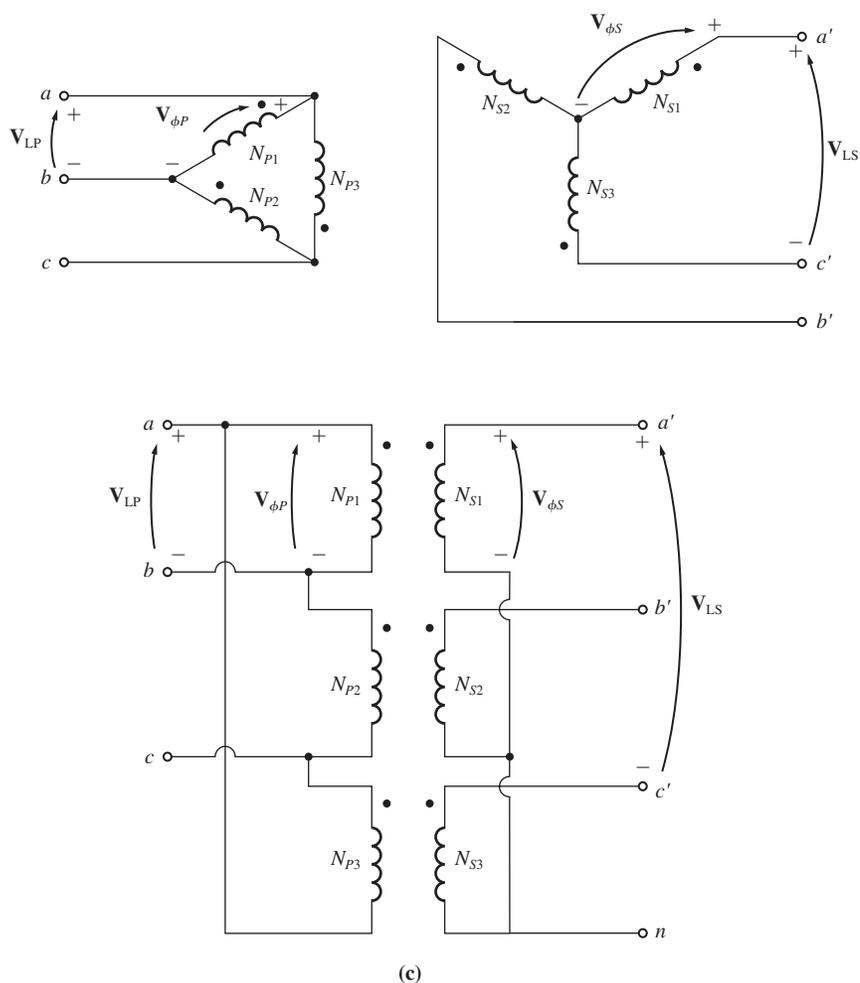


FIGURA 2-37
(c) Δ-Y (continuação)

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}}$$

$$\boxed{\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad \Delta-Y} \quad (2-90)$$

Essa ligação tem as mesmas vantagens e o mesmo deslocamento de fase que o transformador Y-Δ. A ligação mostrada na Figura 2-37c atrasa a tensão do secundário em relação à tensão do primário em 30°, como antes.

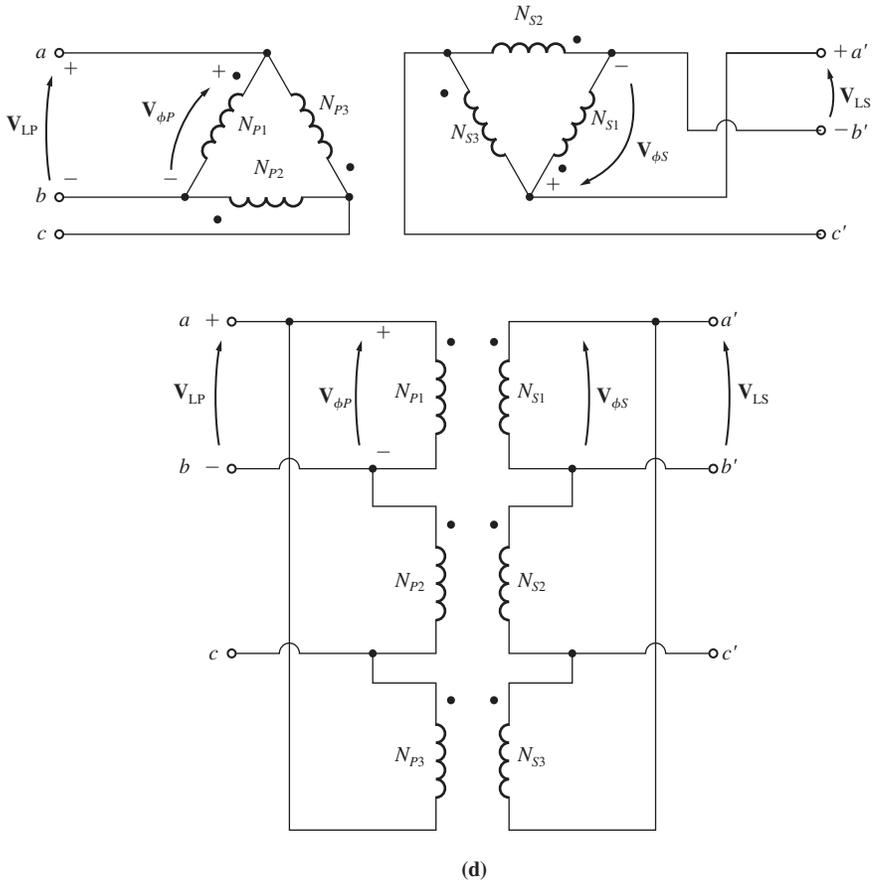


FIGURA 2-37
(d) Δ-Δ (conclusão)

A LIGAÇÃO TRIÂNGULO-TRIÂNGULO. A ligação Δ-Δ está mostrada na Figura 2-37d. Em uma ligação Δ-Δ, temos $V_{LP} = V_{\phi P}$ e $V_{LS} = V_{\phi S}$, de modo que a relação entre as tensões de linha do primário e do secundário é

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}} = a \quad \Delta-\Delta \quad (2-91)$$

Esse transformador não apresenta nenhum deslocamento de fase e não tem problemas de cargas desequilibradas ou harmônicas.

O sistema por unidade para transformadores trifásicos

O sistema por unidade de medidas aplica-se igualmente bem aos transformadores trifásicos como aos trifásicos monofásicos. As equações de base monofásicas (2-53) a (2-56) aplicam-se aos sistemas trifásicos fazendo-se a análise *por fase*. Se o valor de

base total em volts-ampères do banco de transformadores for denominado S_{base} , então o valor de base em volts-ampères de um dos transformadores $S_{1\phi, \text{base}}$ será

$$S_{1\phi, \text{base}} = \frac{S_{\text{base}}}{3} \quad (2-92)$$

e a corrente de fase e a impedância, ambas de base, serão

$$I_{\phi, \text{base}} = \frac{S_{1\phi, \text{base}}}{V_{\phi, \text{base}}} \quad (2-93a)$$

$$I_{\phi, \text{base}} = \frac{S_{\text{base}}}{3 V_{\phi, \text{base}}} \quad (2-93b)$$

$$Z_{\text{base}} = \frac{(V_{\phi, \text{base}})^2}{S_{1\phi, \text{base}}} \quad (2-94a)$$

$$Z_{\text{base}} = \frac{3(V_{\phi, \text{base}})^2}{S_{\text{base}}} \quad (2-94b)$$

As grandezas de linha dos bancos de transformadores trifásicos também podem ser representadas no sistema por unidade. A relação entre a tensão de linha de base e a tensão de fase de base do transformador depende do tipo de ligação dos enrolamentos. Se os enrolamentos forem ligados em triângulo, então $V_{L, \text{base}} = V_{\phi, \text{base}}$, ao passo que, se os enrolamentos forem ligados em estrela, então $V_{L, \text{base}} = \sqrt{3}V_{\phi, \text{base}}$. A corrente de linha de base em um banco de transformadores trifásicos é dada por

$$I_{L, \text{base}} = \frac{S_{\text{base}}}{\sqrt{3}V_{L, \text{base}}} \quad (2-95)$$

A aplicação do sistema por unidade aos problemas de transformadores trifásicos é semelhante à sua aplicação nos exemplos monofásicos já dados.

EXEMPLO 2-9 Um transformador de distribuição Δ -Y de 50 kVA e 13.800/208 V tem uma resistência de 1% e uma reatância de 7% por unidade.

- Qual é a impedância de fase do transformador, referida ao lado de alta tensão?
- Calcule a regulação de tensão desse transformador a plena carga com FP 0,8 atrasado, usando a impedância calculada no lado de alta tensão.
- Calcule a regulação de tensão desse transformador, nas mesmas condições, usando o sistema por unidade.

Solução

- O lado de alta tensão desse transformador tem uma tensão de linha de base de 13.800 V e uma potência aparente de base de 50 kVA. Como o primário está ligado em Δ , sua tensão de fase é igual à sua tensão de linha. Portanto, sua impedância de base é

$$Z_{\text{base}} = \frac{3(V_{\phi, \text{base}})^2}{S_{\text{base}}} \quad (2-94b)$$

$$= \frac{3(13.800 \text{ V})^2}{50.000 \text{ VA}} = 11.426 \Omega$$

A impedância por unidade do transformador é

$$Z_{\text{eq}} = 0,01 + j0,07 \text{ pu}$$

Assim, a impedância do lado de alta tensão é

$$\begin{aligned} Z_{\text{eq}} &= Z_{\text{eq, pu}} Z_{\text{base}} \\ &= (0,1 + j0,07 \text{ pu})(11.426 \Omega) = 114,2 + j800 \Omega \end{aligned}$$

(b) Para calcular a regulação de tensão de um banco de transformadores trifásicos, determine a regulação de tensão de qualquer um dos transformadores do banco. As tensões em um único transformador são tensões de fase, de modo que

$$\text{RT} = \frac{V_{\phi P} - aV_{\phi S}}{aV_{\phi S}} \times 100\%$$

A tensão de fase nominal do primário do transformador é 13.800 V, de modo que a corrente de fase nominal no primário é dada por

$$I_{\phi} = \frac{S}{3V_{\phi}}$$

A potência aparente nominal é $S = 50 \text{ kVA}$, então

$$I_{\phi} = \frac{50.000 \text{ VA}}{3(13.800 \text{ V})} = 1,208 \text{ A}$$

A tensão de fase nominal no secundário do transformador é $208 \text{ V} / \sqrt{3} = 120 \text{ V}$. Quando referida ao lado de alta tensão do transformador, essa tensão torna-se $V'_{\phi S} = aV_{\phi S} = 13.800 \text{ V}$. Assuma que o secundário do transformador está operando na tensão e corrente nominais e encontre a tensão de fase resultante do primário:

$$\begin{aligned} V_{\phi P} &= aV_{\phi S} + R_{\text{eq}} \mathbf{I}_{\phi} + jX_{\text{eq}} \mathbf{I}_{\phi} \\ &= 13.800 \angle 0^{\circ} \text{ V} + (114,2 \Omega)(1,208 \angle -36,87^{\circ} \text{ A}) + (j800 \Omega)(1,208 \angle -36,87^{\circ} \text{ A}) \\ &= 13.800 + 138 \angle -36,87^{\circ} + 966,4 \angle 53,13^{\circ} \\ &= 13.800 + 110,4 - j82,8 + 579,8 + j773,1 \\ &= 14.490 + j690,3 = 14.506 \angle 2,73^{\circ} \text{ V} \end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \text{RT} &= \frac{V_{\phi P} - aV_{\phi S}}{aV_{\phi S}} \times 100\% \\ &= \frac{14.506 - 13.800}{13.800} \times 100\% = 5,1\% \end{aligned}$$

(c) No sistema por unidade, a tensão de saída é $1 \angle 0^{\circ}$ e a corrente é $\angle -36,87^{\circ}$. Portanto, a tensão de entrada é

$$\begin{aligned} V_p &= 1 \angle 0^{\circ} + (0,01)(1 \angle -36,87^{\circ}) + (j0,07)(1 \angle -36,87^{\circ}) \\ &= 1 + 0,008 - j0,006 + 0,042 + j0,056 \\ &= 1,05 + j0,05 = 1,051 \angle 2,73^{\circ} \end{aligned}$$

A regulação de tensão é

$$RT = \frac{1,051 - 1,0}{1,0} \times 100\% = 5,1\%$$

Naturalmente, a regulação de tensão do banco de transformadores é a mesma, tanto fazendo o cálculo em ohms reais ou no sistema por unidade.

2.11 TRANSFORMAÇÃO TRIFÁSICA USANDO DOIS TRANSFORMADORES

Além das ligações padrões dos transformadores trifásicos, há maneiras de realizar a transformação trifásica com apenas dois transformadores. Algumas vezes, essas técnicas são empregadas para criar potência trifásica em localidades onde nem todas as três linhas de uma rede trifásica estão disponíveis. Por exemplo, em áreas rurais, uma companhia fornecedora de energia elétrica poderá instalar apenas uma ou duas das três fases de uma linha de distribuição, porque a demanda de energia naquela área não justifica o custo de estender os três fios. Se, ao longo de uma rede servida por uma linha de distribuição com apenas duas das três fases, houver um consumidor isolado que necessite de potência trifásica, essas técnicas poderão ser usadas para produzir potência trifásica para aquele consumidor local.

Todas as técnicas que disponibilizam potência trifásica utilizando apenas dois transformadores acarretam uma redução na capacidade de manipulação de potência por parte dos transformadores. Contudo, elas podem se justificar devido a certas situações de ordem econômica.

Algumas das ligações mais importantes com dois transformadores são

1. A Ligação Δ aberto (ou V-V)
2. A Ligação Y aberta – Δ aberto
3. A Ligação T de Scott
4. A Ligação T trifásica

Cada uma dessas ligações de transformadores será descrita nesta seção.

A ligação Δ aberto (ou V-V)

Em algumas situações, um banco de transformadores completo não pode ser utilizado para realizar transformações trifásicas. Por exemplo, suponha que um banco trifásico de transformadores Δ - Δ , composto de transformadores separados, tenha uma fase defeituosa cujo transformador deve ser removido para reparo. A situação resultante está mostrada na Figura 2-38. Se as duas tensões secundárias remanescentes forem $\mathbf{V}_A = V \angle 0^\circ$ e $\mathbf{V}_B = V \angle -120^\circ$ V, então a tensão no vazio deixado, onde o terceiro transformador estava, será dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_C &= -\mathbf{V}_A - \mathbf{V}_B \\ &= -V \angle 0^\circ - V \angle -120^\circ \\ &= -V - (-0,5V - j0,866V) \\ &= -0,5V + j0,866V \\ &= V \angle 120^\circ \quad V \end{aligned}$$

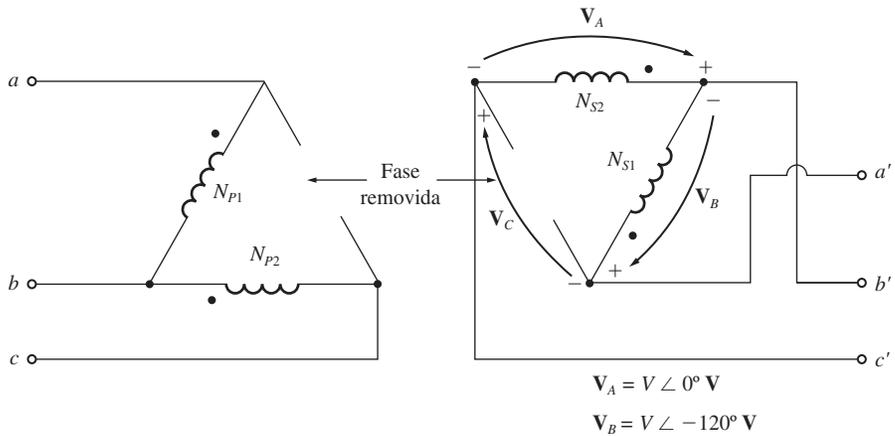


FIGURA 2-38
 A ligação de transformadores Δ aberto ou V-V.

Essa é exatamente a mesma tensão que estaria presente se o terceiro transformador ainda estivesse ali. Algumas vezes, a fase C é denominada *fase fantasma*. Portanto, a ligação de triângulo aberto permite que um banco de transformadores siga operando com apenas dois transformadores. Assim, alguma potência pode continuar fluindo mesmo que uma fase defeituosa tenha sido removida.

Quanta potência aparente o banco pode fornecer com um de seus três transformadores removido? Inicialmente, pareceria que ele poderia fornecer dois terços de sua potência aparente nominal, já que dois terços de seus transformadores ainda estão presentes. Entretanto, as coisas não são tão simples assim. Para entender o que acontece quando um transformador é removido, veja a Figura 2-39.

A Figura 2-39a mostra o banco de transformadores operando normalmente e ligado a uma carga resistiva. Se a tensão nominal de um transformador do banco for V_ϕ e a corrente nominal for I_ϕ , então a potência máxima que poderá ser fornecida à carga será

$$P = 3V_\phi I_\phi \cos \theta$$

O ângulo entre a tensão V_ϕ e a corrente I_ϕ em cada fase é 0° , de modo que a potência fornecida pelo transformador trifásico é

$$\begin{aligned}
 P &= 3V_\phi I_\phi \cos \theta \\
 &= 3V_\phi I_\phi
 \end{aligned}
 \tag{2-96}$$

O transformador em triângulo aberto está mostrado na Figura 2-39b. É importante observar os ângulos das tensões e correntes desse banco de transformadores. Como um das fases do transformador está ausente, a corrente da linha de transmissão é agora igual à corrente de fase de cada transformador e as correntes e tensões no banco de transformadores diferem em 30° . Como os ângulos de corrente e tensão são diferentes em cada um dos dois transformadores, é necessário examinar cada transformador individualmente para determinar a potência máxima que ele pode fornecer. No transformador 1, a tensão está em um ângulo de 150° e a corrente está

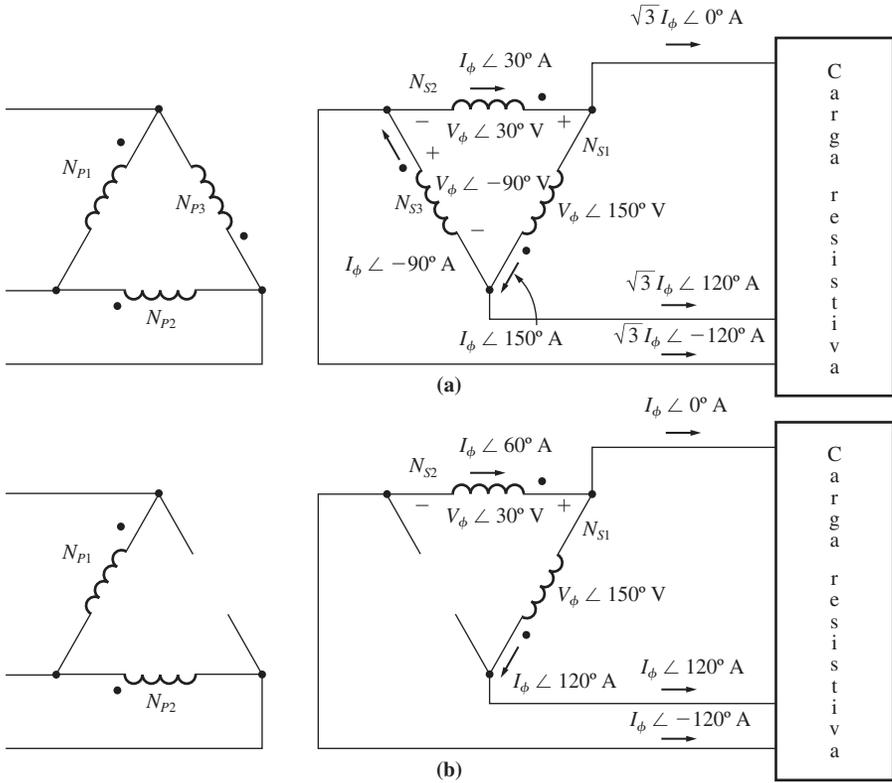


FIGURA 2-39 (a) Tensões e correntes em um banco de transformadores Δ - Δ . (b) Tensões e correntes em um banco de transformadores Δ aberto.

em um ângulo de 120° , de modo que a expressão para a potência máxima no transformador 1 é

$$\begin{aligned}
 P_1 &= V_\phi I_\phi \cos (150^\circ - 120^\circ) \\
 &= V_\phi I_\phi \cos 30^\circ \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} V_\phi I_\phi
 \end{aligned} \tag{2-97}$$

Para o transformador 2, a tensão está em um ângulo de 30° e a corrente está em um ângulo de 60° , de modo que sua potência máxima é

$$\begin{aligned}
 P_2 &= V_\phi I_\phi \cos (30^\circ - 60^\circ) \\
 &= V_\phi I_\phi \cos (-30^\circ) \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} V_\phi I_\phi
 \end{aligned} \tag{2-98}$$

Portanto, a potência máxima total do banco em triângulo aberto é dada por

$$P = \sqrt{3} V_\phi I_\phi \tag{2-99}$$

A corrente nominal é a mesma em cada transformador independentemente de haver dois ou três deles e a tensão é a mesma em cada transformador. Assim, a razão entre a potência de saída disponível em um banco em triângulo aberto e a potência de saída disponível em um banco trifásico normal é

$$\frac{P_{\Delta \text{ aberto}}}{P_{\text{trifásico}}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi}I_{\phi}}{3V_{\phi}I_{\phi}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577 \quad (2-100)$$

A potência disponível no banco em triângulo aberto é apenas 57,7% do valor nominal original do banco.

Uma boa pergunta que poderia ser feita é: que acontece com o restante dos valores nominais do banco em triângulo aberto? Afinal, a potência total que dois transformadores em conjunto podem produzir é dois terços da potência nominal original do banco. Para descobrir, examine a potência reativa do banco em triângulo aberto. A potência reativa do transformador 1 é

$$\begin{aligned} Q_1 &= V_{\phi}I_{\phi} \text{ sen } (150^{\circ} - 120^{\circ}) \\ &= V_{\phi}I_{\phi} \text{ sen } 30^{\circ} \\ &= \frac{1}{2} V_{\phi}I_{\phi} \end{aligned}$$

A potência reativa do transformador 2 é

$$\begin{aligned} Q_2 &= V_{\phi}I_{\phi} \text{ sen } (30^{\circ} - 60^{\circ}) \\ &= V_{\phi}I_{\phi} \text{ sen } (-30^{\circ}) \\ &= -\frac{1}{2} V_{\phi}I_{\phi} \end{aligned}$$

Assim, um transformador produz uma potência reativa que é consumida pelo outro. Essa troca de energia entre os dois transformadores limita a potência de saída a 57,7% do valor nominal original do banco em vez dos 66,7% que seriam esperados.

Uma maneira alternativa de olhar o valor nominal da ligação triângulo aberto é que 86,6% da potência nominal dos dois transformadores restantes pode ser usada.

As ligações em triângulo aberto são usadas ocasionalmente para fornecer uma pequena quantidade de potência trifásica a uma carga que em sua maior parte é monofásica. Nesse caso, a ligação da Figura 2-40 pode ser utilizada, em que o transformador T_2 é muito maior do que o transformador T_1 .

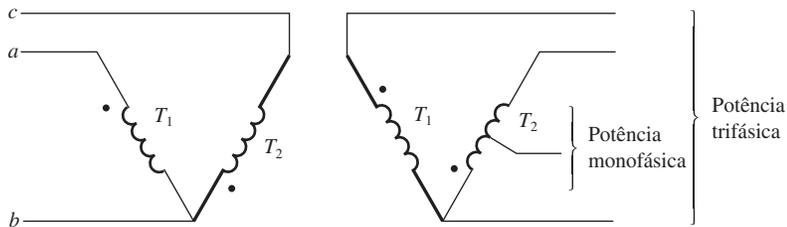


FIGURA 2-40

Uso de uma ligação de transformadores em Δ aberto para fornecer uma quantidade pequena de potência trifásica juntamente com muita potência monofásica. O transformador T_2 é muito maior do que o transformador T_1 .

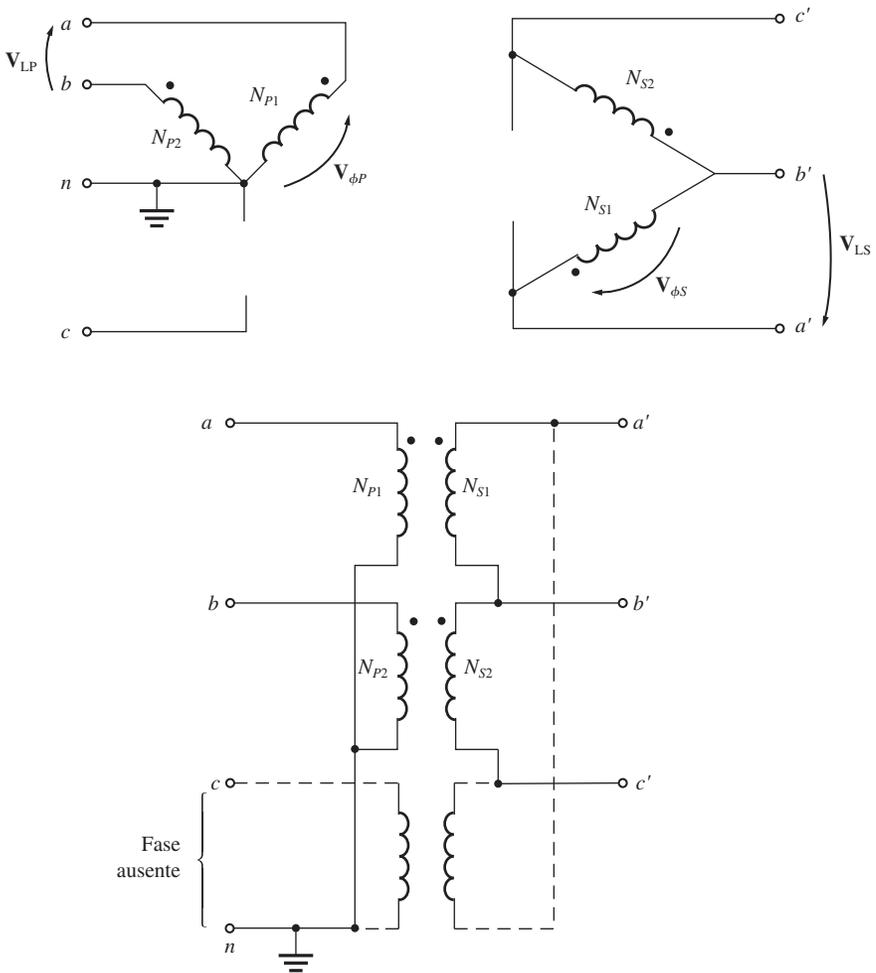


FIGURA 2-41
 Ligação de transformadores Y aberta – Δ aberto e diagrama de ligações. Observe que essa ligação é idêntica à ligação Y- Δ da Figura 2-37b, exceto pelo terceiro transformador estar ausente e estar presente o terminal neutro.

A ligação estrela aberta – triângulo aberto

A ligação estrela aberta – triângulo aberto é muito similar à ligação triângulo aberto, exceto pelo fato de as tensões primárias serem derivadas de duas fases e do neutro. Esse tipo de ligação está mostrado na Figura 2-41. É utilizada para atender pequenos consumidores comerciais que precisam de atendimento trifásico em áreas rurais onde todas as fases ainda não estão presentes nos postes da rede elétrica. Com essa ligação, um consumidor pode dispor de atendimento trifásico em forma temporária até que a demanda requeira a instalação da terceira fase nos postes.

Uma desvantagem muito importante dessa ligação é que uma corrente de retorno bem grande deve fluir no neutro do circuito primário.

A ligação T de Scott

A ligação T de Scott é uma maneira de obter duas fases separadas de 90° entre si a partir de uma fonte de potência trifásica. Nos primeiros tempos da história da transmissão de potência CA, eram bem comuns os sistemas de potência bifásicos e trifásicos. Naquela época, era necessário interconectar rotineiramente sistemas de potência bifásicos e trifásicos. A ligação de transformadores T de Scott foi desenvolvida com esse propósito.

Atualmente, a potência bifásica é limitada primariamente a certas aplicações de controle, mas a ligação T de Scott ainda é usada para produzir a potência necessária para operá-los.

A ligação T de Scott consiste em dois transformadores monofásicos com especificações nominais idênticas. Um deles tem uma derivação no seu enrolamento primário que corresponde a 86,6% da tensão plena de carga. Eles são conectados como se mostra na Figura 2-42a. A derivação de 86,6% do transformador T_2 é conectada à derivação central do transformador T_1 . As tensões aplicadas ao enrolamento primário estão mostradas na Figura 2-42b e as tensões resultantes aplicadas aos primários dos dois transformadores estão mostradas na Figura 2-42c. Como essas tensões estão defasadas de 90° , temos como resultado uma saída bifásica.

Com essa ligação, também é possível converter a potência bifásica em potência trifásica, mas, como há muito poucos geradores bifásicos em uso, isso raramente é feito.

A ligação T trifásica

A ligação T de Scott utiliza dois transformadores para converter *potência trifásica* em *potência bifásica* em um nível de tensão diferente. Por meio de uma modificação simples dessa ligação, os mesmos transformadores também podem converter *potência trifásica* em *potência trifásica* em um nível de tensão diferente. Tal ligação está mostrada na Figura 2-43. Aqui, ambos os enrolamentos, primário e secundário, do transformador T_2 apresentam derivações do ponto de 86,6% e essas derivações são conectadas às derivações centrais dos respectivos enrolamentos no transformador T_1 . Nessa ligação, T_1 é denominado *transformador principal* e T_2 é denominado *transformador de equilíbrio**.

Como na ligação T de Scott, a entrada de tensão trifásica produz duas tensões defasadas de 90° nos enrolamentos primários dos transformadores. Essas tensões primárias produzem tensões secundárias que também estão defasadas de 90° entre si. No entanto, diferentemente da ligação T de Scott, as tensões secundárias são recombinadas para produzir uma saída trifásica.

Uma vantagem importante da ligação T trifásica em relação às outras ligações trifásicas de dois transformadores (o triângulo aberto e a estrela aberta – triângulo aberto) é que um neutro pode ser conectado a ambos os lados, primário e secundário, do banco de transformadores. Essa ligação é usada algumas vezes em transformadores de distribuição trifásicos autocontidos, porque seus custos de construção são inferiores aos de um banco de transformadores trifásico completo.

Como as partes inferiores dos enrolamentos dos transformadores de equilíbrio não são usadas nem no lado primário nem no secundário, elas poderiam ser removidas sem alteração no desempenho. Usualmente, isso é feito de fato nos transformadores de distribuição.

* N. de T.: *Teaser transformer*, em inglês.

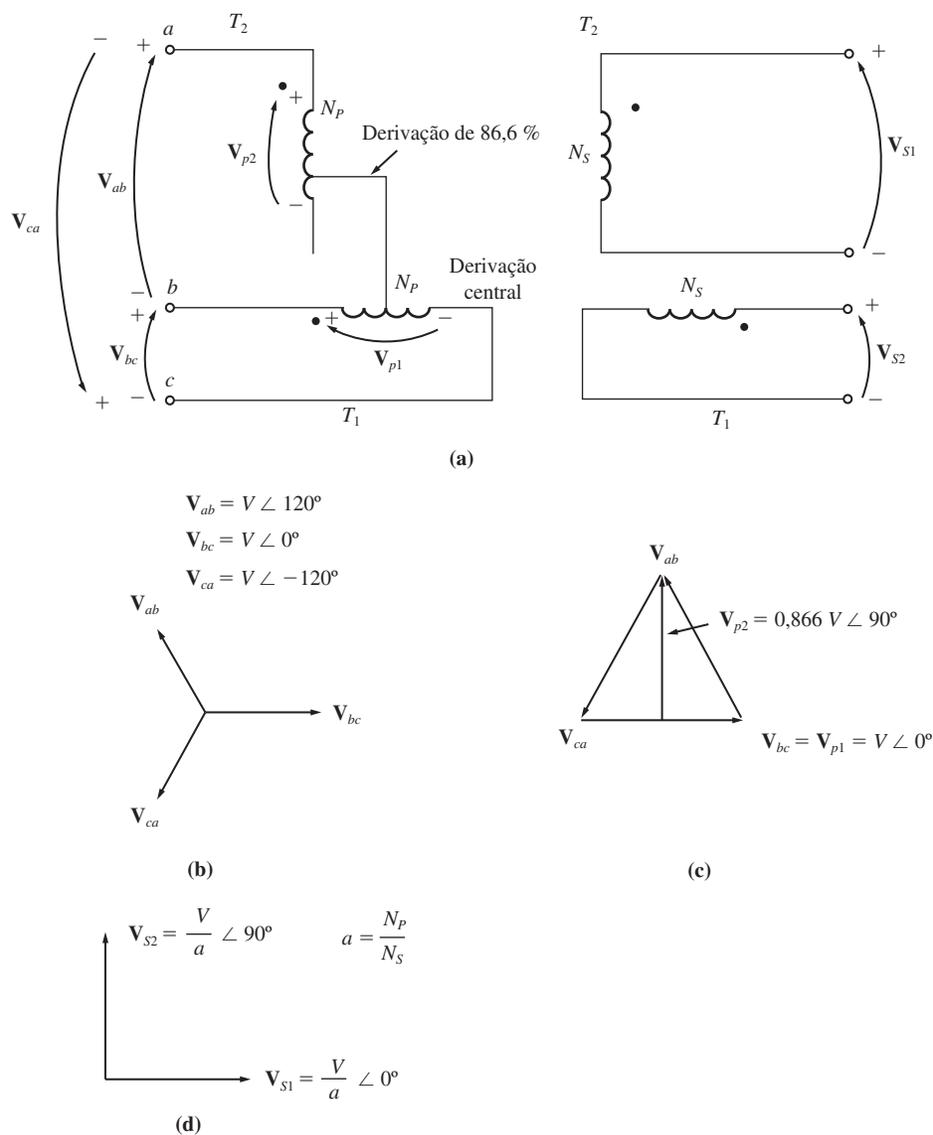
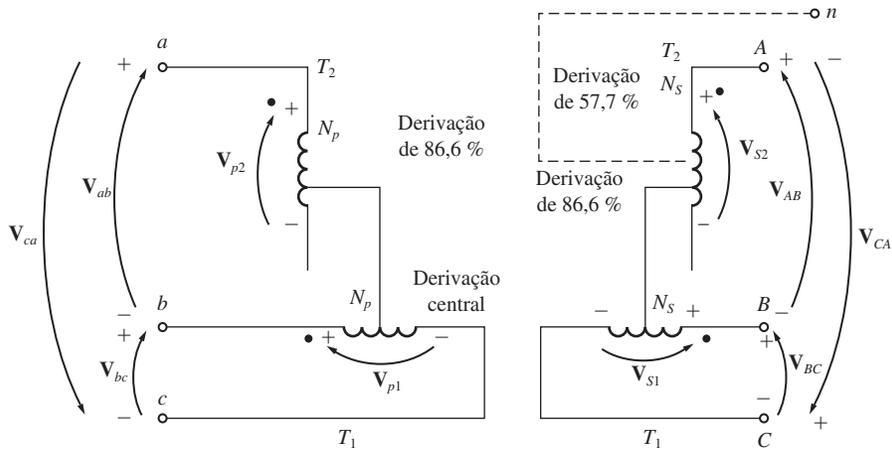


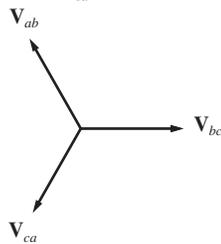
FIGURA 2-42

A ligação T de Scott para transformadores. (a) Diagrama de fiação; (b) tensões de entrada trifásicas; (c) tensões nos enrolamentos primários do transformador; (d) tensões secundárias bifásicas.

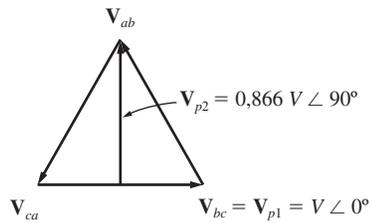


(a)

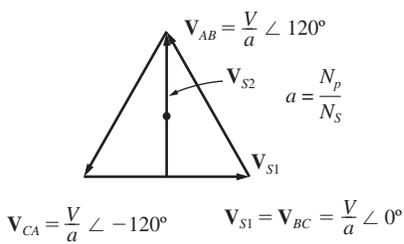
$$\begin{aligned} V_{ab} &= V \angle 120^\circ \\ V_{bc} &= V \angle 0^\circ \\ V_{ca} &= V \angle -120^\circ \end{aligned}$$



(b)



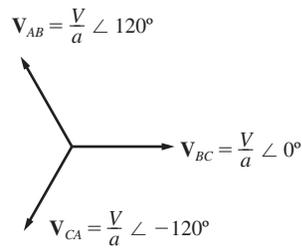
(c)



Nota:

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V_{S2} - V_{S1} \\ V_{BC} &= V_{S1} \\ V_{CA} &= -V_{S1} - V_{S2} \end{aligned}$$

(d)



(e)

FIGURA 2-43

A ligação T trifásica para transformadores. (a) Diagrama de fiação; (b) tensões de entrada trifásicas; (c) tensões nos enrolamentos primários do transformador; (d) tensões nos enrolamentos secundários do transformador; (e) tensões trifásicas secundárias resultantes.

2.12 ESPECIFICAÇÕES NOMINAIS DE UM TRANSFORMADOR E PROBLEMAS RELACIONADOS

Os transformadores apresentam quatro especificações nominais principais:

1. Potência aparente (kVA ou MVA)
2. Tensões primária e secundária (V)
3. Frequência (Hz)
4. Resistência e reatância em série por unidade

Essas especificações nominais podem ser encontradas na placa de identificação (ou simplesmente placa) da maioria dos transformadores. Esta seção examina por que essas especificações são usadas para caracterizar um transformador. Também se examina a questão relacionada à corrente transitória inicial que ocorre quando um transformador é ligado inicialmente à linha.

Tensão e frequência nominais de um transformador

A tensão nominal de um transformador serve a duas funções. Uma é a de proteger a isolamento de uma ruptura devido a um excesso de tensão aplicada. Na prática, essa não é a limitação mais séria nos transformadores. A segunda função relaciona-se com a curva de magnetização e à corrente de magnetização do transformador. A Figura 2-11 mostra uma curva de magnetização de um transformador. Se uma tensão de regime permanente

$$v(t) = V_M \text{sen } \omega t \quad \text{V}$$

for aplicada ao enrolamento primário do transformador, o fluxo de magnetização será dado por

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{1}{N_p} \int v(t) dt \\ &= \frac{1}{N_p} \int V_M \text{sen } \omega t dt \end{aligned}$$

$$\boxed{\phi(t) = -\frac{V_M}{\omega N_p} \cos \omega t} \quad (2-101)$$

Se a tensão aplicada $v(t)$ for aumentada em 10%, o fluxo máximo resultante no núcleo também aumentará em 10%. Acima de um certo ponto da curva de magnetização, no entanto, um aumento de 10% no fluxo requer um aumento na corrente de magnetização *muito maior* do que 10%. Esse conceito está ilustrado na Figura 2-44. À medida que a tensão sobe, as correntes elevadas de magnetização rapidamente tornam-se inaceitáveis. A tensão máxima aplicada (e, portanto, a tensão nominal) é determinada pela corrente de magnetização máxima aceitável do núcleo.

Observe que a tensão e a frequência se relacionarão de modo inverso se o fluxo máximo for mantido constante:

$$\phi_{\max} = \frac{V_{\max}}{\omega N_p} \quad (2-102)$$

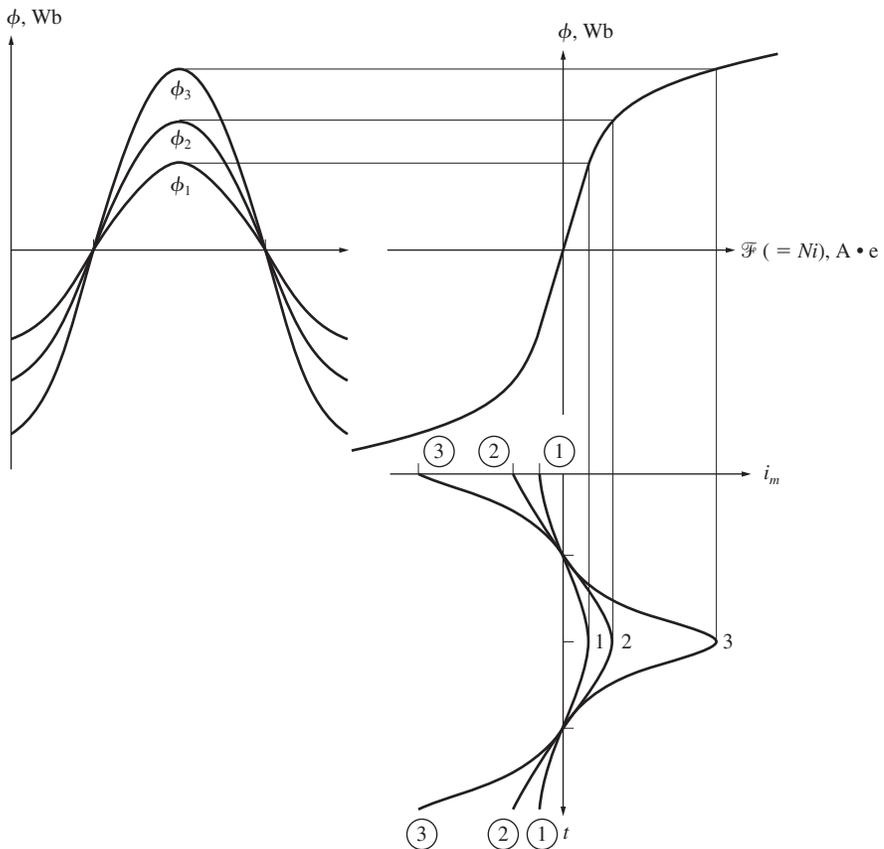


FIGURA 2-44 O efeito do fluxo de pico de um núcleo de transformador sobre a corrente de magnetização requerida.

Assim, se um transformador de 60 Hz operar em 50 Hz, a tensão aplicada também deverá ser reduzida em um sexto ou o fluxo de pico no núcleo será demasiadamente elevado. Essa diminuição na tensão aplicada com a frequência é denominada *redução de tensão nominal**. De modo similar, um transformador de 50 Hz poderá operar com uma tensão 20% mais elevada em 60 Hz se esse procedimento não causar problemas de isolamento.

EXEMPLO 2-10 Um transformador monofásico de 1 kVA, 230/115 V e 60 Hz tem 850 espiras no enrolamento primário e 425 espiras no enrolamento secundário. A curva de magnetização desse transformador está mostrada na Figura 2-45.

- (a) Calcule e plote a corrente de magnetização desse transformador quando ele funciona em 230 V com uma fonte de potência de 60 Hz. Qual é o valor eficaz da corrente de magnetização?

* N. de T.: *Derating*, em inglês.

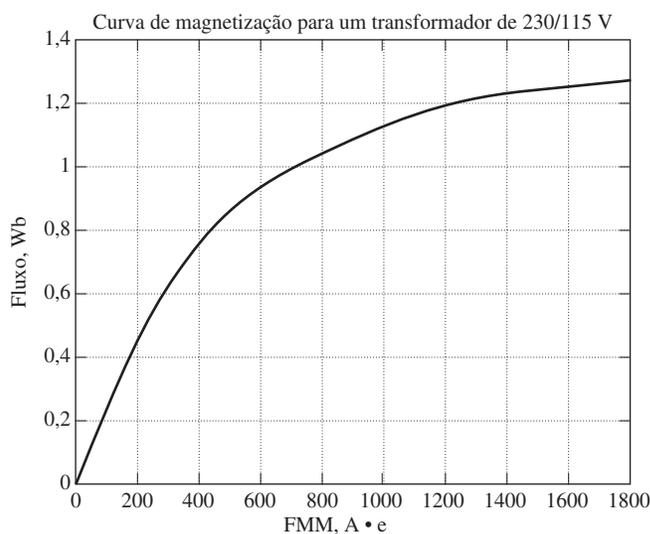


FIGURA 2-45

Curva de magnetização para o transformador de 230/115 V do Exemplo 2-10.

- (b) Calcule e plote a corrente de magnetização desse transformador quando ele funciona em 230 V com uma fonte de potência de 50 Hz. Qual é o valor eficaz da corrente de magnetização? Como essa corrente se compara à corrente de magnetização de 60 Hz?

Solução

A melhor maneira de resolver este problema é calcular o valor do fluxo no núcleo em função do tempo e, então, usar a curva de magnetização para converter cada valor de fluxo na respectiva força magnetomotriz. Em seguida, a corrente de magnetização poderá ser determinada utilizando a equação

$$i = \frac{\mathcal{F}}{N_p} \quad (2-103)$$

Supondo que a tensão aplicada ao núcleo seja $v(t) = V_M \sin \omega t$ volts, o fluxo no núcleo em função do tempo será dado pela Equação (2-102):

$$\phi(t) = -\frac{V_M}{\omega N_p} \cos \omega t \quad (2-101)$$

A curva de magnetização desse transformador está disponível em um arquivo denominado `mag_curve_1.dat`. Esse arquivo pode ser usado pelo MATLAB para converter os valores de fluxo nos respectivos valores FMM e a Equação (2-102) pode ser utilizada para determinar os valores de corrente de magnetização requeridos. Finalmente, o valor eficaz da corrente de magnetização pode ser calculado com a equação

$$I_{\text{eficaz}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (2-104)$$

A seguir, é apresentado um programa de MATLAB para executar esses cálculos:

```
% M-file: mag_current.m
% M-file para calcular e plotar a corrente de
% magnetização de um transformador de 230/115 V operando em
```

```

% 230 volts e 50/60 Hz. Este programa também
% calcula o valor eficaz da corrente de magnetização.
% Carregar a curva de magnetização. Os dados estão em duas
% colunas, a primeira coluna contém os dados de FMM (mmf_data) e
% a segunda, os dados de fluxo (flux_data).
load mag_curve_1.dat;
mmf_data = mag_curve_1(:,1);
flux_data = mag_curve_1(:,2);

% Inicializar valores
VM = 325;      % Tensão máxima (V)
NP = 850;     % Espiras do primário

% Calcular velocidade angular (w) em 60 Hz
freq = 60;    % Freq (Hz)
w = 2 * pi * freq;

% Calcular fluxo (flux) versus tempo (time)
time = 0:1/3000:1/30;      % 0 a 1/30 segundo
flux = -VM/(w*NP) * cos(w.* time);

% Calcular a FMM (mmf) correspondente a um dado fluxo (flux)
% usando a função de interpolação (interp1) de fluxo.
mmf = interp1(flux_data,mmf_data,flux);

% Calcular a corrente de magnetização (im)
im = mmf / NP;

% Calcular o valor eficaz da corrente (irms)
irms = sqrt(sum(im.^2)/length(im));
disp(['A corrente eficaz em 60 Hz é ', num2str(irms)]);

% Plotar a corrente de magnetização.
figure(1)
subplot(2,1,1);
plot(time,im);
title ('\bfCorrente de magnetização em 60 Hz');
xlabel ('\bfTempo (s)');
ylabel ('\bf\itI_{m} \rm(A)');
axis([0 0.04 -2 2]);
grid on;

% Calcular velocidade angular (w) em 50 Hz
freq = 50;    % Freq (Hz)
w = 2 * pi * freq;

% Calcular fluxo (flux) versus tempo (time)
time = 0:1/2500:1/25;      % 0 a 1/25 segundo
flux = -VM/(w*NP) * cos(w.* time);

% Calcular a FMM (mmf) correspondente a um dado fluxo (flux)
% usando a função de interpolação (interp1) de fluxo.
mmf = interp1(flux_data,mmf_data,flux);

% Calcular a corrente de magnetização (im)
im = mmf / NP;

```

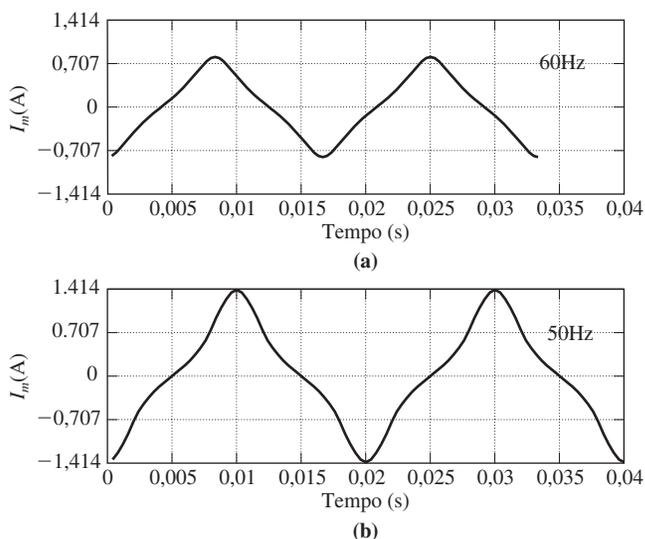


FIGURA 2-46

(a) Corrente de magnetização do transformador operando em 60 Hz. (b) Corrente de magnetização do transformador operando em 50 Hz.

```
% Calcular o valor eficaz da corrente (irms)
irms = sqrt(sum(im.^2)/length(im));
disp(['A corrente eficaz em 50 Hz é', num2str(irms)]);

% Plotar a corrente de magnetização.
subplot(2,1,2);
plot(time,im);
title ('\bfCorrente de magnetização em 50 Hz');
xlabel ('\bfTempo (s)');
ylabel ('\bf\itI_{m} \rm(A)');
axis([0 0.04 -2 2]);
grid on;
```

Quando o programa é executado, os resultados são

```
>> mag_current
A corrente eficaz em 60 Hz é 0.4894
A corrente eficaz em 50 Hz é 0.79252
```

As correntes de magnetização estão mostradas na Figura 2-46. Observe que a corrente eficaz de magnetização aumenta mais de 60% quando a frequência muda de 60 Hz para 50 Hz.

Potência aparente nominal de um transformador

O principal propósito da potência aparente nominal é o de juntamente com a tensão nominal, limitar o fluxo de corrente nos enrolamentos do transformador. O fluxo de corrente é importante porque controla as perdas I^2R do transformador, o que, por sua vez, controla o aquecimento das bobinas do transformador. O aquecimento é crítico, porque o superaquecimento das bobinas de um transformador encurta *drasticamente* a vida de sua isolamento.

Os transformadores têm sua potência nominal especificada em potência aparente em vez de potência ativa ou potência reativa, porque o mesmo aquecimento ocorre com um dado valor de corrente, independentemente de sua fase em relação à tensão de terminal. O valor da corrente afeta o aquecimento, não a fase da corrente.

A especificação de fato da potência aparente nominal de um transformador pode conter mais do que um único valor. Nos transformadores reais, pode haver uma potência aparente nominal para o transformador em si e outra (mais elevada) para o transformador com refrigeração forçada. A ideia chave por trás da potência nominal é que a temperatura nas áreas quentes dos enrolamentos do transformador *deve* ser limitada para que a vida do transformador seja protegida.

Se a tensão de um transformador for reduzida por alguma razão (por exemplo, se ele operar em uma frequência inferior à normal), então a potência aparente nominal do transformador deverá ser reduzida em um valor igual. Se isso não for feito, a corrente nos enrolamentos do transformador excederá o nível máximo permitido e causará superaquecimento.

O problema da corrente transitória inicial

Um problema relacionado com o nível de tensão no transformador é o problema da corrente transitória inicial. Suponha que a tensão

$$v(t) = V_M \text{ sen } (\omega t + \theta) \quad \text{V} \quad (2-105)$$

seja aplicada no momento em que o transformador é ligado inicialmente à linha de potência elétrica. No primeiro semiciclo da tensão aplicada, o valor máximo alcançado pelo fluxo depende da fase da tensão no instante em que a tensão é aplicada. Se a tensão inicial for

$$v(t) = V_M \text{ sen } (\omega t + 90^\circ) = V_M \text{ cos } \omega t \quad \text{V} \quad (2-106)$$

e se o fluxo inicial no núcleo for zero, o fluxo máximo durante o primeiro semiciclo será exatamente igual ao fluxo máximo em regime permanente:

$$\phi_{\text{max}} = \frac{V_{\text{max}}}{\omega N_p} \quad (2-102)$$

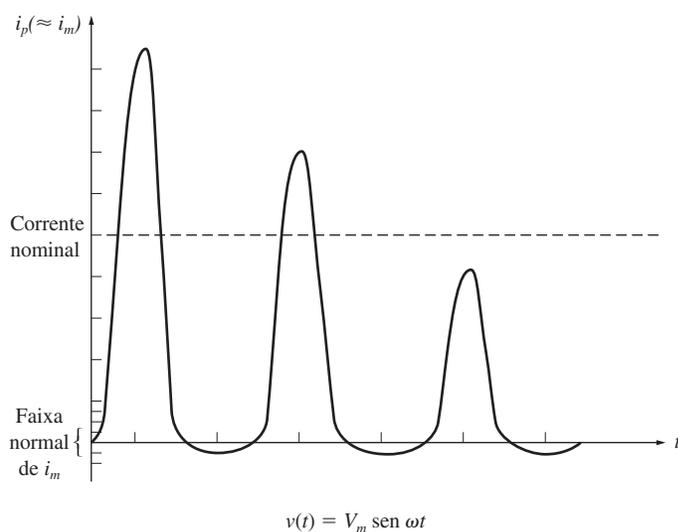
Esse nível de fluxo é simplesmente o fluxo de regime permanente, de modo que não causará nenhum problema em especial. No entanto, caso a tensão aplicada seja

$$v(t) = V_M \text{ sen } \omega t \quad \text{V}$$

o fluxo máximo durante o primeiro semiciclo será dado por

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{1}{N_p} \int_0^{\pi/\omega} V_M \text{ sen } \omega t \, dt \\ &= -\frac{V_M}{\omega N_p} \text{ cos } \omega t \Big|_0^{\pi/\omega} \\ &= -\frac{V_M}{\omega N_p} [(-1) - (1)] \end{aligned}$$

$$\boxed{\phi_{\text{max}} = \frac{2V_{\text{max}}}{\omega N_p}} \quad (2-107)$$

**FIGURA 2-47**

A corrente transitória inicial devido à corrente de magnetização de um transformador na partida.

Esse fluxo máximo é o dobro do fluxo normal de regime permanente. Se a curva de magnetização da Figura 2-11 for examinada, poderemos ver facilmente que resulta uma *enorme* corrente de magnetização quando o fluxo máximo do núcleo dobra. De fato, durante uma parte do ciclo, o transformador assemelha-se a um curto-circuito circulando uma corrente muito elevada (ver Figura 2-47).

Para qualquer outro ângulo de fase da tensão aplicada, entre 90° , que não é problemático, e 0° , que é o pior caso, há corrente em excesso. O ângulo de fase aplicado da tensão não é normalmente controlado na partida, de modo que pode haver correntes transitórias iniciais muito grandes durante os primeiros ciclos após a conexão do transformador à linha. O transformador e o sistema de potência ao qual ele está ligado devem ser capazes de suportar essas correntes.

A placa de identificação de um transformador

Uma placa típica de identificação de um transformador de distribuição está mostrada na Figura 2-48. A informação disponibilizada em uma placa como essa inclui a tensão nominal, os quilovolts-ampères nominais, a frequência nominal e a impedância por unidade em série do transformador. Ela mostra também a tensão nominal de cada derivação do transformador e o desenho esquemático de fiação do transformador.

Tipicamente, placas como a mostrada contêm também a designação do tipo do transformador e referências às instruções de operação.

2.13 TRANSFORMADORES DE INSTRUMENTAÇÃO

Nos sistemas de potência, dois tipos de transformadores de finalidade especial são utilizados para realizar medidas. Um deles é o transformador de potencial e o outro é o transformador de corrente.

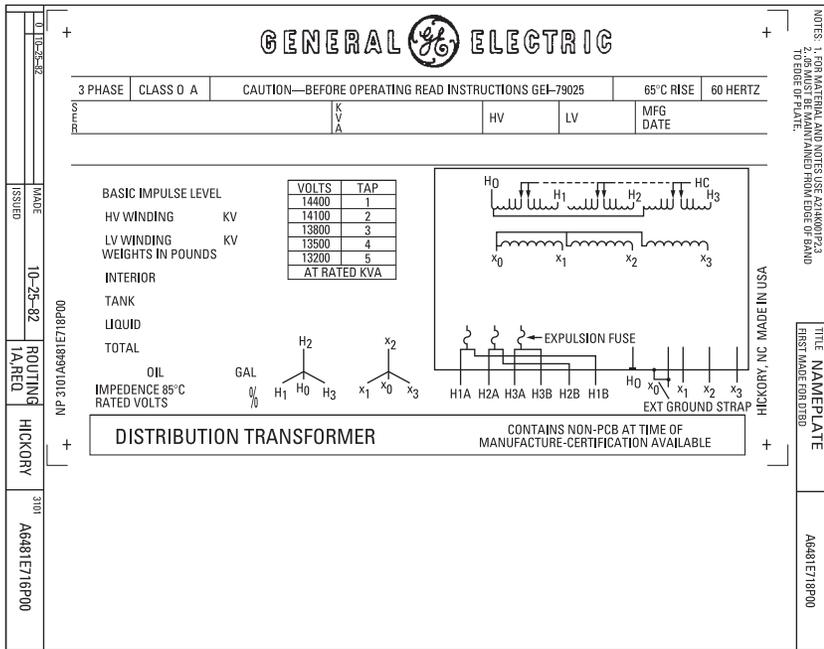


FIGURA 2-48

Exemplo de placa de identificação de um transformador de distribuição. Observe as especificações nominais listadas: tensão, frequência, potência aparente e configurações das derivações (*taps*). (Cortesia da General Electric Company.)

Um *transformador de potencial* é um transformador especialmente enrolado com um primário de alta tensão e um secundário de baixa tensão. Ele apresenta uma potência nominal muito baixa e sua única finalidade é fornecer uma amostra da tensão do sistema de potência aos instrumentos que o monitoram. Como o propósito principal do transformador é a amostragem de tensão, ele deve ser muito exato para não distorcer seriamente os valores verdadeiros de tensão. Transformadores de potencial de diversas *classes de exatidão* podem ser adquiridos, dependendo de quão exatas devem ser as leituras das medidas para uma dada aplicação.

Um *transformador de corrente* toma uma amostra da corrente que flui em uma linha e a reduz a um nível seguro e mensurável. Um diagrama de transformador de corrente típico é apresentado na Figura 2-49. O transformador de corrente consiste em um enrolamento secundário enrolado em torno de um anel ferromagnético, com o primário constituído simplesmente pela linha que passa através do centro do anel. O anel ferromagnético retém e concentra uma pequena amostra do fluxo oriundo da linha do primário. A seguir, esse fluxo induz uma tensão e uma corrente no enrolamento secundário.

Um transformador de corrente é diferente dos outros transformadores descritos nesse capítulo, porque seus enrolamentos são *fracamente acoplados*. Diferentemente de todos os outros transformadores, o fluxo mútuo ϕ_M no transformador de corrente é menor do que o fluxo de dispersão ϕ_D . Devido ao acoplamento fraco, as razões de tensão e de corrente das Equações (2-1) a (2-5) não se aplicam a um transformador de corrente. No entanto, a corrente no secundário de um transformador de corrente é dire-

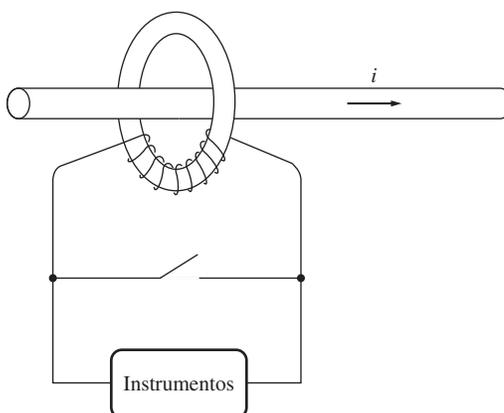


FIGURA 2-49
Esquema de um transformador de corrente.

tamente proporcional à corrente muito maior do primário e, desse modo, o dispositivo poderá fornecer uma amostra exata da corrente de linha para propósitos de mensuração.

As especificações nominais de um transformador de corrente são dadas como razões de correntes entre o primário e o secundário. Uma razão típica para um transformador de corrente poderia ser 600:5800:5 ou 1000:5. Uma especificação de 5 A é um valor usado como padrão para o secundário de um transformador de corrente.

É importante que o transformador de corrente esteja permanentemente em curto circuito, porque tensões extremamente elevadas poderão surgir se os terminais do enrolamento secundário estiverem abertos. De fato, a maioria dos relés e outros dispositivos que fazem uso da corrente de um transformador de corrente tem um *intertravamento de curto circuito* que deve ser fechado antes que o relé possa ser removido para inspeção ou ajustes. Sem esse intertravamento, surgirão tensões elevadas muito perigosas nos terminais do secundário quando o relé for removido de seu soquete.

2.14 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Um transformador é um dispositivo utilizado para converter energia elétrica com um nível de tensão em energia elétrica com um outro nível de tensão, por meio da ação de um campo magnético. Ele desempenha um papel extremamente importante na vida moderna, tornando possível a transmissão econômica a longa distância de potência elétrica.

Quando uma tensão é aplicada ao primário de um transformador, um fluxo é produzido no núcleo conforme é dado pela lei de Faraday. O fluxo que está se alterando no núcleo induz uma tensão no enrolamento secundário do transformador. Ainda, uma vez que os núcleos dos transformadores têm permeabilidade muito elevada, a força magnetomotriz líquida necessária no núcleo para produzir seu fluxo é muito pequena. Como a força magnetomotriz líquida é muito pequena, a força magnetomotriz do circuito primário deve ser aproximadamente igual e oposta à força magnetomotriz do circuito secundário. Esse fato leva à razão de correntes do transformador.

Um transformador real contém fluxos de dispersão que passam através do enrolamento primário ou do secundário, mas não através de ambos. Além disso, há perdas por histerese, corrente parasita e no cobre. Esses efeitos são levados em consideração

no circuito equivalente do transformador. Em um transformador real, suas imperfeições são medidas por sua regulação de tensão e sua eficiência.

O sistema por unidade de medidas é um modo conveniente de estudar os sistemas que contêm transformadores, porque os diversos níveis de tensão desaparecem nesse sistema. Além disso, as impedâncias por unidade de um transformador, expressas em sua própria base de valores nominais, caem dentro de uma faixa relativamente estreita, propiciando uma forma para testar a razoabilidade das soluções dos problemas.

Um autotransformador difere de um transformador comum porque os dois enrolamentos do autotransformador estão conectados entre si. A tensão em um lado do transformador é a tensão em um único enrolamento, ao passo que a tensão no outro lado do transformador é a soma das tensões em *ambos* os enrolamentos. Como somente uma parte da potência de um autotransformador passa realmente através dos enrolamentos, um autotransformador tem uma vantagem de potência nominal em comparação com um transformador comum de igual tamanho. Entretanto, a conexão destrói a isolamento elétrica entre os lados primário e secundário de um transformador.

Os níveis de tensão dos circuitos trifásicos podem ser transformados por uma combinação apropriada de dois ou três transformadores. Os transformadores de potencial e de corrente podem tirar uma amostra das tensões e correntes presentes em um circuito. Esses dois dispositivos são muito comuns em grandes sistemas de distribuição de potência elétrica.

PERGUNTAS

- 2.1 A relação de espiras de um transformador é o mesmo que a razão de tensões do transformador? Justifique sua resposta.
- 2.2 Por que a corrente de magnetização impõe um limite superior à tensão aplicada ao núcleo de um transformador?
- 2.3 De que componentes é constituída a corrente de excitação de um transformador? Como elas são modeladas no circuito equivalente de um transformador?
- 2.4 O que é o fluxo de dispersão de um transformador? Por que ele é modelado como um indutor no circuito equivalente de um transformador?
- 2.5 Faça uma lista e descreva os tipos de perdas que ocorrem em um transformador.
- 2.6 Por que o fator de potência de uma carga afeta a regulação de tensão de um transformador?
- 2.7 Por que o ensaio de curto-circuito de um transformador mostra essencialmente apenas as perdas I^2R , e não as perdas por excitação?
- 2.8 Por que o ensaio a vazio de um transformador mostra essencialmente apenas as perdas por excitação, e não as perdas I^2R ?
- 2.9 Como o sistema por unidade de medidas elimina o problema de diferentes níveis de tensão em um sistema de potência?
- 2.10 Por que os autotransformadores operam com mais potência do que os transformadores convencionais de mesmo tamanho?
- 2.11 O que são as derivações de um transformador? Para que elas são utilizadas?
- 2.12 O quais são os problemas associados à ligação trifásica Y–Y de transformadores?
- 2.13 O que é um transformador TCUL?
- 2.14 Como uma transformação trifásica pode ser obtida usando apenas dois transformadores? Que tipos de ligações podem ser usadas? Quais são suas vantagens e desvantagens?
- 2.15 Explique por que uma ligação Δ aberto de transformadores está limitada a alimentar 57,7% da carga normal de um banco de transformadores Δ – Δ .

- 2.16 Um transformador de 60 Hz pode funcionar em um sistema de 50 Hz? Que providências são necessárias para permitir essa operação?
- 2.17 O que acontece a um transformador quando ele é inicialmente ligado a uma linha de potência? Alguma coisa pode ser feita para atenuar esse problema?
- 2.18 O que é um transformador de potencial? Como ele é utilizado?
- 2.19 O que é um transformador de corrente? Como ele é utilizado?
- 2.20 Um transformador de distribuição tem especificações nominais de 18 kVA, 20.000/480 V e 60 Hz? Esse transformador pode fornecer com segurança 15 kVA a uma carga de 415 V em 50 Hz? Justifique sua resposta.
- 2.21 Por que é possível ouvir um zunido quando se está próximo de um transformador de grande porte?

PROBLEMAS

- 2.1 Um transformador de distribuição de 100 kVA, 8000/277 V tem as seguintes resistências e reatâncias:

$$\begin{aligned} R_p &= 5 \, \Omega & R_s &= 0,005 \, \Omega \\ X_p &= 6 \, \Omega & X_s &= 0,006 \, \Omega \\ R_c &= 50 \, \text{k}\Omega & X_M &= 10 \, \text{k}\Omega \end{aligned}$$

As impedâncias dadas do ramo de excitação estão referidas ao lado de alta tensão do transformador.

- (a) Encontre o circuito equivalente desse transformador referente ao lado de baixa tensão.
- (b) Encontre o circuito equivalente por unidade desse transformador.
- (c) Assuma que o transformador alimente uma carga nominal em 277 V e FP 0,85 atrasado. Qual é sua tensão de entrada? Qual é sua regulação de tensão?
- (d) Quais são as perdas no cobre e no núcleo desse transformador, nas condições da parte (c)?
- (e) Qual é a eficiência do transformador, nas condições da parte (c)?
- 2.2 Um sistema de potência monofásico está mostrado na Figura P2-1. A fonte de potência alimenta um transformador de 100 kVA e 14/2,4 kV por meio de uma impedância de alimentador de $38,2 + j140 \, \Omega$. A impedância em série equivalente do transformador, referida ao seu lado de baixa tensão, é $0,10 + j0,40 \, \Omega$. A carga do transformador é 90 kW com FP 0,80 atrasado e 2300 V.

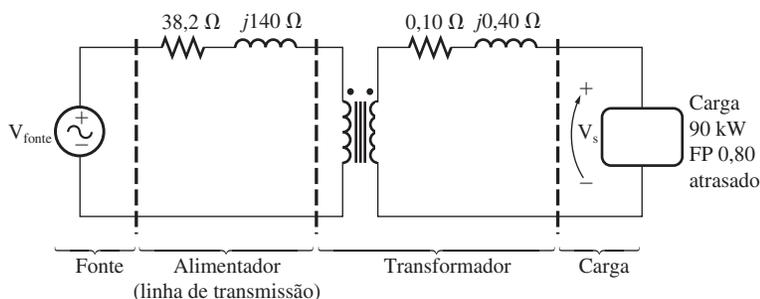


FIGURA P2-1
O circuito do Problema 2-2.

- (a) Qual é a tensão na fonte de potência do sistema?
- (b) Qual é a regulação de tensão do transformador?
- (c) Qual é a eficiência total do sistema de potência?

2.3 Considere um sistema de potência simples consistindo em uma fonte ideal de tensão, um transformador elevador ideal, uma linha de transmissão, um transformador abaixador ideal e uma carga. A tensão da fonte é $\mathbf{V}_s = 480\angle 0^\circ \text{ V}$. A impedância da linha de transmissão é $Z_{\text{linha}} = 3 + j4 \ \Omega$ e a impedância da carga é $Z_{\text{carga}} = 30 + j40 \ \Omega$.

- (a) Assuma que os transformadores não estão presentes no circuito. Qual é a tensão da carga e a eficiência do sistema?
- (b) Assuma que o transformador 1 é um transformador elevador 1:5 e que o transformador 2 é um transformador abaixador 5:1. Qual é a tensão da carga e a eficiência do sistema?
- (c) Qual é a relação de espiras necessária para reduzir as perdas na linha de transmissão a 1% da potência total produzida pelo gerador?

2.4 O enrolamento secundário de um transformador real tem uma tensão de terminal de $v_s(t) = 282,8 \text{ sen } 377t \text{ V}$. A relação de espiras do transformador é 100:200 ($a = 0,50$). Se a corrente do secundário no transformador for $i_s(t) = 7,07 \text{ sen } (377t - 36,87^\circ) \text{ A}$, qual será a corrente do primário desse transformador? Quais são sua regulação de tensão e sua eficiência? As impedâncias do transformador, referidas ao lado do primário, são

$$\begin{aligned} R_{\text{eq}} &= 0,20 \ \Omega & R_C &= 300 \ \Omega \\ X_{\text{eq}} &= 0,80 \ \Omega & X_M &= 100 \ \Omega \end{aligned}$$

2.5 Quando viajantes dos Estados Unidos e do Canadá visitam a Europa, eles encontram um sistema diferente de distribuição de energia elétrica. A tensão eficaz das tomadas na América do Norte é 120 V em 60 Hz, ao passo que as tomadas típicas na Europa são 230 V em 50 Hz. Muitos viajantes levam consigo pequenos transformadores elevadores/abaixadores, de modo que eles podem utilizar seus aparelhos elétricos nos países que estão visitando. Um transformador típico pode ter valores nominais de 1 kVA e 115/230 V, com 500 espiras no lado de 115 V e 1000 espiras no lado de 230 V. A curva de magnetização desse transformador está mostrada na Figura P2-2 e pode ser encontrada no arquivo p22.mag no site deste livro.

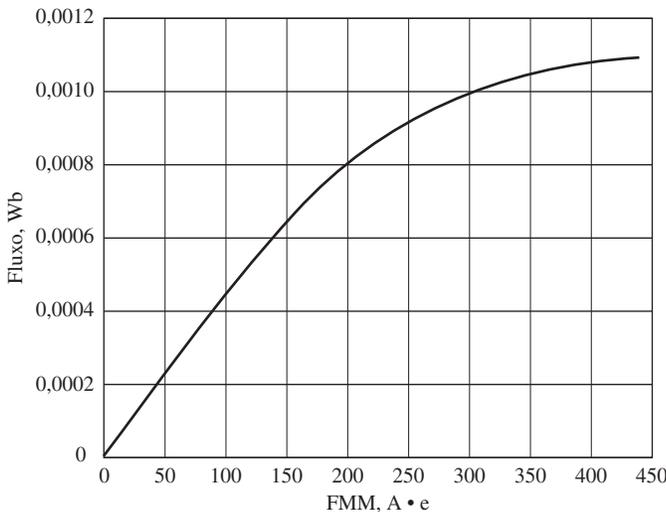


FIGURA P2-2 Curva de magnetização do transformador do Problema 2-5.

- (a) Suponha que esse transformador seja ligado a uma fonte de potência de 120 V e 60 Hz sem nenhuma carga ligada no lado de 240 V. Faça um gráfico da corrente de magnetização que irá circular no transformador. (Se estiver disponível, use MATLAB para plotar a corrente com exatidão.) Qual é amplitude eficaz da corrente de magnetização? Que porcentagem da corrente de plena carga é a corrente de magnetização?
- (b) Agora, suponha que esse transformador seja ligado a uma fonte de potência de 240 V e 50 Hz sem nenhuma carga ligada no lado de 120 V. Faça um gráfico da corrente de magnetização que irá circular no transformador. (Se estiver disponível, use MATLAB para plotar a corrente com exatidão.) Qual é amplitude eficaz da corrente de magnetização? Que porcentagem da corrente de plena carga é a corrente de magnetização?
- (c) Em qual caso a corrente de magnetização é uma porcentagem maior da corrente de plena carga? Por quê?

2.6 Um transformador com especificações nominais de 1000 VA e 230/115 V foi submetido a ensaios para determinar seu circuito equivalente. Os resultados dos ensaios estão mostrados abaixo.

Ensaio a vazio (no lado do secundário)	Ensaio de curto-circuito (no lado do primário)
$V_{VZ} = 115 \text{ V}$	$V_{CC} = 17,1 \text{ V}$
$I_{VZ} = 0,11 \text{ A}$	$I_{CC} = 8,7 \text{ A}$
$P_{VZ} = 3,9 \text{ W}$	$P_{CC} = 38,1 \text{ W}$

- (a) Encontre o circuito equivalente desse transformador, referido ao lado de baixa tensão do transformador.
- (b) Encontre a regulação de tensão do transformador, em condições nominais com (1) FP 0,8 atrasado, (2) FP 1,0 e (3) FP 0,8 adiantado.
- (c) Determine a eficiência do transformador, em condições nominais com FP 0,8 atrasado.
- 2.7** Um transformador de distribuição de 30 kVA e 8000/230 V tem uma impedância referida ao primário de $20 + j100 \Omega$. As componentes do ramo de excitação, referidas ao lado primário, são $R_C = 100 \text{ k}\Omega$ e $X_M = 20 \text{ k}\Omega$.
- (a) Se a tensão do primário for 7.967 V e impedância de carga for $Z_L = 2,0 + j0,7 \Omega$, qual será a tensão do secundário do transformador? Qual é a regulação de tensão do transformador?
- (b) Se a carga for desconectada e um capacitor de $-j3,0 \Omega$ for ligado em seu lugar, qual será a tensão no secundário do transformador? Qual é a regulação de tensão nessas condições?
- 2.8** Um transformador monofásico de 150 MVA e 15/200 kV tem uma resistência por unidade de 1,2% e uma reatância por unidade de 5% (dados tomados da placa do transformador). A impedância de magnetização é $j80$ por unidade.
- (a) Encontre o circuito equivalente, referido ao lado de baixa tensão desse transformador.
- (b) Calcule a regulação de tensão do transformador, para uma corrente de plena carga com um fator de potência de 0,8 atrasado.
- (c) Calcule as perdas no cobre e no núcleo do transformador nas condições de (b).
- (d) Assuma que a tensão do primário desse transformador é constante de 15 kV. Plote a tensão do secundário como uma função da corrente de carga para correntes desde a vazio até plena carga. Repita esse processo para fatores de potência de 0,8 atrasado, 1,0 e 0,8 adiantado.

- 2.9** Um transformador monofásico de potência de 5000 kVA e 230/13,8 kV tem uma resistência por unidade de 1% e uma reatância por unidade de 5% (dados tomados da placa do transformador). O ensaio a vazio foi realizado no lado de baixa tensão do transformador, produzindo os seguintes dados:

$$V_{VZ} = 13,8 \text{ kV} \quad I_{VZ} = 21,1 \text{ A} \quad P_{VZ} = 90,8 \text{ kW}$$

- (a) Encontre o circuito equivalente, referido ao lado de baixa tensão do transformador.
 (b) Se a tensão no lado do secundário for 13,8 kV e a potência fornecida for 4000 kW com FP 0,8 atrasado, encontre a regulação de tensão do transformador. Qual é sua eficiência?
- 2.10** Um banco trifásico de transformadores deve operar com 500 kVA e ter uma razão de tensões de 34,5/11 kV. Quais são as especificações nominais de cada transformador individual do banco (alta tensão, baixa tensão, relação de espiras e potência aparente) se o banco de transformadores for ligado a (a) Y–Y, (b) Y–Δ, (c) Δ–Y, (d) Δ–Δ, (e) Δ aberto e (f) Y aberto – Δ aberto.
- 2.11** Um transformador trifásico de potência Δ–Y de 100 MVA e 230/115 kV tem uma resistência por unidade de 0,015 pu e uma reatância por unidade de 0,06 pu. Os elementos do ramo de excitação são $R_C = 100 \text{ pu}$ e $X_M = 20 \text{ pu}$.
- (a) Se esse transformador alimentar uma carga de 80 MVA com FP 0,8 atrasado, desenhe o diagrama fasorial de uma das fases do transformador.
 (b) Qual é a regulação de tensão do banco de transformadores nessas condições?
 (c) Desenhe o circuito equivalente, referido ao lado de baixa tensão, de uma das fases desse transformador. Calcule todas as impedâncias do transformador, referidas ao lado de baixa tensão.
 (d) Determine as perdas no transformador e a eficiência do transformador nas condições da parte (b).
- 2.12** Três transformadores de distribuição de 20 kVA e 24.000/277 V são ligados em Δ–Y. O ensaio a vazio foi executado no lado de baixa tensão desse banco de transformadores e os seguintes dados foram registrados:

$$V_{\text{linha},VZ} = 480 \text{ V} \quad I_{\text{linha},VZ} = 4,10 \text{ A} \quad P_{3\phi,VZ} = 945 \text{ W}$$

O ensaio de curto-circuito foi executado no lado de alta tensão do banco de transformadores e os seguintes dados foram registrados:

$$V_{\text{linha},CC} = 1400 \text{ V} \quad I_{\text{linha},CC} = 1,80 \text{ A} \quad P_{3\phi,CC} = 912 \text{ W}$$

- (a) Encontre o circuito equivalente por unidade do banco de transformadores.
 (b) Encontre a regulação de tensão desse banco de transformadores para a carga nominal e FP 0,90 atrasado.
 (c) Qual é a eficiência do banco de transformadores nessas condições?
- 2.13** Um banco de transformadores trifásico de 14.000/480 V, ligado em Y–Δ, consiste em três transformadores idênticos de 100 kVA e 8314/480 V. Ele é alimentado com potência diretamente de um grande barramento de tensão constante. No ensaio de curto-circuito, os valores registrados no lado de alta tensão de um desses transformadores foram

$$V_{CC} = 510 \text{ V} \quad I_{CC} = 12,6 \text{ A} \quad P_{CC} = 3000 \text{ W}$$

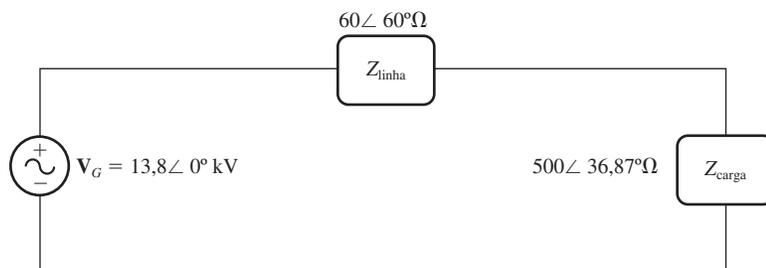
- (a) Se o banco alimentar uma carga nominal com FP 0,8 atrasado e tensão nominal, qual é a tensão linha a linha no primário do banco de transformadores?
 (b) Qual é a regulação de tensão nessas condições?
 (c) Assuma que a tensão de fase constante do primário desse transformador é 8314 V. Plote a tensão do secundário como uma função da corrente de carga, para correntes

desde a vazio (sem carga) até plena carga. Repita esse processo para fatores de potência de 0,8 atrasado, 1,0 e 0,8 adiantado.

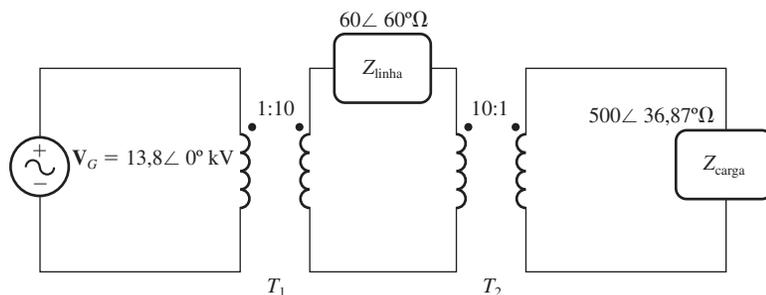
(d) Plote a regulação de tensão desse transformador como função da corrente de carga, para correntes desde a vazio (sem carga) até plena carga. Repita esse processo para fatores de potência de 0,8 atrasado, 1,0 e 0,8 adiantado.

(e) Desenhe o circuito equivalente por unidade desse transformador.

2.14 Um gerador monofásico de potência de 13,8 kV alimenta com potência uma carga por meio de uma linha de transmissão. A impedância da carga é $Z_{\text{carga}} = 500 \angle 36,87^\circ \Omega$ e a impedância da linha de transmissão é $Z_{\text{linha}} = 60 \angle 60^\circ \Omega$.



(a)



(b)

FIGURA P2-3

Circuitos para o Problema 2-14: (a) sem transformadores e (b) com transformadores.

(a) Se o gerador for ligado diretamente à carga (Figura P2-3a), qual será a razão entre a tensão da carga e a tensão gerada? Quais são as perdas de transmissão do sistema?

(b) Que porcentagem da potência fornecida pela fonte chega até a carga (qual é a eficiência do sistema de transmissão)?

(c) Se um transformador elevador de 1:10 for colocado na saída do gerador e um transformador abaixador de 10:1 for colocado no lado da carga da linha de transmissão, qual será a nova razão entre a tensão da carga e a tensão gerada? Quais são as perdas de transmissão do sistema agora? (*Nota:* Pode-se assumir que os transformadores são ideais.)

(d) Que porcentagem da potência fornecida pela fonte chega até a carga agora?

(e) Compare as eficiências do sistema de transmissão com e sem transformadores.

2.15 Um autotransformador é utilizado para conectar uma linha de distribuição de 12,6 kV a uma outra linha de distribuição de 13,8 kV. Ele deve ser capaz de operar com 2000 kVA. Há três fases, ligadas em Y–Y com seus neutros solidamente aterrados.

- (a) Qual deve ser relação de espiras N_C/N_{SE} para obter essa conexão?
 - (b) Com quanta potência aparente devem operar os enrolamentos de cada autotransformador?
 - (c) Qual é a vantagem de potência desse sistema com autotransformador?
 - (d) Se um dos autotransformadores fosse religado como um transformador comum, quais seriam suas especificações nominais?
- 2.16** Prove a seguinte afirmação: se um transformador, com uma impedância em série Z_{eq} , for ligado como autotransformador, sua impedância em série Z'_{eq} por unidade, como autotransformador, será

$$Z'_{eq} = \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} Z_{eq}$$

Observe que essa expressão é o inverso da vantagem de potência do autotransformador.

- 2.17** Um transformador convencional de 10 kVA e 480/120 V deve ser usado para alimentar uma carga de 120 V, a partir de uma fonte de 600 V. Considere que o transformador é ideal e assuma que a isolação pode suportar 600 V.
- (a) Em relação às ligações do transformador, faça um desenho da configuração que será capaz de realizar o trabalho requerido.
 - (b) Encontre os quilovolts-ampères nominais do transformador da configuração.
 - (c) Encontre as correntes máximas do primário e do secundário nessas condições.
- 2.18** Um transformador convencional de 10 kVA e 480/120 V deve ser utilizado para alimentar uma carga de 480 V, a partir de uma fonte de 600 V. Considere o transformador como ideal e assuma que a isolação pode suportar 600 V.
- (a) Em relação às ligações do transformador, faça um desenho da configuração que será capaz de realizar o trabalho requerido.
 - (b) Encontre os quilovolts-ampères nominais do transformador da configuração.
 - (c) Encontre as correntes máximas do primário e do secundário nessas condições.
 - (d) O transformador do Problema 2-18 é idêntico ao transformador do Problema 2-17, mas há uma diferença significativa na capacidade do transformador para lidar com potência aparente nas duas situações. Por quê? O que isso diz a respeito das condições ótimas para usar um autotransformador?
- 2.19** Duas fases de uma linha de distribuição trifásica de 14,4 kV atendem uma estrada rural remota (o neutro também está disponível). Um fazendeiro nessa estrada tem um alimentador de 480 V que abastece cargas trifásicas de 200 kW, FP 0,85 atrasado, e também cargas monofásicas de 60 kW, FP 0,9 atrasado. As cargas monofásicas estão distribuídas de forma equilibrada entre as três fases. Assumindo que uma ligação Y aberta – Δ aberto é usada para fornecer potência a essa fazenda, encontre as tensões e as correntes em cada um dos dois transformadores. Encontre também a potência ativa e a reativa fornecidas por cada transformador. Assuma que os transformadores são ideais. Qual é a especificação nominal mínima de kVA requerida de cada transformador?
- 2.20** Um transformador de distribuição monofásico de 50 kVA, 20.000/480 V e 60 Hz é submetido a ensaios com os seguintes resultados:

Ensaio a vazio (medido no lado do secundário)	Ensaio de curto-circuito (medido no lado do primário)
$V_{VZ} = 480 \text{ V}$	$V_{CC} = 1130 \text{ V}$
$I_{VZ} = 4,1 \text{ A}$	$I_{CC} = 1,30 \text{ A}$
$P_{VZ} = 620 \text{ W}$	$P_{CC} = 550 \text{ W}$

- (a) Encontre o circuito equivalente por unidade desse transformador em 60 Hz.
- (b) Qual é a eficiência do transformador em condições nominais e fator de potência unitário? Qual é a regulação de tensão nessas condições?
- (c) Quais seriam as especificações nominais desse transformador se ele operasse em um sistema de potência de 50 Hz?
- (d) Faça o desenho esquemático do circuito equivalente desse transformador, referido ao lado primário, *se ele estiver operando em 50 Hz*.
- (e) Qual é a eficiência do transformador nas condições nominais, em um sistema de potência de 50 Hz com fator de potência unitário? Qual é a regulação de tensão nessas condições?
- (f) Como a eficiência de um transformador nas condições nominais e 60 Hz pode ser comparada com a eficiência do mesmo transformador operando em 50 Hz?
- 2.21** Prove que o sistema trifásico de tensões do secundário do transformador Y- Δ , mostrado na Figura 2-37b, está atrasado de 30° em relação ao sistema trifásico de tensões do primário do transformador.
- 2.22** Prove que o sistema trifásico de tensões no secundário do transformador Δ -Y, mostrado na Figura 2-37c, está atrasado de 30° em relação ao sistema trifásico de tensões do primário do transformador.
- 2.23** Um transformador monofásico de 10 kVA e 480/120 V deve ser usado como autotransformador ligando uma linha de distribuição de 600 V a uma carga de 480 V. Quando ele é submetido a ensaios como transformador convencional, os seguintes valores são medidos no lado primário (480 V) do transformador:

Ensaio a vazio (medido no lado do secundário)	Ensaio de curto-circuito (medido no lado do primário)
$V_{VZ} = 120 \text{ V}$	$V_{CC} = 10,0 \text{ V}$
$I_{VZ} = 1,60 \text{ A}$	$I_{CC} = 10,6 \text{ A}$
$P_{VZ} = 38 \text{ W}$	$P_{CC} = 25 \text{ W}$

- (a) Encontre o circuito equivalente por unidade desse transformador quando ele é ligado de modo convencional. Qual é a eficiência do transformador em condições nominais e fator de potência unitário? Qual é a regulação de tensão nessas condições?
- (b) Faça um desenho esquemático das ligações, quando ele é usado como autotransformador abaixador de 600/480 V.
- (c) Qual é a especificação nominal em quilovolts-ampères do transformador quando ele está ligado como autotransformador?
- (d) Responda às questões de (a) para o caso de ligação como autotransformador.
- 2.24** A Figura P2-4 mostra um diagrama unifilar de um sistema de potência, que consiste em um gerador trifásico de 480 V e 60 Hz, o qual alimenta duas cargas por meio de uma linha de transmissão com um par de transformadores em suas extremidades. (NOTA: Os diagramas unifilares são descritos no Apêndice A, em que são analisados os circuitos de potência trifásicos.)

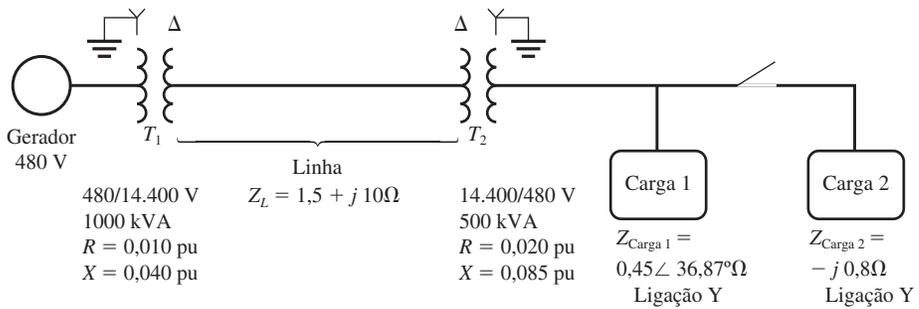


FIGURA P2-4

Diagrama unifilar do sistema de potência do Problema 2-24. Observe que alguns valores de impedância são dados no sistema por unidade e outros, em ohms.

- Faça um desenho esquemático do circuito equivalente por fase desse sistema de potência.
- Com a chave aberta, encontre a potência ativa P , a potência reativa Q e a potência aparente S fornecidas pelo gerador. Qual é o fator de potência do gerador?
- Com a chave fechada, encontre a potência ativa P , a potência reativa Q e a potência aparente S fornecidas pelo gerador. Qual é o fator de potência do gerador?
- Quais são as perdas de transmissão (perdas nos transformadores mais as perdas na linha) nesse sistema com a chave aberta? Com a chave fechada? Qual é o efeito de se acrescentar a Carga 2 ao sistema?

REFERÊNCIAS

- Beeman, Donald: *Industrial Power Systems Handbook*, McGraw-Hill, Nova York, 1955.
- Del Toro, V.: *Electric Machines and Power Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1985.
- Feinberg, R.: *Modern Power Transformer Practice*, Wiley, Nova York, 1979.
- Fitzgerald, A. E., C. Kingsley, Jr. e S. D. Umans: *Electric Machinery*, 6ª ed., McGraw-Hill, Nova York, 2003.
- McPherson, George: *An Introduction to Electrical Machines and Transformers*, Wiley, Nova York, 1981.
- M.I.T. Staff: *Magnetic Circuits and Transformers*, Wiley, Nova York, 1943.
- Slemmon, G. R. e A. Straughen: *Electric Machines*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1980.
- Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, Westinghouse Electric Corporation, East Pittsburgh, 1964.