

AUTO-INDUTÂNCIA E INDUTÂNCIA MÚTUA

Indutância

Indutância é a propriedade que tem um corpo condutor de fazer aparecer em si mesmo ou noutro condutor uma força eletromotriz induzida.

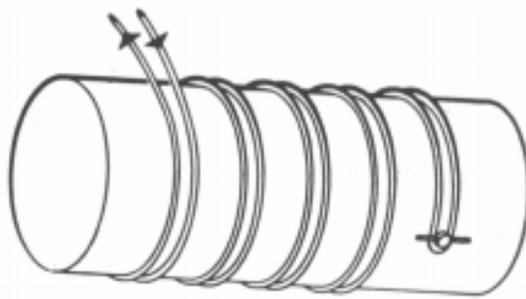
Para que seja criada uma força eletromotriz induzida num condutor, é necessário, como já foi estudado, que o mesmo esteja submetido a um campo magnético variável. Portanto, a indutância de um corpo é uma propriedade que só se manifesta quando a corrente que passa pelo corpo varia de valor, o que produz um campo magnético variável, ao qual está submetido o próprio corpo ou um outro condutor.

Quando o corpo induz em si mesmo uma força eletromotriz, chamamos o fenômeno de AUTO-INDUÇÃO e dizemos que o corpo apresenta AUTO-INDUTÂNCIA. A força eletromotriz induzida neste caso é conhecida também como FORÇA ELETROMOTRIZ DE AUTO-INDUÇÃO ou FORÇA CONTRA-ELETROMOTRIZ (f. c. e. m.).

O outro caso de indutância é conhecido como INDUTÂNCIA MÚTUA, e o fenômeno é conhecido como INDUÇÃO MÚTUA. Sempre que dois condutores são colocados um próximo do outro, mas sem ligação entre eles, há o aparecimento de uma tensão induzida

num deles, quando a corrente que passa pelo outro é variada. Este é o princípio de funcionamento de um dispositivo chamado TRANSFORMADOR, de grande aplicação em circuitos elétricos e eletrônicos, e que, na sua forma mais simples, é constituído por duas bobinas isoladas eletricamente, porém ligadas indutivamente, isto é, uma fica submetida ao campo magnético da outra. (Ver Capítulo XXVI.)

A indutância é uma propriedade de todos os condutores, podendo ser útil ou prejudicial; no segundo caso é necessário eliminar (ou pelo menos reduzir) os seus efeitos. Tal é o caso dos resistores de fio, cuja função é limitar a corrente no circuito pela ação SOMENTE de sua resistência, mas que, quando é percorrido por correntes variáveis, limita ainda mais a corrente, em consequência de sua indutância (auto-indutância). Como não é possível evitar a variação da corrente, procura-se anular o campo magnético produzido por ela, utilizando-se um fio dobrado ao meio para fazer o resistor, de modo que o sentido da corrente numa das metades é oposto ao sentido da corrente na outra, para que seus efeitos magnéticos se anulem. Um resistor deste tipo é conhecido como RESISTOR NÃO-INDUTIVO. (Fig. XII-1.)



O SENTIDO DA CORRENTE NUMA DAS METADES É OPOSTO AO SENTIDO DA CORRENTE NA OUTRA

FIG. XII-1

Um corpo pode apresentar pequena ou grande indutância, conforme suas características físicas. Como unidades de indutância foi escolhido o HENRY (H).

Um corpo condutor tem uma auto-indutância de 1 HENRY, quando é capaz de produzir em si mesmo uma força eletromotriz induzida de 1 VOLT, sempre que é percorrido por uma corrente que varia na razão de 1 AMPÈRE POR SEGUNDO.

Dois condutores apresentam uma indutância mútua de 1 HENRY, quando uma força eletromotriz de 1 VOLT é induzida em um deles, em consequência da variação de corrente no outro, na razão de 1 AMPÈRE POR SEGUNDO.

Dois submúltiplos do Henry são usados comumente:

MILIHENRY (mH) = 0,001 H

MICROHENRY (µH) = 0,000.001 H

Cálculo do Coeficiente de Auto-Indutância

O número que exprime a possibilidade que um corpo condutor tem de induzir em si mesmo uma força eletromotriz é o COEFICIENTE DE AUTO-INDUTÂNCIA desse corpo. A

mesma variação de corrente em vários corpos condutores poderá produzir tensões induzidas de valores diferentes nos mesmos, conforme o coeficiente de auto-indutância de cada um.

É fácil concluir que o valor médio da força eletromotriz induzida por auto-indução é

$$E = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

E = valor médio da força eletromotriz induzida, em VOLTS (V)

L = coeficiente de auto-indutância, em HENRYS (H)

Δi = variação da corrente no condutor, em AMPÈRES (A)

Δt = tempo decorrido durante a variação da corrente, em SEGUNDOS (s)

$\frac{\Delta i}{\Delta t}$ = razão de variação da corrente (rapidez com que a corrente varia, em AMPÈRES/SEGUNDOS (A/s))

Da expressão acima podemos concluir que

$$L = \frac{E}{\Delta i / \Delta t}$$

Mas

$$E = \Delta \phi / \Delta t$$

logo

$$L = \frac{\Delta \phi / \Delta t}{\Delta i / \Delta t}$$

donde

$$L = \frac{\Delta\phi}{\Delta i} \quad (\text{num condutor})$$

$$L = N \frac{\Delta\phi}{\Delta i} \quad (\text{numa bobina com "N" espiras})$$

Fatores que Determinam a Auto-Indutância de uma Bobina

Quando uma bobina é utilizada como componente de um circuito, quase sempre está se fazendo uso de sua indutância; é por este motivo que é chamada comumente de INDUTOR ou mesmo INDUTÂNCIA.

O coeficiente de auto-indutância de uma bobina depende do quadrado do número de espiras e da relutância do meio em que é criado o campo magnético da mesma. Isto pode ser verificado pelas conclusões abaixo.

Sabemos que

$$E = N \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

e que

$$\phi = \frac{F}{R}$$

ou

$$\phi = \frac{NI}{R}$$

Dividindo os dois membros da equação por "t",

$$\frac{\phi}{t} = \frac{N}{R} \cdot \frac{I}{t}$$

donde

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{N}{R} \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Substituindo na 1ª equação,

$$E = \frac{N^2}{R} \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

mas

$$E = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

donde

$$L = \frac{E}{\Delta i / \Delta t}$$

Substituindo "E" pelo seu valor na antepenúltima equação,

$$L = \frac{(N^2/R)(\Delta i/\Delta t)}{\Delta i/\Delta t} = \frac{N^2}{R}$$

temos a confirmação do que foi afirmado acima.

Substituindo a relutância pelo seu valor $l/\mu S$, temos

$$L = \frac{\mu N^2 S}{l}$$

L = coeficiente de auto-indutância, em HENRYS (H)

N = número de espiras da bobina

μ = permeabilidade do meio em que é criado o campo magnético, em HENRYS/METRO (H/m)

Observação: o exame da última equação explica por que a permeabilidade é dada em HENRYS/METRO (H/m).

S = seção transversal do circuito magnético (assunto que será desenvolvido em outro capítulo) em METROS QUADRADOS (m²)

l = comprimento do circuito magnético da bobina, em METROS (m)

Δi = variação de corrente no condutor que produz o campo

Δt = tempo decorrido durante a variação de corrente, em SEGUNDOS (s)

$\frac{\Delta i}{\Delta t}$ = razão de variação da corrente, em AMPERES POR SEGUNDO (A/s)

A equação acima é razoavelmente precisa para bobinas com núcleos de ferro e toróides, em que a perda de fluxo é muito pequena, isto é, quando admitimos que TODO o fluxo está sendo aproveitado por TODAS as espiras. Para bobinas longas com núcleos de ar foram elaboradas fórmulas empíricas, encontradas em manuais de consulta.

Coeficiente de Indutância Mútua

O número que exprime a possibilidade que um condutor tem de induzir em outro uma força eletromotriz é o coeficiente de indutância mútua do par de condutores.

Vimos que existe uma indutância mútua de 1 HENRY entre dois condutores, quando é induzida uma força eletromotriz de 1 VOLT em um deles, sempre que a corrente no outro varia na razão de 1 AMPÈRE POR SEGUNDO. Isto permite-nos escrever que o valor médio da força eletromotriz induzida por indução mútua é

$$E = - M \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

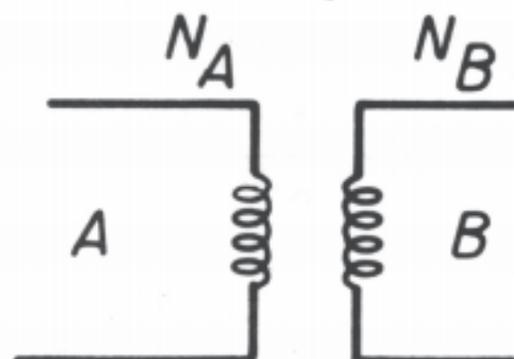
E = valor médio da força eletromotriz induzida por indução mútua, em VOLTS (V)

M = coeficiente de indutância mútua, em HENRYS (H)

Cálculo da Indutância Mútua entre Duas Bobinas

Suponhamos que uma corrente "I" esteja produzindo um fluxo "φ" na bobina "A" (Fig. XII-2), e que essa corrente seja variada do seu valor máximo (I) a zero. Isso fará com que o fluxo magnético também varie do seu valor máximo (φ) a zero, produzindo uma força eletromotriz induzida na bobina "B", cujo valor será

$$E_B = -N_B \frac{\phi_A}{t}$$



N_A = N° DE ESPIRAS DA BOBINA "A"
 N_B = N° DE ESPIRAS DA BOBINA "B"

FIG. XII-2

t = tempo decorrido durante a variação da corrente.

Sabemos que

$$H = \frac{NI}{l}$$

e que

$$\beta = \mu H = \mu \frac{NI}{l}$$

$$\phi = \beta S = \frac{\mu N S I}{l}$$

Portanto, podemos escrever que

$$\phi_A = \frac{\mu N_A S I_A}{l}$$

e

$$E_B = \frac{\mu N_A N_B S}{l} \cdot \frac{I_A}{t}$$

Esta expressão mostra que a força eletromotriz induzida em “B” depende da rapidez com que a corrente varia em “A” e do termo

$$\frac{\mu N_A N_B S}{l}$$

que corresponde ao coeficiente de indutância mútua (M) entre as duas bobinas:

$$M = \frac{\mu N_A N_B S}{l}$$

Coefficiente de Acoplamento

A indutância mútua entre duas bobinas (ou dois circuitos) depende da auto-indutância de cada bobina, como veremos a seguir, e da fração do fluxo

magnético (produzido por uma delas) que é aproveitada pela outra.

Chamamos de COEFICIENTE DE ACOPLAMENTO (K) à percentagem do fluxo produzido por uma das bobinas que é aproveitada pela outra, isto é, que vai influir na produção de uma força eletromotriz induzida na outra.

O acoplamento magnético (ligação entre dois circuitos por meio de um campo magnético) depende da distância entre as duas bobinas e da posição de uma em relação à outra. O coeficiente de acoplamento é sempre menor que 1 (100%) e pode ser nulo (se uma bobina não estiver submetida ao campo magnético da outra ou se o enrolamento estiver colocado em ângulo reto com a direção do campo na bobina indutora – a que produz o campo).

Se elevarmos ao quadrado a expressão

$$M = \frac{\mu N_A N_B S}{l}$$

teremos

$$M^2 = \frac{\mu^2 N_A^2 N_B^2 S^2}{l^2}$$

$$M^2 = \frac{\mu N_A^2 S}{l} \cdot \frac{\mu N_B^2 S}{l}$$

$$M^2 = L_A L_B$$

$$M = \sqrt{L_A L_B}$$

Esta última expressão permite o cálculo da indutância entre as bobinas com acoplamento ideal, isto é, 100%.

Para casos normais, a expressão toma a seguinte forma:

$$M = K \sqrt{L_A L_B}$$

Associação de Indutâncias

A associação de indutores deve ser considerada sob dois aspectos: SEM INDUTÂNCIA MÚTUA E COM INDUTÂNCIA MÚTUA.

Em qualquer dos dois casos, podemos associar as indutâncias EM SÉRIE ou EM PARALELO.

Na associação em série sem indutância mútua, as bobinas deverão estar dispostas de tal modo que o campo magnético de uma não possa induzir uma força eletromotriz nas outras. Como estarão em série, a mesma corrente fluirá em todas, e elas estarão sujeitas à mesma variação de corrente. A força contra-eletromotriz total no circuito série é

$$E_t = E_1 + E_2 + E_3 + \dots$$

De acordo com o que já foi estudado,

$$\begin{aligned} L_t &= \frac{E_t}{\Delta i / \Delta t} = \frac{E_1 + E_2 + \dots}{\Delta i / \Delta t} = \\ &= \frac{E_1}{\Delta i / \Delta t} + \frac{E_2}{\Delta i / \Delta t} + \dots \end{aligned}$$

$$L_t = L_1 + L_2 + \dots$$

Na associação em paralelo sem indutância mútua não haverá acoplamento magnético entre elas e a força contra-eletromotriz induzida será a mesma em todos os indutores. Cada braço do circuito apresentará uma razão de variação de corrente diferente (a não ser que todos os braços apresentem a mesma auto-indutância).

Do exposto,

$$L_t = \frac{E}{(\Delta I_1 + \Delta I_2 + \dots) / \Delta t}$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{1}{L_t} &= \\ &= \frac{(\Delta I_1 + \Delta I_2 + \dots) / \Delta t}{E} = \\ &= \frac{\Delta I_1}{E} + \frac{\Delta I_2}{E} + \dots \\ \frac{1}{L_t} &= \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots \end{aligned}$$

Na associação com indutância mútua, temos as seguintes expressões para cálculo da indutância total ou equivalente:

Em série

$$L_t = L_1 + L_2 \pm 2M$$

O sinal (+) é usado quando as forças eletromotriz induzidas mutuamente se somam às de auto-indução. O sinal (-) é usado quando as forças eletromotriz induzidas mutuamente se opõem às de auto-indução.

Em paralelo

$$L_t = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \pm 2M}$$

O sinal (-) é usado no denominador quando os indutores se ajudam mutuamente; o sinal (+) é usado quando estão em oposição.

EXEMPLOS:

1 – Em um anel de aço laminado são enroladas 200 espiras. Quando a corrente que percorre a bobina é reduzida de 7A para 5A, o fluxo cai

de $800 \mu\text{Wb}$ para $760 \mu\text{Wb}$. Calcular a indutância da bobina nesta faixa de valores da corrente.

SOLUÇÃO:

$$\Delta i = 7 - 5 = 2 \text{ A}$$

$$\Delta \phi = 800 - 760 = 40 \mu\text{Wb} = \\ = 4 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$L = N \frac{\Delta \phi}{\Delta i} = \frac{2 \times 10^2 \times 4 \times 10^{-5}}{2}$$

$$L = 4 \times 10^{-3} \text{ H}$$

2 – Qual o valor da tensão induzida em um círculo de indutância igual a $700 \mu\text{H}$, se a corrente varia na razão de 5.000 A/s ?

SOLUÇÃO:

$$E = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$E = 7 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^3 = 3,5\text{V}$$

3 – Duas bobinas têm $0,3 \text{ H}$ de indutância mútua. Se a corrente em uma bobina é variada de 5 A para 2 A em $0,4$ segundo, calcular a força eletromotriz média induzida na outra bobina.

SOLUÇÃO:

$$\Delta i = 5 - 2 = 3 \text{ A}$$

$$E = -M \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$E = \frac{0,3 \times 3}{0,4} = 2,25\text{V}$$

PROBLEMAS

AUTO-INDUTÂNCIA E INDUTÂNCIA MÚTUA

1 – Se uma força eletromotriz de 5 V é induzida numa bobina, quando a corrente em uma bobina adjacente varia na razão de 80 A/s , qual a indutância mútua das duas bobinas?

R.: $0,0625 \text{ H}$

2 – Duas bobinas de 250 e 100 microhenrys, respectivamente, são ligadas de modo que sua indutância mútua seja de 50 microhenrys. Qual a indutância total:

- quando estão em série (nos dois casos possíveis)?
- quando estão em paralelo (nos dois casos possíveis)?

R.: a) $450 \mu\text{H}$; $250 \mu\text{H}$

b) $90 \mu\text{H}$; $50 \mu\text{H}$

3 – Um bastão de ferro de 2 cm de diâmetro e 20 cm de comprimento é curvado para formar um anel, no qual são enroladas 3.000 espiras de fio. Verifica-se que quando passa uma corrente de $0,5 \text{ A}$ pela bobina a densidade de fluxo no ferro é de $0,5$ tesla. Admitindo que não há perdas de fluxo, determinar a permeabilidade relativa do ferro e a indutância da bobina.

R.: 53 ; $0,94 \text{ H}$

4 – Em um núcleo de aço toroidal, com seção transversal de 1 cm^2 e comprimento médio de 10 cm , são enroladas 2.000 espiras de fio. A permeabilidade do núcleo é $1,25 \times 10^3 \text{ H/m}$. Qual a indutância do conjunto?

R.: 5

5 – Um indutor de 2 H tem 1.200 espiras. Quantas espiras devem ser adicionadas ao mesmo, para que sua indutância fique igual a 3 H ?

R.: 270 espiras

6 – Se considerarmos nulas as perdas de fluxo, qual a indutância aproximada de uma bobina com núcleo de ar, com 20 espiras, diâmetro interno de 2 cm e comprimento de 2 cm?

R.: 7,8 microhenrys

7 – Uma bobina de 800 espiras, enrolada em uma fôrma de madeira, é percorrida por uma corrente de 5 A que produz um fluxo de 200 microwebers. Calcular:

- a) a indutância da bobina;
- b) o valor médio da tensão induzida na bobina, quando o sentido da corrente é invertido em 0,2 segundo.

R.: 32×10^{-3} H; 1,6 V

8 – Calcular a f. e. m. média induzida numa bobina de 0,5 H, quando a corrente que a percorre é reduzida de 5 A para 2 A em 0,05 s.

R.: 30 V

9 – Num anel de ferro estão enroladas 300 espiras. Quando a corrente é aumentada de 2 a 2,8 ampères, o fluxo aumenta de 200 a 224 microwebers. Calcular a indutância da bobina nesta faixa de valores.

R.: 0,009 H