

Curso Técnico em Eletrotécnica

Fasores

Os Dispositivos Básicos e os Fasores

1. Fasores.

Sequência de conteúdos:

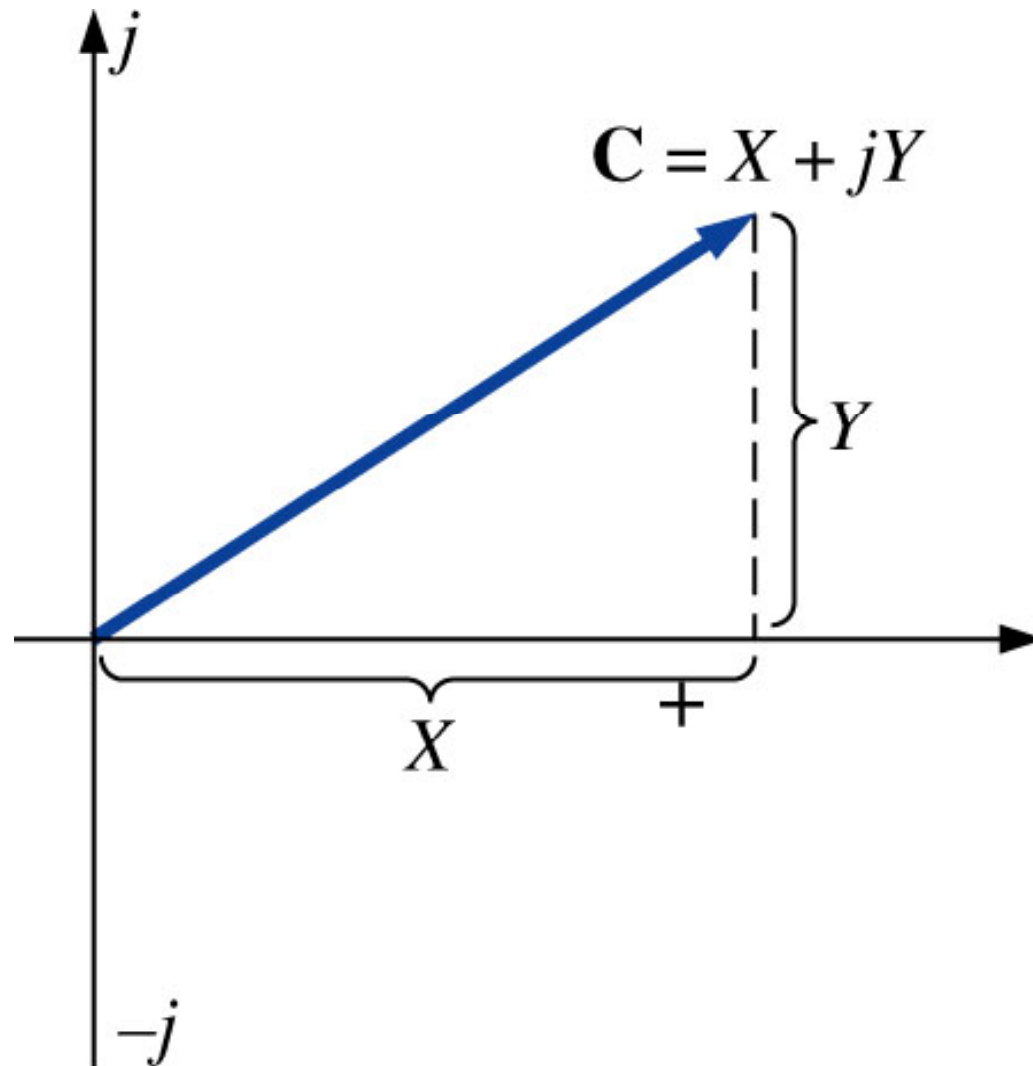
1. Revisão;

2. Fasores.

Vitória-ES

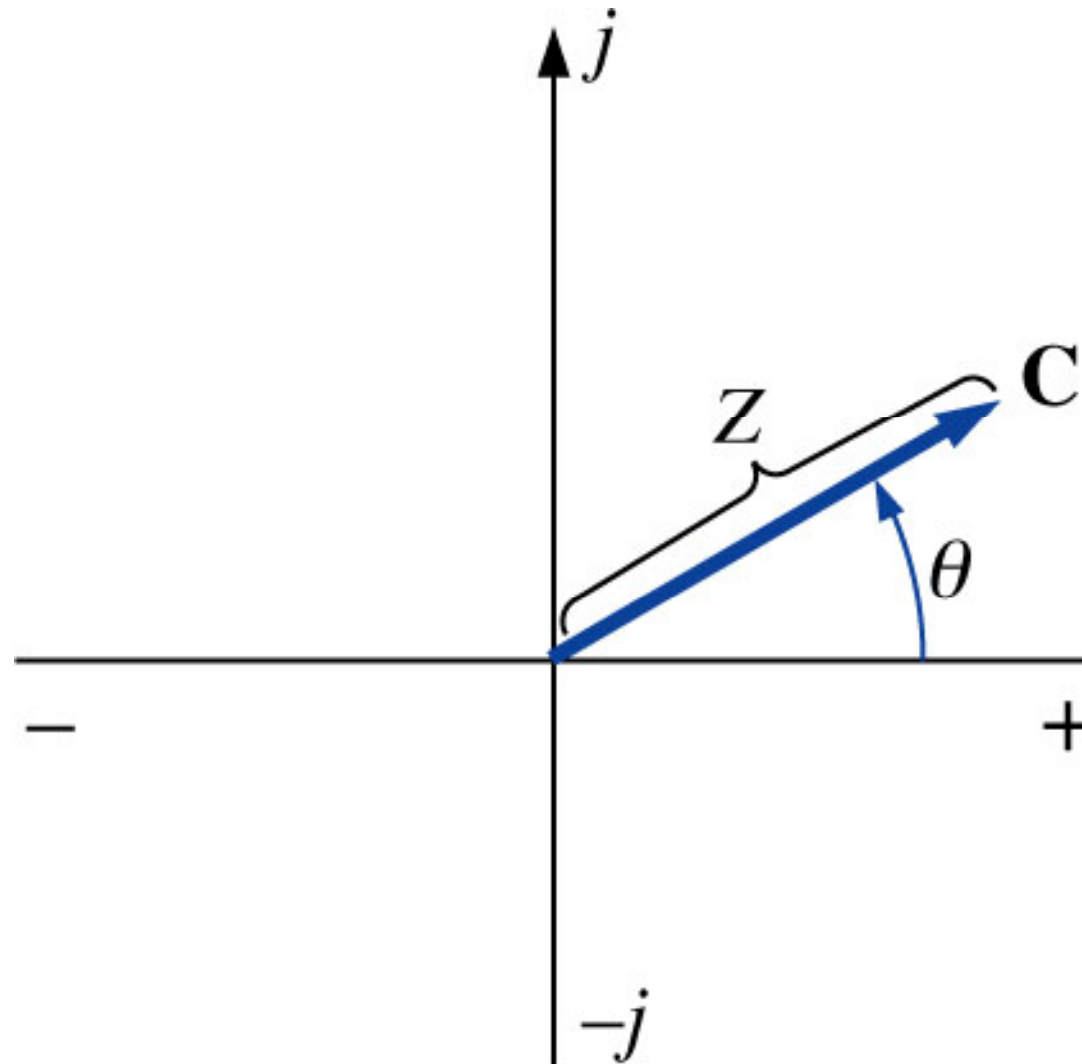
Forma retangular

$$C = X + j \cdot Y$$



Forma polar

$$C = Z \angle \theta$$



Conversão entre formas

Retangular para polar

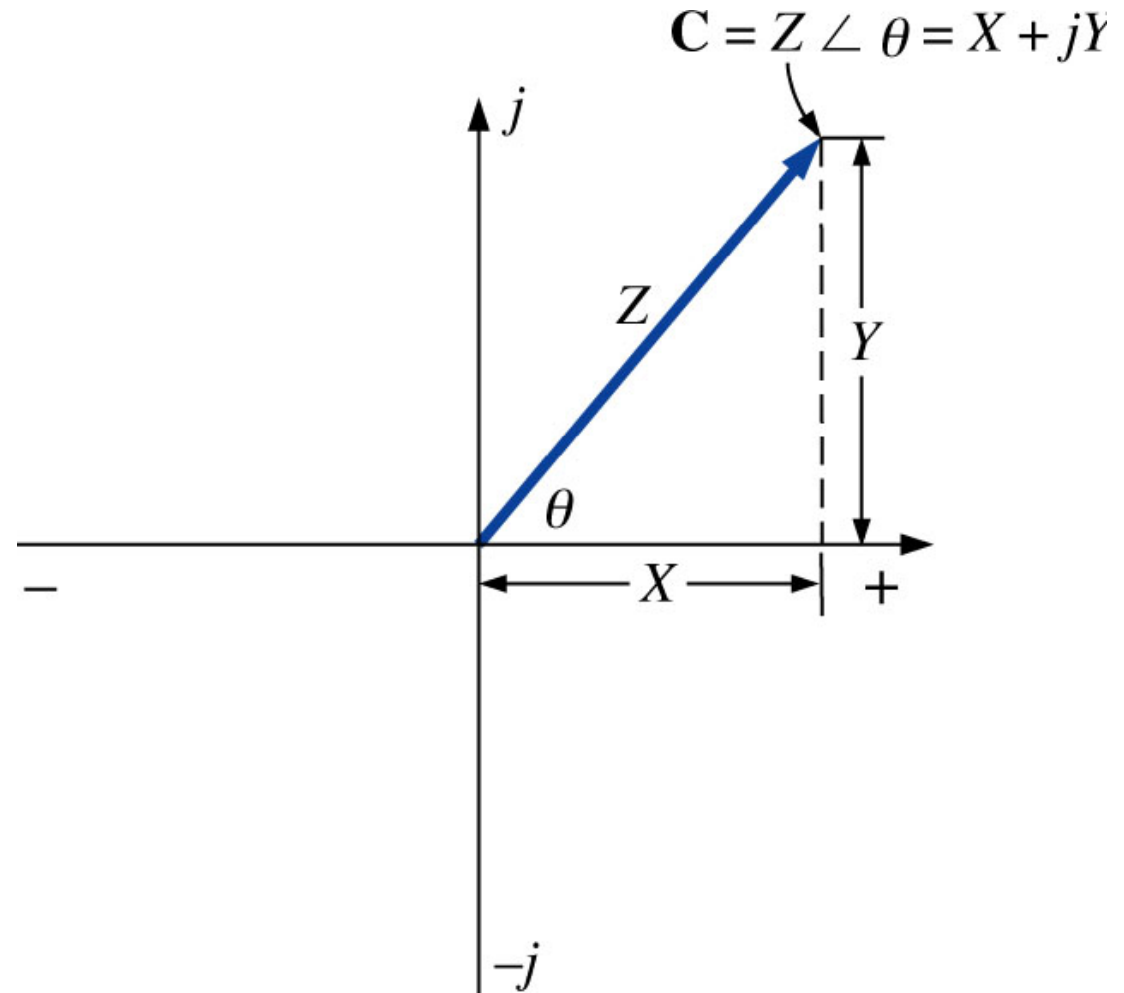
$$Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{Y}{X} \right)$$

Polar para retangular

$$X = Z \cdot \cos(\theta)$$

$$Y = Z \cdot \operatorname{sen}(\theta)$$



Operações com o j

Por definição:

$$j = \sqrt{-1}$$

Daí:

$$j^2 = \left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$$

$$\frac{1}{j} = \left(\frac{1}{j}\right) \cdot \left(\frac{j}{j}\right) = \frac{j}{j^2} = \frac{j}{-1} = -j$$

Adição de números complexos

A adição de números complexos é realizada facilmente na **forma retangular**:

$$C_1 = \pm X_1 \pm jY_1 \quad C_2 = \pm X_2 \pm jY_2$$

$$C_1 + C_2 = (\pm X_1 \pm jY_1) + (\pm X_2 \pm jY_2)$$

$$C_1 + C_2 = (X_1 + X_2) + J(Y_1 + Y_2)$$

Subtração de números complexos

A subtração de números complexos é realizada facilmente na **forma retangular**:

$$C_1 = \pm X_1 \pm jY_1 \quad C_2 = \pm X_2 \pm jY_2$$

$$C_1 - C_2 = (\pm X_1 \pm jY_1) - (\pm X_2 \pm jY_2)$$

$$C_1 - C_2 = (X_1 - X_2) + J(Y_1 - Y_2)$$

A adição e a subtração não podem ser realizadas na forma polar, a menos que os números complexos tenham o mesmo ângulo θ ou que sua diferença seja um múltiplo de 180° .

Multiplicação de números complexos

A multiplicação de números complexos é realizada facilmente na **forma polar**:

$$C_1 = Z_1 \angle \theta_1 \qquad C_2 = Z_2 \angle \theta_2$$

$$C_1 \cdot C_2 = (Z_1 \angle \theta_1) \cdot (Z_2 \angle \theta_2)$$

$$C_1 \cdot C_2 = Z_1 \cdot Z_2 \angle \theta_1 + \theta_2$$

Divisão de números complexos

A divisão de números complexos é realizada facilmente na **forma polar**:

$$C_1 = Z_1 \angle \theta_1$$

$$C_2 = Z_2 \angle \theta_2$$

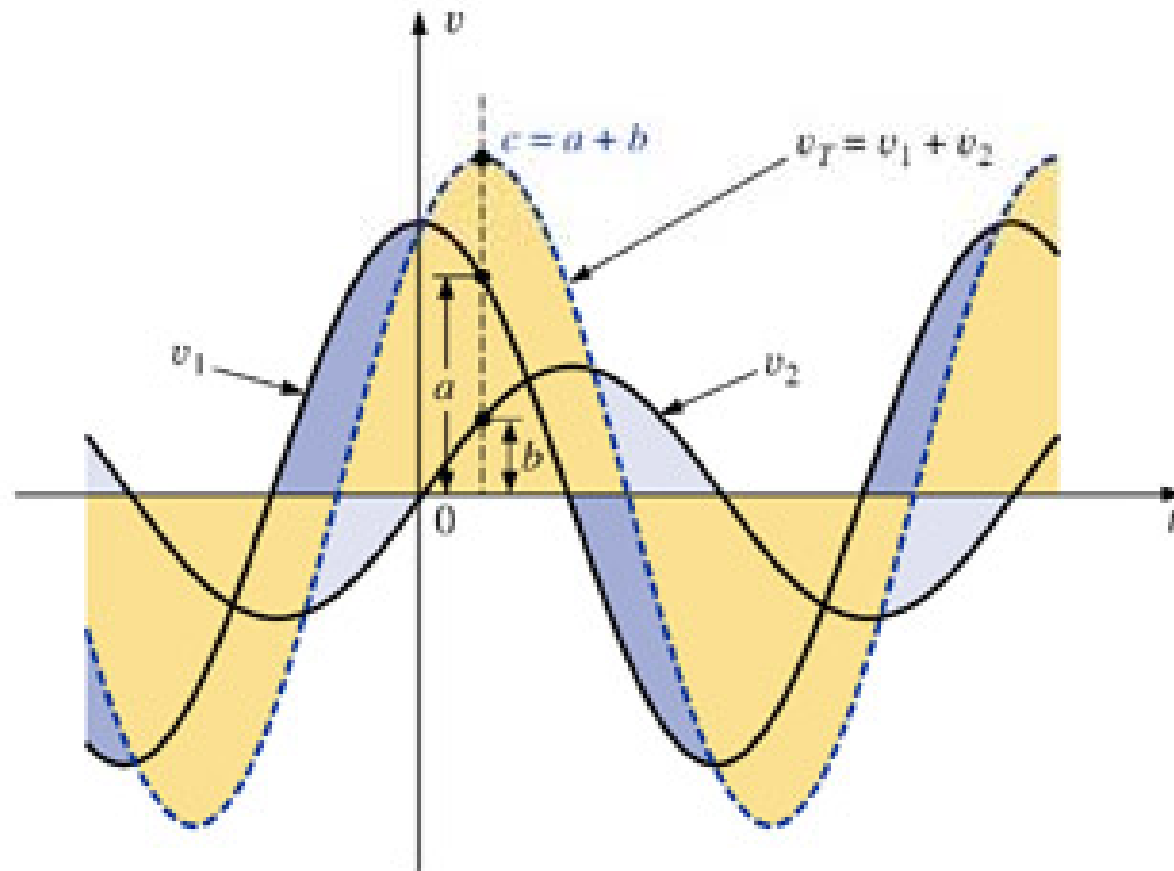
$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{Z_1 \angle \theta_1}{Z_2 \angle \theta_2}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \angle \theta_1 - \theta_2$$

A multiplicação e a divisão podem ser realizadas com números complexos na forma retangular, mas, no caso da divisão esta operação se torna bastante trabalhosa.

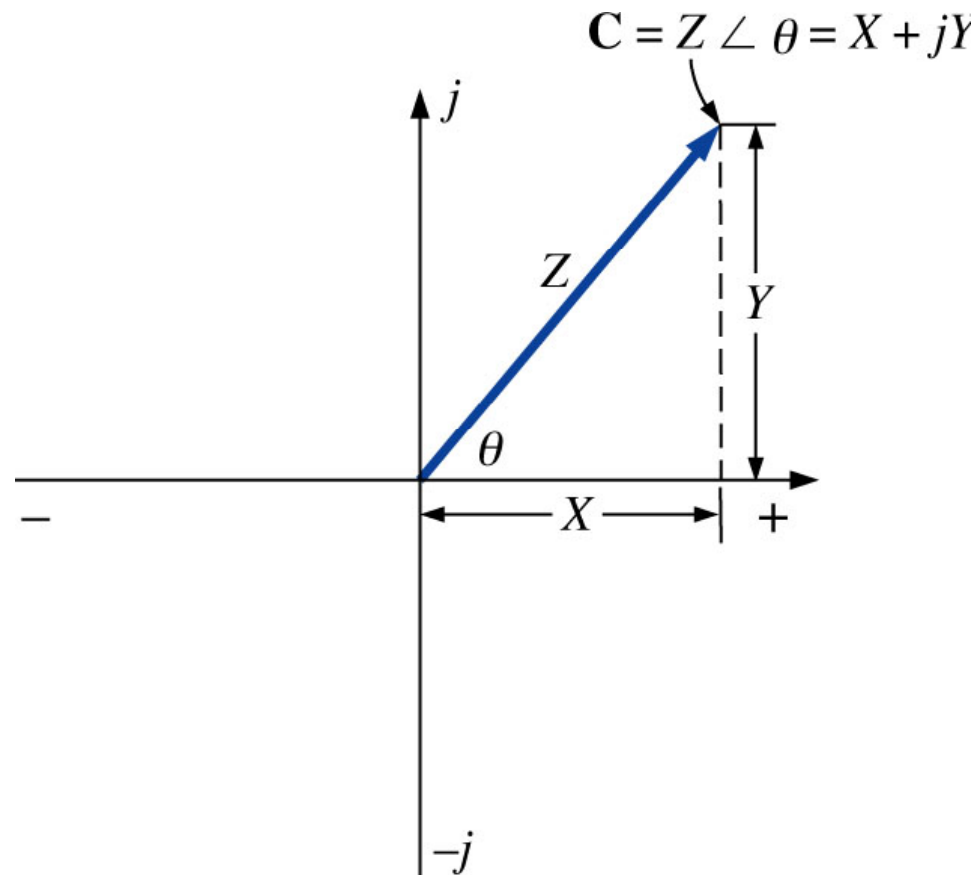
Fasores

Adição de dois sinais variando no tempo, ponto a ponto:



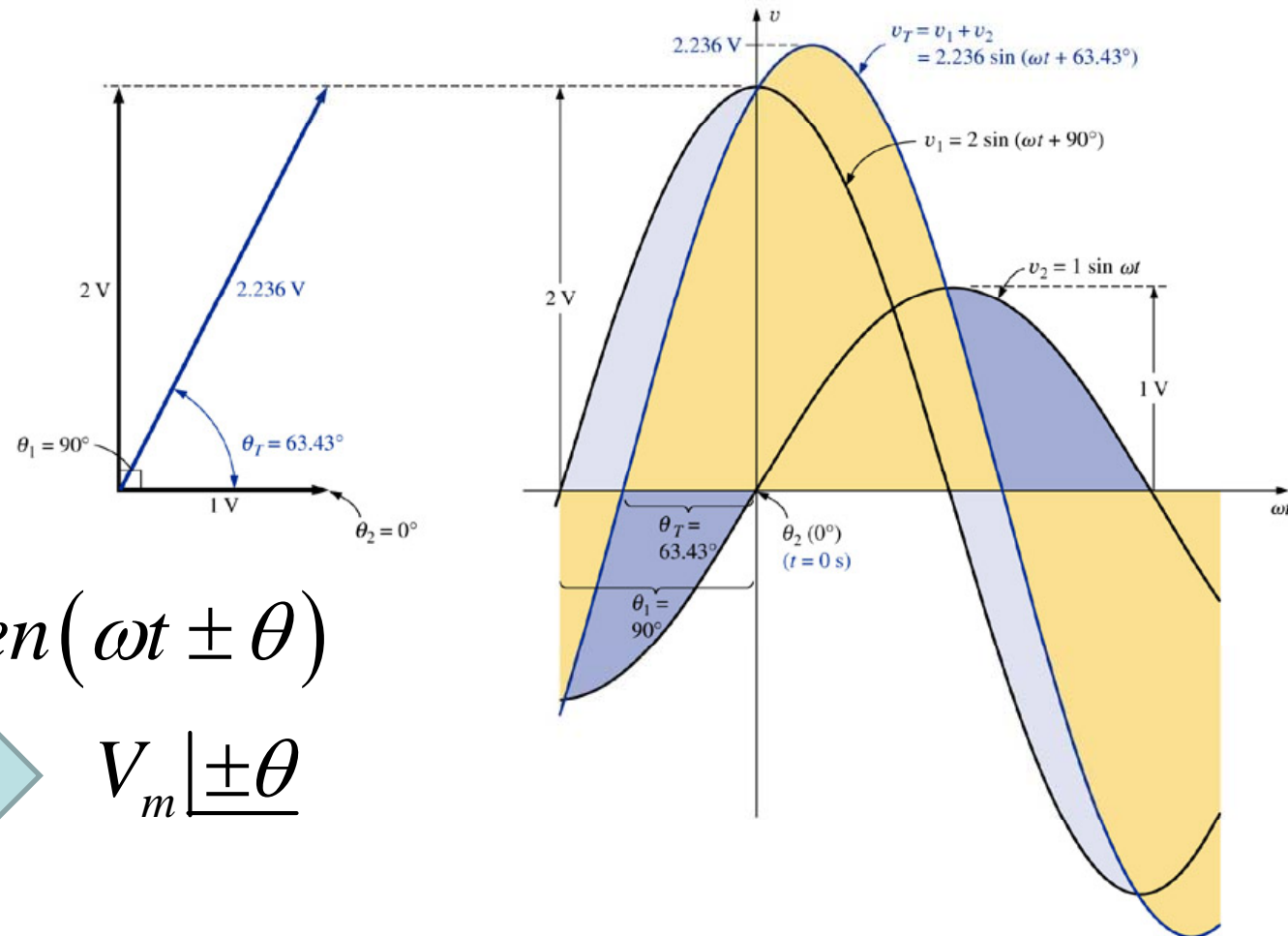
Fasores

Fasor: vetor radial com módulo (comprimento) constante e com a extremidade fixa na origem.



Fasores

Adição de duas tensões senoidais:



$$v(t) = V_m \cdot \text{sen}(\omega t \pm \theta)$$

$$\longrightarrow V_m \underline{\underline{\pm \theta}}$$

Fasores

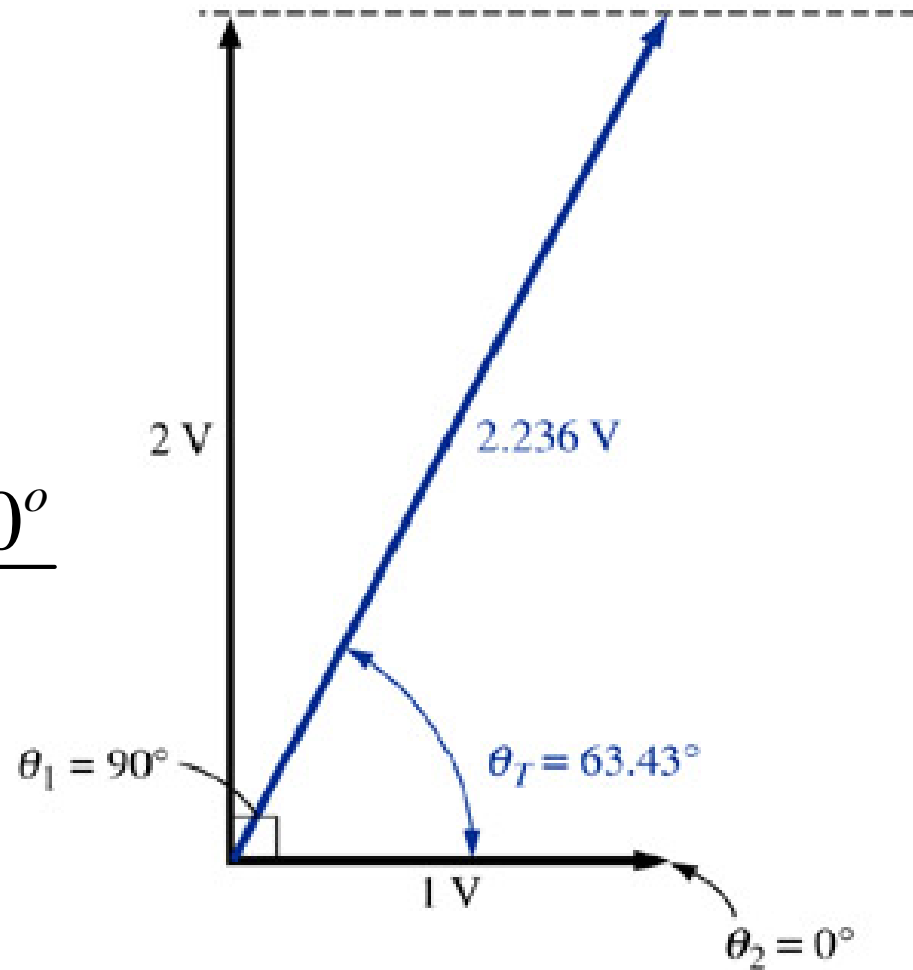
Adição de duas tensões senoidais:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_2 = 2 \angle 90^\circ \text{ V}$$

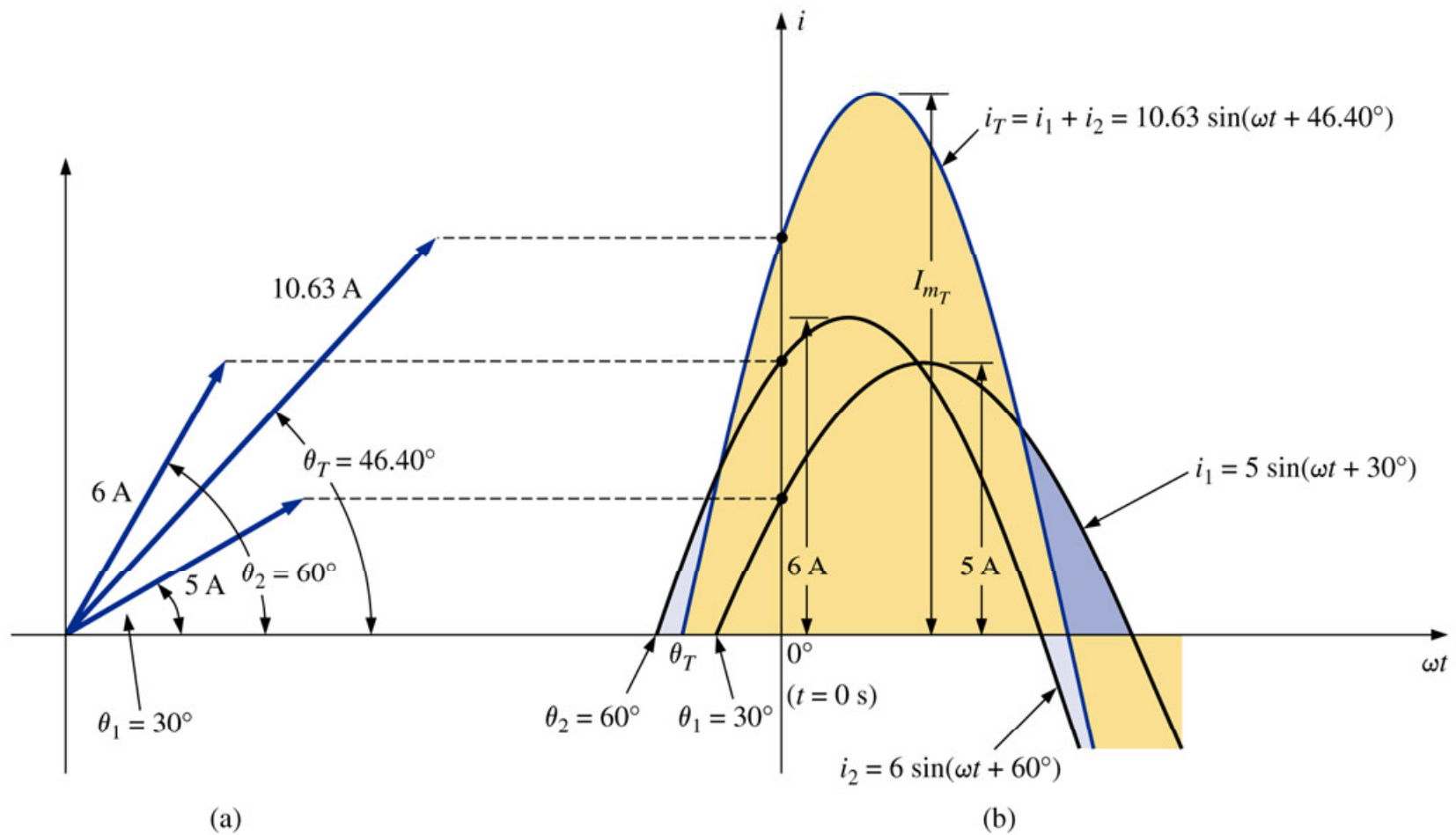
$$V_r = V_1 + V_2 = 1 \angle 0^\circ + 2 \angle 90^\circ$$

$$V_r = 2,236 \angle 63,43^\circ \text{ V}$$



Fasores

Adição de duas correntes senoidais:



Fasores

A álgebra dos fasores só pode ser aplicada a formas de ondas senoidais de mesma frequência.

$$V = V_m \underline{\theta_v}$$

$$I = I_m \underline{\theta_i}$$

Fasores

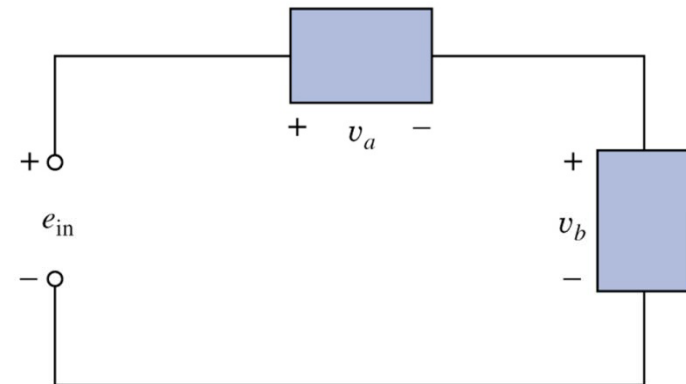
Exemplo 14.30: Escreva a expressão senoidal para os fasores a seguir, considerando que a frequência é de 60 Hz:

a) $I = 10 \angle 30^\circ$

b) $I = 115 \angle -70^\circ$

Exemplo 14.31: Calcule a tensão de entrada no circuito da figura a seguir:

$$\left. \begin{aligned} v_a(t) &= 50 \cdot \text{sen}(377 \cdot t + 30^\circ) \\ v_b(t) &= 30 \cdot \text{sen}(377 \cdot t + 60^\circ) \end{aligned} \right\} 60 \text{ Hz}$$

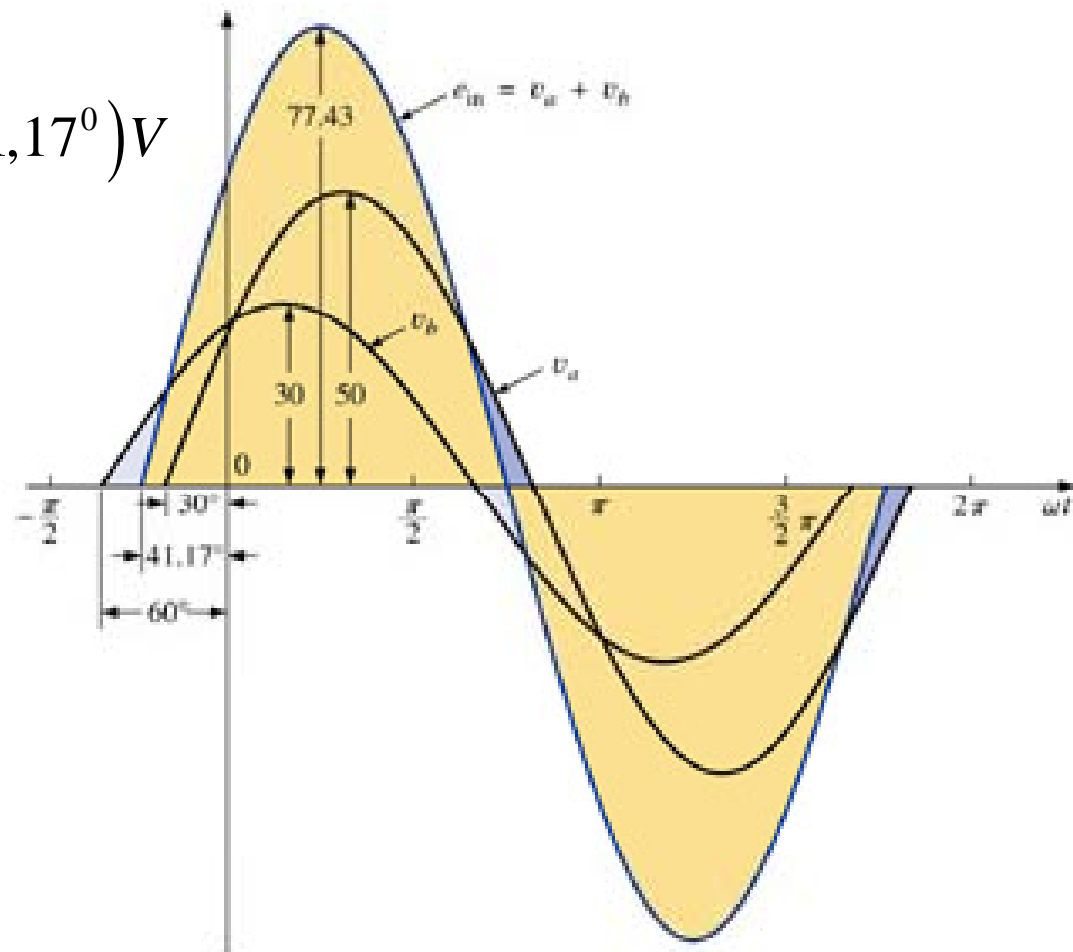


Fasores

Exemplo 14.31: Calcule a tensão de entrada no circuito da figura a seguir:

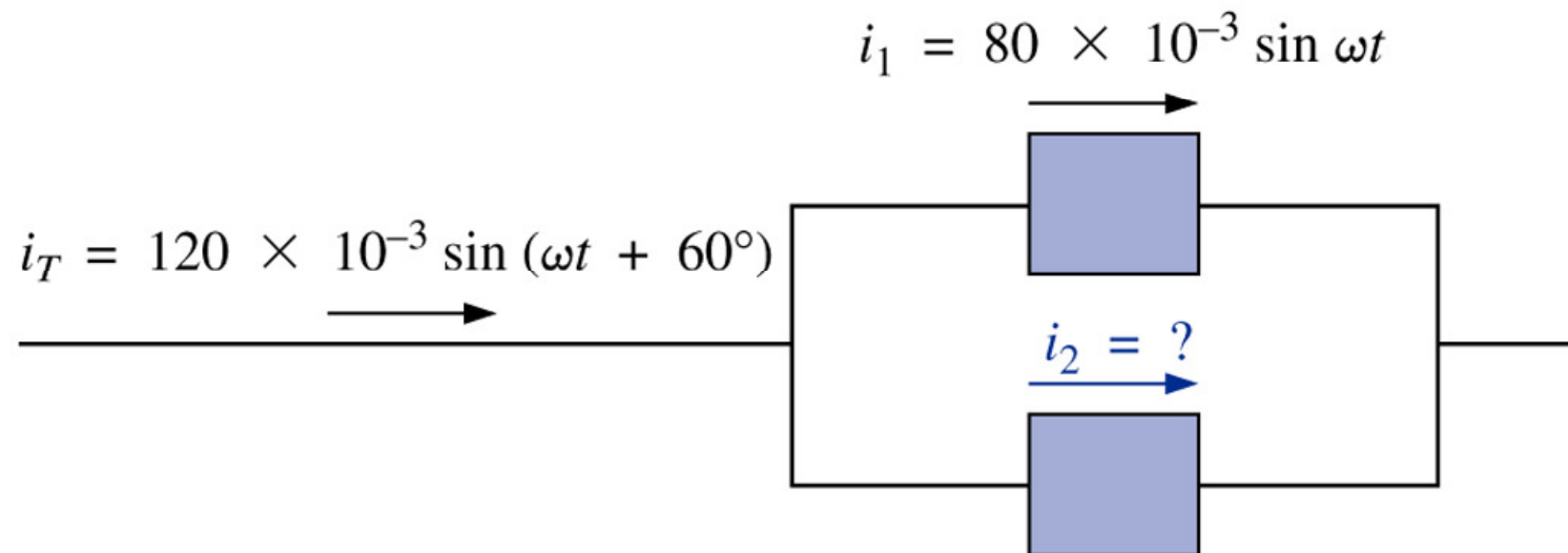
$$e_{in}(t) = v_a(t) + v_b(t)$$

$$e_{in}(t) = 77,43 \cdot \text{sen}(377 \cdot t + 41,17^\circ) \text{V}$$



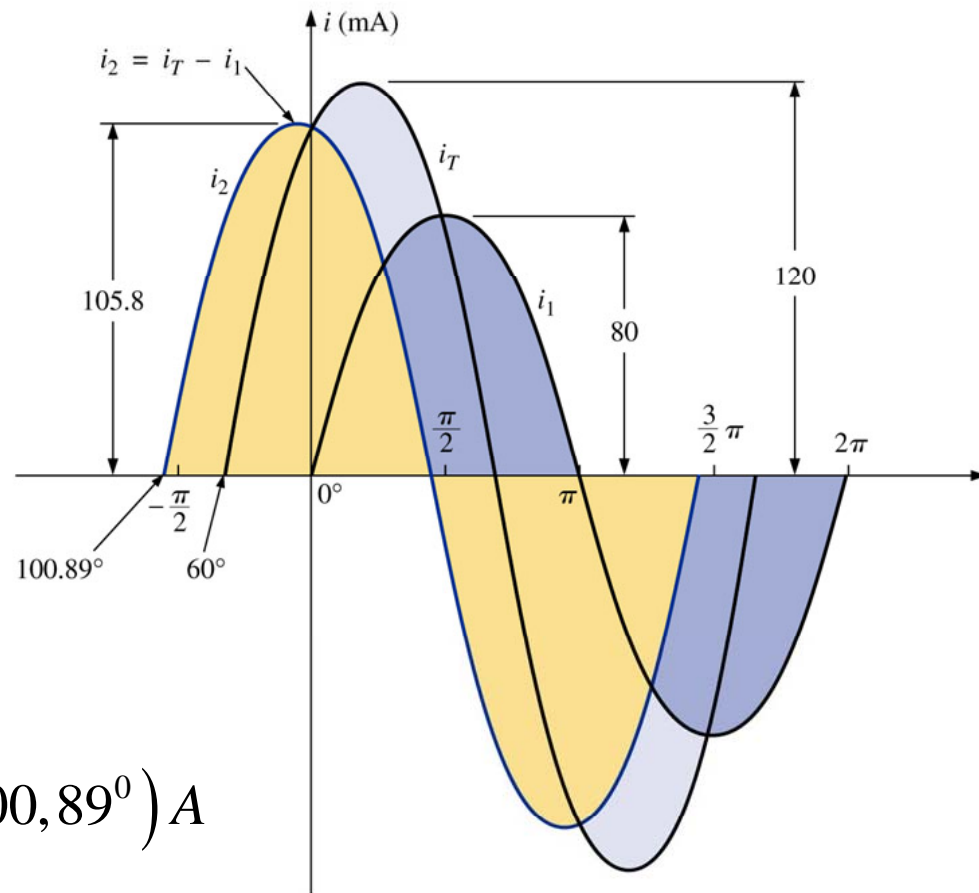
Fasores

Exemplo 14.32: Determine a corrente i_2 para o circuito mostrado a seguir:



Fasores

Exemplo 14.32: Determine a corrente i_2 para o circuito mostrado a seguir:



$$i_2(t) = i_T(t) + i_1(t)$$

$$i_2(t) = 105,8 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sen}(\omega t + 100,89^\circ) \text{ A}$$

Fasores

Exercícios: Da lista do final do capítulo 14:
- 48 à 53.