

# Análise de sistemas: uma introdução



## Objetivos

- Conhecer e apreciar a análise de sistemas integrados.
- Aprender a determinar os parâmetros de impedância, admitância e híbridos para qualquer sistema elétrico/eletrônico.
- Entender como usar os parâmetros de um sistema para determinar a impedância de entrada e de saída, e os ganhos de tensão e de corrente.
- Entender o efeito de um estágio sobre outro em um sistema em cascata.

## 26.1 INTRODUÇÃO

O número crescente de sistemas integrados nos campos da eletricidade, da eletrônica e da computação torna necessária a introdução de pelo menos algumas noções de análise de sistemas nos currículos de cursos introdutórios. Embora o tratamento oferecido neste capítulo seja essencialmente superficial, o texto apresenta vários termos e técnicas importantes empregados na abordagem de análise de sistemas. O uso crescente de sistemas integrados é bastante compreensível quando consideramos suas vantagens: menor tamanho, configurações sofisticadas e testadas, menor tempo de fabricação, menor custo comparado a configurações discretas, entre outras. O uso de qualquer sistema integrado está limitado somente à utilização adequada dos terminais disponibilizados no sistema. Não é possível ter acesso a sua estrutura interna, eliminando assim a possibilidade de manutenção nesse local.

A unidade LM386N que aparece na Figura 26.1 é um amplificador de áudio de baixa tensão popular, fabricado pela National Semiconductor Corporation. O tamanho real aparece na Figura 26.1(a), uma imagem ampliada na Figura 26.1(b) e a construção interna na Figura 26.1(c). Observe que ela contém muitos dispositivos eletrônicos e uma série de resistores com um número muito limitado de conexões de terminal. O resultado é que o acesso aos elementos internos é impossível, e o controle é oferecido

somente por oito pinos externos, como mostra o diagrama da Figura 26.2. Os terminais 1 e 8 são usados para controlar o ganho. Se ficarem abertos, o ganho do amplificador é 20, mas se for acrescentado um capacitor ou uma combinação  $R-C$  em série entre esses dois terminais, o ganho pode chegar a um máximo de 200. A tensão fornecida conectada ao pino  $V_s$  normalmente está entre 6 e 12 V, e a dissipação do circuito é cerca de 1,25 W. Para o intervalo das tensões  $V_s$ , a corrente CC a partir da fonte varia entre 4 mA e 8 mA. A impedância de entrada é cerca de 50 k $\Omega$ , de modo que um sinal aplicado de 12,5 mV resultará em uma corrente de entrada de cerca de 0,25  $\mu$ A. Um projeto de áudio relativamente simples, com um ganho de 200, aparece na Figura 26.3, com a entrada aplicada ao terminal 3 e o outro terminal de entrada aterrado. O potenciômetro de 10 k $\Omega$  na entrada controla o nível do sinal aplicado e a saída é conectada a um alto-falante de 8  $\Omega$  por meio de um capacitor de 250  $\mu$ F. O capacitor de 250  $\mu$ F oferece isolamento da carga para as condições de polarização CC do amplificador, mas é basicamente um curto-circuito para as frequências de áudio, de modo que o sinal CA desejado possa chegar ao alto-falante. A combinação  $R-C$  do capacitor de 0,05  $\mu$ F e a resistência de 10  $\Omega$  é um caminho de proteção para picos de alta frequência indesejados de qualquer ação de comutação em torno do amplificador e sinais de alta frequência indesejados apanhados pelo amplificador. Em frequências maiores que o intervalo de

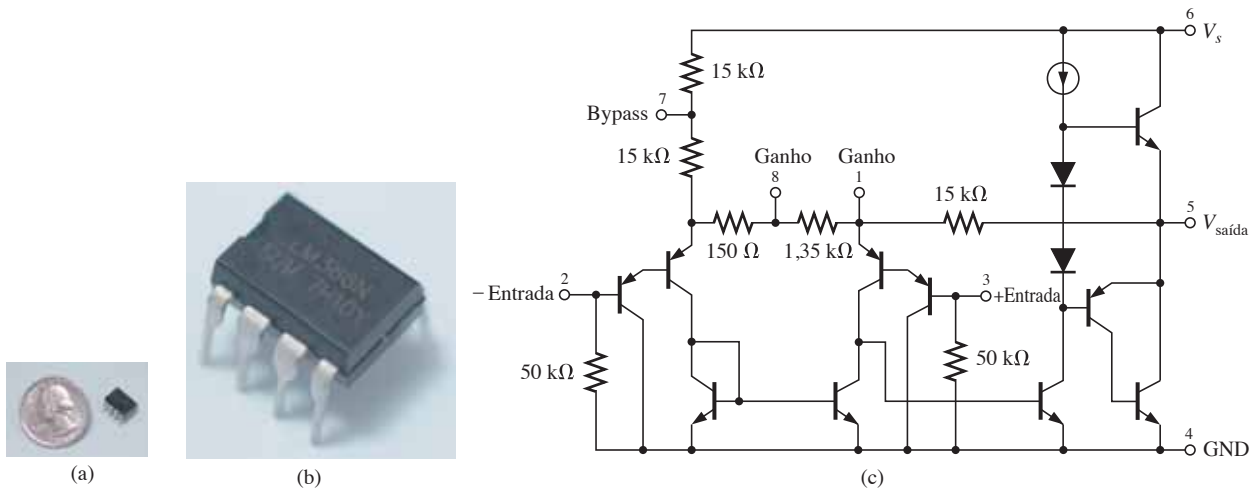


Figura 26.1 Amplificador de potência de áudio de baixa tensão LM386. (a) Tamanho real; (b) foto ampliada; (c) construção interna.

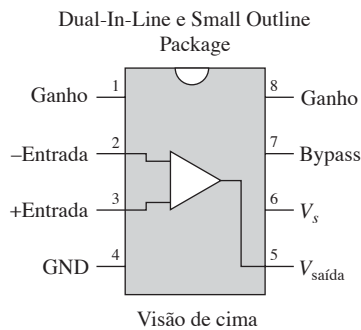


Figura 26.2 Identificação de terminais do LM386.

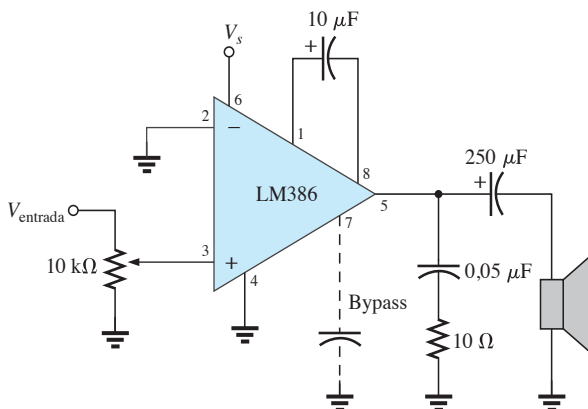


Figura 26.3 Amplificador de baixa tensão LM386.

áudio normal, o capacitor de  $0,05 \mu\text{F}$  pode ser aproximado por um curto fornecendo um caminho de descarga para o sinal indesejado. O resistor de  $10 \Omega$  garantirá que a carga não fique em curto em altas frequências como essa.

A operação básica do amplificador ficará para os cursos de eletrônica. Porém, por enquanto, observe o fato de que o acesso aos componentes internos é bastante limitado, e o uso do dispositivo precisa ser projetado usando-se apenas os terminais de acesso fornecidos. As *data sheets* oferecem muitas informações sobre a estrutura interna e os níveis de tensão, corrente, resistência e potência associados ao uso típico do amplificador. Este capítulo oferecerá uma introdução ao modo como trabalhamos com sistemas em que o acesso à estrutura interna é limitado.

Um dos objetivos da análise de sistemas é o desenvolvimento de modelos de duas, três ou mais portas (pares de terminais) para dispositivos, sistemas e circuitos. Neste capítulo, enfatizamos o estudo das configurações que mais frequentemente são objeto das técnicas de modelagem: o sistema de duas portas ilustrado na Figura 26.4.

Observe que na Figura 26.4 existem duas portas de interesse, cada uma constituída por um par de terminais. No caso de alguns dispositivos, o **circuito de duas portas** visto na Figura 26.4 pode ser desenhado, como mostra a Figura 26.5(a), simplesmente colocando os terminais 1' e 2' em comum, que é o caso particular dos circuitos de duas portas em geral. A Figura 26.5(b) mostra um **circuito com uma única porta** e um **circuito de múltiplas portas**. O primeiro sistema já foi analisado em outros capítulos deste

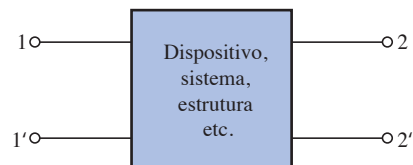


Figura 26.4 Sistema de duas portas.

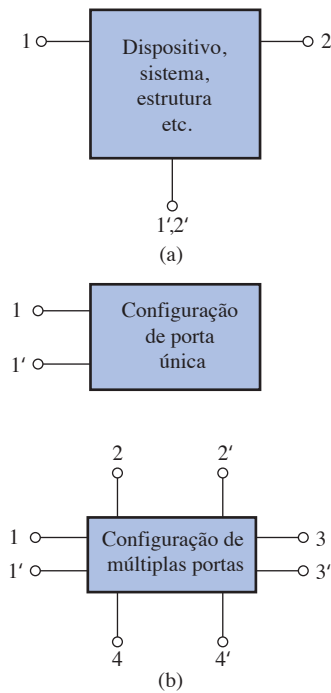


Figura 26.5 (a) Sistema de duas portas; (b) sistema de porta única e de múltiplas portas.

livro, enquanto o segundo será examinado rapidamente neste capítulo. Porém, um estudo mais aprofundado terá de aguardar um curso mais avançado.

Na parte final deste capítulo é apresentado um conjunto de equações (e, subsequentemente, de circuitos) que permitem modelar o dispositivo ou sistema representado pelo diagrama de bloco visto na Figura 26.4. Ou seja, poderemos construir um circuito que apresente as mesmas características, do ponto de vista dos terminais, que o circuito original. Na Figura 26.6, por exemplo, um transistor aparece ligado a quatro terminais. As análises que se seguem permitirão encontrar uma combinação de elementos de circuito que se comporte de maneira semelhante ao transistor dentro de uma certa faixa de condições de operação. Métodos como o da análise de malha e de nó poderão então ser usados para determinar os parâmetros desconhecidos. Os modelos, quando reduzidos a suas formas mais simples, conforme determinam suas condições de operação, também permitem estudar o comportamento dos dispositivos sem a necessidade de cálculos matemáticos extensos. Em outras palavras, uma pessoa experiente é capaz de utilizar os modelos para analisar a operação de sistemas complexos com relativa facilidade. Os resultados, na maioria dos casos, podem ser apenas aproximados, mas a possibilidade de obtê-los rapidamente com pouco trabalho torna esse tipo de abordagem extremamente compensador.

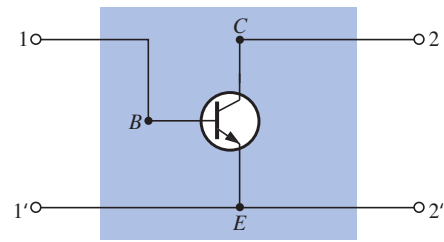


Figura 26.6 O transistor como um sistema de duas portas.

Neste capítulo, a análise está limitada a sistemas lineares (com parâmetros fixos) de elementos bilaterais. Para a configuração com duas portas são definidos três conjuntos de parâmetros, denominados **parâmetros de impedância (z)**, de **admitância (y)** e **híbrido (h)**. A Tabela 26.1, no final do capítulo, mostra a relação entre os três conjuntos de parâmetros.

## 26.2 OS PARÂMETROS DE IMPEDÂNCIA $Z_i$ e $Z_o$

Nos sistemas de duas portas, ilustrados na Figura 26.7,  $Z_i$  é a **impedância de entrada** entre os terminais 1 e 1', e  $Z_o$  é a **impedância de saída** entre os terminais 2 e 2'. No caso de sistemas com várias portas, podemos definir um valor de impedância entre dois terminais quaisquer (adjacentes ou não) do circuito.

A impedância de entrada é definida pela lei de Ohm da seguinte maneira:

$$Z_i = \frac{E_i}{I_i} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.1)$$

sendo a corrente  $I_i$  o resultado da aplicação de uma tensão  $E_i$ .

A impedância de saída  $Z_o$  é definida por

$$Z_o = \frac{E_o}{I_o} \quad E_i = 0 \text{ V} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.2)$$

sendo a corrente  $I_o$  o resultado da aplicação de uma tensão  $E_o$  aos terminais de saída, com a tensão  $E_i$  colocada em zero.

Observe que  $I_i$  e  $I_o$  são definidas como correntes que entram no sistema. Essa convenção é usada em vários

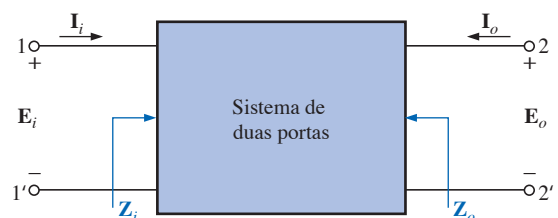


Figura 26.7 Definição de  $Z_i$  e  $Z_o$ .

métodos de análise de sistemas para evitar a preocupação com o sentido real das correntes e também para definir as impedâncias  $Z_i$  e  $Z_o$  como grandezas positivas nas equações 26.1 e 26.2, respectivamente. Se a corrente  $I_o$  fosse escolhida para sair do sistema, a impedância  $Z_o$  dada pela Equação 26.2 teria sinal negativo.

Um arranjo experimental usado para a determinação de  $Z_i$  para quaisquer dos terminais de entrada é visto na Figura 26.8. O valor do resistor auxiliar  $R_s$  deve ser suficientemente pequeno para não perturbar o funcionamento do sistema, ou deve ter um valor que necessite de fonte de tensão  $E_g$  de valor muito alto para se obter o valor desejado de  $E_i$ . Em condições de operação, a tensão entre os terminais de  $R_s$  é  $E_g - E_i$ , e a corrente no resistor auxiliar é

$$I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{E_g - E_i}{R_s}$$

mas  $I_i = I_{R_s}$  e  $Z_i = \frac{E_i}{I_i} = \frac{E_i}{I_{R_s}}$

Portanto, a única finalidade do resistor auxiliar é permitir a determinação de  $I_i$  usando exclusivamente medidas de tensão.

À medida que avançamos no estudo deste capítulo, tenha sempre em mente que não podemos usar um ohmímetro para medir  $Z_i$  ou  $Z_o$ , pois estamos lidando com sistemas que funcionam com corrente alternada e cujas impedâncias, portanto, podem depender da frequência do sinal aplicado. Os ohmímetros podem ser usados para medir resistências em circuitos CA ou CC, mas esses medidores só devem ser empregados em circuitos desenergizados, cuja fonte de energia é uma pilha que gera tensão contínua.

A impedância de saída  $Z_o$  pode ser medida com auxílio do circuito da Figura 26.9. Observe que novamente é usado um resistor auxiliar e que a tensão aplicada  $E_g$  deve estabelecer as condições típicas de operação. Note também que o sinal de entrada tem de ser zero, conforme define a Equação 26.2. A tensão no resistor auxiliar é  $E_g - E_o$ , e a corrente no resistor auxiliar é

$$I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{E_g - E_o}{R_s}$$

mas  $I_o = I_{R_s}$  e  $Z_o = \frac{E_o}{I_o} = \frac{E_o}{I_{R_s}}$

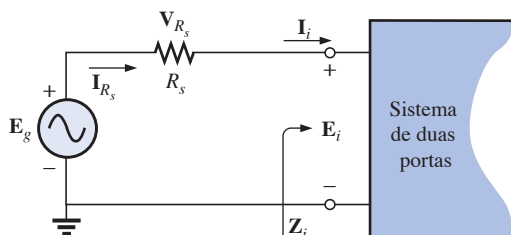


Figura 26.8 Determinação de  $Z_i$ .

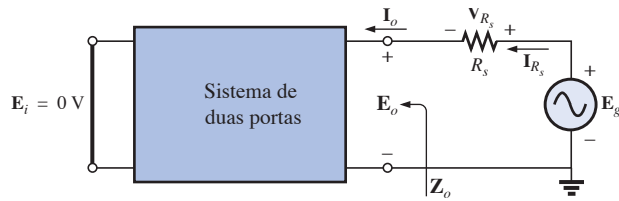
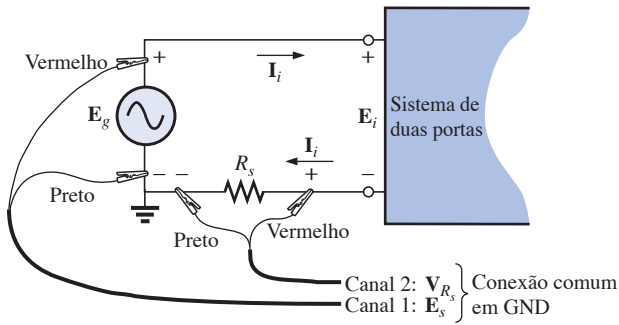


Figura 26.9 Determinação de  $Z_o$ .

Na maioria dos casos,  $Z_i$  e  $Z_o$  são resistências puras que resultam em um ângulo de fase nulo para as duas impedâncias. Assim, elas podem ser medidas com a ajuda de um multímetro digital ou um osciloscópio. Por exemplo: tanto no caso de  $Z_i$  como no caso de  $Z_o$ ,  $V_{R_s}$  pode ser medida diretamente usando-se um multímetro digital, juntamente com  $E_g$ ,  $E_i$  e  $E_o$ . A corrente em cada caso pode ser calculada usando-se a lei de Ohm e o valor da impedância, usando-se as equações 26.1 e 26.2.

Se usarmos um osciloscópio, temos de prestar muita atenção à necessidade de um aterramento comum. Por exemplo, na Figura 26.7,  $E_g$  e  $E_i$  podem ser medidas usando-se o osciloscópio, pois possuem um ponto comum de GND. Se tentássemos medir  $V_{R_s}$  diretamente com o GND do osciloscópio no terminal de entrada superior de  $E_i$ , provocaríamos um curto-circuito entre terminais de entrada do sistema, devido ao fato de a fonte e o osciloscópio estarem conectados em GND. Quando a impedância de entrada do sistema é ‘curto-circuitada’, a corrente  $I_i$  pode atingir valores perigosos, pois a única resistência presente no circuito de entrada é o resistor auxiliar  $R_s$ . Se usarmos um multímetro digital para não termos de nos preocupar com esse tipo de problema, teremos de nos assegurar de que o instrumento é capaz de funcionar corretamente dentro da faixa de frequências de interesse. Muitos instrumentos comerciais estão limitados a alguns kilohertz.

Quando o ângulo de fase da impedância de entrada é diferente de zero (não é uma resistência pura), não é possível usar um multímetro digital para medir a componente reativa nos terminais de entrada. O módulo de impedância total estará correto se for medido da maneira descrita anteriormente, mas o ângulo a partir do qual as componentes resistiva e reativa poderiam ser determinadas não estará disponível. Caso seja usado um osciloscópio, as conexões devem ser feitas como mostra a Figura 26.10. As tensões  $E_g$  e  $V_{R_s}$  podem ser mostradas simultaneamente na tela do osciloscópio, o que permite determinar o ângulo de fase entre elas. Como  $V_{R_s}$  e  $I_i$  estão em fase, o ângulo medido será também o ângulo entre  $E_g$  e  $I_i$ . O ângulo em que estamos interessados é o ângulo entre  $E_i$  e  $I_i$ , e não o ângulo entre  $E_g$  e  $I_i$ ; mas como  $R_s$  em geral é pequena, podemos considerar que a queda de tensão em  $R_s$  é tão pequena em comparação com  $E_g$  que  $E_i \cong E_g$ . Usando os valores de pico, pico a pico ou rms medidos com o osciloscópio e o valor do ângulo de fase, é possível calcular o módulo e o ângulo de  $Z_i$ , e, portanto, suas componentes resis-



**Figura 26.10** Determinação de  $Z_i$  através de um osciloscópio.

tiva e reativa, usando algumas relações geométricas básicas. A natureza reativa (indutiva ou capacitiva) da impedância de entrada pode ser determinada quando o ângulo entre  $E_i$  e  $I_i$  for calculado. No caso de um osciloscópio de duplo traço, se  $E_g$  estiver adiantada em relação a  $V_{R_s}$  ( $E_i$  adiantada em relação a  $I_i$ ), o circuito é indutivo; caso  $E_g$  esteja atrasada em relação a  $V_{R_s}$ , o circuito é capacitivo.

Para determinar o ângulo de fase associado a  $Z_o$ , temos de conectar o resistor auxiliar ao terminal de baixo para que ele e a fonte  $E_g$  tenham a conexão GND em comum. Assim, usando a aproximação  $E_s \cong E_o$ , podemos determinar o módulo e o ângulo de fase de  $Z_o$ .

**EXEMPLO 26.1**

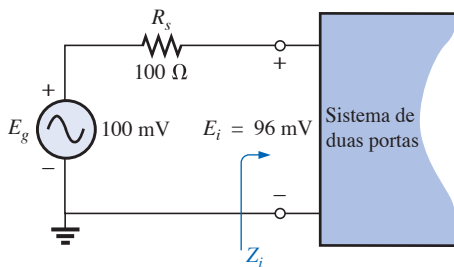
Dados os resultados das medidas executadas usando-se um multímetro digital no sistema de duas portas mostrado na Figura 26.11, determine a impedância de entrada  $Z_i$  do sistema sabendo que ela é puramente resistiva.

Solução:

$$V_{R_s} = E_g - E_i = 100 \text{ mV} - 96 \text{ mV} = 4 \text{ mV}$$

$$I_i = I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{4 \text{ mV}}{100 \Omega} = 40 \mu\text{A}$$

$$Z_i = R_i = \frac{E_i}{I_i} = \frac{96 \text{ mV}}{40 \mu\text{A}} = 2,4 \text{ k}\Omega$$



**Figura 26.11** Exemplo 26.1.

**EXEMPLO 26.2**

Usando os resultados das medidas executadas com um multímetro digital em um sistema de duas portas mostrados na Figura 26.12, determine a impedância de saída  $Z_o$  do sistema sabendo que ela é puramente resistiva.

Solução:

$$V_{R_s} = E_g - E_o = 2 \text{ V} - 1,92 \text{ V} = 0,08 \text{ V} = 80 \text{ mV}$$

$$I_o = I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{80 \text{ mV}}{2 \text{ k}\Omega} = 40 \mu\text{A}$$

$$Z_o = \frac{E_o}{I_o} = \frac{1,92 \text{ V}}{40 \mu\text{A}} = 48 \text{ k}\Omega$$

**EXEMPLO 26.3**

As características de entrada do sistema mostrado na Figura 26.13(a) são desconhecidas. Usando os resultados das medidas feitas com um osciloscópio, mostrados na Figura 26.13(b), calcule a impedância de entrada do sistema. Caso ela tenha uma componente reativa, determine seu módulo e verifique se o circuito é indutivo ou capacitivo.

Solução:

O módulo de  $Z_i$ :

$$I_{i(p-p)} = I_{R_s(p-p)} = \frac{V_{R_s(p-p)}}{R_s} = \frac{2 \text{ mV}}{10 \Omega} = 200 \mu\text{A}$$

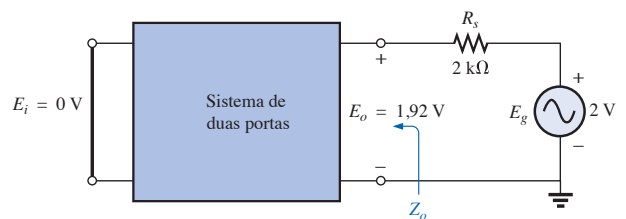
$$Z_i = \frac{E_i}{I_i} \cong \frac{E_g}{I_i} = \frac{50 \text{ mV}}{200 \mu\text{A}} = 250 \Omega$$

Fase de  $Z_i$ : a diferença de fase entre  $E_g$  e  $V_{R_s}$  (ou  $I_{R_s} = I_i$ ) é

$$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

com  $E_g$  adiantada em relação a  $I_i$ , portanto o sistema é indutivo. Assim,

$$Z_i = 250 \Omega \angle 30^\circ = 216,51 \Omega + j 125 \Omega = R + jX_L$$



**Figura 26.12** Exemplo 26.2.

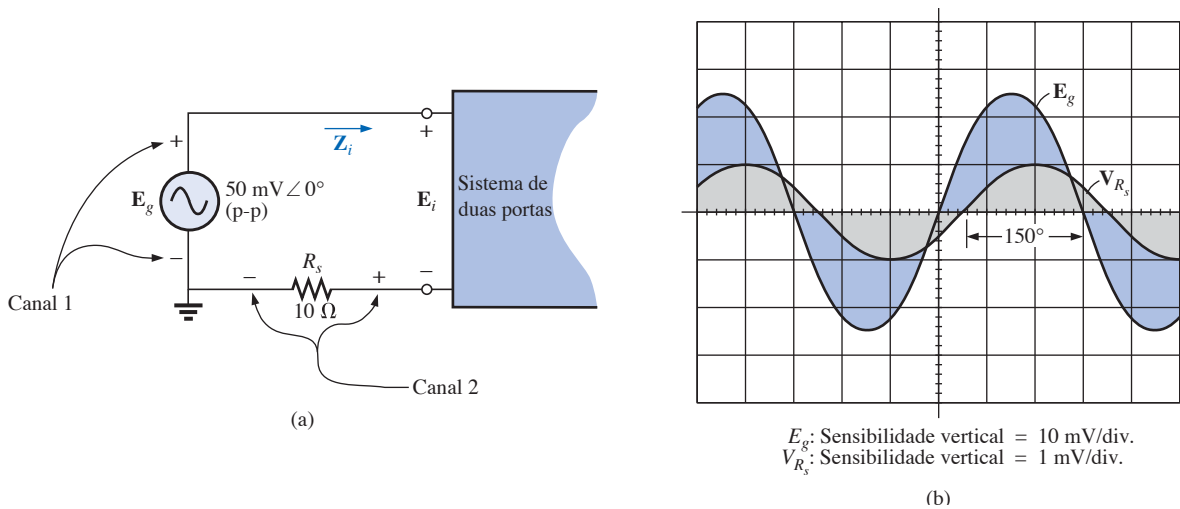


Figura 26.13 Exemplo 26.3.

### 26.3 OS GANHOS DE TENSÃO

$A_{vNL}$ ,  $A_v$  e  $A_{vT}$

O ganho de tensão para o sistema de duas portas visto na Figura 26.14 é definido por

$$A_{vNL} = \frac{E_o}{E_i} \quad (26.3)$$

A letra maiúscula **A** na notação foi escolhida para lembrar a expressão ‘fator de amplificação’, enquanto o índice *v* nos faz lembrar de que lidamos com valores de tensão. O índice *NL* revela que o ganho foi determinado sem carga (*no-load*); ou seja, nenhuma carga foi conectada nos terminais de saída. O ganho de tensão sem carga é o normalmente fornecido com os sistemas integrados, já que a carga varia de acordo com a aplicação específica.

O módulo do ganho pode ser determinado usando-se um multímetro digital ou um osciloscópio. Entretanto, um osciloscópio tem de ser usado para determinar a diferença de fase entre as duas tensões.

A Figura 26.15 mostra que foi introduzida uma carga para estabelecer o ganho com carga que é representado pelo símbolo  $A_v$  e definido por

$$A_v = \frac{E_o}{E_i} \Big|_{\text{com } R_L} \quad (26.4)$$

Figura 26.14 Definição do ganho sem carga  $A_{vNL}$ .

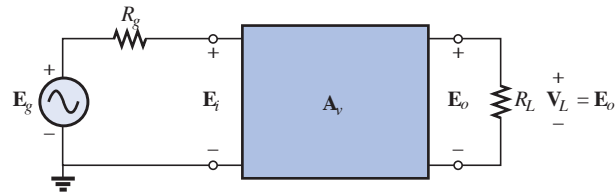


Figura 26.15 Definição do ganho de tensão da carga  $A_v$  (e  $A_{vT}$ ).

*Em todos os sistemas de duas portas, o ganho com carga é sempre menor do que o sem carga.*

Em outras palavras, a conexão de uma carga sempre reduzirá o ganho para um valor abaixo daquele do ganho sem carga.

Existe um terceiro ganho de tensão que pode ser definido em sistemas como o da Figura 26.15, em que a fonte de tensão possui uma resistência interna — situação que ocorre com frequência em sistemas eletrônicos. O ganho total do sistema é representado pelo símbolo  $A_{vT}$  e definido por

$$A_{vT} = \frac{E_o}{E_g} \quad (26.5)$$

Esse é o ganho de tensão a partir da fonte  $E_g$  até os terminais de saída  $E_o$ . Devido à queda de tensão na resistência interna da fonte,

*o ganho de tensão total  $A_{vT}$  é sempre menor do que o ganho de tensão com carga  $A_v$  ou do que o ganho de tensão sem carga  $A_{vNL}$ .*



Se expandirmos a Equação 26.5 na forma

$$\mathbf{A}_{v_T} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g}(1) = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g} \left( \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_i} \right) = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} \cdot \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_g}$$

então  $\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_v \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_g}$  (com carga)

ou  $\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_{v_{NL}} \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_g}$  (sem carga)

A relação entre  $\mathbf{E}_i$  e  $\mathbf{E}_g$  pode ser determinada a partir da Figura 26.15, se reconhecermos que  $\mathbf{E}_i$  é a tensão na impedância  $\mathbf{Z}_i$  e aplicarmos a regra dos divisores de tensão, como a seguir:

$$\mathbf{E}_i = \frac{\mathbf{Z}_i(\mathbf{E}_g)}{\mathbf{Z}_i + \mathbf{R}_g}$$

ou  $\frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_g} = \frac{\mathbf{Z}_i}{\mathbf{Z}_i + \mathbf{R}_g}$

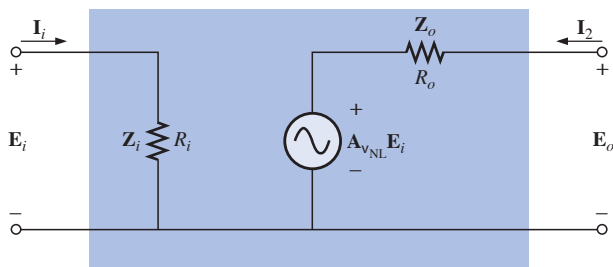
Substituindo a relação  $\mathbf{E}_i/\mathbf{E}_g$  por seu valor nas expressões de  $\mathbf{A}_{v_T}$ , temos

$$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_v \frac{\mathbf{Z}_i}{\mathbf{Z}_i + \mathbf{R}_g} \quad (\text{com carga}) \quad (26.6)$$

$$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_{v_{NL}} \frac{\mathbf{Z}_i}{\mathbf{Z}_i + \mathbf{R}_g} \quad (\text{sem carga}) \quad (26.7)$$

Um modelo equivalente com duas portas para um sistema sem carga, baseado nas definições de  $\mathbf{Z}_i$ ,  $\mathbf{Z}_o$  e  $\mathbf{A}_{v_{NL}}$ , é mostrado na Figura 26.16. Tanto  $\mathbf{Z}_i$  quanto  $\mathbf{Z}_o$  foram consideradas resistivas, pois essa é a situação para a maioria dos amplificadores eletrônicos. Entretanto, tanto  $\mathbf{Z}_i$  quanto  $\mathbf{Z}_o$  podem ter componentes reativas sem invalidar a equivalência do modelo.

A impedância de entrada é definida por  $\mathbf{Z}_i = \mathbf{E}_i/\mathbf{I}_i$  e a tensão  $\mathbf{E}_o = \mathbf{A}_{v_{NL}}\mathbf{E}_i$ , na ausência de carga, resultando em  $\mathbf{A}_{v_{NL}} = \mathbf{E}_o/\mathbf{E}_i$ , conforme definido. A impedância de saída é definida fazendo com que  $\mathbf{E}_i$  seja igual a zero volt,



**Figura 26.16** Modelo equivalente para um amplificador de duas portas.

resultando em  $\mathbf{A}_{v_{NL}}\mathbf{E}_i = 0$  V, tornando possível usar um curto-circuito no lugar da fonte controlada. O resultado é  $\mathbf{Z}_o = \mathbf{E}_o/\mathbf{I}_o$ , conforme definido, estabelecendo assim a validade do modelo.

Se uma carga for conectada no sistema como mostra a Figura 26.17, a aplicação da regra dos divisores de tensão resultará em

$$\mathbf{E}_o = \frac{R_L(\mathbf{A}_{v_{NL}}\mathbf{E}_i)}{R_L + R_o}$$

e  $\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = \mathbf{A}_{v_{NL}} \frac{R_L}{R_L + R_o}$  (26.8)

Para quaisquer valores de  $R_L$  e  $R_o$ , a relação  $R_L/(R_L + R_o)$  tem de ser menor que 1, fazendo com que  $\mathbf{A}_v$  seja sempre menor que  $\mathbf{A}_{v_{NL}}$ . Além disso,

*para uma dada impedância de saída ( $R_o$ ), quanto maior a resistência da carga ( $R_L$ ), mais próximo estará o ganho com carga do sem carga.*

Um método experimental para medir o valor de  $R_o$  pode ser desenvolvido se explicitarmos a impedância de saída  $R_o$  na Equação 26.8:

$$\mathbf{A}_v = \frac{R_L}{R_L + R_o} \mathbf{A}_{v_{NL}}$$

ou  $\mathbf{A}_v(R_L + R_o) = R_L \mathbf{A}_{v_{NL}}$

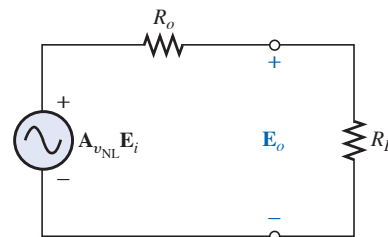
$$\mathbf{A}_v R_L + \mathbf{A}_v R_o = R_L \mathbf{A}_{v_{NL}}$$

e  $\mathbf{A}_v R_o = R_L \mathbf{A}_{v_{NL}} - \mathbf{A}_v R_L$

com  $R_o = \frac{R_L(\mathbf{A}_{v_{NL}} - \mathbf{A}_v)}{\mathbf{A}_v}$

ou  $R_o = R_L \left( \frac{\mathbf{A}_{v_{NL}}}{\mathbf{A}_v} - 1 \right)$  (26.9)

A Equação 26.9 mostra que a impedância de saída  $R_o$  de um amplificador pode ser determinada medindo-se primeiro o ganho de tensão  $\mathbf{E}_o/\mathbf{E}_i$  sem nenhuma carga para



**Figura 26.17** Aplicação de uma carga à saída do circuito da Figura 26.16.

obter  $A_{vNL}$  e depois medindo-se o ganho com uma carga  $R_L$  para obter  $A_v$ . Substituindo  $A_{vNL}$ ,  $A_v$  e  $R_L$  na Equação 26.9, obtemos então o valor de  $R_o$ .

**EXEMPLO 26.4**

Para o sistema visto na Figura 26.18(a), usado no amplificador com carga visto na Figura 26.18(b):

- a) Determine o ganho de tensão sem carga  $A_{vNL}$ .
- b) Determine o ganho de tensão com carga  $A_v$ .
- c) Calcule o ganho de tensão com carga  $A_{vT}$ .
- d) Determine  $R_o$ , a partir da Equação 26.9, e compare o resultado com o valor especificado na Figura 26.18.

Soluções:

- a)  $A_{vNL} = \frac{E_o}{E_i} = \frac{-20 \text{ V}}{4 \text{ mV}} = -5.000$
- b)  $A_v = A_{vNL} \frac{R_L}{R_L + R_o} = (-5000) \left( \frac{2,2 \text{ k}\Omega}{2,2 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega} \right) = (-5.000)(0,0421) = -210,73$
- c)  $A_{vT} = A_v \frac{Z_i}{Z_i + R_g} = (-210,73) \left( \frac{1 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega} \right) = (-210,73) \left( \frac{1}{2} \right) = -105,36$
- d)  $R_o = R_L \left( \frac{A_{vNL}}{A_v} - 1 \right) = 2,2 \text{ k}\Omega \left( \frac{-5.000}{-210,73} - 1 \right) = 2,2 \text{ k}\Omega(23,727 - 1) = 2,2 \text{ k}\Omega(22,727) = 50 \text{ k}\Omega$  conforme especificado

**26.4 OS GANHOS DE CORRENTE  $A_i$  e  $A_{iT}$  E O GANHO DE POTÊNCIA  $A_G$**

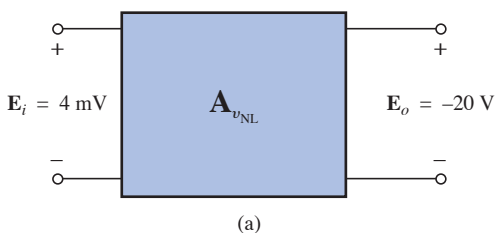
O ganho de corrente para um sistema com duas portas é, em geral, calculado a partir de valores de tensão. O ganho de corrente sem carga não é definido, pois a ausência de  $R_L$  implica  $I_o = E_o/R_L = 0 \text{ A}$  e  $A_i = I_o/I_i = 0$ .

Entretanto, no sistema visto na Figura 26.19, existe uma carga ligada à saída do circuito, e

$$I_o = -\frac{E_o}{R_L}$$

com

$$I_i = -\frac{E_i}{Z_i}$$



Observe que é necessário usar um sinal negativo na definição de  $I_o$  porque a definição da polaridade de  $E_o$  estabeleceria um sentido oposto para a corrente  $I_o$  através de  $R_L$ .

O ganho de corrente com carga é dado por

$$A_i = \frac{I_o}{I_i} = \frac{-E_o/R_L}{E_i/Z_i} = -\frac{E_o}{E_i} \left( \frac{Z_i}{R_L} \right)$$

e  $A_i = -A_v \frac{Z_i}{R_L}$  (26.10)

Portanto, em geral, é possível determinar o ganho de corrente com carga a partir do ganho de tensão com carga e da razão de impedância  $Z_i$  por  $R_L$ .

Quando é necessário determinar a razão  $A_{iT} = I_o/I_g$ , podemos proceder da seguinte maneira:

$$I_o = -\frac{E_o}{R_L}$$

com  $I_i = \frac{E_g}{R_g + Z_i}$

e  $A_{iT} = \frac{I_o}{I_g} = \frac{-E_o/R_L}{E_g/(R_g + Z_i)} = -\left( \frac{E_o}{E_g} \right) \left( \frac{R_g + Z_i}{R_L} \right)$

ou  $A_{iT} = \frac{I_o}{I_g} = -A_{vT} \left( \frac{R_g + Z_i}{R_L} \right)$  (26.11)

Os resultados obtidos a partir das equações 26.10 e 26.11 serão os mesmos, já que  $I_g = I_i$ , mas pode-se usar o ganho que estiver disponível ou o que for considerado mais conveniente.

Voltando à Figura 26.16 (reproduzida na Figura 26.20), podemos obter uma equação para o ganho de corrente em função do ganho de tensão sem carga.

A partir da lei de Ohm,

$$I_o = -\frac{A_{vNL} E_i}{R_L + R_o}$$

mas

$$E_i = I_i R_i$$

e

$$I_o = -\frac{A_{vNL} (I_i R_i)}{R_L + R_o}$$

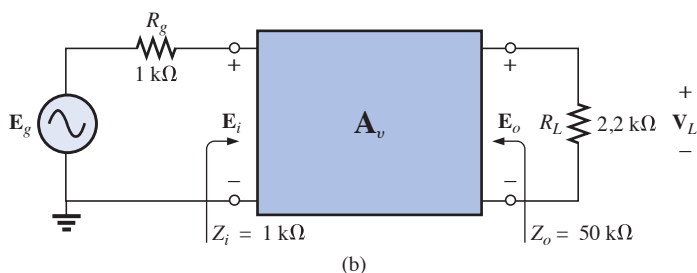


Figura 26.18 Exemplo 26.4.



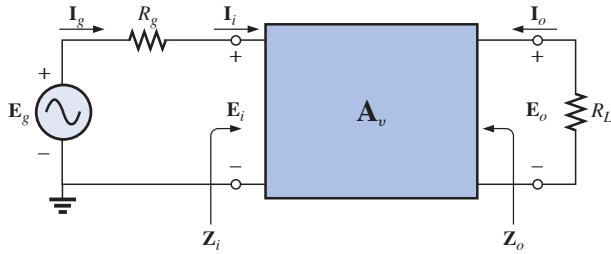


Figura 26.19 Definição de  $A_i$  e  $A_{iT}$ .

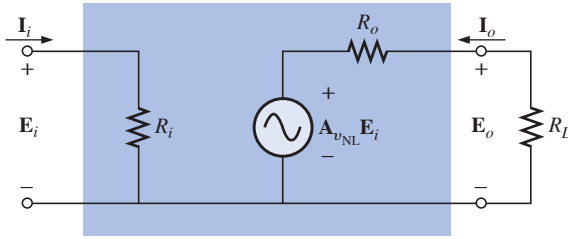


Figura 26.20 Desenvolvimento de uma expressão para  $A_i$  em termos de  $A_{vNL}$ .

de modo que 
$$A_i = \frac{I_o}{I_i} = -A_{vNL} \frac{R_i}{R_L + R_o} \quad (26.12)$$

O resultado é uma equação para o ganho de corrente com carga de um amplificador em função do ganho de tensão sem carga fornecido pelo fabricante e dos valores das resistências do circuito.

Lembre-se das conclusões anteriores: quanto maior o valor de  $R_L$ , maior o ganho de tensão com carga. No caso do ganho de corrente, a Equação 26.12 mostra que

*quanto maior o valor de  $R_L$ , menor o ganho de corrente com carga de um amplificador.*

Portanto, no projeto de um amplificador, temos de levar em conta tanto o ganho de tensão como o de corrente para que o ganho de potência seja razoável.

No caso do sistema visto na Figura 26.20, a potência fornecida à carga é dada por  $E_o^2/R_L$ , enquanto a potência fornecida aos terminais de entrada é  $E_i^2/R_i$ . O ganho de potência é, portanto, dado por

$$A_G = \frac{P_o}{P_i} = \frac{E_o^2/R_L}{E_i^2/R_i} = \frac{E_o^2}{E_i^2} \frac{R_i}{R_L} = \left(\frac{E_o}{E_i}\right)^2 \frac{R_i}{R_L}$$

e 
$$A_G = A_v^2 \frac{R_i}{R_L} \quad (26.13)$$

Expandindo a conclusão,

$$A_G = (A_v) \left( A_v \frac{R_i}{R_L} \right) = (A_v)(-A_i)$$

de modo que 
$$A_G = -A_v A_i \quad (26.14)$$

Não se preocupe com o sinal negativo;  $A_v$  e  $A_i$  serão sempre negativos para garantir que o ganho de potência seja positivo, conforme obtido na Equação 26.13.

Se fizermos  $A_v = -A_i R_L / R_i$  (a partir da Equação 26.10) na Equação 26.14, obteremos

$$A_G = -A_v A_i = -\left(\frac{-A_i R_L}{R_i}\right) A_i$$

ou 
$$A_G = A_i^2 \frac{R_L}{R_i} \quad (26.15)$$

que tem a mesma forma que a Equação 26.13, mas agora  $A_G$  está expresso em termos do ganho de corrente do sistema.

O último ganho de potência a ser expresso é o seguinte:

$$A_{GT} = \frac{P_L}{P_g} = \frac{E_o^2/R_L}{E_g J_g} = \frac{E_o^2/R_L}{E_g^2/(R_g + R_i)} = \left(\frac{E_o}{E_g}\right)^2 \left(\frac{R_g + R_i}{R_L}\right)$$

ou 
$$A_{GT} = A_{vT}^2 \left(\frac{R_g + R_i}{R_L}\right) \quad (26.16)$$

Expandindo, temos

$$A_{GT} = A_{vT} \left( A_{vT} \frac{R_g + R_i}{R_L} \right)$$

e 
$$A_{GT} = -A_{vT} A_{iT} \quad (26.17)$$

### EXEMPLO 26.5

Dado o sistema mostrado na Figura 26.21 com os valores fornecidos pelo fabricante:

- Determine  $A_v$ .
- Calcule  $A_i$ .
- Considere que o valor de  $R_L$  tenha sido multiplicado por dois e determine o efeito dessa variação sobre  $A_v$  e  $A_i$ .
- Determine  $A_{iT}$ .
- Calcule  $A_G$ .
- Calcule  $A_i$  a partir da Equação 26.1 e compare com o valor obtido no item (b).

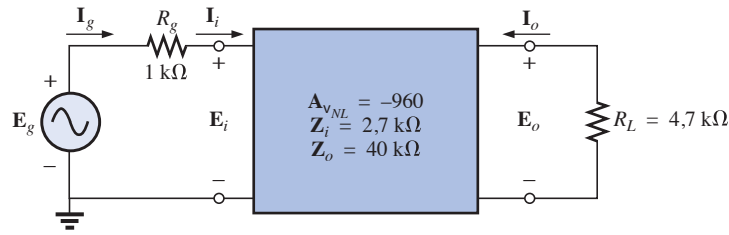


Figura 26.21 Exemplo 26.5.

Soluções:

$$\begin{aligned} \text{a) } A_v &= A_{v_{NL}} \frac{R_L}{R_L + R_o} \\ &= (-960) \left( \frac{4,7 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} \right) = \mathbf{-100,94} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } A_i &= -A_{v_{NL}} \frac{R_i}{R_L + R_o} \\ &= -(-960) \left( \frac{2,7 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} \right) = \mathbf{57,99} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } R_L &= 2(4,7 \text{ k}\Omega) = 9,4 \text{ k}\Omega \\ A_v &= A_{v_{NL}} \left( \frac{R_L}{R_L + R_o} \right) \\ &= (-960) \left( \frac{9,4 \text{ k}\Omega}{9,4 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} \right) \\ &= \mathbf{-182,67} \quad \text{em lugar de } -100,94, \text{ que é} \\ &\quad \text{um aumento significativo} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_i &= -A_{v_{NL}} \left( \frac{R_i}{R_L + R_o} \right) \\ &= -(-960) \left( \frac{2,7 \text{ k}\Omega}{40 \text{ k}\Omega + 9,4 \text{ k}\Omega} \right) \\ &= \mathbf{52,47} \quad \text{em lugar de } 57,99 \end{aligned}$$

que é uma redução, mas não tão significativa quanto o aumento de  $A_v$ .

d)  $A_{i_T} = A_i = \mathbf{57,99}$  conforme obtido no item (b)

$$\begin{aligned} \text{Porém, } A_{i_T} &= -A_{v_T} \left( \frac{R_g + R_i}{R_L} \right) \\ &= - \left[ A_v \frac{R_i}{(R_i + R_g)} \right] \left[ \frac{(R_g + R_i)}{R_L} \right] \\ &= -A_v \frac{R_i}{R_L} = -(-100,94) \left( \frac{2,7 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega} \right) \\ &= \mathbf{57,99} \quad \text{também como no item (b)} \end{aligned}$$

e)  $A_G = A_v^2 \frac{R_i}{R_L} = (100,94)^2 \left( \frac{2,7 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega} \right) = \mathbf{5.853,19}$

f)  $A_G = -A_v A_i$   
 ou  $A_i = \frac{A_G}{A_v} = \frac{(5.853,19)}{(-100,94)}$   
 $= \mathbf{57,99}$  conforme obtido no item (b)

## 26.5 SISTEMAS EM CASCATA

Quando consideramos sistemas em cascata, conforme ilustra a Figura 26.22, o fato mais importante a ser lembrado é que

*nas equações para sistemas em cascata devem ser usados os ganhos de tensão e de corrente com carga, e não os dados fornecidos pelo fabricante, que são para sistemas sem carga.*

É muito frequente o uso dos ganhos sem carga que resulta em um erro consideravelmente maior no resultado do ganho total. Além disso, lembre-se de que a impedância de entrada do terceiro estágio pode afetar o valor da impedância do segundo, e, portanto, a carga no primeiro estágio.

Portanto, em geral, os sistemas em cascata podem parecer relativamente fáceis de analisar. Mas saiba que todas as equações têm de ser cuidadosamente avaliadas antes de serem usadas.

O ganho de tensão total para o sistema visto na Figura 26.22 é

$$A_{v_T} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} \cdot A_{v_3} \quad (26.18)$$

onde, como já foi dito, os ganhos dos diferentes estágios devem ser determinados com carga.

O ganho de corrente total para o sistema visto na Figura 26.22 é

$$A_{i_T} = A_{i_1} \cdot A_{i_2} \cdot A_{i_3} \quad (26.19)$$

onde, novamente, os ganhos dos diferentes estágios devem ser determinados com carga (conectado).

O ganho de corrente entre dois estágios também pode ser determinado usando-se uma equação já deduzida neste capítulo. No caso de sistemas em cascata, a equação tem o seguinte formato geral:

$$A_i = A_v \frac{Z_i}{R_L} \quad (26.20)$$

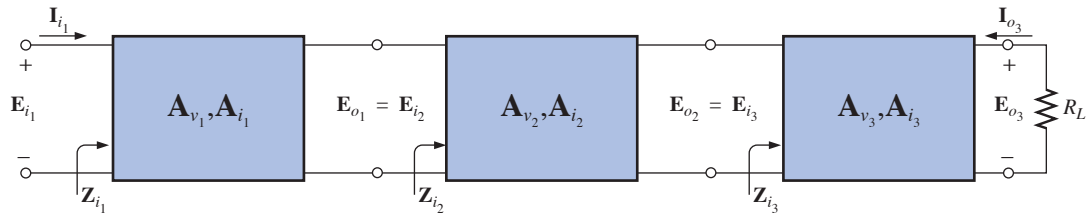


Figura 26.22 Sistema em cascata.

onde  $A_v$  é o ganho de tensão com carga correspondente ao de corrente desejado. Ou seja, se o ganho é calculado do primeiro até o terceiro estágio, o ganho de tensão usado também é o ganho do primeiro até o terceiro estágio. A impedância de entrada  $Z_i$  é a mesma do primeiro estágio de interesse, e  $R_L$  é a carga do último.

Por exemplo, no caso do amplificador de três estágios visto na Figura 26.22,

$$A_{i_T} = A_{v_T} \frac{Z_{i_1}}{R_L}$$

enquanto para os primeiros dois estágios,

$$A'_i = A'_v \frac{Z_{i_1}}{Z_{i_3}}$$

onde  $A'_i = \frac{I_{o_2}}{I_{i_1}}$  e  $A'_v = \frac{E_{o_2}}{E_{i_1}}$

O ganho de potência total é dado por

$$A_{G_T} = A_{v_T} A_{i_T} \quad (26.21)$$

onde o ganho entre estágios específicos é simplesmente o produto daqueles correspondentes de tensão e corrente de cada seção. Por exemplo, para os dois primeiros estágios mostrados na Figura 26.22,

$$A'_{G} = A'_{v_2} \cdot A'_{i_2}$$

onde  $A'_{v_2} = A_{v_1} \cdot A_{v_2}$  e  $A'_{i_2} = A_{i_1} \cdot A_{i_2}$

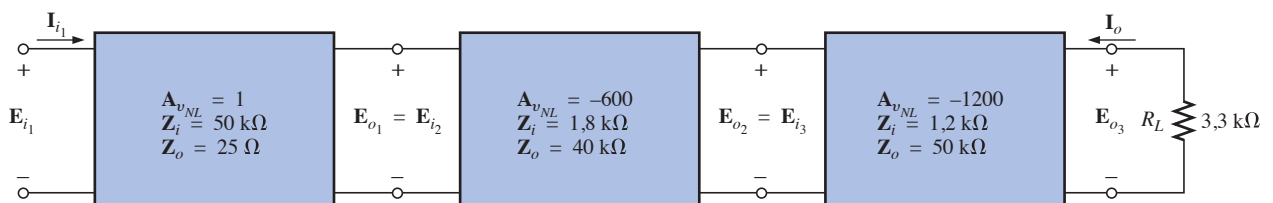


Figura 26.23 Exemplo 26.6.

### EXEMPLO 26.6

Para o sistema em cascata visto na Figura 26.23, no qual os parâmetros fornecidos pelo fabricante correspondem à situação sem carga:

- Determine a tensão na carga e os ganhos de corrente de cada estágio e modifique o sistema mostrado na Figura 26.23, substituindo os parâmetros sem carga pelos parâmetros com carga.
- Calcule o ganho de tensão total e o ganho de corrente total.
- Determine o ganho de potência total do sistema, usando a Equação 26.21.
- Calcule os ganhos de tensão e de corrente dos dois primeiros estágios usando as equações 26.18 e 26.19.
- Determine os ganhos de corrente dos dois primeiros estágios usando a Equação 26.20 e compare com o resultado do item (d).
- Calcule o ganho de potência dos dois primeiros estágios usando a Equação 26.21.
- Determine os ganhos de potência dos dois primeiros estágios usando a Equação 26.13. Compare com o resultado do item (f).
- Calcule o ganho de tensão total incorreto do sistema usando a Equação 26.18 e os parâmetros para as condições sem carga fornecidos pelo fabricante para cada estágio. Compare o resultado com o do item (b).

Soluções:

$$\begin{aligned} \text{a) } A_{v_1} &= A_{v_{NL_1}} \frac{R_L}{R_L + R_o} = A_{v_{NL_1}} \frac{Z_{i_2}}{Z_{i_2} + R_{o_1}} \\ &= (1) \frac{1,8 \text{ k}\Omega}{1,8 \text{ k}\Omega + 25 \Omega} = \mathbf{0,986} \end{aligned}$$

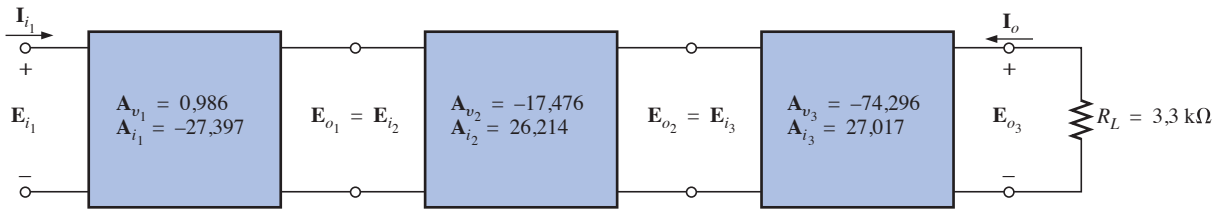


Figura 26.24 Solução do Exemplo 26.6.

$$A_{v_2} = A_{v_{NL_2}} \frac{Z_{i_3}}{Z_{i_3} + R_{o_2}} = (-600) \frac{1,2 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} = -17,476$$

$$A_{v_3} = A_{v_{NL_3}} \frac{R_L}{R_L + R_{o_3}} = (-1,200) \frac{3,3 \text{ k}\Omega}{3,3 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega} = -74,296$$

$$A_{i_1} = -A_{v_{NL_1}} \frac{R_i}{R_L + R_o} = -A_{v_{NL_1}} \frac{Z_{i_1}}{Z_{i_1} + R_{o_1}} = -(1) \frac{50 \text{ k}\Omega}{1,8 \text{ k}\Omega + 25 \Omega} = -27,397$$

$$A_{i_2} = -A_{v_{NL_2}} \frac{Z_{i_2}}{Z_{i_2} + R_{o_2}} = -(-600) \frac{1,8 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} = 26,214$$

$$A_{i_3} = -A_{v_{NL_3}} \frac{Z_{i_3}}{R_L + R_{o_3}} = -(-1,200) \frac{1,2 \text{ k}\Omega}{3,3 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega} = 27,017$$

Observe a Figura 26.24.

b)  $A_{v_T} = \frac{E_{o_3}}{E_{i_1}} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} \cdot A_{v_3} = (0,986)(-17,476)(-74,296) = 1.280,22$

$A_{i_T} = \frac{I_{o_3}}{I_{i_1}} = A_{i_1} \cdot A_{i_2} \cdot A_{i_3} = (-27,397)(26,214)(27,017) = -19.403,20$

c)  $A_{G_T} = -A_{v_T} \cdot A_{i_T} = -(1.280,22)(-19.403,20) = 24,84 \times 10^6$

d)  $A'_{v_2} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} = (0,986)(-17,476) = -17,231$   
 $A'_{i_2} = A_{i_1} \cdot A_{i_2} = (-27,397)(26,214) = -718,185$

e)  $A'_{i_2} = A_v \frac{Z_i}{R_L} = A'_{v_2} \frac{Z_{i_1}}{Z_{i_3}} = (-17,231) \frac{50 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega} = -717,958$  em vez de  $-718,185$

sendo que a diferença é devido a erros de arredondamento.

f)  $A'_{G_2} = A'_{v_2} \cdot A'_{i_2} = (-17,231)(-718,185) = 12.375,05$

g)  $A'_{G_2} = A_v^2 \frac{R_i}{R_L} = (A'_{v_2})^2 \frac{R_{i_1}}{Z_{i_3}} = (-17,231)^2 \frac{50 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega} = 12.371,14$

h)  $A_{v_T} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} \cdot A_{v_3} = (1)(-600)(-1.200) = 7,2 \times 10^5$   
 $720.000 : 1.280,22 = 562,40 : 1$   
 que é certamente uma diferença significativa.

## 26.6 PARÂMETROS DE IMPEDÂNCIA (Z)

No caso de uma configuração de duas portas como a que vemos na Figura 26.25, existem quatro variáveis envolvidas. Na maioria dos casos, quando duas dessas variáveis são especificadas, as outras duas podem ser determinadas. As quatro variáveis estão relacionadas pelas seguintes equações:

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad (26.22a)$$

$$E_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \quad (26.22b)$$

Os parâmetros de impedância  $z_{11}$ ,  $z_{12}$  e  $z_{22}$  são medidos em ohms.

Para modelar o sistema, cada parâmetro de impedância tem de ser determinado igualando-se uma das variáveis a zero.

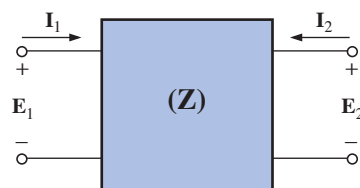


Figura 26.25 Parâmetros de impedância em um sistema de duas portas.

**$z_{11}$**

No caso de  $z_{11}$ , se  $I_2$  for igualada a zero, como mostra a Figura 26.26, a Equação 26.22(a) se torna

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}(0)$$

e 
$$z_{11} = \frac{E_1}{I_1} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.23)$$
  $I_2 = 0$

A Equação 26.23 revela que, com  $I_2 = 0$ , o parâmetro de impedância  $z_{11}$  é dado pela razão entre  $E_1$  e  $I_1$ . Como  $E_1$  e  $I_1$  são grandezas de entrada, sendo  $I_2 = 0$ , o parâmetro  $z_{11}$  tem a seguinte definição formal:

$z_{11}$  = parâmetro de impedância de entrada em circuito aberto.

**$z_{12}$**

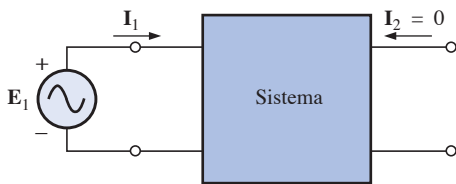
No caso de  $z_{12}$ , se  $I_1$  for igualada a zero, a Equação 26.22(a) resultará em

$$z_{12} = \frac{E_1}{I_2} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.24)$$
  $I_2 = 0$

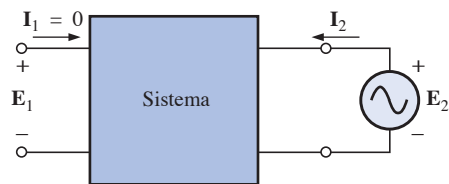
Na maioria dos sistemas em que as grandezas de entrada e saída são comparadas, a razão de interesse é considerada a grandeza de saída dividida pela grandeza de entrada. Nesse caso, o *inverso* é válido, resultando na seguinte forma:

$z_{12}$  = parâmetro de impedância de transferência inversa em circuito aberto.

O termo *transferência* é incluído para indicar que  $z_{12}$  relaciona grandezas de entrada e de saída (para a condição  $I_1 = 0$ ). A configuração de circuito para a determinação de  $z_{12}$  é mostrada na Figura 26.27.



**Figura 26.26** Determinação de  $z_{11}$ .



**Figura 26.27** Determinação de  $z_{12}$ .

Para uma fonte aplicada  $E_2$ , a razão  $E_1/I_2$  determina  $z_{12}$  com  $I_1$  igualada a zero.

**$z_{21}$**

Para determinar  $z_{21}$ , basta fazer  $I_2 = 0$  e determinar a razão  $E_2/I_1$ , conforme determina a Equação 26.22(b). Ou seja,

$$z_{21} = \frac{E_2}{I_1} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.25)$$
  $I_2 = 0$

Nesse caso, a determinação de variáveis é feita novamente relacionando grandezas de entrada e de saída, o que implica o uso do termo *transferência* na nomenclatura. Entretanto, trata-se da relação entre uma grandeza de saída e outra de entrada, de modo que usamos o termo *direto*, e

$z_{21}$  = parâmetro de impedância de transferência direta em circuito aberto.

O circuito para determinação é mostrado na Figura 26.28. Para uma tensão aplicada  $E_1$ , o parâmetro  $z_{21}$  é dado pela razão  $E_2/I_1$ , com  $I_2 = 0$ .

**$z_{22}$**

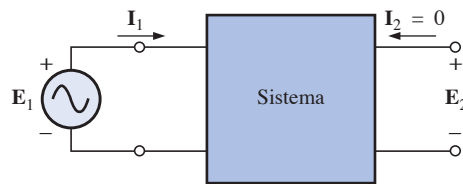
O último parâmetro,  $z_{22}$ , é dado por

$$z_{22} = \frac{E_2}{I_2} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.26)$$
  $I_1 = 0$

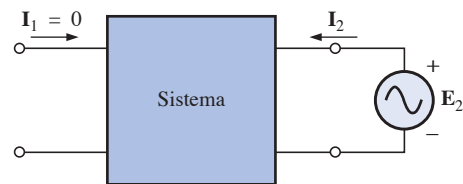
obtido da Equação 26.22(b), com  $I_1 = 0$ . Como se trata da relação entre a tensão de saída e a corrente de saída, com  $I_1 = 0$ , a terminologia usada é

$z_{22}$  = parâmetro de impedância de saída em circuito aberto.

O circuito correspondente é mostrado na Figura 26.29. Para uma tensão aplicada  $E_2$ , o parâmetro  $z_{22}$  é dado pela razão  $E_2/I_2$ , com  $I_1 = 0$ .



**Figura 26.28** Determinação de  $z_{21}$ .



**Figura 26.29** Determinação de  $z_{22}$ .

**EXEMPLO 26.7**

Determine os parâmetros de impedância ( $\mathbf{z}$ ) do circuito T visto na Figura 26.30.

Solução:

No caso de  $\mathbf{z}_{11}$ , o circuito aparece na Figura 26.31, onde  $\mathbf{Z}_1 = 3 \Omega \angle 0^\circ$ ,  $\mathbf{Z}_2 = 5 \Omega \angle 90^\circ$  e  $\mathbf{Z}_3 = 4 \Omega \angle -90^\circ$ :

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3}$$

Assim, 
$$\mathbf{z}_{11} = \left. \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_1} \right|_{\mathbf{I}_2=0}$$

e 
$$\mathbf{z}_{11} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3 \tag{26.27}$$

O circuito usado para medir  $\mathbf{z}_{12}$  é mostrado na Figura 26.32, e

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{I}_2 \mathbf{Z}_3$$

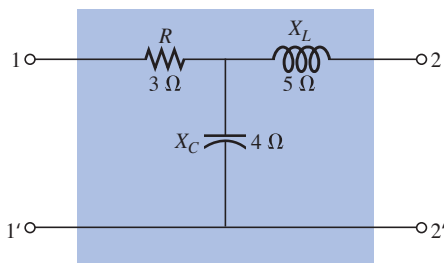
Assim, 
$$\mathbf{z}_{12} = \left. \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_2} \right|_{\mathbf{I}_1=0} = \frac{\mathbf{I}_2 \mathbf{Z}_3}{\mathbf{I}_2}$$

e 
$$\mathbf{z}_{12} = \mathbf{Z}_3 \tag{26.28}$$

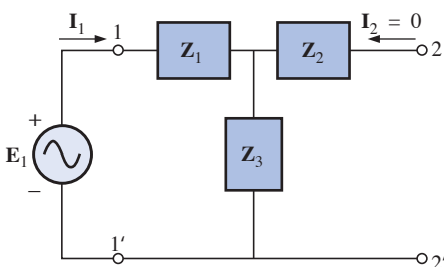
O circuito usado para medir  $\mathbf{z}_{21}$  é mostrado na Figura 26.33, e

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_3$$

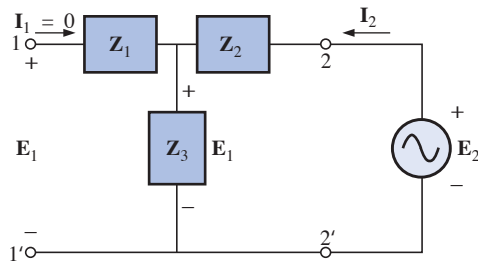
Assim, 
$$\mathbf{z}_{21} = \left. \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_1} \right|_{\mathbf{I}_2=0} = \frac{\mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_3}{\mathbf{I}_1}$$



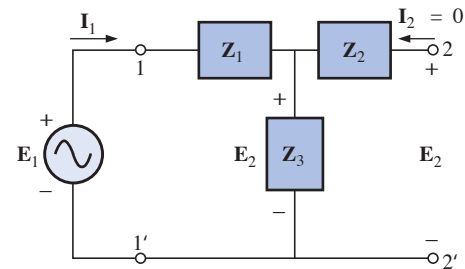
**Figura 26.30** Circuito T.



**Figura 26.31** Determinação de  $\mathbf{z}_{11}$ .



**Figura 26.32** Determinação de  $\mathbf{z}_{12}$ .



**Figura 26.33** Determinação de  $\mathbf{z}_{21}$ .

e 
$$\mathbf{z}_{21} = \mathbf{Z}_3 \tag{26.29}$$

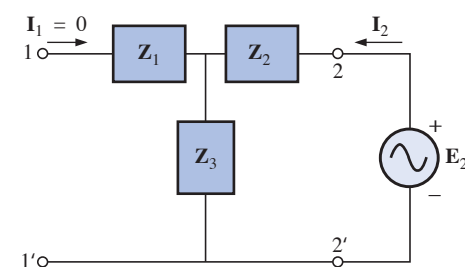
O circuito usado para medir  $\mathbf{z}_{22}$  é mostrado na Figura 26.34, e

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3}$$

Assim, 
$$\mathbf{z}_{22} = \left. \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_2} \right|_{\mathbf{I}_1=0} = \frac{\mathbf{I}_2 (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)}{\mathbf{I}_2}$$

e 
$$\mathbf{z}_{22} = \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 \tag{26.30}$$

Observe que, para a configuração T,  $\mathbf{z}_{12} = \mathbf{z}_{21}$ . Para  $\mathbf{Z}_1 = 3 \Omega \angle 0^\circ$ ,  $\mathbf{Z}_2 = 5 \Omega \angle 90^\circ$  e  $\mathbf{Z}_3 = 4 \Omega \angle -90^\circ$ , temos  
 $\mathbf{z}_{11} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3 = 3 \Omega - j 4 \Omega$   
 $\mathbf{z}_{12} = \mathbf{z}_{21} = \mathbf{Z}_3 = 4 \Omega \angle -90^\circ = -j 4 \Omega$   
 $\mathbf{z}_{22} = \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 = 5 \Omega \angle 90^\circ + 4 \Omega \angle -90^\circ = 1 \Omega \angle 90^\circ = j 1 \Omega$



**Figura 26.34** Determinação de  $\mathbf{z}_{22}$ .



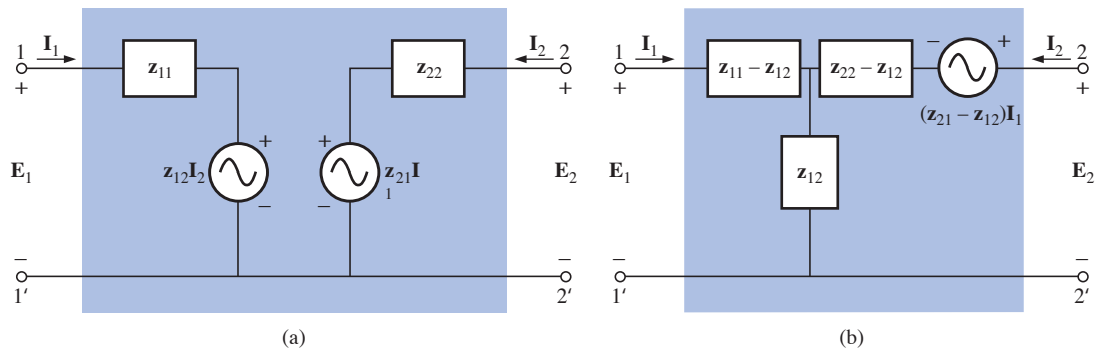


Figura 26.35 Dois circuitos de duas portas equivalentes, baseados nos parâmetros  $z$ .

Um conjunto de parâmetros de impedância determina totalmente o comportamento de um sistema de duas portas como o que vemos na Figura 26.25. Um *circuito equivalente* para o sistema pode ser desenvolvido a partir das equações 26.22(a) e 26.22(b). A Figura 26.35 mostra dois circuitos equivalentes possíveis.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões às malhas de entrada e de saída do circuito visto na Figura 26.35(a), temos

$$E_1 - z_{11}I_1 - z_{12}I_2 = 0$$

e

$$E_2 = z_{22}I_2 - z_{21}I_1 = 0$$

que podem ser escritas na forma:

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad E_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

sendo idênticas às equações 26.22(a) e 26.22(b).

No caso do circuito visto na Figura 26.35(b), temos

$$E_1 - I_1(z_{11} - z_{12}) - z_{12}(I_1 + I_2) = 0$$

e

$$E_2 - I_1(z_{21} - z_{12}) - I_2(z_{22} - z_{12}) - z_{12}(I_1 + I_2) = 0$$

que podem ser escritos na forma:

$$E_1 = I_1(z_{11} - z_{12} + z_{12}) + I_2z_{12}$$

$$E_2 = I_1(z_{21} - z_{12} + z_{12}) + I_2(z_{22} - z_{12} + z_{12})$$

e

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$E_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

Observe que nos dois circuitos houve a necessidade de se usar fontes de tensão controladas por corrente, ou seja, uma fonte de tensão em que o módulo é determinado por um determinado valor de corrente do circuito.

A utilidade dos parâmetros de impedância e os circuitos equivalentes podem ser mais bem descritos considerando-se o sistema visto na Figura 26.36(a), que contém um dispositivo (ou sistema) cujos parâmetros de impedância são conhecidos. Como mostra a Figura 26.36(b), o dispositivo ou sistema pode ser substituído por seu circuito equivalente  $e$ , em seguida, métodos como o das correntes de malha, das tensões nodais, entre outros, podem ser usados para determinar as grandezas desconhecidas. Dessa maneira, é possível substituir o próprio dispositivo por um circuito equivalente e obter as soluções desejadas com mais facilidade do que se nos baseássemos apenas nas características do dispositivo.

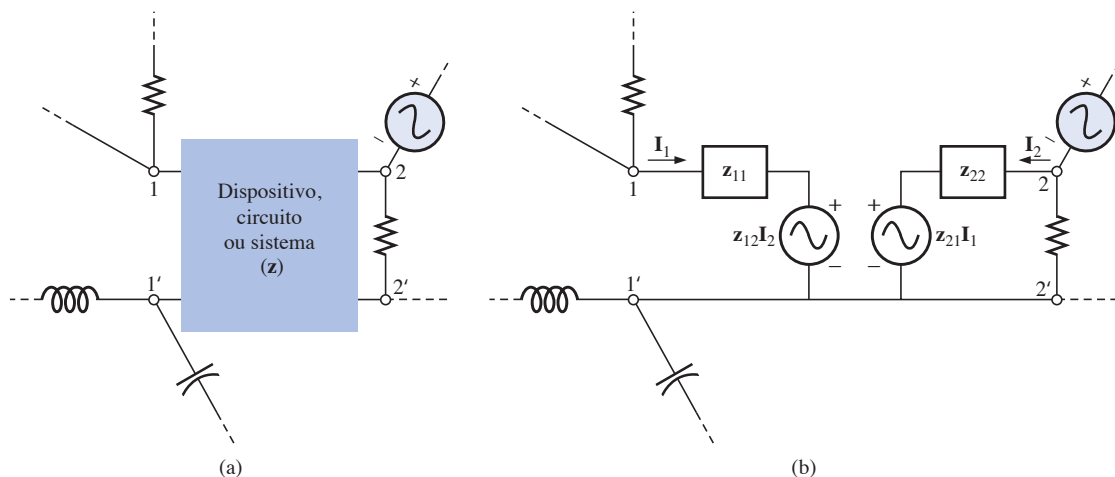


Figura 26.36 Substituição de parte de um sistema complexo por um circuito equivalente baseado nos parâmetros  $z$ .

**EXEMPLO 26.8**

Desenhe o circuito equivalente na forma mostrada na Figura 26.35(b) usando os parâmetros de impedância obtidos no Exemplo 26.7.

Solução:

O circuito é mostrado na Figura 26.37.

**26.7 PARÂMETROS DE ADMITÂNCIA (y)**

As equações que relacionam as quatro variáveis vistas na Figura 26.25 também podem ser escritas na forma:

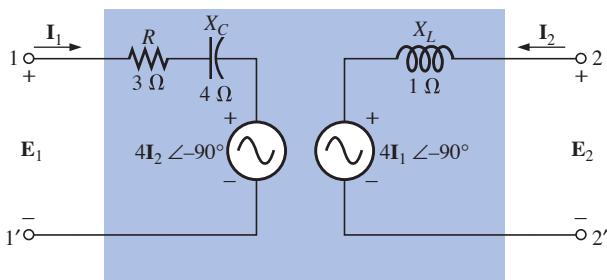
$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{y}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{12}\mathbf{E}_2 \quad (26.31a)$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{y}_{21}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{22}\mathbf{E}_2 \quad (26.31b)$$

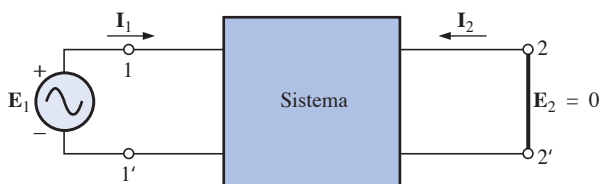
Observe que nesse caso os termos das equações têm dimensões de corrente e não de tensão, como nas equações 26.22(a) e 26.22(b). Além disso, a unidade dos coeficientes é siemens e não ohms, como acontecia com os parâmetros de impedância.

Os parâmetros de impedância foram determinados fazendo com que uma das correntes do dispositivo fosse igual a zero (condição de circuito aberto). No caso dos parâmetros de admitância das equações 26.31(a) e 26.31(b), é preciso fazer com que uma das tensões seja igual a zero (condição de curto-circuito).

A terminologia usada para os parâmetros de admitância é análoga à empregada para os parâmetros de impedância. As equações usadas para cálculos podem ser obtidas diretamente das equações 26.31(a) e 26.31(b), fazendo com que uma das tensões seja igual a zero.



**Figura 26.37** Exemplo 26.8.



**Figura 26.38** Determinação de  $y_{11}$ .

$y_{11}$

$$\mathbf{y}_{11} = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{E}_1} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.32)$$

$\mathbf{E}_2 = 0$

$y_{11}$  = parâmetro de admitância de entrada em curto-circuito.

O circuito para medir  $y_{11}$  aparece na Figura 26.38.

$y_{12}$

$$\mathbf{y}_{12} = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{E}_2} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.33)$$

$\mathbf{E}_1 = 0$

$y_{12}$  = parâmetro de admitância de transferência inverso em curto-circuito.

O circuito para medir  $y_{12}$  aparece na Figura 26.39.

$y_{21}$

$$\mathbf{y}_{21} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{E}_1} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.34)$$

$\mathbf{E}_2 = 0$

$y_{21}$  = parâmetro de admitância de transferência direta em curto-circuito.

O circuito para medir  $y_{21}$  aparece na Figura 26.40.

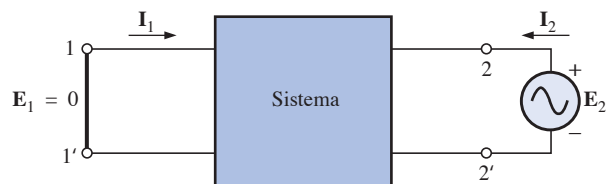
$y_{22}$

$$\mathbf{y}_{22} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{E}_2} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.35)$$

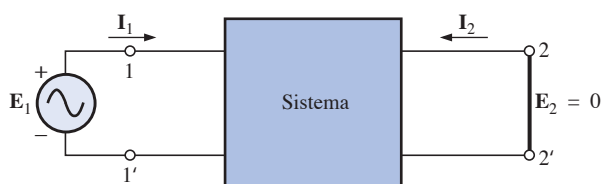
$\mathbf{E}_1 = 0$

$y_{22}$  = parâmetro de admitância de saída em curto-circuito.

O circuito para medir  $y_{22}$  aparece na Figura 26.41.



**Figura 26.39** Determinação de  $y_{12}$ .



**Figura 26.40** Determinação de  $y_{21}$ .

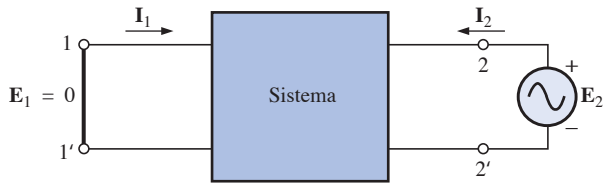


Figura 26.41 Determinação de  $y_{22}$ .

**EXEMPLO 26.9**

Determine os parâmetro de admitância para o circuito  $\pi$  visto na Figura 26.42.

Solução:

O circuito para calcular  $y_{11}$  aparece na Figura 26.43, com

$$Y_1 = 0,2 \text{ mS} \angle 0^\circ \quad Y_2 = 0,02 \text{ mS} \angle -90^\circ \\ Y_3 = 0,25 \text{ mS} \angle 90^\circ$$

Fazemos  $I_1 = E_1 Y_T = E_1(Y_1 + Y_2)$

com 
$$y_{11} = \frac{I_1}{E_1} \Big|_{E_2=0}$$

e 
$$y_{11} = Y_1 + Y_2 \tag{26.36}$$

O circuito para calcular  $y_{12}$  aparece na Figura 26.44.  $Y_1$  é substituído por um curto-circuito; assim,  $I_{Y_2} = I_1$ , e

$$I_{Y_2} = I_1 = -E_2 Y_2$$

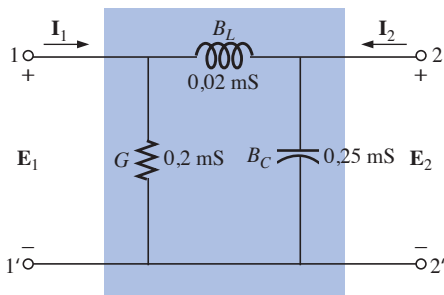


Figura 26.42 Circuito  $\pi$ .

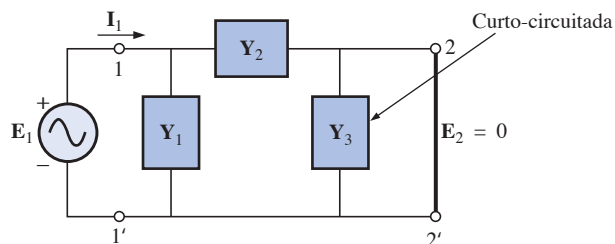


Figura 26.43 Determinação de  $y_{11}$ .

O sinal negativo aparece porque a direção definida para  $I_1$  na Figura 26.44 é oposta ao sentido correspondente à polaridade definida pela tensão  $E_2$ ; ou seja

$$y_{12} = \frac{I_1}{E_2} \Big|_{E_1=0}$$

e 
$$y_{12} = -Y_2 \tag{26.37}$$

O circuito para calcular  $y_{21}$  aparece na Figura 26.45. Nesse caso,  $Y_3$  é substituído por um curto-circuito, resultando em

$$I_{Y_2} = I_2 \quad \text{e} \quad I_{Y_2} = I_2 = -E_1 Y_2$$

com 
$$y_{21} = \frac{I_2}{E_1} \Big|_{E_2=0}$$

e 
$$y_{21} = -Y_2 \tag{26.38}$$

Observe que no circuito  $\pi$ ,  $y_{12} = y_{21}$ , o que era de se esperar, já que nos circuitos T  $z_{12} = z_{21}$ . Os circuitos T podem ser convertidos diretamente para  $\pi$  por meio de uma transformação Y- $\Delta$ .

O circuito para calcular  $y_{22}$  aparece na Figura 26.46, e

$$Y_T = Y_2 + Y_3 \quad \text{e} \quad I_2 = E_2(Y_2 + Y_3)$$

Assim, 
$$y_{22} = \frac{I_2}{E_2} \Big|_{E_1=0}$$

e 
$$y_{22} = Y_2 + Y_3 \tag{26.39}$$

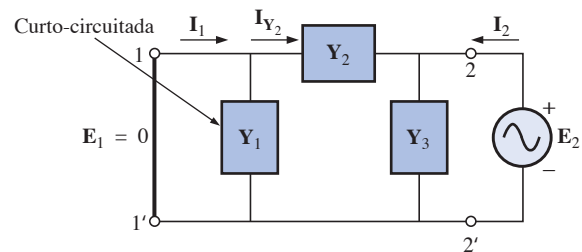


Figura 26.44 Determinação de  $y_{12}$ .

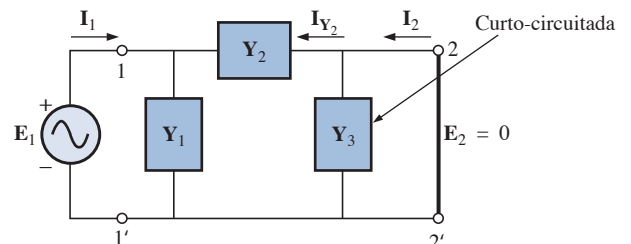


Figura 26.45 Determinação de  $y_{21}$ .

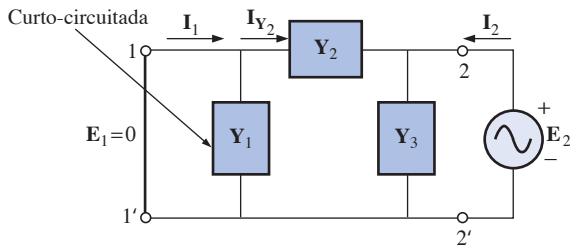


Figura 26.46 Determinação de  $y_{22}$ .

Substituindo por valores numéricos, temos

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= 0,2 \text{ mS } \angle 0^\circ \\
 Y_2 &= 0,02 \text{ mS } \angle -90^\circ \\
 Y_3 &= 0,25 \text{ mS } \angle 90^\circ \\
 y_{11} &= Y_1 + Y_2 \\
 &= \mathbf{0,2 \text{ mS} - j 0,02 \text{ mS} (L)} \\
 y_{12} &= y_{21} = -Y_2 = -(-j 0,02 \text{ mS}) \\
 &= \mathbf{j 0,02 \text{ mS} (C)} \\
 y_{22} &= Y_2 + Y_3 = -j 0,02 \text{ mS} + j 0,25 \text{ mS} \\
 &= \mathbf{j 0,23 \text{ mS} (C)}
 \end{aligned}$$

Observe as semelhanças entre  $y_{11}$  e  $y_{22}$  para o circuito  $\pi$  e  $z_{11}$  e  $z_{22}$  para o circuito T.

Os circuitos que satisfazem as equações 26.31(a) e 26.31(b) são mostrados na Figura 26.47. Observe que são usadas componentes em paralelo, já que todos os termos

das equações 26.31(a) e 26.31(b) são correntes e o caminho mais simples para chegar a um circuito equivalente é aplicar a lei de Kirchhoff para correntes. No caso dos parâmetros de impedâncias, em que os termos das equações eram tensões, foi aplicada a lei de Kirchhoff para tensões invertida para determinar a combinação em série dos componentes para se obter o circuito equivalente ao visto na Figura 26.47(a).

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao circuito da Figura 26.47(a), temos

$$\begin{aligned}
 \text{Entrando} \quad \text{Nó } a: \quad \widehat{I}_1 &= \overbrace{y_{11}E_1 + y_{12}E_2}^{\text{Saindo}} \\
 \text{Nó } b: \quad I_2 &= y_{22}E_2 + y_{21}E_1
 \end{aligned}$$

que equivalem às equações 26.31(a) e 26.31(b).

Se aplicarmos os resultados do Exemplo 26.9 ao circuito da Figura 26.48, teremos o circuito equivalente da Figura 26.47(a).

## 26.8 PARÂMETROS HÍBRIDOS (h)

Os **parâmetros híbridos (h)** são muito usados para analisar circuitos transistorizados. O termo *híbrido* deve-se ao fato de que esses parâmetros não têm as mesmas dimensões, como os parâmetros  $z$  e  $y$ , que são medidos em ohms e siemens, respectivamente. A definição das equa-

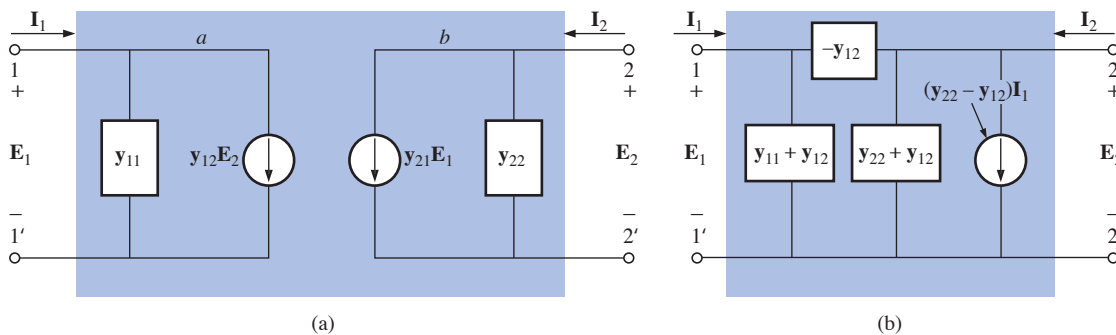


Figura 26.47 Dois circuitos equivalentes de duas portas baseados nos parâmetros  $y$ .

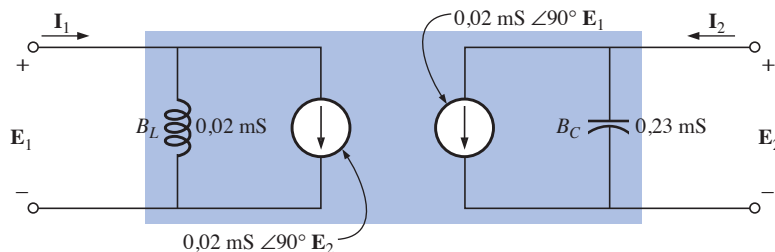


Figura 26.48 Circuito equivalente baseado nos resultados do Exemplo 26.9.

ções híbridas tem uma mistura de variáveis de corrente e de tensão de um lado, como mostrado a seguir:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{h}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{E}_2 \quad (26.40a)$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{22}\mathbf{E}_2 \quad (26.40b)$$

Para determinar os parâmetros híbridos, é necessário estabelecer tanto a condição de curto-circuito como de circuito aberto, dependendo do parâmetro desejado.

$h_{11}$

$$\mathbf{h}_{11} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_1} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.41) \quad \mathbf{E}_2 = 0$$

$h_{11}$  = parâmetro de impedância de entrada e curto-circuito.

O circuito para medir  $h_{11}$  aparece na Figura 26.49.

$h_{12}$

$$\mathbf{h}_{12} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{E}_2} \quad (\text{adimensional}) \quad (26.42) \quad \mathbf{I}_1 = 0$$

$h_{12}$  = parâmetro de razão de tensão de transferência inverso em circuito aberto.

O circuito para medir  $h_{12}$  é mostrado na Figura 26.50.

$h_{21}$

$$\mathbf{h}_{21} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1} \quad (\text{adimensional}) \quad (26.43) \quad \mathbf{E}_2 = 0$$

$h_{21}$  = parâmetro de razão de correntes de transferência direta em curto-circuito.

O circuito para medir  $h_{21}$  aparece na Figura 26.51.

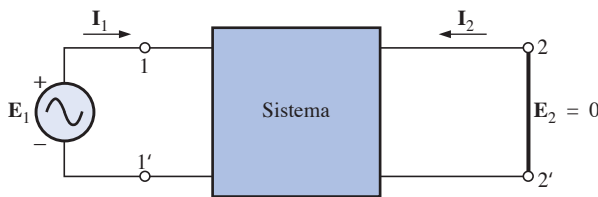


Figura 26.49 Determinação de  $h_{11}$ .

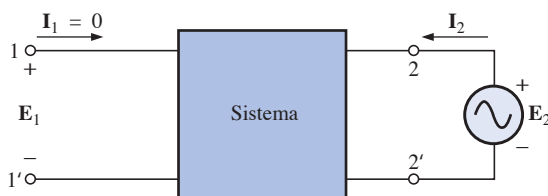


Figura 26.50 Determinação de  $h_{12}$ .

$h_{22}$

$$\mathbf{h}_{22} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{E}_2} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.44) \quad \mathbf{E}_2 = 0$$

$h_{22}$  = parâmetro de admitância de saída em circuito aberto.

O circuito para medir  $h_{22}$  aparece na Figura 26.52.

A notação nos índices dos parâmetros híbridos aparece de maneira simplificada na maioria das aplicações. As letras são as iniciais das palavras *input* (entrada), *reverse* (inversa), *forward* (direta) e *output* (saída):

$$\mathbf{h}_{11} = \mathbf{h}_i \quad \mathbf{h}_{12} = \mathbf{h}_r \quad \mathbf{h}_{21} = \mathbf{h}_f \quad \mathbf{h}_{22} = \mathbf{h}_o$$

O circuito equivalente híbrido aparece na Figura 26.53. Como a unidade de medida de cada termo da Equação 26.40(a) é o volt, a lei de Kirchhoff para tensões foi usada para determinar os componentes em série do circuito de entrada. A unidade de medida de cada termo da Equação 26.40(b) é de corrente, resultando nos elementos paralelos do circuito de saída obtidos pela aplicação invertida da lei Kirchhoff para correntes.

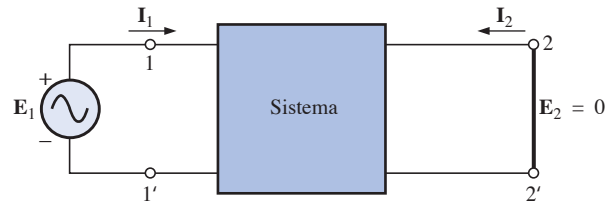


Figura 26.51 Determinação de  $h_{21}$ .

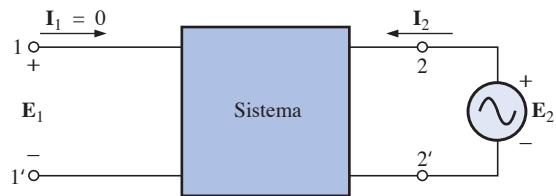


Figura 26.52 Determinação de  $h_{22}$ .

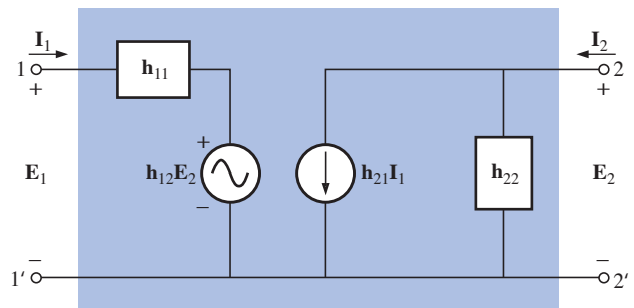


Figura 26.53 Circuito equivalente baseado nos parâmetros híbridos para um sistema de duas portas.

Observe que o circuito de entrada possui uma fonte de tensão controlada por tensão sendo que a controlada é a de saída, enquanto o circuito de saída possui uma fonte de corrente controlada sendo que a controlada é a de entrada.

**EXEMPLO 26.10**

Dado o circuito equivalente híbrido visto na Figura 26.54:

- a) Determine o ganho de corrente  $A_i = I_2 / I_1$ .
- b) Determine o ganho de tensão  $A_v = E_2 / E_1$ .

Soluções:

- a) Usando a regra dos divisores de corrente, temos

$$I_2 = \frac{(1/h_o)h_f I_1}{(1/h_o) + Z_L} = \frac{h_f I_1}{1 + h_o Z_L}$$

e 
$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{h_f}{1 + h_o Z_L} \tag{26.45}$$

- b) Aplicando a lei de Kirchhoff para as tensões ao circuito de entrada, temos

$$E_1 - h_i I_1 - h_r E_2 = 0 \quad e \quad I_1 = \frac{E_1 - h_r E_2}{h_i}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para as correntes ao circuito de saída, temos

$$I_2 = h_f I_1 + h_o E_2$$

Entretanto: 
$$I_2 = -\frac{E_2}{Z_L}$$

de modo que 
$$-\frac{E_2}{Z_L} = h_f I_1 + h_o E_2$$

Substituindo por  $I_1$ , temos

$$-\frac{E_2}{Z_L} = h_f \left( \frac{E_1 - h_r E_2}{h_i} \right) + h_o E_2$$

ou 
$$h_i E_2 = -h_f Z_L E_1 + h_r h_f Z_L E_2 - h_i h_o Z_L E_2$$

e 
$$E_2 (h_i - h_r h_f Z_L + h_i h_o Z_L) = h_f Z_L E_1$$

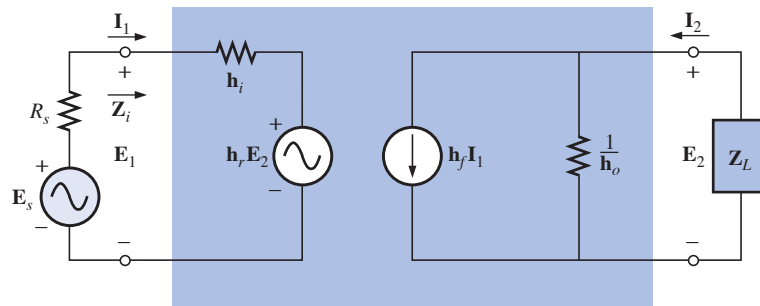


Figura 26.54 Exemplo 26.10.

resultando em

$$A_v = \frac{E_2}{E_1} = \frac{-h_f Z_L}{h_i(1 + h_o Z_L) - h_r h_f Z_L} \tag{26.46}$$

**EXEMPLO 26.11**

Os parâmetros híbridos de um certo transistor são  $h_i = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $h_r = 4 \times 10^{-4}$ ,  $h_f = 50$  e  $h_o = 25 \mu\text{S}$ . Determine os ganhos de corrente e de tensão considerando que  $Z_L$  seja uma carga resistiva de  $2 \text{ k}\Omega$ .

Solução:

$$A_i = \frac{h_f}{1 + h_o Z_L} = \frac{50}{1 + (25 \mu\text{S})(2 \text{ k}\Omega)}$$

$$= \frac{50}{1 + (50 \times 10^{-3})} = \frac{50}{1,050} = 47,62$$

$$A_v = \frac{-h_f Z_L}{h_i(1 + h_o Z_L) - h_r h_f Z_L}$$

$$= \frac{-(50)(2 \text{ k}\Omega)}{(1 \text{ k}\Omega)(1,050) - (4 \times 10^{-4})(50)(2 \text{ k}\Omega)}$$

$$= \frac{-100 \times 10^3}{(1,050 \times 10^3) - (0,04 \times 10^3)} = -\frac{100}{1,01}$$

$$= -99$$

O sinal negativo indica uma diferença de fase de  $180^\circ$  entre  $E_2$  e  $E_1$  para as polaridades definidas na Figura 26.54.

**26.9 IMPEDÂNCIAS DE ENTRADA E DE SAÍDA**

Agora as impedâncias de entrada e de saída serão determinadas para o circuito equivalente híbrido e para o baseado em parâmetros de impedância. A impedância de entrada sempre pode ser determinada pela razão entre a tensão de entrada e a corrente de entrada, com ou sem carga conectada à saída. A impedância de saída sempre é determinada com a tensão ou corrente de entrada igual a zero. Vimos, na seção anterior, que para o circuito equivalente híbrido da Figura 26.54,



$$E_1 = h_i I_1 + h_r E_2$$

$$E_2 = -I_2 Z_L$$

e

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{h_f}{1 + h_o Z_L}$$

Substituindo  $I_2$  na segunda equação por seu valor, obtido a partir da última equação, temos

$$E_2 = -\left(\frac{h_f I_1}{1 + h_o Z_L}\right) Z_L$$

Assim, a primeira equação se transforma em

$$E_1 = h_i I_1 + h_r \left(-\frac{h_f I_1 Z_L}{1 + h_o Z_L}\right)$$

e

$$E_1 = I_1 \left(h_i - \frac{h_r h_f Z_L}{1 + h_o Z_L}\right)$$

Assim, 
$$Z_i = \frac{E_1}{I_1} = h_i - \frac{h_r h_f Z_L}{1 + h_o Z_L} \quad (26.47)$$

Para calcular a impedância de saída, fazemos com que a tensão da fonte seja igual a zero, mas mantemos sua resistência interna  $R_s$ , como mostra a Figura 26.55.

Como  $E_s = 0$

então 
$$I_1 = -\frac{h_r E_2}{h_i + R_s}$$

A partir do circuito de saída, temos

$$I_2 = h_f I_1 + h_o E_2$$

ou 
$$I_2 = h_f \left(-\frac{h_r E_2}{h_i + R_s}\right) + h_o E_2$$

e 
$$I_2 = \left(-\frac{h_r h_f}{h_i + R_s} + h_o\right) E_2$$

Assim, 
$$Z_o = \frac{E_2}{I_2} = \frac{1}{h_o - \frac{h_r h_f}{h_i + R_s}} \quad (26.48)$$

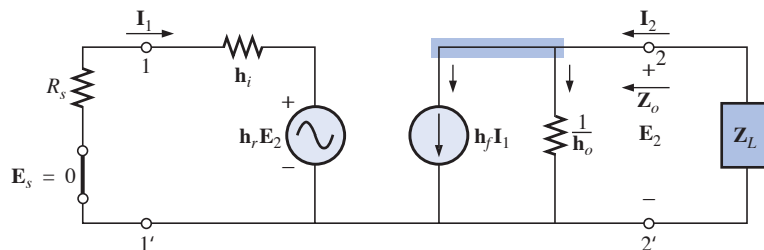


Figura 26.55 Determinação de  $Z_o$  em um circuito equivalente híbrido.

**EXEMPLO 26.12**

Determine a impedância de entrada  $Z_i$  e a impedância de saída  $Z_o$  de um transistor cujos parâmetros híbridos são os do Exemplo 26.11, considerando que  $R_s = 1 \text{ k}\Omega$ . Solução:

$$Z_i = h_i - \frac{h_r h_f Z_L}{1 + h_o Z_L} = 1 \text{ k}\Omega - \frac{0,04 \text{ k}\Omega}{1,050}$$

$$= 1 \times 10^3 - 0,0381 \times 10^3 = \mathbf{961,9 \text{ }\Omega}$$

$$Z_o = \frac{1}{h_o - \frac{h_r h_f}{h_i + R_s}} = \frac{1}{25 \mu\text{S} - \frac{(4 \times 10^{-4})(50)}{1 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega}}$$

$$= \frac{1}{25 \times 10^{-6} - 10 \times 10^{-6}} = \frac{1}{15 \times 10^{-6}}$$

$$= \mathbf{66,67 \text{ k}\Omega}$$

No caso do circuito equivalente baseado em parâmetros de impedância da Figura 26.56, temos

$$I_2 = -\frac{z_{21} I_1}{z_{22} + Z_L}$$

e

$$I_1 = \frac{E_1 - z_{12} I_2}{z_{11}}$$

ou 
$$E_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 = z_{11} I_1 + z_{12} \left(-\frac{z_{21} I_1}{z_{22} + Z_L}\right)$$

e 
$$Z_i = \frac{E_1}{I_1} = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + Z_L} \quad (26.49)$$

Para calcular a impedância de saída, fazemos  $E_s = 0$ , e

$$I_1 = -\frac{z_{12} I_2}{R_s + z_{11}} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{E_2 - z_{21} I_1}{z_{22}}$$

ou 
$$E_2 = z_{22} I_2 + z_{21} I_1 = z_{22} I_2 + z_{21} \left(-\frac{z_{12} I_2}{R_s + z_{11}}\right)$$

e 
$$E_2 = z_{22} I_2 - \frac{z_{12} z_{21} I_2}{R_s + z_{11}}$$

Assim, 
$$Z_o = \frac{E_2}{I_2} = z_{22} - \frac{z_{12} z_{21}}{R_s + z_{11}} \quad (26.50)$$

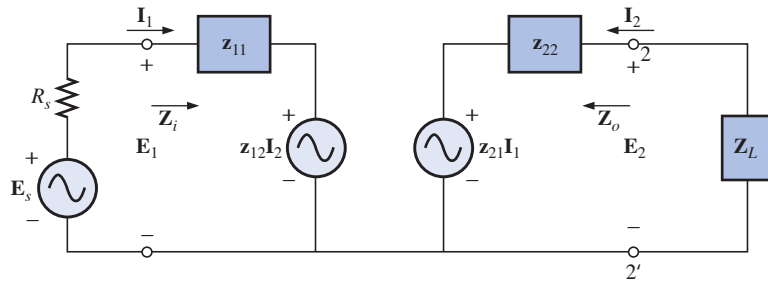


Figura 26.56 Determinação de  $Z_i$  em um circuito equivalente obtido a partir dos parâmetros de impedância.

### 26.10 CONVERSÃO ENTRE PARÂMETROS

As equações que relacionam os parâmetros de impedância e admitância ( $z$  e  $y$ ) podem ser obtidas a partir das equações 26.22 e 26.31. No caso das equações 26.31(a) e 26.31(b), temos

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \mathbf{y}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{12}\mathbf{E}_2 \\ \mathbf{I}_2 &= \mathbf{y}_{21}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{22}\mathbf{E}_2 \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema das equações anterior com o auxílio de determinantes, temos

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{y}_{12} \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{y}_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{y}_{11} & \mathbf{y}_{12} \\ \mathbf{y}_{21} & \mathbf{y}_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\mathbf{y}_{22}\mathbf{I}_1 - \mathbf{y}_{12}\mathbf{I}_2}{\mathbf{y}_{11}\mathbf{y}_{22} - \mathbf{y}_{12}\mathbf{y}_{21}}$$

Substituindo a notação

$$\Delta_y = \mathbf{y}_{11}\mathbf{y}_{22} - \mathbf{y}_{12}\mathbf{y}_{21}$$

temos 
$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{y}_{22}}{\Delta_y} \mathbf{I}_1 - \frac{\mathbf{y}_{12}}{\Delta_y} \mathbf{I}_2$$

que, quando aplicada à Equação 26.22(a):

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$$

indica que

$$\mathbf{z}_{11} = \frac{\mathbf{y}_{22}}{\Delta_y} \quad \text{e} \quad \mathbf{z}_{12} = -\frac{\mathbf{y}_{12}}{\Delta_y}$$

e da mesma maneira,

$$\mathbf{z}_{21} = -\frac{\mathbf{y}_{21}}{\Delta_y} \quad \text{e} \quad \mathbf{z}_{22} = \frac{\mathbf{y}_{11}}{\Delta_y}$$

Para as conversões de parâmetros de impedância para admitância, aplicam-se determinantes nas equações 26.22(a) e 26.22(b). Os parâmetros de impedância podem ser determinados em função dos parâmetros híbridos construindo-se primeiro o determinante para  $\mathbf{I}_1$  a partir das equações híbridas:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \mathbf{h}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{E}_2 \\ \mathbf{I}_2 &= \mathbf{h}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{22}\mathbf{E}_2 \end{aligned}$$

Ou seja,

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{h}_{12} \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{h}_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{h}_{11} & \mathbf{h}_{12} \\ \mathbf{h}_{21} & \mathbf{h}_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\mathbf{h}_{22}}{\Delta_h} \mathbf{E}_1 - \frac{\mathbf{h}_{12}}{\Delta_h} \mathbf{I}_2$$

e 
$$\frac{\mathbf{h}_{22}}{\Delta_h} \mathbf{E}_1 = \mathbf{I}_1 + \frac{\mathbf{h}_{12}}{\Delta_h} \mathbf{I}_2$$

ou 
$$\mathbf{E}_1 = \frac{\Delta_h \mathbf{I}_1}{\mathbf{h}_{22}} + \frac{\mathbf{h}_{12}}{\mathbf{h}_{22}} \mathbf{I}_2$$

que, quando relacionado à equação de parâmetro de impedância,

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$$

mostra que

$$\mathbf{z}_{11} = \frac{\Delta_h}{\mathbf{h}_{22}} \quad \text{e} \quad \mathbf{z}_{12} = \frac{\mathbf{h}_{12}}{\mathbf{h}_{22}}$$

A determinação dos outros fatores de conversão é abordada em forma de exercício. Uma lista completa de fatores de conversões é mostrada na Tabela 26.1.

**Tabela 26.1** Fatores de conversão entre os parâmetros  $z$ ,  $y$  e  $h$ .

De Para	$z$		$y$		$h$	
	$z_{11}$	$z_{12}$	$y_{11}$	$y_{12}$	$h_{11}$	$h_{12}$
$z$	$z_{11}$	$z_{12}$	$\frac{y_{22}}{\Delta_y}$	$\frac{-y_{12}}{\Delta_y}$	$\frac{\Delta_h}{h_{22}}$	$\frac{h_{22}}{h_{22}}$
	$z_{21}$	$z_{22}$	$\frac{-y_{21}}{\Delta_y}$	$\frac{y_{11}}{\Delta_y}$	$\frac{-h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$
$y$	$\frac{z_{22}}{\Delta_z}$	$\frac{-z_{12}}{\Delta_z}$	$y_{11}$	$y_{12}$	$\frac{1}{h_{11}}$	$\frac{-h_{12}}{h_{11}}$
	$\frac{-z_{21}}{\Delta_z}$	$\frac{z_{11}}{\Delta_z}$	$y_{21}$	$y_{22}$	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{11}}$
$h$	$\frac{\Delta_z}{z_{22}}$	$\frac{z_{12}}{z_{22}}$	$\frac{1}{y_{11}}$	$\frac{-y_{12}}{y_{11}}$	$h_{11}$	$h_{12}$
	$\frac{-z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{1}{z_{22}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{11}}$	$h_{21}$	$h_{22}$
	$\frac{z_{22}}{z_{22}}$	$\frac{-z_{12}}{z_{22}}$	$y_{11}$	$y_{12}$	$h_{11}$	$h_{12}$
	$\frac{-z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{z_{11}}{z_{22}}$	$y_{21}$	$y_{22}$	$h_{21}$	$h_{22}$

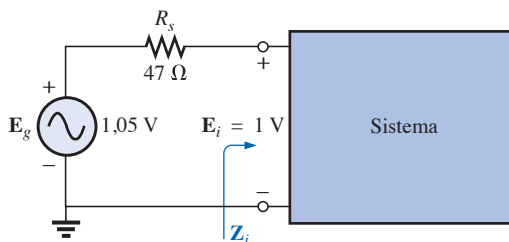
## PROBLEMAS

### Seção 26.2 Os parâmetros de impedância $Z_i$ e $Z_o$

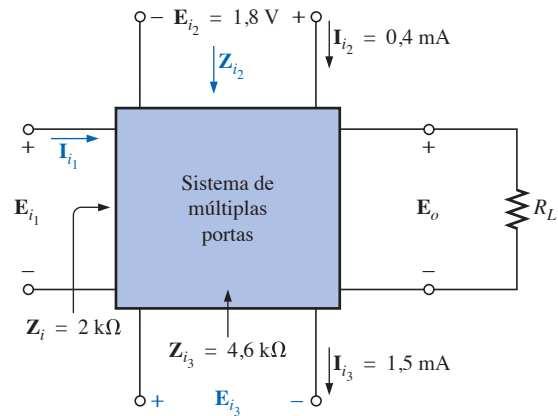
- Dados os valores de tensão indicados na Figura 26.57, calcule o módulo da impedância de entrada  $Z_i$ .
- Determine, para um sistema com  $E_i = 120 \text{ V} \angle 0^\circ$  e  $I_i = 6,2 \text{ A} \angle -10,8^\circ$ , a impedância de entrada na forma retangular. Considerando a frequência como 60 Hz, determine os valores fornecidos pelo fabricante para os parâmetros.
- Calcule, para o sistema de quatro portas ilustrado na Figura 26.58:
  - O módulo de  $I_{i1}$  se  $E_{i1} = 20 \text{ mV}$ .
  - $Z_{i2}$ , usando as informações fornecidas.
  - O módulo de  $E_{i3}$ .
- Dados os valores de tensão indicados na Figura 26.59, calcule  $Z_o$ .
- Para a configuração mostrada na Figura 26.59, calcule  $Z_o$  sendo  $e_g = 2 \text{ sen } 377t$  e  $v_R = 40 \times 10^{-3} \text{ sen } 377t$ , com  $R_s = 0,91 \text{ k}\Omega$ .
- Determine  $Z_o$  para o circuito mostrado na Figura 26.59, sendo  $E_g = 1,8 \text{ V (p-p)}$  e  $E_o = 0,6 \text{ V rms}$ .
- Calcule a impedância de saída do sistema visto na Figura 26.60, considerando as medidas mostradas na tela de um osciloscópio.

### Seção 26.3 Os ganhos de tensão $A_{v_{NL}}$ , $A_v$ e $A_{vT}$

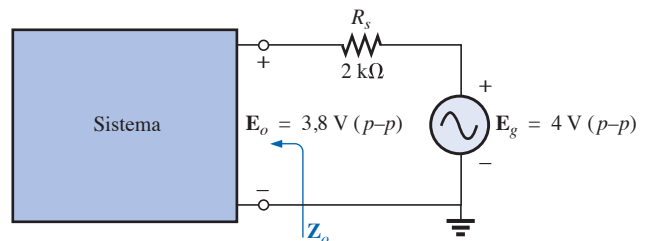
- Dado o sistema visto na Figura 26.61, determine o ganho de tensão sem carga  $A_{v_{NL}}$ .
- Para o sistema visto na Figura 26.62:
  - Determine  $A_v = E_o/E_i$ .
  - Determine  $A_{vT} = E_o/E_g$ .



**Figura 26.57** Problema 1.



**Figura 26.58** Problema 3.



**Figura 26.59** Problemas de 4 a 6.

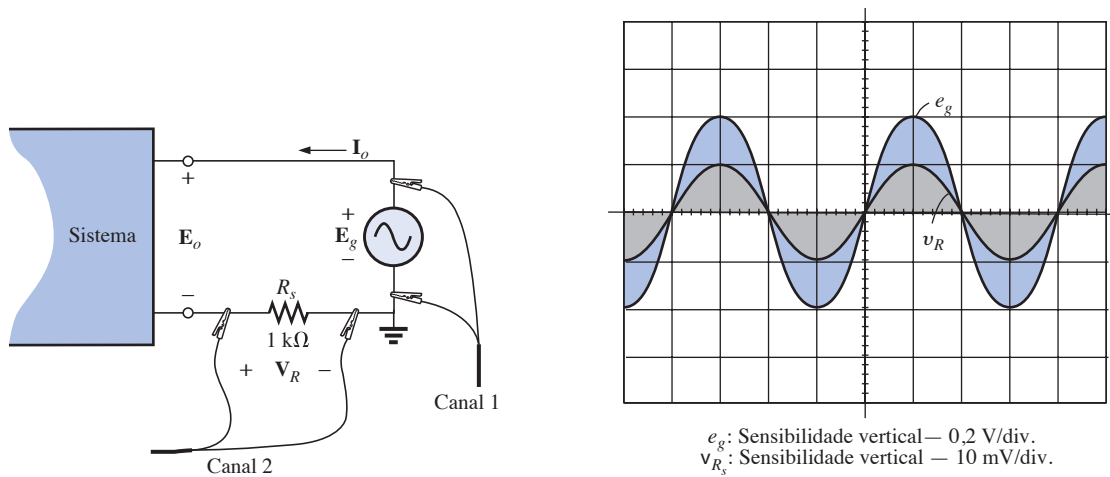


Figura 26.60 Problema 7.

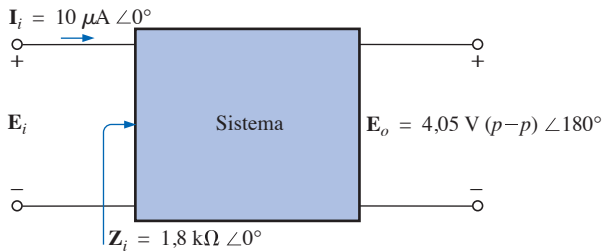


Figura 26.61 Problema 8.

10. Para o sistema visto na Figura 26.63(a), a tensão de saída sem carga é  $-1,440 \text{ mV}$ , com  $1,2 \text{ mV}$  aplicado aos terminais de entrada. Na Figura 26.63(b), uma carga de  $4,7 \text{ k}\Omega$  é ligada ao mesmo sistema, e a tensão de saída cai para  $-192 \text{ mV}$ , com o mesmo sinal de entrada. Qual é a impedância de saída do sistema?

- \*11. Dado o sistema da Figura 26.64, e sendo
- $A_v = -160$   $I_o = 4 \text{ mA} \angle 0^\circ$   $E_g = 70 \text{ mV} \angle 0^\circ$
- Determine o ganho de tensão sem carga.
  - Calcule o módulo de  $E_i$ .
  - Determine  $Z_i$ .

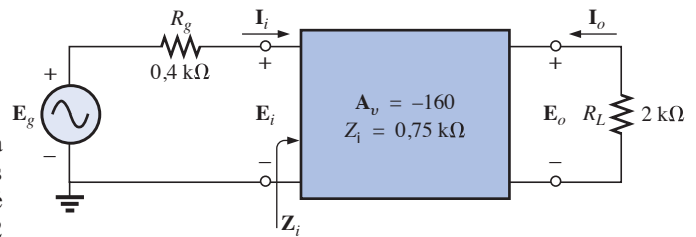


Figura 26.64 Problemas 11 e 14.

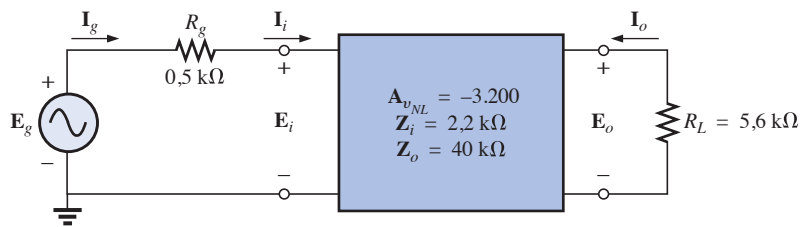


Figura 26.62 Problemas 9, 12 e 13.

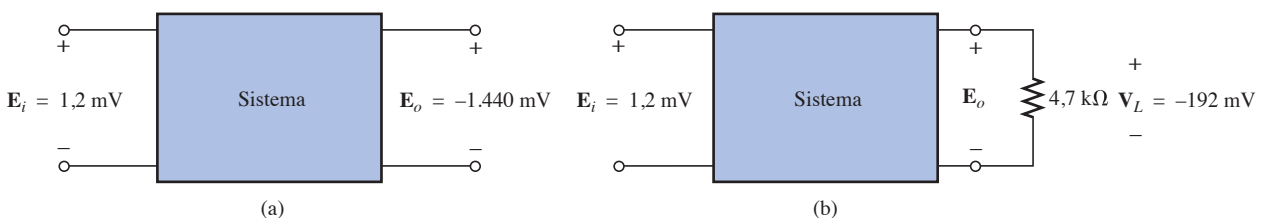


Figura 26.63 Problema 10.

**Seção 26.4** Os ganhos de corrente  $A_i$  e  $A_{i_T}$  e o ganho de potência  $A_G$

12. Dado o sistema visto na Figura 26.62:
  - a) Calcule  $A_i = I_o/I_i$ .
  - b) Calcule  $A_{i_T} = I_o/I_g$ .
  - c) Compare os resultados dos itens (a) e (b) e explique as diferenças entre eles.
13. Considerando o sistema da Figura 26.62:
  - a) Determine  $A_G$  usando a Equação 26.13 e compare com o resultado obtido usando a Equação 26.14.
  - b) Determine  $A_{G_T}$  usando a Equação 26.16 e compare com o resultado obtido usando a Equação 26.17.
14. Considerando o sistema da Figura 26.64:
  - a) Determine o módulo de  $A_i = I_o/I_i$ .
  - b) Determine o ganho de potência  $A_{G_T} = P_l/P_g$ .

**Seção 26.5** Sistema em cascata

15. Considerando o sistema de dois estágios visto na Figura 26.65:
  - a) Determine o ganho de tensão total  $A_{v_T} = V_l/E_i$ .
  - b) Determine o ganho de corrente total  $A_{i_T} = I_o/I_i$ .
  - c) Determine o ganho de corrente de cada estágio,  $A_{i_1}$  e  $A_{i_2}$ .
  - d) Determine o ganho de corrente total usando os resultados do item (c) e compare com o resultado do item (b).
- \*16. Dado o sistema visto na Figura 26.66:
  - a) Determine  $A_{v_2}$ , se  $A_{v_T} = -6912$ .
  - b) Determine  $Z_{i_2}$  a partir das informações disponíveis.
  - c) Determine  $A_{i_3}$  e  $A_{i_T}$  a partir das informações disponíveis na Figura 26.68.

**Seção 26.6** Parâmetros de impedância (z)

17. a) Determine os parâmetros de impedância (z) para o circuito  $\pi$  visto na Figura 26.67.  
 b) Desenhe o circuito equivalente com parâmetros z (use uma das formas mostradas na Figura 26.35).
18. a) Determine os parâmetros de impedância (z) para o circuito  $\pi$  visto na Figura 26.68.  
 b) Desenhe o circuito equivalente com parâmetros z (use uma das formas vistas na Figura 26.35).

**Seção 26.7** Parâmetros de admitância (y)

19. a) Determine os parâmetros de impedância (y) para o circuito T visto na Figura 26.69.  
 b) Desenhe o circuito equivalente com parâmetros y (use uma das formas vistas na Figura 26.47).
20. a) Determine os parâmetros de admitância (y) para o circuito visto na Figura 26.70.  
 b) Desenhe o circuito equivalente com parâmetros y (use uma das formas vistas na Figura 26.47).

**Seção 26.8** Parâmetros híbridos (h)

21. a) Determine os parâmetros h para o circuito visto na Figura 26.67.  
 b) Desenhe o circuito equivalente híbrido.
22. a) Determine os parâmetros h para o circuito visto na Figura 26.68.  
 b) Desenhe o circuito equivalente híbrido.
23. a) Determine os parâmetros h para o circuito visto na Figura 26.69.  
 b) Desenhe o circuito equivalente híbrido.

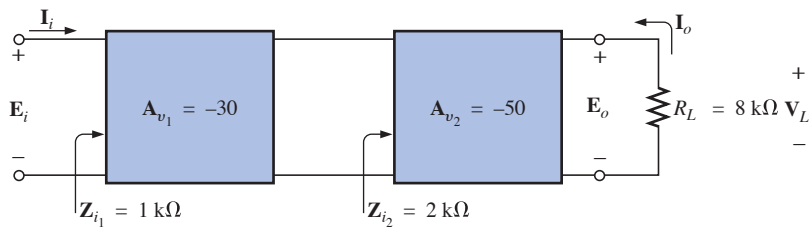


Figura 26.65 Problema 15.

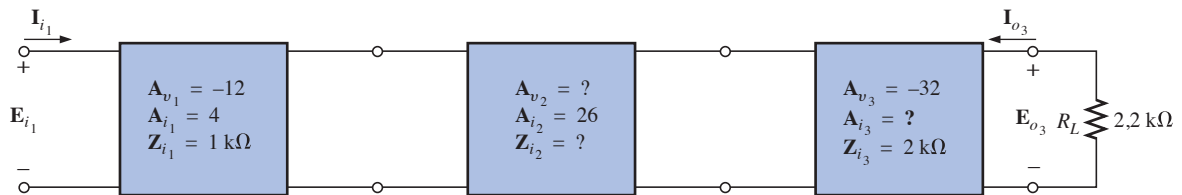


Figura 26.66 Problema 16.

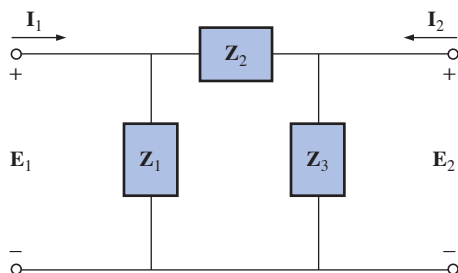


Figura 26.67 Problemas 17 e 21.

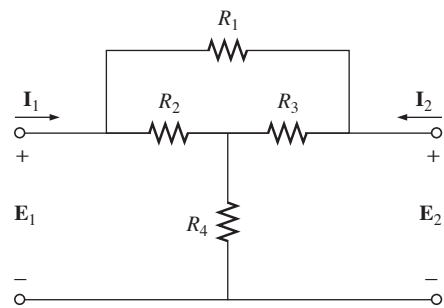


Figura 26.68 Problemas 18 e 22.

24. a) Determine os parâmetros  $h$  para o circuito visto na Figura 26.70.  
 b) Desenhe o circuito equivalente híbrido.
25. Dado o circuito equivalente híbrido visto na Figura 26.71:  
 a) Determine o ganho de corrente  $A_i = I_2/I_1$ .  
 b) Determine o ganho de tensão  $A_v = E_2/E_1$ .

**Seção 26.9** Impedâncias de entrada e de saída

26. Para o circuito equivalente híbrido visto na Figura 26.71:  
 a) Determine a impedância de entrada.  
 b) Determine a impedância de saída.
27. Determine as impedâncias de entrada e de saída do circuito equivalente com parâmetros  $z$  vistos na Figura 26.72.
28. Determine as expressões para as impedâncias de entrada e de saída de um circuito equivalente com parâmetros  $y$ .

**Seção 26.10** Conversão entre parâmetros

29. Determine os parâmetros  $h$  correspondentes aos seguintes parâmetros  $z$ :

$$\begin{aligned} z_{11} &= 4 \text{ k}\Omega \\ z_{12} &= 2 \text{ k}\Omega \\ z_{21} &= 3 \text{ k}\Omega \\ z_{22} &= 4 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

30. a) Determine os parâmetros  $z$  correspondentes aos seguintes parâmetros  $h$ :

$$\begin{aligned} h_{11} &= 1 \text{ k}\Omega \\ h_{12} &= 2 \times 10^{-4} \\ h_{21} &= 100 \\ h_{22} &= 20 \times 10^{-6} \text{ S} \end{aligned}$$

- b) Determine os parâmetros  $y$  correspondentes aos parâmetros híbridos do item (a).

**Seção 26.11** Análise computacional

**PSPice ou Electronics Workbench**

31. Para  $E_1 = 4 \text{ V} \angle 30^\circ$ , determine  $E_2$  com uma carga resistiva de  $2 \text{ k}\Omega$  conectada aos terminais  $2$  e  $2'$  do circuito visto na Figura 26.37.
32. Para  $E_g = 2 \text{ V} \angle 0^\circ$ , determine  $E_2$  no circuito visto na Figura 26.72.
33. Determine  $Z_i$  para o circuito visto na Figura 26.37 com uma carga resistiva de  $2 \text{ k}\Omega$  entre os terminais  $2$  e  $2'$ .
34. Determine  $Z_i$  no circuito visto na Figura 26.72.

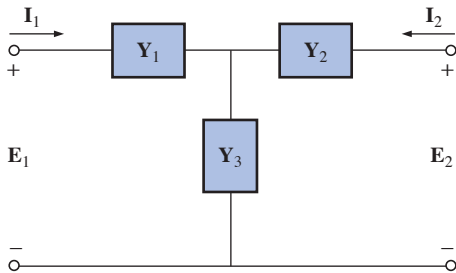


Figura 26.69 Problemas 19 e 23.

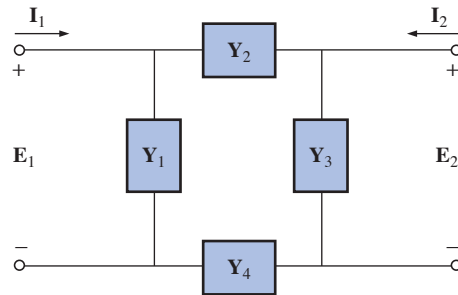


Figura 26.70 Problemas 20 e 24.

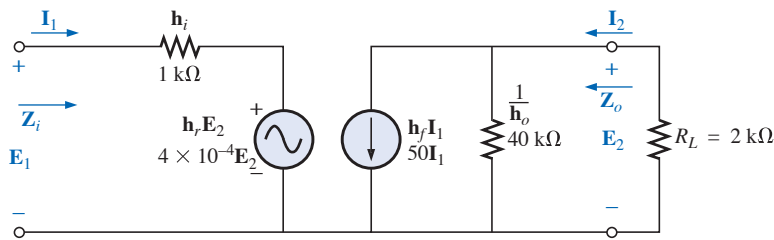


Figura 26.71 Problemas 25 e 26.

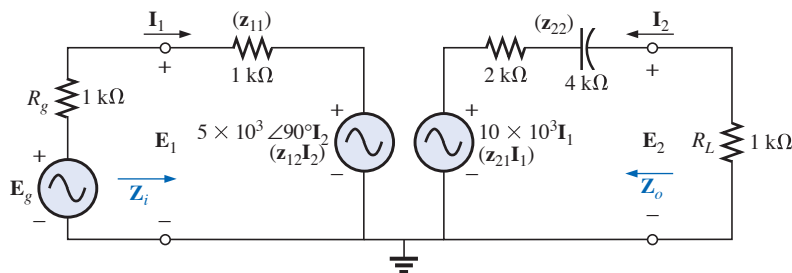


Figura 26.72 Problemas 27, 32 e 34.



---

## GLOSSÁRIO

**Circuito de duas portas:** Circuito com dois pares de terminais de acesso.

**Circuito de uma porta:** Circuito com um único par de terminais de acesso.

**Impedância de entrada:** Impedância ‘vista’ a partir dos terminais de entrada de um sistema.

**Impedância de saída:** Impedância ‘vista’ a partir dos terminais de saída de um sistema com a fonte ajustada em zero.

**Parâmetros de admitância: ( $y$ )** Conjunto de parâmetros, medidos em siemens, que pode ser usado para estabelecer um circuito equivalente de duas portas para um sistema.

**Parâmetros de impedância: ( $z$ )** Conjunto de parâmetros, medidos em ohms, que pode ser usado para estabelecer um circuito equivalente de duas portas para um sistema.

**Parâmetros híbridos ( $h$ ):** Conjunto de parâmetros (medidos em ohms, siemens e adimensionais) que pode ser usado para estabelecer um circuito equivalente de duas portas para um sistema.