

Transformadores



Objetivos

- Familiarizar-se com os fluxos existentes entre os enrolamentos de um transformador e entender como são estabelecidas as tensões do primário e do secundário.
- Entender a operação de um transformador com núcleo de ferro e de ar, e como calcular as correntes e tensões dos circuitos primário e secundário.
- Saber como o transformador é usado para fins de casamento de impedância, garantindo um alto nível de transferência de potência.
- Conhecer todas as componentes do circuito equivalente de um transformador e entender como afetam o seu desempenho e a sua resposta em frequência.
- Entender como usar e interpretar a convenção do ponto dos enrolamentos mutuamente acoplados em um circuito.

22.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo 11, discutimos a *autoindutância* de um enrolamento. Agora estudaremos a **indutância mútua** entre enrolamentos que possuem dimensões iguais ou diferentes. A indutância mútua é um fenômeno essencial para o funcionamento do *transformador*, um dispositivo elétrico usado hoje em dia em praticamente todos os campos da engenharia elétrica. Esse dispositivo desempenha um papel fundamental nos sistemas de distribuição de energia elétrica, e também pode ser encontrado em muitos circuitos eletrônicos e em instrumentos de medida. Neste capítulo, discutiremos três aplicações básicas do transformador: aumentar ou diminuir o valor de tensões e correntes, atuar como um dispositivo de casamento de impedâncias e isolar circuitos (sem conexão física). Além disso, apresentaremos a **convenção do ponto** e consideraremos o circuito equivalente do transformador. O capítulo termina com um comentário a respeito das equações de malha em circuitos que possuem indutâncias mútuas.

22.2 INDUTÂNCIA MÚTUA

Um transformador é constituído por dois enrolamentos dispostos de maneira que o fluxo magnético variável produzido por um deles aja sobre o outro, como mostra a Figura 22.1. Isso resulta em uma tensão induzida nos dois enrolamentos. Para fazer distinção entre os enrolamentos, adotaremos a seguinte convenção:

O enrolamento no qual a fonte é aplicada é denominado primário, e o enrolamento no qual a carga é conectada é chamado de secundário.

A aplicação da lei de Faraday (veja a Equação 11.9) ao primário do transformador, visto na Figura 22.1, resulta em:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (22.1)$$

revelando que a tensão induzida no primário é diretamente proporcional ao número de espiras do primário e à taxa de

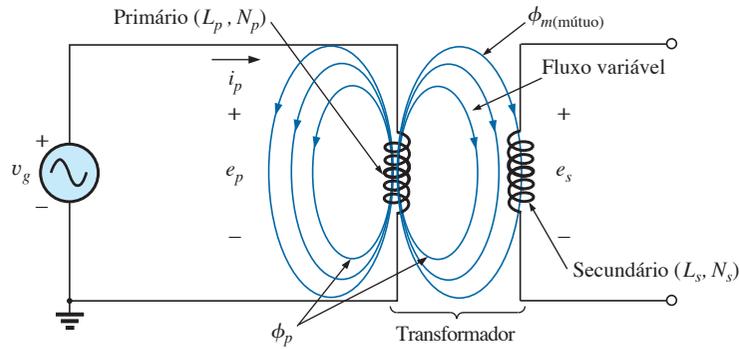


Figura 22.1 Definição das componentes de um transformador.

variação do fluxo magnético que o atravessa. Ou, a partir da Equação 11.11,

$$e_p = L_p \frac{di_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (22.2)$$

revelando que a tensão induzida no primário também é diretamente proporcional à autoindutância do primário e à taxa de variação da corrente no primário.

O módulo da tensão e_s , que é a tensão induzida no secundário, é dado por:

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (22.3)$$

onde N_s é o número de espiras no enrolamento do secundário e ϕ_m é a parte do fluxo do primário, ϕ_p , que atravessa o secundário.

Se todo o fluxo magnético produzido pelo primário atravessa o secundário, então,

$$\phi_m = \phi_p$$

e

$$e_s = N_s \frac{d\phi_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (22.4)$$

O **coeficiente de acoplamento** (k) entre os dois enrolamentos é determinado por

$$k \text{ (coeficiente de acoplamento)} = \frac{\phi_m}{\phi_p} \quad (22.5)$$

Como o maior valor possível para ϕ_m é ϕ_p , o coeficiente de acoplamento entre dois enrolamentos nunca pode ser maior do que 1.

O coeficiente de acoplamento entre vários enrolamentos é mostrado na Figura 22.2. Na Figura 22.2(a),

um núcleo de aço ferromagnético garante que a maior parte do fluxo que atravessa o primário atravesse também o secundário, estabelecendo um coeficiente de acoplamento próximo de 1. Na Figura 22.2(b), o fato de os dois enrolamentos estarem sobrepostos resulta no fluxo de um enrolamento atravessando o outro enrolamento, resultando em um coeficiente de acoplamento que está novamente muito próximo de 1. Na Figura 22.2(c), a ausência de um núcleo ferromagnético resulta em um baixo valor de fluxo que atravessa os enrolamentos. Quanto mais próximos os enrolamentos, maior o fluxo que os atravessa e maior o valor de k , embora eles nunca se aproximem de 1. Diz-se dos enrolamentos que possuem um baixo coeficiente de acoplamento que estão **fracamente acoplados**.

No caso do secundário, temos:

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt} = N_s \frac{dk\phi_p}{dt}$$

e

$$e_s = kN_s \frac{d\phi_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (22.6)$$

A indutância mútua entre os enrolamentos vistos na Figura 22.1 é dada por:

$$M = N_s \frac{d\phi_m}{di_p} \quad (\text{henries, H}) \quad (22.7)$$

ou

$$M = N_p \frac{d\phi_p}{di_s} \quad (\text{henries, H}) \quad (22.8)$$

Observe nas equações acima que o símbolo para a indutância mútua é a letra M maiúscula e que sua unidade, assim como a da autoindutância, é o henry. Em outras palavras, as equações 22.7 e 22.8 dizem que

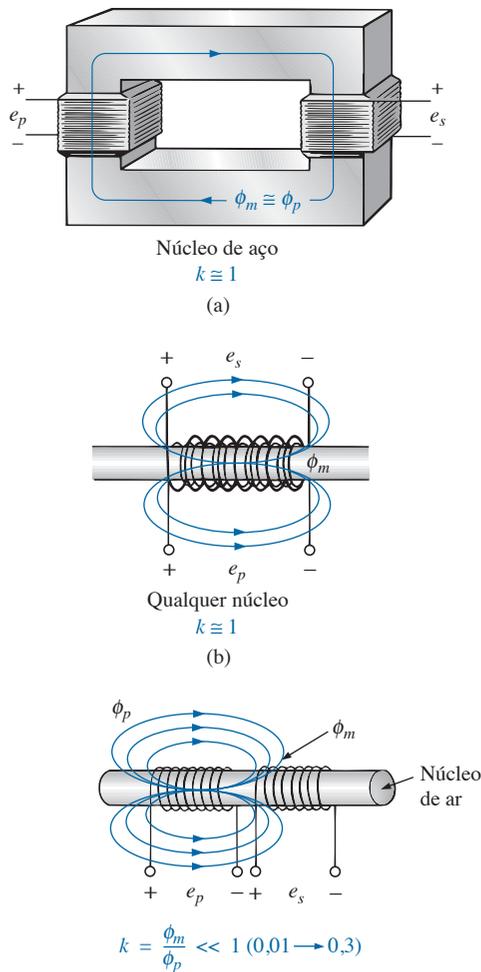


Figura 22.2 Enrolamentos com diferentes coeficientes de acoplamento.

a indutância mútua entre dois enrolamentos é proporcional à taxa de variação do fluxo de um dos enrolamentos em função da taxa de variação da corrente no outro enrolamento.

Em termos das indutâncias dos dois enrolamentos e do coeficiente de acoplamento, a indutância mútua é dada por:

$$M = k\sqrt{L_p L_s} \quad (\text{henries, H}) \quad (22.9)$$

Quanto maiores o coeficiente de acoplamento (maiores travessias de fluxo) e a indutância dos enrolamentos, maior a indutância mútua entre eles. Relacione esse fato às configurações vistas na Figura 22.2.

A tensão no secundário e_s pode ser determinada em função da indutância mútua se escrevermos a Equação 22.3 na forma:

$$e_s = N_s \left(\frac{d\phi_m}{dt} \right) \left(\frac{di_p}{dt} \right)$$

e, como $M = N_s(d\phi_m/di_p)$, ela também pode ser escrita assim:

$$e_s = M \frac{di_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (22.10)$$

De forma similar, $e_p = M \frac{di_s}{dt}$ (volts, V) (22.11)

EXEMPLO 22.1

Considerando o transformador visto na Figura 22.3:

- a) Determine a indutância mútua M .
- b) Determine a tensão induzida e_p se o fluxo ϕ_p variar a uma taxa de 450 mWb/s.
- c) Determine a tensão induzida e_s para a mesma taxa de variação do fluxo ϕ_p do item (b).
- d) Determine as tensões induzidas e_p e e_s se a corrente i_p variar a uma taxa de 0,2 A/ms.

Soluções:

a) $M = k\sqrt{L_p L_s} = 0,6\sqrt{(200 \text{ mH})(800 \text{ mH})}$
 $= 0,6\sqrt{16 \times 10^{-2}} = (0,6)(400 \times 10^{-3})$
 $= \mathbf{240 \text{ mH}}$

b) $e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} = (50)(450 \text{ mWb/s}) = \mathbf{22,5 \text{ V}}$

c) $e_s = kN_s \frac{d\phi_p}{dt} = (0,6)(100)(450 \text{ mWb/s}) = \mathbf{27 \text{ V}}$

d) $e_p = L_p \frac{di_p}{dt} = (200 \text{ mH})(0,2 \text{ A/ms})$
 $= (200 \text{ mH})(200 \text{ A/s}) = \mathbf{40 \text{ V}}$

$e_s = M \frac{di_p}{dt} = (240 \text{ mH})(200 \text{ A/s}) = \mathbf{48 \text{ V}}$

22.3 O TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE FERRO

Um transformador de núcleo de ferro conectado a uma carga é mostrado na Figura 22.4. O núcleo de ferro

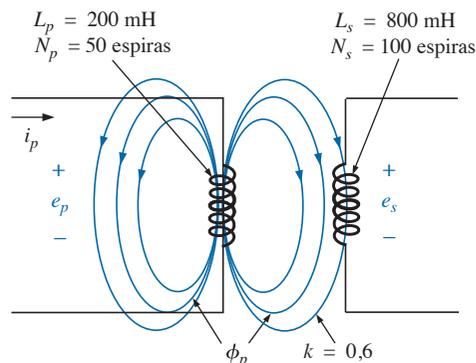


Figura 22.3 Exemplo 22.1.

serve para aumentar o valor do coeficiente de acoplamento entre os enrolamentos pelo aumento do fluxo mútuo, ϕ_m . Conforme estudamos no Capítulo 11, as linhas de fluxo magnético sempre tomam o caminho de menor relutância, que nesse caso é o núcleo de ferro.

Nas análises a seguir, consideraremos que todo o fluxo gerado pelo enrolamento 1 passa pelo enrolamento 2. Em outras palavras, suporemos que o coeficiente de acoplamento é igual a 1, com $\phi_m = \phi_p = \phi_s$. Além disso, iniciaremos a análise considerando que o transformador em questão é ideal, ou seja, que podemos desprezar fatores como a resistência geométrica ou CC dos enrolamentos, a reatância de fuga devido ao fluxo dos enrolamentos que não fazem parte de ϕ_m e as perdas por histerese e correntes parasitas no núcleo. Entretanto, você não deve ficar com a impressão de que com isso estamos nos afastando muito da operação real de um transformador. A maioria dos transformadores fabricados atualmente pode ser considerada quase ideal. As equações que desenvolvermos para condições ideais serão, em geral, uma primeira aproximação para a resposta real, as quais não apresentarão um erro maior que alguns pontos percentuais. As perdas serão discutidas com detalhes na Seção 22.6.

Quando a corrente i_p no primário de um transformador com núcleo de ferro for máxima, o fluxo ϕ_m nos dois enrolamentos também será máximo. Na realidade, o valor desse fluxo é diretamente proporcional à intensidade da corrente no primário. Portanto, os dois estão em fase, e, para uma entrada senoidal, o fluxo também será senoidal. Ou seja, se

$$i_p = \sqrt{2}I_p \text{ sen } \omega t$$

então:
$$\phi_m = \Phi_m \text{ sen } \omega t$$

A tensão induzida no primário devido a uma entrada senoidal pode ser determinada pela lei de Faraday:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} = N_p \frac{d\phi_m}{dt}$$

Substituindo ϕ_m por seu valor, obtemos:

$$e_p = N_p \frac{d}{dt}(\Phi_m \text{ sen } \omega t)$$

e, efetuando a derivada, obtemos:

$$e_p = \omega N_p \Phi_m \cos \omega t$$

ou
$$e_p = \omega N_p \Phi_m \text{ sen } (\omega t + 90^\circ)$$

indicando que a tensão induzida e_p está adiantada 90° em relação à corrente no primário.

O valor eficaz de e_p é:

$$E_p = \frac{\omega N_p \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N_p \Phi_m}{\sqrt{2}}$$

e
$$E_p = 4,44 f N_p \Phi_m \tag{22.12}$$

que é uma equação para o valor rms da tensão no enrolamento primário em função da frequência da tensão ou da corrente aplicada, do número de espiras do primário e do valor máximo do fluxo magnético no primário.

Para o caso em questão, no qual os fluxos magnéticos no primário e no secundário são iguais, se repetirmos o procedimento agora descrito para a tensão induzida no secundário, obteremos:

$$E_s = 4,44 f N_s \Phi_m \tag{22.13}$$

Dividindo a Equação 22.12 pela Equação 22.13, como a seguir,

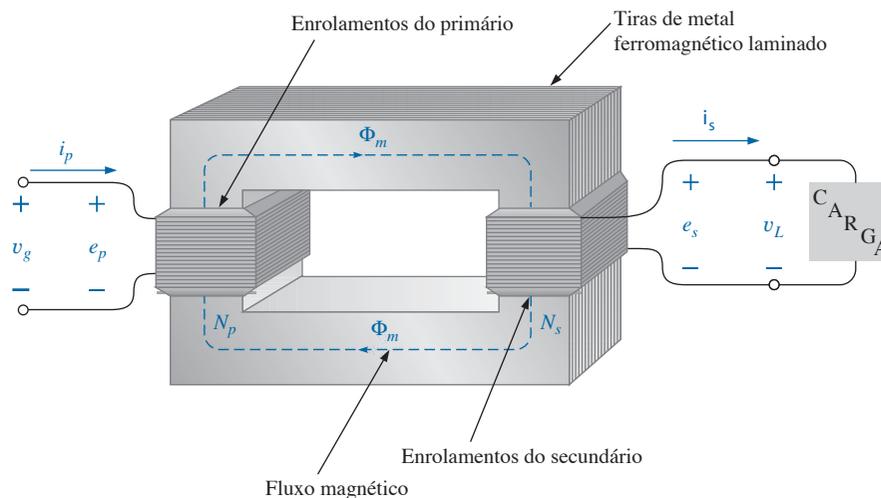


Figura 22.4 Transformador de núcleo de ferro.

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{4,44fN_p\Phi_m}{4,44fN_s\Phi_m}$$

obtemos,

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad (22.14)$$

revelando uma relação muito importante para análise de transformadores:

A relação entre os módulos das tensões induzidas no primário e no secundário é igual à relação entre os números de espiras dos enrolamentos correspondentes.

Se considerarmos que:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_m}{dt} \quad \text{e} \quad e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt}$$

e dividirmos uma expressão pela outra, ou seja,

$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p(d\phi_m/dt)}{N_s(d\phi_m/dt)}$$

então

$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Os valores *instantâneos* de e_1 e e_2 são, portanto, relacionados por uma constante determinada pela relação do número de espiras do primário com o do secundário. Como seus valores instantâneos estão relacionados por uma constante, as tensões induzidas estão em fase e a Equação 22.14 pode ser alterada para a inclusão na notação fasorial. Ou seja,

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad (22.15)$$

ou, como $V_g = E_1$ e $V_L = E_2$ para uma situação ideal,

$$\frac{V_g}{V_L} = \frac{N_p}{N_s} \quad (22.16)$$

A razão N_p/N_s , geralmente representada pela letra a , é denominada **relação de transformação**:

$$a = \frac{N_p}{N_s} \quad (22.17)$$

Quando $a < 1$, o transformador é denominado **transformador elevador de tensão**, já que a tensão $E_s > E_p$. Ou seja,

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad \text{ou} \quad E_s = \frac{E_p}{a}$$

e quando $a < 1$, $E_s > E_p$

Quando $a > 1$, o transformador é denominado **transformador abaixador de tensão**, já que $E_s < E_p$. Ou seja,

$$E_p = aE_s$$

e se $a > 1$, então $E_p > E_s$

EXEMPLO 22.2

Considerando o transformador de núcleo de ferro da Figura 22.5, determine:

- a) O fluxo máximo Φ_m .
- b) O número de espiras do secundário, N_s .

Soluções:

a) $E_p = 4,44N_p f \Phi_m$

Portanto, $\Phi_m = \frac{E_p}{4,44 N_p f} = \frac{200 \text{ V}}{(4,44)(50 \text{ t})(60 \text{ Hz})}$

e $\Phi_m = \mathbf{15,02 \text{ mWb}}$

b) $\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}$

Portanto, $N_s = \frac{N_p E_s}{E_p} = \frac{(50 \text{ t})(2400 \text{ V})}{200 \text{ V}} = \mathbf{600 \text{ espiras}}$

A tensão induzida no secundário do transformador visto na Figura 22.4 estabelece uma corrente i_s através da carga Z_L e do enrolamento do secundário. Essa corrente e o número de espiras N_s desenvolvem uma fmm $N_s i_s$ que não estaria presente se a carga não existisse, pois, nesse caso, teríamos $i_s = 0$ e também $N_s i_s = 0$. Entretanto, existindo ou não a carga, os ampères-espiras no núcleo, produzidos pelo primário e pelo secundário, têm de permanecer inalterados para o mesmo fluxo ϕ_m a ser estabelecido no núcleo. Esse fluxo tem de permanecer o mesmo para ter a mesma tensão induzida no primário e contrabalançar a tensão aplicada no

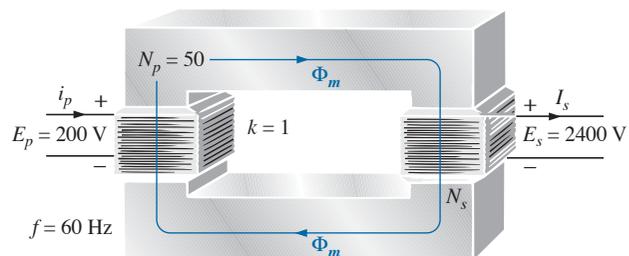


Figura 22.5 Exemplo 22.2.

mesmo enrolamento. Para neutralizar a fmm do secundário, que tende a alterar ϕ_m , uma corrente adicional tem de circular no primário. Essa corrente é denominada *componente de carga da corrente no primário* e é representada pelo símbolo i'_p .

Em condições de equilíbrio,

$$N_p i'_p = N_s i_s$$

A corrente total no primário sob condições de carga é:

$$i_p = i'_p + i_{\phi_m}$$

onde i_{ϕ_m} é a corrente no primário necessária para estabelecer o fluxo ϕ_m . Na maioria das aplicações práticas, $i'_p > i_{\phi_m}$. Na análise a seguir, consideraremos que $i_p \cong i'_p$ e, portanto,

$$N_p i_p = N_s i_s$$

Como a razão entre os valores instantâneos de i_p e i_s é igual à relação de espiras, as grandezas fasoriais I_p e I_s também obedecem à mesma relação:

$$N_p I_p = N_s I_s$$

ou
$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} \quad (22.18)$$

A razão entre as correntes no primário e no secundário de um transformador é inversamente proporcional à relação de espiras.

Tenha em mente que a Equação 22.18 é válida apenas se desprezarmos os efeitos de i_{ϕ_m} . Caso contrário, a razão I_p por I_s não será igual à relação de espiras, e I_p e I_s não estarão em fase.

No caso dos transformadores elevadores de tensão, $a < 1$ e a corrente no secundário, $I_s = aI_p$, é menor que a do primário. No caso dos transformadores abaixadores de tensão, a corrente no secundário é maior do que a do primário.

22.4 IMPEDÂNCIA REFLETIDA E POTÊNCIA

Na seção anterior, vimos que:

$$\frac{V_g}{V_L} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad \text{e} \quad \frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a}$$

Dividindo a primeira pela segunda, obtemos:

$$\frac{V_g/V_L}{I_p/I_s} = \frac{a}{1/a}$$

ou
$$\frac{V_g/I_p}{V_L/I_s} = a^2 \quad \text{e} \quad \frac{V_g}{V_L} = a^2 \frac{I_s}{I_p}$$

Entretanto, como:

$$Z_p = \frac{V_g}{I_p} \quad \text{e} \quad Z_L = \frac{V_L}{I_s}$$

então
$$Z_p = a^2 Z_L \quad (22.19)$$

Isso significa que a impedância do circuito primário de um transformador ideal é igual ao quadrado da relação de transformação multiplicada pela impedância da carga. Portanto, ao usar um transformador, podemos fazer com que a impedância de uma carga pareça maior ou menor do que é na realidade, colocando-a em um transformador abaixador de tensão ($a > 1$) ou elevador de tensão ($a < 1$), respectivamente. Observe que, se a carga for capacitiva ou indutiva, essa **impedância refletida** também será capacitiva ou indutiva.

No caso de um transformador ideal de núcleo de ferro,

$$\frac{E_p}{E_s} = a = \frac{I_s}{I_p}$$

ou
$$E_p I_p = E_s I_s \quad (22.20)$$

e
$$P_{\text{ent.}} = P_{\text{saída}} \quad (\text{condições ideais}) \quad (22.21)$$

EXEMPLO 22.3

Considerando o transformador de núcleo de ferro da Figura 22.6, determine:

- O módulo da corrente no primário e da tensão aplicada ao primário.
- A resistência de entrada do transformador.

Soluções:

a)
$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$I_p = \frac{N_s}{N_p} I_s = \left(\frac{5 \text{ t}}{40 \text{ t}} \right) (0,1 \text{ A}) = \mathbf{12,5 \text{ mA}}$$

$$V_L = I_s Z_L = (0,1 \text{ A})(2 \text{ k}\Omega) = 200 \text{ V}$$

E, também,
$$\frac{V_g}{V_L} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$V_g = \frac{N_p}{N_s} V_L = \left(\frac{40 \text{ t}}{5 \text{ t}} \right) (200 \text{ V}) = \mathbf{1600 \text{ V}}$$

b)
$$Z_p = a^2 Z_L$$

$$a = \frac{N_p}{N_s} = 8$$

$$Z_p = (8)^2 (2 \text{ k}\Omega) = R_p = \mathbf{128 \text{ k}\Omega}$$

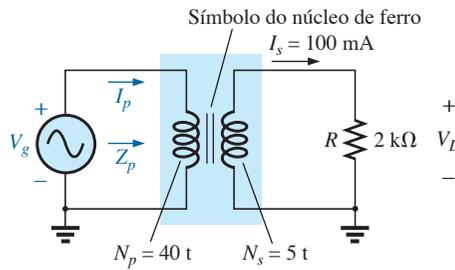


Figura 22.6 Exemplo 22.3.

EXEMPLO 22.4

Dado o circuito residencial visto na Figura 22.7, determine o seguinte (considerando que a carga seja exclusivamente resistiva):

- a) O valor de R para garantir que a carga seja equilibrada.
- b) Os módulos de I_1 e I_2 .
- c) A tensão da linha V_L .
- d) A potência total fornecida para uma carga trifásica balanceada.
- e) A relação de espiras $a = N_p/N_s$.

Soluções:

a) $P_T = (10)(60 \text{ W}) + 200 \text{ W} + 2000 \text{ W}$
 $= 600 \text{ W} + 200 \text{ W} + 2.000 \text{ W} = 2.800 \text{ W}$

$P_{\text{ent.}} = P_{\text{saída}}$
 $V_p I_p = V_s I_s = 2.800 \text{ W}$ (carga puramente resistiva)
 $(2.400 \text{ V}) I_p = 2.800 \text{ W}$ e $I_p = 1,17 \text{ A}$

$$R = \frac{V_\phi}{I_p} = \frac{2.400 \text{ V}}{1,17 \text{ A}} = \mathbf{2.051,28 \Omega}$$

b) $P_1 = 600 \text{ W} = VI_1 = (120 \text{ V})I_1$
 e $I_1 = \mathbf{5 \text{ A}}$
 $P_2 = 2.000 \text{ W} = VI_2 = (240 \text{ V})I_2$
 e $I_2 = \mathbf{8,33 \text{ A}}$
 $V_L = \sqrt{3}V_\phi = 1,73(2.400 \text{ V}) = \mathbf{4.152 \text{ V}}$
 $P_T = 3P_\phi = 3(2.800 \text{ W}) = \mathbf{8,4 \text{ kW}}$
 $a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{2.400 \text{ V}}{240 \text{ V}} = \mathbf{10}$

22.5 USO DE TRANSFORMADORES PARA CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS, ISOLAMENTO ELÉTRICO E MEDIDAS DE POSIÇÃO

Os transformadores podem ser particularmente úteis quando se tenta assegurar que uma carga receba a maior potência possível a partir de uma fonte. Lembre-se de que a potência máxima é transferida para a carga quando a impedância dela for igual à resistência interna da fonte. Mesmo que seja impossível conseguir um casamento perfeito, quanto mais próxima a impedância da carga estiver da impedância interna da fonte, maior a potência transferida para a carga e maior a eficiência do sistema. Infelizmente, a não ser que a carga seja parte integrante do projeto, a maioria delas tem uma impedância muito diferente da impedância interna das fontes. Entretanto, os transformadores possuem uma relação única entre as impedâncias do primário e do secundário, podendo ser usados como um bom elemento de casamento de impedância. O Exemplo 22.5 demonstra a diferença significativa

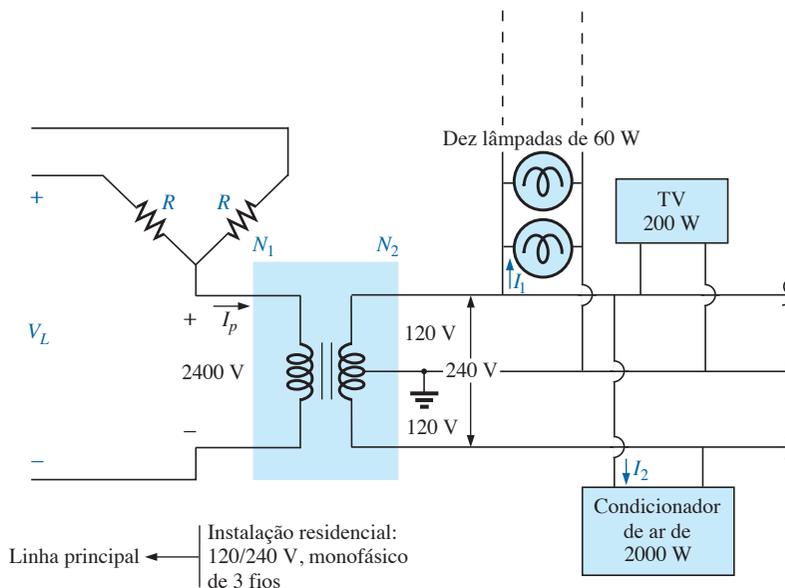


Figura 22.7 Circuito residencial monofásico.

entre as potências transferidas a uma carga com e sem um transformador de casamento de impedâncias.

EXEMPLO 22.5

- a) A impedância interna da fonte vista na Figura 22.8(a) é 500 Ω, um valor muito diferente da impedância de entrada do alto-falante, que é 8 Ω. Nessas condições, é de se esperar que a potência fornecida ao alto-falante seja muito menor que a máxima possível. Determine o valor da potência fornecida ao alto-falante nas condições apresentadas na Figura 22.8(a).
- b) No circuito visto na Figura 22.8(b), foi introduzido um transformador de casamento de impedâncias disponível comercialmente, de 500 Ω para 8 Ω, entre o alto-falante e a fonte. Calcule a impedância de entrada do transformador e a potência fornecida à carga.
- c) Compare os valores das potências fornecidas ao alto-falante nas condições dos itens (a) e (b).
- d) Descubra a relação de espiras aproximada para o transformador.

Soluções:

a) Corrente da fonte:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{120 \text{ V}}{500 \Omega + 8 \Omega} = \frac{120 \text{ V}}{508 \Omega} = 236,2 \text{ mA}$$

Potência fornecida ao alto-falante:

$$P = I^2 R = (236,2 \text{ mA})^2 \cdot 8 \Omega \cong 446,3 \text{ mW} \cong 0,45 \text{ W}$$

ou seja, menos de meio watt.

b) Como a impedância de entrada do transformador combina com a da fonte, foram estabelecidas, então, as condições para a transferência máxima de potência, sendo a corrente da fonte dada por:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{120 \text{ V}}{500 \Omega + 500 \Omega} = \frac{120 \text{ V}}{1.000 \Omega} = 120 \text{ mA}$$

A potência no primário (que é igual à do secundário para um transformador ideal) é

$$P = I^2 R = (120 \text{ mA})^2 \cdot 500 \Omega = 7,2 \text{ W}$$

Esse resultado não está em miliwatts como o resultado anterior, e é superior a 7 W, o que representa uma melhoria significativa.

c) Comparando os valores, obtemos 7,2 W/446,3 mW = 16,1, ou seja, a potência fornecida ao alto-falante, ao usar o transformador de casamento de impedâncias, é mais de 16 vezes maior do que sem usar o transformador.

d) $Z_p = a^2 Z_L$

$$a = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_L}} = \sqrt{\frac{500 \Omega}{8 \Omega}} = 7,91 \cong 8 : 1$$

Outra aplicação importante das capacidades de casamento de impedâncias do transformador ocorre no casamento de uma linha de transmissão paralela de 300 Ω de uma antena de televisão à entrada de 75 Ω de um televisor moderno (preparada para receber um cabo coaxial de 75 Ω), como mostra a Figura 22.9. Um casamento de impedância tem de ser feito de maneira a garantir que um sinal mais intenso possível seja transferido para o receptor de TV.

Usando a equação $Z_p = a^2 Z_L$, obtemos:

$$300 \Omega = a^2 75 \Omega$$

e
$$a = \sqrt{\frac{300 \Omega}{75 \Omega}} = \sqrt{4} = 2$$

com $N_p : N_s = 2 : 1$ (um transformador abaixador de tensão)

EXEMPLO 22.6

Os transformadores de casamento de impedâncias também são muito usados em sistemas de PA (*Public Address*), como o que é ilustrado no sistema de 70,7 V da Figura 22.10. Embora o sistema tenha apenas um par de terminais de saída, de um a quatro alto-falantes

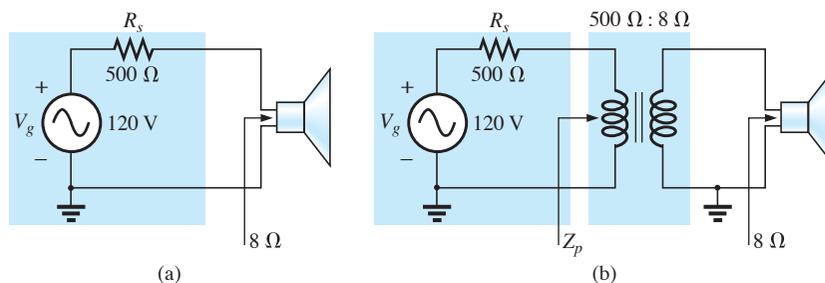


Figura 22.8 Exemplo 22.5.

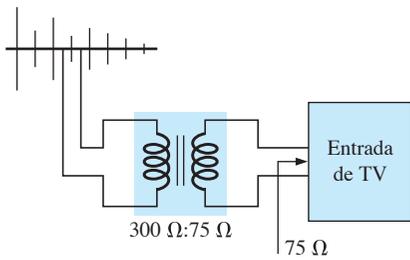


Figura 22.9 Transformador de casamento de impedância para televisão.

podem ser ligados ao sistema. Cada alto-falante de $8\ \Omega$ é conectado à linha de $70,7\ \text{V}$ por um transformador de áudio para casamento de impedâncias de $10\ \text{W}$ (a faixa de operação linear desse transformador é a faixa de áudio).

- Se cada um dos alto-falantes no circuito mostrado na Figura 22.10 pode receber no máximo $10\ \text{W}$, qual o valor máximo da potência fornecida pela fonte?
- Para cada alto-falante, determine a impedância de entrada do transformador se todos os alto-falantes estão operando no limite de potência ($10\ \text{W}$).
- Determine a relação de espiras dos transformadores.
- Qual é a tensão e a corrente no alto-falante quando a potência dele for $10\ \text{W}$?
- Qual é a carga, do ponto de vista da fonte, quando se conecta ao circuito um, dois, três e quatro alto-falantes?

Soluções:

- Em condições ideais, a potência nos primários é igual à potência fornecida às cargas, resultando em uma potência máxima fornecida pela fonte de **$40\ \text{W}$** .
- A potência no primário é:

$$P_p = V_p I_p = (70,7\ \text{V}) I_p = 10\ \text{W}$$

e
$$I_p = \frac{10\ \text{W}}{70,7\ \text{V}} = 141,4\ \text{mA}$$

de modo que
$$Z_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{70,7\ \text{V}}{141,4\ \text{mA}} = \mathbf{500\ \Omega}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } Z_p = a^2 Z_L \Rightarrow a &= \sqrt{\frac{Z_p}{Z_L}} = \sqrt{\frac{500\ \Omega}{8\ \Omega}} = \sqrt{62,5} \\ &= \mathbf{7,91 \cong 8:1} \end{aligned}$$

$$\text{d) } V_s = V_L = \frac{V_p}{a} = \frac{70,7\ \text{V}}{7,91} = \mathbf{8,94\ \text{V} \cong 9\ \text{V}}$$

e) Todos os alto-falantes estão em paralelo. Portanto, Um alto-falante: $R_T = \mathbf{500\ \Omega}$

$$\text{Dois alto-falantes: } R_T = \frac{500\ \Omega}{2} = \mathbf{250\ \Omega}$$

$$\text{Três alto-falantes: } R_T = \frac{500\ \Omega}{3} = \mathbf{167\ \Omega}$$

$$\text{Quatro alto-falantes: } R_T = \frac{500\ \Omega}{4} = \mathbf{125\ \Omega}$$

Embora a carga do ponto de vista da fonte varie de acordo com o número de alto-falantes conectados ao circuito, a impedância da fonte é tão baixa (comparada com a menor impedância possível para a carga, $125\ \Omega$) que a tensão de saída ($70,7\ \text{V}$) é praticamente constante. Nesse caso, não nos interessa casar as impedâncias da carga e da fonte; em vez disso, queremos assegurar uma tensão de $70,7\ \text{V}$ em cada primário, qualquer que seja o número de alto-falantes ligados ao circuito, e também limitar a corrente drenada da fonte.

O transformador é frequentemente usado para isolar entre si duas partes de um circuito elétrico. O *isolamento* significa a ausência de qualquer conexão física direta. Como primeiro exemplo do uso do transformador como dispositivo isolador, considere a medida da tensão em uma linha de transmissão de $40.000\ \text{V}$ (veja a Figura 22.11).

Conectar um voltímetro diretamente à linha de $40.000\ \text{V}$ seria obviamente uma operação que envolveria riscos para o técnico, devido à possibilidade de contato físico com a linha ao fazer as conexões necessárias. Incluindo um transformador no projeto original da linha de transmissão, podemos reduzir a tensão a níveis seguros

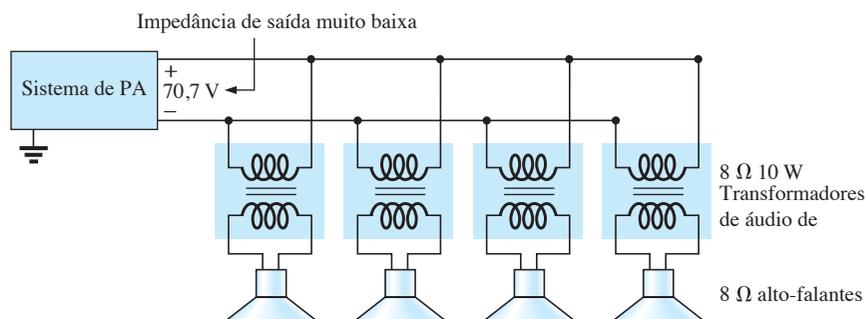


Figura 22.10 Sistema de PA.

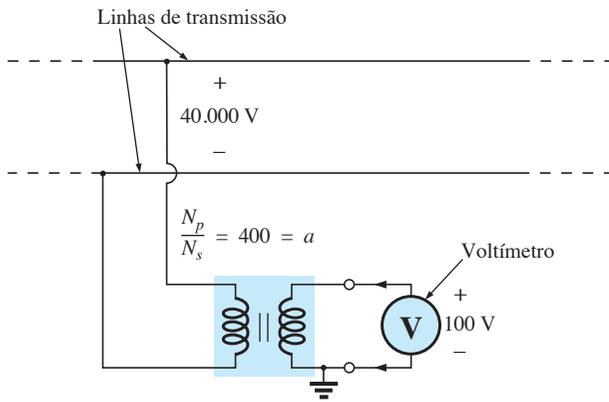


Figura 22.11 Uso de um transformador de isolamento para realizar medidas em uma linha de transmissão de alta tensão.

para fins de medição e calcular a tensão na linha pela relação de espiras. Portanto, o transformador serve tanto para isolar como para reduzir a tensão.

Como segundo exemplo, considere a aplicação da tensão v_x à entrada vertical de um osciloscópio (um instrumento de medição), como ilustra a Figura 22.12. Se as conexões forem feitas conforme mostrado, e se o gerador e o osciloscópio tiverem um terra comum, a impedância Z_2 será curto-circuitada pela conexão à terra do osciloscópio. Nesse caso, a tensão de entrada do osciloscópio não será mais v_x . Além disso, se Z_2 for a impedância limitadora de corrente do circuito, a corrente no circuito poderá atingir valores elevados, que podem provocar danos ao circuito. Se for usado um transformador, conforme mostra a Figura 22.13, esse problema será eliminado e a tensão de entrada do osciloscópio será realmente v_x .

O transformador diferencial linear variável (LVDT — *Linear Variable Differential Transformer*) é um sensor de posição cujo funcionamento se baseia nas propriedades dos transformadores. Em sua forma mais simples, o LVDT possui um enrolamento primário central e dois enrolamentos secundários laterais, como mostra a Figura 22.14(a). Existe um núcleo ferromagnético no interior

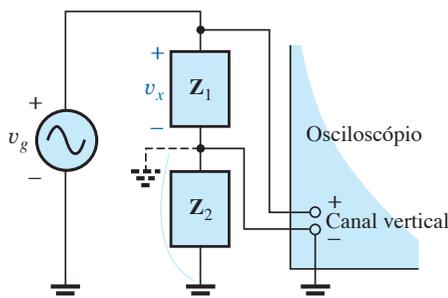


Figura 22.12 Ilustração do curto-circuito introduzido pelo terminal aterrado do canal vertical de um osciloscópio.

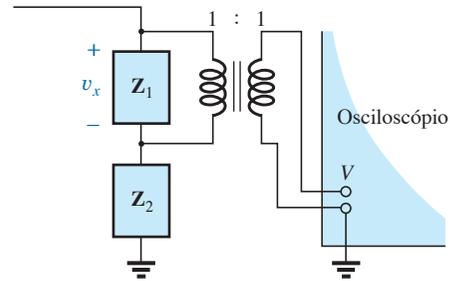


Figura 22.13 Solução do problema ilustrado na Figura 22.12 com o uso de um transformador de isolamento.

dos enrolamentos que pode se deslocar livremente sob a ação de uma força externa. Uma tensão alternada de amplitude constante e de pequeno valor é aplicada ao primário, sendo a tensão de saída a diferença entre as tensões induzidas nos secundários. Se o núcleo estiver na posição mostrada na Figura 22.14(b), uma tensão relativamente grande será induzida no enrolamento secundário 1, e uma tensão relativamente pequena, no secundário enrolamento secundário 2 (nessa posição, o conjunto primário-secundário 2 é um transformador com núcleo de ar). O resultado é uma tensão de saída relativamente grande no secundário. Se o núcleo estiver na posição mostrada na Figura 22.14(c), o fluxo nos enrolamentos será igual, e a tensão de saída (que é a diferença das tensões entre os secundários 1 e 2) será muito pequena. Portanto, em resumo, a posição do núcleo pode ser relacionada à tensão no secundário, conforme mostra o gráfico da posição em função da tensão visto na Figura 22.14(d). Devido à falta de linearidade na curva $B-H$, esta perde a linearidade se o núcleo for posicionado de maneira que a maior parte dele fique para fora dos enrolamentos.

22.6 CIRCUITO EQUIVALENTE DO TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE FERRO

O circuito equivalente de um transformador de núcleo de ferro real é mostrado na Figura 22.15. Conforme indicado, parte do circuito equivalente inclui um transformador ideal. Os componentes restantes estão associados às características não ideais do dispositivo. As resistências R_p e R_s são as resistências ôhmicas dos enrolamentos primário e secundário, respectivamente. Nos enrolamentos primário e secundário de um transformador, existe uma pequena parcela do fluxo que passa pelos enrolamentos mas não passa pelo núcleo, como mostra a Figura 22.16 para o enrolamento primário. Esse **fluxo residual** constitui uma perda e é representado por uma indutância L_p no circuito primário e por uma indutância L_s no circuito secundário.

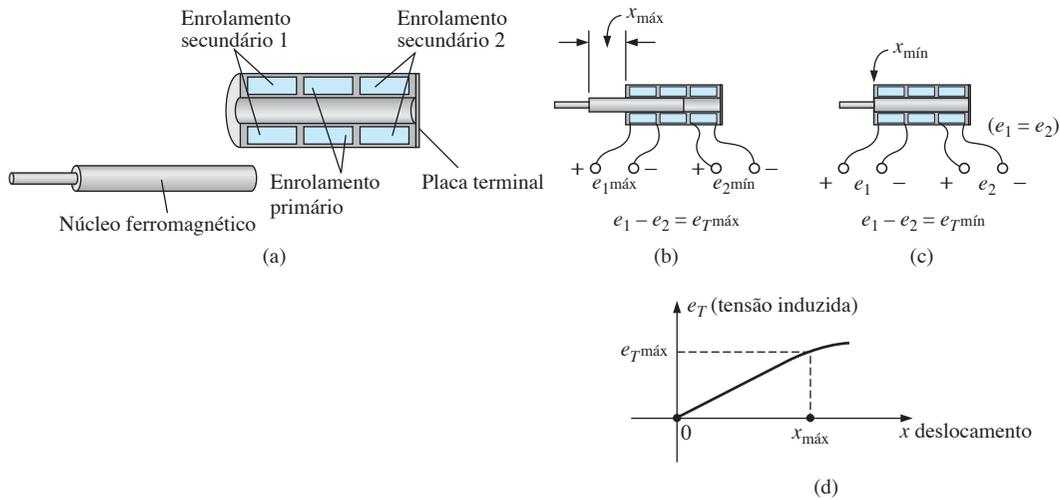


Figura 22.14 Transformador LVDT: (a) estrutura interna; (b) posição de deslocamento máximo; (c) posição de deslocamento mínimo; (d) gráfico da tensão induzida em função do deslocamento do núcleo.

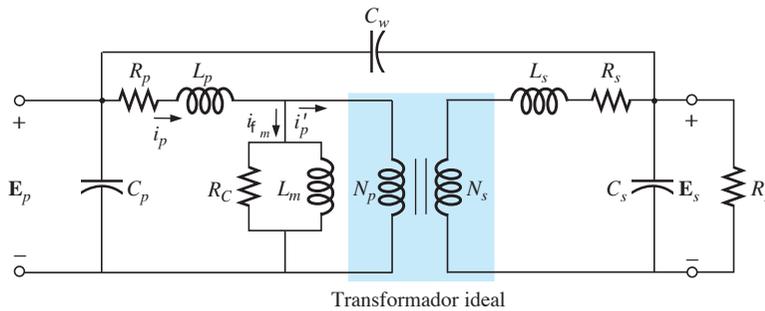


Figura 22.15 Circuito equivalente de um transformador de núcleo de ferro real.

A resistência R_c representa as perdas por histerese e correntes parasitas no núcleo (perdas no núcleo) em função de um fluxo CA através do núcleo. A indutância L_m (indutância de magnetização) é a indutância associada à magnetização do núcleo, ou seja, à geração do fluxo ϕ_m . As capacitâncias C_p e C_s são as dos circuitos primários e secundários, respectivamente, e C_w representa a capacitância entre os enrolamentos.

Como i'_p é normalmente muito maior que i_{ϕ_m} (a corrente de magnetização), por enquanto ignoraremos i_{ϕ_m} (devemos considerá-la igual a zero), o que resultará na ausência de R_c e L_m no circuito equivalente simplificado visto na Figura 22.17. As capacitâncias C_p , C_w e C_s também não aparecem no circuito equivalente, visto na Figura 22.17, pois suas reatâncias nas frequências típicas de operação não afetam consideravelmente as características do transformador.

Se agora refletirmos a impedância do circuito secundário para o circuito primário usando a Equação 22.19, conforme mostra a Figura 22.18(a), teremos a carga e o

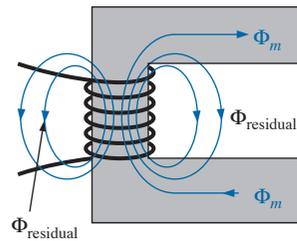


Figura 22.16 Ilustração do fluxo residual do primário.

gerador no mesmo circuito. A resistência e a reatância totais do circuito equivalente são dadas por

$$R_{\text{equivalente}} = R_e = R_p + a^2 R_s \quad (22.22)$$

e
$$X_{\text{equivalente}} = X_e = X_p + a^2 X_s \quad (22.23)$$

resultando no circuito equivalente útil visto na Figura 22.18(b). A tensão na carga pode ser obtida diretamente a

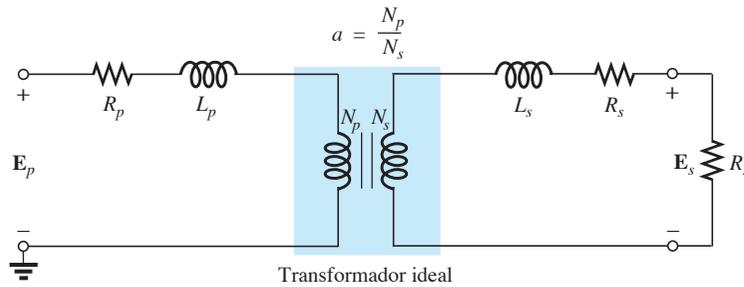


Figura 22.17 Circuito equivalente reduzido do transformador real de núcleo de ferro.

partir do circuito visto na Figura 22.18(b) usando a regra dos divisores de tensão:

$$aV_L = \frac{R_i V_g}{(R_e + R_i) + jX_e}$$

e

$$V_L = \frac{a^2 R_L V_g}{(R_e + a^2 R_L) + jX_e} \quad (22.24)$$

O circuito mostrado na Figura 22.18(b) também permite calcular a tensão do gerador necessária para estabelecer uma certa tensão na carga. As tensões nos elementos, vistos na Figura 22.18(b), têm a relação fasorial indicada na Figura 22.19(a). Note que a corrente foi usada como referência para traçar o diagrama fasorial. Ou seja, as tensões nos elementos resistivos estão *em fase* com a corrente, enquanto a tensão no indutor equivalente está adiantada 90° em relação à corrente. A tensão no primário, de acordo com a lei de Kirchhoff para tensões, é um fasor que é a soma de todas essas tensões, conforme indica a Figura 22.19(a). No caso de uma carga indutiva, o diagrama fasorial aparece na Figura 22.19(b). Note que aV_L está adiantada em relação a I um ângulo igual ao do fator de potência da carga. O restante do diagrama é semelhante ao diagrama para uma carga resistiva. (A construção do

diagrama fasorial para uma carga capacitiva fica a cargo do leitor como exercício.)

Os efeitos de R_e e X_e sobre o módulo de V_g para um dado valor de V_L se tornam óbvios a partir da Equação 22.24 e da Figura 22.19. Quanto maior R_e ou X_e , maior tem de ser V_g para a mesma tensão aplicada à carga. Para $R_e = X_e = 0$, a relação entre V_L e V_g é igual à relação de espiras.

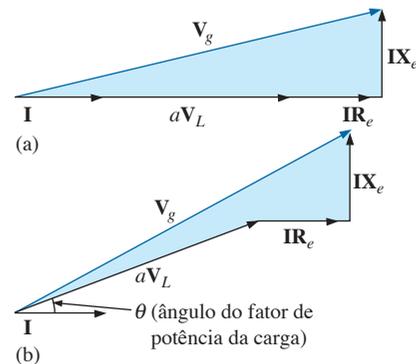


Figura 22.19 Diagrama fasorial para o transformador de núcleo de ferro supondo: (a) uma carga com fator de potência unitário (resistiva); (b) uma carga com fator de potência atrasado (indutiva).

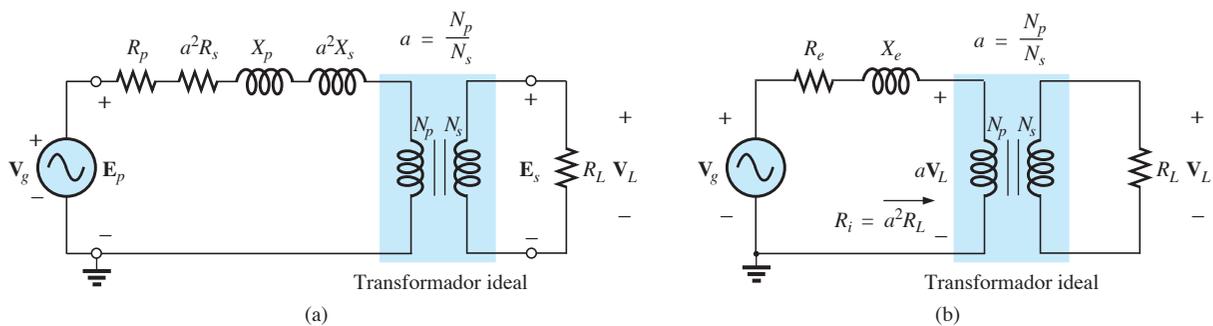


Figura 22.18 Reflexão do circuito secundário para o lado do primário do transformador de núcleo de ferro.

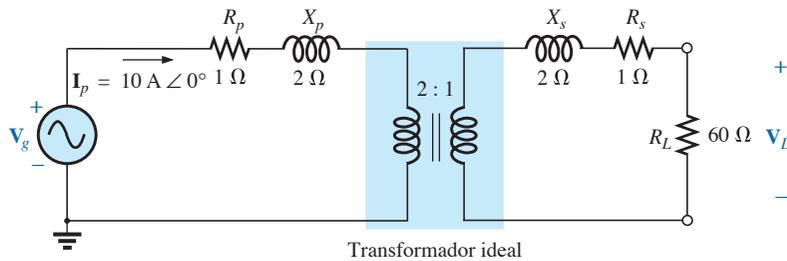


Figura 22.20 Exemplo 22.7.

EXEMPLO 22.7

Dado o transformador cujo circuito equivalente aparece na Figura 22.20:

- a) Determine R_e e X_e .
- b) Determine os módulos das tensões V_L e V_g .
- c) Determine o módulo da tensão V_g para que o módulo de V_L seja o mesmo que no item (b) se $R_e = X_e = 0 \Omega$. Compare com o valor calculado no item (b).

Solução:

- a) $R_e = R_p + a^2 R_s = 1 \Omega + (2)^2(1 \Omega) = 5 \Omega$
 $X_e = X_p + a^2 X_s = 2 \Omega + (2)^2(2 \Omega) = 10 \Omega$
- b) O circuito equivalente do transformador aparece na Figura 22.21.

$$aV_L = (I_p)(a^2 R_L) = 2.400 \text{ V}$$

Assim,

$$V_L = \frac{2.400 \text{ V}}{a} = \frac{2.400 \text{ V}}{2} = 1.200 \text{ V}$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_g &= \mathbf{I}_p(R_e + a^2 R_L + jX_e) \\ &= 10 \text{ A}(5 \Omega + 240 \Omega + j10 \Omega) \\ &= 10 \text{ A}(245 \Omega + j10 \Omega) \\ \mathbf{V}_g &= 2.450 \text{ V} + j100 \text{ V} = 2.452,04 \text{ V} \angle 2,34^\circ \\ &= 2.452,04 \text{ V} \angle 2,34^\circ \end{aligned}$$

- c) Para R_e e $X_e = 0$, $V_g = aV_L = (2)(1200 \text{ V}) = 2400 \text{ V}$. Portanto, é necessário aumentar a tensão do gerador em 52,04 V (devido a R_e e X_e) para obter a mesma tensão na carga.

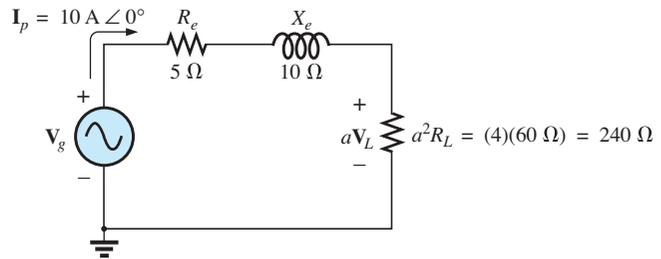


Figura 22.21 Circuito equivalente para o transformador visto na Figura 22.20.

Para a região de baixa frequência, a reatância em série ($2\pi fL$) do fluxo residual do primário e do secundário pode ser ignorada, já que do seu módulo é pequeno. Entretanto, a indutância de magnetização tem de ser incluída, pois está em paralelo com o circuito secundário refletido, e pequenas impedâncias em paralelo podem ter uma grande influência. O circuito equivalente resultante para um transformador em baixas frequências é mostrado na Figura 22.22(a). À medida que a frequência diminui, a reatância associada à indutância de magnetização também diminui, causando uma diminuição da tensão no secundário. Para $f = 0 \text{ Hz}$, L_m se comporta como um curto-circuito e $V_L = 0$. Com o aumento da frequência, a reatância de L_m se torna tão grande em comparação com a impedância refletida do secundário que pode ser desprezada. O circuito equivalente refletido para frequências médias é mostrado na Figura 22.22(b). Note a ausência de elementos reativos, o que faz com que as tensões do gerador e da carga estejam *em fase*.

Em frequências mais altas, os elementos capacitivos e as reatâncias do primário e do secundário, devido ao fluxo residual, têm de ser considerados, como mostra a Figura 22.23. Para fins de discussão, os efeitos de C_w e C_s são representados como um capacitor concentrado C no circuito refletido visto na Figura 22.23; C_p não aparece, pois o efeito de C é predominante. À medida que a frequência aumenta, a reatância capacitiva ($X_c = 1/2\pi fC$) diminui até o ponto em que apresentar um efeito pequeno

22.7 EFEITO DA FREQUÊNCIA

Para certas faixas de frequências, o efeito de alguns parâmetros no circuito equivalente do transformador com núcleo de ferro, mostrado na Figura 22.15, não deve ser ignorado. Como é conveniente considerar em separado as regiões de frequência baixa, média e alta, os circuitos equivalentes são agora apresentados e rapidamente analisados.

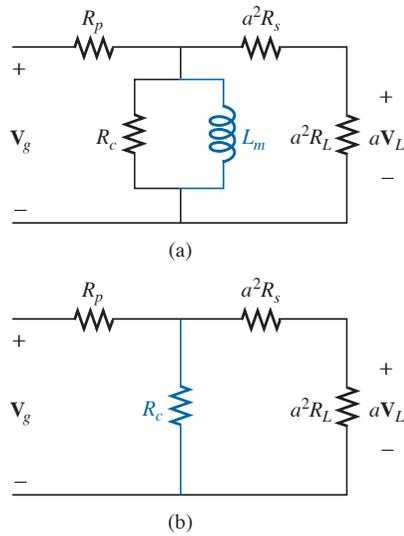


Figura 22.22 (a) Circuito equivalente refletido para baixas frequências; (b) circuito equivalente refletido para frequências médias.

no circuito do secundário do transformador, fazendo V_L diminuir de valor.

A curva de resposta em frequência típica de um transformador de núcleo de ferro aparece na Figura 22.24. Para as regiões de alta e baixa frequências, o principal elemento responsável pela atenuação é indicado. O pico que aparece na região de altas frequências é devido ao circuito ressonante em série formado pelos elementos indutivos e capacitivos do circuito equivalente. Na região do pico, o

circuito ressonante em série está no seu estado de sintonia ou ressonância, ou próximo a ele.

22.8 CONEXÃO EM SÉRIE DE INDUTORES MUTUAMENTE ACOPLADOS

No Capítulo 11, vimos que a indutância equivalente de indutores em série é igual à soma das indutâncias. Quando dois indutores estão conectados em série e também estão mutuamente acoplados, como mostra a Figura 22.25(a), é preciso incluir o termo relativo à indutância mútua, alterando assim a indutância equivalente da combinação em série dos indutores. A Figura 22.25(b) mostra como pode ser feita a ligação entre os indutores. Embora a figura mostre um núcleo de ferro, as equações que aparecem a seguir são válidas para dois indutores mutuamente acoplados, qualquer que seja o valor do coeficiente de acoplamento k . Quando nos referimos à tensão induzida no indutor L_1 (ou L_2) devido a uma variação do fluxo no indutor L_2 (ou L_1 , respectivamente), a indutância mútua é representada como M_{12} . Essa notação de duplo índice é particularmente importante nos casos em que existem dois ou mais indutores envolvidos.

Por causa da existência da indutância mútua, a tensão induzida e_1 é o resultado das contribuições devido à autoindutância L_1 e à indutância mútua M_{12} . Ou seja,

$$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

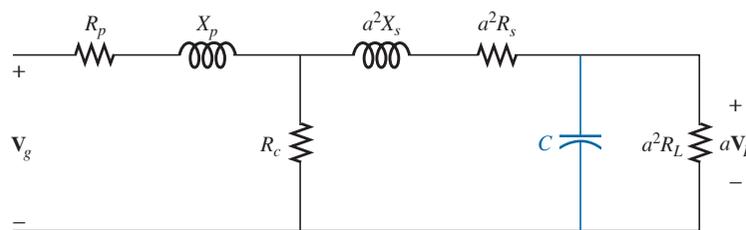


Figura 22.23 Circuito equivalente refletido para altas frequências.

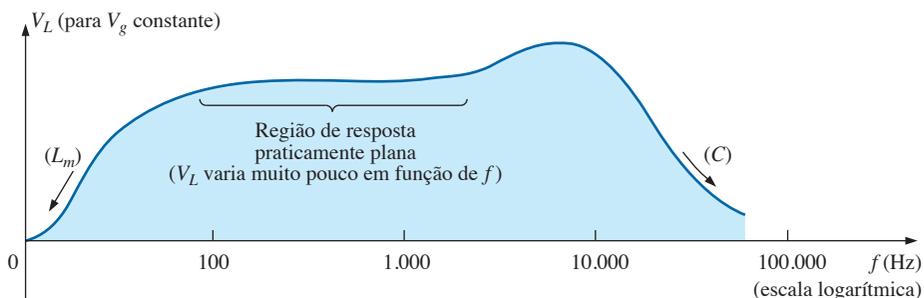


Figura 22.24 Curvas de resposta de frequência de um transformador.

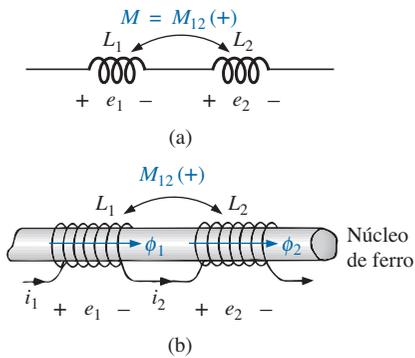


Figura 22.25 Indutores mutuamente acoplados conectados em série.

Entretanto, como $i_1 = i_2 = i$,

$$e_1 = L_1 \frac{di}{dt} + M_{12} \frac{di}{dt}$$

ou
$$e_1 = (L_1 + M_{12}) \frac{di}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (22.25)$$

e, de forma similar,

$$e_2 = (L_2 + M_{12}) \frac{di}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (22.26)$$

No caso da conexão em série, a tensão total induzida na associação de indutores em série, representada por e_T , é dada por:

$$e_T = e_1 + e_2 = (L_1 + M_{12}) \frac{di}{dt} + (L_2 + M_{12}) \frac{di}{dt}$$

ou
$$e_T = (L_1 + L_2 + M_{12} + M_{12}) \frac{di}{dt}$$

e a indutância efetiva total é:

$$L_{T(+)} = L_1 + L_2 + 2M_{12} \quad (\text{henries, H}) \quad (22.27)$$

O índice (+) foi incluído para indicar que os termos de indutância mútua têm sinal positivo e devem ser somados aos valores das autoindutâncias para determinar a indutância total. Se os indutores forem enrolados como mostra a Figura 22.26, com os fluxos ϕ_1 e ϕ_2 em oposição, as tensões induzidas pelo efeito de indutância mútua terão a polaridade contrária à das tensões induzidas pelo efeito de autoindutância, e a indutância total será dada por:

$$L_{T(-)} = L_1 + L_2 - 2M_{12} \quad (\text{henries, H}) \quad (22.28)$$

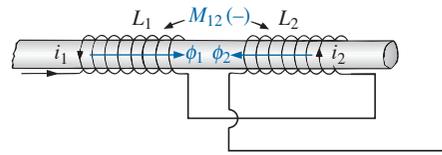


Figura 22.26 Indutores mutuamente acoplados conectados em série com indutância mútua negativa.

De acordo com as equações 22.27 e 22.28, a indutância mútua pode ser dada por:

$$M_{12} = \frac{1}{4}(L_{T(+)} - L_{T(-)}) \quad (22.29)$$

A Equação 22.29 é muito eficaz no cálculo da indutância mútua entre dois indutores. Ela afirma que a indutância mútua é igual a um quarto da diferença entre a indutância total com o efeito mútuo positivo e negativo.

De acordo com o que foi estudado até aqui, é evidente que a indutância mútua afeta diretamente a tensão induzida em um indutor, já que afeta a sua indutância. Uma análise adicional revela que o sinal do termo associado ao acoplamento mútuo é o mesmo para os dois indutores envolvidos. No caso de $L_{T(+)}$, ambos são positivos, e no caso de $L_{T(-)}$, ambos são negativos. Nos diagramas de circuitos, nos quais seria pouco prático indicar os sentidos dos enrolamentos e o percurso do fluxo, utiliza-se um código de pontos para mostrar se os termos de indutância mútua são positivos ou negativos. O uso da convenção dos pontos é mostrado na Figura 22.27 para os indutores em série mostrados nas figuras 22.25 e 22.26.

Se as correntes nos *dois* indutores mutuamente acoplados entram ou saem pelo terminal assinalado com um ponto, enquanto *passam pelo indutor*, o termo associado à indutância mútua é positivo, como ilustra a Figura 22.27(a). Se a corrente em um dos indutores sai pelo terminal assinalado com um ponto e no outro indutor a

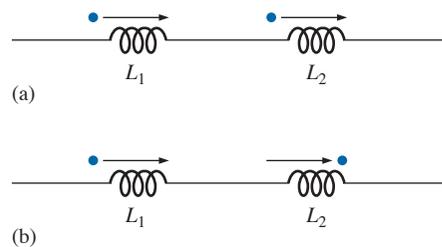


Figura 22.27 Convenção do ponto para os indutores em série: (a) da Figura 22.25; (b) da Figura 22.26.

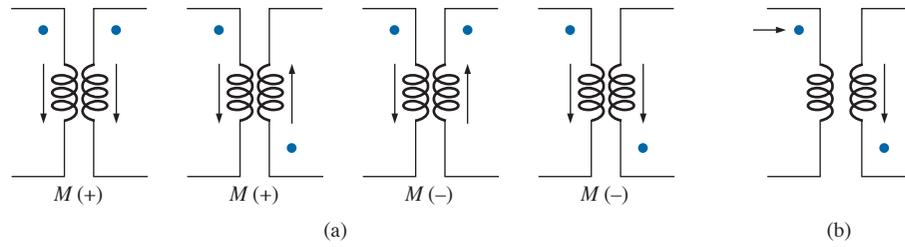


Figura 22.28 Definição do sinal de M para enrolamentos mutuamente acoplados de transformadores.

corrente entra no terminal assinalado, o termo associado à indutância mútua é negativo.

A Figura 22.28(a) mostra algumas possibilidades para o acoplamento mútuo em um transformador. O sinal de M está indicado abaixo de cada ilustração. Ao determinar o sinal, é importante verificar em que terminal do enrolamento está entrando a corrente. Na Figura 22.28(b), uma das correntes foi indicada do lado de fora de um dos enrolamentos e a outra sobre o outro enrolamento. À primeira vista, poderia parecer que o sinal de M é positivo, já que as duas correntes estão se dirigindo para um ponto, mas a corrente *através* do enrolamento da esquerda está saindo do ponto; portanto, o sinal de M é negativo.

A convenção do ponto também revela a polaridade da tensão *induzida* no enrolamento mutuamente acoplado. Se o sentido de referência para a corrente é tal que a corrente *entra* no enrolamento pelo terminal assinalado por um ponto, a tensão induzida é positiva nesse terminal. Nas duas primeiras ilustrações vistas na Figura 22.28(a), a tensão é positiva nos terminais assinalados por pontos. Na terceira ilustração, a tensão é negativa no terminal assinalado por um ponto do enrolamento da direita, já que a corrente sai do enrolamento por esse terminal, mas é positiva naquele assinalado por um ponto do enrolamento da esquerda. Os mesmos comentários se aplicam à quarta ilustração da Figura 22.28(a).

EXEMPLO 22.8

Calcule a indutância total dos indutores em série vistos na Figura 22.29.

Solução:

- As duas correntes deixam o terminal com um ponto.
- Indutor 1: $L_1 + M_{12} - M_{13}$
- Uma das correntes entra no terminal com um ponto, enquanto a outra deixa o terminal com um ponto.
- Indutor 2: $L_2 + M_{12} - M_{23}$
- Indutor 3: $L_3 - M_{23} - M_{13}$

e

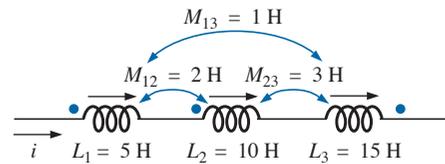


Figura 22.29 Exemplo 22.8.

$$L_T = (L_1 + M_{12} - M_{13}) + (L_2 + M_{12} - M_{23}) + (L_3 - M_{23} - M_{13})$$

$$= L_1 + L_2 + L_3 + 2M_{12} - 2M_{23} - 2M_{13}$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$L_T = 5 \text{ H} + 10 \text{ H} + 15 \text{ H} + 2(2 \text{ H}) - 2(3 \text{ H}) - 2(1 \text{ H})$$

$$= 34 \text{ H} - 8 \text{ H} = \mathbf{26 \text{ H}}$$

EXEMPLO 22.9

Escreva as equações de malha para o circuito com transformador mostrado na Figura 22.30.

Solução:

Para cada enrolamento, os termos de indução mútua são positivos, e o sinal de M em $\mathbf{X}_m = \omega M \angle 90^\circ$, determinado pelos sentidos de \mathbf{I}_1 e \mathbf{I}_2 , também é positivo. Assim,

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1 R_1 - \mathbf{I}_1 X_{L_1} \angle 90^\circ - \mathbf{I}_2 X_m \angle 90^\circ = 0$$

ou $\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1 (R_1 + jX_{L_1}) - \mathbf{I}_2 X_m \angle 90^\circ = 0$

Para a outra malha,

$$-\mathbf{I}_2 X_{L_2} \angle 90^\circ - \mathbf{I}_1 X_m \angle 90^\circ - \mathbf{I}_2 R_L = 0$$

ou $\mathbf{I}_2 (R_L + jX_{L_2}) - \mathbf{I}_1 X_m \angle 90^\circ = 0$

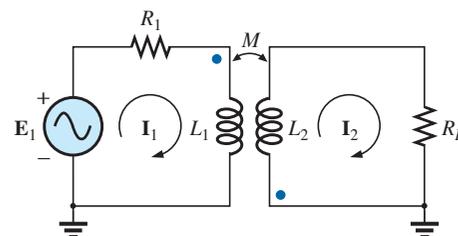


Figura 22.30 Exemplo 22.9.

22.9 O TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE AR

Como o próprio nome indica, o transformador de núcleo de ar não tem um núcleo ferromagnético para acoplar os enrolamentos primário e secundário. Em vez disso, os enrolamentos são colocados suficientemente próximos para que o coeficiente de acoplamento tenha o valor desejado. A Figura 22.31 mostra os sentidos das correntes e as polaridades das tensões definidos para um transformador de núcleo de ar. Observe a presença de um termo de indutância mútua M , que, nesse caso, é positivo de acordo com a convenção do ponto.

A partir das análises realizadas neste capítulo, agora sabemos que:

$$e_p = L_p \frac{di_p}{dt} + M \frac{di_s}{dt} \quad (22.30)$$

para o circuito primário.

Estudamos no Capítulo 11 que, para um indutor puro, sem a influência da indutância mútua, temos a relação:

$$v_1 = L \frac{di_1}{dt}$$

resultando na seguinte expressão útil para o cálculo da tensão no indutor:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_1 X_L \angle 90^\circ \quad \text{onde} \quad X_L = \omega L$$

Analogamente, é possível demonstrar, no caso de uma indutância mútua, que:

$$v_1 = M \frac{di_2}{dt}$$

implicando:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_2 X_m \angle 90^\circ \quad \text{onde} \quad X_m = \omega M \quad (22.31)$$

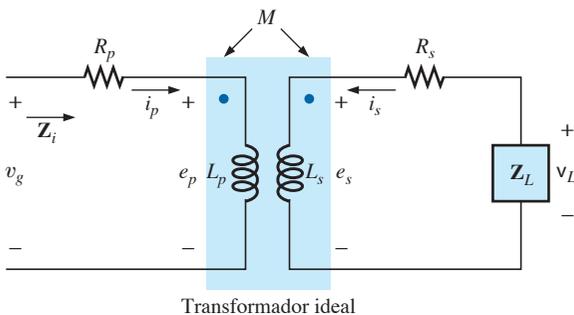


Figura 22.31 Circuito equivalente de um transformador de núcleo de ar.

A Equação 22.30 pode então ser escrita (usando a notação fasorial) como:

$$\mathbf{E}_p = \mathbf{I}_p X_{L_p} \angle 90^\circ + \mathbf{I}_s X_m \angle 90^\circ \quad (22.32)$$

e
$$\mathbf{V}_g = \mathbf{I}_p R_p \angle 0^\circ + \mathbf{I}_p X_{L_p} \angle 90^\circ + \mathbf{I}_s X_m \angle 90^\circ$$

ou
$$\mathbf{V}_g = \mathbf{I}_p (R_p + jX_{L_p}) + \mathbf{I}_s X_m \angle 90^\circ \quad (22.33)$$

Para o circuito secundário, temos:

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{I}_s X_{L_s} \angle 90^\circ + \mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ \quad (22.34)$$

e
$$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}_s R_s \angle 0^\circ + \mathbf{I}_s X_{L_s} \angle 90^\circ + \mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ$$

ou
$$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}_s (R_s + jX_{L_s}) + \mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ \quad (22.35)$$

Substituindo $\mathbf{V}_L = -\mathbf{I}_s \mathbf{Z}_L$ na Equação 22.35, temos:

$$0 = \mathbf{I}_s (R_s + jX_{L_s} + \mathbf{Z}_L) + \mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ$$

Explicitando \mathbf{I}_s , temos:

$$\mathbf{I}_s = \frac{-\mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ}{R_s + jX_{L_s} + \mathbf{Z}_L}$$

e, substituindo esse resultado na Equação 22.33, obtemos:

$$\mathbf{V}_g = \mathbf{I}_p (R_p + jX_{L_p}) + \left(\frac{-\mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ}{R_s + jX_{L_s} + \mathbf{Z}_L} \right) X_m \angle 90^\circ$$

Assim, a impedância de entrada é:

$$\mathbf{Z}_i = \frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{I}_p} = R_p + jX_{L_p} - \frac{(X_m \angle 90^\circ)^2}{R_s + jX_{L_s} + \mathbf{Z}_L}$$

ou, se definirmos:

$$\mathbf{Z}_p = R_p + jX_{L_p} \quad \mathbf{Z}_s = R_s + jX_{L_s}$$

e
$$X_m \angle 90^\circ = +j\omega M$$

obteremos:

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_p - \frac{(+j\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L}$$

e
$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_p - \frac{(\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L} \quad (22.36)$$

O termo $(\omega M)^2 / (\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L)$ é denominado *impedância acoplada* e não depende do sinal de M , já que M aparece

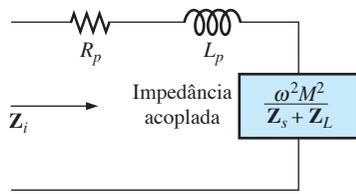


Figura 22.32 Características de entrada de um transformador de núcleo de ar.

elevado ao quadrado na equação. Observe também que, como $(\omega M)^2$ é uma constante com o ângulo de fase 0° , se a carga Z_L for resistiva, a impedância acoplada será capacitiva em virtude do quociente de $(\omega M)^2$ por $(Z_s + R_L)$. Essa reatância capacitiva resultante se opõe à indutância L_p em série no primário, provocando uma redução em Z_i . Incluindo o termo da indutância mútua, a impedância de entrada do circuito será como mostra a Figura 22.32.

EXEMPLO 22.10

Determine a impedância de entrada do transformador de núcleo de ar mostrado na Figura 22.33.

Solução:

$$\begin{aligned} Z_i &= Z_p + \frac{(\omega M)^2}{Z_s + Z_L} \\ &= R_p + jX_{L_p} + \frac{(\omega M)^2}{R_s + jX_{L_s} + R_L} \\ &= 3 \Omega + j2,4 \text{ k}\Omega + \frac{((400 \text{ rad/s})(0,9 \text{ H}))^2}{0,5 \Omega + j400 \Omega + 40 \Omega} \\ &\cong j2,4 \text{ k}\Omega + \frac{129,6 \times 10^3 \Omega}{40,5 + j400} \\ &= j2,4 \text{ k}\Omega + \underbrace{322,4 \Omega \angle -84,22^\circ}_{\text{capacitivo}} \\ &= j2,4 \text{ k}\Omega + (0,0325 \text{ k}\Omega - j0,3208 \text{ k}\Omega) \\ &= 0,0325 \text{ k}\Omega + j(2,40 - 0,3208) \text{ k}\Omega \\ \text{e } Z_i &= R_i + jX_{L_i} = \mathbf{32,5 \Omega + j2.079 \Omega} \\ &= \mathbf{2.079,25 \Omega \angle 89,10^\circ} \end{aligned}$$

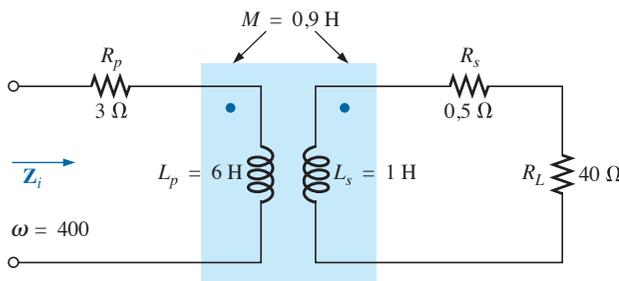


Figura 22.33 Exemplo 22.10.

22.10 DADOS FORNECIDOS PELOS FABRICANTES

Um transformador de alta tensão típico, de núcleo de ferro, pode ser fornecido com as seguintes especificações de dados:

$$5 \text{ kVA} \quad 2.000/100 \text{ V} \quad 60 \text{ H:}$$

Os 2.000 V e os 100 V podem ser tanto a tensão do primário como a do secundário, mas não necessariamente nessa ordem; ou seja, se 2.000 V for a tensão aplicada ao primário, a tensão no secundário será 100 V e vice-versa. A potência aparente ($S = VI$) especificada para esse transformador é de 5 kVA. Se a tensão no secundário for 100 V, a corrente máxima na carga será:

$$I_L = \frac{S}{V_L} = \frac{5.000 \text{ VA}}{100 \text{ V}} = 50 \text{ A}$$

ao passo que se a tensão no secundário for 2000 V, a corrente máxima na carga será:

$$I_L = \frac{S}{V_L} = \frac{5.000 \text{ VA}}{2000 \text{ V}} = 2,5 \text{ A}$$

A potência de trabalho dos transformadores é especificada em termos de potência aparente, em vez de potência média, ou real, por uma razão que pode ser compreendida pela análise do circuito mostrado na Figura 22.34. Como a corrente através da carga é maior que aquela determinada pela potência aparente especificada, o transformador pode ser danificado permanentemente. Entretanto, observe que em virtude de a carga ser puramente capacitiva, a potência média na carga é zero. Portanto, a especificação de potência média não teria nenhum sentido do ponto de vista da proteção do transformador contra sobrecargas.

A relação de transformação do transformador que estamos discutindo pode ter dois valores. Se a tensão no secundário for 2.000 V, a relação de transformação será $a = N_p/N_s = V_g/V_L = 100 \text{ V}/2000 \text{ V} = 1/20$, e o transformador será um elevador de tensão. Se a tensão no secundário

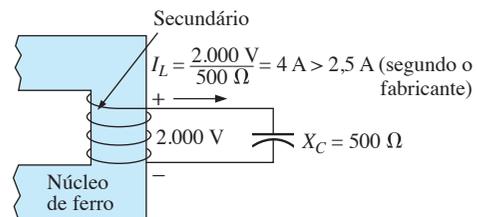


Figura 22.34 Demonstração do motivo pelo qual a potência de trabalho dos transformadores é especificada em kVA e não em kW.

for 100 V, a relação de espiras será $a = N_p/N_s = V_g/V_L = 2.000\text{ V}/100\text{ V} = 20$, e o transformador será um abaixador de tensão.

A corrente máxima no primário pode ser calculada utilizando a Equação 22.18:

$$I_p = \frac{I_s}{a}$$

que é igual a $[2,5/(1/20)] = 50\text{ A}$ se a tensão no secundário for 2.000 V e $(50\text{ A}/20) = 2,5\text{ A}$ se a tensão no secundário for 100 V.

Para compreender a necessidade de incluir a frequência entre os dados fornecidos pelo fabricante, considere a Equação 22.12:

$$E_p = 4,44f_p N_p F_m$$

e a curva $B-H$ do núcleo de ferro do transformador (veja a Figura 22.35).

Na maioria dos transformadores, o ponto de operação está no joelho da curva $B-H$. Se a frequência do sinal aplicado diminuir e N_p e E_p permanecerem inalterados, então ϕ_m aumentará, conforme determina a Equação 22.12:

$$\Phi_m \uparrow = \frac{E_p}{4,44f_p \downarrow N_p}$$

O resultado é que o campo B ficará mais intenso, como se pode ver na Figura 22.35, fazendo com que o valor de H também aumente. A variação de corrente ΔI resultante pode induzir uma corrente muito alta no primário, podendo danificar o transformador.

22.11 TIPOS DE TRANSFORMADORES

Os transformadores comerciais são oferecidos em diferentes formas e tamanhos. Entre os tipos mais comuns estão o transformador de alimentação, o transformador de áudio, o transformador de FI (frequência intermediária) e o transformador de RF (radiofrequência). Cada um deles é projetado para cumprir determinados requisitos de operação em determinadas áreas de aplicação. A Figura 22.36 mostra os símbolos dos três tipos básicos de transformadores.

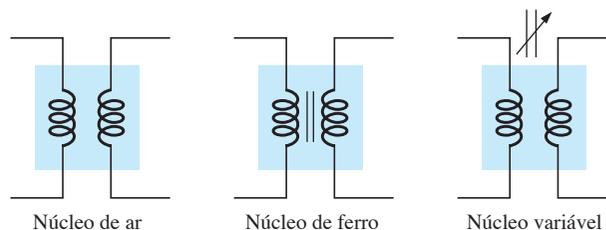


Figura 22.36 Símbolos de transformadores.

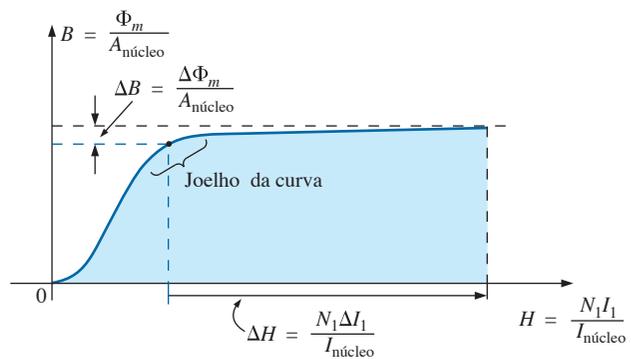


Figura 22.35 Demonstração de como é importante conhecer a frequência do sinal aplicado a um transformador.

Os métodos de construção variam de um transformador para outro. Duas das muitas formas de colocar os enrolamentos primário e secundário em um núcleo de ferro são mostradas na Figura 22.37. Nos dois casos, os núcleos são feitos de placas de material ferromagnético separadas por um isolante para reduzir as perdas por correntes parasitas. As placas de material ferromagnético também contêm uma pequena concentração de silício para aumentar a resistividade elétrica, o que ajuda a reduzir ainda mais as perdas por correntes parasitas.

A Figura 22.38 mostra outro tipo de transformador de núcleo de ferro. Esse transformador foi projetado para ter um perfil baixo (o modelo de 1,1 VA tem uma altura máxima de apenas 2,5 cm) para ser usado em aplicações de fonte de alimentação, controle e instrumentação. Trata-se, na verdade, de dois transformadores que compartilham o mesmo núcleo, com o primário e o secundário enrolados lado a lado. O esquema é mostrado na Figura 22.38 para uma única entrada de 115 V, 50/60 Hz, usando uma conexão em série com um terminal central para a saída. Para essa unidade, a tensão de saída é a linha de 10 V para o terminal central com uma corrente nominal de 0,11 A, satisfazendo a condição de que $(10\text{ V})(0,11\text{ A}) = 1,1\text{ VA}$, conforme indicamos. Observe o uso da convenção do ponto, já discutida anteriormente, e a representação comercial dos enrolamentos do transformador.

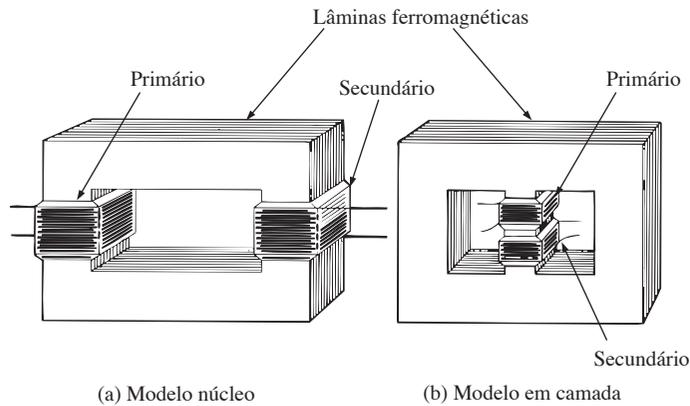


Figura 22.37 Duas formas de colocar os enrolamentos de um transformador com um núcleo de ferro.

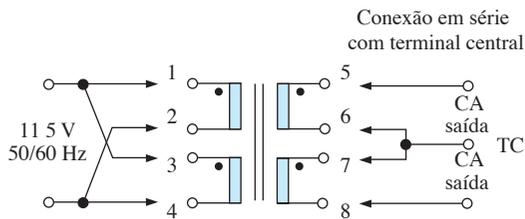


Figura 22.38 Transformador de potência laminado. (Cortesia da Tamura Corp. of America.)

O **autotransformador** [veja a Figura 22.39(b)] é um tipo de transformador de alimentação que, em vez de usar o princípio de dois circuitos (isolamento completo entre os enrolamentos), possui um enrolamento que é comum aos circuitos de entrada e de saída. As tensões induzidas estão relacionadas pela razão de espiras da mesma forma que nos transformadores comuns. Fazendo uma conexão adequada, um transformador pode ser usado como um

autotransformador. A vantagem desse tipo de ligação é que ela torna possível trabalhar com uma potência aparente mais elevada. Isso pode ser demonstrado usando um transformador, visto na Figura 22.39 (a), como um autotransformador, conforme mostra a Figura 22.39(b).

No caso do transformador comum, note que $S = (\frac{1}{20}A)(120 V) = 6 VA$, enquanto no caso do autotransformador, $S = (1\frac{1}{20}A)(120 V) = 126 VA$, um valor muito maior que no caso do transformador comum. Observe também que as correntes e tensões nos enrolamentos são as mesmas nos dois casos. A desvantagem do autotransformador é óbvia: perda do isolamento entre os circuitos do primário e do secundário.

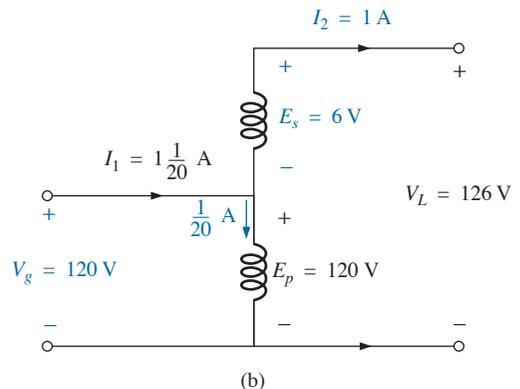
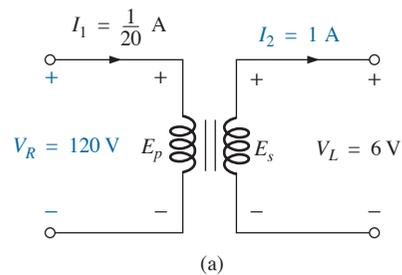


Figura 22.39 (a) Transformador comum; (b) autotransformador.



Figura 22.40 Transformadores de pulsos. (Sergei Devyatkin/Shutterstock.)

A Figura 22.40 mostra um transformador de pulsos projetado para uso em circuitos impressos, nos quais pulsos de grande amplitude e longa duração precisam ser transferidos sem saturação. A relação de espiras desse tipo de transformador varia de 1:1 até 5:1 com uma tensão máxima de operação de 240 V rms em 60 Hz. O modelo que aparece na parte superior da fotografia tem dois primários isolados, enquanto o que aparece mais abaixo é a variedade de carretel, contendo apenas um primário.

O transformador de áudio para banda ultralarga, mostrado na Figura 22.41, foi projetado para trabalhar na faixa de frequência de 300 Hz a 100 kHz. A unidade é muito pequena, com dimensões de 0,8 cm por 1 cm para a superfície e 1,2 cm de altura. A impedância CA no primário é de 200 kΩ TC, sendo de 1 kΩ no secundário. A razão de espiras é 14,1 TC:1 TC, com uma potência nominal máxima de 10 mW. A resistência CC do primário é de 5,3 kΩ, com 120 Ω no secundário.

22.12 TRANSFORMADORES COM DERIVAÇÃO E COM MAIS DE UMA CARGA

No caso do **transformador com derivação central** (primário), visto na Figura 22.42, no qual a tensão da deri-

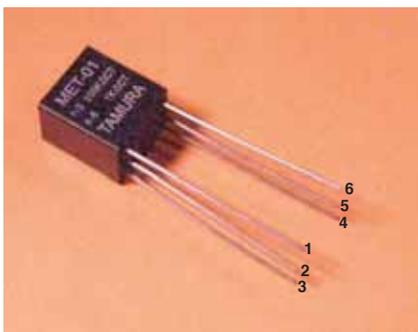


Figura 22.41 Transformador de banda ultralarga. (Cortesia da Tamura Corp. of America)

vação central no primário em relação à outra extremidade é definida como $E_p/2$, a relação entre E_p e E_s é dada por:

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad (22.37)$$

Para cada uma das metades do primário,

$$Z_{1/2} = \left(\frac{N_p/2}{N_s}\right)^2 Z_L = \frac{1}{4} \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 Z_L$$

com $Z_{i(A-B)} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 Z_L$

Portanto, $Z_{1/2} = \frac{1}{4} Z_i$ (22.38)

No caso do **transformador de dois secundários** (transformador com duas cargas), visto na Figura 22.43, podemos usar as seguintes equações:

$$\frac{E_i}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \frac{E_i}{E_3} = \frac{N_1}{N_3} \quad \frac{E_2}{E_3} = \frac{N_2}{N_3} \quad (22.39)$$

A impedância total de entrada pode ser determinada observando-se primeiro que, no caso do transformador ideal, a potência fornecida ao primário é igual à consumida pela carga. Ou seja,

$$P_1 = P_{L2} + P_{L3}$$

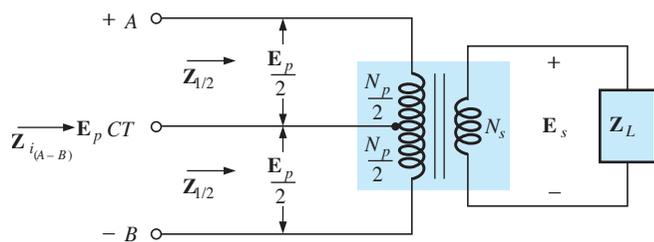


Figura 22.42 Transformador ideal com derivação central no primário.

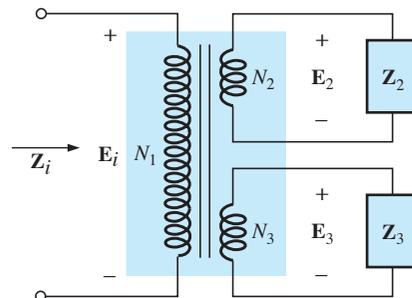


Figura 22.43 Transformador ideal com duas cargas.

e, no caso de cargas resistivas ($Z_i = R_i$, $Z_2 = R_2$ e $Z_3 = R_3$),

$$\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{E_2^2}{R_2} = \frac{E_3^2}{R_3}$$

ou, como $E_2 = \frac{N_2}{N_1}E_i$ e $E_3 = \frac{N_3}{N_1}E_i$

então
$$\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{[(N_2/N_1)E_i]^2}{R_2} + \frac{[(N_3/N_1)E_i]^2}{R_3}$$

e
$$\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{E_i^2}{(N_1/N_2)^2 R_2} + \frac{E_i^2}{(N_1/N_3)^2 R_3}$$

Assim,
$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{(N_1/N_2)^2 R_2} + \frac{1}{(N_1/N_3)^2 R_3} \quad (22.40)$$

indicando que as resistências de carga são refletidas em paralelo.

No caso da configuração vista na Figura 22.44, com E_2 e E_3 definidos como mostrado, as equações 22.39 e 22.40 podem ser aplicadas.

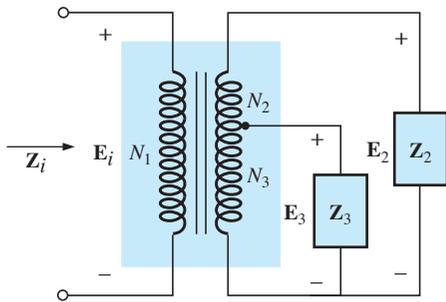


Figura 22.44 Transformador ideal com derivação no secundário e duas cargas.

22.13 CIRCUITOS COM INDUTORES MAGNETICAMENTE ACOPLADOS

No caso de circuitos com indutores magneticamente acoplados, o método de análise de malhas é usado com mais frequência. Uma compreensão correta da convenção do ponto, discutida anteriormente, permite escrever corretamente as equações das malhas. Antes de escrever a equação para uma malha em particular, verifique se o termo de indutância mútua é positivo ou negativo, tendo em mente que esse termo terá o mesmo sinal na outra malha que está acoplada magneticamente à outra considerada. No circuito de duas malhas, mostrado na Figura 22.45, por exemplo, o termo de indutância mútua é positivo, pois as duas correntes entram nos indutores pelos terminais assinalados com pontos. Na malha do primário (esquerda), temos:

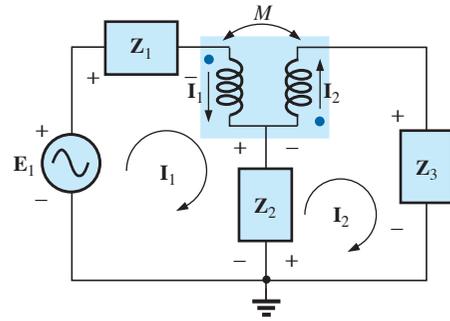


Figura 22.45 Aplicação do método das correntes de malhas a indutores magneticamente acoplados

$$E_i - I_1 Z_1 - I_1 Z_{L1} - I_2 Z_m - Z_2(I_1 - I_2) = 0$$

onde o valor de M em $Z_m = \omega M \angle 90^\circ$ é positivo, e

$$I_1(Z_1 + Z_{L1} + Z_2) - I_2(Z_2 - Z_m) = E_i$$

Observe na expressão acima que a impedância mútua foi tratada como se fosse uma indutância adicional em série com a indutância L_1 , cujo sinal é determinado pela convenção do ponto e cuja tensão é determinada pela corrente na malha magneticamente acoplada.

Na malha do secundário (direita), temos:

$$-Z_2(I_2 - I_1) - I_2 Z_{L2} - I_1 Z_m - I_2 Z_3 = 0$$

ou
$$I_2(Z_2 + Z_{L2} + Z_3) - I_1(Z_2 - Z_m) = 0$$

No caso do circuito visto na Figura 22.46, existem termos de indutância mútua entre L_1 e L_2 (M_{12}) e entre L_1 e L_3 (M_{13}).

Para os enrolamentos com pontos (L_1 e L_3), como as correntes nas bobinas saem do ponto, M_{13} tem sinal positivo para as direções escolhidas para I_1 e I_3 . Entretanto, como a corrente I_1 sai do ponto, passando por L_1 , e I_2

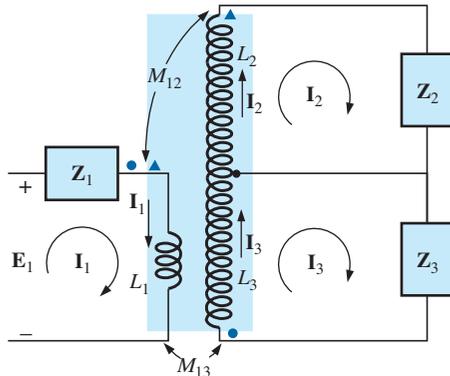


Figura 22.46 Aplicação do método das correntes de malha a um circuito com dois enrolamentos magneticamente acoplados.

entra no ponto após passar em L_2 , M_{12} tem sinal negativo. Consequentemente, para o circuito de entrada,

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_1 - \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_{L_1} - \mathbf{I}_2(-\mathbf{Z}_{m_{12}}) - \mathbf{I}_3 \mathbf{Z}_{m_{13}} = 0$$

$$\text{ou } \mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{L_1}) + \mathbf{I}_2 \mathbf{Z}_{m_{12}} - \mathbf{I}_3 \mathbf{Z}_{m_{13}} = 0$$

Na malha 2, temos:

$$-\mathbf{I}_2 \mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_2 \mathbf{Z}_{L_2} - \mathbf{I}_1(-\mathbf{Z}_{m_{12}}) = 0$$

$$-\mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_{m_{12}} + \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_{L_2}) = 0$$

e na malha 3, temos:

$$-\mathbf{I}_3 \mathbf{Z}_3 - \mathbf{I}_3 \mathbf{Z}_{L_3} - \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_{m_{13}} = 0$$

$$\text{ou } \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_{m_{13}} + \mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_{L_3}) = 0$$

Na forma de determinante,

$$\begin{array}{rcl} \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{L_1}) - \mathbf{I}_2 \mathbf{Z}_{m_{12}} & + \mathbf{I}_3 \mathbf{Z}_{m_{13}} & = \mathbf{E}_1 \\ -\mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_{m_{12}} & + \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_{L_2}) & + 0 = 0 \\ \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_{m_{13}} & + 0 & + \mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_{L_3}) = 0 \end{array}$$

22.14 APLICAÇÕES

O transformador tem aparecido ao longo deste livro em diversas aplicações, como fonte de corrente contínua, pistola de solda e transformador *flyback* em um simples flash de uma câmera. Nessas aplicações, os transformadores foram usados para aumentar ou diminuir o valor da tensão ou da corrente, atuar como dispositivo de casamento de impedância ou, em alguns casos, funcionar com dupla função: como transformador e elemento reativo. Eles são, portanto, comuns em uma grande variedade de sistemas, o que justifica um empenho em conhecer melhor as suas características gerais. Para a maioria das aplicações hoje em dia, o projeto de transformadores pode ser considerado 100 por cento eficiente. Ou seja, a potência aplicada é igual à transferida à carga. Entretanto, em geral, eles são frequentemente os elementos de maiores dimensões em um projeto e, por causa da não linearidade da curva $B-H$, podem provocar alguma distorção na forma de onda de saída. Por enquanto, deve ficar claro que eles são úteis apenas em situações nas quais a tensão aplicada varia com o tempo. A aplicação de uma tensão CC no primário resulta em 0 V no secundário, porém, a aplicação de uma tensão variável no tempo, não importando qual seja a sua forma de onda, resulta em uma tensão no secundário. Lembre-se sempre de que, mesmo que o transformador possa fornecer uma isolamento entre os circuitos do primário e do secundário, ele pode transformar a impedância de carga do primário em um valor que pode influenciar significativamente o comportamento do circuito, mesmo

que a menor impedância no secundário possa ser usada para parecer muito grande no primário quando for utilizado um transformador abaixador.

Os transformadores, assim como todos os outros componentes que podemos usar, têm especificações de potência. Quanto maior for a potência especificada, maior será o transformador, principalmente por causa dos condutores de maior diâmetro usados nos enrolamentos para comportarem a corrente. O tamanho de um transformador também é uma função da frequência em que ele opera. Quanto menor a frequência, maior o transformador, como pode ser facilmente reconhecido pelas dimensões dos transformadores de fontes de alimentação (que também é afetado pelos valores de corrente, conforme mencionado anteriormente). Para um mesmo valor de potência, quanto maior a frequência do transformador, menor ele será. Devido às correntes parasitas e às perdas por histerese em um transformador, o projeto do núcleo é muito importante. Um núcleo maciço introduziria altos valores de tais perdas, enquanto outro construído de folhas de aço de alta permeabilidade, separadas por um isolante adequado, reduziria significativamente essas perdas.

Embora tenham uma estrutura simples, os transformadores são reconhecidos como um dos principais componentes dos sistemas elétricos e eletrônicos. Não existe publicação sobre novos componentes que não inclua um novo projeto para as diversas aplicações desenvolvidas a cada dia.

Pistola de solda

A solda é uma operação que é realizada pela aplicação de calor não afetado pelas características térmicas dos materiais envolvidos. Em outras palavras, o calor aplicado não deve ser sensível aos parâmetros mutáveis do material da solda, os metais envolvidos e as condições de solda. O arco (uma corrente intensa) estabelecido no processo de solda deverá permanecer fixo em módulo, para garantir uma solda uniforme. Isso é realizado mais facilmente garantindo uma corrente fixa no sistema, embora as características da carga possam mudar $\frac{3}{4}$ ou seja, garantindo uma fonte de corrente constante, com corrente suficiente para estabelecer o arco exigido para o equipamento de solda ou mesmo o aquecimento da ponta de ferro de soldagem. Outro requisito para o processo de soldagem é que o calor desenvolvido seja suficiente para elevar a solda ao seu ponto de fusão de cerca de 427°C.

A pistola de solda, vista na Figura 22.47(a), emprega uma técnica exclusiva para estabelecer uma corrente fixa na ponta de solda. A ponta de solda, na verdade, faz parte de um enrolamento secundário do transformador, com apenas uma espira como seu secundário, como mostra a Figura 22.47(b). Por causa das altas correntes que serão

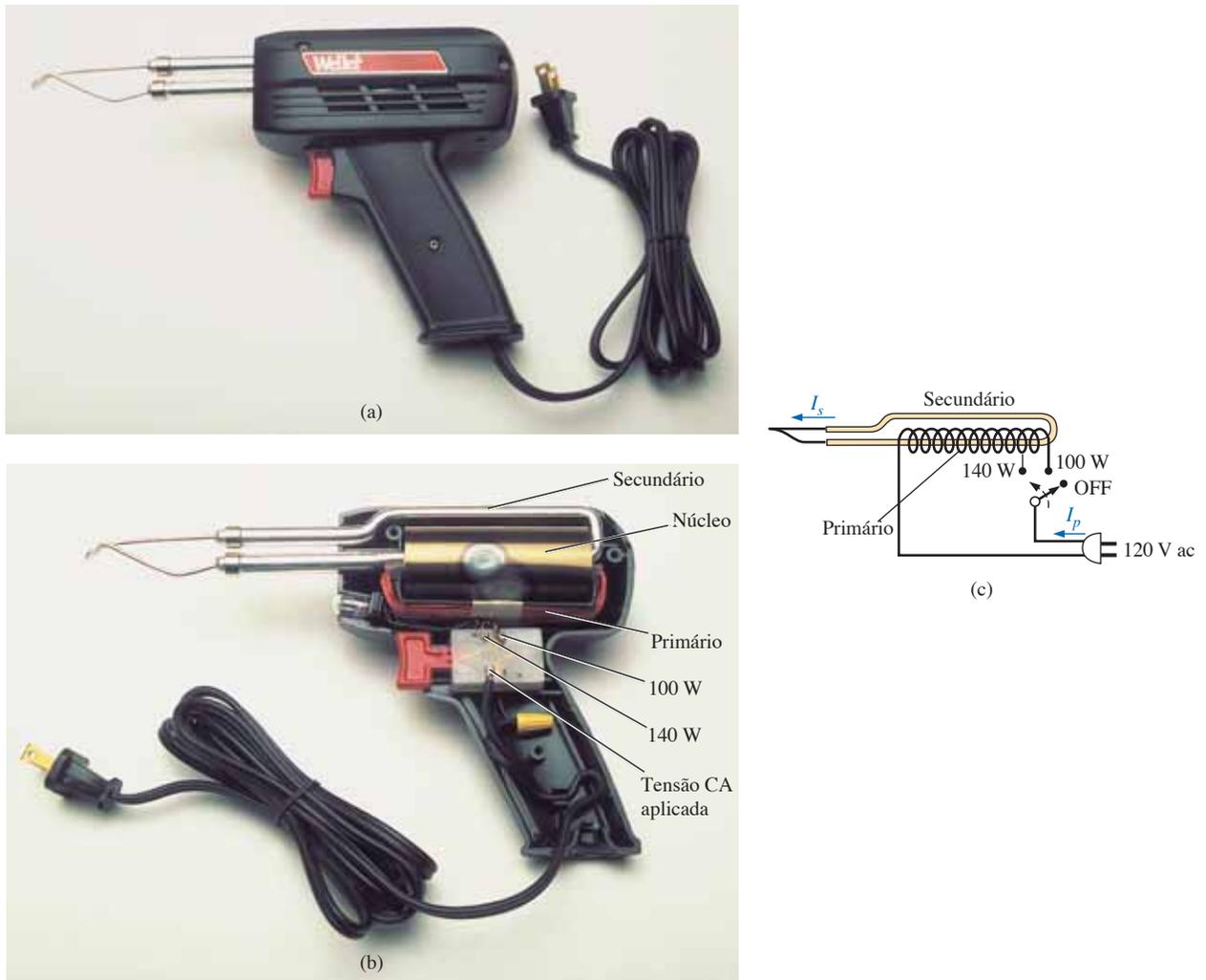


Figura 22.47 Pistola de solda: (a) aparência; (b) construção interna; (c) controle da relação de espiras.

estabelecidas nesse secundário de uma espira, ele é muito grande, garantindo que possa lidar com a corrente e minimizar seu nível de resistência. O primário do transformador tem muitas voltas de um fio fino, para estabelecer a razão de espiras necessária para determinar a corrente exigida no secundário. A unidade Universal[®] da Figura 22.47 tem o valor nominal de 140 W/100 W, indicando que tem dois níveis de potência controlados pelo gatilho. Ao puxar o gatilho, o primeiro nível será em 100 W, e um gatilho totalmente pressionado fornecerá 140 W de potência. A indutância do primário é de 285 mH na posição de 140 W e 380 mH na posição de 100 W, indicando que a chave controla quantos enrolamentos do primário farão parte da ação do transformador para cada potência, como pode ser visto na Figura 22.47(c). Como a indutância é uma função direta do número de espiras, a posição de 140 W tem menos espiras do que a posição de 100 W. A resistência CC do primário foi considerada como aproximadamente

11,2 Ω para a posição de 140 W e 12,8 Ω para a posição de 100 W, o que também faz sentido, pois mais espiras exigirão um fio maior, e a resistência deverá aumentar de modo correspondente.

Sob condições operacionais nominais, a corrente do primário para cada posição pode ser determinada pela lei de Ohm, da seguinte forma:

Para 140 W,

$$I_p = \frac{P}{V_p} = \frac{140 \text{ W}}{120 \text{ V}} = \mathbf{1,17 \text{ A}}$$

Para 100 W,

$$I_p = \frac{P}{V_p} = \frac{100 \text{ W}}{120 \text{ V}} = \mathbf{0,83 \text{ A}}$$

Como é de se esperar, a demanda de corrente é maior para a posição de 140 W que para a posição de 100 W. O

uso dos valores medidos da indutância e resistência de entrada para a posição de 140 W gera o circuito equivalente da Figura 22.48(a). Usando os 60 Hz aplicados para determinar a reatância do enrolamento e depois determinando a impedância total apresentada pelo primário, obtemos o seguinte para a corrente da fonte:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(60 \text{ Hz})(285 \text{ mH}) = 107,44 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_T = R + jX_L = 11,2 \Omega + j 107,44 \Omega$$

$$\text{e } = 108,02 \Omega \angle 84,05^\circ$$

$$\text{de modo que } |I_p| = \left| \frac{E}{Z_T} \right| = \frac{120 \text{ V}}{108,02 \Omega} = \mathbf{1,11 \text{ A}}$$

que corresponde aproximadamente ao valor nominal.

Para o nível de 100 W da Figura 22.48(b), o resultado seria a análise a seguir:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(60 \text{ Hz})(380 \text{ mH}) = 143,26 \Omega$$

$$\text{e } \mathbf{Z}_T = R + jX_L = 12,8 \Omega + j 143,26 \Omega$$

$$= 143,83 \Omega \angle 84,89^\circ$$

$$\text{de modo que } |I_p| = \left| \frac{E}{Z_T} \right| = \frac{120 \text{ V}}{143,83 \Omega} = \mathbf{0,83 \text{ A}}$$

aproximado até a casa dos centésimos com o valor calculado a partir das condições nominais.

A remoção da ponta e a medição das tensões de primário e secundário resultou em 120 V/0,38 V para a posição de 140 W e 120 V/0,31 V para a posição de 100 W, respectivamente. Como as tensões de um transformador estão diretamente relacionadas à relação de espiras, a relação do

número de espiras no primário (N_p) com o do secundário (N_s) pode ser estimada pelo seguinte para cada posição:

Para 140 W,

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{120 \text{ V}}{0,38 \text{ V}} \cong \mathbf{316}$$

Para 100 W,

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{120 \text{ V}}{0,31 \text{ V}} \cong \mathbf{387}$$

Examinando a fotografia da Figura 22.47(b), certamente o leitor poderia considerar que existem 300 ou mais espiras no enrolamento do primário.

As correntes de um transformador são relacionadas pela razão de espiras da seguinte maneira, permitindo um cálculo da corrente do secundário para cada posição:

Para 140 W,

$$I_s = \frac{N_p}{N_s} I_p = 316(1,17 \text{ A}) \cong \mathbf{370 \text{ A}}$$

Para 100 W,

$$I_s = \frac{N_p}{N_s} I_p = 387(0,83 \text{ A}) \cong \mathbf{321 \text{ A}}$$

Nitidamente, a corrente do secundário é muito maior para a posição de 140 W. O uso de um Amp-Clamp[®] mostrou que a corrente no secundário excedeu os 300 A quando a tensão foi aplicada e a ponta de solda estava fria. Porém, à medida que a ponta aquecia devido aos altos níveis de corrente, a corrente pelo primário caiu para cerca de 215 A na posição de 140 W e para 180 A na posição de 100 W. Essas altas correntes são parte do motivo pelo qual o tempo de vida da maior parte das pontas de solda nessas pistolas ser de aproximadamente 20 horas. Por fim, a ponta simplesmente começará a derreter. Usando esses níveis de corrente e os valores de potência indicados, podemos aproximar a resistência do secundário da seguinte forma:

Para 140 W,

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{140 \text{ W}}{(215 \text{ A})^2} \cong \mathbf{3 \text{ m}\Omega}$$

Para 100 W,

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{100 \text{ W}}{(180 \text{ A})^2} \cong \mathbf{3 \text{ m}\Omega}$$

que é baixa, conforme é de se esperar quando se considera a área do secundário e o fato de que ponta de aplicação é uma seção curta de cobre folheado com estanho, com baixa resistência.

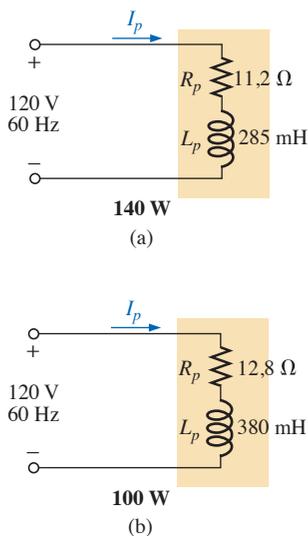


Figura 22.48 Circuitos equivalentes para a pistola de solda da Figura 22.47(a): na posição de 140 W; (b) na posição de 100 W.

Uma das vantagens mais óbvias da pistola de solda em relação ao ferro de solda é que a pistola desliga quando você solta o gatilho, reduzindo assim os custos de energia e estendendo a vida da ponta. A aplicação de corrente CC ao invés de CA para desenvolver uma corrente constante seria impraticável, porque a alta demanda de corrente exigiria uma série de grandes baterias em paralelo.

Essa investigação foi interessante, particularmente pela maneira como a característica de corrente constante foi estabelecida, os níveis de corrente foram estabelecidos e pela excelente maneira como parte da teoria introduzida no texto foi analisada.

Compensação em baixa tensão

Às vezes, durante o ano, picos de demanda nas concessionárias de energia elétrica podem resultar em diminuição na tensão da rede elétrica. No meio do de verão, por exemplo, a tensão na rede pode cair de 120 V para 100 V em função de uma carga mais intensa, devido principalmente ao uso mais frequente de aparelhos condicionadores de ar. Entretanto, esses aparelhos não funcionam muito bem em condições de baixa tensão. Assim, a opção a seguir do uso de um autotransformador pode ser a solução.

Na Figura 22.49(a), um aparelho condicionador de ar, que consome 10 A em 120 V, está conectado por meio de um autotransformador numa fonte cujo valor da tensão caiu para 100 V. Considerando uma eficiência de 100 por cento, a corrente drenada da rede elétrica teria de ser de 12 A para garantir que $P_i = P_o = 1.200 \text{ W}$. Usando a análise apresentada na Seção 22.11, vemos que a corrente no enrolamento primário é 2 A com 10 A no secundário. A corrente de 12 A existirá apenas na rede conectando a fonte ao primário. Se o valor da tensão fosse aumentado usando um transformador elevador tradicional, mostrado na Figura 22.49(b), teríamos os mesmos valores de corrente na fonte e na carga. Entretanto, note que a corrente através do primário agora é 12 A, que corresponde a 6 vezes a do autotransformador. O resultado é que

o enrolamento do autotransformador pode ter um fio muito mais fino devido a uma corrente significativamente menor.

Agora examinaremos a relação de espiras necessária e o número de espiras envolvido em cada caso (estabelecendo uma relação de uma espira para cada volt no primário e no secundário).

No caso do autotransformador,

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p} = \frac{10 \text{ V}}{100 \text{ V}} \Rightarrow \frac{10 \text{ t}}{100 \text{ t}}$$

No caso de um transformador tradicional,

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p} = \frac{120 \text{ V}}{100 \text{ V}} \Rightarrow \frac{120 \text{ t}}{100 \text{ t}}$$

Portanto, resumindo, o autotransformador tem apenas 10 espiras no secundário, enquanto o transformador tradicional tem 120 espiras. No caso do autotransformador são necessárias apenas 10 espiras de um fio grosso que trabalhe com uma corrente de 10 A, e não todas as 120 espiras necessárias no caso do transformador tradicional. Além disso, o número total de espiras para o autotransformador é 110 em comparação com 220 para o transformador tradicional.

O resultado final do que foi discutido acima é que, mesmo perdendo a proteção de isolamento oferecida, o autotransformador pode ser muito menor em tamanho e peso e, portanto, de menor custo.

Transformador para lâmpada fluorescente (reator)

Até recentemente, todas as lâmpadas fluorescentes, como as que aparecem na Figura 22.50(a), tinham um transformador (reator), como mostra a Figura 22.50(b). Em muitos casos, o seu peso isolado é quase igual ao da própria luminária. Nos últimos anos foi desenvolvido um transformador equivalente em estado sólido (eletrônico) que, com o tempo, substituirá a maioria dos reatores.

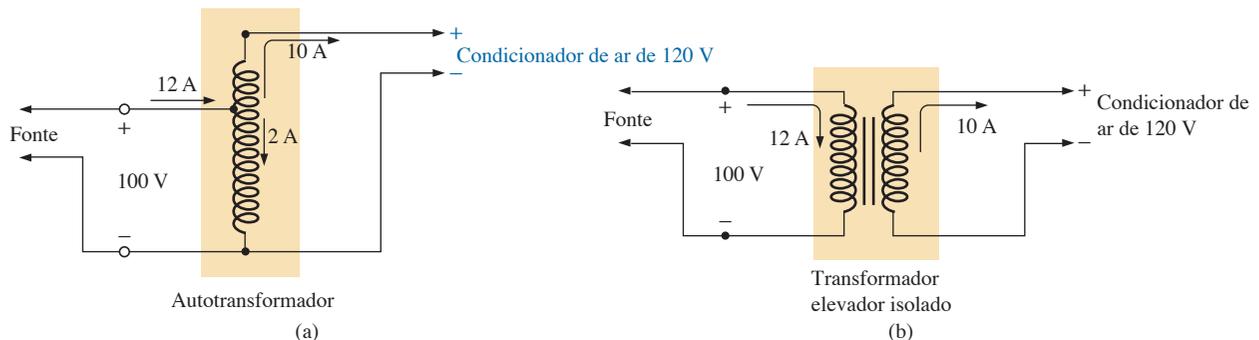


Figura 22.49 Obtenção de uma fonte de 120 V para acionar uma aparelho condicionador de ar: (a) usando um autotransformador; (b) usando um transformador elevador tradicional.

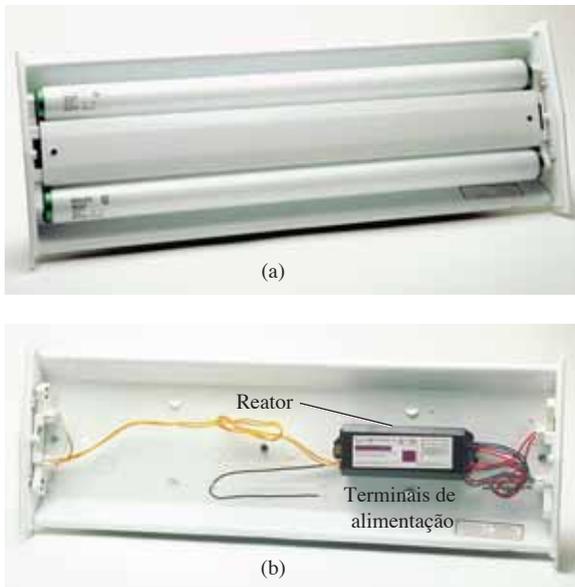


Figura 22.50 Lâmpada fluorescente: (a) aparência externa; (b) vista interna mostrando o reator.

As conexões básicas para uma única lâmpada fluorescente são mostradas na Figura 22.51(a). Note que o transformador está conectado como um autotransformador com toda a tensão de 120 V aplicada ao primário. Quando a chave é fechada, a tensão aplicada e a tensão no secundário se somam e estabelecem a corrente através dos filamentos da lâmpada fluorescente. O *starter* fica inicialmente em curto-circuito para estabelecer o caminho contínuo pelos dois filamentos. Nas lâmpadas fluorescentes mais antigas, o *starter* era um dispositivo cilíndrico com dois contatos, como mostra a Figura 22.51(b), que de vez em quando tinha de ser substituído. Ele ficava diretamente sob a lâmpada fluorescente, próximo a uma de suas conexões. Agora, conforme mostra o desenho da parte interna de um reator na Figura 22.51(c), o *starter* é normalmente construído dentro do reator, não mais necessitando de substituição. A tensão estabelecida pela ação de um autotransformador é suficiente para aquecer o filamento, mas não proporciona nenhuma luz na lâmpada fluorescente, que é um longo tubo coberto internamente

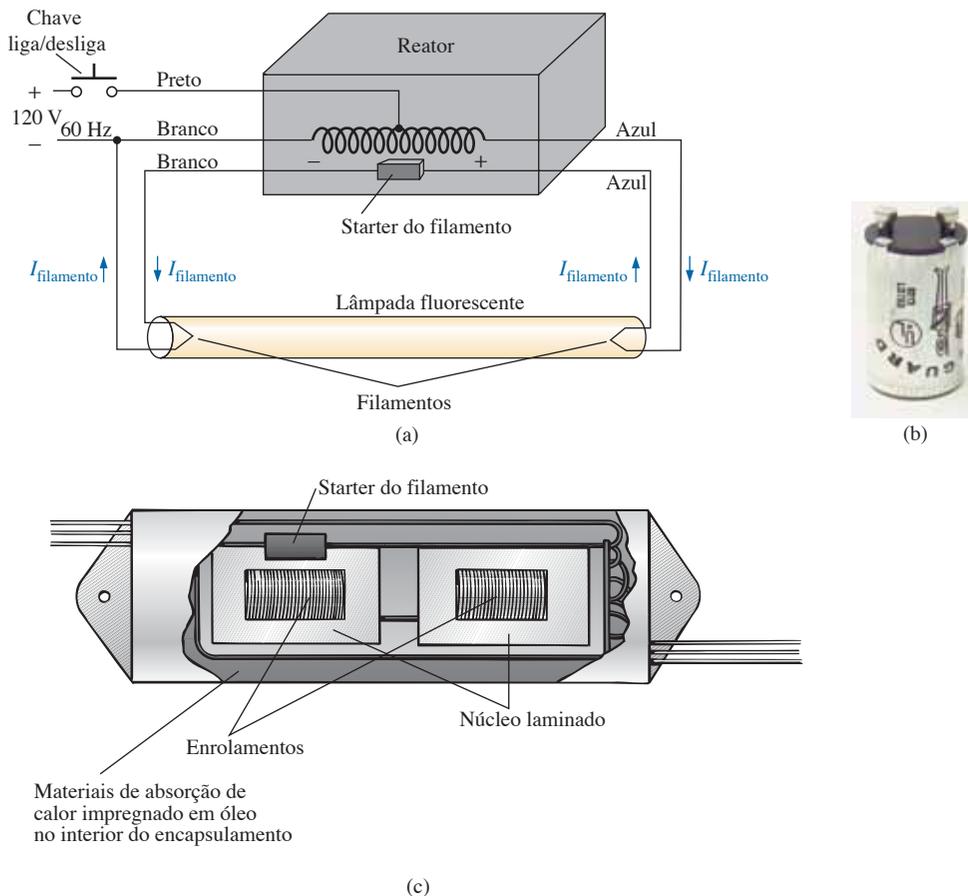


Figura 22.51 (a) Diagrama contendo uma única lâmpada fluorescente; (b) starter; (c) vista interna do reator.

com uma tinta fluorescente. O tubo é preenchido com gás inerte e uma pequena quantidade de mercúrio líquido. A distância entre os eletrodos nas extremidades da lâmpada é muito grande para que a tensão do autotransformador possa estabelecer uma condução. Para superar esse problema, os filamentos são aquecidos primeiro conforme descrito anteriormente para converter o mercúrio (que é um bom condutor) do estado líquido para o gasoso. A condução pode então ser feita pela aplicação de um grande potencial nos eletrodos, estabelecido quando o starter (uma chave térmica que abre quando ele alcança uma determinada temperatura) abre fazendo com que a corrente no indutor caia do valor estabelecido para zero ampère. Essa rápida queda na corrente estabelece um pico de tensão muito alto nas bobinas do autotransformador, conforme determinado por $v_L = L(di_L/dt)$. Esse pico significativo de tensão aparece também na lâmpada, estabelecendo uma corrente entre os eletrodos. Então, é gerada uma luz à medida que os elétrons colidem com a superfície fluorescente na parte interna do tubo. A persistência da cobertura interna é que ajuda a encobrir a oscilação no nível de condução, devido à baixa frequência (60 Hz) da fonte que resultaria em luz cintilante. O starter permanece aberto até a próxima vez que a lâmpada for ligada. A corrente entre os eletrodos será então mantida somente pela tensão do autotransformador. Essa corrente tem um valor relativamente baixo em função da reatância do enrolamento secundário no circuito-série resultante. Em outras palavras, o autotransformador deslocou para um circuito, que agora está fornecendo uma reatância para o circuito secundário limitar a corrente através da lâmpada. Sem esse fator de limitação, a corrente através da lâmpada seria tão alta que esta ‘queimaria’ rapidamente. Essa ação das bobinas do transformador, que gera a tensão necessária e funciona como um indutor para limitar a corrente, resultou na terminologia geral de *reatância de oscilação*.

O fato de a luz não ser gerada por uma queda de tensão IR no filamento da lâmpada é o motivo de elas serem tão eficientes em termos de conversão de energia. De fato, em uma lâmpada incandescente, cerca de 75 por cento da energia aplicada é perdida na forma de calor, sendo que 25 por cento é convertida em emissão de luz. No caso de uma lâmpada fluorescente, mais de 70 por cento da energia é convertida em luz e 30 por cento representa perdas na forma de calor. Via de regra, podemos considerar que a emissão de luz de uma lâmpada fluorescente de 40 W (tal como a que é vista na Figura 22.50(a) com duas lâmpadas de 20 W) equivale a uma lâmpada incandescente de 100 W.

Outra diferença interessante entre lâmpadas incandescentes e fluorescentes é a maneira de se determinar se elas estão boas ou ruins. No caso da lâmpada incandescente, é bastante óbvio quando elas apagam por completo. Entretanto, no caso das lâmpadas fluorescentes, considerando-se que o reator esteja funcionando bem, a

lâmpada começará a diminuir a luminosidade de acordo com o tempo de uso. Os eletrodos adquirem uma camada que diminui a eficiência, e a camada na superfície interna do tubo começa a se deteriorar.

Lâmpadas fluorescentes de *partida rápida* diferem no funcionamento apenas pelo fato de que a tensão gerada pelo transformador é suficientemente grande para pulverizar o gás interno e iniciar a condução, evitando, dessa maneira, a necessidade de um starter e eliminando o tempo de aquecimento dos filamentos. Com o tempo, o reator em estado sólido provavelmente será a opção preferida devido a sua resposta rápida, alta eficiência e menor peso, porém, a transição requer algum tempo. Entretanto, a operação básica é a mesma.

Devido ao gás flúor (do qual se originou o nome lâmpada *fluorescente*) e ao mercúrio nas lâmpadas fluorescentes, elas têm de ser descartadas com cuidado. Procure saber qual a melhor maneira de descartar as lâmpadas usadas. Quebrá-las para colocá-las em uma sacola plástica pode ser uma alternativa muito perigosa. Caso aconteça a quebra de uma lâmpada e você venha a se cortar, vá diretamente ao médico, pois há risco de intoxicação com o mercúrio ou o flúor.

Progressos recentes

Conforme indicamos no Capítulo 4, a lâmpada fluorescente compacta (ou econômica) teve um impacto tremendo sobre o movimento ‘verde’, com países inteiros determinados a passar para o lado fluorescente nos próximos 3 a 4 anos. Entretanto, o projeto das lâmpadas econômicas é eletrônico por natureza, e não usa o mecanismo de reator e starter descrito nessa seção, embora seu modo de operação seja o mesmo. Observe, na Figura 4.25, o invólucro do circuito eletrônico contido em cada lâmpada, resultando no custo mais alto em comparação com a lâmpada incandescente. Observe particularmente o pequeno transformador no centro, usado para estabelecer a tensão de disparo exigida. Outro impacto na indústria de iluminação está ligado ao crescente interesse pelas lâmpadas de LEDs (diodos emissores de luz), que possuem tempos de vida ainda maiores do que as lâmpadas econômicas e não exigem nenhum tipo de mecanismo de disparo. Porém, assim como qualquer nova fonte de luz, existem aspectos positivos e negativos em cada método. Alguns sugerem que o futuro está na mistura do uso, dependendo da aplicação, custo envolvido e efeito sobre o ambiente. Porém, no lado muito positivo, é bom ter opções, e o futuro está cheio de promessas.

22.15 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Transformador (fontes controladas). Agora investigaremos o funcionamento de um transformador em uma

configuração simples, mostrada na Figura 22.52, usando fontes controladas para fazer o papel de um transformador de acordo com a definição de suas relações básicas de tensão e corrente.

Para fins de comparação, a solução teórica do circuito é a seguinte:

$$Z_i = a^2 Z_L = \left(\frac{1}{4}\right)^2 100 \Omega = 6,25 \Omega$$

e
$$E_p = \frac{(6,25 \Omega)(20 \text{ V})}{6,25 \Omega + 10 \Omega} = 7,692 \text{ V}$$

com
$$E_s = \frac{1}{a} E_p = \frac{1}{(1/4)} (7,692 \text{ V}) = 4(7,692 \text{ V}) = 30,77 \text{ V}$$

e
$$V_L = E_s = 30,77 \text{ V}$$

No caso do transformador ideal, a tensão no secundário é definida por $E_s = N_s/N_p(E_p)$, que para o circuito visto na Figura 22.52 é $E_s = 4E_p$. O fato de que a amplitude de uma tensão é controlada por outra requer que usemos a fonte **VCVS (Voltage-Controlled Voltage Source)** encontrada na biblioteca **ANALOG**. Essa fonte aparece como **E** em **Part List**, e tem o formato mostrado na Figura 22.53. A tensão de controle é **E1**, e a tensão controlada aparece nos dois terminais do símbolo circular de fonte de tensão. Um duplo clique no símbolo da fonte permite ajustar **GAIN** em, por exemplo, 4. Note na Figura 22.53 que a tensão de controle corresponde à tensão no primário do circuito mostrado na Figura 22.52, e a tensão de saída

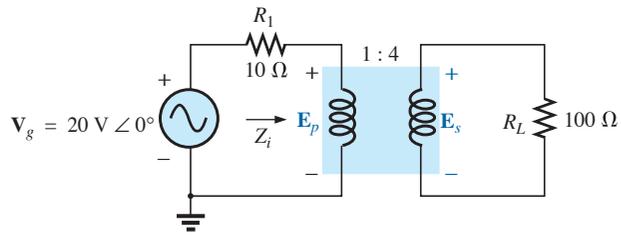


Figura 22.52 Uso do PSpice na simulação de um transformador elevador de tensão.

está conectada diretamente no resistor de carga **RL**. Não existe nenhuma dificuldade em fazer as conexões necessárias devido ao formato da fonte **E**.

O próximo passo é estabelecer a relação de corrente do transformador. Como a intensidade de uma corrente é controlada pela intensidade da outra corrente na mesma configuração, a fonte **CCCS (Current-Controlled Current Source)** tem de ser usada. Essa fonte também se encontra na biblioteca **ANALOG**, em **Part List**, como **F**, e tem o formato visto na Figura 22.53. Note que as duas correntes têm o mesmo sentido. No caso de um transformador ideal, $I_p = N_s/N_p(I_s)$, que equivale a $I_p = 4I_s$ para o circuito visto na Figura 22.52. O ganho, nesse caso, pode ser ajustado usando-se o mesmo procedimento definido no caso da fonte **E**. Como a corrente no secundário é a corrente controlada, ela tem de ser inserida na fonte **F** no mesmo sentido, conforme indicado na fonte controlada. Ao fazer essa conexão, não se esqueça de clicar em um local antes de cruzar o fio do circuito primário para então clicar novamente após cruzar o fio. Se isso for feito corretamente, não aparecerá um ponto de conexão indicado

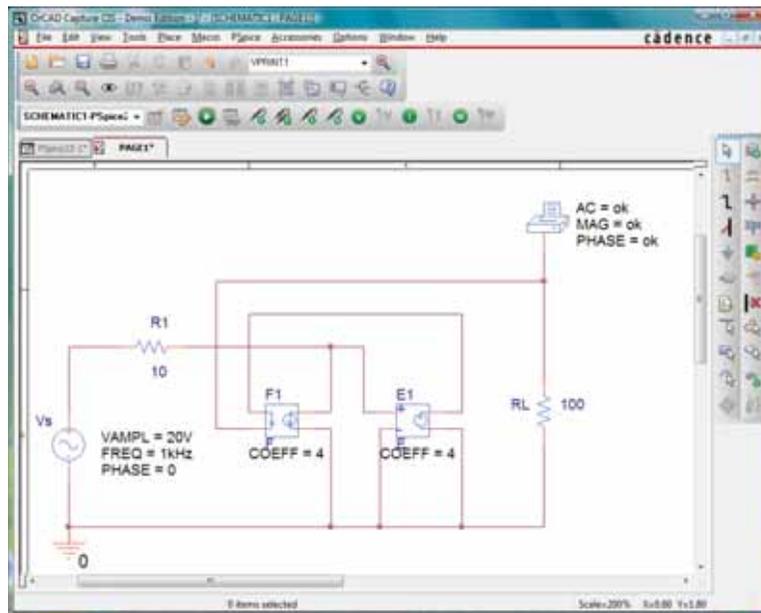


Figura 22.53 Uso do PSpice para determinar o módulo e o ângulo de fase para a tensão na carga do circuito visto na Figura 22.52.

```

** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 22-1"
[ C:\MCA12\PSpice\PSpice 22-1-PSpiceFiles\SCHEMATIC1\PSpice 22-1.sim ]

**** AC ANALYSIS          TEMPERATURE = 27.000 DEG C

*****

FREQ      VM(N00908)      VP (N00908)
1.000E+03  3.077E+01            0.000E+00
    
```

Figura 22.54 Arquivo de saída para a análise indicada na Figura 22.53.

por um pequeno círculo vermelho. A corrente controlada I_{R_1} pode ser conectada como mostrado, pois a conexão **E1** é usada apenas para detectar o nível da tensão por ter uma impedância que é praticamente infinita, podendo ser vista como um circuito aberto. Em outras palavras, a corrente através de **R1** será a mesma na fonte controlada **F**.

Para a simulação foi configurado **AC Sweep** e 1 kHz para **Start Frequency** e **End Frequency**. Selecionou-se um ponto de dado por década e a simulação foi iniciada. Após aparecer a tela **SCHEMATIC1**, a janela foi fechada e a sequência **PSpice-View Output File** ativada para se obter a solução **AC ANALYSIS** vista na Figura 22.54. Note que a tensão é 30,77 V, que é exatamente o mesmo valor obtido na solução teórica.

Multisim

Transformador (biblioteca). O Multisim agora é usado para analisar a mesma configuração e o mesmo transformador que vimos usando o Pspice. Na Figura 22.55, obtenha a fonte selecionando primeiro **Place Source**, para abrir a caixa de diálogo **Select a Component**. Selecione **SIGNAL_VOLTAGE** seguido por **AC_VOLTAGE** e clique em **OK**. Para a fonte, são definidos valores de pico, daí a diferença no valor definido na Figura 22.55 e a leitura do multímetro rms. Obtenha o transformador selecionando **Place Basic-Family-BASIC_VIRTUAL-TS_VIRTUAL**. Depois, selecione a relação de espiras 2 para abrir a caixa de

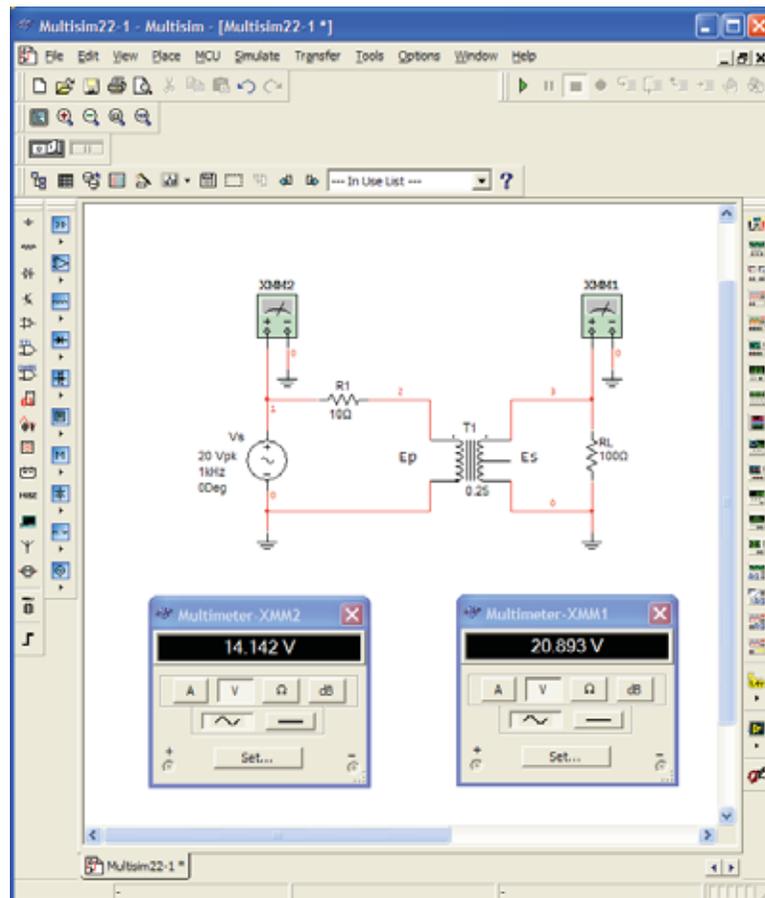


Figura 22.55

diálogo TS_VIRTUAL. Mude a **Primary-to-Secondary Turns Ratio**: para 0,25 nesse exemplo.

O restante da configuração é construído por meio das técnicas descritas anteriormente. Uma simulação resulta

nas medições que aparecem na Figura 22.55. A mudança do valor rms de 20,893 V para o valor de pico resulta em 29,54 V, que é muito próximo daquele que obtivemos usando o PSpice.

PROBLEMAS

Seção 22.2 Indutância mútua

- Considerando o transformador de núcleo de ar visto na Figura 22.56:
 - determine: o valor de L_s se a indutância mútua M for igual a 40 mH.
 - determine: as tensões induzidas e_p e e_s se o fluxo no enrolamento primário estiver variando à razão de 0,08 Wb/s.
 - determine: as tensões induzidas e_p e e_s se a corrente i_p variar a uma taxa de 0,3A/ms.

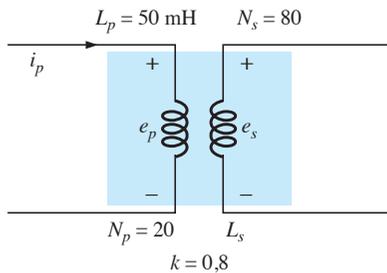


Figura 22.56 Problemas 1, 2 e 3.

- Repita o Problema 1 para $k = 1$.
 - Repita o Problema 1 para $k = 0,2$.
 - Compare os resultados dos itens (a) e (b).
- Repita o Problema 1 para $k = 0,3$, $N_p = 300$ espiras e $N_s = 25$ espiras.

Seção 22.3 O transformador de núcleo de ferro

- Considerando o transformador de núcleo de ferro ($k = 1$) mostrado na Figura 22.57:

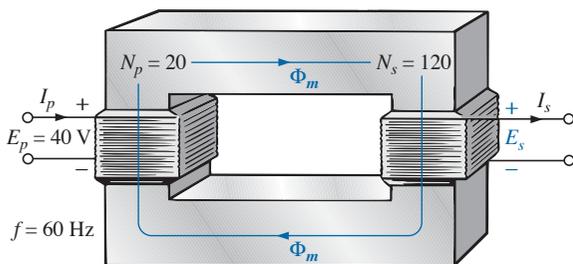


Figura 22.57 Problemas 4, 5 e 7.

- determine: o módulo da tensão induzida E_s .
 - determine: o fluxo máximo Φ_m .
- Repita o Problema 4 para $N_p = 240$ e $N_s = 30$.
 - Calcule a tensão aplicada a um transformador de núcleo de ferro se a tensão no secundário for 240 V, $N_p = 60$ e $N_s = 720$.
 - Se o fluxo máximo no núcleo do transformador do Problema 4 for 3,75 mWb, determine a frequência da tensão de entrada.

Seção 22.4 Impedância refletida e potência

- Considerando o transformador de núcleo de ferro visto na Figura 22.58:
 - determine a corrente I_L e a tensão V_L se $a = 1/5$, $I_p = 2$ A e Z_L for um resistor de 2 Ω .
 - determine a resistência de entrada para os dados especificados no item (a).
- Determine a impedância de entrada do transformador visto na Figura 22.58 para $a = 2$, $I_p = 4$ A e $V_g = 120$ V.
- Determine a tensão V_g e a corrente I_p se a impedância de entrada do transformador de núcleo de ferro da Figura 22.58 for 4 Ω , $V_L = 600$ V e $a = 1/4$.
- Se $V_L = 240$ V, Z_L é um resistor de 20 Ω , $I_p = 0,05$ A e $N_s = 50$, determine o número de espiras do enrolamento primário do transformador de núcleo de ferro visto na Figura 22.58.

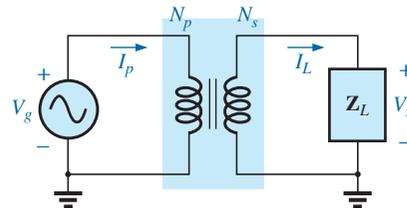


Figura 22.58 Problemas 8 a 12.

- Se $N_p = 400$, $N_s = 1.200$ e $V_g = 100$ V, determine o valor de I_p no circuito da Figura 22.58 se $Z_L = 12 \Omega + j 12 \Omega$.
 - determine: a tensão V_L e a corrente I_L para as condições do item (a).

Seção 22.5 Casamento de impedância, isolamento e medidas de posição

- Dado o circuito visto na Figura 22.59, determine a relação de transformação necessária para que a potência fornecida ao alto-falante seja máxima.
 - Calcule a potência máxima fornecida ao alto-falante.

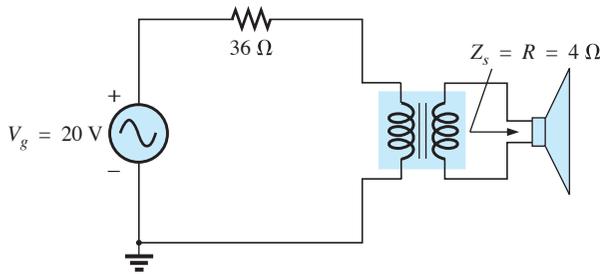


Figura 22.59 Problema 13.

Seção 22.6 Circuito equivalente (transformador de núcleo de ferro)

14. Dado o transformador visto na Figura 22.60, determine:
 - a) a resistência equivalente R_e ;
 - b) a reatância equivalente X_e ;
 - c) o circuito equivalente refletido para o primário;
 - d) a corrente no primário para $V_g = 50 \text{ V} \angle 0^\circ$;
 - e) a tensão na carga V_L ;
 - f) o diagrama de fasores do circuito refletido para o primário;
 - g) o novo valor da tensão na carga considerando que o transformador é ideal com uma relação de espiras de 4:1. Compare o resultado com o do item (e).
15. Para o transformador visto na Figura 22.60, se a carga resistiva for substituída por uma reatância indutiva de 20Ω :
 - a) Determine a impedância total refletida para o primário.
 - b) Calcule a corrente no primário I_p .
 - c) Determine as tensões em R_e e X_e e calcule a carga refletida.
 - d) Construa o diagrama de fasores.
16. Repita o Problema 15 para uma carga capacitiva com uma reatância de 20Ω .

Seção 22.7 Efeito da frequência

17. Descreva com as próprias palavras os efeitos da frequência sobre o funcionamento dos transformadores. Use o circuito equivalente aplicável e os efeitos de frequência que aparecem neste capítulo.

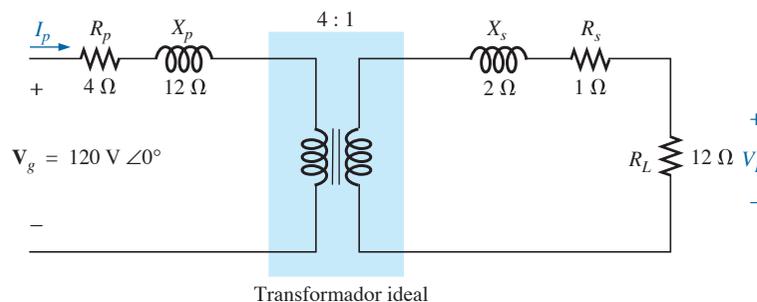


Figura 22.60 Problemas de 14 a 16, 30 e 31.

Seção 22.8 Conexão em série de indutores mutuamente acoplados

18. Determine a indutância total dos indutores em série vistos na Figura 22.61.
19. Determine a indutância total dos indutores em série vistos na Figura 22.62.
20. Determine a indutância total dos indutores em série vistos na Figura 22.63.
21. Escreva as equações de malha do circuito mostrado na Figura 22.64.

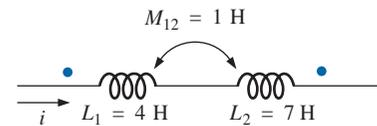


Figura 22.61 Problema 18.

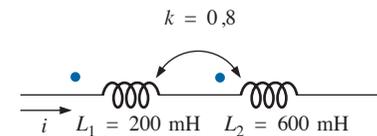


Figura 22.62 Problema 19.

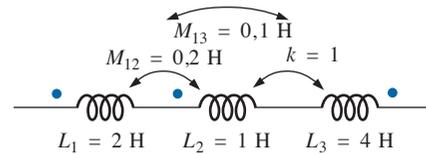


Figura 22.63 Problema 20.

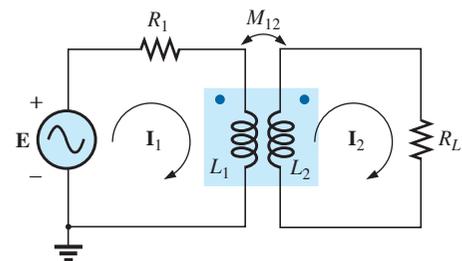


Figura 22.64 Problema 21.

Seção 22.9 O transformador de núcleo de ar

22. Determine a impedância de entrada do transformador de núcleo de ar visto na Figura 22.65. Desenhe o circuito refletido para o primário.

Seção 22.10 Dados fornecidos pelo fabricante

23. Um transformador ideal está especificado para 10 kVA, 2.400/120 V e 60 Hz.
- Determine a relação de transformação se a tensão no secundário for 120 V.
 - Determine a corrente no secundário se a tensão no secundário for 120 V.
 - Determine a especificação de corrente no primário se a tensão no secundário for 120 V.
 - Repita os itens (a) até (c) se a tensão no secundário for 2.400 V.

Seção 22.11 Tipos de transformadores

24. Calcule as tensões no primário e no secundário e as correntes no autotransformador visto na Figura 22.66.

Seção 22.12 Transformadores com derivação e com mais de uma carga

25. Para o transformador com derivação central, visto na Figura 22.42, com $N_p = 100$, $N_s = 25$, $Z_L = R \angle 0^\circ = 5 \Omega \angle 0^\circ$ e $E_p = 100 \text{ V} \angle 0^\circ$:
- Determine a tensão e corrente na carga.
 - Encontre a impedância Z_i .
 - Calcule a impedância $Z_{1/2}$.

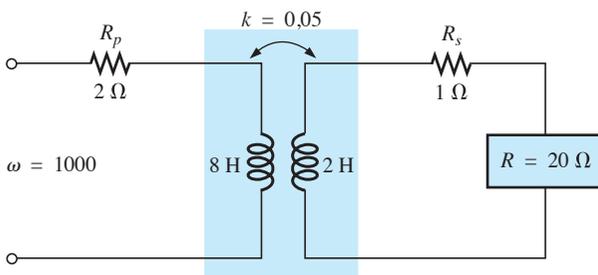


Figura 22.65 Problemas 22 e 32.

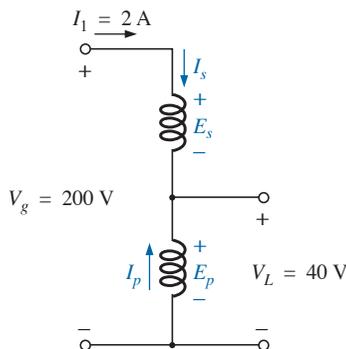


Figura 22.66 Problema 24.

26. Para o transformador com dois secundários visto na Figura 22.43, com $N_1 = 90$, $N_2 = 15$, $N_3 = 45$, $Z_2 = R_2 \angle 0^\circ = 8 \Omega \angle 0^\circ$, $Z_3 = R_3 \angle 0^\circ = 5 \Omega \angle 0^\circ$, e $E_1 = 60 \text{ V} \angle 0^\circ$:

- Determine a tensão e corrente na carga.
- Calcule a impedância Z_i .

27. Para o transformador com derivação no secundário, mostrado na Figura 22.44, com $N_1 = 120$, $N_2 = 40$, $N_3 = 30$, $Z_2 = R_2 \angle 0^\circ = 12 \Omega \angle 0^\circ$, $Z_3 = R_3 \angle 0^\circ = 10 \Omega \angle 0^\circ$ e $E_1 = 120 \text{ V} \angle 60^\circ$:

- Determine a tensão e a corrente na carga.
- Calcule a impedância Z_i .

Seção 22.13 Circuitos com indutores magneticamente acoplados

28. Escreva as equações de malha do circuito visto na Figura 22.67.

29. Escreva as equações de malha do circuito visto na Figura 22.68.

Seção 22.15 Análise computacional

PSpice ou Multisim

- *30. Gere o esquema para o circuito da Figura 22.60 e calcule a tensão V_L .
- *31. Desenvolva uma técnica utilizando o PSpice ou o Multisim para calcular a impedância de entrada na fonte do circuito visto na Figura 22.60.
- *32. Usando um transformador da biblioteca, determine a tensão na carga do circuito visto na Figura 22.65 para uma tensão aplicada de $40 \text{ V} \angle 0^\circ$.

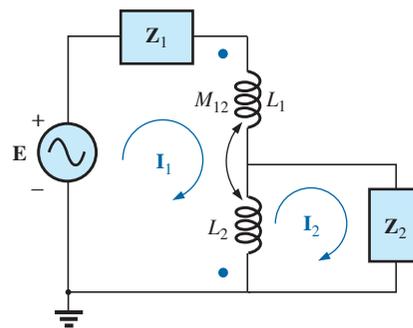


Figura 22.67 Problema 28.

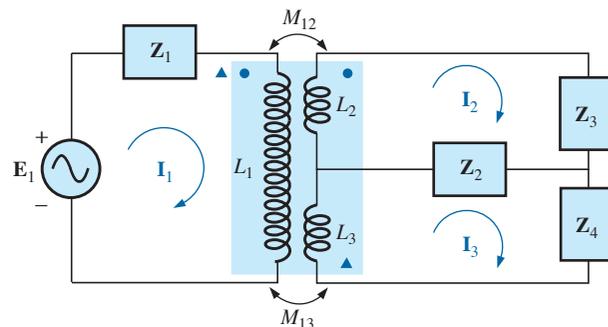


Figura 22.68 Problema 29.

GLOSSÁRIO

Autotransformador: Transformador que possui um enrolamento comum aos circuitos primário e secundário. A perda de isolamento é contrabalançada pelo aumento na potência máxima.

Coefficiente de acoplamento (k): Medida do acoplamento magnético entre dois enrolamentos, que varia de um mínimo de 0 até um máximo de 1.

Convenção do ponto: Convenção que permite determinar o sinal da indutância mútua em um circuito com base no sentido dos enrolamentos envolvidos.

Dados do fabricante: Informações tais como a especificação de potência, a relação de transformação de tensão e a frequência de trabalho, que são de importância fundamental para a escolha do transformador mais apropriado para uma aplicação específica.

Fluxo residual: Fluxo que atravessa o enrolamento e que não passa pelo caminho ferromagnético de um circuito magnético.

Fracamente acoplados: Diz-se de dois enrolamentos para os quais o coeficiente de acoplamento tem um valor muito pequeno.

Impedância refletida: Impedância que aparece no primário de um transformador devido a uma carga ligada ao secundário. O seu valor é determinado pela relação de transformação.

Indutância mútua: Indutância que existe entre dois indutores magneticamente acoplados, com as mesmas dimensões ou não.

Primário Enrolamento do transformador ao qual normalmente é conectada a fonte de energia elétrica.

Relação de transformação (espiras): (a) Razão entre o número de espiras no primário e o número de espiras no secundário de um transformador.

Secundário: Enrolamento do transformador ao qual normalmente é ligada a carga.

Transformador abaixador de tensão: Transformador no qual a tensão no secundário é menor que a tensão no primário. O valor da relação de transformação a é maior do que 1.

Transformador com derivação: Transformador que possui mais de duas conexões no enrolamento primário ou secundário.

Transformador com várias cargas: Transformador que possui mais de uma carga conectada ao enrolamento (ou enrolamentos) do secundário.

Transformador elevador de tensão Transformador no qual a tensão no secundário é maior do que a tensão no primário. O valor da relação de transformação a é menor do que 1.