

# Potência (CA)



## Objetivos

- Familiarizar-se com as diferenças entre as potências média, aparente e reativa, calculando cada uma para qualquer combinação de elementos resistivos e reativos.
- Entender que a energia dissipada por uma carga é a área sob a curva da potência pelo período de tempo de interesse.
- Entender como as potências real, aparente e reativa estão relacionadas em um circuito CA, e aprender como encontrar o valor total de cada uma em qualquer configuração.
- Entender o conceito da correção do fator de potência e aprender como aplicá-lo para melhorar as características dos terminais de uma carga.
- Compreender as perdas de energia em um sistema CA que não estão presentes sob condições CC.

## 19.1 INTRODUÇÃO

A discussão sobre potência no Capítulo 14 incluiu apenas a potência média ou a potência real fornecida a um circuito CA. Examinaremos agora a expressão da potência total de uma maneira um pouco diferente, e apresentaremos dois novos tipos de potência: **aparente** e **reativa**.

## 19.2 EQUAÇÃO GERAL

Em um sistema como o ilustrado na Figura 19.1, a potência fornecida a uma carga em qualquer instante é definida pelo produto da tensão aplicada pela corrente resultante. Ou seja,

$$p = vi$$

Nesse caso, como  $v$  e  $i$  são grandezas senoidais, podemos estabelecer um caso geral em que:

$$v = V_m \sin(\omega t + \theta)$$

e 
$$i = I_m \sin \omega t$$

Essas expressões para  $v$  e  $i$  cobrem todas as possibilidades, pois, se a carga for puramente resistiva,  $\theta = 0^\circ$ .

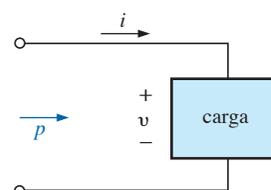
Se a carga for puramente indutiva ou capacitiva,  $\theta = 90^\circ$  ou  $\theta = -90^\circ$ , respectivamente. Nos circuitos indutivos,  $\theta$  é positivo ( $v$  adiantada em relação a  $i$ ), enquanto nos circuitos capacitivos,  $\theta$  é negativo ( $i$  adiantada em relação a  $v$ ).

Substituindo as equações de  $v$  e  $i$  na equação da potência, temos:

$$p = V_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \theta)$$

Se aplicarmos agora algumas identidades trigonométricas, o resultado será a seguinte expressão para a potência:

$$p = VI \cos \theta (1 - \cos 2\omega t) + VI \sin \theta (\sin 2\omega t) \quad (19.1)$$



**Figura 19.1** Definição da potência fornecida a uma carga.

onde  $V$  e  $I$  são valores eficazes (rms). A conversão dos valores de pico,  $V_m$  e  $I_m$ , para valores rms resulta das transformações realizadas quando usadas as identidades trigonométricas.

Inicialmente, pode parecer que não houve nenhum ganho ao colocar a equação nessa forma. Entretanto, a utilidade da forma da Equação 19.1 será demonstrada nas próximas seções. A dedução da Equação 19.1 a partir da forma inicial será proposta como exercício no final do capítulo.

Se a Equação 19.1 for escrita na forma:

$$p = \underbrace{VI \cos \theta}_{\text{Média}} - \underbrace{VI \cos \theta}_{\text{Pico}} \cos \underbrace{2\omega t}_{2x} + \underbrace{VI \sin \theta}_{\text{Pico}} \sin \underbrace{2\omega t}_{2x}$$

dois fatos evidentes podem ser identificados. Primeiro, a potência média aparece em um termo isolado que é independente do tempo. Segundo, os outros dois termos variam com uma frequência que é o dobro da frequência da tensão e da corrente, com valores de pico em formatos similares.

Com o intuito de tornar o estudo mais sistemático, trataremos separadamente os três elementos básicos ( $R$ ,  $L$  e  $C$ ).

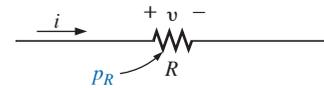
### 19.3 CIRCUITOS RESISTIVOS

Nos circuitos puramente resistivos (como o que é mostrado na Figura 19.2),  $v$  e  $i$  estão em fase e  $\theta = 0^\circ$ , como podemos ver na Figura 19.3. Fazendo  $\theta = 0^\circ$  na Equação 19.1, obtemos:

$$p_R = VI \cos(0^\circ)(1 - \cos 2\omega t) + VI \sin(0^\circ) \sin 2\omega t = VI(1 - \cos 2\omega t) + 0$$

ou  $p_R = VI - VI \cos 2\omega t$  (19.2)

onde  $VI$  corresponde à potência média ou CC e  $-VI \cos 2\omega t$  é uma cossenoide negativa de amplitude  $VI$  e frequência duas vezes maior do que a da tensão e a da corrente.



**Figura 19.2** Determinação da potência fornecida a uma carga puramente resistiva.

O gráfico na Figura 19.3 tem as mesmas características obtidas na Figura 14.30.

Observe que:

$$T_1 = \text{período das quantidades de entrada.}$$

$$T_2 = \text{período da curva de potência } p_R.$$

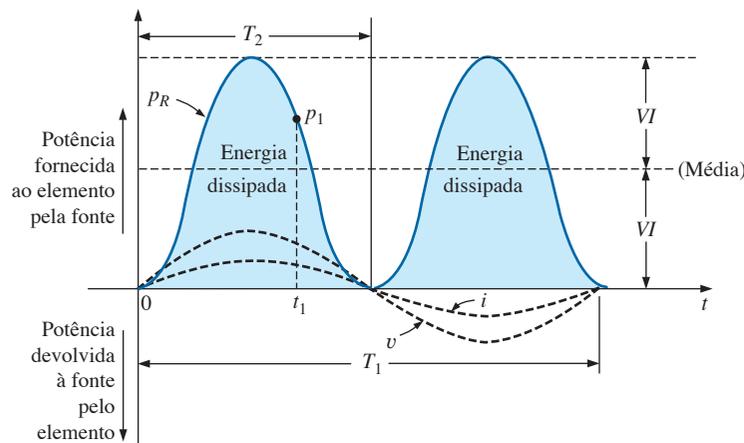
Além disso, a curva da potência passa por dois ciclos em torno do seu valor médio de  $VI$  para cada ciclo de  $v$  ou  $i$  ( $T_1 = 2T_2$  ou  $f_2 = 2f_1$ ). Note também que, como os valores de pico ou médio da curva de potência são os mesmos, a curva está sempre acima do eixo horizontal. Isso significa que

*toda a potência fornecida a um resistor é dissipada em forma de calor.*

A potência que retorna à fonte é representada pela parte da curva abaixo do eixo, que nesse caso é zero. A potência dissipada pelo resistor em qualquer instante do tempo  $t_1$  pode ser determinada pela simples substituição de  $t_1$  na Equação 19.2 para obter  $p_1$ , como indica a Figura 19.3. A **potência média (real)** obtida a partir da Equação 19.2 ou da Figura 19.3 é  $VI$ . Resumindo,

$$P = VI = \frac{V_m I_m}{2} = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (\text{watts, W}) \quad (19.3)$$

conforme deduzida no Capítulo 14.



**Figura 19.3** Potência em função do tempo para uma carga puramente resistiva.

A energia dissipada pelo resistor ( $W_R$ ) em um ciclo completo da tensão aplicada (veja a Figura 19.3) é a área sob a curva de potência, e pode ser obtida por meio da seguinte equação:

$$W = Pt$$

onde  $P$  é o valor médio e  $t$  é o período da tensão aplicada; ou seja,

$$W_R = VIT_1 \quad (\text{joules, J}) \quad (19.4)$$

ou, como  $T_1 = 1/f_1$ ,

$$W_R = \frac{VI}{f_1} \quad (\text{joules, J}) \quad (19.5)$$

**EXEMPLO 19.1**

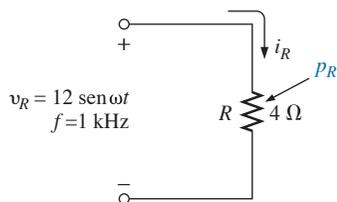
Para o circuito resistivo mostrado na Figura 19.4:

- a) Determine a potência instantânea fornecida ao resistor nos instantes de  $t_1$  a  $t_6$ .
- b) Desenhe o gráfico dos resultados do item (a) para um período completo da tensão aplicada.
- c) Calcule o valor médio da curva no item (b) e compare o nível com aquele determinado pela Equação 19.3.
- d) Calcule a energia dissipada pelo resistor por um período completo da tensão aplicada.

Soluções:

- a)  $t_1: v_R = 0 \text{ V}$  e  $p_R = v_R i_R = 0 \text{ W}$
- $t_2: v_R = 12 \text{ V}$  e  $i_R = 12 \text{ V}/4 \Omega = 3 \text{ A}$   
 $p_R = v_R i_R = (12 \text{ V})(3 \text{ A}) = 36 \text{ W}$
- $t_3: v_R = 6 \text{ V}$  e  $i_R = 6 \text{ V}/4 \Omega = 1,5 \text{ A}$   
 $p_R = v_R i_R = (6 \text{ V})(1,5 \text{ A}) = 9 \text{ W}$
- $t_4: v_R = 0 \text{ V}$  e  $p_R = v_R i_R = 0 \text{ W}$
- $t_5: v_R = -12 \text{ V}$  e  $i_R = -12 \text{ V}/4 \Omega = -3 \text{ A}$   
 $p_R = v_R i_R = (-12 \text{ V})(-3 \text{ A}) = 36 \text{ W}$
- $t_6: v_R = 0 \text{ V}$  e  $p_R = v_R i_R = 0 \text{ W}$

- b) O gráfico resultante de  $v_R, i_R$  e  $p_R$  aparece na Figura 19.5.
- c) O valor médio da curva na Figura 19.5 é 18 W, que corresponde ao que foi obtido com a Equação 19.3. Ou seja,



**Figura 19.4** Exemplo 19.1.

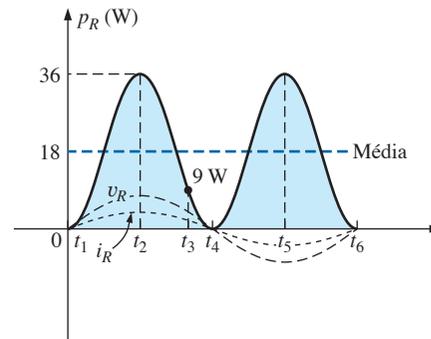
$$P = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{(12 \text{ V})(3 \text{ A})}{2} = 18 \text{ W}$$

d) A área sob a curva é determinada pela Equação 19.5:

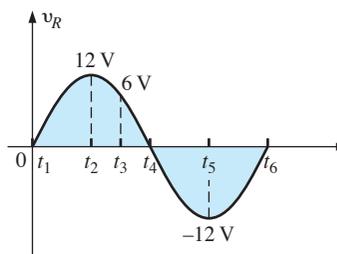
$$W_R = \frac{VI}{f_1} = \frac{V_m I_m}{2 f_1} = \frac{(12 \text{ V})(3 \text{ A})}{2(1 \text{ kHz})} = 18 \text{ mJ}$$

**19.4 POTÊNCIA APARENTE**

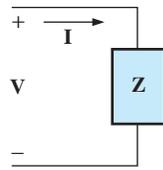
Os conhecimentos adquiridos na análise de circuitos de corrente contínua (e também nos circuitos resistivos de corrente alternada, vistos na seção anterior) *parecem* indicar que a potência fornecida a uma carga, como a ilustrada da Figura 19.6, é determinada simplesmente pelo produto da corrente pela tensão aplicada, qualquer que seja a natureza da carga; ou seja,  $P = VI$ . Entretanto, vimos no Capítulo 14 que o fator da potência ( $\cos \theta$ ) da carga tem um efeito expressivo sobre a potência dissipada, sendo menos relevante para cargas mais reativas. Embora o produto da tensão pela corrente nem sempre seja igual à potência fornecida, trata-se de um parâmetro útil para descrição e análise de circuitos de corrente alternada senoidal e para a especificação do número máximo de componentes e sistemas elétricos. Esse parâmetro é chamado de **potência aparente** e é representado pelo símbolo  $S$ .<sup>\*</sup> Como a potência aparente é simplesmente o produto da tensão pela



**Figura 19.5** Curva de potência para o Exemplo 19.1.



<sup>\*</sup>Até 1968, o símbolo usado para a potência aparente era  $P_a$ .



**Figura 19.6** Definição da potência aparente fornecida a uma carga.

corrente, sua unidade é o volt-ampère, cuja abreviação é VA. Seu valor é dado por:

$$S = VI \quad (\text{volt-ampères, VA}) \quad (19.6)$$

ou, como  $V = IZ$  e  $I = \frac{V}{Z}$

então  $S = I^2Z$  (VA) (19.7)

e  $S = \frac{V^2}{Z}$  (VA) (19.8)

A potência média fornecida à carga da Figura 19.4 é

$$P = VI \cos \theta$$

Entretanto:  $S = VI$

Portanto:  $P = S \cos \theta$  (W) (19.9)

e o fator de potência de um sistema  $F_p$  é

$$F_p = \cos \theta = \frac{P}{S} \quad (\text{adimensional}) \quad (19.10)$$

Portanto, o fator de potência de um circuito é a razão entre a potência média e a potência aparente. Para um circuito puramente resistivo, temos:

$$P = VI = S$$

e  $F_p = \cos \theta = \frac{P}{S} = 1$

Em geral, a potência dos equipamentos é especificada em volts-ampères (VA) ou quilovolts-ampères (kVA), não em watts. Conhecendo as especificações de potência, em volts-ampères, e de tensão de um equipamento, é fácil calcular a corrente máxima especificada. Por exemplo: um equipamento com uma potência especificada de 10 kVA para uma tensão de 200 V apresenta uma corrente máxima de  $I = 10.000 \text{ VA} / 200 \text{ V} = 50 \text{ A}$  quando estiver operando nas condições especificadas. O valor da potência em volts-

-ampères de um equipamento será igual à potência em watts apenas quando  $F_p$  for 1. Tal condição existe quando a impedância total de um sistema  $Z \angle \theta$  é tal que  $\theta = 0^\circ$ .

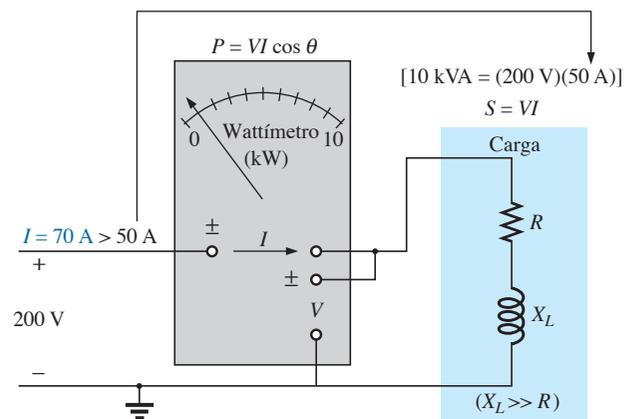
O consumo exato de corrente de um equipamento, quando usado em condições normais de operação, poderia ser determinado se a especificação de potência em watts e o fator de potência fossem dados, em vez da potência aparente, em volts-ampères. Entretanto, muitas vezes o fator de potência não é conhecido ou varia em função da carga.

O motivo para se especificar a potência de alguns equipamentos elétricos em quilovolts-ampères, em vez de em kilowatts, pode ser compreendido se examinarmos o circuito da Figura 19.7. A carga tem uma especificação de potência aparente de 10 kVA e uma especificação de corrente de 50 A para a tensão de 200 V. Conforme indicado, a carga consome uma corrente de 70 A, que é maior que o valor especificado e pode danificar a carga, no entanto, a leitura do wattímetro é relativamente baixa, visto que a carga é altamente reativa. Em outras palavras, a leitura do wattímetro indica apenas a potência dissipada, e pode não refletir o valor da corrente drenada. Teoricamente, se a carga fosse puramente reativa, a leitura do wattímetro seria zero mesmo que o equipamento estivesse sendo danificado por uma corrente excessiva.

### 19.5 CIRCUITOS INDUTIVOS E POTÊNCIA REATIVA

Nos circuitos puramente indutivos (como o que é ilustrado na Figura 19.8),  $v$  está adiantada  $90^\circ$  em relação a  $i$ , conforme mostra o gráfico na Figura 19.9. Portanto,  $\theta = 90^\circ$  na Equação 19.1. Substituindo esse valor de  $\theta$  na Equação 19.1, temos:

$$p_L = VI \cos(90^\circ)(1 - \cos 2\omega t) + VI \sin(90^\circ)(\sin 2\omega t) = 0 + VI \sin 2\omega t$$



**Figura 19.7** Demonstração do motivo para a especificação de uma carga em kVA e não em kW.

ou  $p_L = VI \sin 2\omega t$  (19.11)

onde  $VI \sin 2\omega t$  é uma senoide com o dobro da frequência de entrada ( $v$  ou  $i$ ) e valor de pico  $VI$ . Note a ausência de um termo correspondente a um valor médio ou de uma constante na equação.

Traçando o gráfico de  $p_L$  (veja a Figura 19.9), obtemos:

$T_1$  = período da tensão e da corrente.

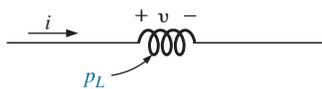
$T_2$  = período da curva  $p_L$ .

Observe que em um ciclo completo de  $p_L$  ( $T_2$ ), a área acima do eixo horizontal da Figura 19.9 é exatamente igual à área abaixo do eixo. Isso indica que em um ciclo completo de  $p_L$  a potência fornecida pela fonte ao indutor é exatamente igual à potência devolvida à fonte pelo indutor.

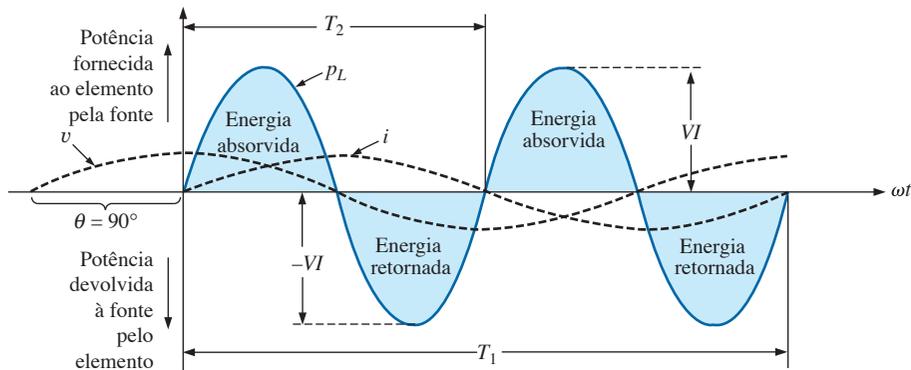
*No caso de um indutor puro (ideal), o fluxo de potência entre a fonte e a carga durante um ciclo completo é exatamente zero, e não existe perda no processo.*

A potência absorvida ou devolvida pelo indutor em qualquer instante do tempo  $t_1$  pode ser calculada substituindo  $t$  por  $t_1$  na Equação 19.11. O valor de pico da curva  $VI$  é denominado **potência reativa** associada a um indutor puro.

Em geral, a potência reativa associada a qualquer circuito é definida como  $VI \sin \theta$ , um dos fatores que aparecem no segundo membro da Equação 19.1. Observe que esse é o valor de pico do termo cuja média para um



**Figura 19.8** Definição do valor da potência para uma carga puramente indutiva.



**Figura 19.9** Curva de potência para uma carga puramente indutiva.

ciclo completo é nula. O símbolo da potência reativa é  $Q$ , e sua unidade de medida é o *volt-ampère reativo* (VAR).\* O símbolo  $Q$  foi escolhido por causa da relação de quadratura ( $90^\circ$ ) entre as diversas potências, algo a ser discutido em detalhes mais adiante. Portanto,

$Q_L = VI \sin \theta$  (volt-ampère reativo, VARIÁVEL) (19.12)

onde  $\theta$  é o ângulo de fase entre  $V$  e  $I$ .

Para o indutor,

$Q_L = VI$  (VAR) (19.13)

ou, como  $V = IX_L$  ou  $I = V/X_L$ ,

$Q_L = I^2 X_L$  (VAR) (19.14)

ou

$Q_L = \frac{V^2}{X_L}$  (VAR) (19.15)

A potência aparente associada a um indutor é  $S = VI$ , e a potência média é  $P = 0$ , como podemos observar na Figura 19.9. O fator de potência é, portanto,

$F_p = \cos \theta = \frac{P}{S} = \frac{0}{VI} = 0$

Se a potência média é nula e toda a energia fornecida pela fonte é devolvida dentro de um ciclo, por que a potência reativa é importante? A razão não é óbvia, mas pode ser explicada usando a curva vista na Figura 19.9. Em todos os instantes de tempo ao longo da curva de potência para os quais a potência está acima do eixo horizontal (portanto, positiva), a fonte precisa fornecer energia ao indutor, embora ela seja totalmente devolvida mais tarde, na parte negativa do ciclo. A potência solicitada durante a parte

\* Até 1968, o símbolo usado para a potência reativa era  $P_q$ .

positiva do ciclo faz com que a usina geradora forneça energia durante esse intervalo. Portanto, elementos reativos como indutores exigem um aumento na capacidade das usinas geradoras, mesmo que a potência reativa não seja dissipada, mas apenas ‘emprestada’. Um aumento na demanda de potência nesses intervalos é um fator de custo que precisa ser repassado aos consumidores industriais. Na realidade, grandes consumidores de energia elétrica pagam pela potência aparente que consomem, não pela potência em watts dissipada em seus equipamentos, já que os volts-ampères utilizados são sensíveis ao requisito de potência reativa (veja a Seção 19.7). Em outras palavras, quanto mais próximo de 1 estiver o fator de potência de um consumidor, maior a eficiência dos seus equipamentos, já que a parcela de potência ‘emprestada’ será menor.

A energia armazenada pelo indutor na parte positiva do ciclo (veja a Figura 19.9) é igual àquela devolvida na parte negativa, e pode ser calculada pela seguinte equação:

$$W = Pt$$

onde  $P$  é o valor médio para o intervalo e  $t$  é o intervalo de tempo associado.

Lembre-se de que vimos no Capítulo 14 que o valor médio da parte positiva de uma senoide é igual a 2 (valor de pico/ $\pi$ ) e  $t = T_2/2$ . Portanto,

$$W_L = \left( \frac{2VI}{\pi} \right) \times \left( \frac{T_2}{2} \right)$$

e 
$$W_L = \frac{VIT_2}{\pi} \quad (J) \quad (19.16)$$

ou, como  $T_2 = 1/f_2$ , onde  $f_2$  é a frequência da curva  $p_L$ , temos:

$$W_L = \frac{VI}{\pi f_2} \quad (J) \quad (19.17)$$

Como a frequência  $f_2$  da curva da potência é o dobro do valor de entrada, substituindo a frequência  $f_1$  da tensão ou corrente de entrada na Equação 19.17, temos:

$$W_L = \frac{VI}{\pi(2f_1)} = \frac{VI}{\omega_1}$$

Entretanto:  $V = IX_L = I\omega_1 L$

de maneira que 
$$W_L = \frac{(I\omega_1 L)I}{\omega_1}$$

e 
$$W_L = LI^2 \quad (J) \quad (19.18)$$

o que nos dá uma equação para a energia armazenada ou fornecida pelo indutor em meio ciclo da tensão aplicada em termos da indutância e do quadrado do valor rms da corrente.

### EXEMPLO 19.2

Para o circuito indutivo visto na Figura 19.10:

- Determine o nível de potência instantânea para o indutor nos instantes de  $t_1$  a  $t_5$ .
- Desenhe os resultados do item (a) para um período completo da tensão aplicada.
- Determine o valor médio da curva no item (b) por um ciclo inteiro da tensão aplicada e compare o valor de pico de cada pulso com o valor determinado pela Equação 19.13.
- Determine a energia armazenada ou dissipada para qualquer pulso da curva de potência.

Soluções:

a)  $t_1: v_L = 0 \text{ V}, p_L = v_L i_L = \mathbf{0 \text{ W}}$

$t_2: v_L = 7,071 \text{ V}, i_L = \frac{V_m}{X_L} \text{ sen}(\alpha - 90^\circ)$

$= \frac{10 \text{ V}}{5 \Omega} \text{ sen}(\alpha - 90^\circ) = 2 \text{ sen}(\alpha - 90^\circ)$

Em  $\alpha = 45^\circ, i_L = 2 \text{ sen}(45^\circ - 90^\circ)$   
 $= 2 \text{ sen}(-45^\circ) = -1,414 \text{ A}$

$p_L = v_L i_L = (7,071 \text{ V})(-1,414 \text{ A}) = \mathbf{-10 \text{ W}}$

$t_3: i_L = 0 \text{ A}, p_L = v_L i_L = \mathbf{0 \text{ W}}$

$t_4: v_L = 7,071 \text{ V}, i_L = 2 \text{ sen}(\alpha - 90^\circ)$

$= 2 \text{ sen}(135^\circ - 90^\circ)$   
 $= 2 \text{ sen} 45^\circ = 1,414 \text{ A}$

$p_L = v_L i_L = (7,071 \text{ V})(1,414 \text{ A}) = \mathbf{+10 \text{ W}}$

$t_5: v_L = 0 \text{ V}, p_L = v_L i_L = \mathbf{0 \text{ W}}$

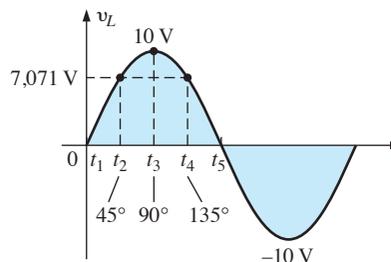
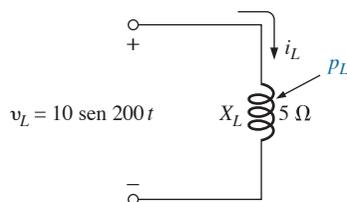


Figura 19.10 Exemplo 19.2.

- b) O gráfico resultante de  $v_L$ ,  $i_L$  e  $p_L$  aparece na Figura 19.11.
- c) O valor médio para a curva da Figura 19.11 é 0 W por um ciclo completo da tensão aplicada. O valor de pico da curva é 10 W, que corresponde diretamente ao que foi obtido do produto:

$$VI = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{(10 \text{ V})(2 \text{ A})}{2} = 10 \text{ W}$$

- d) A energia armazenada ou dissipada durante cada pulso da curva de potência é:

$$W_L = \frac{VI}{\omega_1} = \frac{V_m I_m}{2 \omega_1} = \frac{(10 \text{ V})(2 \text{ A})}{2(200 \text{ rad/s})} = 50 \text{ mJ}$$

### 19.6 CIRCUITOS CAPACITIVOS

Nos circuitos puramente capacitivos (como o que vemos na Figura 19.12),  $i$  está adiantada  $90^\circ$  em relação

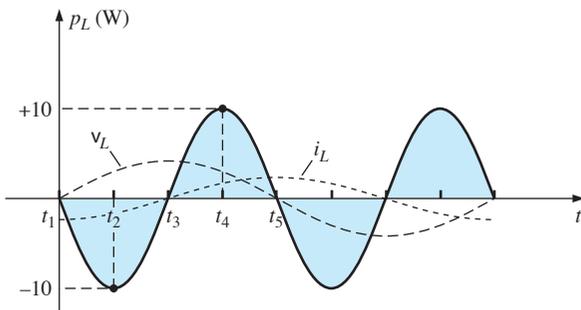


Figura 19.11 Curva de potência para o Exemplo 19.2.

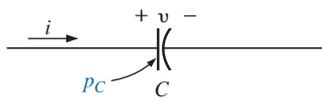


Figura 19.12 Definição do valor da potência para uma carga puramente capacitiva.

a  $v$ , como mostra a Figura 19.13. Portanto,  $\theta = -90^\circ$  na Equação 19.1. Substituindo esse valor de  $\theta = -90^\circ$  na Equação 19.1, obtemos:

$$p_C = VI \cos(-90^\circ)(1 - \cos 2\omega t) + VI \sin(-90^\circ)(\sin 2\omega t) = 0 - VI \sin 2\omega t$$

ou  $p_C = -VI \sin 2\omega t$  (19.19)

onde  $-VI \sin 2\omega t$  é uma senoide negativa com o dobro da frequência de entrada ( $v$  ou  $i$ ) e um valor de pico de  $VI$ . Note, mais uma vez, a ausência de um termo associado a um valor médio ou constante.

Plotando a forma de onda de  $p_C$  (veja a Figura 19.13), temos:

$T_1$  = período da tensão e da corrente.

$T_2$  = período da curva  $p_C$ .

Note que a situação para a curva  $p_C$  é a mesma que para a curva  $p_L$ . A potência fornecida pela fonte ao capacitor é exatamente igual à potência devolvida à fonte pelo capacitor em um ciclo completo.

*No caso de um capacitor puro (ideal), a troca de potência entre a fonte e a carga durante um ciclo completo é exatamente zero,*

e nenhuma energia é perdida no processo. A potência absorvida ou devolvida pelo capacitor em qualquer instante do tempo  $t_1$  pode ser calculada substituindo  $t$  por  $t_1$  na Equação 19.19.

A potência reativa associada ao capacitor é igual ao valor de pico da curva de  $p_C$ , como mostrado a seguir:

$Q_C = VI$

 (VAR) (19.20)

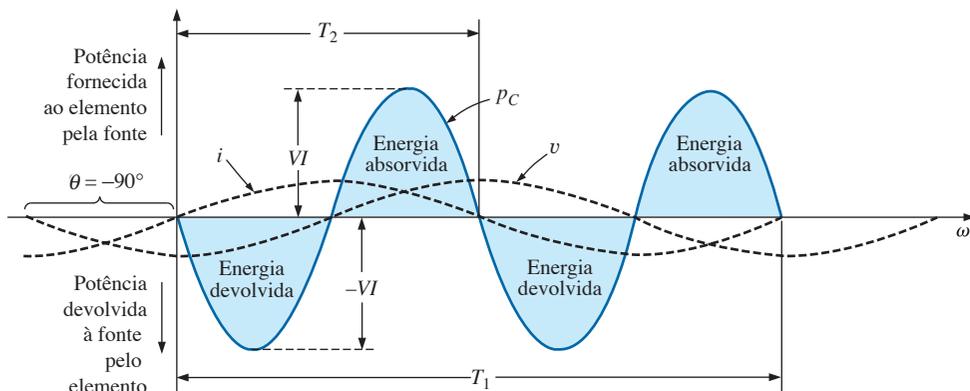


Figura 19.13 Curva de potência para uma carga puramente capacitiva.

Porém, como  $V = IX_C$  e  $I = V/X_C$ , a potência reativa associada ao capacitor também pode ser escrita como:

$$Q_C = I^2 X_C \quad (\text{VAR}) \quad (19.21)$$

e

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C} \quad (\text{VAR}) \quad (19.22)$$

A potência aparente associada ao capacitor é:

$$S = VI \quad (\text{VA}) \quad (19.23)$$

e a potência média é  $P = 0$ , como podemos observar na Equação 19.19, ou na Figura 19.13. O fator de potência é, portanto,

$$F_p = \cos \theta = \frac{P}{S} = \frac{0}{VI} = 0$$

A energia armazenada pelo capacitor na parte positiva do ciclo (veja a Figura 19.13) é igual à devolvida na parte negativa, e pode ser obtida usando a equação  $W = Pt$ .

De maneira similar à que fizemos no caso do indutor, podemos mostrar que:

$$W_C = \frac{VIT_2}{\pi} \quad (\text{J}) \quad (19.24)$$

ou, como  $T_2 = 1/f_2$ , onde  $f_2$  é a frequência da curva de  $p_C$ ,

$$W_C = \frac{VI}{\pi f_2} \quad (\text{J}) \quad (19.25)$$

Em termos da frequência  $f_1$  da corrente e da tensão,

$$W_C = \frac{VI}{\pi(2f_1)} = \frac{VI}{\omega_1} = \frac{V(V\omega_1 C)}{\omega_1}$$

e

$$W_C = CV^2 \quad (\text{J}) \quad (19.26)$$

fornecendo uma equação para a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor em meio ciclo da tensão aplicada em termos da capacitância e do quadrado da tensão.

## 19.7 O TRIÂNGULO DE POTÊNCIAS

As grandezas **potência média**, **potência aparente** e **potência reativa** estão relacionadas no domínio vetorial por:

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + \mathbf{Q} \quad (19.27)$$

com

$$\mathbf{P} = P \angle 0^\circ \quad \mathbf{Q}_L = Q_L \angle 90^\circ \quad \mathbf{Q}_C = Q_C \angle -90^\circ$$

Para uma carga indutiva, a *potência fasorial*  $\mathbf{S}$ , como é conhecida, é definida por:

$$\mathbf{S} = P + jQ_L$$

como mostra a Figura 19.14.

O ângulo de  $90^\circ$  entre  $Q_L$  e  $P$  dá origem a outro termo usado para a potência reativa: *potência de quadratura*.

No caso de uma carga capacitiva, a potência fasorial  $\mathbf{S}$  é definida por:

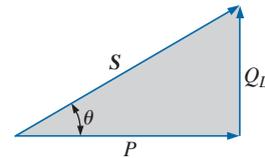
$$\mathbf{S} = P - jQ_L$$

como mostra a Figura 19.15.

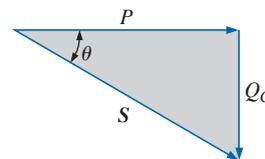
Se um circuito contém elementos capacitivos e indutivos, a componente reativa do triângulo de potências é determinada pela *diferença* entre as potências reativas fornecidas a esses elementos. Se  $Q_L > Q_C$ , o triângulo de potências resultante é semelhante ao da Figura 19.14. Se  $Q_C > Q_L$ , o triângulo de potência resultante é semelhante ao da Figura 19.15.

Para ver que a potência reativa total é a diferença entre as potências reativas dos elementos capacitivos e indutivos, basta comparar as equações 19.11 e 19.19. A partir dessas equações, plotamos no mesmo gráfico as potências fornecidas aos elementos de um circuito  $L$ - $C$  em série (veja a Figura 19.16). Os elementos reativos foram escolhidos de modo que  $X_L > X_C$ . Observe que as curvas de potência dos dois elementos estão defasadas exatamente  $180^\circ$ . A curva da potência reativa resultante é, portanto, determinada pela soma algébrica das duas potências em cada instante de tempo. Como a potência reativa é definida como o valor de pico, a componente reativa do triângulo de potências é como indica a Figura 19.16:  $\hat{P}(X_L - X_C)$ .

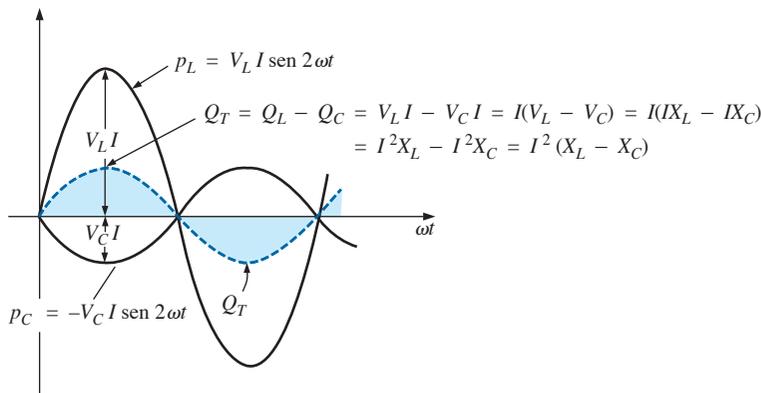
Uma verificação adicional pode ser deduzida considerando primeiramente o diagrama de impedância de um circuito  $R$ - $L$ - $C$  em série (veja a Figura 19.17). Se



**Figura 19.14** Diagrama de potência para cargas indutivas.



**Figura 19.15** Diagrama de potência para cargas capacitivas.



**Figura 19.16** Demonstração do motivo pelo qual a potência reativa total é a diferença entre as potências fornecidas aos elementos indutivos e capacitivos.

multiplicarmos cada vetor pela corrente ao quadrado ( $I^2$ ), obteremos os resultados mostrados na Figura 19.18, que é o triângulo de potências para um circuito predominantemente indutivo.

Como os vetores associados à potência reativa e à potência média têm sempre um ângulo de defasagem de  $90^\circ$ , os valores das três potências estão relacionados pelo teorema de Pitágoras; ou seja:

$$S^2 = P^2 + Q^2 \tag{19.28}$$

Portanto, se conhecermos os valores de duas dessas potências, sempre poderemos calcular a terceira.

É interessante notar que a equação:

$$S = VI^* \tag{19.29}$$

fornece a forma vetorial da potência aparente de um sistema. Aqui,  $V$  é a tensão aplicada ao sistema, e  $I^*$  é o complexo conjugado da corrente.

Considere, por exemplo, o circuito  $R$ - $L$  visto na Figura 19.19, no qual:

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{Z_T} = \frac{10 \text{ V } \angle 0^\circ}{3 \Omega + j 4 \Omega} = \frac{10 \text{ V } \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle 53,13^\circ} \\ &= 2 \text{ A } \angle -53,13^\circ \end{aligned}$$

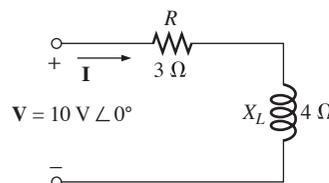
A potência real (o termo *real* está associado ao fato de a potência média ser plotada no semi-eixo positivo do eixo real do plano complexo) é dada por:

$$P = I^2 R = (2 \text{ A})^2 (3 \Omega) = 12 \text{ W}$$

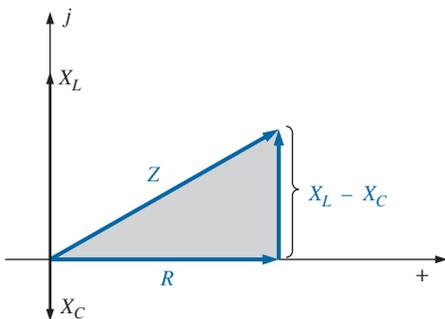
e a potência reativa é:

$$Q_L = I^2 X_L = (2 \text{ A})^2 (4 \Omega) = 16 \text{ VAR}(L)$$

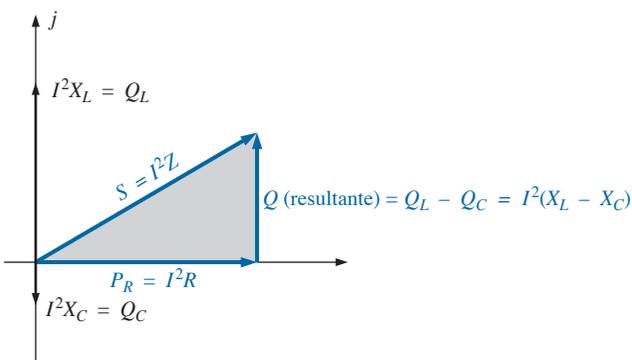
$$\begin{aligned} \text{com } S &= P + jQ_C = 12 \text{ W} + j 16 \text{ VAR}(L) \\ &= 20 \text{ VA } \angle 53,13^\circ \end{aligned}$$



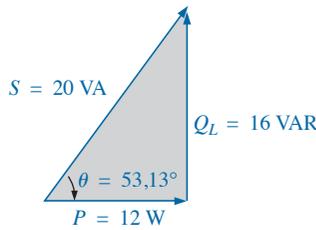
**Figura 19.19** Demonstração da validade da Equação 19.29.



**Figura 19.17** Diagrama de impedância para um circuito  $R$ - $L$ - $C$  em série.



**Figura 19.18** Resultado da multiplicação dos vetores mostrados na Figura 19.17 por  $I^2$  para um circuito  $R$ - $L$ - $C$  em série.



**Figura 19.20** Triângulo de potências para o circuito visto na Figura 19.19.

como mostra a Figura 19.20. Usando a Equação 19.29, temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{VI}^* = (10 \text{ V} \angle 0^\circ)(2 \text{ A} \angle +53,13^\circ) \\ &= 20 \text{ VA} \angle 53,13^\circ \end{aligned}$$

como obtivemos anteriormente.

O ângulo  $\theta$  associado a  $\mathbf{S}$ , que aparece nas figuras 19.14, 19.15 e 19.20, é o ângulo do fator de potência do circuito. Como:

$$P = VI \cos \theta$$

ou

$$P = S \cos \theta$$

então

$$F_p = \cos \theta = \frac{P}{S} \quad (19.30)$$

## 19.8 AS POTÊNCIAS P, Q E S TOTAIS

O número total de watts, volts-ampères reativos e volts-ampères e o fator de potência de qualquer sistema podem ser determinados pelo seguinte procedimento:

1. Determine a potência real e a potência reativa para todos os ramos do circuito.
2. A potência real total do sistema ( $P_T$ ) é a soma das potências médias fornecidas a todos os ramos.
3. A potência reativa total ( $Q_T$ ) é a diferença entre as potências reativas das cargas indutivas e a das cargas capacitivas.
4. A potência total aparente é dada por  $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$ .
5. O fator de potência total é igual a  $P_T/S_T$ .

Há dois pontos importantes no método anterior. Primeiro, a potência aparente total tem de ser calculada a partir da potência total média e da potência reativa, e não pode ser calculada com base nas potências aparentes dos vários ramos. Segundo, e mais importante, *não é necessário* considerar a configuração série-paralelo dos ramos. Em outras palavras, a potência total real, reativa ou aparente, é independente do fato de as cargas estarem em série, em paralelo ou em série-paralelo. Os exemplos a seguir mostram como é relativamente fácil calcular todas as grandezas de interesse.

### EXEMPLO 19.3

Calcule o número total de watts, de volts-ampères reativos e de volts-ampères e o fator de potência  $F_p$  do circuito visto na Figura 19.21. Desenhe o triângulo de potências e determine a corrente em forma fasorial.

**Solução:** Construa uma tabela como a 19.1.

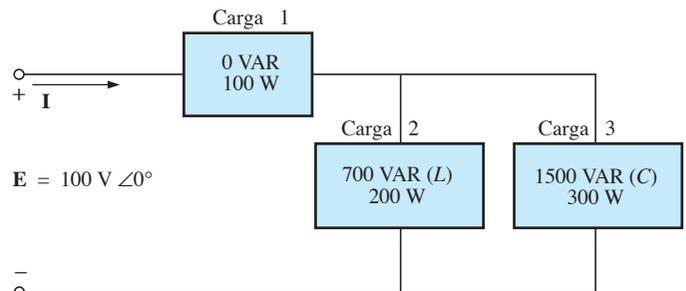
Assim,

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{600 \text{ W}}{1000 \text{ VA}} = \mathbf{0,6 \text{ adiantado (C)}}$$

O triângulo de potências é mostrado na Figura 19.22. Como  $S_T = VI = 1000 \text{ VA}$ ,  $I = 1000 \text{ VA}/100 \text{ V} = 10 \text{ A}$ ; como o  $\theta$  de  $\cos \theta = F_p$  é o ângulo entre a tensão e a corrente,

$$\mathbf{I} = \mathbf{10 \text{ A} } \angle +\mathbf{53,13^\circ}$$

O sinal positivo está associado ao ângulo de fase, já que o circuito é predominantemente capacitivo.



**Figura 19.21** Exemplo 19.3.

**Tabela 19.1**

Carga	W	VAR	VA
1	100	0	100
2	200	700 (L)	$\sqrt{(200)^2 + (700)^2} = 728,0$
3	300	1500 (C)	$\sqrt{(300)^2 + (1500)^2} = 1529,71$
	$P_T = \mathbf{600}$	$Q_T = \mathbf{800(C)}$	$S_T = \sqrt{(600)^2 + (800)^2} = \mathbf{1000}$
	Potência total dissipada	Potência reativa resultante do circuito	(Note que $S_T \neq$ soma dos três ramos: $1000 \neq 100 + 728 + 1529,71$ )

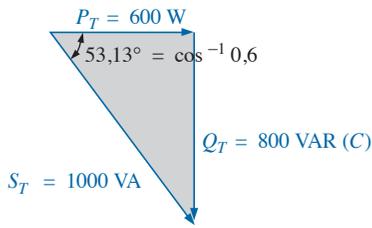


Figura 19.22 Triângulo de potências para o Exemplo 19.3.

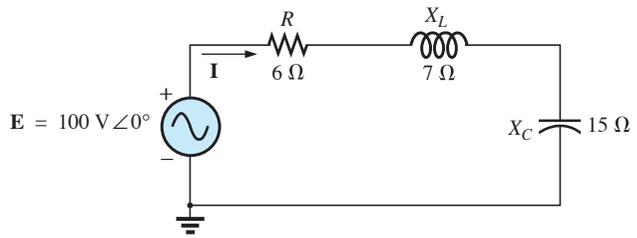


Figura 19.23 Exemplo 19.4.

**EXEMPLO 19.4**

- Calcule o número total de watts, volts-ampères reativos e volts-ampères e o fator de potência  $F_p$  para o circuito visto na Figura 19.23.
- Desenhe o triângulo de potências.
- Calcule a energia dissipada pelo resistor durante um ciclo completo da tensão se a frequência da tensão for 60 Hz.
- Calcule a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor e pelo indutor durante meio ciclo da curva de potência se a frequência da tensão for 60 Hz.

Soluções:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \mathbf{I} &= \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100 \text{ V } \angle 0^\circ}{6 \Omega + j 7 \Omega - j 15 \Omega} \\
 &= \frac{100 \text{ V } \angle 0^\circ}{10 \Omega \angle -53,13^\circ} = 10 \text{ A } \angle 53,13^\circ \\
 \mathbf{V}_R &= (10 \text{ A } \angle 53,13^\circ)(6 \Omega \angle 0^\circ) = 60 \text{ V } \angle 53,13^\circ \\
 \mathbf{V}_L &= (10 \text{ A } \angle 53,13^\circ)(7 \Omega \angle 90^\circ) \\
 &= 70 \text{ V } \angle 143,13^\circ \\
 \mathbf{V}_C &= (10 \text{ A } \angle 53,13^\circ)(15 \Omega \angle -90^\circ) \\
 &= 150 \text{ V } \angle -36,87^\circ \\
 P_T &= EI \cos \theta = (100 \text{ V})(10 \text{ A}) \cos 53,13^\circ \\
 &= \mathbf{600 \text{ W}} \\
 &= I^2 R = (10 \text{ A})^2(6 \Omega) = \mathbf{600 \text{ W}} \\
 &= \frac{V_R^2}{R} = \frac{(60 \text{ V})^2}{6} = \mathbf{600 \text{ W}} \\
 S_T &= EI = (100 \text{ V})(10 \text{ A}) = \mathbf{1000 \text{ VA}} \\
 &= I^2 Z_T = (10 \text{ A})^2(10 \Omega) = \mathbf{1000 \text{ VA}} \\
 &= \frac{E^2}{Z_T} = \frac{(100 \text{ V})^2}{10 \Omega} = \mathbf{1000 \text{ VA}} \\
 Q_T &= EI \sin \theta = (100 \text{ V})(10 \text{ A}) \sin 53,13^\circ \\
 &= \mathbf{800 \text{ VAR}} \\
 &= Q_C - Q_L \\
 &= I^2(X_C - X_L) = (10 \text{ A})^2(15 \Omega - 7 \Omega) \\
 &= \mathbf{800 \text{ VAR}} \\
 Q_T &= \frac{V_C^2}{X_C} - \frac{V_L^2}{X_L} = \frac{(150 \text{ V})^2}{15 \Omega} - \frac{(70 \text{ V})^2}{7 \Omega} \\
 &= 1500 \text{ VAR} - 700 \text{ VAR} = \mathbf{800 \text{ VAR}} \\
 F_p &= \frac{P_T}{S_T} = \frac{600 \text{ W}}{1000 \text{ VA}} = \mathbf{0,6 \text{ adiantado}(C)}
 \end{aligned}$$

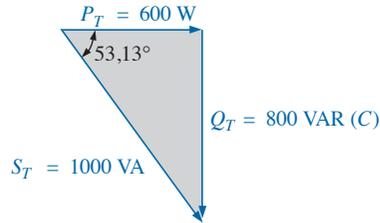


Figura 19.24 Triângulo de potências para o Exemplo 19.4.

- O triângulo de potências é mostrado na Figura 19.24.

$$\begin{aligned}
 \text{c) } W_R &= \frac{V_R I}{f_1} = \frac{(60 \text{ V})(10 \text{ A})}{60 \text{ Hz}} = \mathbf{10 \text{ J}} \\
 \text{d) } W_L &= \frac{V_L I}{\omega_1} = \frac{(70 \text{ V})(10 \text{ A})}{(2\pi)(60 \text{ Hz})} = \frac{700 \text{ J}}{377} = \mathbf{1,86 \text{ J}} \\
 W_C &= \frac{V_C I}{\omega_1} = \frac{(150 \text{ V})(10 \text{ A})}{377 \text{ rad/s}} = \frac{1500 \text{ J}}{377} = \mathbf{3,98 \text{ J}}
 \end{aligned}$$

**EXEMPLO 19.5**

Para o sistema mostrado na Figura 19.25,

- Calcule as potências média, aparente e reativa, e o  $F_p$  para cada ramo.
- Calcule a potência total em watts, em volts-ampères reativos e em volts-ampères e calcule ainda o fator de potência do sistema. Desenhe o triângulo de potências.
- Calcule a corrente  $\mathbf{I}$  fornecida pela fonte.

Soluções:

a) *Lâmpadas:*

Dissipação total da potência aplicada:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 12(60 \text{ W}) = \mathbf{720 \text{ W}} \\
 Q_1 &= \mathbf{0 \text{ VAR}} \\
 S_1 &= P_1 = \mathbf{720 \text{ VA}} \\
 F_{p1} &= \mathbf{1}
 \end{aligned}$$

b) *Aquecedores:*

Dissipação total da potência aplicada:

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \mathbf{6,4 \text{ kW}} \\
 Q_2 &= \mathbf{0 \text{ VARIÁVEL}} \\
 S_2 &= P_2 = \mathbf{6,4 \text{ kVA}} \\
 F_{p2} &= \mathbf{1}
 \end{aligned}$$

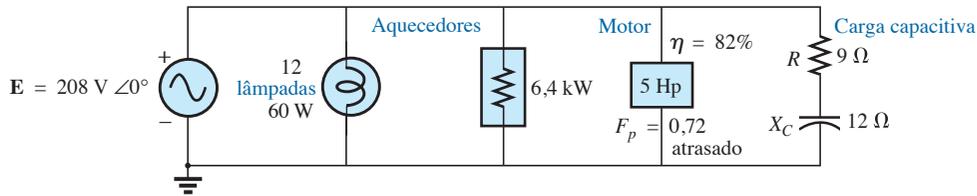
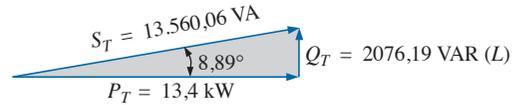


Figura 19.25 Exemplo 19.5.



Motor:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \rightarrow P_i = \frac{P_o}{\eta} = \frac{5(746 \text{ W})}{0,82} = 4548,78 \text{ W} = P_3$$

$$F_p = 0,72 \text{ atrasado}$$

$$P_3 = S_3 \cos \theta \rightarrow S_3 = \frac{P_3}{\cos \theta} = \frac{4548,78 \text{ W}}{0,72} = 6317,75 \text{ VA}$$

Também sabemos que  $\theta = \cos^{-1} 0,72 = 43,95^\circ$ , de maneira que

$$Q_3 = S_3 \sin \theta = (6317,75 \text{ VA})(\sin 43,95^\circ) = (6317,75 \text{ VA})(0,694) = 4384,71 \text{ VAR (L)}$$

Carga capacitiva:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{208 \text{ V } \angle 0^\circ}{9 \Omega - j 12 \Omega} = \frac{208 \text{ V } \angle 0^\circ}{15 \Omega \angle -53,13^\circ} = 13,87 \text{ A } \angle 53,13^\circ$$

$$P_4 = I^2 R = (13,87 \text{ A})^2 \cdot 9 \Omega = 1731,39 \text{ W}$$

$$Q_4 = I^2 X_C = (13,87 \text{ A})^2 \cdot 12 \Omega = 2308,52 \text{ VAR (C)}$$

$$S_4 = \sqrt{P_4^2 + Q_4^2} = \sqrt{(1731,39 \text{ W})^2 + (2308,52 \text{ VAR})^2} = 2885,65 \text{ VA}$$

$$F_p = \frac{P_4}{S_4} = \frac{1731,39 \text{ W}}{2885,65 \text{ VA}} = 0,6 \text{ adiantado}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P_T &= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \\ &= 720 \text{ W} + 6400 \text{ W} + 4548,78 \text{ W} + 1731,39 \text{ W} \\ &= 13.400,17 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_T &= \pm Q_1 \pm Q_2 \pm Q_3 \pm Q_4 \\ &= 0 + 0 + 4384,71 \text{ VAR (L)} - 2308,52 \text{ VAR (C)} \\ &= 2076,19 \text{ VAR (L)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_T &= \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \\ &= \sqrt{(13.400,17 \text{ W})^2 + (2076,19 \text{ VAR})^2} \\ &= 13.560,06 \text{ VA} \end{aligned}$$

Figura 19.26 Triângulo de potência para o Exemplo 19.5.

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{13,4 \text{ kW}}{13.560,06 \text{ VA}} = 0,988 \text{ atrasado}$$

$$\theta = \cos^{-1} 0,988 = 8,89^\circ$$

Observe a Figura 19.26.

$$\text{c) } S_T = EI \rightarrow I = \frac{S_T}{E} = \frac{13.559,89 \text{ VA}}{208 \text{ V}} = 65,19 \text{ A}$$

Fator de potência atrasado: **E** está adiantada com relação a **I** por um ângulo de  $8,89^\circ$ , e

$$\mathbf{I} = 65,19 \text{ A } \angle -8,89^\circ$$

### EXEMPLO 19.6

Um equipamento elétrico tem uma especificação de 5 kVA, 100 V com um fator de potência atrasado 0,6. Qual a impedância do equipamento em coordenadas retangulares?

Solução:

$$S = EI = 5000 \text{ VA}$$

$$\text{Portanto, } I = \frac{5000 \text{ VA}}{100 \text{ V}} = 50 \text{ A}$$

Para  $F_p = 0,6$ , temos:

$$\theta = \cos^{-1} 0,6 = 53,13^\circ$$

Como o fator de potência é atrasado, o circuito é predominantemente indutivo e **I** está atrasada em relação a **E**. Assim, para  $\mathbf{E} = 100 \text{ V } \angle 0^\circ$ ,

$$\mathbf{I} = 50 \text{ A } \angle -53,13^\circ$$

Entretanto:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_T &= \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{I}} = \frac{100 \text{ V } \angle 0^\circ}{50 \text{ A } \angle -53,13^\circ} = 2 \Omega \angle 53,13^\circ \\ &= 1,2 \Omega + j 1,6 \Omega \end{aligned}$$

que é a impedância do circuito visto na Figura 19.27.

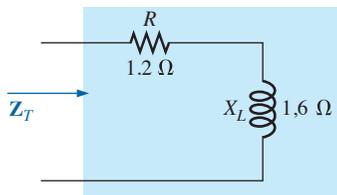


Figura 19.27 Exemplo 19.6.

### 19.9 CORREÇÃO DO FATOR DE POTÊNCIA

O projeto de qualquer sistema de transmissão de energia tem como um dos principais parâmetros a intensidade da corrente nas linhas, que depende das cargas ligadas ao sistema. Correntes mais altas resultam em maiores perdas de potência (por um fator quadrático, pois  $P = I^2 R$ ) nas linhas de transmissão devido à resistência delas. Valores elevados de corrente também tornam necessário o uso de condutores de maior diâmetro, aumentando a quantidade de cobre necessário para construir a linha, e evidentemente implicam maior capacidade de geração de energia por parte da concessionária.

Portanto, existe um empenho em manter os níveis de corrente a um mínimo necessário. Como a tensão nas linhas de um sistema de transmissão é mantida constante, a potência aparente é diretamente proporcional à intensidade da corrente. Assim, quanto menor a potência aparente, menor a corrente drenada pela carga. Portanto, essa corrente é mínima quando  $S = P$  e  $Q_T = 0$ . Note, na Figura 19.28, o efeito da diminuição de  $Q_T$  sobre o valor (módulo) de  $S$  para a mesma potência real. Note também que o ângulo do fator de potência se aproxima de zero grau e  $F_p$  se aproxima de 1, revelando que o circuito torna-se cada vez mais resistivo nos terminais de entrada.

O processo de introduzir elementos reativos para levar o fator de potência a um valor mais próximo da unidade é chamado de **correção do fator de potência**. Como em geral as cargas são indutivas, o processo normalmente envolve a introdução de elementos capacitivos com o único objetivo de aumentar o fator de potência.

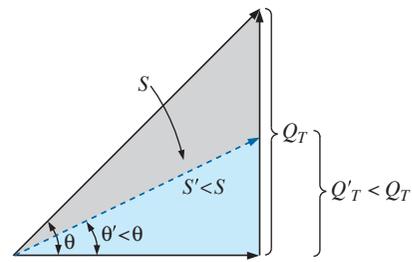


Figura 19.28 Demonstração da influência da correção do fator de potência sobre o triângulo de potências de um circuito.

Na Figura 19.29(a), por exemplo, uma carga indutiva consome uma corrente  $I_L$  que possui uma componente real e uma imaginária. Na Figura 19.29(b), uma carga capacitiva foi conectada em paralelo com a carga original a fim de aumentar o fator de potência do sistema para um valor próximo da unidade. Observe que, como os elementos indutivo (carga) e capacitivo estão ligados em paralelo, a carga continua a receber a mesma tensão e a consumir a mesma corrente  $I_L$ . Em outras palavras, do ponto de vista da carga, tanto faz se o circuito é o da Figura 19.29(a) ou o da Figura 19.29(b).

O cálculo da corrente da fonte na Figura 19.29(b) é o seguinte:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_s &= \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_L \\ &= jI_C(I_{\text{mag}}) + I_L(R_e) + jI_L(I_{\text{mag}}) = jI_C + I_L - jI_L \\ &= I_L(R_e) + j[I_L(I_{\text{mag}}) + I_C(I_{\text{mag}})] = I_L + j[I_C + I_L] \end{aligned}$$

Se  $X_C$  for escolhido de modo que  $I_C = I_L$ , então:

$$\mathbf{I}_s = I_L + j(0) = I_L \angle 0^\circ$$

O resultado é uma corrente na fonte cuja intensidade é igual à parte real da corrente na carga indutiva, que pode ser consideravelmente menor que a intensidade da corrente na carga mostrada na Figura 19.29(a). Além disso, como as fases associadas à tensão aplicada e à corrente na fonte são iguais, o sistema parece ‘resistivo’ nos terminais de entrada, e toda a potência fornecida é consumida, criando o máximo de eficiência para a concessionária.

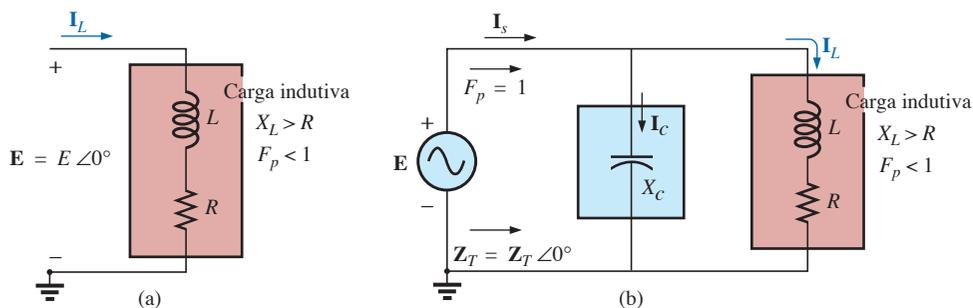


Figura 19.29 Demonstração da influência de um elemento capacitivo sobre o fator de potência de um circuito.

**EXEMPLO 19.7**

Um motor de 5 hp com um fator de potência atrasado 0,6 e cuja eficiência é 92 por cento está conectado a uma fonte de 208 V e 60 Hz.

- Estabeleça o triângulo de potência para a carga.
- Determine o valor do capacitor que deve ser ligado em paralelo com a carga de modo a aumentar o fator de potência para 1.
- Determine a diferença na corrente fornecida pela fonte no circuito compensado e a corrente no circuito não compensado.
- Determine o circuito equivalente para o circuito acima e verifique as conclusões.

Soluções:

- a) Como 1 hp = 746 W,

$$P_o = 5 \text{ hp} = 5(746 \text{ W}) = 3730 \text{ W}$$

$$e \quad P_i(\text{consumida}) = \frac{P_o}{\eta} = \frac{3730 \text{ W}}{0,92} = 4054,35 \text{ W}$$

Além disso,  $F_p = \cos \theta = 0,6$

e  $\theta = \cos^{-1} 0,6 = 53,13^\circ$

Aplicando  $\text{tg } \theta = \frac{Q_L}{P_i}$

obtemos  $Q_L = P_i \text{ tg } \theta = (4054,35 \text{ W}) \text{ tg } 53,13^\circ = 5405,8 \text{ VAR}(L)$

e

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{P_i^2 + Q_L^2} \\ &= \sqrt{(4054,35 \text{ W})^2 + (5405,8 \text{ VAR})^2} \\ &= 6757,25 \text{ VA} \end{aligned}$$

O triângulo de potências aparece na Figura 19.30.

- b) Obtemos um fator de potência unitário introduzindo um valor de potência reativa capacitiva igual a 5405,8 VAR para equilibrar  $Q_L$ . Como

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C}$$

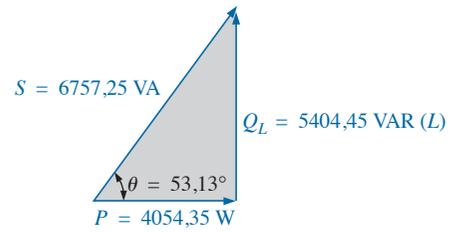
então  $X_C = \frac{V^2}{Q_C} = \frac{(208 \text{ V})^2}{5405,8 \text{ VAR}(C)} = 8 \Omega$

e  $C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{(2\pi)(60 \text{ Hz})(8 \Omega)} = 331,6 \mu\text{F}$

- c) Em  $0,6F_p$ ,

$$S = VI = 6757,25 \text{ VA}$$

e  $I = \frac{S}{V} = \frac{6757,25 \text{ VA}}{208 \text{ V}} = 32,49 \text{ A}$



**Figura 19.30** Triângulo de potência inicial para a carga do Exemplo 19.7.

Na unidade  $F_p$ ,

$$S = VI = 4054,35 \text{ VA}$$

e  $I = \frac{S}{V} = \frac{4054,35 \text{ VA}}{208 \text{ V}} = 19,49 \text{ A}$

resultando em uma redução de 40 por cento na corrente da fonte.

- d) Para o motor, o ângulo de avanço da tensão aplicada em relação à corrente é:

$$\theta = \cos^{-1} 0,6 = 53,13^\circ$$

e  $P = EI \cos \theta = 4054,35 \text{ W}$ , de acordo com o resultado anterior, de maneira que:

$$I = \frac{P}{E \cos \theta} = \frac{4054,35 \text{ W}}{(208 \text{ V})(0,6)} = 32,49 \text{ A}$$

(como anteriormente)

o que resulta em:

$$\mathbf{I} = 32,49 \text{ A} \angle -53,13^\circ$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{I}} = \frac{208 \text{ V} \angle 0^\circ}{32,49 \text{ A} \angle -53,13^\circ} = 6,4 \Omega \angle 53,13^\circ \\ &= 3,84 \Omega + j 5,12 \Omega \end{aligned}$$

como mostra a Figura 19.31(a).

A carga em paralelo equivalente é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{1}{6,4 \Omega \angle 53,13^\circ} \\ &= 0,156 \text{ S} \angle -53,13^\circ \\ &= 0,0936 \text{ S} - j 0,125 \text{ S} \\ &= \frac{1}{10,68 \Omega} + \frac{1}{j 8 \Omega} \end{aligned}$$

como mostra a Figura 19.31(b).

Agora está claro que o efeito da reatância indutiva de 8 Ω pode ser compensado por uma reatância

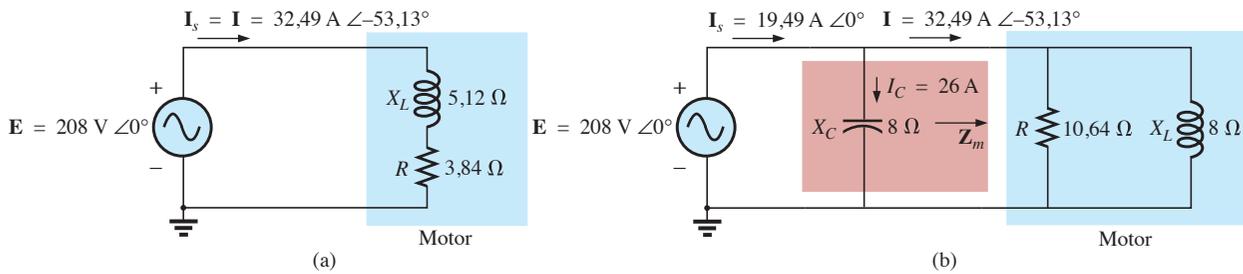


Figura 19.31 Demonstração da influência da correção do fator de potência sobre a corrente da fonte.

capacitiva de  $8 \Omega$  em paralelo por meio de um capacitor de  $332 \mu\text{F}$  para correção do fator de potência. Como

$$Y_T = \frac{1}{-jX_C} + \frac{1}{R} + \frac{1}{+jX_L} = \frac{1}{R}$$

$$I_s = EY_T = E\left(\frac{1}{R}\right)$$

$$= (208 \text{ V})\left(\frac{1}{10,68 \Omega}\right) = \mathbf{19,49 \text{ A}}$$

como anteriormente

Além disso, o módulo da corrente no ramo em que está o capacitor pode ser obtido assim:

$$I_C = \frac{E}{X_C} = \frac{208 \text{ V}}{8 \Omega} = \mathbf{26 \text{ A}}$$

**EXEMPLO 19.8**

- a) Uma pequena usina geradora industrial alimenta 10 kW de aquecedores e 20 kVA de motores de indução. Os elementos de aquecimento são considerados puramente resistivos ( $F_p = 1$ ), e os motores possuem um fator de potência atrasado igual a 0,7. Se a fonte é de 1.000 V e 60 Hz, determine a capacitância necessária para aumentar o fator de potência para 0,95.
- b) Compare os valores de corrente drenados da fonte de alimentação.

Soluções:

- a) Para os motores de indução,

$$S = VI = 20 \text{ kVA}$$

$$P = S \cos \theta = (20 \times 10^3 \text{ VA})(0,7) = 14 \text{ kW}$$

$$\theta = \cos^{-1} 0,7 \cong 45,6^\circ$$

e

$$Q_L = VI \sin \theta = (20 \text{ kVA})(0,714)$$

$$= 14,28 \text{ kVAR}(L)$$

O triângulo de potências para o sistema aparece na Figura 19.32. Observe a adição das potências reais e o  $S_T$  resultante:

$$S_T = \sqrt{(24 \text{ kW})^2 + (14,28 \text{ kVAR})^2} = 27,93 \text{ kVA}$$

$$\text{com } I_T = \frac{S_T}{E} = \frac{27,93 \text{ kVA}}{1000 \text{ V}} = \mathbf{27,93 \text{ A}}$$

O fator de potência desejado, 0,95, resulta em um ângulo entre  $S$  e  $P$ , que vale:

$$\theta = \cos^{-1} 0,95 = 18,91^\circ$$

modificando o triângulo de potência para o que é visto na Figura 19.33:

$$\text{com } \text{tg } \theta = \frac{Q'_L}{P_T} \rightarrow Q'_L = P_T \text{tg } \theta$$

$$= (24 \text{ kW})(\text{tg } 18,19^\circ)$$

$$= (24 \text{ kW})(0,329) = 7,9 \text{ kVAR}(L)$$

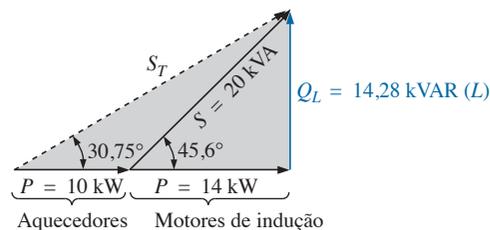


Figura 19.32 Triângulo de potência inicial para a carga do Exemplo 19.8.

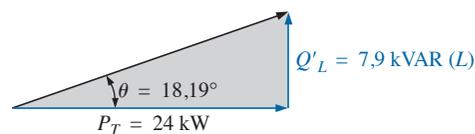


Figura 19.33 Triângulo de potência para a carga de Exemplo 19.8 após o aumento do fator de potência para 0,95.

A potência reativa indutiva precisa ser reduzida em

$$\begin{aligned} Q_L - Q'_L &= 14,28 \text{ kVAR (L)} - 7,9 \text{ kVAR (L)} \\ &= 6,38 \text{ kVAR (L)} \end{aligned}$$

Portanto,  $Q_C = 6,38 \text{ kVAR}$ , e usando

$$Q_C = \frac{E^2}{X_C}$$

obtemos:

$$X_C = \frac{E^2}{Q_C} = \frac{(10^3 \text{ V})^2}{6,38 \text{ kVAR}} = 156,74 \Omega$$

$$\begin{aligned} e \quad C &= \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{(2\pi)(60 \text{ Hz})(156,74 \Omega)} \\ &= \mathbf{16,93 \mu\text{F}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } S_T &= \sqrt{(24 \text{ kW})^2 + [7,9 \text{ kVAR(L)}]^2} \\ &= 25,27 \text{ kVA} \end{aligned}$$

$$I_T = \frac{S_T}{E} = \frac{25,27 \text{ kVA}}{1000 \text{ V}} = \mathbf{25,27 \text{ A}}$$

O novo valor de  $I_T$  é

$$I_T = \mathbf{25,27 \text{ A} \angle 27,93 \text{ A}} \quad (\text{original})$$

## 19.10 WATTÍMETROS E MEDIDORES DE FATOR DE POTÊNCIA

O wattímetro visto na Figura 19.34 usa circuitos eletrônicos sofisticados para medir a tensão e a corrente, e, pelo uso de um módulo de conversão analógico-digital, mostra os resultados em forma digital. Essa unidade é capaz de operar com formas de onda não senoidais e pode fornecer também os valores das potências total, aparente e reativa, o ângulo de fase da potência e o fator de potência. Ele também pode medir correntes de até 500 A, tensões de até 600 V e frequências entre 30 Hz e 1000 Hz.

O analisador de qualidade de potência, visto na Figura 19.35, também pode exibir os níveis de potência real, reativa e aparente, juntamente com o fator de potência. Porém, ele possui várias outras opções, incluindo fornecer o conteúdo harmônico de até 51 termos para tensão, corrente e potência. A faixa de potência se estende de 250 W a 2,5 MW, e a corrente pode ser lida até 1000 A. O medidor também pode ser usado para medir níveis de resistência de 500  $\Omega$  a 30 M $\Omega$ , níveis de capacitância de 50 nF a 500  $\mu\text{F}$  e temperatura em  $^\circ\text{C}$  e  $^\circ\text{F}$ .



**Figura 19.34** Wattímetro digital de única fase e de três fases. (Hemera/Getty Images.)



**Figura 19.35** Analisador de qualidade de potência capaz de exibir a potência em watts, a corrente em ampères e a tensão em volts. (Cortesia da Fluke Corporation. Reproduzido com permissão.)

## 19.11 RESISTÊNCIA EFETIVA

A resistência de um condutor, obtida pela equação  $R = \rho(l/A)$ , é frequentemente chamada de resistência *CC*, *ôhmica* ou *geométrica*. Trata-se de uma grandeza constante que depende somente do material usado e das dimensões físicas. Nos circuitos CA, a resistência real dos condutores (denominada de **resistência efetiva**) difere da resistência *CC* devido às variações nos valores da corrente e da tensão, que introduzem efeitos não encontrados nos circuitos *CC*.

Esses efeitos incluem perdas por radiação, efeito pelicular (*skin*), correntes parasitas e perdas por histerese.

Os dois primeiros estão presentes em qualquer circuito, enquanto os outros dois dizem respeito a perdas adicionais causadas pela presença de materiais ferromagnéticos em campos magnéticos variáveis.

## Método experimental

A resistência efetiva de um circuito CA não pode ser medida pela razão  $V/I$ , pois essa razão é agora a impedância de um circuito que pode possuir resistência e reatância. Entretanto, a resistência efetiva pode ser determinada pela equação de potência  $P = I^2 R$ , onde:

$$R_{eff} = \frac{P}{I^2} \quad (19.31)$$

Portanto, precisamos de um wattímetro e de um amperímetro para medir a resistência efetiva de um circuito CA.

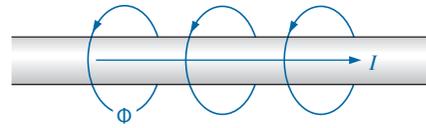
## Perdas por radiação

Examinaremos agora com mais detalhes as diversas perdas que podem ocorrer. A **perda por radiação** é a perda de energia na forma de ondas eletromagnéticas durante a transferência de energia de um elemento para outro. Essa perda de energia torna necessário que a potência de entrada seja maior para estabelecer a mesma corrente  $I$ , fazendo com que  $R$  aumente, como determina a Equação 19.31. A uma frequência de 60 Hz, os efeitos de perdas por radiação podem ser completamente ignorados. Entretanto, nas frequências de rádio, esse efeito é importante, e pode de fato se tornar o principal efeito a ser considerado em dispositivos eletromagnéticos como as antenas.

## Efeito pelicular

Para explicar o **efeito pelicular** (*skin*), torna-se necessário o uso de alguns conceitos básicos previamente descritos. Lembre-se de que, de acordo com o Capítulo 12, existe um campo magnético em torno de um condutor percorrido por uma corrente (veja a Figura 19.36). Como a quantidade de carga que flui em um circuito CA varia com o tempo, o campo magnético em torno da corrente também varia. Lembre-se também de que um condutor em um campo magnético variável sofre a indução de uma tensão entre suas extremidades, cujo valor é dado pela lei de Faraday,  $e = N \times (d\phi/dt)$ . Quanto maior a frequência do fluxo em movimento, determinado por uma corrente alternada, maior a tensão induzida.

Em um condutor percorrido por uma corrente alternada, o campo magnético variável age sobre ele mesmo, induzindo uma tensão que se opõe ao fluxo de carga ou à corrente original. Esse efeito é mais pronunciado no centro do condutor do que na superfície, pois o centro do condutor

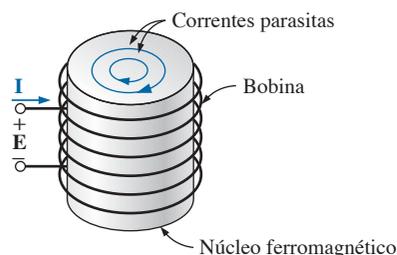


**Figura 19.36** Demonstração do efeito pelicular sobre a resistência efetiva de um condutor.

concatena os fluxos magnéticos variáveis interno e externo. À medida que a frequência do sinal aplicado aumenta, o fluxo no condutor varia a uma taxa maior. Portanto, com o aumento da frequência, a tensão contrária induzida no centro do condutor aumenta e praticamente toda a corrente se concentra na superfície do condutor. Em 60 Hz, o efeito pelicular é relativamente pequeno. Entretanto, nas frequências de rádio esse efeito é mais intenso, a ponto de serem construídos condutores ocos, pois a parte central apresenta eficiência de condução relativamente pequena. Portanto o efeito pelicular reduz a área efetiva do condutor e aumenta a resistência do condutor, dada pela equação  $R \uparrow = \rho(l/A \downarrow)$ .

## Perdas por histerese e por correntes parasitas

Como mencionado anteriormente, as perdas por histerese e correntes parasitas se manifestam quando um material ferromagnético é submetido a um campo magnético variável. Para descrever as perdas por correntes parasitas com mais detalhes, consideraremos os efeitos de uma corrente alternada passando por uma bobina enrolada em torno de um núcleo de material ferromagnético. A corrente alternada produz um fluxo magnético variável ( $\phi$ ) no núcleo, que, de acordo com a lei de Faraday, induz uma tensão no núcleo. Essa tensão induzida e a resistência geométrica do núcleo  $R_C = \rho(l/A)$  fazem com que surja no núcleo uma corrente,  $i_{núcleo} = (e_{ind}/R_C)$ , denominada **corrente parasita**. A corrente flui em uma trajetória circular, como mostra a Figura 19.37, mudando de sentido de acordo com a tensão alternada aplicada.



**Figura 19.37** Definição das perdas por correntes parasitas em um núcleo ferromagnético.

As perdas por correntes parasitas são dadas por:

$$P_{\text{parasita}} = i_{\text{parasita}}^2 R_{\text{núcleo}}$$

Essas perdas dependem principalmente do tipo de núcleo usado. Se o núcleo for feito de um material que não apresente propriedades ferromagnéticas — e tiver uma alta resistividade, como a madeira ou o ar —, as perdas por correntes parasitas poderão ser desprezadas. Em termos da frequência do sinal aplicado e do campo magnético produzido, as perdas por correntes parasitas são proporcionais ao quadrado da frequência multiplicado pelo quadrado do campo magnético.

$$P_{\text{parasita}} \propto f^2 B^2$$

As perdas por correntes parasitas podem ser reduzidas se o núcleo for construído com lâminas finas de material ferromagnético, isoladas umas das outras e colocadas paralelamente ao fluxo magnético. Isso reduz a intensidade das correntes parasitas em função do aumento da resistência em seu caminho.

As **perdas por histerese** foram discutidas na Seção 12.6. Você deve se lembrar de que, em termos da frequência do sinal aplicado e da intensidade do campo magnético produzido, a perda por histerese é proporcional à frequência multiplicada pelo campo magnético elevado à enésima potência:

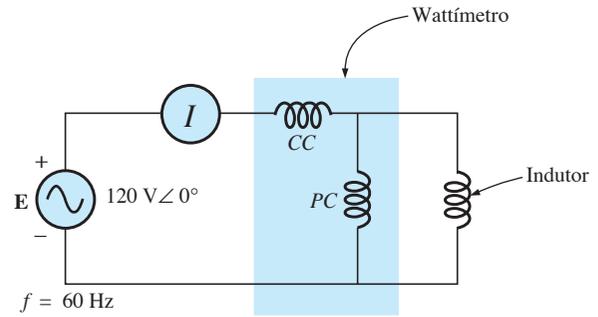
$$P_{\text{his}} \propto f^1 B^n$$

onde  $n$  pode variar de 1,4 a 2,6, dependendo do material.

As perdas por histerese podem ser efetivamente reduzidas pela introdução de pequenas quantidades de silício no núcleo magnético, representando cerca de 2 ou 3 por cento da composição total do núcleo. Entretanto, isso tem de ser feito com muito cuidado, porque o excesso de silício torna o material quebradiço e difícil de usinar no formato desejado.

### EXEMPLO 19.9

- Um indutor de núcleo de ar é ligado a uma fonte de 120 V e 60 Hz, como mostra a Figura 19.38. A corrente é 5 A e a potência medida por um wattímetro é 75 W. Determine a resistência efetiva e a indutância da bobina.
- Um núcleo de latão é inserido na bobina. O amperímetro indica 4 A, e o wattímetro, 80 W. Calcule a resistência efetiva da bobina. A que é atribuído o aumento da resistência efetiva em relação ao valor medido no item (a)?
- Se um núcleo de ferro maciço é inserido na bobina, a corrente indicada é 2 A e a potência é 52 W. Calcule



**Figura 19.38** Componentes básicos necessários para determinar a resistência efetiva e a indutância de uma bobina.

a resistência e a indutância da bobina. Compare esses valores aos obtidos no item (a) e discuta as diferenças.

Soluções:

$$\text{a) } R = \frac{P}{I^2} = \frac{75 \text{ W}}{(5 \text{ A})^2} = 3 \Omega$$

$$Z_T = \frac{E}{I} = \frac{120 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 24 \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z_T^2 - R^2} = \sqrt{(24 \Omega)^2 - (3 \Omega)^2} = 23,81 \Omega$$

$$\text{e } X_L = 2\pi fL$$

$$\text{ou } L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{23,81 \Omega}{377 \text{ rad/s}} = 63,16 \text{ mH}$$

$$\text{b) } R = \frac{P}{I^2} = \frac{80 \text{ W}}{(4 \text{ A})^2} = \frac{80 \Omega}{16} = 5 \Omega$$

O núcleo de latão tem relutância menor que o núcleo de ar. Portanto, há maior densidade de fluxo magnético ( $B$ ) no seu interior. Como  $P_{\text{parasita}} \propto f^2 B^2$  e  $P_{\text{his}} \propto f^1 B^n$ , à medida que a densidade de fluxo magnético aumenta, as perdas no núcleo e a resistência efetiva aumentam.

$$\text{c) } R = \frac{P}{I^2} = \frac{52 \text{ W}}{(2 \text{ A})^2} = \frac{52 \Omega}{4} = 13 \Omega$$

$$Z_T = \frac{E}{I} = \frac{120 \text{ V}}{2 \text{ A}} = 60 \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z_T^2 - R^2} = \sqrt{(60 \Omega)^2 - (13 \Omega)^2} = 58,57 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{58,57 \Omega}{377 \text{ rad/s}} = 155,36 \text{ mH}$$

O núcleo de ferro tem menor relutância que o de ar e o de latão. Portanto, a densidade de fluxo magnético ( $B$ ) no núcleo é maior. Novamente, como  $P_{\text{parasita}} \propto f^2 B^2$  e  $P_{\text{his}} \propto f^1 B^n$ , o aumento da densidade de fluxo

faz com que as perdas no núcleo e a resistência efetiva aumentem.

Como a indutância  $L$  está relacionada à variação do fluxo pela equação  $L = N(d\phi/di)$ , a indutância será maior para o núcleo de ferro, pois o fluxo variável através do núcleo irá aumentar.

## 19.12 APLICAÇÕES

### Geradores de energia elétrica portáteis

Embora possa parecer que a tensão de 120 V pode ser obtida em qualquer lugar, há situações — como em uma cabana em um local isolado, em uma obra ou em um acampamento — que nos fazem lembrar de que não existe uma tomada de energia elétrica em qualquer esquina do planeta. À medida que nos afastamos dos grandes centros urbanos, os geradores a gasolina, como o que aparece na Figura 19.39, podem ser encontrados mais facilmente em lojas de ferramentas, depósitos de madeiras e outros estabelecimentos comerciais de acordo com as necessidades locais de geração de energia elétrica. Como os geradores de corrente alternada são acionados por motor a gasolina, eles têm de ser ventilados adequadamente e não devem ser ligados em ambientes fechados. Geralmente, devido ao ruído sonoro e à fumaça, eles são instalados o mais distante possível e são conectados por cabos longos, de alta capacidade de corrente e resistentes às intempéries. Qualquer ponto de conexão tem de ser protegido adequadamente e instalado de maneira a garantir que as conexões sejam impermeáveis e resistam a chuvas intensas ou neve. Embora sejam necessários alguns esforços para colocar os geradores em operação e garantir que eles sempre tenham combustível suficiente para funcionar, a maioria dos usuários dirá que eles são valiosíssimos.

A grande maioria dos geradores é construída para fornecer de 1.750 W a 5.000 W de potência, embora unidades maiores possam fornecer até 20.000 W. Inicialmente, considere que 5.000 W seja uma potência suficiente para muitas aplicações. Entretanto, tenha em mente que a unidade adquirida deve ser especificada com pelo menos 20 por cento de capacidade acima da projetada por causa de surtos de correntes que acontecem quando aparelhos, motores, ferramentas etc. são ligados. Lembre-se de que mesmo uma lâmpada demanda uma grande corrente no momento em que é ligada devido à baixa resistência do filamento frio. Se o gerador tiver de operar muito próximo da capacidade máxima especificada, poderemos perceber fortes quedas na iluminação quando uma motosserra for ligada — quase ao ponto em que parecerá que a iluminação geral se apagou. Os geradores são se-



**Figura 19.39** Gerador portátil de fase única. (Cortesia da Coleman Powermate, Inc.)

melhantes a qualquer outro equipamento: se uma carga de alto consumo for conectada, eles param. A maioria deles tem fusíveis de proteção ou disjuntores para garantir que demandas acima das especificações sejam monitoradas e não sejam ultrapassadas. Uma barreira de proteção de 20 por cento faz com que a potência máxima de saída caia de 5.000 W para 4.000 W, o que nos faz querer saber a respeito da carga que podemos aplicar. Embora 4.000 W sejam suficientes para acionar diversas lâmpadas de 60 W, um aparelho de TV e um ventilador, entre outros, sempre teremos problemas quando, em uma unidade geradora, forem conectados equipamentos de aquecimento (como ferros elétricos, secadores de cabelo e secadoras de roupa). Mesmo fornos de micro-ondas de 1.200 W drenam uma potência razoável. Ao ligar um pequeno aquecedor elétrico de 1.500 W com seis lâmpadas de 60 W cada uma (360 W), um aparelho de TV de 250 W, e um queimador de óleo de 250 W, e em seguida ligar um secador de cabelo de 1.500 W — de repente se está com uma carga bem próxima da capacidade máxima de 4.000 W. Logo surge a necessidade de ampliar os limites de potência quando se aumenta o número de equipamentos que consomem energia.

A Tabela 19.2 fornece uma lista de especificações para uma ampla faixa de potências de geradores portáteis movidos a gasolina. Como grande parte dos geradores tem um motor movido a gasolina, qualquer potência acima de 5 hp passa a ser bastante onerosa, especialmente quando se considera o custo da gasolina. Muitos dos geradores considerados bons, que fornecem uma potência acima de 2.400 W, possuem receptáculos para 120 V e 220 V para diversos níveis de corrente e uma tomada de 12 V de corrente contínua. Eles também são construídos de maneira a tolerar razoavelmente as condições ambientais ao ar livre e podem funcionar por longos períodos de tempo. Para uma tensão de 120 V, uma unidade de 5.000 W pode fornecer uma corrente máxima de aproximadamente 42 A.

**Tabela 19.2** Especificações de geradores CA portáteis movidos a gasolina.

Potência de saída permanente	1.750–3.000 W	2.000–5.000 W	2.250–7.500 W
Potência em hp do motor a gasolina	4–11 hp	5–14 hp	5–16 hp
Corrente de saída permanente	Para 120 V: 15–25 A	Para 120 V: 17–42 A	Para 120 V: 19–63 A
	Para 220 V(3 $\phi$ ): 8–14 A	Para 220 V(3 $\phi$ ): 9–23 A	Para 220 V(3 $\phi$ ): 10–34 A
Tensão de saída	120 V ou 3 $\phi$ : 120 V/220 V	120 V ou 3 $\phi$ : 120 V/220 V	120 V ou 3 $\phi$ : 120 V/220 V
Receptáculos	2	2–4	2–4
Tanque de combustível	2 a 8 litros de gasolina	2 a 11 litros	4 a 19 litros de gasolina
		de gasolina	

### Sentido do negócio

Devido aos custos envolvidos, todas as grandes indústrias precisam analisar continuamente suas contas relativas ao consumo de energia elétrica para garantir um conhecimento mais preciso sobre o consumo e considerar formas de economizar energia. Conforme descrito nesse capítulo, o fator de potência associado à indústria como um todo pode ter um efeito mensurável na corrente drenada e consequentemente na potência em kVA drenada da rede. As concessionárias de energia elétrica estão cientes desse problema que, na realidade, representa uma sobrecarga extra se o fator de potência cair abaixo de 0,9. Em outras palavras, para garantir que a carga seja vista como a mais resistiva possível, as concessionárias de energia elétrica têm solicitado a todos os usuários que procurem garantir um fator de potência entre 0,9 e 1, de forma que a demanda em kW seja bem próxima da demanda em kVA.

Considere a seguinte conta mensal para uma indústria suficientemente grande:

<b>Consumo em kWh</b>	146,5 MWh
<b>Demanda de pico em kW</b>	241 kW
<b>Demanda em kW</b>	233 kW
<b>Demanda em kVA</b>	250 kVA

A tabela de preços fornecida por uma companhia local de fornecimento de energia elétrica é a seguinte:

<b>Energia</b>	Primeiros 450 kWh a 22,3¢/kWh
	Próximos 12 MWh a 17,1¢/kWh
	kWh adicional a 8,9¢/kWh
<b>Potência</b>	Primeiros 240 kW sem custo
	kW adicional a \$12,05/kW

Note que essa tabela de preços tem uma decomposição para custo de energia e para potência. Essa segunda taxa depende do fator de potência total da indústria.

A conta mensal da energia é calculada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \text{Custo} &= (450 \text{ kWh})(22,3¢/\text{kWh}) + (12 \text{ MWh})(17,1¢/\text{kWh}) \\ &\quad + [146,2 \text{ MWh} - (12 \text{ MWh} + 450 \text{ kWh})](8,9¢/\text{kWh}) \\ &= \$ 100,35 + \$ 2052,00 + \$ 11.903,75 \\ &= \mathbf{\$ 14.056,10} \end{aligned}$$

Antes de examinar os efeitos da estrutura da taxa de potência, podemos determinar o fator de potência total da carga para o mês fazendo a seguinte divisão de acordo com a conta mensal:

$$F_p = \frac{P}{P_a} = \frac{233 \text{ kW}}{250 \text{ kVA}} = \mathbf{0,932}$$

Como o fator de potência é maior que 0,9, as chances são de que não haverá sobretaxa, ou de que ela será mínima.

Quando se determina o valor da potência na conta, o consumo em kVA é multiplicado pelo ‘número mágico’ 0,9 para determinar o valor em kW para esse fator de potência. Esse valor em kW é comparado ao valor medido, sendo que o consumidor paga em função do maior valor.

Nesse caso, se multiplicarmos 250 kVA por 0,9, obteremos 225 kW, que é um pouco menor do que o valor medido, de 233 kW. Entretanto, os dois valores são menores que o teto de consumo sem custo de 240 kW, assim não há custo adicional para o componente da potência. A conta total permanece em \$ 14.056,10.

Se o consumo em kVA registrado na conta fosse 388 kVA, com o consumo em kW se mantendo em 233 kW, a situação mudaria, pois  $0,9 \times 388 \text{ kVA}$  corresponde a 349,2 kW, que é muito maior que o valor medido de 233 kW. O valor de 349,2 kW é usado para determinar o valor da conta da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} 349,2 \text{ kW} - 240 \text{ kW} &= 109,2 \text{ kW} \\ (109,2 \text{ kW})(\$ 12,05/\text{kW}) &= \mathbf{\$ 1.315,86} \end{aligned}$$

que é uma quantia significativa.

O valor total da conta pode então ser determinado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\text{Custo} &= \$ 14.056,10 + \$ 1.315,86 \\ &= \$ 15.371,96\end{aligned}$$

Assim, o fator de potência da carga cai para  $233 \text{ kW} / 388 \text{ kVA} = 0,6$ , colocando-se uma carga adicional desnecessária no sistema de fornecimento de energia elétrica. Nesse caso, deve ser considerada a correção do fator de potência, conforme descrito neste livro. É comum vermos grandes bancos de capacitores colocados na entrada de alimentação de grandes indústrias para realizar a correção necessária do fator de potência.

Portanto, de modo geral, é importante que você entenda perfeitamente o impacto de um baixo fator de potência em um sistema de geração de energia elétrica — caso algum dia venha a trabalhar em uma empresa fornecedora ou consumidora de energia elétrica.

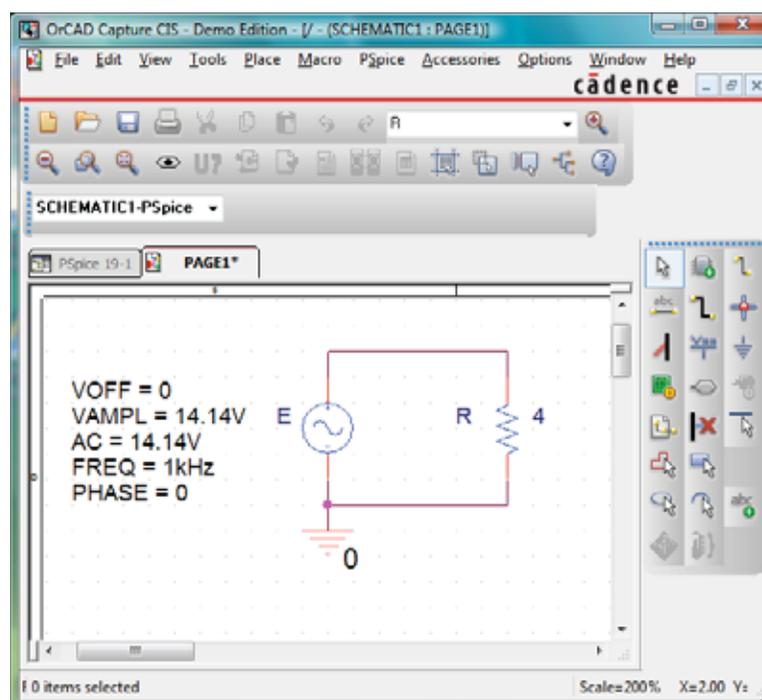
## 19.13 ANÁLISE COMPUTACIONAL

### PSpice

**Curva de potência: resistor.** Essa análise computacional começa com uma verificação das curvas mostradas na Figura 19.3, que mostra que a tensão e a corrente estão em fase em um resistor. Essa figura também mostra que a curva de potência está totalmente acima do eixo horizontal e tem o dobro da frequência aplicada e um valor de pico que é igual ao dobro do valor médio. Primeiro, monte o esquema simples, da

Figura 19.40. Em seguida, usando a opção **Time Domain (Transient)** para obter um gráfico em função do tempo, ajustando **Run to time** em  $1 \text{ ms}$  e **Maximum step size** em  $1 \text{ ms} / 1.000 = 1 \mu\text{s}$ , acione o botão **OK** seguido do ícone **Run PSpice** para realizar a simulação. A seguir, a seleção de **Trace-Add Trace-V1(R)** resultará na curva da tensão, conforme mostra a Figura 19.41. Ainda, o uso da sequência **Trace-Add Trace-I(R)** resultará na curva da corrente, conforme mostra a Figura 19.41. Finalmente, a curva da potência pode ser plotada selecionando **Trace-Add Trace V1(R)\*I(R)** a partir da equação fundamental para o cálculo da potência, resultando na curva de maior amplitude vista na Figura 19.41.

Podemos fazer uma distinção entre as curvas observando o símbolo usado para cada uma na parte inferior esquerda do gráfico. Entretanto, nesse caso, para tornar a identificação mais fácil, cores diferentes foram selecionadas para cada curva, clicando em cada uma com o botão direito do mouse, selecionando **Properties** e escolhendo tanto a cor quanto a espessura da linha de cada curva. No entanto, podemos também inserir um texto na tela ao selecionar o ícone **ABC** para obter a caixa de diálogo **Text Label** e inserir um rótulo, como **P(R)**, clicando a seguir em **OK**. O rótulo pode ser posicionado em qualquer local da tela. Ao acionar o botão **Toggle cursor** e em seguida clicar sobre **I(R)**, na parte inferior da tela, podemos usar o cursor para determinar o valor máximo da corrente. Em  $A1 = 250 \mu\text{s}$ , ou  $1/4$  do período total da tensão de entrada,



**Figura 19.40** Uso do PSpice para analisar a curva de potência para um elemento resistivo em um circuito CA.

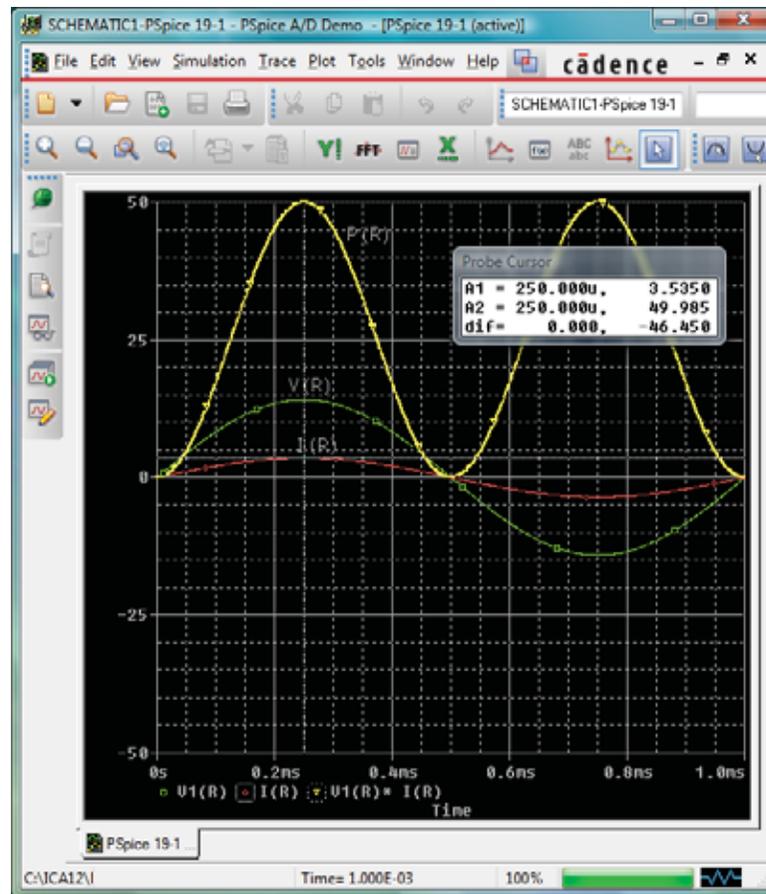


Figura 19.41 Gráficos resultantes de potência, tensão e corrente para o resistor do circuito visto na Figura 19.40.

a corrente apresenta um valor de pico de 3,54 A. O valor de pico na curva de potência pode ser obtido clicando com o botão direito do mouse sobre  $V_I(R)*I(R)$ , clicando em seguida na curva e determinando assim o valor de pico (obtido também clicando no ícone **Cursor Peak** à direita do botão **Toggle cursor**). Esse valor ocorre no mesmo ponto de máximo da corrente apresentando um valor de 50 W. Observe particularmente que a curva de potência mostra dois ciclos, enquanto as outras duas curvas,  $v_R$  e  $i_R$ , mostram apenas um ciclo. Obviamente, a curva de potência tem o dobro da frequência do sinal aplicado. Observe também que a curva de potência está totalmente acima do zero, indicando que a potência é absorvida pelo resistor durante todo o ciclo mostrado. Além disso, o valor de pico da curva de potência é o dobro do valor médio da curva; ou seja, o valor de pico de 50 W é duas vezes o valor médio de 25 W.

Os resultados dessa simulação podem ser verificados fazendo os cálculos manualmente, usando o valor rms da tensão aplicada. Ou seja,

$$P = \frac{V_R^2}{R} = \frac{(10 \text{ V})^2}{4 \Omega} = 25 \text{ W}$$

**Curvas de potência: circuito R-L-C em série.** O circuito mostrado na Figura 19.42, com sua combinação de elementos, será usado agora para demonstrar que, independentemente da configuração física do circuito, o valor médio da curva de potência estabelecida pelo produto da tensão aplicada e da corrente resultante é igual à potência dissipada pelo circuito. Em uma frequência de 1 kHz, a reatância do indutor de 1,273 mH será 8 Ω, e a reatância do capacitor será 4 Ω, resultando em um circuito atrasado. Uma análise do circuito gera os seguintes resultados:

$$Z_T = 4 \Omega + j 4 \Omega = 5,657 \Omega \angle 45^\circ$$

com 
$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{10 \text{ V} \angle 0^\circ}{5,657 \Omega \angle 45^\circ} = 1,768 \text{ A} \angle -45^\circ$$

e 
$$P = I^2 R = (1,768 \text{ A})^2 4 \Omega = 12,5 \text{ W}$$

Na listagem **Time Domains (Transient)**, insira 20 ms em **Run to Time** e 1 μs em **Maximum step size**. As três curvas mostradas na Figura 19.43 foram obtidas usando-se a opção **Simulation Output Variables V(E:+) , I(R) e V(E:+) \* I(R)**. O parâmetro **Run to time** em **Simulation Profile** apareceu com 20 ms, embora 1 μs tenha sido esco-

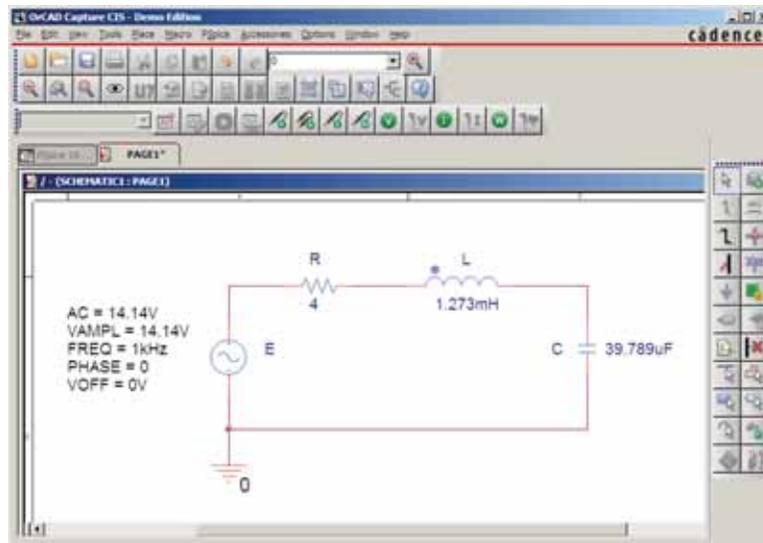


Figura 19.42 Uso do PSpice para examinar a distribuição de potência em um circuito  $R$ - $L$ - $C$  em série.

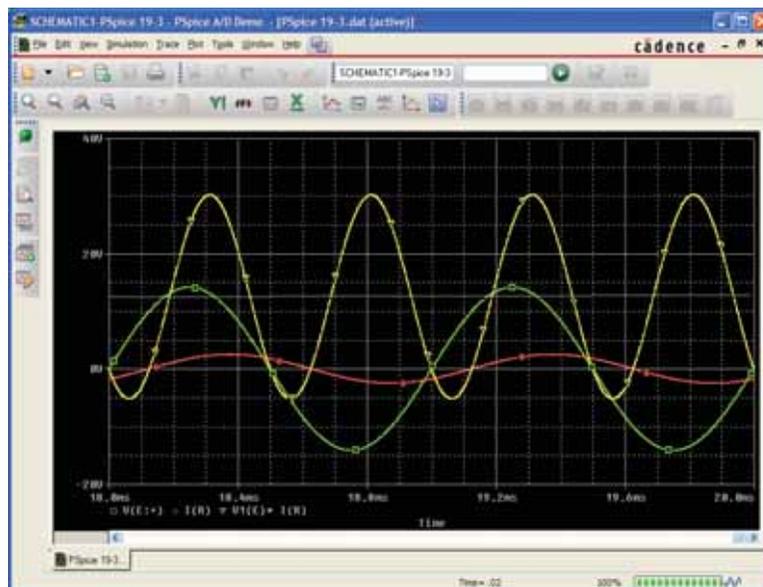


Figura 19.43 Gráficos da tensão aplicada  $e$ , da corrente  $i_R = i_s$  e da potência fornecida  $p_s = e \times i_s$  para o circuito mostrado na Figura 19.42.

lhido para **Maximum step size** para garantir uma boa resolução para o gráfico. Observe particularmente que o eixo horizontal começa somente em  $t = 18$  ms para garantir que o circuito esteja no estado estacionário e não no transitório (onde os valores de pico das formas de onda podem variar com o tempo). O eixo horizontal foi ajustado na faixa de 18 ms a 20 ms selecionando **Plot-Axis Settings-X Axis-User Defined-18ms to 20ms-OK**. Primeiramente, note que a corrente está atrasada em relação à tensão aplicada, de acordo com o esperado para um circuito atrasado. A defasagem angular entre as duas é de  $45^\circ$ , conforme determinado anteriormente. Em segundo lugar, saiba que os elementos foram escolhidos de maneira que a mesma escala pudesse

ser usada para a corrente e para a tensão. O eixo vertical não apresenta unidade, de maneira que as unidades adequadas têm de ser associadas mentalmente para cada curva. Usando **Plot-Label-Line**, desenhe uma reta horizontal na tela passando pelo valor médio da potência, que é 12,5 W. O ícone de um lápis aparecerá, que pode ser posicionado no canto esquerdo ao nível dos 12,5 W. O lápis pode então ser arrastado ao longo da tela para desenhar a reta desejada. Uma vez alcançada a borda direita do gráfico, libere o botão do mouse e a linha estará desenhada. Você deve usar cores diferentes para as curvas clicando com o botão direito do mouse na curva desejada e fazendo as escolhas em **Properties**. Observe que o valor 12,5 W é de fato o valor médio da curva de potência.

É interessante notar que a curva de potência está abaixo do eixo horizontal por apenas um curto período de tempo. Em outras palavras, durante os dois ciclos vistos, a potência está sendo absorvida pelo circuito na maior parte do tempo. A pequena região abaixo do eixo horizontal representa o retorno

da energia do circuito proveniente dos elementos reativos. Portanto, em geral, a fonte tem de fornecer potência ao circuito na maior parte do tempo, mesmo que uma boa porcentagem da energia seja fornecida aos elementos reativos, podendo não ser dissipada.

## PROBLEMAS

### Seções 19.1 a 19.8

- Dado o conjunto de lâmpadas (puramente resistivas) ilustrado na Figura 19.44:
  - Determine a potência total dissipada.
  - Calcule a potência total reativa e aparente.
  - Calcule a corrente  $I_s$ .
  - Calcule a resistência de cada lâmpada para as condições de operação especificadas.
  - Determine as correntes  $I_1$  e  $I_2$ .
- Dado o circuito visto na Figura 19.45, faça o que se pede.
  - Determine a potência média fornecida a cada um dos componentes.
  - Calcule a potência reativa para cada componente.

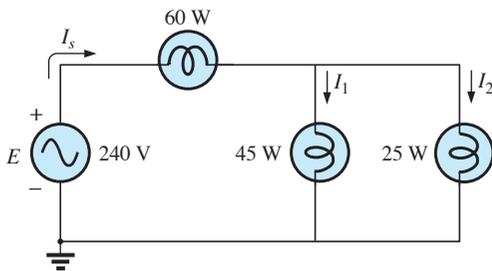


Figura 19.44 Problema 1.

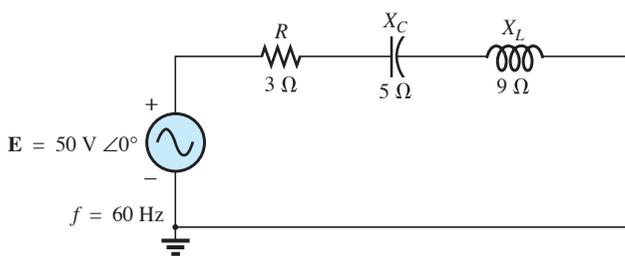


Figura 19.45 Problema 2.

- Calcule a potência aparente para cada componente.
  - Determine a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e o fator de potência  $F_p$  do circuito.
  - Desenhe o triângulo de potências.
  - Calcule a energia dissipada pelo resistor em um ciclo completo da tensão de entrada.
  - Calcule a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor e pelo indutor em um semiciclo da curva de potência para cada um.
- Dado o sistema mostrado na Figura 19.46:
    - Determine a potência total em watts, volts-ampères reativo, volts-ampères e o fator de potência  $F_p$ .
    - Desenhe o triângulo de potência.
    - Calcule a corrente  $I_s$ .
  - Dado o sistema da Figura 19.47:
    - Calcule  $P_T$ ,  $Q_T$  e  $S_T$ .
    - Determine fator de potência  $F_p$ .
    - Desenhe o triângulo de potência.
    - Calcule  $I_s$ .

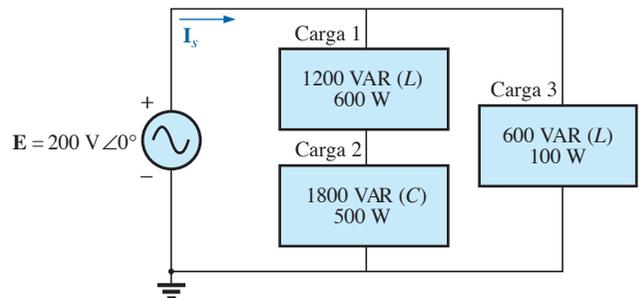


Figura 19.47 Problema 4.

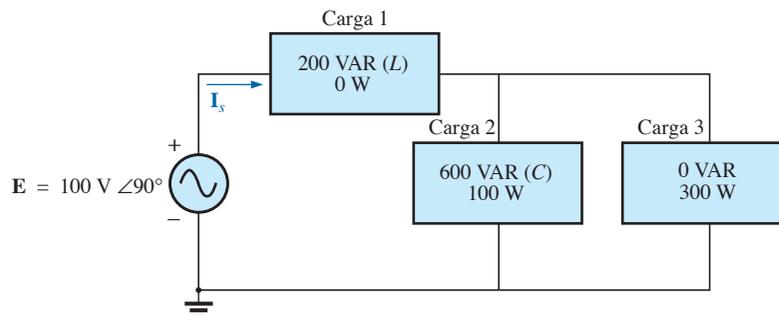


Figura 19.46 Problema 3.

5. Dado o sistema visto na Figura 19.48:
  - a) Determine  $P_T$ ,  $Q_T$  e  $S_T$ .
  - b) Determine fator de potência  $F_p$ .
  - c) Desenhe o triângulo de potências.
  - d) Calcule  $I_s$ .
6. Dado o circuito visto na Figura 19.49:
  - a) Calcule as potências média, reativa e aparente para o resistor de  $20 \Omega$ .
  - b) Repita o item (a) para a indutância reativa de  $10 \Omega$ .
  - c) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e o fator de potência  $F_p$ .
  - d) Calcule a corrente  $I_s$ .
7. Dado o circuito visto na Figura 19.50:
  - a) Calcule a potência média fornecida a cada elemento.
  - b) Determine a potência reativa para cada elemento.
  - c) Determine a potência aparente para cada elemento.
  - d) Calcule  $P_T$ ,  $Q_T$ ,  $S_T$  e  $F_p$  para o sistema.
  - e) Desenhe o triângulo de potências.
  - f) Calcule  $I_s$ .
8. Repita o Problema 7 considerando o circuito mostrado na Figura 19.51.
  - a) Calcule a potência média fornecida a cada elemento.
  - b) Determine a potência reativa para cada elemento.

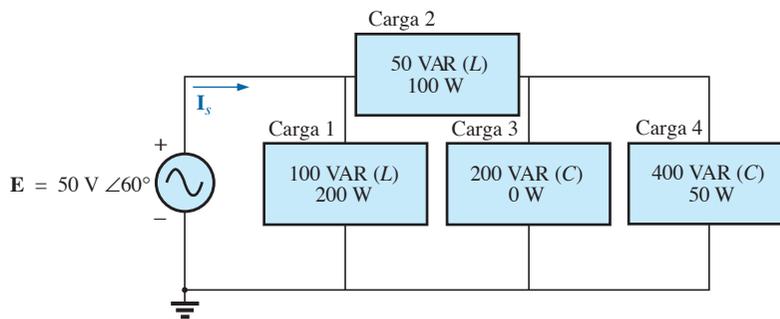


Figura 19.48 Problema 5.

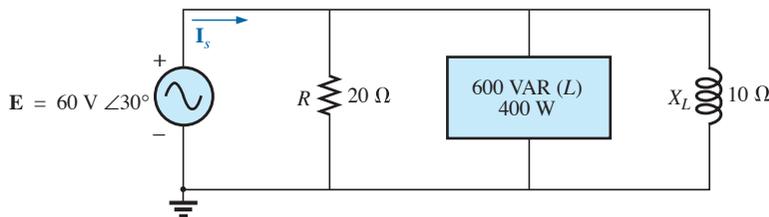


Figura 19.49 Problema 6.

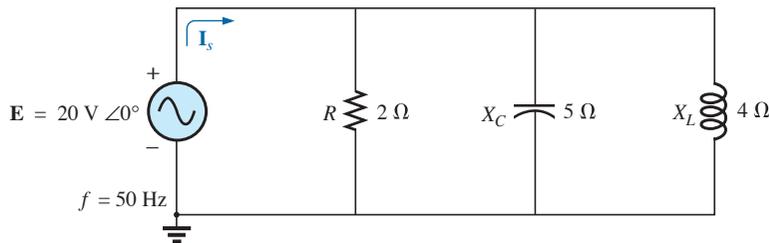


Figura 19.50 Problema 7.

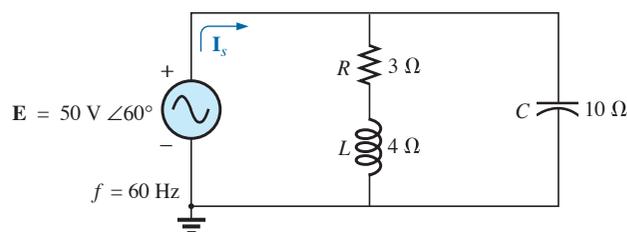


Figura 19.51 Problema 8.

- c) Determine a potência aparente para cada elemento.
  - d) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e o fator de potência  $F_p$  do circuito.
  - e) Desenhe o triângulo da potência.
  - f) Calcule a energia dissipada pelo resistor em um ciclo completo da tensão de entrada.
  - g) Encontre a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor e pelo indutor em um ciclo da curva de potência para cada um.
10. Um sistema elétrico está especificado para 10 kVA, 200 V com um fator de potência adiantado 0,5.
- a) Determine a impedância do sistema em coordenadas retangulares.
  - b) Calcule a potência média fornecida ao sistema.
11. Um sistema elétrico está especificado para 5 kVA, 120 V com um fator de potência atrasado 0,8.
- a) Determine a impedância do sistema em coordenadas retangulares.
  - b) Calcule a potência média fornecida ao sistema.
- \*12. Considerando o sistema visto na Figura 19.53:
- a) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e o fator de potência  $F_p$  do circuito.
  - b) Calcule a corrente  $I_s$ .
  - c) Desenhe o triângulo de potência.

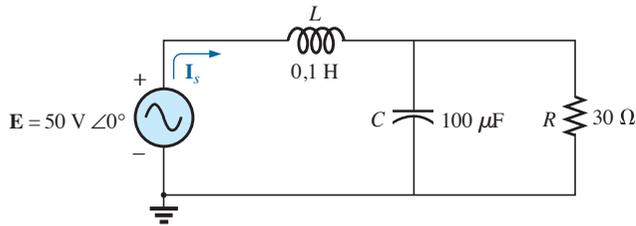


Figura 19.52 Problema 9.

- d) Determine quais são os componentes (e suas impedâncias em ohms) dentro de cada retângulo. (Suponha que todos os elementos de cada carga estejam em série.)
  - e) Verifique se o resultado do item (b) está correto, encontrando a corrente  $I_s$  usando apenas a tensão de entrada  $E$  e os resultados do item (d). Compare esse valor de  $I_s$  com o obtido no item (b).
- \*13. Repita o Problema 12 considerando o sistema visto na Figura 19.54.
- \*14. Dado o circuito visto na Figura 19.55:
- a) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e  $F_p$ .
  - b) Calcule a corrente  $I_s$ .
  - c) Determine o tipo dos componentes (e suas impedâncias) em cada retângulo. (Suponha que os elementos dentro de cada retângulo estejam em série.)
15. Dado o circuito visto na Figura 19.56:
- a) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e  $F_p$ .
  - b) Calcule a tensão  $E$ .
  - c) Determine o tipo dos componentes e suas impedâncias em cada retângulo. (Suponha que os elementos dentro de cada retângulo estejam em série.)

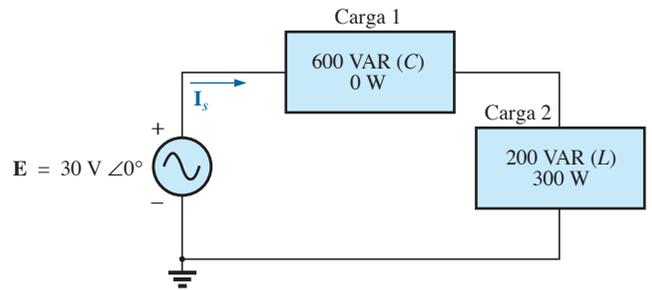


Figura 19.53 Problema 12.

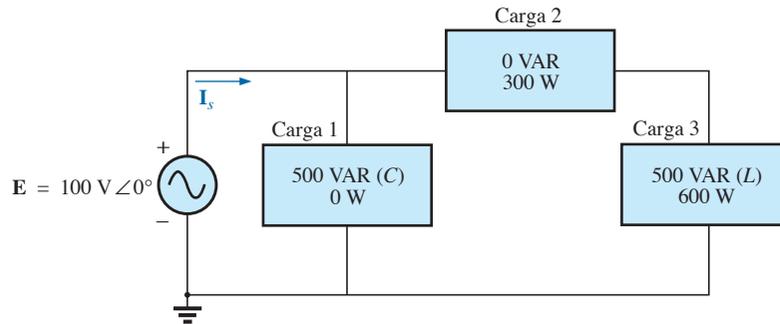


Figura 19.54 Problema 13.

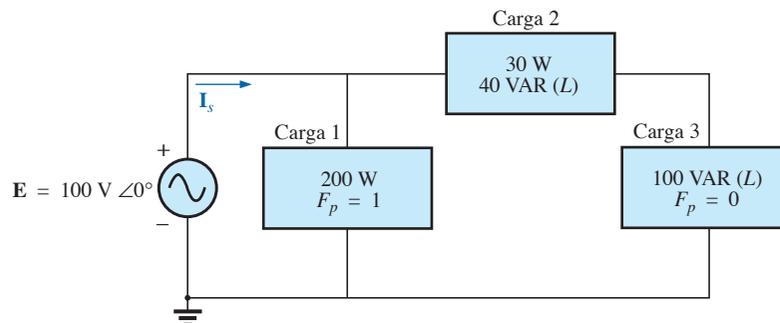


Figura 19.55 Problema 14.

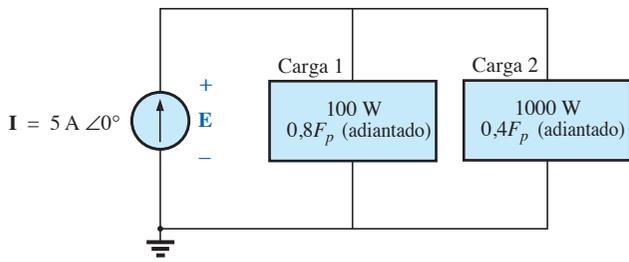


Figura 19.56 Problema 15.

**Seção 19.9 Correção do fator de potência**

- \*16. A iluminação e os motores de uma pequena fábrica estabelecem uma demanda de potência igual a 10 kVA para um fator de potência atrasado 0,7 com uma fonte de 208 V e 60 Hz.
- Construa o triângulo de potência para a carga.
  - Determine o valor do capacitor que deve ser colocado em paralelo com a carga para elevar o fator de potência à unidade.
  - Determine a diferença entre as correntes da fonte no sistema não compensado e no sistema compensado.
  - Repita os itens (b) e (c) para um fator de potência de 0,9.
17. A carga de um gerador de 120 V e 60 Hz é de 5 kW (resistiva), 8 kVAR (indutiva) e 2 kVAR (capacitiva).
- Calcule um número total de kilovolts-ampères.
  - Determine o  $F_p$  das cargas combinadas.
  - Calcule a corrente fornecida pelo gerador.
  - Calcule a capacitância necessária para estabelecer um fator de potência unitário.
  - Encontre a corrente fornecida pelo gerador com um fator de potência unitário e compare com o valor obtido no item (c).
18. As cargas de uma fábrica ligada a um sistema de 1.000 V, 60 Hz, são as seguintes:  
 20 kW para aquecimento (fator de potência unitário)  
 10 kW ( $P_1$ ) para motores de indução (fator de potência 0,7 atrasado)  
 5 kW para iluminação (fator de potência 0,85 atrasado)
- Desenhe o triângulo de potência para a carga total na fonte.
  - Determine a capacitância necessária para tornar o fator de potência total igual a 1.
  - Calcule a diferença entre as correntes totais no sistema compensado e no sistema não compensado.

**Seção 19.10 Wattímetros e medidores de fator de potência**

19. a) Um wattímetro é conectado com a bobina de corrente na posição mostrada na Figura 19.57 e com a bobina de tensão entre os pontos  $f$  e  $g$ . Qual a leitura do wattímetro?

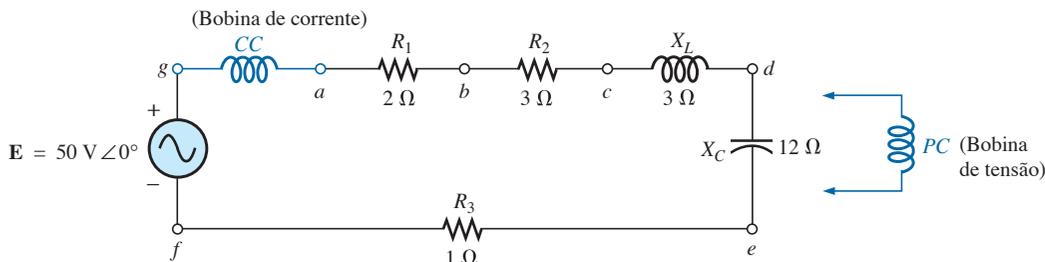


Figura 19.57 Problema 19.

- Repita o item (a) com a bobina de tensão ( $BT$ ) ligada entre os pontos  $a-b$ ,  $b-c$ ,  $a-c$ ,  $a-d$ ,  $c-d$ ,  $d-e$  e  $f-e$ .
20. A fonte de tensão vista na Figura 19.58 fornece 660 VA para uma tensão de 120 V, com uma corrente atrasada em relação à tensão por um fator de potência de 0,6.
- Determine as leituras do voltímetro, do amperímetro e do wattímetro.
  - Calcule a impedância da carga na forma retangular.

**Seção 19.11 Resistência efetiva**

21. a) Uma bobina de núcleo de ar é conectada a uma fonte de 200 V e 60 Hz. A corrente é de 4 A, e um wattímetro indica 80 W. Calcule a resistência efetiva e a indutância da bobina.
- Um núcleo de latão é inserido na bobina. O amperímetro indica 3 A e o wattímetro, 90 W. Calcule a resistência efetiva do núcleo. Explique por que o valor é maior do que no item (a).
  - Ao introduzir um núcleo de ferro maciço no indutor, a corrente passa a ser de 2 A, e o wattímetro passa a indicar 60 W. Calcule a resistência e a indutância da bobina. Compare os valores com os encontrados no item (a) e discuta as diferenças.
22. a) A indutância de uma bobina de núcleo de ar é 0,08 H e a resistência efetiva é 4  $\Omega$  quando a fonte de 60 V e 50 Hz é conectada na bobina. Determine a corrente na bobina e a leitura de um wattímetro conectado à bobina.
- Ao inserir um núcleo de latão na bobina, a resistência efetiva aumenta para 7  $\Omega$  e o wattímetro indica 30 W. Calcule a corrente na bobina e sua indutância.
  - Ao inserir um núcleo de ferro maciço na bobina, a resistência efetiva aumenta para 10  $\Omega$  e a corrente diminui para 1,7 A. Determine a leitura do wattímetro e a indutância da bobina.

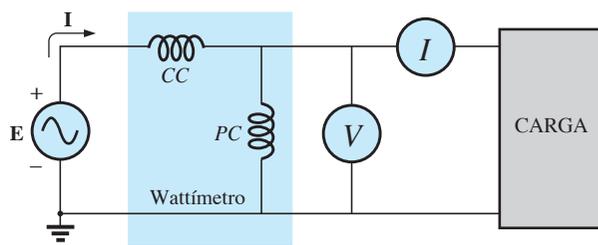


Figura 19.58 Problema 20.

**Seção 19.13** Análise computacional**PSpice ou Multisim**

23. Usando o PSpice ou o Multisim, obtenha um gráfico da potência reativa para um capacitor de 636,62 mF a uma frequência de 1 kHz para um ciclo da tensão, usando uma tensão aplicada  $E = 10 \text{ V} \angle 0^\circ$ . Plote no mesmo gráfico a tensão aplicada e a corrente resultante. Aplique rótulos apropriados às curvas para obter um gráfico parecido com o que vemos na Figura 19.41.

24. Repita a análise da Figura 19.42 para um circuito  $R-L-C$  em paralelo com os mesmos parâmetros e o mesmo valor de tensão e frequência aplicada.
25. Plote no mesmo gráfico a tensão aplicada e a corrente total para o circuito visto na Figura 19.31(b), e mostre que a tensão e a corrente estão em fase porque o fator de potência é 1.

---

## GLOSSÁRIO

**Correção do fator de potência:** Uso de componentes reativos (quase sempre capacitivos) para estabelecer um fator de potência próximo da unidade.

**Correntes parasitas:** Pequenas correntes circulares em um núcleo metálico que produzem um aumento da dissipação e da resistência efetiva do material.

**Efeito pelicular:** Em altas frequências, a tensão oposta induzida se concentra no centro do condutor, resultando em uma corrente maior próxima à superfície do condutor e em uma redução brusca próxima do centro. Como consequência, a área efetiva do condutor diminui e a resistência aumenta de acordo com a equação básica que determina a resistência geométrica (ou ôhmica) de um condutor.

**Perdas por histerese:** Perdas em um material magnético causadas pelas mudanças de sentido do fluxo magnético no material.

**Perdas por radiação:** Perda de energia na forma de ondas eletromagnéticas durante a transferência de energia de um elemento para outro.

**Potência aparente:** Potência fornecida a uma carga, sem que se considerem os efeitos do fator de potência da carga. É dada pelo produto da tensão aplicada pela corrente de carga.

**Potência média (real):** Potência fornecida e dissipada em um elemento, circuito ou sistema.

**Potência reativa:** Potência associada aos elementos reativos que fornece uma medida da energia envolvida na criação de campos elétricos e magnéticos em elementos capacitivos e indutivos, respectivamente.

**Resistência efetiva:** Valor de resistência que inclui os efeitos das perdas por radiação, do efeito pelicular, de correntes parasitas e da histerese.