Teoremas sobre circuitos (corrente alternada)



Objetivos

- Ser capaz de aplicar o teorema da superposição aos circuitos CA com fontes independentes e dependentes.
- Adquirir habilidade na aplicação do teorema de Thévenin aos circuitos CA com fontes independentes e dependentes.
- Aprender a aplicar o teorema de Norton aos circuitos CA com fontes independentes e dependentes.
- Entender com clareza as condições que precisam ser atendidas para que haja a máxima transferência de potência para uma carga em um circuito CA com fontes independentes e dependentes.

18.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo, que trata de circuitos CA, pode ser comparado ao Capítulo 9, que trata dos teoremas envolvendo circuitos CC. Talvez aproveitássemos melhor o tempo revisando cada teorema visto no Capítulo 9 antes de começar o estudo deste capítulo, pois muitos dos comentários apresentados naquele capítulo não serão repetidos aqui.

Devido à necessidade de ganharmos confiança na aplicação dos diversos teoremas em circuitos com fontes controladas (dependentes), algumas seções foram divididas em duas partes: fontes independentes e fontes dependentes.

Os teoremas a serem analisados detalhadamente incluem o da superposição, o de Thévenin, o de Norton e o da máxima transferência de potência. Os teoremas da substituição, da reciprocidade e de Millman não serão discutidos aqui, pois uma revisão do Capítulo 9 permitirá a você aplicá-los em circuitos CA senoidais sem grandes dificuldades.

18.2 TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

Você deve se lembrar de que, no estudo do Capítulo 9, vimos que o **teorema da superposição** elimina a necessidade de resolver um sistema de equações lineares

simultâneas ao considerar separadamente os efeitos de cada uma das fontes. Para isso, mantemos uma fonte e removemos as outras. Isso é obtido colocando-se as fontes de tensão em zero (substituindo-as por curtos-circuitos), assim como as fontes de corrente (substituindo-as por circuitos abertos). Para obter a tensão ou a corrente de uma parte do circuito, adicionamos algebricamente as contribuições de cada uma das fontes.

A única diferença na aplicação desse método a circuitos CA usando fontes independentes é que agora estamos trabalhando com impedâncias e fasores, em vez de resistores e números reais.

O teorema da superposição não pode ser aplicado ao cálculo da potência em circuitos de corrente alternada, pois trata-se de uma relação não linear. O teorema pode ser aplicado a circuitos com fontes de frequências diferentes somente se a resposta total, envolvendo *cada* frequência, for determinada separadamente, e o resultado for expandido em uma expressão não senoidal, conforme mostra o Capítulo 25.

O teorema da superposição é comumente aplicado a sistemas eletrônicos, nos quais as análises CC e CA são realizadas separadamente e a solução total é a soma das duas. Trata-se de uma aplicação importante do teorema, pois o comportamento dos elementos reativos pode variar muito em resposta aos dois tipos de fontes independentes. Além disso, a análise CC de um sistema

eletrônico pode definir parâmetros importantes para a análise CA. O Exemplo 18.4 demonstra a influência na configuração geral do circuito em função do tipo da fonte considerada.

Consideraremos inicialmente os circuitos contendo apenas fontes independentes para estabelecer comparações com a análise estudada no Capítulo 9.

Fontes independentes

EXEMPLO 18.1

Usando o teorema da superposição, encontre a corrente I que atravessa a reatância (X_{L2}) de 4 Ω na Figura 18.1. Solução:

Para o circuito redesenhado (veja a Figura 18.2),

$$\mathbf{Z}_1 = +jX_{L_1} = j \, 4\Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = +jX_{L_2} = j \, 4\Omega$$

$$\mathbf{Z}_3 = -jX_C = -j \, 3\Omega$$

Considerando o efeito da fonte de tensão E_1 (veja a Figura 18.3), temos:

$$\begin{split} \mathbf{Z}_{2\parallel 3} &= \frac{\mathbf{Z}_{2}\mathbf{Z}_{3}}{\mathbf{Z}_{2} + \mathbf{Z}_{3}} = \frac{(j \ 4 \ \Omega)(-j \ 3 \ \Omega)}{j \ 4 \ \Omega - j \ 3 \ \Omega} \\ &= \frac{12 \ \Omega}{j} = -j \ 12 \ \Omega = 12 \ \Omega \ \angle -90^{\circ} \\ \mathbf{I}_{s_{1}} &= \frac{\mathbf{E}_{1}}{\mathbf{Z}_{2\parallel 3} + \mathbf{Z}_{1}} = \frac{10 \ \text{V} \ \angle 0^{\circ}}{-j \ 12 \ \Omega + j \ 4 \ \Omega} = \frac{10 \ \text{V} \ \angle 0^{\circ}}{8 \ \Omega \ \angle -90^{\circ}} \\ &= 1,25 \ \text{A} \ \angle 90^{\circ} \end{split}$$

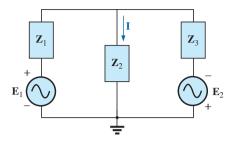


Figura 18.2 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito da Figura 18.1.

$$\mathbf{I'} = \frac{\mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_{s_1}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} \qquad \text{(regra dos divisores de corrente)}$$
$$= \frac{(-j \ 3 \ \Omega)(j \ 1,25 \ A)}{j \ 4 \ \Omega - j \ 3 \ \Omega} = \frac{3,75 \ A}{j \ 1} = 3,75 \ A \ \angle -90^{\circ}$$

Considerando os efeitos da fonte de tensão \mathbf{E}_2 (veja a Figura 18.4), temos:

$$\mathbf{Z}_{1\parallel 2} = \frac{\mathbf{Z}_{1}}{N} = \frac{j \, 4 \, \Omega}{2} = j \, 2 \, \Omega$$

$$\mathbf{I}_{s_{2}} = \frac{\mathbf{E}_{2}}{\mathbf{Z}_{1\parallel 2} + \mathbf{Z}_{3}} = \frac{5 \, \text{V} \, \angle 0^{\circ}}{j \, 2 \, \Omega - j \, 3 \, \Omega}$$

$$= \frac{5 \, \text{V} \, \angle 0^{\circ}}{1 \, \Omega \, \angle -90^{\circ}} = 5 \, \text{A} \, \angle 90^{\circ}$$

$$\mathbf{I}'' = \frac{\mathbf{I}_{s_{2}}}{2} = 2,5 \, \text{A} \, \angle 90^{\circ}$$

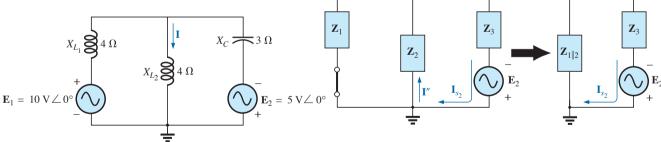


Figura 18.1 Exemplo 18.1.

Figura 18.4 Determinação do efeito da fonte de tensão E_2 sobre a corrente I no circuito da Figura 18.1.

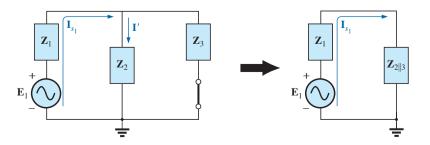


Figura 18.3 Determinação do efeito da fonte de tensão E_1 sobre a corrente I no circuito visto na Figura 18.1.



Figura 18.5 Determinação da corrente resultante no circuito visto na Figura 18.1.

A corrente resultante na reatância X_{L_2} de 4 Ω (veja a Figura 18.5) é

$$I = I' - I''$$
= 3,75 A \(\neg -90^\circ\) - 2,50 A \(\neg 90^\circ\)
= -j 3,75 A - j 2,50 A
= -j 6,25 A
$$I = 6.25 \text{ A} \(\neg -90^\circ\)$$

EXEMPLO 18.2

Usando o teorema da superposição, determine a corrente I no resistor de 6 Ω visto na Figura 18.6. Solução:

Para o circuito redesenhado (veja a Figura 18.7),

$$\mathbf{Z}_1 = j \, 6 \, \Omega$$
 $\mathbf{Z}_2 = 6 \, \Omega - j \, 8 \, \Omega$

Considere os efeitos da fonte de corrente (veja a Figura 18.8). Aplicando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I'} = \frac{\mathbf{Z}_{1}\mathbf{I}_{1}}{\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2}} = \frac{(j 6 \Omega)(2 A)}{j 6 \Omega + 6 \Omega - j 8 \Omega} = \frac{j 12 A}{6 - j 2}$$

$$= \frac{12 A \angle 90^{\circ}}{6,32 \angle -18,43^{\circ}}$$

$$\mathbf{I'} = 1.9 A \angle 108.43^{\circ}$$

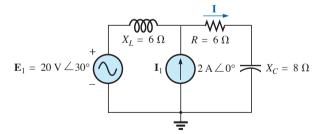


Figura 18.6 Exemplo 18.2.

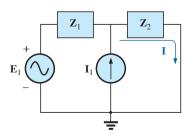


Figura 18.7 Definição dos blocos de impedância para o circuito visto na Figura 18.6.

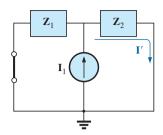


Figura 18.8 Determinação do efeito da fonte de corrente I_1 sobre a corrente I no circuito visto na Figura 18.6.

Considere agora os efeitos da fonte de tensão (veja a Figura 18.9). Aplicando a lei de Ohm, temos:

$$\mathbf{I''} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_T} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{20 \text{ V} \angle 30^{\circ}}{6,32 \Omega \angle -18,43^{\circ}}$$
$$= 3,16 \text{ A} \angle 48,43^{\circ}$$

A corrente total no resistor de 6 Ω (veja a Figura 18.10) é:

$$I = I' + I''$$
= 1,9 A \(\triangle 108,43^\circ + 3,16\) A \(\triangle 48,43^\circ
= (-0,60\) A + \(j 1,80\) A) + (2,10\) A + \(j 2,36\) A)
= 1,50 A + \(j 4,16A\)
$$I = 4,42\) A \(\triangle 70,2^\circ$$

EXEMPLO 18.3

Usando o teorema da superposição, determine a tensão no resistor de 6 Ω visto na Figura 18.6. Compare o resultado com $\mathbf{V}_{6\Omega} = \mathbf{I}(6\Omega)$, em que \mathbf{I} é a corrente nesse resistor, calculada no Exemplo 18.2.

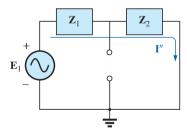


Figura 18.9 Determinação do efeito da fonte de tensão E_1 sobre a corrente I no circuito visto na Figura 18.6.



Figura 18.10 Determinação da corrente *I* total para o circuito visto na Figura 18.6.

Solução:

Para a fonte de corrente:

$$\mathbf{V}'_{6\Omega} = \mathbf{I}'(6 \ \Omega) = (1.9 \ A \ \angle 108.43^{\circ})(6 \ \Omega)$$

= 11.4 V \ \angle 108.43^{\circ}

Para a fonte de tensão,

$$\mathbf{V''}_{6\Omega} = \mathbf{I''}(6) = (3.16 \text{ A} \angle 48.43^{\circ})(6 \Omega)$$

= 18.96 V \(\neq 48.43^{\circ}\)

A tensão total no resistor de 6 Ω (veja a Figura 18. 11) é:

$$\mathbf{V}_{6\Omega} = \mathbf{V'}_{6\Omega} + \mathbf{V''}_{6\Omega}$$
= 11,4 V \(\neq 108,43^\circ + 18,96\) V \(\neq 48,43^\circ

= (-3,60 V + j 10,82 V)
+ (12,58 V + j 14,18 V)
= 8,98 V + j 25,0 V
$$\mathbf{V}_{6\Omega} = \mathbf{26,5} \text{ V} \(\times \mathbf{70,2}^\circ \text{ V} \right)$$

Verificando o resultado, temos

$$V6Ω = I(6 Ω) = (4,42 A ∠70,2°)(6 Ω)$$
= 26,5 **V** ∠70,2° (confere)

EXEMPLO 18.4

Para o circuito visto na Figura 18.12, determine a expressão senoidal para a tensão v_3 usando o teorema da superposição.

Solução:

No caso da fonte CC, lembre-se de que, no estado estacionário, o capacitor é equivalente a um circuito aberto e o indutor, a um curto-circuito. O resultado é o circuito visto na Figura 18.13.

Figura 18.11 Determinação da tensão resultante $V_{6\Omega}$ no circuito visto na Figura 18.6.

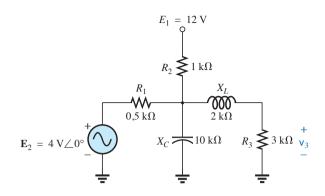


Figura 18.12 Exemplo 18.4.

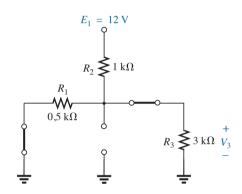


Figura 18.13 Determinação do efeito da fonte de tensão $CC E_1$ sobre a tensão v_3 no circuito da Figura 18.12.

Os resistores R_1 e R_3 estão em paralelo, e a tensão V_3 pode ser determinada com o auxílio da regra dos divisores de tensão:

$$R' = R_1 \parallel R_3 = 0.5 \text{ k}\Omega \parallel 3 \text{ k}\Omega = 0.429 \text{ k}\Omega$$

$$V_3 = \frac{R'E_1}{R' + R_2}$$

$$= \frac{(0.429 \text{ k}\Omega)(12 \text{ V})}{0.429 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega} = \frac{5.148 \text{ V}}{1.429}$$

$$V_2 \cong 3.6 \text{ V}$$

No caso da análise CA, a fonte CC é colocada em zero e o circuito é redesenhado, como mostra a Figura 18.14. Os blocos de impedâncias são então definidos conforme mostra a Figura 18.15, sendo que as técnicas de

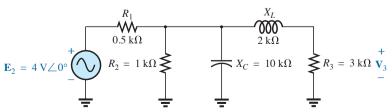


Figura 18.14 Circuito visto na Figura 18.12 redesenhado para determinar o efeito da fonte de tensão alternada E₂.

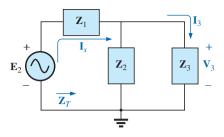


Figura 18.15 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.14.

cálculos de circuito série-paralelo são aplicadas como mostramos a seguir:

$$\mathbf{Z}_{1} = 0.5 \text{ k}\Omega \angle 0^{\circ}$$

$$\mathbf{Z}_{2} = (R_{2} \angle 0^{\circ} \| (X_{C} \angle -90^{\circ})$$

$$= \frac{(1 \text{ k}\Omega \angle 0^{\circ})(10 \text{ k}\Omega \angle -90^{\circ})}{1 \text{ k}\Omega - j \text{ 10 k}\Omega}$$

$$= \frac{10 \text{ k}\Omega \angle -90^{\circ}}{10.05 \angle -84.29^{\circ}}$$

$$= 0.995 \text{ k}\Omega \angle -5.71^{\circ}$$

$$\mathbf{Z}_{3} = R_{3} + jX_{L} = 3 \text{ k}\Omega + j \text{ 2 k}\Omega$$

$$= 3.61 \text{ k}\Omega \angle 33.69^{\circ}$$

e

$$\mathbf{Z}_{T} = \mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2} \| \mathbf{Z}_{3}$$

$$= 0.5 \,\mathrm{k}\Omega + (0.995 \,\mathrm{k}\Omega \,\angle -5.71^{\circ})$$

$$= (3.61 \,\mathrm{k}\Omega \,\angle 33.69^{\circ})$$

$$= 1.312 \,\mathrm{k}\Omega \,\angle 1.57^{\circ}$$

Solução na calculadora.

Para efetuar os cálculos anteriores utilizando uma calculadora TI-89, usamos a sequência de passos descrita na Figura 18.16.

$$I_s = \frac{E_2}{Z_T} = \frac{4 \text{ V } \angle 0^{\circ}}{1,312 \text{ k}\Omega \angle 1.57^{\circ}} = 3,05 \text{ mA } \angle -1,57^{\circ}$$

Com a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I}_{3} = \frac{\mathbf{Z}_{2}\mathbf{I}_{s}}{\mathbf{Z}_{2} + \mathbf{Z}_{3}}$$

$$= \frac{(0.995 \text{ k}\Omega \angle -5.71^{\circ})(3.05 \text{ mA} \angle -1.57^{\circ})}{0.995 \text{ k}\Omega \angle -5.71^{\circ} + 3.61 \text{ k}\Omega \angle 33.69^{\circ}}$$

$$= 0.686 \text{ mA} \angle -32.74^{\circ}$$

com

$$V_3 = (I_3 \angle \theta)(R_3 \angle 0^\circ)$$
= (0,686 mA ∠-32,74°)(3 kΩ ∠0°)
= **2,06** V ∠-**32,74**°

A solução total é:

$$v_3 = v_3(dc) + v_3(ca)$$

= 3.6 V + 2.06 V \(\neq -32.74^\circ\)
 $v_3 = 3.6 + 2.91 \sec(\omega t - 32.74^\circ)$

O resultado é uma tensão senoidal com um valor de pico de 2,91 V que oscila em torno de um valor médio igual a 3,6 V, como mostra a Figura 18.17.

Fontes dependentes

No caso de fontes dependentes para as quais *a variá*vel de controle não é determinada pelo circuito ao qual será aplicado o teorema da superposição, a aplicação do teorema é basicamente a mesma do caso de fontes independentes; a solução será obtida em termos das variáveis de controle.

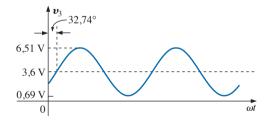


Figura 18.17 Tensão v_3 resultante para o circuito visto na Figura 18.12.

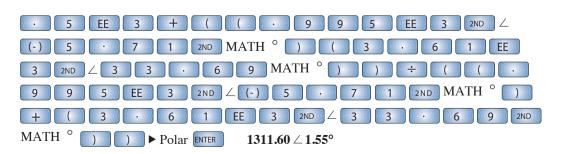


Figura 18.16 Determinação da impedância total do circuito visto na Figura 18.12.

EXEMPLO 18.5

Usando o teorema da superposição, determine a corrente I_2 no circuito visto na Figura 18.18. As grandezas μ e h são duas constantes.

Solução:

Redesenhando uma parte do sistema (veja a Figura 18.19),

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 = 4 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = R_2 + jX_L = 6 \Omega + j \otimes \Omega$$

Para a fonte de tensão (veja a Figura 18.20),

$$\mathbf{I'} = \frac{\mu \mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{\mu \mathbf{V}}{4 \Omega + 6 \Omega + j 8 \Omega}$$
$$= \frac{\mu \mathbf{V}}{10 \Omega + j 8 \Omega}$$
$$= \frac{\mu \mathbf{V}}{12.8 \Omega \angle 38.66^{\circ}} = 0.078 \ \mu \mathbf{V} / \Omega \angle -38.66^{\circ}$$

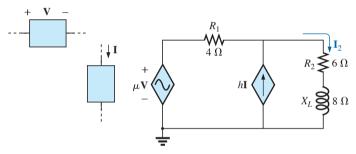


Figura 18.18 Exemplo 18.5.

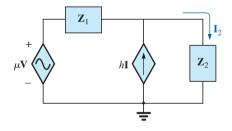


Figura 18.19 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.18.

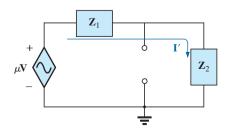


Figura 18.20 Determinação do efeito da fonte de tensão controlada por tensão sobre a corrente I_2 no circuito visto na Figura 18.18.

Para a fonte de corrente (Figura 18.21),

$$\mathbf{I''} = \frac{\mathbf{Z}_1(h\mathbf{I})}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(4 \Omega)(h\mathbf{I})}{12.8 \Omega \angle 38,66^{\circ}}$$
$$= 4(0.078)h\mathbf{I} \angle -38,66^{\circ}$$
$$= 0.312h\mathbf{I} \angle -38,66^{\circ}$$

A corrente I₂ é:

$$I_2 = I' + I''$$

= 0,078 μ V/ $\Omega \angle -38,66^{\circ} + 0,312hI \angle -38,66^{\circ}$

Para
$$V = 10 \text{ V} \angle 0^{\circ}$$
, $I = 20 \text{ mA} \angle 0^{\circ}$, $\mu = 20 \text{ e } h = 100$,

$$\mathbf{I}_2 = 0.078(20)(10 \text{ V } \angle 0^\circ)/\Omega \angle -38,66^\circ +0.312(100)(20 \text{ mA } \angle 0^\circ)\angle -38,66^\circ = 15,60 \text{ A } \angle -38,66^\circ +0.62 \text{ A } \angle -38,66^\circ \mathbf{I}_2 = \mathbf{16,22 \text{ A } \angle -38,66^\circ}$$

No caso da fonte dependente na qual *a variável de controle é determinada pelo circuito ao qual o teorema será aplicado*, essa fonte não pode ser considerada nula, a menos que a variável de controle também seja zero. Para circuitos contendo fontes dependentes, como o que é mostrado no Exemplo 18.5, e fontes dependentes do tipo que acabamos de mencionar, o teorema da superposição é aplicado a cada fonte independente e a cada uma das fontes dependentes que não tenham variável de controle na parte do circuito sob investigação. É preciso enfatizar que fontes dependentes não são fontes de energia no sentido de que, se todas as fontes independentes de um circuito forem retiradas, todas as correntes e tensões terão de ser zero.

EXEMPLO 18.6

Determine a corrente I_L no resistor R_L mostrado na Figura 18.22.

Solução:

Observe que a variável de controle V é determinada pelo circuito a ser analisado. A partir do que foi men-

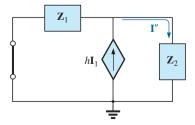


Figura 18.21 Determinação do efeito da fonte de corrente controlada por corrente sobre a corrente I_2 no circuito visto na Figura 18.18.

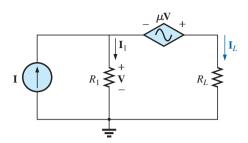


Figura 18.22 Exemplo 18.6.

cionado anteriormente, sabemos que a fonte dependente não pode ser anulada, a menos que ${\bf V}$ seja zero. Se considerarmos ${\bf I}=0$, não existirá nenhuma fonte de tensão no circuito, sendo ${\bf V}=0$, com $\mu {\bf V}=0$. A corrente ${\bf I}_L$ resultante nessa condição é zero. Portanto, é óbvio que o circuito tem de ser analisado, conforme mostra a Figura 18.22, e nenhuma das fontes pode ser eliminada, como normalmente fazemos quando empregamos o teorema da superposição.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões, temos:

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{V} + \mu \mathbf{V} = (1 + \mu) \mathbf{V}$$
e $\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{R_L} = \frac{(1 + \mu) \mathbf{V}}{R_L}$

Entretanto, o resultado tem de ser determinado em função de I, pois V e μ V são apenas variáveis dependentes. Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}}{R_1} + \frac{(1+\mu)\mathbf{V}}{R_L}$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{V} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1+\mu}{R_L} \right)$$
ou
$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{I}}{(1/R_1) + \lceil (1+\mu)/R_L \rceil}$$

Substituindo na expressão acima, obtemos:

$$\begin{split} \mathbf{I}_L &= \frac{(1+\mu)\mathbf{V}}{R_L} \\ &= \frac{(1+\mu)}{R_L} \left(\frac{\mathbf{I}}{(1/R_1) + \lceil (1+\mu)/R_L \rceil} \right) \end{split}$$

Portanto,

$$I_L = \frac{(1 + \mu)R_1I}{R_L + (1 + \mu)R_1}$$

18.3 TEOREMA DE THÉVENIN

O enunciado do **teorema de Thévenin** para circuitos de corrente alternada senoidais é alterado apenas pela substituição do termo *resistência* pelo termo *impedância*. Ou seja,

qualquer circuito CA linear de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente constituído por uma fonte de tensão e uma impedância em série, como mostra a Figura 18.23.

Como as reatâncias de um circuito dependem da frequência, o circuito equivalente de Thévenin de um circuito qualquer é válido somente para a frequência na qual foi determinado.

Os passos necessários para a aplicação desse teorema em circuitos CA são repetidos aqui com as alterações para os circuitos CA senoidais. Conforme dito antes, a única mudança é a substituição do termo *resistência* por *impedância*. As fontes dependentes e independentes serão novamente tratadas em separado.

O Exemplo 18.9, que é o último da seção que trata de fontes independentes, inclui um circuito com fontes CC e CA para formar um conhecimento básico para uso futuro na área de eletrônica.

Fontes independentes

- 1. Remova a parte do circuito para a qual o circuito equivalente de Thévenin será determinado.
- 2. Assinale claramente (°, •, ou outro sinal) os dois terminais do circuito resultante.
- 3. Calcule Z_{Th} anulando primeiramente todas as fontes de tensão e de corrente (substituindo-as por curtos-circuitos e circuitos abertos, respectivamente) e então determinando a impedância resultante entre os dois terminais assinalados.
- 4. Calcule E_{Th} recolocando as fontes de tensão e de corrente e calculando a tensão de circuito aberto entre os terminais assinalados.

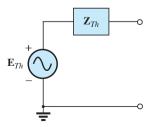


Figura 18.23 Circuito equivalente de Thévenin para circuitos CA.

5. Desenhe o circuito equivalente de Thévenin com a parte do circuito previamente removida colocada entre os terminais do circuito equivalente de Thévenin.

EXEMPLO 18.7

Obtenha o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito externa ao resistor *R* mostrado na Figura 18.24.

Solução:

Passos 1 e 2 (veja a Figura 18.25):

$$\mathbf{Z}_1 = jX_L = j \, 8 \, \Omega$$
 $\mathbf{Z}_2 = -jX_C = -j \, 2 \, \Omega$

Passo 3 (veja a Figura 18.26):

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_{1}\mathbf{Z}_{2}}{\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2}} = \frac{(j \ 8 \ \Omega)(-j \ 2 \ \Omega)}{j \ 8 \ \Omega - j \ 2 \ \Omega}$$
$$= \frac{-j^{2} \ 16 \ \Omega}{j \ 6} = \frac{16 \ \Omega}{6 \ \angle 90^{\circ}}$$
$$= \mathbf{2.67} \ \Omega \ \angle -\mathbf{90}^{\circ}$$

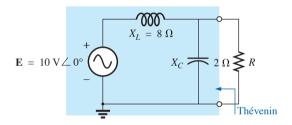


Figura 18.24 Exemplo 18.7.

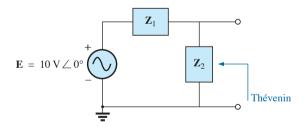


Figura 18.25 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.24.

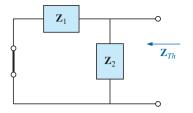


Figura 18.26 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.24.

Passo 4 (veja a Figura 18.27):

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_2 \mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \qquad \text{(regra do divisor de tensão)}$$

$$= \frac{(-j \ 2 \ \Omega)(10 \ \text{V})}{j \ 8 \ \Omega - j \ 2 \ \Omega}$$

$$= \frac{-j \ 20 \ \text{V}}{j \ 6} = \mathbf{3,33 \ V} \ \angle \mathbf{-180^\circ}$$

Passo 5: O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 18.28.

EXEMPLO 18.8

Obtenha o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito externa ao ramo *a-a'* que vemos na Figura 18.29.

Solução:

Passos 1 e 2 (veja a Figura 18.30): Observe que a complexidade diminui com o uso de blocos de impedâncias:

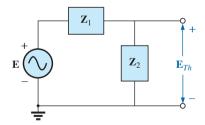


Figura 18.27 Determinação da tensão de circuito aberto de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.24.

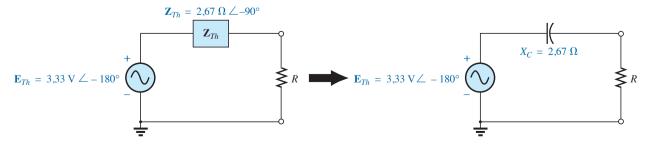


Figura 18.28 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.24.

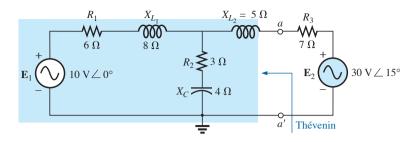


Figura 18.29 Exemplo 18.8.

$$\mathbf{Z}_{1} = R_{1} + jX_{L_{1}} = 6 \Omega + j 8 \Omega$$
 $\mathbf{Z}_{2} = R_{2} - jX_{C} = 3 \Omega - j 4 \Omega$
 $\mathbf{Z}_{3} = +jX_{L_{2}} = j 5 \Omega$

Passo 3 (veja a Figura 18.31):

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_{3} + \frac{\mathbf{Z}_{1}\mathbf{Z}_{2}}{\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2}}$$

$$= j 5 \Omega + \frac{(10 \Omega \angle 53,13^{\circ})(5 \Omega \angle -53,13^{\circ})}{(6 \Omega + j 8 \Omega) + (3 \Omega - j 4 \Omega)}$$

$$= j 5 + \frac{50 \angle 0^{\circ}}{9 + j 4} = j 5 + \frac{50 \angle 0^{\circ}}{9,85 \angle 23,96^{\circ}}$$

$$= j 5 + 5,08 \angle -23,96^{\circ} = j 5 + 4,64 - j 2,06$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{4,64 \Omega} + \mathbf{j 2,94 \Omega} = \mathbf{5,49 \Omega} \angle \mathbf{32,36^{\circ}}$$

Passo 4 (veja a Figura 18.32): Como que *a-a*' é um circuito aberto, $\mathbf{I}_{Z_3} = 0$. Então, \mathbf{E}_{Th} é a queda de tensão por \mathbf{Z}_2 .

$$\mathbf{Z}_1$$
 \mathbf{Z}_3 a \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_2 a' Thévenin

Figura 18.30 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.29.

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_2 \mathbf{E}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1}$$
 (regra do divisor de tensão)
= $\frac{(5 \ \Omega \ \angle -53,13^\circ)(10 \ V \ \angle 0^\circ)}{9,85 \ \Omega \ \angle 23,96^\circ}$
$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{50 \ V \ \angle -53,13^\circ}{9,85 \ \angle 23,96^\circ} = \mathbf{5,08} \ \mathbf{V} \ \angle -77,09^\circ$$

Passo 5: O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 18.33.

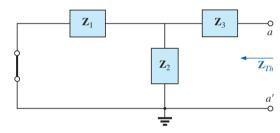


Figura 18.31 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.29.

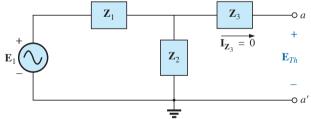


Figura 18.32 Determinação da tensão de circuito aberto de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.29.

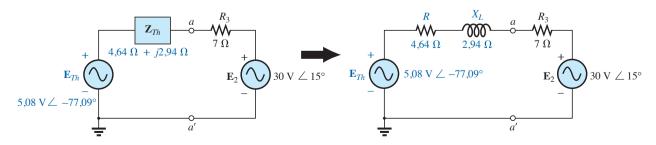


Figura 18.33 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.29.

O exemplo a seguir demonstra como o teorema da superposição é aplicado a circuitos eletrônicos para permitir *análises CC e CA separadamente*. O fato de a variável de controle, nessa análise, não estar na parte do circuito conectada diretamente aos terminais de interesse permite que se faça uma análise do circuito da mesma maneira que foi feita anteriormente para fontes independentes.

EXEMPLO 18.9

Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito transistorizado externo ao resistor R_L no circuito visto na Figura 18.34. Em seguida, determine \mathbf{V}_L . Solução:

Aplicação do teorema da superposição.

Para corrente contínua. A substituição do capacitor de acoplamento C_2 pelo circuito aberto equivalente isola a fonte CC e as correntes resultantes do resistor de carga. O resultado é que, para condições CC, $V_L = 0$ V. Embora a tensão CC de saída do circuito seja zero, a aplicação da tensão CC é essencial para que o transistor funcione corretamente ao cumprir várias funções, como determinar os parâmetros do 'circuito equivalente' que aparecem na análise CA que vem a seguir.

Para corrente alternada. Nesse caso, o transistor é substituído por um circuito equivalente, conforme estabelecido pela fonte CC mencionada, que se

comporta de modo semelhante ao transistor real. Muito mais será dito sobre os circuitos equivalentes e sobre as operações necessárias para se obter o circuito que vemos na Figura 18.35, mas, por enquanto, iremos nos concentrar na forma de obter o circuito equivalente de Thévenin. Note, no circuito mostrado na Figura 18.35, que o circuito equivalente inclui um resistor de 2,3 kW e uma fonte de corrente controlada cuja intensidade é determinada pelo produto do fator 100 por uma corrente I_1 em outra parte do circuito. Observe, na Figura 18.35, a ausência dos capacitores de acoplamento na análise CA. Em geral, os capacitores de acoplamento são projetados para se comportar como circuitos abertos para sinais contínuos e como curtos-circuitos para sinais alternados. O uso de um curto-circuito como circuito equivalente é válido porque as outras impedâncias em série com esses capacitores são tão grandes que o efeito deles pode ser ignorado. Os resistores R_B e R_C agora estão conectados em GND porque a fonte CC foi anulada (teorema da superposição) e substituída por um curto-circuito equivalente para GND.

Na análise que se segue, o efeito do resistor R_B será ignorado porque existe um resistor de valor muito menor, 2,3 k Ω , em paralelo com ele.

 \mathbf{Z}_{Th} . Quando estabelecemos \mathbf{E}_i igual a zero, a corrente \mathbf{I}_1 é zero, e a fonte controlada (100 \mathbf{I}_I) também é zero.

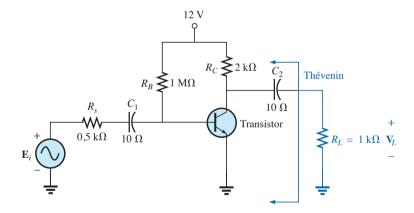


Figura 18.34 Exemplo 18.9.

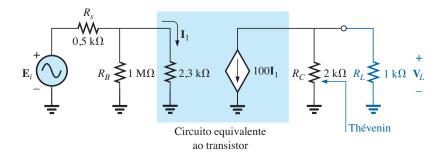


Figura 18.35 Circuito CA equivalente para o amplificador transistorizado visto na Figura 18.34.

O resultado é que a fonte controlada se comporta como um circuito aberto, como mostra a Figura 18.36. De acordo com a Figura 18.36, é bastante óbvio que:

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{2} \mathbf{k} \Omega$$

 \mathbf{E}_{Th} , Para \mathbf{E}_{Th} , a corrente \mathbf{I}_1 , para o circuito mostrado na Figura 18.35, é dada por:

$$\mathbf{I}_{1} = \frac{\mathbf{E}_{i}}{R_{s} + 2.3 \text{ k}\Omega} = \frac{\mathbf{E}_{i}}{0.5 \text{ k}\Omega + 2.3 \text{ k}\Omega} = \frac{\mathbf{E}_{i}}{2.8 \text{ k}\Omega}$$

$$e \qquad 100 \mathbf{I}_{1} = (100) \left(\frac{\mathbf{E}_{i}}{2.8 \text{ k}\Omega}\right) = \frac{\mathbf{E}_{i}}{28 \Omega}$$

De acordo com a Figura 18.37, determinamos que:

$$\mathbf{E}_{Th} = -(100\mathbf{I}_1)R_C$$

$$= -\left(\frac{\mathbf{E}_i}{28\ \Omega}\right)(2\times 10^3\ \Omega)$$

$$\mathbf{E}_{Th} = -71.42\mathbf{E}_i$$

O circuito equivalente de Thévenin aparece na Figura 18.38 com o resistor de carga original R_L .

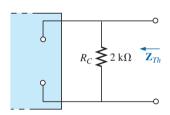


Figura 18.36 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.35.

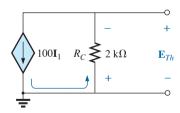


Figura 18.37 Determinação da tensão de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.35.

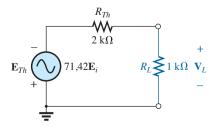


Figura 18.38 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.35.

Tensão de saída V,

$$\mathbf{V}_{L} = \frac{-R_{L}\mathbf{E}_{Th}}{R_{L} + R_{Th}} = \frac{-(1 \text{ k}\Omega)(71,42\mathbf{E}_{i})}{1 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega}$$
$$\mathbf{V}_{L} = -23,81 \text{ E}_{i}$$

revelando que a tensão de saída é 23,81 vezes maior do que a de entrada, havendo um deslocamento de fase de 180º devido ao sinal negativo.

Fontes dependentes

No caso das fontes dependentes, que possuem uma variável de controle que não está na parte do circuito sob investigação, o procedimento descrito anteriormente pode ser aplicado. Entretanto, para os outros tipos de fontes dependentes, em que a variável de controle está na parte do circuito na qual o teorema deve ser aplicado, outro método tem de ser usado. A necessidade de um método diferente é demonstrada no próximo exemplo. O método não está limitado a fontes dependentes deste último tipo. Ele também pode ser aplicado a qualquer circuito CC ou CA senoidal. Entretanto, no caso de circuitos com fontes independentes, o método aplicado no Capítulo 9 e o apresentado na primeira parte dessa seção são mais simples e, portanto, mais rápidos, além de estarem menos sujeitos a erros.

Essa nova abordagem do teorema de Thévenin pode ser mais bem compreendida nesse momento se considerarmos o equivalente de Thévenin do circuito visto na Figura 18.39(a). Conforme indicado na Figura 18.39(b), a tensão de circuito aberto (*open-circuit*) entre os terminais do circuito equivalente de Thévenin (\mathbf{E}_{oc}) é a tensão equivalente de Thévenin. Ou seja,

$$\mathbf{E}_{oc} = \mathbf{E}_{Th} \tag{18.1}$$

Se curto-circuitarmos os terminais, como mostra a Figura 18.39(c), a corrente no curto-circuito será determinada por:

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{Z}_{Th}} \tag{18.2}$$

ou, substituindo,

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{I}_{sc}}$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} \tag{18.3}$$

As equações 18.1 e 18.3 mostram que, para qualquer circuito linear bilateral de corrente contínua ou alternada,

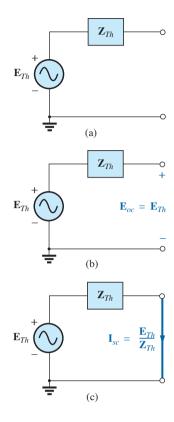


Figura 18.39 Definição de uma abordagem alternativa para calcular a impedância de Thévenin.

com ou sem fonte dependente de qualquer tipo, se a tensão de circuito aberto de uma parte do circuito pode ser determinada, assim como a corrente de curto-circuito entre os mesmos dois pontos, o circuito equivalente de Thévenin de uma parte do circuito passa a ser efetivamente conhecido. Alguns exemplos da aplicação desse método o tornarão mais claro. A vantagem do primeiro método, que foi enfatizado anteriormente nessa seção para fontes independentes, agora deve estar mais óbvia. A corrente de curto-circuito (*short-circuit*) \mathbf{I}_{sc} , que é necessária para determinar \mathbf{Z}_{Th} , em geral é mais difícil de ser obtida, pois todas as fontes estão presentes.

Existe um terceiro método para determinar o circuito equivalente de Thévenin que também é útil do ponto de vista prático. A tensão de Thévenin é obtida como nos dois métodos anteriores. Entretanto, a impedância de Thévenin é obtida aplicando uma fonte de tensão aos terminais de interesse e determinando a corrente conforme indica a Figura 18.40. Ao usar esse método, estabelecemos que a tensão da fonte do circuito original é igual a zero. A impedância de Thévenin é então determinada pela seguinte equação:

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} \tag{18.4}$$

Note que nos três métodos $\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{E}_{oc}$, porém, a impedância de Thévenin é determinada de diferentes maneiras.

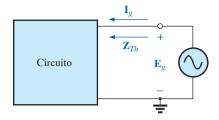


Figura 18.40 Determinação de \mathbf{Z}_{Th} usando o método $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g / \mathbf{I}_g$.

EXEMPLO 18.10

Usando as três técnicas descritas nessa seção, determine o equivalente de Thévenin do circuito visto na Figura 18.41. Solução:

Como nos três métodos a tensão de Thévenin é obtida exatamente da mesma maneira, vamos determiná-la primeiro. A partir da Figura 18.41, em que $I_{XC} = 0$,

$$\mathbf{V}_{R_1} = \mathbf{E}_{Th} = \mathbf{E}_{oc} = \frac{1}{R_2(\mu \mathbf{V})} = \frac{\mu R_2 \mathbf{V}}{R_1 + R_2}$$

Os três métodos a seguir, usados para determinar a impedância de Thévenin, aparecem na ordem em que foram apresentados nessa seção.

Método 1: Veja a Figura 18.42.

$$Z_{Th} = R_1 \| R_2 - jX_C$$

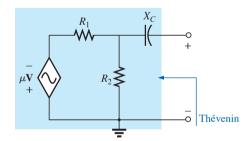


Figura 18.41 Exemplo 18.10.

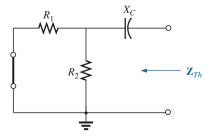


Figura 18.42 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.41.

Método 2: Veja a Figura 18.43. Convertendo a fonte de tensão em fonte de corrente (veja a Figura 18.44), temos (pela regra dos divisores de corrente):

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{-(R_1 \parallel R_2) \frac{\mu \mathbf{V}}{R_1}}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C} = \frac{-\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{\mu \mathbf{V}}{R_1}\right)}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}$$
$$= \frac{\frac{-\mu R_2 \mathbf{V}}{R_1 + R_2}}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}$$

e

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{\frac{-\mu R_2 \mathbf{V}}{R_1 + R_2}}{\frac{-\mu R_2 \mathbf{V}}{R_1 + R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}}$$

$$= \mathbf{R}_1 \parallel \mathbf{R}_2 - jX_C$$

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{\mu R_2 \mathbf{V}}{R_1 + R_2}$$

Método 3: Veja a Figura 18.45.

$$\mathbf{I}_g = \frac{\mathbf{E}_g}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}$$
$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = \mathbf{R}_1 \parallel \mathbf{R}_2 - jX_C$$

Nos três casos, a impedância de Thévenin é a mesma. O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 18.46.

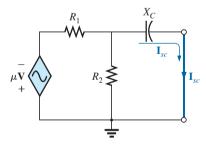


Figura 18.43 Determinação da corrente de curto-circuito para o circuito visto na Figura 18 41.

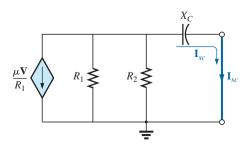


Figura 18.44 Conversão da fonte de tensão mostrada na Figura 18.43 em uma fonte de corrente.

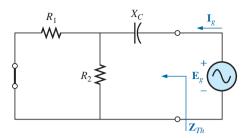


Figura 18.45 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.41 usando $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$.

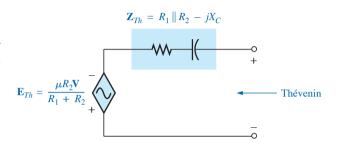


Figura 18.46 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.41.

EXEMPLO 18.11

Repita o Exemplo 18.10 para o circuito visto na Figura 18.47.

Solução:

A partir da Figura 18.47, \mathbf{E}_{Th} é dada por:

$$\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{E}_{oc} = -h\mathbf{I}(R_1 || R_2) = -\frac{hR_1R_2\mathbf{I}}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2}$$

Método 1: Veja a Figura 18.48.

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{R}_1 \| \mathbf{R}_2 - j \mathbf{X}_{\mathbf{C}}$$

Observe a semelhança entre essa solução e aquela obtida no exemplo anterior.

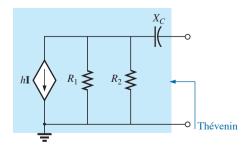


Figura 18.47 Exemplo 18.11.

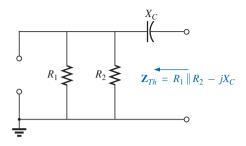


Figura 18.48 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.47.

Método 2: Veja a Figura 18.49.

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{-(R_1 \parallel R_2) h \mathbf{I}}{(R_1 \parallel R_2) - j X_C}$$

$$\mathbf{e} \ \ \mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{-h \mathbf{I}(R_1 \parallel R_2)}{-(R_1 \parallel R_2) h \mathbf{I}} = \mathbf{R_1} \parallel \mathbf{R_2} - j X_C$$

Método 3: Veja a Figura 18.50.

$$\mathbf{I}_{g} = \frac{\mathbf{E}_{g}}{(R_{1} \parallel R_{2}) - jX_{C}}$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{g}}{\mathbf{I}_{g}} = \mathbf{R}_{1} \parallel \mathbf{R}_{2} - jX_{C}$$

O exemplo a seguir tem uma fonte dependente, não permitindo o uso do método descrito no início dessa seção

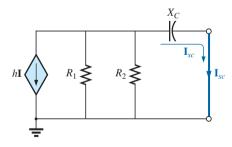


Figura 18.49 Determinação da corrente de curto-circuito para o circuito da Figura 18.47.

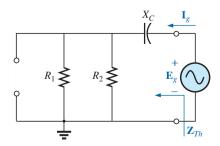


Figura 18.50 Determinação da impedância de Thévenin usando-se $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_o/\mathbf{I}_o$.

para fontes independentes. Entretanto, os três métodos serão aplicados para podermos comparar os resultados.

EXEMPLO 18.12

Para o circuito visto na Figura 18.51 (apresentado no Exemplo 18.6), determine o circuito equivalente de Thévenin entre os terminais indicados, usando cada um dos métodos descritos nessa seção. Compare os resultados. Solução:

Primeiro, usando a lei de Kirchhoff para tensões, escrevemos \mathbf{E}_{Th} (que é a mesma para os três métodos)

$$\mathbf{E}_{th} = \mathbf{V} + \mu \mathbf{V} = (1 + \mu)\mathbf{V}$$

Entretanto, $V = IR_1$

assim $\mathbf{E}_{Th} = (1 + \mu)\mathbf{I}\mathbf{R}_1$

 Z_{Th}

Método 1: Veja a Figura 18.52. Como I = 0, $V e \mu V = 0$, e:

$$Z_{Th} = R_1$$
 (incorreto)

Método 2: Veja a Figura 18.53. A aplicação da lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada na figura nos dá:

$$\mathbf{V} = \mu \mathbf{V} = 0$$

e
$$V(1 + \mu) = 0$$

Como μ é uma constante positiva, a equação acima pode ser satisfeita somente para V=0. A substituição

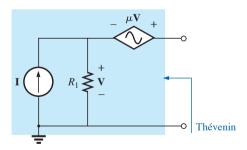


Figura 18.51 Exemplo 18.12.

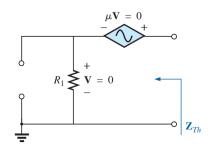


Figura 18.52 Determinação incorreta de \mathbf{Z}_{Th} .

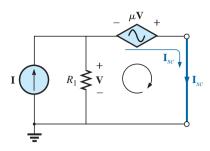


Figura 18.53 Determinação de I_{sc} para o circuito visto na Figura 18.51.

desse resultado no circuito visto na Figura 18.53 resulta na configuração mostrada na Figura 18.54, e:

$$I_{sc} = I$$

com

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{(1 + \mu)\mathbf{I}R_1}{\mathbf{I}} = (\mathbf{1} + \mu)R_1 \quad \text{(correto)}$$

Método 3: Veja a Figura 18.55.

ou
$$\mathbf{E}_g = \mathbf{V} + \mu \mathbf{V} = (1 + \mu)\mathbf{V}$$

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{E}_g}{1 + \mu}$$

$$\mathbf{I}_g = \frac{\mathbf{V}}{R_1} = \frac{\mathbf{E}_g}{(1 + \mu)R_1}$$

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{V} + \mu \mathbf{V} = (1 + \mu)\mathbf{V}$$

$$\mathbf{I}_g = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = (1 + \mu)\mathbf{R}_1 \quad \text{(correto)}$$

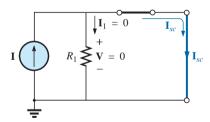


Figura 18.54 Substituição de V = 0 no circuito visto na Figura 18.53.

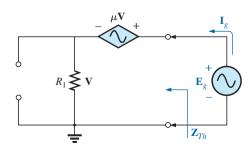


Figura 18.55 Determinação de \mathbf{Z}_{Th} usando $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$.

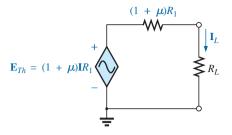


Figura 18.56 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.51.

O circuito equivalente de Thévenin aparece na Figura 18.56, e

$$I_L = \frac{(1+\mu)R_1I}{R_L + (1+\mu)R_1}$$

o que está de acordo com o resultado do Exemplo 18.6.

O circuito visto na Figura 18.57 é o circuito equivalente para transistores, mais usado atualmente (embora a maioria dos livros de eletrônica use círculos em vez de losangos para representar as fontes). Obviamente, é necessário conhecer suas características e ter habilidade em usá-las. Observe que existem duas fontes dependentes, uma de tensão e outra de corrente, cada uma controlada por variáveis na configuração.

EXEMPLO 18.13

Determine o circuito equivalente de Thévenin para os terminais indicados no circuito visto na Figura 18.57. Solução: Aplique o segundo método apresentado nessa seção.

 E_{Th}

$$\mathbf{E}_{oc} = \mathbf{V}_2$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_i - k_1 \mathbf{V}_2}{R_1} = \frac{\mathbf{V}_i - k_1 \mathbf{E}_{oc}}{R_1}$$

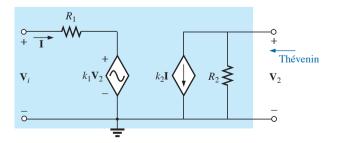


Figura 18.57 Exemplo 18.13: circuito equivalente de um transistor.

e
$$\mathbf{E}_{oc} = -k_2 \mathbf{I} R_2 = -k_2 R_2 \left(\frac{\mathbf{V}_i - k_1 \mathbf{E}_{oc}}{R_1} \right)$$

$$= \frac{-k_2 R_2 \mathbf{V}_i}{R_1} + \frac{k_1 k_2 R_2 \mathbf{E}_{oc}}{R_1}$$
ou
$$\mathbf{E}_{oc} \left(1 - \frac{k_1 k_2 R_2}{R_1} \right) = \frac{-k_2 R_2 \mathbf{V}_i}{R_1}$$
e
$$\mathbf{E}_{oc} \left(\frac{R_1 - k_1 k_2 R_2}{R_1} \right) = \frac{-k_2 R_2 \mathbf{V}_i}{R_1}$$
assim
$$\mathbf{E}_{oc} = \frac{-k_2 R_2 \mathbf{V}_i}{R_1 - k_1 k_2 R_2} = \mathbf{E}_{Th}$$
 (18.5)

 I_{sc} . Para o circuito visto na Figura 18.58, onde:

$$\mathbf{V}_{2} = 0 \qquad k_{1}\mathbf{V}_{2} = 0 \qquad \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_{i}}{R_{1}}$$

$$\mathbf{E} \qquad \mathbf{I}_{sc} = -k_{2}\mathbf{I} = \frac{-k_{2}\mathbf{V}_{i}}{R_{1}}$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{\frac{-k_{2}R_{2}\mathbf{V}_{i}}{R_{1} - k_{1}k_{2}R_{2}}}{\frac{-k_{2}\mathbf{V}_{i}}{R_{1}}}$$

$$\mathbf{E} \qquad \mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{R}_{1}\mathbf{R}_{2}}{\mathbf{R}_{1} - k_{1}k_{2}R_{2}}$$

$$\mathbf{E} \qquad \mathbf{E}_{th} = \frac{\mathbf{R}_{1}\mathbf{R}_{2}}{\mathbf{R}_{1} - k_{1}k_{2}R_{2}}$$

A aproximação $k_1 \cong 0$ é usada com frequência. Então, a tensão e a impedância de Thévenin são, respectivamente,

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{-k_2 R_2 V_i}{R_1} \quad k_1 = 0 \tag{18.7}$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{R_2} \qquad k_1 = 0 \tag{18.8}$$

Aplicando $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$ ao circuito da Figura 18.59, temos

$$\mathbf{I} = \frac{-k_1 \mathbf{V}_2}{R_1}$$

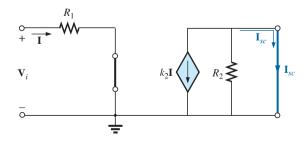


Figura 18.58 Determinação de I_{sc} para circuito visto na Figura 18.57.

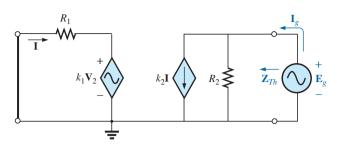


Figura 18.59 Determinação de \mathbf{Z}_{Th} usando $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$.

Porém,
$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_g$$
 assim $\mathbf{I} = \frac{-k_1 \mathbf{E}_g}{R_1}$

Aplicado a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$\mathbf{I}_g = k_2 \mathbf{I} + \frac{\mathbf{E}_g}{R_2} = k_2 \left(-\frac{k_1 \mathbf{E}_g}{R_1} \right) + \frac{\mathbf{E}_g}{R_2}$$

$$= \mathbf{E}_g \left(\frac{1}{R_2} - \frac{k_1 k_2}{R_1} \right)$$

$$\mathbf{e} \qquad \frac{\mathbf{I}_g}{\mathbf{E}_g} = \frac{R_1 - k_1 k_2 R_2}{R_1 R_2}$$
ou
$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = \frac{R_1 R_2}{R_1 - k_1 k_2 R_2}$$

conforme obtido anteriormente.

Os dois últimos métodos apresentados nessa seção foram aplicados somente a circuitos nos quais a intensidade das fontes controladas dependia de uma variável do circuito para o qual o equivalente de Thévenin foi obtido. Entenda que esses métodos também podem ser aplicados a qualquer circuito CC ou CA, com fontes senoidais, que contenha apenas fontes independentes ou fontes dependentes do outro tipo.

18.4 TEOREMA DE NORTON

Os três métodos descritos para determinar o circuito equivalente de Thévenin serão adaptados para permitir o uso do **teorema de Norton**. Como as impedâncias de Thévenin e de Norton são iguais para o mesmo circuito, certas partes da discussão serão muito parecidas com as da seção anterior. Consideraremos, em primeiro lugar, fontes independentes e a abordagem desenvolvida no Capítulo 9, seguido das fontes dependentes e das novas técnicas desenvolvidas para o teorema de Thévenin.

Lembre-se de que vimos no Capítulo 9 que o teorema de Norton permite substituir qualquer circuito CA linear bilateral de dois terminais por um circuito equivalente

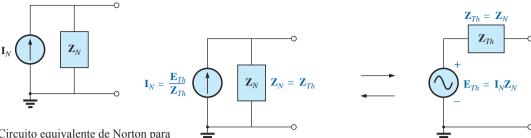


Figura 18.60 Circuito equivalente de Norton para circuitos CA.

constituído por uma fonte de corrente e de impedância em paralelo, como mostra a Figura 18.60.

O circuito equivalente de Norton, assim como o circuito equivalente de Thévenin, é válido apenas para uma frequência determinada, pois as reatâncias dependem da frequência.

Fontes independentes

O procedimento descrito a seguir para obter o circuito equivalente de Norton de um circuito CA senoidal sofre apenas uma modificação em relação ao procedimento apresentado no Capítulo 9: a substituição do termo *resistência* por *impedância*.

- 1. Remova a parte do circuito para a qual o circuito equivalente de Norton deve ser obtido.
- 2. Assinale claramente (°,•, ou outro sinal) os dois terminais do circuito resultante.
- 3. Calcule Z_N, anulando primeiramente todas as fontes de tensão e de corrente (substituindo-as por curtos-circuitos e circuitos abertos, respectivamente) e obtendo em seguida a impedância resultante entre os dois terminais assinalados.
- Calcule I_N primeiro, recolocando as fontes de tensão e de corrente no circuito e depois calculando a corrente de curto-circuito entre os terminais assinalados.
- 5. Desenhe o circuito equivalente de Norton com a parte do circuito previamente removida colocada entre os terminais do circuito equivalente de Norton.

Os circuitos equivalentes de Norton e de Thévenin podem ser determinados um a partir do outro ao se usar a conversão mostrada na Figura 18.61. Esse método pode ser aplicado a qualquer circuito equivalente de Norton ou de Thévenin obtido a partir de um circuito com qualquer combinação de fontes independentes ou dependentes.

Figura 18.61 Conversão entre os circuitos equivalentes de Thévenin e de Norton.

EXEMPLO 18.14

Determine o circuito equivalente de Norton para a parte externa ao resistor de 6 Ω no circuito visto na Figura 18.62.

Solução:

Passos 1 e 2 (veja a Figura 18.63):

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + jX_L = 3 \Omega + j 4 \Omega = 5 \Omega \angle 53,13^{\circ}$$

 $\mathbf{Z}_2 = -jX_C = -j 5 \Omega$

Passo 3 (veja a Figura 18.64):

$$\mathbf{Z}_{N} = \frac{\mathbf{Z}_{1}\mathbf{Z}_{2}}{\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2}} = \frac{(5 \ \Omega \ \angle 53,13^{\circ})(5 \ \Omega \ \angle -90^{\circ})}{3 \ \Omega + j \ 4 \ \Omega - j \ 5 \ \Omega}$$
$$= \frac{25 \ \Omega \ \angle -36,87^{\circ}}{3 - j \ 1} = \frac{25 \ \Omega \ \angle -36,87^{\circ}}{3,16 \ \angle -18,43^{\circ}}$$
$$= 7.91 \ \Omega \ \angle -18,44^{\circ} = 7.50 \ \Omega - j \ 2.50 \ \Omega$$

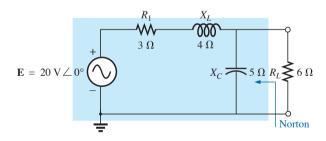


Figura 18.62 Exemplo 18.14.

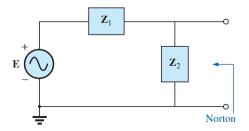


Figura 18.63 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.62.

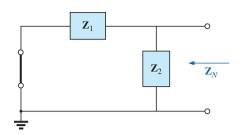


Figura 18.64 Determinação da impedância de Norton para o circuito visto na Figura 18.62.

Passo 4 (veja a Figura 18.65):

$$I_N = I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{20 \text{ V } \angle 0^{\circ}}{5 \Omega \angle 53,13^{\circ}} = 4 \text{ A } \angle -53,13^{\circ}$$

Passo 5: O circuito equivalente de Norton é mostrado na Figura 18.66.

EXEMPLO 18.15

Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à reatância capacitiva de 7 Ω do circuito visto na Figura 18.67.

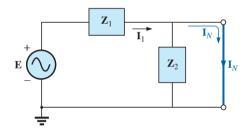


Figura 18.65 Determinação de I_N no circuito visto na Figura 18.62.

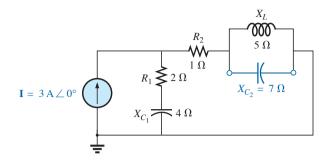


Figura 18.67 Exemplo 18.15.

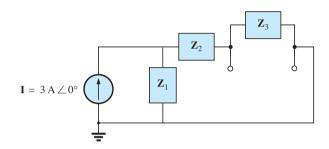


Figura 18.68 Definição dos blocos de impedância para o circuito visto na Figura 18.67.

Solução:

Passos 1 e 2 (veja a Figura 18.68):

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 - jX_{C_1} = 2 \Omega - j 4 \Omega$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 = 1 \Omega$$
$$\mathbf{Z}_3 = +jX_L = j 5 \Omega$$

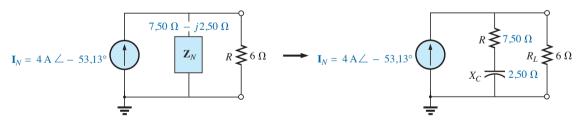


Figura 18.66 Circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.62.

Passo 3 (veja a Figura 18.69):

$$\mathbf{Z}_{N} = \frac{\mathbf{Z}_{3}(\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2})}{\mathbf{Z}_{3} + (\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2})}$$

$$\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2} = 2 \Omega - j 4 \Omega + 1 \Omega$$

$$= 3 \Omega - j 4 \Omega = 5 \Omega \angle -53,13^{\circ}$$

$$\mathbf{Z}_{N} = \frac{(5 \ \Omega \angle 90^{\circ})(5 \ \Omega \angle -53,13^{\circ})}{j \ 5 \ \Omega + 3 \ \Omega - j \ 4 \ \Omega} = \frac{25 \ \Omega \angle 36,87^{\circ}}{3 + j \ 1}$$

$$= \frac{25 \ \Omega \angle 36,87^{\circ}}{3,16 \ \angle +18,43^{\circ}}$$

$$\mathbf{Z}_{N} = 7,91 \ \Omega \angle 18,44^{\circ} = 7,50 \ \Omega + j \ 2,50 \ \Omega$$

Solução na calculadora. Efetuando os cálculos acima usando uma calculadora TI-89, obtemos a sequência mostrada na Figura 18.70.

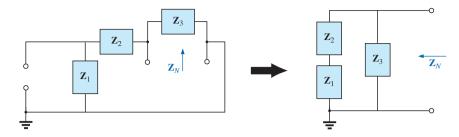


Figura 18.69 Determinação da impedância de Norton para o circuito visto na Figura 18.67.



Figura 18.70 Determinação de \mathbb{Z}_{N} para o circuito visto na Figura 18.67.

Passo 4 (veja a Figura 18.71):

$$\mathbf{I}_{N} = \mathbf{I}_{1} = \frac{\mathbf{Z}_{1}\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2}} \quad \text{(regra do divisor de corrente)}$$

$$= \frac{(2 \Omega - j 4 \Omega)(3 \text{ A})}{3 \Omega - j 4 \Omega} = \frac{6 \text{ A} - j 12 \text{ A}}{5 \angle -53,13^{\circ}}$$

$$= \frac{13.4 \text{ A} \angle -63.43^{\circ}}{5 \angle -53,13^{\circ}}$$

$$\mathbf{I}_{N} = \mathbf{2.68 A} \angle -\mathbf{10.3}^{\circ}$$
Usando a conversão entre fontes (veja a Figura 18.73), obtemos
$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_{N} = \mathbf{7.50} \Omega + j \mathbf{2.50} \Omega$$

$$\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{I}_{N} \mathbf{Z}_{N} = (2.68 \text{ A} \angle -10.3^{\circ})(7.91 \Omega \angle 18.44^{\circ})$$

$$= \mathbf{21.2} \mathbf{V} \angle \mathbf{8.14}^{\circ}$$
O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 18.74.

$$I_N = 2,68 \text{ A} \angle -10,3^{\circ}$$

Passo 5: O circuito equivalente de Norton é mostrado na Figura 18.72.

EXEMPLO 18.16

Obtenha o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância capacitiva de 7 Ω do circuito visto na Figura 18.67.

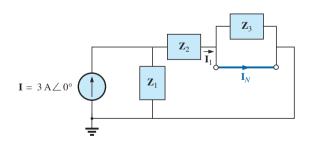


Figura 18.71 Determinação de I_N no circuito visto na Figura 18.67.

Solução:

Usando a conversão entre fontes (veja a Figura 18.73),

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_N = 7,50 \ \Omega + j \, 2,50 \ \Omega$$

 $\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{I}_N \mathbf{Z}_N = (2,68 \ \mathrm{A} \ \angle -10,3^\circ)(7,91 \ \Omega \ \angle 18,44^\circ)$
 $= 21,2 \ \mathrm{V} \angle 8,14^\circ$

Figura 18.74.

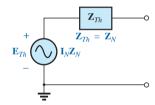


Figura 18.73 Determinação do circuito equivalente de Thévenin para o circuito equivalente de Norton visto na Figura 18.72.

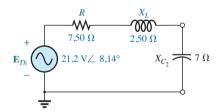


Figura 18.74 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.67.

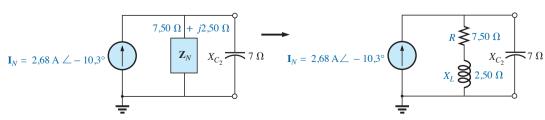


Figura 18.72 Circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.67.

Fontes dependentes

Assim como no caso do teorema de Thévenin, fontes dependentes, nas quais a variável de controle não é determinada pelo circuito, para o qual desejamos obter o equivalente de Norton não produzem alterações no procedimento descrito anteriormente.

No caso de fontes dependentes do outro tipo, um dos métodos a seguir tem de ser aplicado. Esses dois métodos também podem ser aplicados a circuitos com qualquer combinação de fontes independentes e dependentes que não sejam controladas pela parte do circuito que está sendo investigada.

O circuito equivalente de Norton aparece na Figura 18.75(a). Na Figura 18.75(b), vemos que:

$$\mathbf{I}_{sc} = \mathbf{I}_{N} \tag{18.9}$$

e, na Figura 18.75(c), que:

$$\mathbf{E}_{OC} = \mathbf{I}_{N} \mathbf{Z}_{N}$$

Isolando, \mathbb{Z}_N , temos:

$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_N}$$

e

$$\mathbf{Z}_{N} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} \tag{18.10}$$

A impedância de Norton também pode ser determinada aplicando uma fonte de tensão \mathbf{E}_g aos terminais de interesse e calculando a corrente \mathbf{I}_g resultante, como mostra a Figura 18.76 Todas as fontes independentes e dependentes que não forem controladas por uma variável no circuito de interesse devem ser anuladas, e:

$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} \tag{18.11}$$

Nesse último método, a corrente de Norton também é dada pela corrente de curto-circuito.

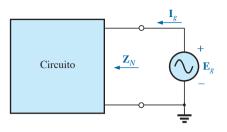


Figura 18.76 Determinação da impedância de Norton usando $\mathbf{Z}_N = \mathbf{E}_o/\mathbf{I}_o$.

EXEMPLO 18.17

Usando os dois métodos descritos para fontes dependentes, obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.77.

Solução:

 I_N . Em cada método, I_N é determinado da mesma maneira. A partir da Figura 18.78 e usando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$0 = \mathbf{I} + h\mathbf{I} + \mathbf{I}_{sc}$$
 ou
$$\mathbf{I}_{sc} = -(1 + h)\mathbf{I}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões, obtemos:

e
$$\mathbf{E} + \mathbf{I}R_1 - \mathbf{I}_{sc}R_2 = 0$$

$$\mathbf{I}R_1 = \mathbf{I}_{sc}R_2 - \mathbf{E}$$
ou
$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{I}_{sc}R_2 - \mathbf{E}}{R_1}$$

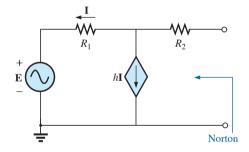


Figura 18.77 Exemplo 18.17.

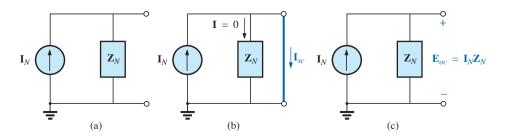


Figura 18.75 Método alternativo para determinar \mathbf{Z}_{N} .

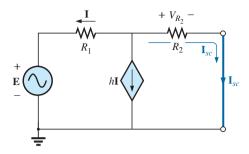


Figura 18.78 Determinação de I_{sc} para o circuito da Figura 18.77.

então
$$\mathbf{I}_{sc} = -(1+h)\mathbf{I} = -(1+h)\left(\frac{\mathbf{I}_{sc}R_2 - \mathbf{E}}{R_1}\right)$$

ou $R_1\mathbf{I}_{sc} = -(1+h)\mathbf{I}_{sc}R_2 + (1+h)\mathbf{E}$
 $\mathbf{I}_{sc}[R_1 + (1+h)R_2] = (1+h)\mathbf{E}$
 $\mathbf{I}_{sc} = \frac{(1+h)\mathbf{E}}{R_1 + (1+h)R_2} = \mathbf{I}_N$

 \mathbf{Z}_{λ}

Método 1: \mathbf{E}_{oc} é obtida a partir do circuito mostrado na Figura 18.79. De acordo com a lei de Kirchhoff para correntes,

$$0 = I + hI$$
 ou $1(h+1) = 0$

Como h é uma constante positiva, I deve ser igual a zero para satisfazer a equação acima. Portanto,

$$\mathbf{I} = 0$$
 e $h\mathbf{I} = 0$
e $\mathbf{E}_{OC} = \mathbf{E}$

com
$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{\mathbf{E}}{\frac{(1+h)\mathbf{E}}{R_1 + (1+h)R_2}}$$
$$= \frac{R_1 + (1+h)R_2}{(1+h)}$$

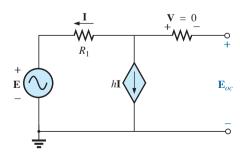


Figura 18.79 Determinação de \mathbf{E}_{oc} para o circuito visto na Figura 18.77.

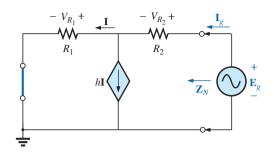


Figura 18.80 Determinação da impedância de Norton usando-se $\mathbf{Z}_N = \mathbf{E}_g / \mathbf{E}_g$.

Método 2: Observe a Figura 18.80. De acordo com a lei de Kirchhoff para correntes,

$$\mathbf{I}_{\sigma} = \mathbf{I} + h\mathbf{I} = (\mathbf{I} + h)\mathbf{I}$$

De acordo com a lei de Kirchhoff para tensões,

$$\mathbf{E}_g - \mathbf{I}_g R_2 - \mathbf{I} R_1 = 0$$
 ou
$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}_g - \mathbf{I}_g R_2}{R_1}$$

Substituindo, temos:

$$\mathbf{I}_g = (1+h)\mathbf{I} = (1+h)\left(\frac{\mathbf{E}_g - \mathbf{I}_g R_2}{R_1}\right)$$
e
$$\mathbf{I}_g R_1 = (1+h)\mathbf{E}_g - (1+h)\mathbf{I}_g R_2$$
assim
$$\mathbf{E}_g (1+h) = \mathbf{I}_g [R_1 + (1+h)R_2]$$
ou
$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = \frac{R_1 + (1+h)R_2}{1+h}$$

que está de acordo com o resultado anterior.

EXEMPLO 18.18

Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.57.

Solução: Por meio da conversão de fontes, temos:

$$\mathbf{I}_{N} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{Z}_{Th}} = \frac{\frac{-k_{2}R_{2}\mathbf{V}_{i}}{R_{1} - k_{1}k_{2}R_{2}}}{\frac{R_{1}R_{2}}{R_{1} - k_{1}k_{2}R_{2}}}$$

$$\mathbf{I}_{N} = \frac{-k_2 \mathbf{V}_i}{R_1} \tag{18.12}$$

que coincide com a expressão de I_{sc} determinada no Exemplo 18.13, e

$$\mathbf{Z}_{N} = \mathbf{Z}_{Th} = \frac{R_{2}}{1 - \frac{k_{1}k_{2}R_{2}}{R_{1}}}$$
(18.13)

Para $k_1 \cong 0$, temos:

$$\mathbf{I}_N = \frac{-k_2 \mathbf{V}_i}{R_1} \qquad k_1 = 0 \tag{18.14}$$

$$\mathbf{Z}_N = \mathbf{R_2} \qquad \qquad k_1 = 0 \tag{18.15}$$

18.5 TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

Quando aplicado a circuitos CA, o **teorema da máxima transferência de potência** afirma que:

a potência fornecida por uma fonte a uma carga é máxima quando a impedância da carga é o conjugado da impedância de Thévenin entre os terminais da fonte.

Ou seja, no caso do circuito visto na Figura 18.81, para uma transferência máxima de potência para a carga,

$$Z_L = Z_{Th} \qquad e \qquad \theta_L = -\theta_{Th_Z} \tag{18.16}$$

ou, em forma retangular,

e

$$R_L = R_{Th}$$
 e $\pm j X_{\text{carga}} = \mp j X_{Th}$ (18.17)

As condições que acabamos de mencionar tornam a impedância total do circuito puramente resistivo, como indica a Figura 18.82:

$$\mathbf{Z}_{T} = (R \pm jX) + (R \mp jX)$$

$$\mathbf{Z}_{T} = 2R$$
(18.18)

Como o circuito é puramente resistivo, o fator de potência do circuito na condição de potência máxima é 1. Ou seja,

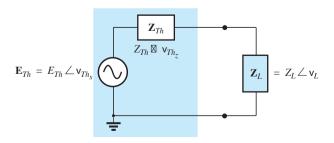


Figura 18.81 Definição das condições para a máxima transferência de potência a uma carga.

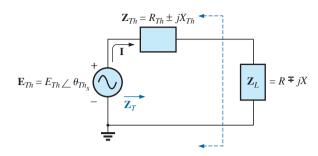


Figura 18.82 Condições para a máxima transferência de potência a \mathbf{Z}_{l} .

$$F_p = 1$$
 (máxima transferência de potência) (18.19)

O módulo da corrente I no circuito visto na Figura 18.82 é

$$I = \frac{E_{Th}}{Z_T} = \frac{E_{Th}}{2R}$$

A potência máxima fornecida à carga é:

$$P_{\text{máx}} = I^2 R = \left(\frac{E_{Th}}{2R}\right)^2 R$$

$$P_{\text{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R}$$
(18.20)

EXEMPLO 18.19

Determine a impedância da carga no circuito visto na Figura 18.83 para que a potência na carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.

Solução:

Determinação de \mathbf{Z}_{Th} [veja a Figura 18.84(a)]:

$$Z_{1} = R - jX_{C} = 6 \Omega - j 8 \Omega = 10 \Omega \angle -53,13^{\circ}$$

$$Z_{2} = +jX_{L} = j 8 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_{1}\mathbf{Z}_{2}}{\mathbf{Z}_{1} + \mathbf{Z}_{2}} = \frac{(10 \Omega \angle -53,13^{\circ})(8 \Omega \angle 90^{\circ})}{6 \Omega - j 8 \Omega + j 8 \Omega}$$

$$= \frac{80 \Omega \angle 36,87^{\circ}}{6 \angle 0^{\circ}}$$

$$= 13.33 \Omega \angle 36.87^{\circ} = 10.66 \Omega + j 8 \Omega$$

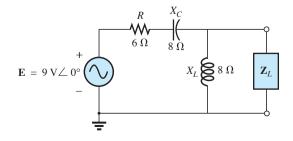


Figura 18.83 Exemplo 18.19.

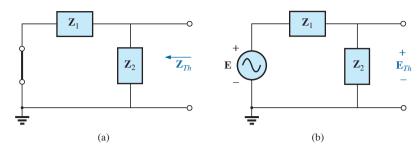


Figura 18.84 Determinação de (a) \mathbf{Z}_{Th} e (b) \mathbf{E}_{Th} para o circuito externo à carga na Figura 18.83.

e
$$\mathbf{Z}_L = 13.3 \ \Omega \angle -36.87^{\circ} = \mathbf{10.66} \ \Omega - \mathbf{j8} \ \Omega$$

Para determinar a potência máxima, temos de determinar primeiro \mathbf{E}_{Th} (veja a Figura 18.84(b)) da seguinte maneira:

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_2 \mathbf{E}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1} \quad \text{(regra do divisor de tensão)}$$

$$= \frac{(8 \Omega \angle 90^\circ)(9 \text{ V} \angle 0^\circ)}{j 8 \Omega + 6 \Omega - j 8 \Omega} = \frac{72 \text{ V} \angle 90^\circ}{6 \angle 0^\circ}$$

$$= 12 \text{ V} \angle 90^\circ$$

Então
$$P_{\text{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R} = \frac{(12 \text{ V})^2}{4(10,66 \Omega)} = \frac{144}{42,64}$$

= 3.38 W

EXEMPLO 18.20

Calcule a impedância da carga no circuito visto na Figura 18.85 para a máxima potência na carga e determine o valor dessa potência.

Solução: Temos de encontrar primeiro \mathbf{Z}_{Th} (veja a Figura 18.86).

$$\mathbf{Z}_1 = +j X_L = j \ 9 \ \Omega \qquad \mathbf{Z}_2 = R = 8\Omega$$

Convertendo de uma configuração Δ para uma configuração Y (veja a Figura 18.87), temos:

$$\mathbf{Z'}_1 = \frac{\mathbf{Z}_1}{3} = j \, 3 \, \Omega \qquad \mathbf{Z}_2 = 8 \, \Omega$$

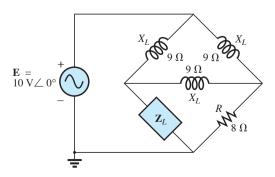


Figura 18.85 Exemplo 18.20.

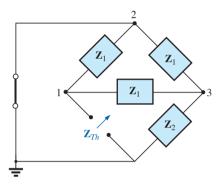


Figura 18.86 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.85.

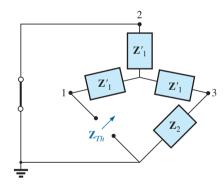


Figura 18.87 Substituição do circuito Δ , na parte superior do circuito visto na Figura 18.86, pelo circuito Y equivalente.

A partir do circuito redesenhado (veja a Figura 18.88), temos

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}'_{1} + \frac{\mathbf{Z}'_{1}(\mathbf{Z}'_{1} + \mathbf{Z}_{2})}{\mathbf{Z}'_{1} + (\mathbf{Z}'_{1} + \mathbf{Z}_{2})}$$

$$= j 3 \Omega + \frac{3 \Omega \angle 90^{\circ} (j 3 \Omega + 8 \Omega)}{j 6 \Omega + 8 \Omega}$$

$$= j 3 + \frac{(3 \angle 90^{\circ})(8,54 \angle 20,56^{\circ})}{10 \angle 36,87^{\circ}}$$

$$= j 3 + \frac{25,62 \angle 110,56^{\circ}}{10 \angle 36,87^{\circ}} = j 3 + 2,56 \angle 73,69^{\circ}$$

$$= j 3 + 0,72 + j 2,46$$

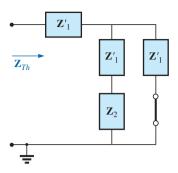


Figura 18.88 Determinação de \mathbf{Z}_{Th} para o circuito visto na Figura 18.85.

$$\mathbf{Z}_{Th}=0.72~\Omega+j~5,46~\Omega$$
 e $\mathbf{Z}_{L}=\mathbf{0.72}~\Omega-j~5,46~\Omega$

Para calcular \mathbf{E}_{Th} , use o circuito modificado da Figura 18.89 com a fonte de tensão recolocada na posição original. Como $\mathbf{I}_1 = 0$, \mathbf{E}_{Th} é a tensão entre os terminais da associação em série das impedâncias \mathbf{Z}'_2 e \mathbf{Z}_2 . Usando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{(\mathbf{Z}'_1 + \mathbf{Z}_2)\mathbf{E}}{\mathbf{Z}'_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}'_1} = \frac{(j\ 3\ \Omega + 8\ \Omega)(10\ V\ \angle 0^\circ)}{8\ \Omega + j\ 6\ \Omega}$$

$$= \frac{(8,54\ \angle 20,56^\circ)(10\ V\ \angle 0^\circ)}{10\ \angle 36,87^\circ}$$

$$\mathbf{E}_{Th} = 8,54\ V\ \angle -16,31^\circ$$

$$\mathbf{e} \qquad P_{\text{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R} = \frac{(8,54\ V)^2}{4(0,72\ \Omega)} = \frac{72,93}{2,88}\ W$$

$$= 25.32\ W$$

Se a resistência de carga for ajustável, mas o módulo da reatância não puder ser ajustado de modo a se tornar igual ao da reatância de Thévenin, a potência *que pode ser fornecida* à carga será máxima quando a resistência da carga tiver o seguinte valor:

$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_{\text{carga}})^2}$$
 (18.21)

conforme derivado no Apêndice F.

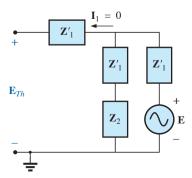


Figura 18.89 Cálculo da tensão de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.85.

Na Equação 18.21, cada reatância leva um sinal positivo se for indutiva e um sinal negativo se for capacitiva.

A potência fornecida é dada por

$$P = E_{Th}^2 / 4R_{\rm av} \tag{18.22}$$

onde

$$R_{\rm av} = \frac{R_{Th} + R_L}{2}$$
 (18.23)

A dedução das equações acima é fornecida no Apêndice F. O exemplo a seguir ilustrará o seu uso.

EXEMPLO 18.21

Considerando o circuito visto na Figura 18.90:

- a) Determine o valor de R_L para que a potência na carga seja máxima se a reatância da carga for fixada em 4 Ω .
- b) Calcule a potência fornecida à carga nas condições do item (a).
- c) Calcule o maior valor possível para a potência fornecida à carga, caso a reatância da carga seja ajustável e possa assumir qualquer valor, e compare com o resultado do item (b).

Soluções:

a) Equação 18.21:
$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_{\text{carga}})^2}$$

$$= \sqrt{(4 \Omega)^2 + (7 \Omega - 4 \Omega)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25}$$

$$R_L = \mathbf{5} \Omega$$

b) Equação 18.23:
$$R_{\rm av} = \frac{R_{Th} + R_L}{2} = \frac{4 \ \Omega + 5 \ \Omega}{2}$$
$$= \mathbf{4.5 \ \Omega}$$

Equação 18.22:
$$P = \frac{E_{Th}^{2}}{4R_{av}}$$
$$= \frac{(20 \text{ V})^{2}}{4(4.5 \Omega)} = \frac{400}{18} \text{ W}$$
$$\approx 22.22 \text{ W}$$

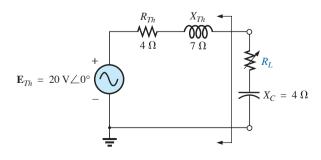


Figura 18.90 Exemplo 18.21.

c. Para
$$\mathbf{Z}_L=4~\Omega-j~7~\Omega,$$

$$P_{\max}=\frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}}=\frac{(20~\mathrm{V})^2}{4(4~\Omega)}$$
 = 25 W

um valor que excede o calculado no item (b) por 2,78 W.

18.6 TEOREMAS DA SUBSTITUIÇÃO, DA RECIPROCIDADE E DE MILLMAN

Conforme dito na introdução deste capítulo, os teoremas da **substituição**, da **reciprocidade** e de **Millman** não serão considerados detalhadamente. Após uma revisão do Capítulo 9, você poderá aplicar esses teoremas a circuitos de corrente alternada senoidais sem muita dificuldade. Alguns problemas que fazem uso desses teoremas aparecem no final deste capítulo.

18.7 APLICAÇÕES

Sistemas eletrônicos

Um dos benefícios na análise de sistemas eletrônicos é que o teorema da superposição pode ser aplicado de maneira que as análises de corrente contínua e alternada possam ser feitas separadamente. A análise de um sistema de corrente contínua afeta a resposta em corrente alternada, mas cada uma das análises representa um processo distinto. Embora os sistemas eletrônicos não tenham sido investigados neste livro, diversos pontos importantes podem ser destacados de modo a sustentar algumas das teorias apresentadas neste capítulo, como também em capítulos anteriores; assim, a inclusão dessa descrição é totalmente válida aqui. Considere o circuito mostrado na Figura 18.91, que é um amplificador

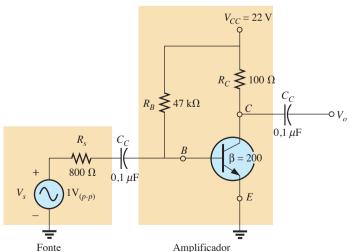


Figura 18.91 Amplificador transistorizado.

transistorizado e uma fonte com uma resistência interna de $800\,\Omega$. Observe que cada componente do projeto foi isolado por uma caixa sombreada para ressaltar o fato de que cada um tem de ser cuidadosamente considerado em qualquer projeto bem dimensionado.

Conforme mencionado anteriormente, a análise pode ser separada em duas partes: análise CC e análise CA. No caso da análise CC, os dois capacitores podem ser substituídos por circuitos abertos equivalentes (veja o Capítulo 10), resultando no isolamento do circuito amplificador, como mostra a Figura 18.92. Tendo conhecimento do fato de que V_{BE} é cerca de 0,7 V em corrente contínua para qualquer transistor polarizado adequadamente, a corrente de base, I_B , pode ser determinada usando a lei de Kirchhoff para tensões, como a seguir:

$$I_B = \frac{V_{R_B}}{R_B} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} = \frac{22 \text{ V} - 0.7 \text{ V}}{47 \text{ k}\Omega} = 453.2 \ \mu\text{A}$$

No caso dos transistores, a corrente de coletor, I_C , está relacionada com a corrente de base por $I_C = \beta I_B$, e:

$$I_{\rm C} = \beta I_{\rm B} = (200)(453.2 \ \mu \text{A}) = 90.64 \ \text{mA}$$

Finalmente, por meio da lei de Kirchhoff para tensões, a tensão no coletor (que é igual à tensão coletor-emissor quando o emissor está aterrado) pode ser determinada da seguinte maneira:

$$V_{\rm C} = V_{\rm CE} = V_{\rm CC} - I_{\rm C} R_{\rm C} = 22 \,\text{V} - (90,64 \,\text{mA})(100 \,\Omega) = 12,94 \,\text{V}$$

Portanto, para a análise CC,

$$I_{\rm B} = 453.2 \; \mu \text{A}$$
 $I_{\rm C} = 90.64 \; \text{mA}$ $V_{\rm CE} = 12.94 \; \text{V}$

que define um ponto de operação CC para o transistor. Esse é um aspecto importante no projeto de circuitos eletrônicos, já que o ponto de operação CC tem efeito sobre o ganho CA de um circuito.

Agora, usando o teorema da superposição, podemos analisar o circuito, do ponto de vista CA, colocando todas

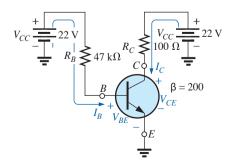


Figura 18.92 Equivalente CC do circuito transistorizado visto na Figura 18.91.

as fontes CC em zero (substituindo por conexões GND) e substituindo os dois capacitores por curtos-circuitos, como mostra a Figura 18.93. Essa substituição é válida porque, em 10 kHz (valor médio da resposta em frequência do ouvido humano), a reatância do capacitor é determinada por $X_C = 1/2\pi fC = 15,92~\Omega$, que pode ser ignorado quando comparado com os resistores em série com a fonte de sinal e a carga. Em outras palavras, o capacitor desempenha a importante função de isolar o amplificador para a resposta em corrente contínua e 'fechar' o circuito para a resposta em corrente alternada.

O redesenho do circuito da maneira mostrada na Figura 18.94 permite uma investigação da sua resposta CA. Agora, o transistor foi substituído por um circuito equivalente que representa o comportamento do dispositivo. Esse processo é abordado em detalhes em um curso de eletrônica básica. Essa configuração do transistor apresenta uma impedância de entrada de 200 Ω e uma corrente da fonte de sinal cujo valor depende da corrente de base de entrada do circuito e do fator de amplificação, que para esse transistor é 200. O resistor de 47 k Ω em paralelo com a impedância de entrada de 200 Ω pode ser ignorado e, assim, a corrente de entrada I_i e a corrente de base I_b são determinadas por:

$$I_i \cong I_b = \frac{V_s}{R_s + R_i} = \frac{1 \text{ V}(p-p)}{800 \Omega + 200 \Omega}$$
$$= \frac{1 \text{ V}(p-p)}{1 \text{ k}\Omega} = 1 \text{ mA}(p-p)$$

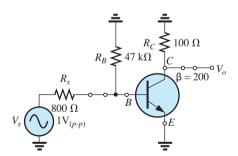


Figura 18.93 Equivalente CA do circuito transistorizado visto na Figura 18.91.

A corrente de coletor $I_{\rm C}$ é, então,

$$I_c = \beta I_b = (200)(1 \text{ mA } (p-p)) = 200 \text{ mA } (p-p)$$

e a tensão de saída V_0 no resistor R_C é:

$$V_o = -I_c R_C = -(200 \text{ mA } (p-p))(100 \Omega)$$

= -20 V (p-p)

O ganho do sistema é:

$$A_v = \frac{V_o}{V_s} = \frac{-20 \text{ V } (p-p)}{1 \text{ V } (p-p)}$$

= **-20**

onde o sinal de menos indica que existe uma diferença de fase de 180º entre a entrada e a saída.

18.8 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Teorema de Thévenin. Essa aplicação permite uma comparação dos métodos empregados para determinar o circuito equivalente de Thévenin para circuitos CC. O circuito visto na Figura 18.29 aparece na Figura 18.95, em que a tensão Thévenin de circuito aberto será determinada. A condição de circuito aberto é simulada usando--se um resistor de 1 T (1 milhão de M Ω). É necessária a colocação do resistor para estabelecer uma conexão entre o lado direito do indutor L_2 e GND — não se deve deixar nós flutuando nas simulações do OrCAD. Como são necessários o módulo e o ângulo da tensão, VPRINT1 é inserido como mostra a Figura 18.95. A simulação é feita para AC Sweep em 1 kHz, sendo que, quando a janela **Orcad Capture** for obtida, os resultados que aparecem na Figura 18.96 serão obtidos da listagem do arquivo de saída a partir de PSpice-View Output File. O valor obtido para o módulo da tensão Thévenin é 5,187 V, bem próximo de 5,08 V, obtido no Exemplo 18.8, enquanto o ângulo de fase é −77,13°, que está próximo de −77,09°, obtido no mesmo exemplo — resultados que podem ser considerados excelentes.

Em seguida, será determinada a corrente de curtocircuito usando-se a opção **IPRINT**, como mostra a

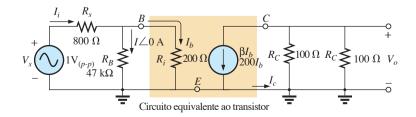


Figura 18.94 Circuito mostrado na Figura 18.93 após a substituição do transistor pelo seu circuito equivalente.

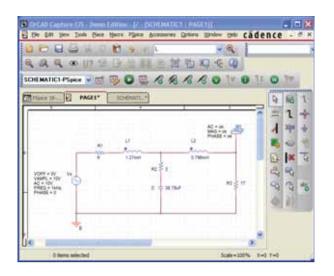


Figura 18.95 Uso do PSpice para determinar a tensão Thévenin de circuito aberto.

Figura 18.97, para determinar a impedância Thévenin. A resistência $R_{indutor}$ de 1 $\mu\Omega$ foi introduzida porque o PSpice não trata os indutores como elementos ideais; todos eles têm de ter uma resistência interna em série. Note que a corrente de curto-circuito passa diretamente pelo símbolo da impressora (IPRINT). A propósito, não é necessário fechar a janela SCHEMATIC1 criada anteriormente para

determinar a tensão Thévenin. Basta apagar **VPRINT1** e **R3**, e inserir **IPRINT**. Em seguida, faça uma nova simulação para obter os resultados vistos na Figura 18.98. O módulo da corrente de curto-circuito é 936,1 mA com um ângulo de –108,6°. A impedância Thévenin é, então, definida por

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{5,187 \text{ V} \angle -77,13^{\circ}}{936,1 \text{ mA } \angle -108,6^{\circ}}$$
$$= 5.54 \Omega \angle 31.47^{\circ}$$

que é um valor bem próximo de 5,49 Ω \angle 32,36° obtido no Exemplo 18.8.

VCVS. A próxima aplicação comprovará os resultados do Exemplo 18.12 e fornecerá um pouco de experiência prática no uso de fontes controladas (dependentes). O circuito visto na Figura 18.51, que possui uma fonte de tensão controlada por tensão (VCVS — Voltage-Controlled Voltage Source), tem o símbolo esquemático mostrado na Figura 18.99. Essa fonte aparece como E na biblioteca ANALOG, sendo E1 a tensão de controle e E a tensão controlada. Na caixa de diálogo Property Editor, o parâmetro GAIN tem de ser alterado para 20, enquanto as colunas restantes podem ser deixadas como estão. Após selecionar Display-Name and Value, o botão Apply pode ser acionado e a caixa de diálogo fechada, o que fará com

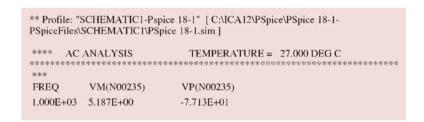


Figura 18.96 Arquivo de saída para a tensão Thévenin de circuito aberto para o circuito visto na Figura 18.95.

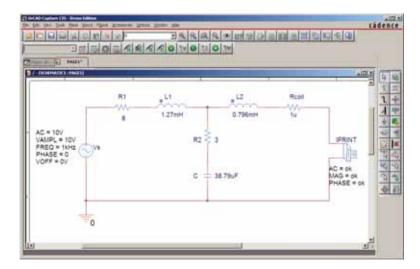


Figura 18.97 Uso do PSpice para determinar a corrente de curto-circuito.

```
*** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 18-3"

[ C:\ICA11\PSpice\pspice 18-3-pspicefiles\schematic1\pspice 18-3.sim ]

**** AC ANALYSIS TEMPERATURE = 27,000 DEG C

****

FREQ IM(V_PRINT1) IP(V_PRINT1)

1.000E+03 9.361E-01 -1.086E+02
```

Figura 18.98 Arquivo de saída que mostra a corrente de curto-circuito para o circuito visto na Figura 18.97.

que o rótulo GAIN = 20 apareça próximo ao símbolo da fonte controlada. Observe atentamente o segundo símbolo GND inserido próximo de E para evitar a colocação de um longo fio até o primeiro GND, que poderia se sobrepor a outros elementos. No caso desse exercício, a fonte de corrente ISRC é usada porque tem uma seta em seu símbolo e o valor da frequência não é importante para essa análise, já que existem apenas elementos resistivos presentes. Na caixa de diálogo **Property Editor**, o valor de AC é ajustado em 5 mA, e o valor DC em 0 A; ambos serão mostrados na tela acionando Display-Name and Value. VPRINT1 é configurada da mesma maneira que no exercício anterior. O resistor **Roc** (circuito aberto — open circuit) foi ajustado em um valor muito alto, de maneira que se pareca com um circuito aberto para o restante do circuito. VPRINT1 fornece a tensão Thévenin para o circuito aberto entre os pontos de interesse. Fazendo a simulação no modo AC Sweep com uma frequência de 1 kHz, temos como resultado o arquivo de saída que aparece na Figura 18.100, revelando que a tensão Thévenin é 210 V

∠0°. A substituição dos valores numéricos desse exemplo na equação obtida no Exemplo 18.12 confirma o resultado:

$$ETh = (1 + \mu)IR1 = (1 + 20)(5 mA ∠0°)(2 kΩ)$$
= 210 **V**∠0°

A seguir, a corrente de curto-circuito tem de ser determinada usando-se a opção **IPRINT**. Note na Figura 18.101 que a única diferença entre esse circuito e aquele visto na Figura 18.102 é a substituição de **Roc** por **IPRINT** e a remoção de **VPRINT1**. Portanto, não há necessidade de redesenhar completamente o circuito. Basta fazer as alterações e realizar uma nova simulação. O resultado dessa nova simulação é, como mostra a Figura 18.102, uma corrente de 5 mA com um ângulo de 0°.

A razão entre esses dois valores obtidos nos fornece a impedância Thévenin:

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{210 \text{ V} \angle 0^{\circ}}{5 \text{ mA} \angle 0^{\circ}} = 42 \text{ k}\Omega$$

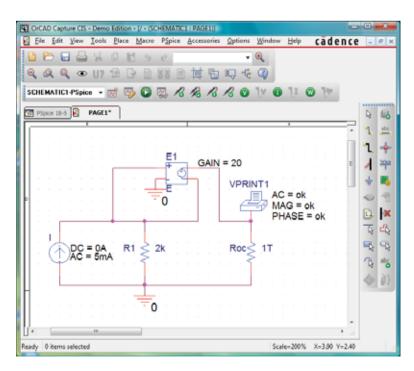


Figura 18.99 Uso do PSpice para determinar a tensão Thévenin de circuito aberto para o circuito mostrado na Figura 18.51.

Figura 18.100 Arquivo de saída que mostra a tensão Thévenin de circuito aberto para o circuito visto na Figura 18.99.

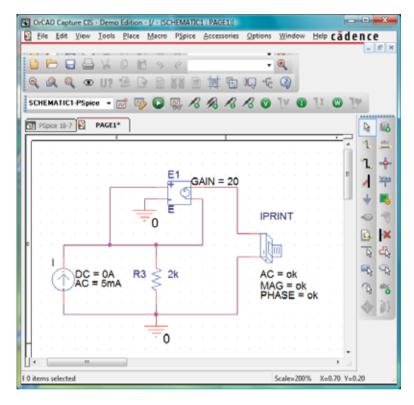


Figura 18.101 Uso do PSpice para determinar a corrente de curto-circuito para o circuito visto na Figura 18.51.

que também coincide com o resultado da solução manual obtida no Exemplo 18.12:

$$\mathbf{Z}_{Th} = (1 + \mu)R_1 = (1 + 20)2 \,\mathrm{k}\Omega$$

= (21)2 k\Omega = **42 k\Omega**

Multisim

Superposição. Essa análise começa com o circuito visto na Figura 18.12 que aparece no Exemplo 18.4, pois ele possui duas fontes, uma CC e uma CA. Você verá que não é necessário especificar um tipo de análise para cada fonte. Quando o circuito é configurado, os níveis CC aparecem durante a simulação, e a resposta CA poderá ser encontrada a partir da opção **View**.

O esquema resultante aparece na Figura 18.103. A construção é muito simples usando-se os parâmetros da fonte CA definidos da seguinte forma: Na caixa de diálogo **Select a Component**, escolha **POWER SOURCES**,

seguido por AC_POWER. Depois, defina Voltage(RMS) em 4 V e AC Analysis Magnitude em 4V, seguido por Phase: 0 Degrees; AC Analysis Phase: 0 Degrees; Frequency (F): 1 kHz; Voltage Offset: 0 V; e Time Delay: 0 Seconds. A tensão CC em R3 pode ser exibida usando-se a opção Indicator obtida com a seleção do botão Place Indicator que se parece com um número vermelho 8 em um circuito integrado. A opção VOLTMETER_V foi escolhida para que o sinal de mais da diferença de potencial estivesse diretamente acima do sinal de negativo.

Para realizar a análise, use a seguinte sequência para abrir a caixa de diálogo AC Analysis: Simulate-Analyses-AC Analysis. Na caixa de diálogo, use os seguintes valores sob o cabeçalho Frequency Parameters: Start frequency: 1 kHz; Stop frequency: 1 kHz; Sweep Type: Decade; Number of points: 1000; Vertical scale: Linear. Depois, desloque-se até a opção Output e selecione V(4) sob Variables in circuit, seguido por Add, para colocá-la

Figura 18.102 Arquivo de saída mostrando a corrente de curto-circuito para o circuito visto na Figura 18.101.

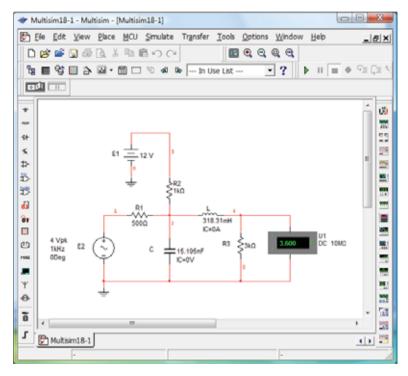


Figura 18.103 Uso do Multisim para aplicar a superposição ao circuito visto na Figura 18.12.

na coluna Selected variables for analysis. Mova quaisquer outras variáveis na lista selecionada de volta para a lista de variáveis usando a opção Remove. Em seguida, selecione Simulate e você obterá a resposta de Grapher View da Figura 18.104. Durante o processo de simulação, a solução CC de 3,6 V aparece na tela do voltímetro (um valor exatamente igual à solução manual). Existem dois gráficos na Figura 18.104: um do módulo em função da frequência e o outro da fase em função da frequência. Clique com o botão esquerdo para selecionar o gráfico superior e uma seta vermelha aparecerá na borda esquerda do gráfico. A seta revela qual gráfico está atualmente ativo. Para mudar o rótulo do eixo vertical de Magnitude para Voltage (V), como mostra a Figura 18.104, selecione o botão Properties na barra de ferramentas no alto e escolha Left Axis. Em seguida, mude o rótulo para Voltage (V) seguido por OK; o rótulo aparecerá conforme mostra a figura. Em

seguida, para ler os níveis indicados em cada gráfico com o máximo de precisão, selecione o botão **Show/Hide Cursor** na barra de ferramentas. O botão tem uma pequena senoide com dois marcadores verticais. O resultado é um conjunto de marcadores na borda esquerda de cada figura. Selecionando o marcador da borda esquerda do gráfico de tensão e movendo-o para 1 kHz, você poderá descobrir o valor da tensão na tabela correspondente. Observe que, a uma frequência de 1 kHz ou algo em torno desse valor, a tensão é 2,06 V, que é o valor exato da solução manual no Exemplo 18.4. Se depois disso você descer para o gráfico de fase, verá que, na mesma frequência, o ângulo de fase é -32,72, que é muito próximo do -32,74 da solução manual.

Portanto, em geral, os resultados correspondem de perto às soluções no Exemplo 18.4 usando técnicas que podem ser aplicadas a uma grande variedade de circuitos com fontes tanto CC quanto CA.

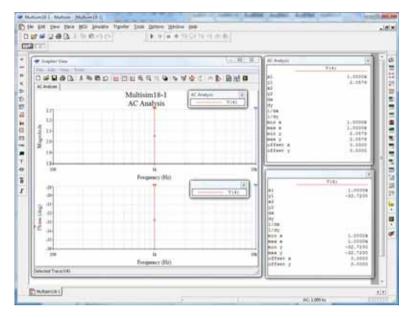


Figura 18.104 Resultados de saída da simulação do circuito visto na Figura 18.103.

PROBLEMAS

Seção 18.2 Teorema da superposição

- Usando o teorema da superposição, determine a corrente na indutância X_L para os circuitos mostrados na Figura 18.105.
- 2. Usando o teorema da superposição, determine a corrente na capacitância $X_{\rm C}$ na Figura 18.106.
- *3. Usando o teorema da superposição, determine a corrente I₁ nos circuitos vistos na Figura 18.107.
- ***4.** Usando o teorema da superposição, determine a expressão senoidal para a corrente *i* no circuito visto na Figura 18.108.

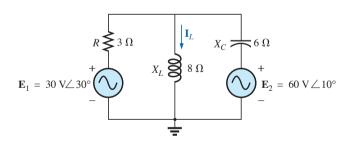


Figura 18.105 Problema 1.

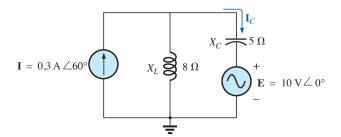


Figura 18.106 Problema 2.

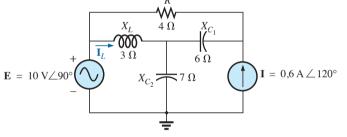


Figura 18.107 Problema 3.

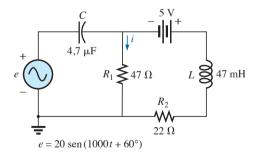


Figura 18.108 Problemas 4, 19 e 35.

- 5. Usando o teorema da superposição, obtenha a expressão senoidal para a tensão v_C no circuito mostrado na Figura 18.109.
- *6. Usando o teorema da superposição, calcule a corrente I no circuito visto na Figura 18.110.
- 7. Usando o teorema da superposição, calcule a corrente \mathbf{I}_L (h=100) no circuito visto na Figura 18.111.
- 8. Aplicando o teorema da superposição no circuito visto na Figura 18.112, determine a tensão V_L (μ = 20).

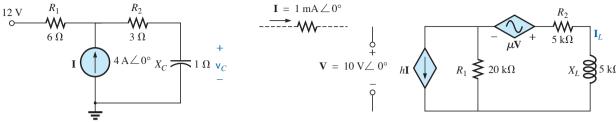


Figura 18.109 Problemas 5, 20, 36 e 50.

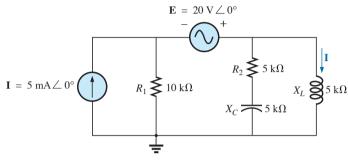


Figura 18.110 Problemas 6, 21, 37 e 51.

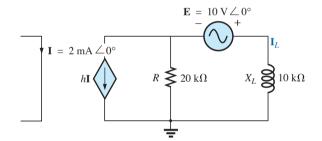


Figura 18.111 Problemas 7 e 24.

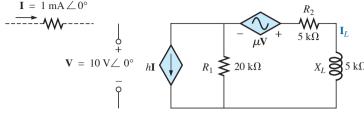


Figura 18.113 Problemas 9, 26 e 41.

- *9. Usando o teorema da superposição, determine a corrente I_L no circuito visto na Figura 18.113, ($\mu = 20$; h = 100).
- *10. Determine V_L no circuito mostrado na Figura 18.114 (h = 50).
- *11. Calcule a corrente I no circuito visto na Figura 18.115.
- **12.** Calcule a tensão V_s no circuito visto na Figura 18.116.

Seção 18.3 Teorema de Thévenin

- 13. Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.117 externa aos elementos entre os pontos a e b.
- 14. Determine o equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.118 externa aos elementos entre os pontos a e b.

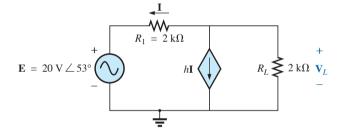


Figura 18.114 Problemas 10 e 27.

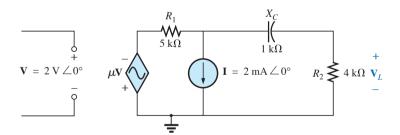


Figura 18.112 Problemas 8, 25 e 40.

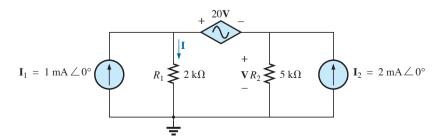


Figura 18.115 Problemas 11, 28 e 42.

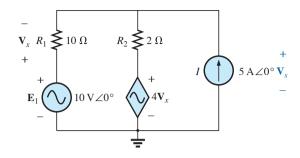


Figura 18.116 Problema 12.

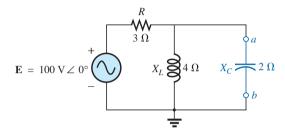


Figura 18.117 Problemas 13 e 30.

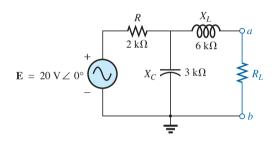


Figura 18.118 Problemas 14 e 49.

- *15. Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.119 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.
- *16. Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.120 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.
- *17. Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.121 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.
- *18. Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.122 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

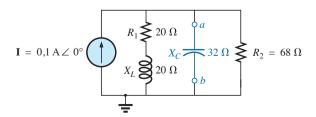


Figura 18.119 Problemas 15 e 31.

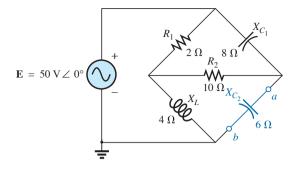


Figura 18.120 Problema 16.

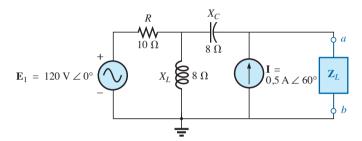


Figura 18.121 Problemas 17 e 32.

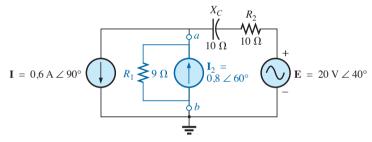


Figura 18.122 Problema 18.

- *19. a) Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito externa ao resistor R_1 da Figura 18.108.
 - **b)** Usando os resultados do item (a), determine a corrente *i* no mesmo circuito.
- **20.** a) Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao capacitor visto na Figura 18.109.
 - b) Usando os resultados do item (a), determine a tensão v_C no mesmo circuito.
- *21. a) Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao indutor visto na Figura 18.110.
 - b) Usando os resultados da parte (a), determine a corrente I no mesmo circuito.
- 22. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância indutiva de 5 k Ω visto na Figura 18.123 (em função de V).
- 23. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância indutiva de 4 k Ω visto na Figura 18.124 (em função de I).
- 24. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância indutiva de $10~\mathrm{k}\Omega$ visto na Figura 18.111.
- 25. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de 4 k Ω visto na Figura 18.112.

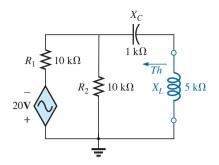


Figura 18.123 Problemas 22 e 38.

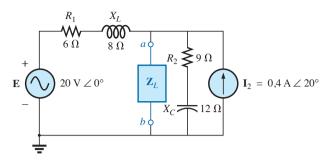


Figura 18.126 Problema 33.

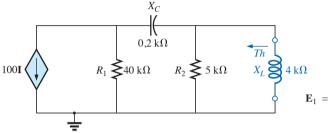
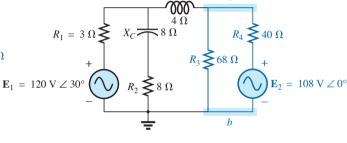


Figura 18.124 Problemas 23 e 39.



 X_I

Figura 18.127 Problema 34.

- *26. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância indutiva de $5 \text{ k} \Omega$ visto na Figura 18.113.
- *27. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de $2 k\Omega$ visto na Figura 18.114.
- *28. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de R₁ visto na Figura 18.115.
- *29. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito à esquerda dos terminais *a-a*' visto na Figura 18.125.

Seção 18.4 Teorema de Norton

- **30.** Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo aos elementos entre *a* e *b* para os circuitos vistos na Figura 18.117.
- **31.** Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo aos elementos entre *a* e *b* para os circuitos vistos na Figura 18.119.
- **32.** Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo aos elementos entre *a* e *b* para os circuitos vistos na Figura 18.121.
- *33. Determine o circuito equivalente de Norton para a parte do circuito visto na Figura 18.126 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.
- *34. Determine o circuito equivalente de Norton para a parte do circuito visto na Figura 18.127 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

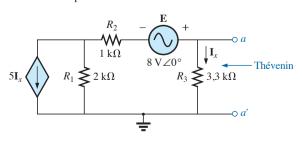


Figura 18.125 Problema 29.

- *35. a) Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R_1 visto na Figura 18.108.
 - **b)** Usando os resultados do item (a), obtenha o valor da corrente *i* no mesmo circuito.
- *36. a) Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao capacitor visto na Figura 18.109.
 - b) Usando os resultados do item (a), determine a tensão
 V_C no mesmo circuito.
- *37. a) Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao indutor visto na Figura 18.110.
 - b) Usando os resultados do item (a), calcule a corrente I no mesmo circuito.
- 38. Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à reatância indutiva de $5 \text{ k}\Omega$ visto na Figura 18.123.
- Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à reatância indutiva de 4 kΩ visto na Figura 18.124.
- 40. Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor de 4 k Ω visto na Figura 18.112.
- *41. Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à reatância indutiva de 5 kΩ, visto na Figura 18.113.
- *42. Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à fonte de corrente I₁ visto na Figura 18.115.
- *43. Para o circuito visto na Figura 18.128, obtenha o circuito equivalente de Norton para a parte externa ao resistor de $2 \, k\Omega$.

Seção 18.5 Teorema da máxima transferência de potência

- **44.** Obtenha a impedância de carga \mathbb{Z}_L para o circuito visto na Figura 18.129 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.
- **45.** Obtenha a impedância de carga **Z**_L para os circuitos mostrados na Figura 18.130 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.

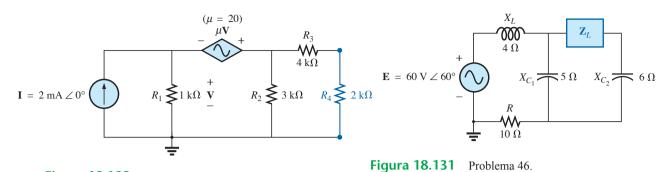


Figura 18.128 Problema 43.

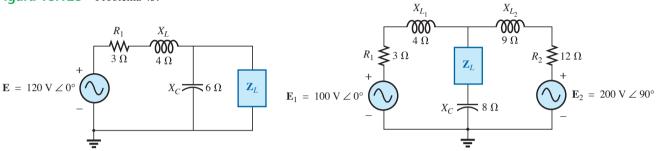


Figura 18.129 Problema 44.

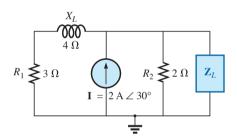


Figura 18.130 Problema 45.

Figura 18.132 Problema 47.

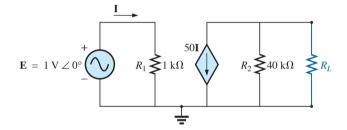


Figura 18.133 Problema 48.

- *46. Obtenha a impedância de carga \mathbf{Z}_L para os circuitos mostrados na Figura 18.131 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.
- *47. Obtenha a impedância de carga \mathbf{Z}_L para os circuitos mostrados na Figura 18.132 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.
- **48.** Obtenha a impedância de carga R_L para o circuito visto na Figura 18.133 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.
- *49. a) Determine a impedância de carga que, ao substituir o resistor R_L , visto no circuito mostrado na Figura 18.118, garanta a máxima potência na carga.
 - b) Usando os resultados do item (a), determine o valor da potência máxima na carga.
- *50. a) Determine a impedância de carga que, ao substituir o capacitor X_C no circuito visto na Figura 18.109, garanta a máxima potência na carga.
 - b) Usando os resultados do item (a), determine o valor da potência máxima na carga.
- *51. a) Determine a impedância de carga que, ao substituir o indutor X_L no circuito visto na Figura 18.110, garanta a máxima potência na carga.
 - b) Usando os resultados do item (a), determine o valor da potência máxima na carga.

- **52.** a) Para o circuito visto na Figura 18.134, determine o valor de R_I que resulta em uma potência máxima na carga.
 - b) Usando os resultados do item (a), determine o valor da potência máxima fornecida à carga.
- *53. a) Para o circuito visto na Figura 18.135, calcule o valor da capacitância que garante uma potência máxima na carga se a capacitância está limitada à faixa de 1 nF a 10 nF.
 - b) Usando os resultados do item (a), determine o valor de R₁ para garantir uma potência máxima na carga.
 - c) Usando os resultados dos itens (a) e (b), determine a potência máxima na carga.

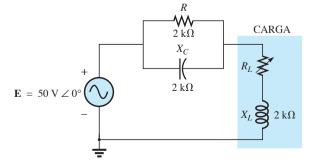


Figura 18.134 Problema 52.

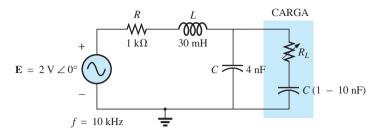


Figura 18.135 Problema 53.

Seção 18.6 Teoremas da substituição, da reciprocidade e de Millman

- 54. Para o circuito da Figura 18.136, determine dois ramos equivalentes aplicando o teorema da substituição ao ramo *a-b*.
- **55.** a) Para o circuito visto na Figura 18.137(a), calcule a corrente **I**.
 - b) Repita o item (a) para o circuito visto na Figura 18.137(b).
 - c) Compare os resultados dos itens (a) e (b).
- 56. Utilizando o teorema de Millman, determine a corrente na reatância capacitiva de $4 \text{ k}\Omega$ vista na Figura 18.138.

Seção 18.8 Análise computacional PSpice ou Multisim

- **57.** Aplique o teorema da superposição no circuito visto na Figura 18.6. Ou seja, determine a corrente **I** fornecida por cada fonte e, em seguida, determine a corrente resultante.
- *58. Determine a corrente I_L para o circuito visto na Figura 18.22 usando o *schematics*.

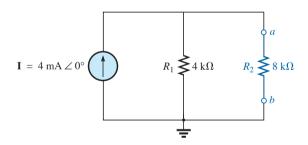
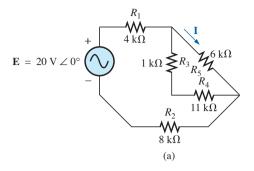


Figura 18.136 Problema 54.



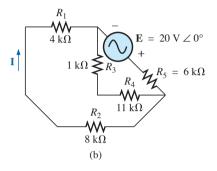


Figura 18.137 Problema 55.

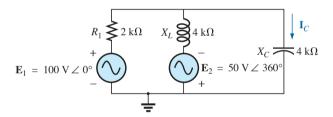


Figura 18.138 Problema 56.

- *59. Usando o *schematics*, determine V_2 para o circuito visto na Figura 18.57, sendo $V_1 = 1$ V $\angle 0^\circ$, $R_1 = 0.5$ k Ω , $k_1 = 3 \times 10^{-4}$, $k_2 = 50$ e $R_2 = 20$ k Ω .
- ***60.** Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.77 usando o *schematics*.
- *61. Usando o *schematics*, plote o gráfico da carga R-C visto na Figura 18.90 para os valores de R_I de 1 Ω a 10 Ω .

GLOSSÁRIO

- Fonte de tensão controlada por tensão (VCVS): Fonte de tensão cujos parâmetros são controlados por uma tensão em outra parte do circuito.
- Teorema da máxima transferência de potência: Teorema que determina a impedância de carga necessária para garantir que a potência na carga seja máxima.
- Teorema da reciprocidade: Teorema segundo o qual, em circuitos com uma única fonte, o valor da corrente em qualquer ramo é igual ao valor da corrente no ramo em que ela inicialmente se localizava, se a fonte for colocada no ramo em que a corrente foi medida inicialmente.
- Teorema da substituição: Teorema que estabelece que se conhecermos a corrente em qualquer ramo de um circuito CA bilateral e a tensão entre seus terminais, podemos substituí-lo por qualquer combinação de elementos que mantenha inalteradas a tensão e a corrente originais.
- Teorema da superposição: Método de análise de circuitos que permite que consideremos os efeitos de cada fonte independentemente. A tensão e/ou corrente resultante é dada pela

- soma fasorial das correntes e/ou tensões produzidas individualmente pelas fontes.
- Teorema de Millman: Método que emprega a conversão de fontes de tensão em fontes de corrente para determinar valores desconhecidos em circuitos de várias malhas.
- Teorema de Norton: Teorema que possibilita a redução de qualquer circuito CA linear de dois terminais a um circuito composto de uma fonte de corrente e uma impedância em paralelo. A configuração resultante pode então ser usada para obter uma tensão ou uma corrente particular no circuito original ou para avaliar os efeitos de uma parte do circuito sobre uma variável qualquer.
- Teorema de Thévenin: Teorema que possibilita a redução de qualquer circuito AC linear de dois terminais a um circuito constituído por uma fonte de tensão e uma impedância em série. A configuração resultante pode ser usada para obter uma corrente ou uma tensão particulares no circuito original ou para avaliar os efeitos de uma parte do circuito sobre uma determinada variável.