

# Métodos de análise e tópicos selecionados (corrente alternada)



## Objetivos

- Entender as diferenças entre fontes independentes e dependentes, e entender como a magnitude e o ângulo de uma fonte controlada são determinados pela variável dependente.
- Aprender a fazer a conversão entre fontes de tensão e corrente e vice-versa em um domínio CA.
- Adquirir habilidade na aplicação da análise de malhas e nós aos circuitos CA usando fontes independentes e controladas.
- Definir o relacionamento entre os elementos de um circuito CA em ponte que estabelecerão uma condição de equilíbrio.

## 17.1 INTRODUÇÃO

No caso dos circuitos com duas ou mais fontes que não estejam em série ou em paralelo, os métodos descritos nos últimos dois capítulos não podem ser aplicados. Em vez disso, devemos empregar métodos como análise de malhas ou análise de nós. Como esses métodos já foram discutidos detalhadamente quando analisamos circuitos CC no Capítulo 8, neste capítulo consideraremos as mudanças necessárias para aplicá-los na análise de circuitos CA. As fontes dependentes também serão apresentadas, tanto em análise de malhas quanto em análise nodal.

O método das correntes de ramo não será discutido novamente, pois é um caso particular da análise de malhas. Além dos métodos mencionados acima, discutiremos os circuitos em ponte e as conversões  $\Delta$ -Y e Y- $\Delta$  nos circuitos CA.

Entretanto, antes de examinar esses tópicos, temos de considerar o assunto ‘fontes independentes e controladas’.

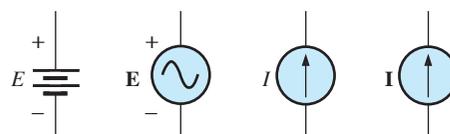
## 17.2 FONTES INDEPENDENTES E FONTES DEPENDENTES (CONTROLADAS)

Nos capítulos anteriores, todas as fontes que apareceram nas análises de circuitos CC ou CA eram **fontes independentes**, como  $E$  e  $I$  (ou  $E$  e  $I$ ), mostradas na Figura 17.1.

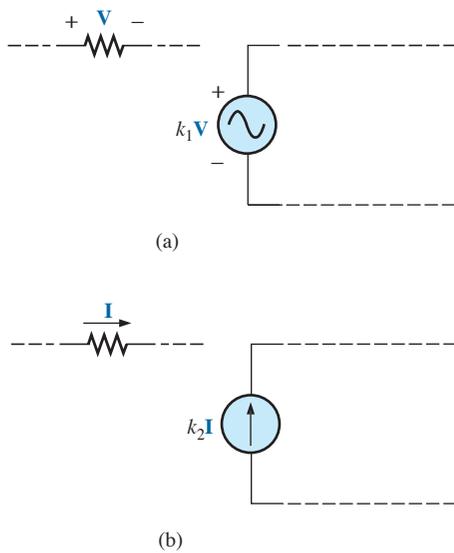
*O termo independente significa que a magnitude da fonte é independente do circuito ao qual ela é aplicada, de modo que suas características se mantêm mesmo que a fonte esteja completamente isolada.*

*Uma fonte dependente ou controlada é aquela cujas características são determinadas (ou controladas) por uma corrente ou tensão do sistema em que se encontra.*

Atualmente, são usados dois símbolos para representar fontes controladas. O primeiro usa simplesmente o símbolo da fonte independente e uma indicação do elemento controlador, como mostra a Figura 17.2. Na Figura 17.2(a), a amplitude e a fase da tensão são controladas por outra tensão  $V$  em algum lugar no circuito, sendo a amplitude controlada por uma constante  $k_1$ . Na Figura 17.2(b), a amplitude e a fase da fonte de corrente são controladas por uma corrente  $I$  em outra parte do circuito, sendo a amplitude controlada pela constante  $k_2$ . Para diferenciar fontes



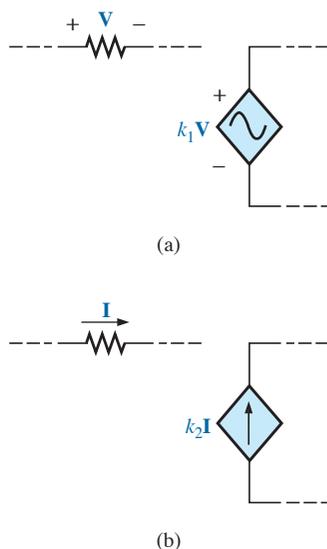
**Figura 17.1** Fontes independentes.



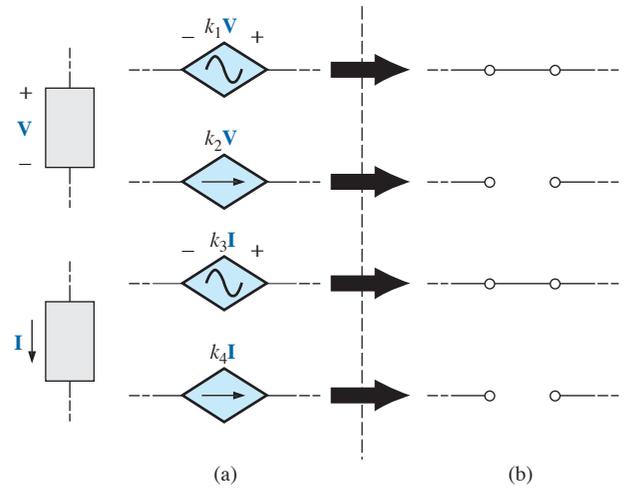
**Figura 17.2** Fontes controladas ou dependentes.

dependentes de fontes independentes, foi introduzida a notação apresentada na Figura 17.3. Nos últimos anos, muitas publicações respeitadas sobre análise de circuitos têm aceitado e usado essa notação, embora algumas publicações excelentes na área de eletrônica continuem a usar os símbolos mostrados na Figura 17.2, especialmente na modelagem de circuitos para vários dispositivos eletrônicos como o transistor e o FET. Este livro usa os símbolos mostrados na Figura 17.3.

Possíveis combinações para fontes controladas são mostradas na Figura 17.4. Note que a amplitude de uma fonte de corrente ou de tensão pode ser controlada por uma



**Figura 17.3** Notação especial para fontes controladas ou dependentes.



**Figura 17.4** Condições de  $V = 0\text{ V}$  e  $I = 0\text{ A}$  para uma fonte controlada.

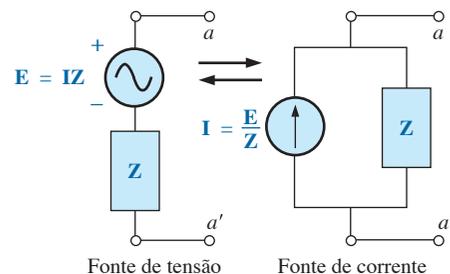
tensão ou por uma corrente, respectivamente. Ao contrário do que ocorre com fontes independentes, nos casos em que  $V$  ou  $I = 0$ , como se vê na Figura 17.4(a), o resultado pode ser um curto-circuito ou um circuito aberto equivalente, como o que é observado na Figura 17.4(b). Observe que o tipo de representação a ser usado sob essas circunstâncias é determinado pelo fato de a fonte ser de corrente ou tensão, e não pelo agente controlador ( $V$  ou  $I$ ).

### 17.3 CONVERSÕES DE FONTES

Ao aplicar os métodos a serem discutidos, pode ser necessário converter uma fonte de corrente em fonte de tensão ou vice-versa. Essa **conversão de fonte** pode ser realizada praticamente da mesma maneira que para o circuito CC, exceto pelo fato de que agora estaremos lidando com fasores e impedâncias em vez de apenas números reais e resistores.

#### Fontes independentes

Em geral, a forma de conversão de um tipo de fonte independente em outro é como mostra a Figura 17.5.



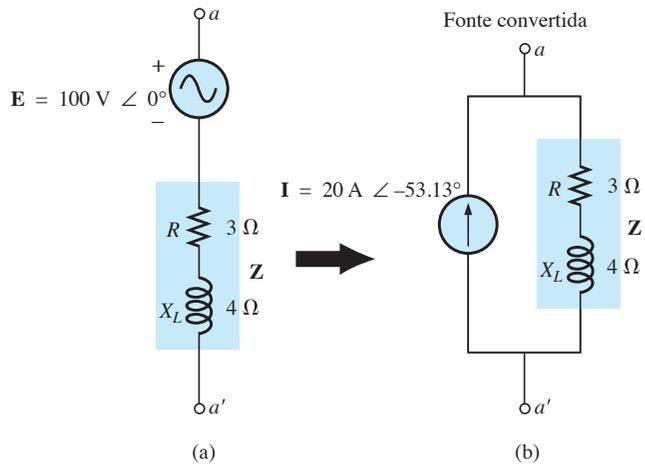
**Figura 17.5** Conversão de fontes.

**EXEMPLO 17.1**

Converta a fonte de tensão vista na Figura 17.6(a) em fonte de corrente.

Solução:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{100 \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle 53,13^\circ} \\ &= 20 \text{ A} \angle -53,13^\circ \quad [\text{Figura 17.6(b)}] \end{aligned}$$



**Figura 17.6** Exemplo 17.1.

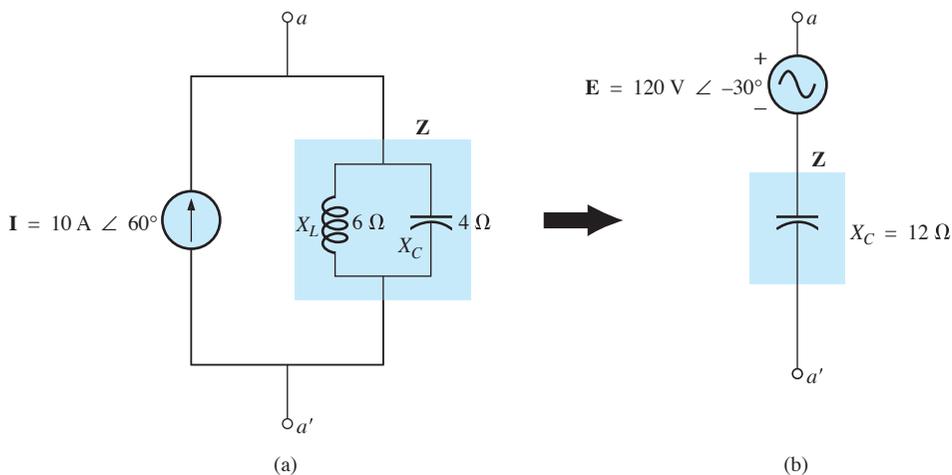
a variável controladora ( $\mathbf{V}$  ou  $\mathbf{I}$  na Figura 17.4) não for determinada pela parte do circuito à qual a conversão será aplicada. Por exemplo, nas figuras 17.8 e 17.9,  $\mathbf{V}$  e  $\mathbf{I}$ , respectivamente, são controladas por uma parte externa do circuito. Outros tipos de conversões, onde  $\mathbf{V}$  e  $\mathbf{I}$  são controladas por uma parte do circuito a ser convertido, serão considerados nas seções 18.3 e 18.4.

**EXEMPLO 17.2**

Converta a fonte de corrente vista na Figura 17.7(a) em fonte de tensão.

Solução:

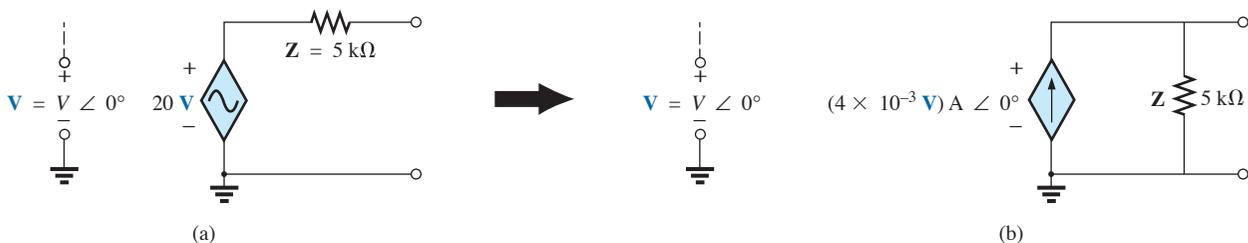
$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \frac{\mathbf{Z}_C \mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_L} = \frac{(X_C \angle -90^\circ)(X_L \angle 90^\circ)}{-jX_C + jX_L} \\ &= \frac{(4 \Omega \angle -90^\circ)(6 \Omega \angle 90^\circ)}{-j4 \Omega + j6 \Omega} = \frac{24 \Omega \angle 0^\circ}{2 \angle 90^\circ} \\ &= 12 \Omega \angle -90^\circ \\ \mathbf{E} &= \mathbf{I}\mathbf{Z} = (10 \text{ A} \angle 60^\circ)(12 \Omega \angle -90^\circ) \\ &= 120 \text{ V} \angle -30^\circ \quad [\text{Figura 17.7(b)}] \end{aligned}$$



**Figura 17.7** Exemplo 17.2.

**EXEMPLO 17.3**

Converta a fonte de tensão vista na Figura 17.8(a) em fonte de corrente.



**Figura 17.8** Conversão de fonte com uma fonte de tensão controlada por tensão.

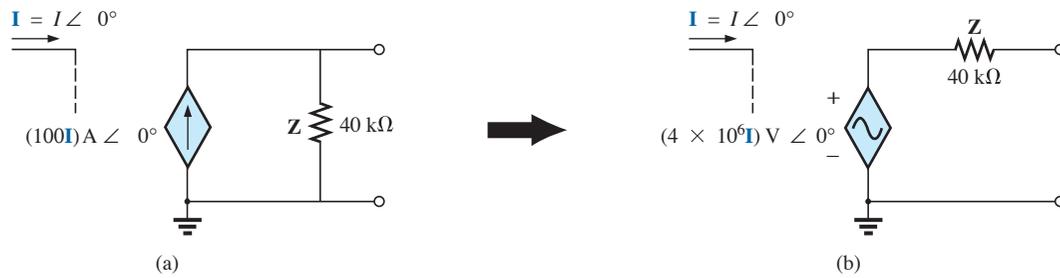


Figura 17.9 Conversão de fonte com uma fonte de corrente controlada por corrente.

Solução:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{(20 \text{ V}) \text{ V } \angle 0^\circ}{5 \text{ k}\Omega \angle 0^\circ} \\ &= (4 \times 10^{-3} \text{ V}) \text{ A } \angle 0^\circ \quad [\text{Figura 17.8(b)}] \end{aligned}$$

**EXEMPLO 17.4**

Converta a fonte de corrente vista na Figura 17.9(a) para uma fonte de tensão.

Solução:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{IZ} = [(100 \text{ I}) \text{ A } \angle 0^\circ][40 \text{ k}\Omega \angle 0^\circ] \\ &= (4 \times 10^6 \text{ I}) \text{ V } \angle 0^\circ \end{aligned}$$

**17.4 ANÁLISE DE MALHAS**

**Método geral**

**Fontes de tensão independentes.** Antes de examinar a aplicação do método em circuitos CA, é aconselhável que o estudante faça uma revisão das seções sobre **análise de malhas** no Capítulo 8, pois essa seção se restringirá aquelas conclusões.

O método geral da análise de malhas para fontes independentes inclui a mesma sequência de passos apresentada no Capítulo 8. Na realidade, a única mudança, relativa à abordagem dos circuitos CC, feita nessa seção foi substituir a resistência por impedância e a condutância por admitância no procedimento geral.

1. Associe uma corrente no sentido horário para cada malha independente do circuito. Não é estritamente necessário escolher o sentido horário para as correntes de malha. Entretanto, tal escolha elimina a necessidade de escolher um sentido em cada caso. Podemos escolher qualquer sentido para as correntes de malha sem que haja perda de precisão, contanto que as etapas restantes sejam seguidas corretamente.

2. Indique as polaridades para cada impedância dentro de cada malha, conforme determina o sentido convencional para a corrente nessa malha.
3. Aplique a lei de Kirchhoff para tensões em cada malha, no sentido horário. Novamente, o sentido horário foi escolhido para estabelecer uma uniformidade e nos condicionar a seguir um método sistemático.
  - a. Se uma impedância for atravessada por duas ou mais correntes, a corrente total nessa impedância é a corrente da malha em que a lei de Kirchhoff para tensões está sendo aplicada mais as correntes das outras malhas que a atravessam no mesmo sentido e menos as correntes que a atravessam no sentido oposto.
  - b. A polaridade de uma fonte de tensão não é afetada pelo sentido das correntes associadas às malhas.
4. Resolva o sistema de equações lineares resultantes para obter as correntes de malha.

Essa técnica se aplica a todos os circuitos com fontes independentes ou a circuitos com fontes dependentes nos quais a variável de controle não faz parte do circuito sob investigação. Se a variável de controle fizer parte do circuito a ser examinado, será necessário usar outro método, que será descrito em breve.

**EXEMPLO 17.5**

Usando o método geral para análise de malhas, determine a corrente  $\mathbf{I}_1$  no circuito visto na Figura 17.10.

Solução:

Ao aplicar esses métodos em circuitos CA, é aconselhável representar os resistores e as reatâncias (ou combinações dessas grandezas) por blocos de impedâncias. Quando determinamos a solução final em termos dessas impedâncias, os valores numéricos podem ser substituídos para determinar as grandezas desconhecidas.

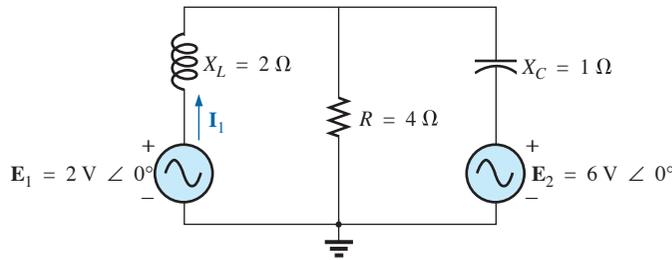


Figura 17.10 Exemplo 17.5.

O circuito foi redesenhado e apresentado na Figura 17.11 usando blocos de impedâncias:

$$\begin{aligned} Z_1 &= +jX_L = +j 2 \Omega & E_1 &= 2 \text{ V } \angle 0^\circ \\ Z_2 &= R = 4 \Omega & E_2 &= 6 \text{ V } \angle 0^\circ \\ Z_3 &= -jX_C = -j 1 \Omega \end{aligned}$$

Os passos 1 e 2 estão indicados na Figura 17.11.  
Passo 3:

$$\begin{aligned} +E_1 - I_1 Z_1 - Z_2(I_1 - I_2) &= 0 \\ -I_2 Z_2 - I_1 Z_2 + I_2 Z_3 - E_2 &= 0 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} E_1 - I_1 Z_1 - I_1 Z_2 + I_2 Z_2 &= 0 \\ -I_2 Z_2 + I_1 Z_2 - I_2 Z_3 - E_2 &= 0 \end{aligned}$$

de forma que

$$\begin{aligned} I_1(Z_1 + Z_2) - I_2 Z_2 &= E_1 \\ I_2(Z_2 + Z_3) - I_1 Z_2 &= -E_2 \end{aligned}$$

que pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} I_1(Z_1 + Z_2) - I_2 Z_2 &= E_1 \\ -I_1 Z_2 + I_2(Z_2 + Z_3) &= -E_2 \end{aligned}$$

Passo 4: Usando determinantes, obtemos:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & -Z_2 \\ -E_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}}$$

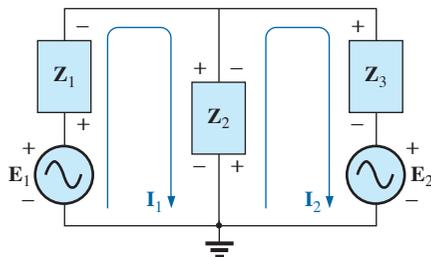


Figura 17.11 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.10.

$$\begin{aligned} &= \frac{E_1(Z_2 + Z_3) - E_2(Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2} \\ &= \frac{(E_1 - E_2)Z_2 + E_1 Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \end{aligned}$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{(2 \text{ V} - 6 \text{ V})(4 \Omega) + (2 \text{ V})(-j 1 \Omega)}{(+j 2 \Omega)(4 \Omega) + (+j 2 \Omega)(j - 2 \Omega) + (4 \Omega)(-j 2 \Omega)} \\ &= \frac{-16 - j 2}{j 8 - j^2 2 - j 4} = \frac{-16 - j 2}{2 + j 4} \\ &= \frac{16,12 \text{ A } \angle -172,87^\circ}{4,47 \angle 63,43^\circ} \\ &= 3,61 \text{ A } \angle -236,30^\circ \quad \text{ou} \quad 3,61 \text{ A } \angle 123,70^\circ \end{aligned}$$

**Fontes de tensão dependentes.** No caso de fontes de tensão dependentes, o procedimento é modificado conforme mostrado a seguir:

- Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados no caso de fontes de tensão independentes.
- O passo 3 é modificado da seguinte maneira: trate cada fonte dependente como uma fonte independente quando aplicar a lei de Kirchhoff para tensões em cada malha independente. Entretanto, uma vez escritas as equações, substitua a grandeza controlada pela sua expressão para assegurar que as incógnitas estejam restritas somente às correntes de malha escolhidas.
- O passo 4 permanece inalterado.

**EXEMPLO 17.6**

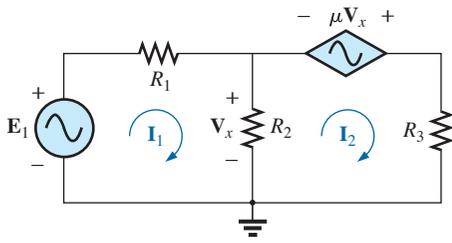
Escreva as correntes de malha para o circuito mostrado na Figura 17.12, que possui uma fonte de tensão dependente.

Solução:

Os passos 1 e 2 estão indicados na Figura 17.12.

Passo 3:

$$\begin{aligned} E_1 - I_1 R_1 - R_2(I_1 - I_2) &= 0 \\ R_2(I_2 - I_1) + \mu V_x - I_2 R_3 &= 0 \end{aligned}$$



**Figura 17.12** Aplicação da análise de malhas a um circuito com uma fonte de tensão controlada por tensão.

Substituindo:  $V_x = (I_1 - I_2)R_2$ .

O resultado é um sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{aligned} E_1 - I_1 R_1 - R_2(I_1 - I_2) &= 0 \\ R_2(I_2 - I_1) + \mu R_2(I_1 - I_2) - I_2 R_3 &= 0 \end{aligned}$$

**Fontes de corrente independentes.** No caso de fontes de corrente independentes, o procedimento é modificado da seguinte maneira:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados a fontes independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: trate cada fonte de corrente como um circuito aberto (lembre-se da definição de *supermalha* do Capítulo 8) e escreva as equações de malha para cada caminho independente restante. Então, relacione as correntes de malha escolhidas às fontes dependentes a fim de assegurar que as incógnitas das equações finais estejam restritas às correntes de malha.
3. O passo 4 permanece inalterado.

**EXEMPLO 17.7**

Escreva as correntes de malha para o circuito mostrado na Figura 17.13, que possui uma fonte de corrente independente.

Solução:

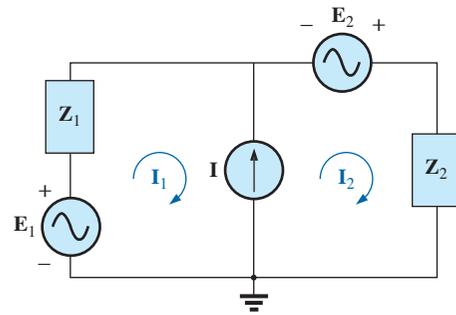
Os passos 1 e 2 estão indicados na Figura 17.13.

Passo 3:  $E_1 - I_1 Z_1 + E_2 - I_2 Z_2 = 0$   
(restou somente um caminho independente)  
com  $I_1 + I = I_2$

O resultado é um sistema de duas equações e duas incógnitas.

**Fontes de corrente dependentes.** No caso de fontes de corrente dependentes, o procedimento é modificado da seguinte maneira:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados no caso de fontes independentes.



**Figura 17.13** Aplicação da análise de malhas a um circuito com uma fonte de corrente independente.

2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: o procedimento é essencialmente o mesmo aplicado no caso de fontes de corrente independentes, exceto pelo fato de que agora as fontes dependentes têm de ser definidas em termos das correntes de malha escolhidas para assegurar que a equação final tenha apenas correntes de malha como incógnitas.
3. O passo 4 permanece inalterado.

**EXEMPLO 17.8**

Escreva as correntes de malha para o circuito visto na Figura 17.14, que possui uma fonte de corrente dependente.

Solução:

Os passos 1 e 2 estão indicados na Figura 17.14.

Passo 3:  $E_1 - I_1 Z_1 - I_2 Z_2 + E_2 = 0$

e  $kI = I_1 - I_2$

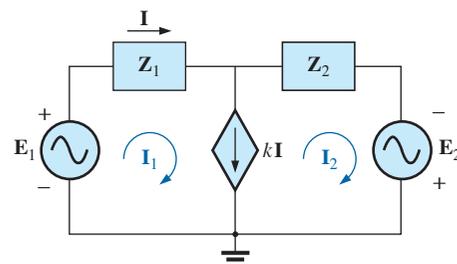
Agora,  $I = I_1$ , de forma que  $kI_1 = I_1 - I_2$

ou  $I_2 = I_1(1 - k)$

O resultado é um sistema de duas equações e duas incógnitas.

**Abordagem sistemática**

O método da abordagem sistemática foi introduzido na Seção 8.8. As etapas da aplicação desse método são repetidas aqui, tendo sido feitas somente as mudanças necessárias para que ele possa ser usado em um circuito CA:



**Figura 17.14** Aplicação da análise de malhas de um circuito com uma fonte de corrente controlada por corrente.

1. Associe uma corrente de malha a cada malha independente (como na seção anterior), no sentido horário.
2. O número de equações necessárias é igual ao número de malhas independentes escolhidas. A coluna 1 de cada equação é formada pela soma dos valores das impedâncias atravessadas pela corrente de malha e pela multiplicação do resultado pelo valor da corrente de malha.
3. Precisamos considerar agora os termos mútuos que são sempre subtraídos dos termos na primeira coluna. É possível que exista mais de um termo mútuo se a corrente de malha de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma corrente de malha. Cada termo mútuo é o produto da impedância mútua e da outra corrente de malha que atravessa o mesmo elemento.
4. A coluna à direita do sinal de igualdade é a soma algébrica das fontes de tensão atravessadas pela corrente de malha de interesse. Associamos o sinal positivo às fontes com polaridade de maneira que a corrente de malha passe do terminal negativo para o positivo. Associamos o sinal negativo aos potenciais nos quais ocorre o oposto.
5. Resolva as equações simultâneas resultantes para determinar as correntes de malha.

Essa técnica pode ser aplicada a todos os circuitos com fontes independentes ou com fontes dependentes cuja variável de controle não faça parte do circuito sob investigação. Se a variável de controle fizer parte do circuito examinado, deveremos tomar um pouco mais de cuidado ao realizar esse procedimento.

**EXEMPLO 17.9**

Usando a abordagem sistemática para análise de malhas, determine a corrente  $I_2$  no circuito visto na Figura 17.15. Solução:

O circuito redesenhado é mostrado na Figura 17.16:

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + jX_{L_1} = 1 \Omega + j 2 \Omega & E_1 &= 8 \text{ V } \angle 20^\circ \\ Z_2 &= R_2 - jX_C = 4 \Omega - j 8 \Omega & E_2 &= 10 \text{ V } \angle 0^\circ \\ Z_3 &= +jX_{L_2} = +j 6 \Omega \end{aligned}$$

Observe a redução na complexidade do problema com a substituição dos blocos de impedâncias.

*Passo 1:* Conforme indica a Figura 17.16.

*Passos 2 a 4:*

$$\begin{aligned} I_1(Z_1 + Z_2) - I_2Z_2 &= E_1 + E_2 \\ I_2(Z_2 + Z_3) - I_1Z_2 &= -E_2 \end{aligned}$$

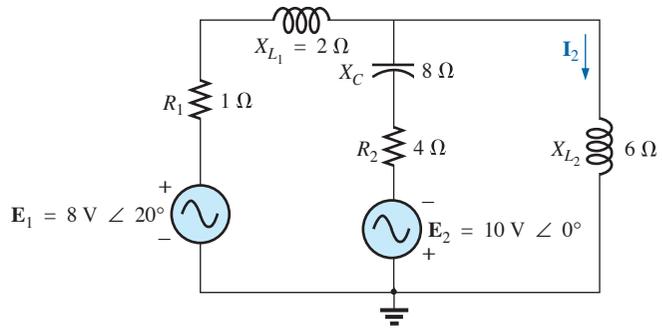


Figura 17.15 Exemplo 17.9.

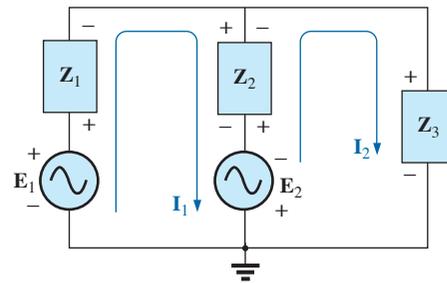


Figura 17.16 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.15.

que são reescritas como:

$$\begin{aligned} I_1(Z_1 + Z_2) - I_2Z_2 &= E_1 + E_2 \\ -I_1Z_2 + I_2(Z_2 + Z_3) &= -E_2 \end{aligned}$$

*Passo 5:* Usando determinantes, temos:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & E_1 + E_2 \\ -Z_2 & -E_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{-(Z_1 + Z_2)E_2 + Z_2(E_1 + E_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - Z_2^2} \\ &= \frac{Z_2E_1 - Z_1E_2}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3} \end{aligned}$$

Substituindo os valores numéricos, temos:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{(4 \Omega - j 8 \Omega)(8 \text{ V } \angle 20^\circ) - (1 \Omega + j 2 \Omega)(10 \text{ V } \angle 0^\circ)}{(1 \Omega + j 2 \Omega)(4 \Omega - j 8 \Omega) + (1 \Omega + j 2 \Omega)(+j 6 \Omega) + (4 \Omega - j 8 \Omega)(+j 6 \Omega)} \\ &= \frac{(4 - j 8)(7,52 + j 2,74) - (10 + j 20)}{20 + (j 6 - 12) + (j 24 + 48)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(52,0 - j 49,20) - (10 + j 20)}{56 + j 30} \\
 &= \frac{42,0 - j 69,20}{56 + j 30} = \frac{80,95 \text{ A } \angle -58,74^\circ}{63,53 \angle 28,18^\circ} \\
 &= \mathbf{1,27 \text{ A } \angle 286,92^\circ}
 \end{aligned}$$

**Solução na calculadora.** A calculadora pode ser uma ferramenta eficaz para realizar os longos e complicados cálculos envolvidos na expressão final vista acima. Entretanto, é necessário muito cuidado no uso correto da quantidade de parênteses e na definição da ordem em que as operações aritméticas serão realizadas (lembre-se de que cada parêntese de abertura precisa ter um parêntese de fechamento). Com a calculadora TI-89, a sequência da Figura 17.17(a) oferece a solução para o numerador. Para o denominador, a sequência aparece na Figura 17.17(b). A solução é então determinada na Figura 17.17(c).

**EXEMPLO 17.10**

Escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.18. Não resolva o sistema de equação resultante.

Solução:

O circuito redesenhado é mostrado na Figura 17.19. Observe novamente a redução da complexidade e o aumento da clareza proporcionados pelo uso dos blocos de impedâncias:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Z}_1 &= R_1 + jX_{L_1} & \mathbf{Z}_4 &= R_3 - jX_{C_2} \\
 \mathbf{Z}_2 &= R_2 + jX_{L_2} & \mathbf{Z}_5 &= R_4 \\
 \mathbf{Z}_3 &= jX_{C_1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e & \quad \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 = \mathbf{E}_1 \\
 & \quad \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4) - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_3\mathbf{Z}_4 = 0 \\
 & \quad \mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_5) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_4 = \mathbf{E}_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{ou} & & \\
 \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2) & + 0 & = \mathbf{E}_1 \\
 \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 & - \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4) - \mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_4) & = 0 \\
 0 & - \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_4) & - \mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_5) = \mathbf{E}_2
 \end{array}$$

( ) 4 - 8 2ND i ) ( 8 2ND ∠ 2 0 2ND  
 MATH ANGLE ° ENTER ) - ( 1 + 2 2ND i  
 ) ( 1 0 2ND ∠ 0 ) ▶ Polar ENTER **80.92 ∠ -58.77°**

(a)

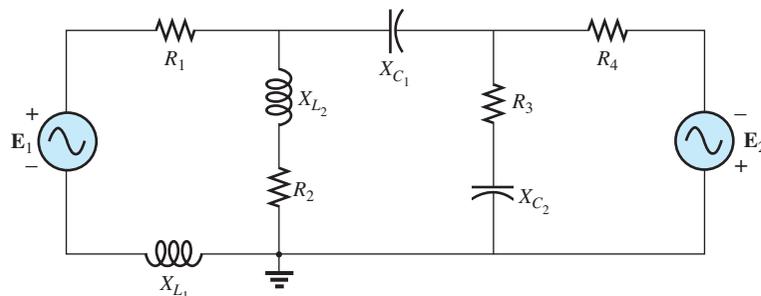
( ) 1 + 2 2ND i ) ( 4 - 8 2ND i ) +  
 ( ) 1 + 2 2ND i ) ( 6 2ND i ) + ( 4  
 - 8 2ND i ) ( 6 2ND i ) ▶ Polar ENTER **63.53 ∠ 28.18°**

(b)

( ) 8 0 . 9 2 2ND ∠ - 5 8 . 7 7 2ND  
 MATH ANGLE ° ENTER ) ÷ ( 6 3 . 5 3 2ND ∠  
 2 8 . 1 8 2ND MATH ANGLE ° ENTER ) ▶ Polar ENTER **1.27 ∠ -86.95°**

(c)

**Figura 17.17** Determinação de  $\mathbf{I}_2$  para o circuito da Figura 17.15.



**Figura 17.18** Exemplo 17.10.

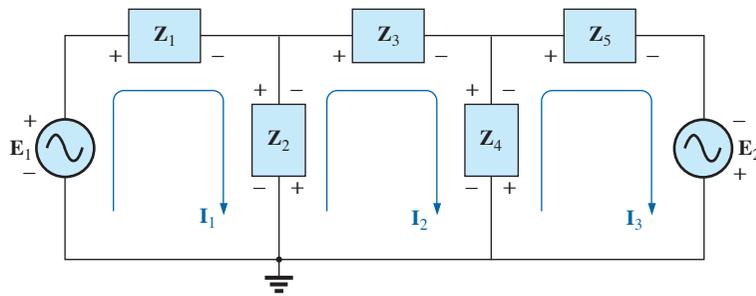


Figura 17.19 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito da Figura 17.18.

**EXEMPLO 17.11**

Usando a abordagem sistemática, escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.20.

Solução:

O circuito redesenhado é mostrado na Figura 17.21, onde:

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + jX_{L_1} & Z_3 &= jX_{L_2} \\ Z_2 &= R_2 & Z_4 &= jX_{L_3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e \quad I_1(Z_2 + Z_4) - I_2Z_2 - I_3Z_4 &= E_1 \\ I_2(Z_1 + Z_2 + Z_3) - I_1Z_2 - I_3Z_3 &= 0 \\ I_3(Z_3 + Z_4) - I_2Z_3 - I_1Z_4 &= E_2 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{array}{rcc} I_1(Z_2 + Z_4) - I_2Z_2 & - I_3Z_4 & = E_1 \\ -I_1Z_2 & + I_2(Z_1 + Z_2 + Z_3) - I_3Z_3 & = 0 \\ -I_1Z_4 & - I_2Z_3 & + I_3(Z_3 + Z_4) = E_2 \end{array}$$

Note a simetria *em relação* ao eixo diagonal. Ou seja, observe a localização de  $-Z_2$ ,  $-Z_4$  e  $-Z_3$  dos dois lados da diagonal.

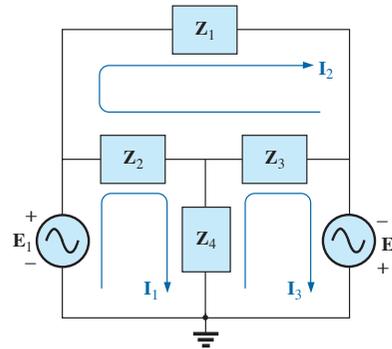


Figura 17.21 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.20.

**17.5 ANÁLISE NODAL**

**Método geral**

**Fontes independentes.** Antes de examinar a aplicação do método em circuitos CA, é aconselhável fazer

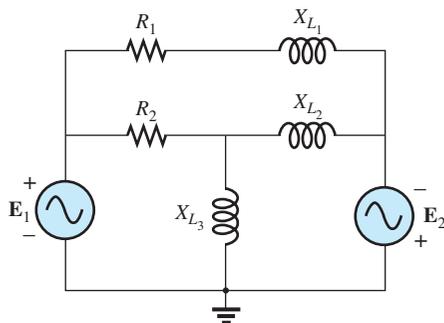


Figura 17.20 Exemplo 17.11.

uma revisão das seções sobre **análise nodal** do Capítulo 8, pois o conteúdo dessa seção se restringirá às conclusões gerais obtidas naquele capítulo.

Os passos fundamentais são os seguintes:

1. Determine os números de nós no circuito.
2. Escolha um nó de referência e rotule cada nó restante com um índice inferior:  $V_1$ ,  $V_2$  e assim por diante.
3. Aplique a lei de Kirchhoff para correntes em cada nó, exceto o de referência. Cada vez que aplicar a lei de Kirchhoff para correntes, considere que todas as correntes desconhecidas deixam o nó.
4. Resolva as equações resultantes para obter as tensões nodais.

Alguns exemplos o farão lembrar-se do conteúdo do Capítulo 8 e do método geral da análise nodal.

**EXEMPLO 17.12**

Determine a tensão no indutor no circuito visto na Figura 17.22.

Solução:

Os passos 1 e 2 estão indicados na Figura 17.23.

Passo 3: Note, na Figura 17.24, a aplicação da lei de Kirchhoff para correntes que se destinam ao nó  $V_1$ :

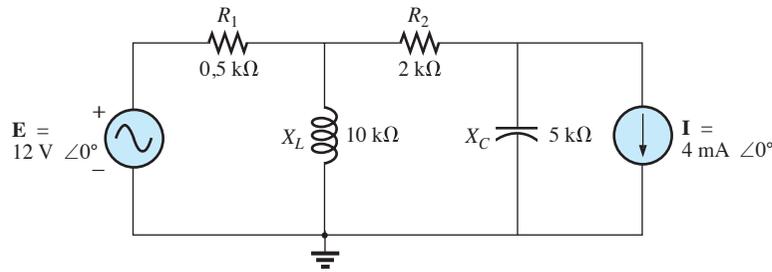


Figura 17.22 Exemplo 17.12.

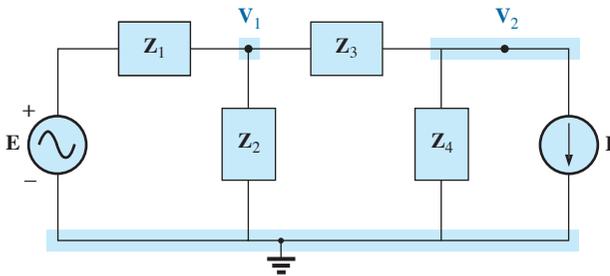


Figura 17.23 Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito da Figura 17.22.

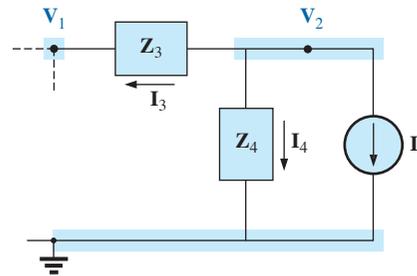


Figura 17.25 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes que se destinam ao nó  $V_2$  do circuito mostrado na Figura 17.23.

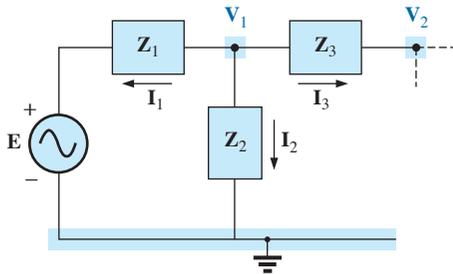


Figura 17.24 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes que se destinam ao nó  $V_1$  no circuito mostrado na Figura 17.23.

$$\begin{aligned} \sum I_i &= \sum I_o \\ 0 &= I_1 + I_2 + I_3 \\ \frac{V_1 - E}{Z_1} + \frac{V_1}{Z_2} + \frac{V_1 - V_2}{Z_3} &= 0 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos, temos:

$$V_1 \left[ \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right] - V_2 \left[ \frac{1}{Z_3} \right] = \frac{E_1}{Z_1} \quad (17.1)$$

Observe na Figura 17.25 a aplicação da lei de Kirchhoff para correntes que se destinam ao nó  $V_2$ .

$$\begin{aligned} 0 &= I_3 + I_4 + I \\ \frac{V_2 - V_1}{Z_3} + \frac{V_2}{Z_4} + I &= 0 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos, temos:

$$V_2 \left[ \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \right] - V_1 \left[ \frac{1}{Z_3} \right] = -I \quad (17.2)$$

Agrupando as equações:

$$\begin{aligned} V_1 \left[ \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right] - V_2 \left[ \frac{1}{Z_3} \right] &= \frac{E}{Z_1} \\ V_1 \left[ \frac{1}{Z_3} \right] - V_2 \left[ \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \right] &= I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} &= \frac{1}{0,5 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{j 10 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{2 \text{ k}\Omega} \\ &= 2,5 \text{ mS} \angle -2,29^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} &= \frac{1}{2 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{-j 5 \text{ k}\Omega} \\ &= 0,539 \text{ mS} \angle 21,80^\circ \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} V_1 [2,5 \text{ mS} \angle -2,29^\circ] - V_2 [0,5 \text{ mS} \angle 0^\circ] &= 24 \text{ mA} \angle 0^\circ \\ V_1 [0,5 \text{ mS} \angle 0^\circ] - V_2 [0,539 \text{ mS} \angle 21,80^\circ] &= 4 \text{ mA} \angle 0^\circ \end{aligned}$$

com

$$\mathbf{V}_1 = \begin{vmatrix} 24 \text{ mA } \angle 0^\circ & -0,5 \text{ mS } \angle 0^\circ \\ 4 \text{ mA } \angle 0^\circ & -0,539 \text{ mS } \angle 21,80^\circ \\ 2,5 \text{ mS } \angle -2,29^\circ & -0,5 \text{ mS } \angle 0^\circ \\ 0,5 \text{ mS } \angle 0^\circ & -0,539 \text{ mS } \angle 21,80^\circ \end{vmatrix}$$

$$= \frac{(24 \text{ mA } \angle 0^\circ)(-0,539 \text{ mS } \angle 21,80^\circ) + (0,5 \text{ mS } \angle 0^\circ)(4 \text{ mA } \angle 0^\circ)}{(2,5 \text{ mS } \angle -2,29^\circ)(-0,539 \text{ mS } \angle 21,80^\circ) + (0,5 \text{ mS } \angle 0^\circ)(0,5 \text{ mS } \angle 0^\circ)}$$

$$= \frac{-12,94 \times 10^{-6} \text{ V } \angle 21,80^\circ + 2 \times 10^{-6} \text{ V } \angle 0^\circ}{-1,348 \times 10^{-6} \angle 19,51^\circ + 0,25 \times 10^{-6} \angle 0^\circ}$$

$$= \frac{-(12,01 + j 4,81) \times 10^{-6} \text{ V} + 2 \times 10^{-6} \text{ V}}{-(1,271 + j 0,45) \times 10^{-6} + 0,25 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{-10,01 \text{ V} - j 4,81 \text{ V}}{-1,021 - j 0,45} = \frac{11,106 \text{ V } \angle -154,33^\circ}{1,116 \angle -156,21^\circ}$$

$\mathbf{V}_1 = 9,95 \text{ V } \angle 1,88^\circ$

**Fontes de corrente dependentes.** No caso de fontes de corrente dependentes, o procedimento deve ser modificado da seguinte maneira:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados no caso de fontes independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: trate cada fonte de corrente dependente como uma fonte independente quando aplicar a lei de Kirchhoff para correntes em cada nó definido. Entretanto, uma vez estabelecidas as equações, substitua a grandeza controlada pela sua expressão para assegurar que as incógnitas estejam restritas às tensões nodais escolhidas.
3. O passo 4 permanece inalterado.

**EXEMPLO 17.13**

Escreva as equações nodais para o circuito visto na Figura 17.26, que possui uma fonte de corrente dependente.

Solução:

Os passos 1 e 2 estão definidos na Figura 17.26.

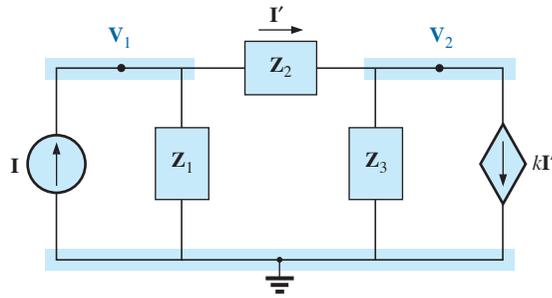
Passo 3: No nó  $\mathbf{V}_1$ ,

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_2} - \mathbf{I} = 0$$

e

$$\mathbf{V}_1 \left[ \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} \right] - \mathbf{V}_2 \left[ \frac{1}{\mathbf{Z}_2} \right] = \mathbf{I}$$



**Figura 17.26** Aplicação da análise nodal a um circuito com uma fonte de corrente controlada por corrente.

No nó  $\mathbf{V}_2$ ,

$$\mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 + k\mathbf{I} = 0$$

$$\frac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_3} + k \left[ \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_2} \right] = 0$$

e

$$\mathbf{V}_1 \left[ \frac{1 - k}{\mathbf{Z}_2} \right] - \mathbf{V}_2 \left[ \frac{1 - k}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} \right] = 0$$

resultando em um sistema de duas equações e duas incógnitas.

**Fontes de tensão independentes entre nós escolhidos.** No caso de fontes de tensão independentes entre nós escolhidos, o método sofre as seguintes modificações:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados no caso de fontes independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: trate cada fonte de tensão, entre os nós escolhidos, como um curto-circuito (lembre-se da definição de *supernó* dada no Capítulo 8) e escreva as equações nodais para cada nó independente restante. Em seguida, relacione as tensões nodais escolhidas à fonte de tensão independente para assegurar que as incógnitas das equações finais se restrinjam somente às tensões nodais.
3. O passo 4 permanece inalterado.

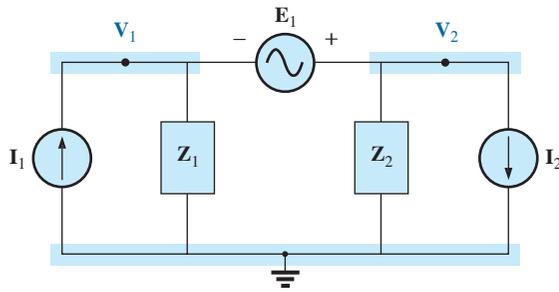
**EXEMPLO 17.14**

Escreva as equações nodais para o circuito visto na Figura 17.27, que possui uma fonte independente entre dois nós definidos.

Solução:

Os passos 1 e 2 estão definidos na Figura 17.27.

Passo 3: Substituindo a fonte independente  $\mathbf{E}_1$  por um curto-circuito equivalente, obtemos um supernó que resulta na seguinte equação quando aplicamos a lei de Kirchhoff para correntes ao nó  $\mathbf{V}_1$ :



**Figura 17.27** Aplicação da análise nodal a um circuito com uma fonte de tensão independente entre nós definidos.

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} + \frac{V_2}{Z_2} + I_2$$

com

$$V_2 - V_1 = E_1$$

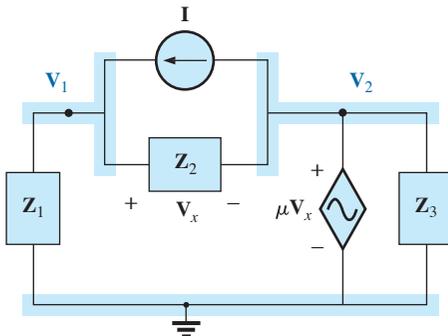
O resultado é um sistema com duas equações e duas incógnitas.

**Fontes de tensão dependentes entre nós definidos.** No caso de fontes de tensão dependentes entre nós definidos, o procedimento passa pelas seguintes modificações:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados para fontes de tensão independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte forma: O procedimento é basicamente o mesmo daquele aplicado para fontes de tensão independentes, exceto pelo fato de que agora as fontes dependentes têm de ser definidas em termos das tensões nodais escolhidas, para assegurar que as equações finais tenham somente tensões nodais como incógnitas.
3. O passo 4 permanece inalterado.

**EXEMPLO 17.15**

Escreva as equações nodais para o circuito mostrado na Figura 17.28, que possui uma fonte de tensão dependente entre dois nós definidos.



**Figura 17.28** Aplicação da análise nodal a um circuito com uma fonte de tensão controlada por tensão.

Solução:

Os passos 1 e 2 estão definidos na Figura 17.28.

Passo 3: A substituição da fonte dependente  $\mu V_x$  por um curto-circuito equivalente resulta na seguinte equação quando aplicamos a lei de Kirchhoff para correntes ao nó  $V_1$ :

$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{V_1}{Z_1} + \frac{(V_1 - V_2)}{Z_2} - I = 0$$

e 
$$V_2 = \mu V_x = \mu[V_1 - V_2]$$

ou 
$$V_2 = \frac{\mu}{1 + \mu} V_1$$

resultando em um sistema com duas equações e duas incógnitas. Observe que, como a impedância  $Z_3$  está em paralelo com uma fonte de tensão, ela não aparece na análise. Entretanto, ela afetará a corrente na fonte de tensão dependente.

**Abordagem sistemática**

Uma observação cuidadosa das equações 17.1 e 17.2 do Exemplo 17.12 revela que elas são as mesmas equações obtidas usando a abordagem sistemática apresentada no Capítulo 8. Lembre-se de que o método exigia que a fonte de tensão fosse convertida em fonte de corrente, mas escrever as equações era relativamente fácil e reduzia a probabilidade de erro devido a um sinal trocado ou a um termo esquecido.

A sequência de passos necessários para a aplicação da abordagem sistemática é a seguinte:

1. Escolha um nó de referência e rotule os nós independentes  $(N - 1)$  restantes do circuito.
2. O número de equações necessárias para uma solução completa é igual ao número de nós independentes  $(N - 1)$ . A coluna 1 de cada equação é obtida somando-as admitâncias conectadas ao nó de interesse e multiplicando o resultado pela tensão nodal correspondente.
3. Os termos mútuos são sempre subtraídos dos termos da primeira coluna. É possível existir mais de um termo mútuo se a tensão nodal de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma tensão nodal. Cada termo mútuo é o produto da admitância mútua pela outra tensão nodal conectada à mesma admitância.
4. A coluna à direita do sinal de igualdade é a soma algébrica das fontes de corrente conectadas ao nó de interesse. A fonte de corrente possui sinal positivo se fornece corrente a um nó e um sinal negativo se recebe corrente do nó.

5. Resolva as equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais desejadas. Os comentários feitos para a análise de malhas com relação às fontes dependente e independente também se aplicam a esse caso.

**EXEMPLO 17.16**

Usando a abordagem sistemática para análise nodal, determine a tensão no resistor de 4 Ω visto na Figura 17.29.

Solução:

Escolhendo os nós (veja a Figura 17.30) e escrevendo as equações nodais, temos:

$$Z_1 = R = 4 \Omega \quad Z_2 = jX_L = j5 \Omega \quad Z_3 = -jX_C = -j2 \Omega$$

$$\begin{aligned} V_1(Y_1 + Y_2) - V_2(Y_2) &= -I_1 \\ V_2(Y_3 + Y_2) - V_1(Y_2) &= +I_2 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} V_1(Y_1 + Y_2) - V_2(Y_2) &= -I_1 \\ -V_1(Y_2) + V_2(Y_3 + Y_2) &= +I_2 \end{aligned}$$

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2} \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3}$$

Usando determinantes, temos:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{\begin{vmatrix} -I_1 & -Y_2 \\ +I_2 & Y_3 + Y_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_3 + Y_2 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{\begin{vmatrix} -6 \text{ A} + j0,2 \text{ S} \\ +4 \text{ A} + j0,3 \text{ S} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0,25 \text{ S} - j0,2 \text{ S} + j0,2 \text{ S} \\ +j0,2 \text{ S} & +j0,3 \text{ S} \end{vmatrix}} \\ &= \frac{-(Y_3 + Y_2)I_1 + I_2Y_2}{(Y_1 + Y_2)(Y_3 + Y_2) - Y_2^2} \\ &= \frac{-(Y_3 + Y_2)I_1 + I_2Y_2}{Y_1Y_3 + Y_2Y_3 + Y_1Y_2} \end{aligned}$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{-[(1/-j2 \Omega) + (1/j5 \Omega)]6 \text{ A} \angle 0^\circ + 4 \text{ A} \angle 0^\circ(1/j5 \Omega)}{(1/4 \Omega)(1/-j2 \Omega) + (1/j5 \Omega)(1/-j2 \Omega) + (1/4 \Omega)(1/j5 \Omega)} \\ &= \frac{-(+j0,5 - j0,2)6 \angle 0^\circ + 4 \angle 0^\circ(-j0,2)}{(1/-j8) + (1/10) + (1/j20)} \\ &= \frac{(-0,3 \angle 90^\circ)(6 \angle 0^\circ) + (4 \angle 0^\circ)(0,2 \angle -90^\circ)}{j0,125 + 0,1 - j0,05} \\ &= \frac{-1,8 \angle 90^\circ + 0,8 \angle -90^\circ}{0,1 + j0,075} \\ &= \frac{2,6 \text{ V} \angle -90^\circ}{0,125 \angle 36,87^\circ} \\ V_1 &= 20,80 \text{ V} \angle 2126,87^\circ \end{aligned}$$

**Solução na calculadora:** Usando a calculadora TI-89, entre com os parâmetros para a forma determinante de  $V_1$ , conforme mostra a sequência da Figura 17.31. Observe os sinais negativos usados para a entrada dos dados.

**EXEMPLO 17.17**

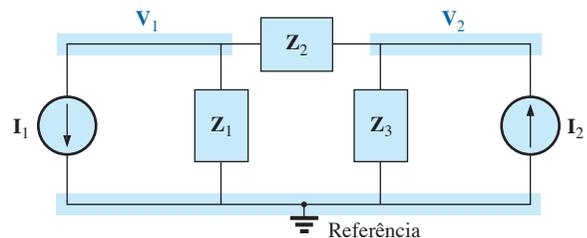
Usando a abordagem sistemática, escreva as equações nodais para o circuito visto na Figura 17.32.

Solução:

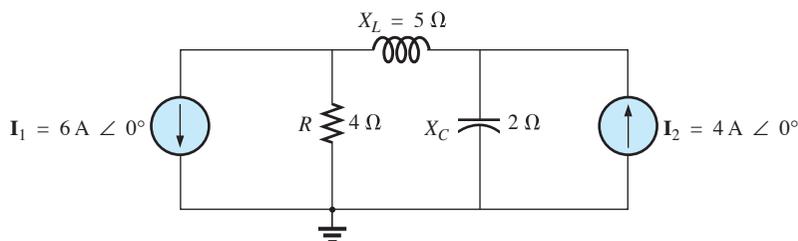
O circuito é redesenhado e mostrado na Figura 17.33, onde:

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + jX_{L1} = 7 \Omega + j8 \Omega \quad E_1 = 20 \text{ V} \angle 0^\circ \\ Z_2 &= R_2 + jX_{L2} = 4 \Omega + j5 \Omega \quad I_1 = 10 \text{ A} \angle 20^\circ \\ Z_3 &= -jX_{C2} = -j10 \Omega \\ Z_4 &= R_3 = 8 \Omega \end{aligned}$$

Convertendo a fonte de tensão em fonte de corrente e escolhendo os nós, obtemos a Figura 17.34. Note a



**Figura 17.30** Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.29.



**Figura 17.29** Exemplo 17.16.

det ( [ (-) 6 , ⋅ 2 i ; 4 , ⋅ 3 i ] ) ÷  
 det ( [ ⋅ 2 5 - ⋅ 2 i , ⋅ 2 i ; ⋅ 2 i ,  
 ⋅ 3 i ] ) ► Polar ENTER 20.80E0 ∠ -126.87E0

Figura 17.31 Determinação de  $V_1$  com a da calculadora TI-89.

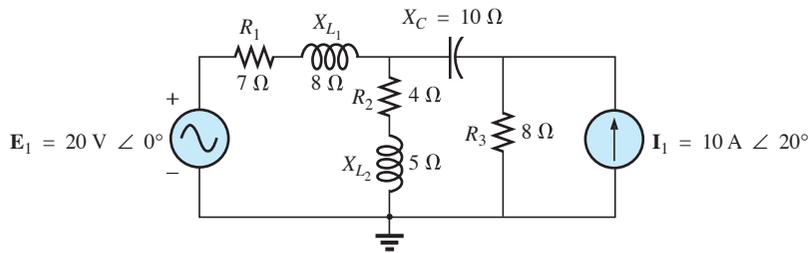


Figura 17.32 Exemplo 17.17.

aparência ‘elegante’ do circuito com os blocos de impedâncias. Se trabalhássemos diretamente com a Figura 17.32, a solução seria mais difícil e a possibilidade de erro seria maior.

Escrevendo as equações nodais:

$$\begin{aligned} V_1(Y_1 + Y_2 + Y_3) - V_2(Y_3) &= +I_2 \\ V_2(Y_3 + Y_4) - V_1(Y_3) &= +I_1 \end{aligned}$$

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2} \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3} \quad Y_4 = \frac{1}{Z_4}$$

que podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} V_1(Y_1 + Y_2 + Y_3) - V_2(Y_3) &= +I_2 \\ -V_1(Y_3) + V_2(Y_3 + Y_4) &= +I_1 \end{aligned}$$

**EXEMPLO 17.18**

Escreva as equações nodais para o circuito visto na Figura 17.35. Não resolva o sistema.

Solução:

Escolha os nós (veja a Figura 17.36):

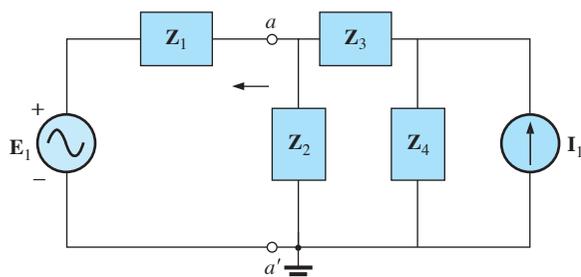


Figura 17.33 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.32.

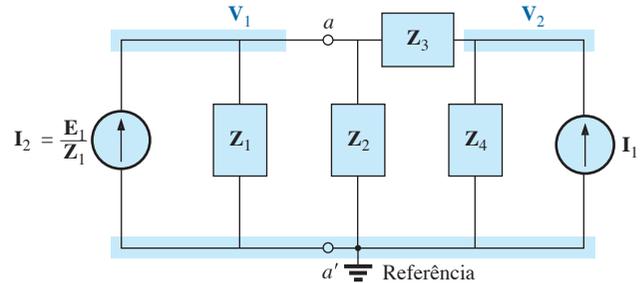


Figura 17.34 Conversão da fonte de tensão vista na Figura 17.33 para uma fonte de corrente e definição das tensões nodais.

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 & Z_2 &= jX_{L1} & Z_3 &= R_2 - jX_{C2} \\ Z_4 &= -jX_{C1} & Z_5 &= R_3 & Z_6 &= jX_{L2} \end{aligned}$$

e escreva as equações nodais:

$$\begin{aligned} V_1(Y_1 + Y_2) - V_2(Y_2) &= +I_1 \\ V_2(Y_2 + Y_3 + Y_4) - V_1(Y_2) - V_3(Y_4) &= -I_2 \\ V_3(Y_4 + Y_5 + Y_6) - V_2(Y_4) &= +I_2 \end{aligned}$$

que podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} V_1(Y_1 + Y_2) - V_2(Y_2) &+ 0 & &= +I_1 \\ -V_1(Y_2) &+ V_2(Y_2 + Y_3 + Y_4) - V_3(Y_4) & &= -I_2 \\ 0 &- V_2(Y_4) &+ V_3(Y_4 + Y_5 + Y_6) &= +I_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{1}{R_1} & Y_2 &= \frac{1}{jX_{L1}} & Y_3 &= \frac{1}{R_2 - jX_{C2}} \\ Y_4 &= \frac{1}{-jX_{C1}} & Y_5 &= \frac{1}{R_3} & Y_6 &= \frac{1}{jX_{L2}} \end{aligned}$$

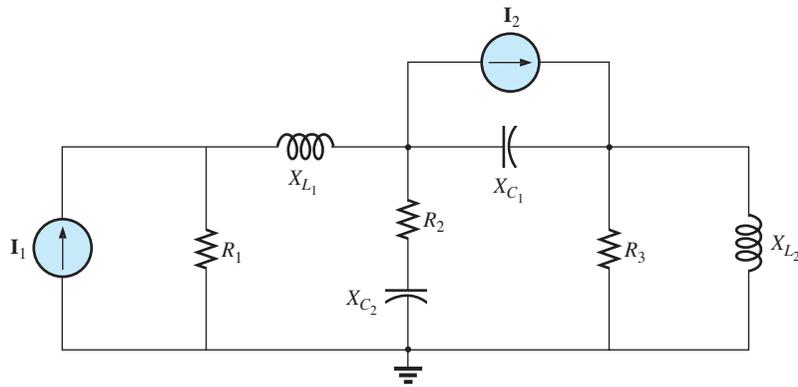


Figura 17.35 Exemplo 17.18.

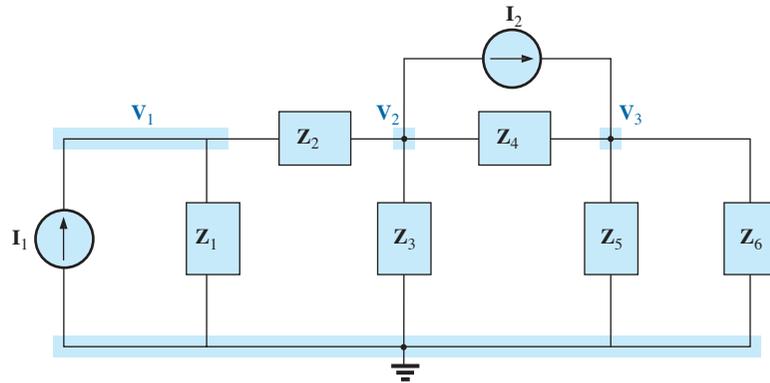


Figura 17.36 Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.35.

Note a simetria em relação à diagonal, tanto nesse exemplo como nos anteriores dessa seção.

**EXEMPLO 17.19**

Aplique a análise nodal ao circuito visto na Figura 17.37. Determine a tensão  $V_L$ .

Solução:

Nesse caso, não é necessário fazer conversão de fonte. O circuito é redesenhado, como mostra a Figura

17.38, com a tensão nodal escolhida e os blocos de impedâncias.

Usando a abordagem sistemática:

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{4 \text{ k}\Omega} = 0,25 \text{ mS } \angle 0^\circ = G_1 \angle 0^\circ$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{1 \text{ k}\Omega} = 1 \text{ mS } \angle 0^\circ = G_2 \angle 0^\circ$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{2 \text{ k}\Omega \angle 90^\circ} = 0,5 \text{ mS } \angle -90^\circ$$

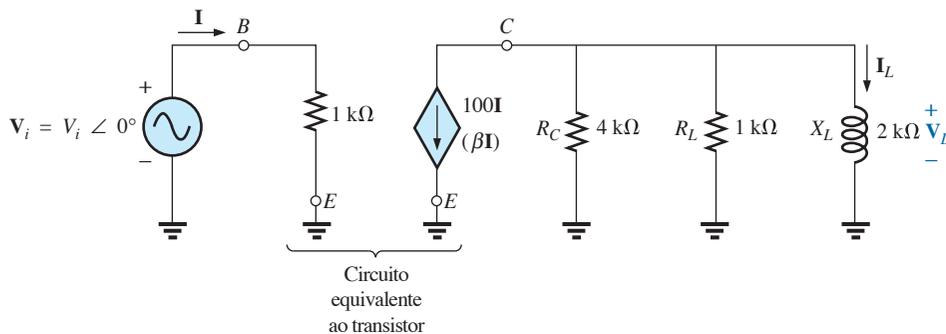
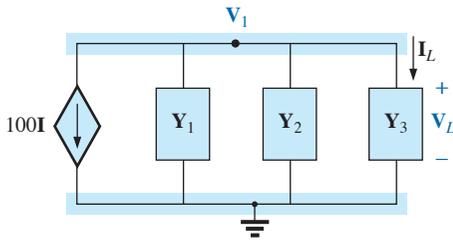


Figura 17.37 Exemplo 17.19.



**Figura 17.38** Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.37.

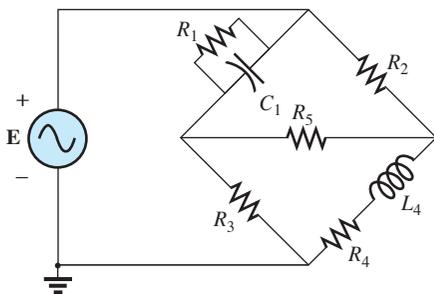
$$\begin{aligned}
 &= -j0,5 \text{ mS} = -jB_L \\
 &V_1:(Y_1 + Y_2 + Y_3)V_1 = -100 \text{ I} \\
 \text{e } V_1 &= \frac{-100 \text{ I}}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \\
 &= \frac{-100 \text{ I}}{0,25 \text{ mS} + 1 \text{ mS} - j0,5 \text{ mS}} \\
 &= \frac{-100 \times 10^3 \text{ I}}{1,25 - j0,5} = \frac{-100 \times 10^3 \text{ I}}{1,3463 \angle -21,80^\circ} \\
 &= -74,28 \times 10^3 \text{ I} \angle 21,80^\circ \\
 &= -74,28 \times 10^3 \left( \frac{V_i}{1 \text{ k}\Omega} \right) \angle 21,80^\circ \\
 V_1 = V_L &= -(74,28V_i)V \angle 21,80^\circ
 \end{aligned}$$

### 17.6 CIRCUITOS EM PONTE (CA)

A configuração básica para circuitos em ponte de corrente contínua foi discutida com certo nível de detalhes na Seção 8.11. Continuaremos a examinar os **circuitos em ponte** considerando que eles possuem componentes reativos e são submetidos a uma tensão ou corrente CA senoidal.

Começaremos por analisar as várias formas familiares do circuito em ponte usando a análise de malhas e a análise de nós (abordagem sistemática). As condições de equilíbrio serão investigadas no decorrer da seção.

Aplique a **análise de malhas** no circuito visto na Figura 17.39. O circuito redesenhado é mostrado na Figura 17.40, onde:



**Figura 17.39** Circuito em ponte de Maxwell.

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{1}{Y_1} = \frac{1}{G_1 + jB_C} = \frac{G_1}{G_1^2 + B_C^2} - j \frac{B_C}{G_1^2 + B_C^2} \\
 Z_2 &= R_2 \quad Z_3 = R_3 \quad Z_4 = R_4 + jX_L \quad Z_5 = R_5
 \end{aligned}$$

Aplicando a abordagem sistemática:

$$\begin{aligned}
 (Z_1 + Z_3)I_1 - (Z_1)I_2 - (Z_3)I_3 &= E \\
 (Z_1 + Z_2 + Z_5)I_2 - (Z_1)I_1 - (Z_5)I_3 &= 0 \\
 (Z_3 + Z_4 + Z_5)I_3 - (Z_3)I_1 - (Z_5)I_2 &= 0
 \end{aligned}$$

que são reescritas como:

$$\begin{aligned}
 I_1(Z_1 + Z_3) - I_2Z_1 - I_3Z_3 &= E \\
 -I_1Z_1 + I_2(Z_1 + Z_2 + Z_5) - I_3Z_5 &= 0 \\
 -I_1Z_3 - I_2Z_5 + I_3(Z_3 + Z_4 + Z_5) &= 0
 \end{aligned}$$

Note, novamente, a simetria em relação à diagonal. Em equilíbrio,  $I_{Z_5} = 0 \text{ A}$ , e

$$I_{Z_5} = I_2 - I_3 = 0$$

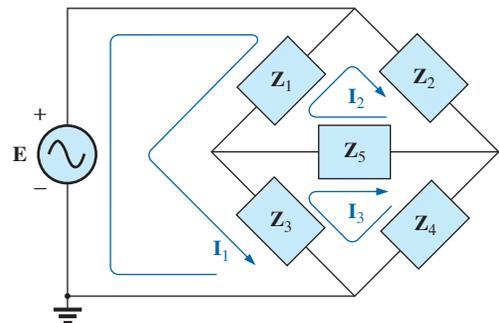
Pelas equações anteriores,

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_3 & E & -Z_3 \\ -Z_1 & 0 & -Z_5 \\ -Z_3 & 0 & (Z_3 + Z_4 + Z_5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_1 & -Z_3 \\ -Z_1 & (Z_1 + Z_2 + Z_5) & -Z_5 \\ -Z_3 & -Z_5 & (Z_3 + Z_4 + Z_5) \end{vmatrix}} = \frac{E(Z_1Z_3 + Z_1Z_4 + Z_1Z_5 + Z_3Z_5)}{\Delta}$$

onde  $\Delta$  significa o determinante (ou coeficientes) do denominador. De modo semelhante,

$$I_3 = \frac{E(Z_1Z_3 + Z_3Z_2 + Z_1Z_5 + Z_3Z_5)}{\Delta}$$

$$\text{e } I_{Z_5} = I_2 - I_3 = \frac{E(Z_1Z_4 - Z_3Z_2)}{\Delta}$$



**Figura 17.40** Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.39.

Para  $I_{Z5} = 0$ , a seguinte equação tem de ser satisfeita (para que  $\Delta$  seja finito e diferente de zero):

$$\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 = \mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_2 \quad \mathbf{I}_{Z5} = 0 \quad (17.3)$$

Essa condição será analisada em mais detalhes adiante.

Aplicando a análise nodal ao circuito mostrado na Figura 17.41, temos a configuração mostrada na Figura 17.42, onde:

$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} = \frac{1}{R_1 - jX_C} \quad \mathbf{Y}_2 = \frac{1}{\mathbf{Z}_2} = \frac{1}{R_2}$$

$$\mathbf{Y}_3 = \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{R_3} \quad \mathbf{Y}_4 = \frac{1}{\mathbf{Z}_4} = \frac{1}{R_4 + jX_L} \quad \mathbf{Y}_5 = \frac{1}{R_5}$$

e

$$\begin{aligned} (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_1)\mathbf{V}_2 - (\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_3 &= \mathbf{I} \\ (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_2 - (\mathbf{Y}_1)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_3 &= 0 \\ (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_3 - (\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_2 &= 0 \end{aligned}$$

que são reescritas como:

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2) - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_1) & - \mathbf{V}_3(\mathbf{Y}_2) & = \mathbf{I} \\ -\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1) & + \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_5) - \mathbf{V}_3(\mathbf{Y}_5) & = 0 \\ -\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_2) & - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_5) & + \mathbf{V}_3(\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_5) = 0 \end{array}$$

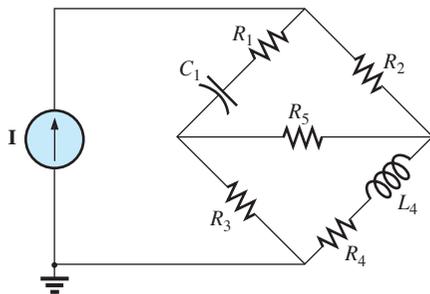


Figura 17.41 Circuito em ponte de Hay.

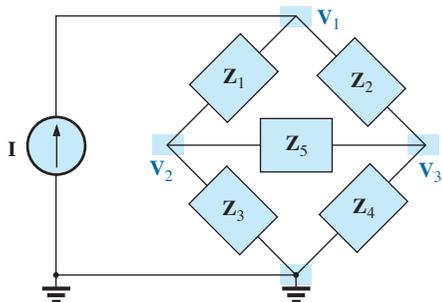


Figura 17.42 Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.41.

Note, novamente, a simetria em relação à diagonal. Em equilíbrio,  $V_{Z5} = 0$  V, e

$$\mathbf{V}_{Z5} = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3 = 0$$

Das equações anteriores,

$$\mathbf{V}_2 = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 & \mathbf{I} & -\mathbf{Y}_2 \\ -\mathbf{Y}_1 & 0 & -\mathbf{Y}_5 \\ -\mathbf{Y}_2 & 0 & (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 & -\mathbf{Y}_1 & -\mathbf{Y}_2 \\ -\mathbf{Y}_1 & (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_5) & -\mathbf{Y}_5 \\ -\mathbf{Y}_2 & -\mathbf{Y}_5 & (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_5) \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{\mathbf{I}(\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_5 + \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_5)}{\Delta}$$

De forma similar,

$$\mathbf{V}_3 = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_5 + \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_5)}{\Delta}$$

Observe as semelhanças entre as equações acima e aquelas obtidas por meio da análise de malha. Então,

$$\mathbf{V}_{Z5} = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3 = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_4 - \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_2)}{\Delta}$$

Para  $V_{Z5} = 0$ , a seguinte equação tem de ser satisfeita para que  $\Delta$  seja finito e diferente de zero:

$$\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_4 = \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_2 \quad \mathbf{V}_{Z5} = 0 \quad (17.4)$$

Entretanto, substituindo  $\mathbf{Y}_1 = 1/\mathbf{Z}_1$ ,  $\mathbf{Y}_2 = 1/\mathbf{Z}_2$ ,  $\mathbf{Y}_3 = 1/\mathbf{Z}_3$  e  $\mathbf{Y}_4 = 1/\mathbf{Z}_4$ , temos:

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4} = \frac{1}{\mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_2}$$

ou  $\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 = \mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_2 \quad \mathbf{V}_{Z5} = 0$

o que corresponde à Equação 17.3, obtida anteriormente.

Investigaremos agora o critério de equilíbrio mais detalhadamente, considerando o circuito mostrado na Figura 17.43, onde está especificado que  $\mathbf{I} = \mathbf{V} = 0$ .

Como  $\mathbf{I} = 0$ ,

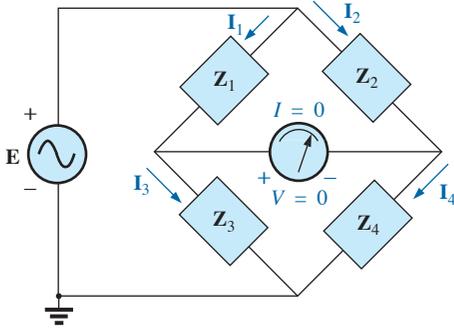
$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_3 \quad (17.5)$$

e  $\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_4 \quad (17.6)$

Além disso, para  $\mathbf{V} = 0$ ,

$$\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 = \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 \quad (17.7)$$

e  $\mathbf{I}_3\mathbf{Z}_3 = \mathbf{I}_4\mathbf{Z}_4 \quad (17.8)$



**Figura 17.43** Investigação do critério de equilíbrio para um circuito CA em ponte.

Substituindo as relações de corrente anteriores na Equação 17.8, temos:

$$I_1 Z_3 = I_2 Z_4$$

e

$$I_2 = \frac{Z_3}{Z_4} I_1$$

Substituindo esse relacionamento por  $I_2$  na Equação 17.7, temos:

$$I_1 Z_1 = \left( \frac{Z_3}{Z_4} I_1 \right) Z_2$$

e

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

conforme obtido anteriormente. Reagrupando, temos:

$$\frac{Z_1}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4} \tag{17.9}$$

que corresponde à Equação 8.2 para circuitos CC resistivos.

Para o circuito da Figura 17.41, que é denominado como uma **ponte de Hay** quando  $Z_3$  é substituído por um galvanômetro,

$$Z_1 = R_1 - jX_C$$

$$Z_2 = R_2$$

$$Z_3 = R_3$$

$$Z_4 = R_4 + jX_L$$

Esse circuito é usado para medir a resistência e a indutância de indutores nos quais a resistência é uma pequena fração da reatância  $X_L$ .

Substitua os valores na Equação 17.9 da seguinte maneira:

$$Z_2 Z_3 = Z_4 Z_1$$

$$R_2 R_3 = (R_4 + jX_L)(R_1 - jX_C)$$

ou  $R_2 R_3 = R_1 R_4 + j(R_1 X_L - R_4 X_C) + X_C X_L$

assim:

$$R_2 R_3 + j0 = (R_1 R_4 + X_C X_L) + j(R_1 X_L - R_4 X_C)$$

Para que as equações sejam iguais, *as partes real e imaginária têm de ser iguais*. Portanto, para uma ponte de Hay equilibrada,

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 + X_C X_L \tag{17.10}$$

e

$$0 = R_1 X_L - R_4 X_C \tag{17.11}$$

ou, substituindo:  $X_L = \omega L$  e  $X_C = \frac{1}{\omega C}$

temos  $X_C X_L = \left( \frac{1}{\omega C} \right) (\omega L) = \frac{L}{C}$

e  $R_2 R_3 = R_1 R_4 + \frac{L}{C}$

com  $R_1 \omega L = \frac{R_4}{\omega C}$

Calculando  $R_4$  na última equação, temos:

$$R_4 = \omega^2 L C R_1$$

e substituindo na equação anterior, temos:

$$R_2 R_3 = R_1 (\omega^2 L C R_1) + \frac{L}{C}$$

Multiplicando por  $C$  e fatorando,

$$C R_2 R_3 = L (\omega^2 C^2 R_1^2 + 1)$$

$$L = \frac{C R_2 R_3}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2} \tag{17.12}$$

e

Com algumas manipulações adicionais, obtemos:

$$R_4 = \frac{\omega^2 C^2 R_1 R_2 R_3}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2} \tag{17.13}$$

As equações 17.12 e 17.13 são as condições de equilíbrio para a ponte de Hay. Observe que ambas dependem da frequência. Para diferentes frequências, os elementos resistivos e capacitivos têm de variar em função de um determinado indutor para que a ponte alcance o equilíbrio. Quando um indutor é colocado em uma ponte de Hay, como a que vemos na Figura 17.41, a resistência e a indutância do indutor podem ser determinadas pelas equações 17.12 e 17.13 quando a ponte alcançar o equilíbrio.

O circuito em ponte visto na Figura 17.39 é denominado **ponte de Maxwell** quando  $Z_3$  for substituída por um galvanômetro. Essa configuração é usada para medir

a indutância quando a resistência do indutor for grande o suficiente para que a ponte de Hay não seja necessária.

Aplicando a Equação 17.9 na forma, temos:

$$\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3 = \mathbf{Z}_4\mathbf{Z}_1$$

e fazendo as substituições:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_1 &= R_1 \angle 0^\circ \parallel X_{C_1} \angle -90^\circ \\ &= \frac{(R_1 \angle 0^\circ)(X_{C_1} \angle -90^\circ)}{R_1 - jX_{C_1}} \\ &= \frac{R_1 X_{C_1} \angle -90^\circ}{R_1 - jX_{C_1}} = \frac{-jR_1 X_{C_1}}{R_1 - jX_{C_1}} \end{aligned}$$

$$\mathbf{Z}_2 = R_2$$

$$\mathbf{Z}_3 = R_3$$

e  $\mathbf{Z}_4 = R_4 + jX_{L_4}$

temos  $(R_2)(R_3) = (R_4 + jX_{L_4}) \left( \frac{-jR_1 X_{C_1}}{R_1 - jX_{C_1}} \right)$

$$R_2 R_3 = \frac{-jR_1 R_4 X_{C_1} + R_1 X_{C_1} X_{L_4}}{R_1 - jX_{C_1}}$$

ou  $(R_2 R_3)(R_1 - jX_{C_1}) = R_1 X_{C_1} X_{L_4} - jR_1 R_4 X_{C_1}$

e  $R_1 R_2 R_3 - jR_2 R_3 X_{C_1} = R_1 X_{C_1} X_{L_4} - jR_1 R_4 X_{C_1}$

de maneira que, no equilíbrio,

$$\begin{aligned} R_1 R_2 R_3 &= R_1 X_{C_1} X_{L_4} \\ R_2 R_3 &= \left( \frac{1}{2\pi f C_1} \right) (2\pi f L_4) \end{aligned}$$

e  $L_4 = C_1 R_2 R_3$  (17.14)

e  $R_2 R_3 X_{C_1} = R_1 R_4 X_{C_1}$

assim:  $R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1}$  (17.15)

Observe a ausência da frequência nas equações 17.14 e 17.15.

Outro circuito em ponte muito usado é o da **ponte de comparação de capacitâncias**, mostrado na Figura 17.44. Uma capacitância desconhecida e sua resistência associada podem ser determinadas usando esse circuito em ponte. A aplicação da Equação 17.9 leva aos seguintes resultados:

$$C_4 = C_3 \frac{R_1}{R_2} \quad (17.16)$$

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (17.17)$$

A dedução dessas equações aparecerá em forma de problema no final do capítulo.

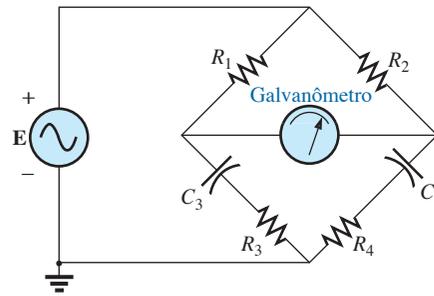


Figura 17.44 Circuito em ponte para medir capacitâncias.

### 17.7 CONVERSÕES Δ-Y E Y-Δ

As conversões Δ-Y e Y-Δ (ou π-T, T-π, conforme definidas na Seção 8.12) para circuitos CA não são deduzidas aqui, pois as demonstrações são exatamente as mesmas daquelas para os circuitos de corrente contínua. Para a **configuração Δ-Y**, mostrada na Figura 17.45, as equações gerais para as impedâncias do circuito Y em função das impedâncias do circuito Δ são as seguintes:

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_B \mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \quad (17.18)$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \quad (17.19)$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{\mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_B}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \quad (17.20)$$

Para as impedâncias do circuito Δ em função das impedâncias do circuito Y, as equações são:

$$\mathbf{Z}_B = \frac{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2} \quad (17.21)$$

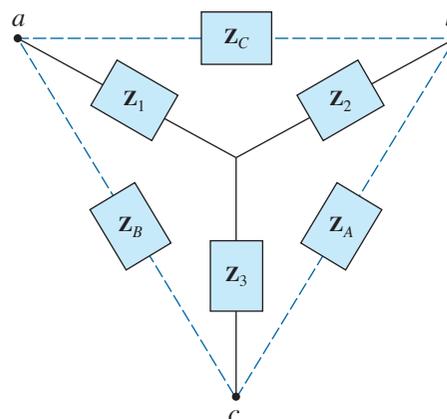


Figura 17.45 Configuração Δ-Y.

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_1} \quad (17.22)$$

$$Z_C = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_3} \quad (17.23)$$

Note que cada impedância do circuito Y é igual ao produto das impedâncias dos dois ramos mais próximos do circuito Δ dividido pela soma das impedâncias desse mesmo circuito.

E, ainda, o valor de cada impedância do circuito Δ é igual à soma de todos os produtos possíveis das impedâncias do circuito Y, tomadas duas a duas, divididas pela impedância do circuito Y mais afastada da impedância a ser determinada.

Quando desenhadas de maneira diversa (veja a Figura 17.46), essas configurações também são denominadas T e π.

No estudo de circuitos de corrente contínua, aprendemos que se todos os resistores dos circuitos Δ ou Y forem iguais, a conversão de um para outro pode ser realizada usando a equação:

$$R_\Delta = 3R_Y \quad \text{ou} \quad R_Y = \frac{R_\Delta}{3}$$

Para circuitos de corrente alternada,

$$Z_\Delta = 3Z_Y \quad \text{ou} \quad Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} \quad (17.24)$$

Tome cuidado ao usar essa forma simplificada. Não é suficiente que todas as impedâncias dos circuitos Δ ou Y tenham o mesmo módulo: o ângulo de fase também tem de ser o mesmo para cada uma.

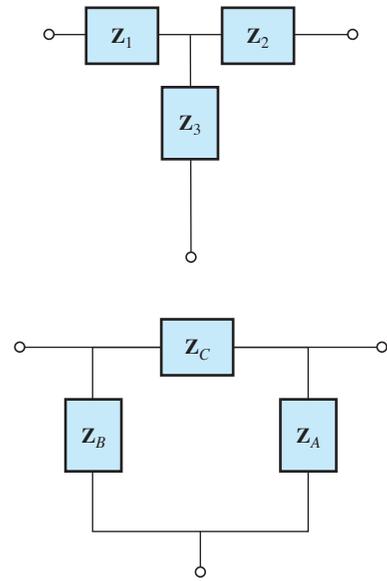


Figura 17.46 Configurações T e π.

**EXEMPLO 17.20**

Determine a impedância total  $Z_T$  do circuito visto na Figura 17.47.

Solução:

$$\begin{aligned} Z_B &= -j4 \quad Z_A = -j4 \quad Z_C = 3 + j4 \\ Z_1 &= \frac{Z_B Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \\ &= \frac{(-j4 \Omega)(3 \Omega + j4 \Omega)}{(-j4 \Omega) + (-j4 \Omega) + (3 \Omega + j4 \Omega)} \\ &= \frac{(4 \angle -90^\circ)(5 \angle 53,13^\circ)}{3 - j4} = \frac{20 \angle -36,87^\circ}{3 - j4} \\ &= 4 \Omega \angle 16,13^\circ = 3,84 \Omega + j1,11 \Omega \\ Z_2 &= \frac{Z_A Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} = \frac{(-j4 \Omega)(3 \Omega + j4 \Omega)}{5 \Omega \angle -53,13^\circ} \\ &= 4 \Omega \angle 16,13^\circ = 3,84 \Omega + j1,11 \Omega \end{aligned}$$

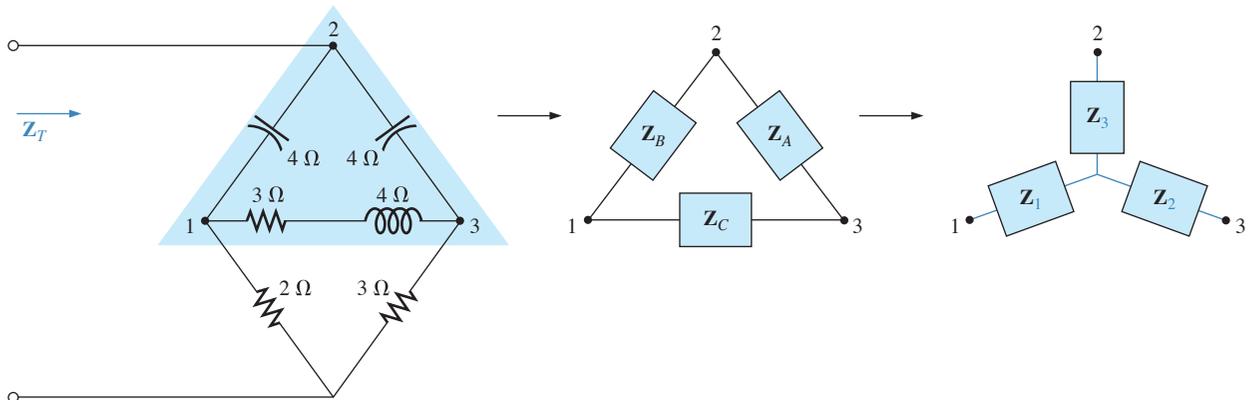


Figura 17.47 Conversão do circuito Δ (parte superior de um circuito em ponte) para um circuito Y.

Lembre-se do que vimos no estudo de circuitos CC: se dois ramos de um circuito  $\Delta$  ou do Y forem iguais, o circuito  $\Delta$  ou Y correspondente, respectivamente, também terá dois ramos similares. Nesse exemplo,  $Z_A = Z_B$ . Portanto,  $Z_1 = Z_2$ , e:

$$\begin{aligned} Z_3 &= \frac{Z_A Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C} \\ &= \frac{(-j 4 \Omega)(-j 4 \Omega)}{5 \Omega \angle -53,13^\circ} \\ &= \frac{16 \Omega \angle -180^\circ}{5 \Omega \angle -53,13^\circ} \\ &= 3,2 \Omega \angle -126,87^\circ = -1,92 \Omega - j 2,56 \Omega \end{aligned}$$

Substituindo o circuito  $\Delta$  pelo Y (veja a Figura 17.48):

$$\begin{aligned} Z_1 &= 3,84 \Omega + j 1,11 \Omega \\ Z_2 &= 3,84 \Omega + j 1,11 \Omega \\ Z_3 &= -1,92 \Omega - j 2,56 \Omega \\ Z_4 &= 2 \Omega \\ Z_5 &= 3 \Omega \end{aligned}$$

As impedâncias  $Z_1$  e  $Z_4$  estão em série:

$$\begin{aligned} Z_{T_1} &= Z_1 + Z_4 = 3,84 \Omega + j 1,11 \Omega + 2 \Omega \\ &= 5,84 \Omega + j 1,11 \Omega \\ &= 5,94 \Omega \angle 10,76^\circ \end{aligned}$$

As impedâncias  $Z_2$  e  $Z_5$  estão em série:

$$\begin{aligned} Z_{T_2} &= Z_2 + Z_5 = 3,84 \Omega + j 1,11 \Omega + 3 \Omega \\ &= 6,84 \Omega + j 1,11 \Omega \\ &= 6,93 \Omega \angle 9,22^\circ \end{aligned}$$

As impedâncias  $Z_{T_1}$  e  $Z_{T_2}$  estão em paralelo:

$$\begin{aligned} Z_{T_3} &= \frac{Z_{T_1} Z_{T_2}}{Z_{T_1} + Z_{T_2}} \\ &= \frac{(5,94 \Omega \angle 10,76^\circ)(6,93 \Omega \angle 9,22^\circ)}{5,84 \Omega + j 1,11 \Omega + 6,84 \Omega + j 1,11 \Omega} \\ &= \frac{41,16 \Omega \angle 19,98^\circ}{12,68 + j 2,22} = \frac{41,16 \Omega \angle 19,98^\circ}{12,87 \angle 9,93^\circ} \\ &= 3,198 \Omega \angle 10,05^\circ \\ &= 3,15 \Omega + j 0,56 \Omega \end{aligned}$$

As impedâncias  $Z_3$  e  $Z_{T_3}$  estão em série. Portanto,

$$\begin{aligned} Z_T &= Z_3 + Z_{T_3} \\ &= -1,92 \Omega - j 2,56 \Omega + 3,15 \Omega + j 0,56 \Omega \\ &= 1,23 \Omega - j 2,0 \Omega = 2,35 \Omega \angle -58,41^\circ \end{aligned}$$

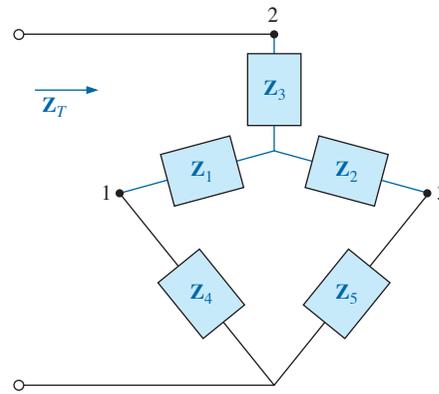


Figura 17.48 Circuito visto na Figura 17.47 após a substituição da configuração Y.

**EXEMPLO 17.21**

Utilizando as transformações  $\Delta$ -Y e Y- $\Delta$ , determine a impedância total  $Z_T$  para o circuito mostrado na Figura 17.49.

Solução:

Usando a transformação  $\Delta$ -Y, obtemos a Figura 17.50. Nesse caso, como os dois sistemas estão equilibrados (eles possuem a mesma impedância em todos os ramos), o ponto central  $d'$  do circuito  $\Delta$  corresponderá ao ponto  $d$  do circuito Y original:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = \frac{3 \Omega + j 6 \Omega}{3} = 1 \Omega + j 2 \Omega$$

e (Figura 17.51)

$$Z_T = 2 \left( \frac{1 \Omega + j 2 \Omega}{2} \right) = 1 \Omega + j 2 \Omega$$

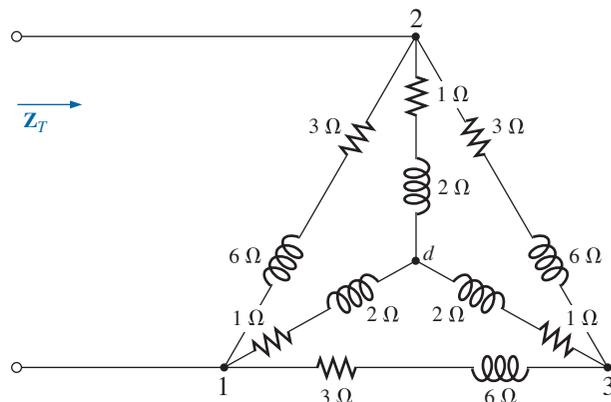
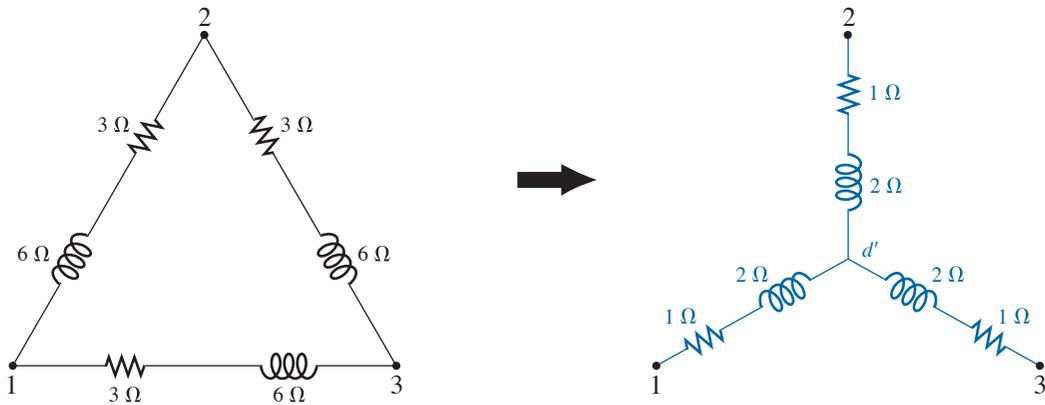


Figura 17.49 Exemplo 17.21.



**Figura 17.50** Conversão de uma configuração  $\Delta$  para uma configuração Y.

Usando a transformação Y- $\Delta$  (veja a Figura 17.52), obtemos

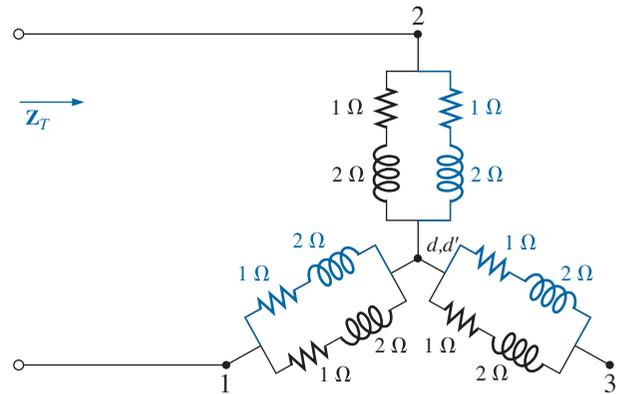
$$\mathbf{Z}_{\Delta} = 3\mathbf{Z}_Y = 3(1\ \Omega + j\ 2\ \Omega) = 3\ \Omega + j\ 6\ \Omega$$

Cada combinação paralela resultante na Figura 17.53 terá a seguinte impedância:

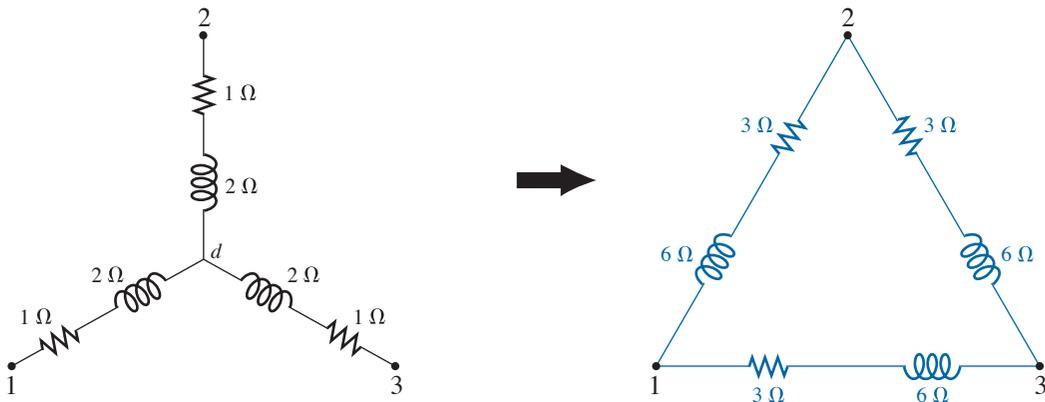
$$\mathbf{Z}' = \frac{3\ \Omega + j\ 6\ \Omega}{2} = 1,5\ \Omega + j\ 3\ \Omega$$

$$\begin{aligned} \text{e } \mathbf{Z}_T &= \frac{\mathbf{Z}'(2\mathbf{Z}')}{\mathbf{Z}' + 2\mathbf{Z}'} = \frac{2(\mathbf{Z}')^2}{3\mathbf{Z}'} = \frac{2\mathbf{Z}'}{3} \\ &= \frac{2(1,5\ \Omega + j\ 3\ \Omega)}{3} = 1\ \Omega + j\ 2\ \Omega \end{aligned}$$

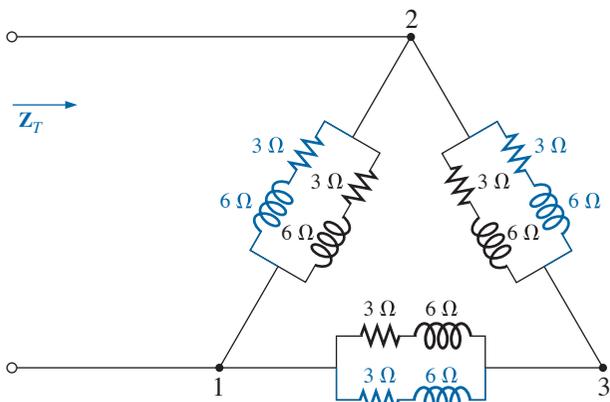
resultado que pode ser comparado ao anterior.



**Figura 17.51** Substituição da configuração Y vista na Figura 17.50 no circuito mostrado na Figura 17.49.



**Figura 17.52** Conversão da configuração Y vista na Figura 17.49 em uma configuração  $\Delta$ .



**Figura 17.53** Substituição da configuração  $\Delta$  vista na Figura 17.54 no circuito mostrado na Figura 17.49.

## 17.8 ANÁLISE COMPUTACIONAL

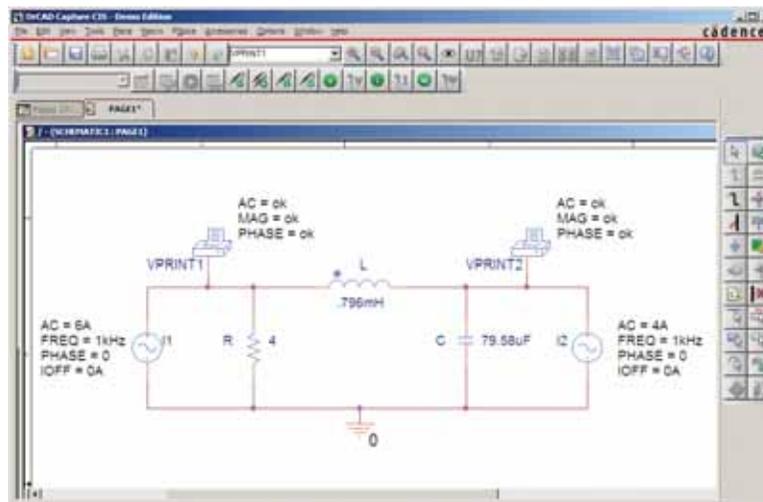
### PSpice

**Análise nodal.** A primeira aplicação do PSpice será na determinação das tensões nodais para o circuito do Exemplo 17.16 e na comparação das soluções. O diagrama do circuito é mostrado na Figura 17.54 usando componentes que foram determinados a partir do valor da reatância em 1 kHz. Não há necessidade de usar continuamente 1 kHz. Qualquer frequência serve, mas lembre-se de usar a frequência escolhida, para os componentes que foram determinados, no momento de configurar os parâmetros de simulação.

No caso das fontes de corrente, escolhemos **ISIN** de maneira que o ângulo de fase pudesse ser especificado (mesmo que ele seja  $0^\circ$ ), embora o símbolo não tenha uma seta como a que é usada neste livro. O sentido da seta tem de ser entendido como sendo do sinal positivo

(+) para o sinal negativo (–) na fonte. Isso requer que as fontes  $I_1$  e  $I_2$  sejam posicionadas conforme mostra a Figura 17.54. A fonte  $I_2$  é rotacionada usando a opção **Mirror Vertically**, obtida clicando com o botão direito do mouse no símbolo da fonte. A configuração da fonte **ISIN** é feita da mesma maneira que foi feito com a fonte **VSIN**. Ela é encontrada na biblioteca **SOURCE** e os seus atributos são os mesmos que os da fonte **VSIN**. Para cada fonte, **IOFF** é ajustado em 0 A, e a amplitude é o valor de pico da fonte de corrente. A frequência será a mesma para as duas fontes. Em seguida, selecione **VPRINT1**, a partir da biblioteca **SPECIAL**, e a coloque para gerar as tensões nodais desejadas. Finalmente, os elementos restantes devem ser acrescentados ao circuito como mostra a Figura 17.54. Deve-se dar um duplo clique no símbolo de cada fonte para se abrir a caixa de diálogo **Property Editor**. **AC** deve ser ajustado em 6 A para a fonte  $I_1$  e em 4 A para a  $I_2$ , seguido de **Display** e **Name and Value** para cada uma. Esses parâmetros ajustados serão mostrados na Figura 17.54. Um duplo clique em cada opção **VPRINT1** também abre a caixa de diálogo **Property Editor**, assim **OK** pode ser inserido abaixo de **AC**, **MAG** e **PHASE**. Para cada uma dessas grandezas, ative **Display** seguido de **Name and Value** e **OK**. Em seguida, selecione **Value**, e **VPRINT1** aparecerá apenas como **Value**. Acionando **Apply** e fechando a caixa de diálogo teremos a listagem ao lado de cada fonte na Figura 17.54. No caso de **VPRINT2**, primeiro mude a listagem em **Value** de **VPRINT1** para **VPRINT2** antes de selecionar **Display** e **Apply**.

Agora, selecione o ícone **New Simulation Profile** e digite **PSpice 17-1** no campo **Name**, seguido do botão **Create**. Na caixa de diálogo **Simulation Settings** deve-se selecionar **AC Sweep** e ajustar os parâmetros **Start Frequency** e **End Frequency** em 1 kHz e **Points/Decade** em 1. Clique em **OK** e selecione o ícone **Run PSpice**; a



**Figura 17.54** Uso do PSpice na verificação dos resultados do Exemplo 17.16.

```

** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 17-1"
[ C:\ICA1\PSpice\pspice 17-1-pspicefiles\schematic1\pspice 17-1.sim ]

**** AC ANALYSIS          TEMPERATURE = 27.000 DEG C
*****
***
FREQ      VM(N01900)  VP(N01900)
1.000E+03  2.080E+01  -1.269E+02

FREQ      VM(N01908)  VP(N01908)
1.000E+03  8.617E+00  -1.509E+01
    
```

Figura 17.55 Arquivo de saída para as tensões nodais referentes ao circuito visto na Figura 17.54.

tela SCHEMATIC1 aparecerá. Ao fechá-la (X), voltaremos para a janela **Orcad Capture**. Selecionando **PSpice** seguido de **View Output File**, veremos o que aparece na Figura 17.55, que mostra exatamente os mesmos resultados obtidos no Exemplo 17.16 com  $V_1 = 20,8 \text{ V} \angle -126,9^\circ$ . A outra tensão nodal é  $8,617 \text{ V} \angle -15,09^\circ$ .

**Fonte de corrente controlada por corrente.**

Nosso interesse agora se volta às fontes controladas no ambiente PSpice. Fontes controladas não são particularmente difíceis de serem usadas, uma vez que alguns elementos importantes para seu uso sejam compreendidos. O circuito visto na Figura 17.14 tem uma fonte de corrente controlada no ramo central da configuração. A magnitude da fonte de corrente é  $k$  vezes a corrente através do resistor  $R_1$ , onde  $k$  pode ser maior ou menor do que 1. O esquema resultante, que aparece na Figura 17.56, parece bastante complexo em função da fonte controlada, mas, uma vez que a função de cada parte da fonte seja entendida, não será difícil entendê-la. Primeiro, já que ela é apenas um novo componente nesse esquema, vamos nos dedicar à fonte controlada. Essa fonte é obtida da biblioteca **ANALOG** como **F**, e aparece no centro da Figura 17.56. Reserve uma atenção especial ao sentido da corrente em cada parte do símbolo.

Note, em particular, que a corrente de controle de **F** tem o mesmo sentido que a corrente controlada na Figura 17.14. Além disso, observe que a fonte de corrente controlada tem o mesmo sentido que a fonte na Figura 17.14. Se dermos um duplo clique no símbolo dessa fonte, a caixa de diálogo **Property Editor** será aberta com **GAIN** ( $k$ , conforme descrito acima) ajustado em 1. Nesse exemplo, o ganho tem de ser ajustado em **0,7**, portanto clique no campo abaixo do rótulo **GAIN** e digite **0,7**. Em seguida, selecione **Display** seguido de **Name and Value-OK**. Feche a caixa de diálogo **Property Editor** e **GAIN = 0.7** aparecerá junto à fonte, conforme mostra a Figura 17.56.

O outro novo componente no esquema é **IPRINT**; ele é encontrado na biblioteca **SPECIAL** e é usado para informar ao programa que a corrente no ramo de interesse deve ser inserida no arquivo de saída. Se você não informar ao programa quais dados de saída deseja, ele simplesmente executará a simulação e listará os parâmetros específicos do circuito, mas não fornecerá quaisquer tensões ou correntes. Nesse caso, a corrente  $I_2$  através do resistor  $R_2$  é desejada como dado de saída. Dando um duplo clique em **IPRINT**, a caixa de diálogo **Property Editor** será aberta com diversos elementos que precisam ser definidos —

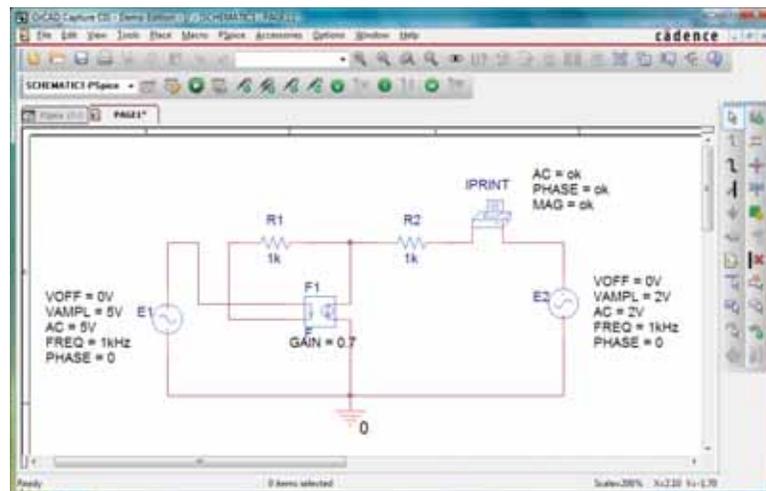


Figura 17.56 Uso do PSpice na verificação dos resultados do Exemplo 17.8.

muito mais do que para **VPRINT**. Primeiro, insira **OK** no campo abaixo de **AC** seguido de **Display-Name and Value-OK**. Faça o mesmo para **MAG** e **PHASE** e, em seguida, ative **Apply** antes de fechar a caixa de diálogo. O termo **OK** é usado para informar ao programa quais grandezas devem ser geradas e fornecidas. A finalidade do uso do botão **Apply** no final de cada operação na caixa de diálogo **Property Editor** é ‘aplicar’ as alterações realizadas no circuito sob análise. Quando a caixa de diálogo **Property Editor** for fechada, os três parâmetros escolhidos aparecerão no esquema com a diretiva **OK**. Você pode se deparar com um rótulo aparecendo sobre o símbolo **IPRINT**. Isso não é problema; basta clicar no rótulo e movê-lo para um local mais conveniente.

Os componentes restantes do circuito devem ser certamente familiares, mas não se esqueça de usar o comando **Mirror Vertically** na fonte de tensão  $E_2$ . Além disso, não se esqueça de abrir a caixa de diálogo **Property Editor** para cada fonte e ajustar os valores de **AC**, **FREQ**, **VAMPL** e **VOFF** e certificar-se de que **PHASE** está no valor default de  $0^\circ$ . Os valores aparecem junto a cada parâmetro, como na Figura 17.56 para cada fonte. Sempre, antes de fechar a caixa de diálogo **Property Editor**, acione **Apply**. Após colocar todos os componentes na tela, é necessário conectá-los, selecionando **Place wire**. Normalmente isso é facilmente executado. Entretanto, com fontes controladas quase sempre é necessário cruzar fios *sem* fazer uma conexão entre eles. Em geral, quando se coloca um fio sobre o outro e não se deseja fazer uma conexão entre eles, clica-se em um ponto do lado do fio a ser cruzado para criar temporariamente um pequeno quadrado vermelho. Em seguida, faz-se o cruzamento do fio e clica-se novamente para criar outro quadrado vermelho. Se a conexão for feita adequadamente, o cruzamento não deve mostrar um ponto de conexão (um pequeno ponto vermelho). Nesse exemplo, o ponto superior no símbolo da corrente de controle foi conectado primeiro na fonte **E1**. Depois, conectou-se um fio da extremidade inferior da

corrente de controle a um ponto no qual se fez necessário um giro de  $90^\circ$  para cima. O fio foi colocado até esse ponto antes do cruzamento e, feito um giro de  $90^\circ$  para a direita, completou-se a ligação no lado esquerdo do resistor  $R_1$ . Você não verá um pequeno ponto vermelho onde os fios se cruzam.

Agora, vamos à simulação. Na caixa de diálogo **Simulation Settings**, selecione **AC Sweep/Noise** com **Start** e **End Frequency** em 1 kHz. Você notará **Point/Decade** em 1. Clique em **OK** e acione o botão **Run Spice**; a janela **SCHEMATIC1** aparecerá e deverá ser fechada para que se obtenha a janela **Orcad Capture**. Selecione **PSpice** seguido de **View Output File** e role a tela para baixo até encontrar **AC ANALYSIS**, como é mostrado na Figura 17.57. O valor da corrente desejada é 1,615 mA, com um ângulo de fase de  $0^\circ$ , que é idêntico ao resultado da análise teórica a seguir. Seria presumível um ângulo de fase de  $0^\circ$ , já que o circuito é constituído somente de elementos resistivos.

As equações obtidas anteriormente usando o método da supermalha foram:

$$E - I_1 Z_1 - I_2 Z_2 + E_2 = 0$$

ou

$$I_1 Z_1 + I_2 Z_2 = E_1 + E_2$$

e

$$kI = kI_1 = I_1 - I_2$$

$$\text{resultando em } I_1 = \frac{I_2}{1 - k} = \frac{I_2}{1 - 0,7} = \frac{I_2}{0,3} = 3,333I_2$$

$$\text{de forma que } I_1(1 \text{ k}\Omega) + I_2(1 \text{ k}\Omega) = 7 \text{ V}$$

(a partir do obtido anteriormente)

$$\text{torna-se } (3,333I_2)1 \text{ k}\Omega + I_2(1 \text{ k}\Omega) = 7 \text{ V}$$

ou

$$(4,333 \text{ k}\Omega)I_2 = 7 \text{ V}$$

e

$$I_2 = \frac{7 \text{ V}}{4,333 \text{ k}\Omega} = 1,615 \text{ mA } \angle 0^\circ$$

confirmando a solução computacional.

```

** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 17-3"
[ C:\CA1\PSpice\PSpice 17-3-PSpiceFiles\SCHEMATIC1\PSpice 17-3.sim ]

**** AC ANALYSIS TEMPERATURE = 27.000 DEG C
*****
***
FREQ IM(V_PRINT1) IP(V_PRINT1)
1.000E+03 1.615E-03 0.000E+00

```

**Figura 17.57** Arquivo de saída para a corrente de malha  $I_2$  do circuito visto na Figura 17.14.

**PROBLEMAS**

**Seção 17.2** Fontes independentes e fontes dependentes (controladas)

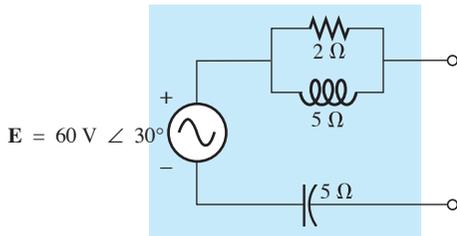
1. Descreva, usando as próprias palavras, a diferença entre uma fonte controlada e uma fonte independente.

**Seção 17.3** Conversões de fontes

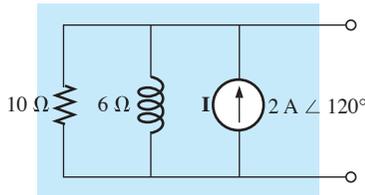
2. Converta as fontes de tensão mostradas na Figura 17.58 em fontes de corrente.
3. Converta a fonte de corrente mostrada na Figura 17.59 em uma fonte de tensão.
4. Converta a fonte de tensão mostrada na Figura 17.60(a) em uma fonte de corrente e a fonte de corrente mostrada na Figura 17.60(b) em uma fonte de tensão.

**Seção 17.4** Análise de malhas

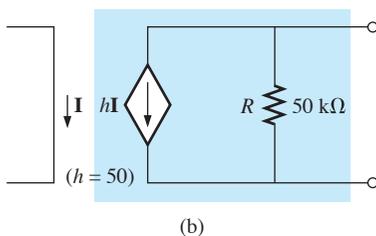
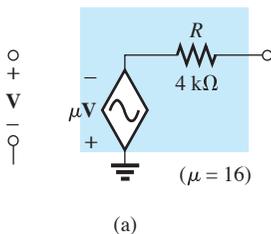
5. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.61. Determine a corrente no resistor  $R$ .



**Figura 17.58** Problema 2.

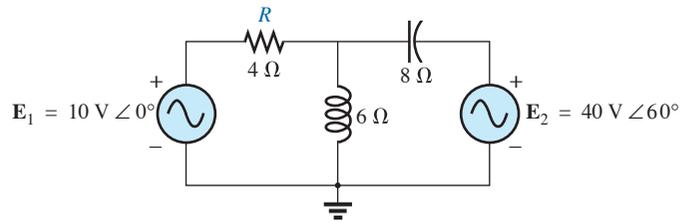


**Figura 17.59** Problema 3.

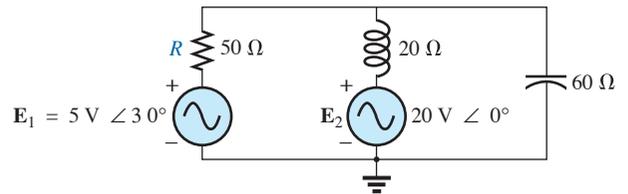


**Figura 17.60** Problema 4.

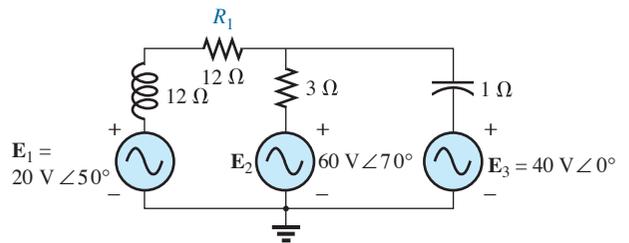
6. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.62.
7. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.63. Determine a corrente no resistor  $R_1$ .
- \*8. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.64. Determine a corrente no resistor  $R_1$ .
- \*9. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.65. Determine a corrente no resistor  $R_1$ .
- \*10. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.66. Determine a corrente no resistor  $R_1$ .
11. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.67. Determine a corrente no resistor  $R_1$ .
12. Usando a análise de malhas, determine a corrente  $I_L$  (em função de  $V$ ) para o circuito visto na Figura 17.68.



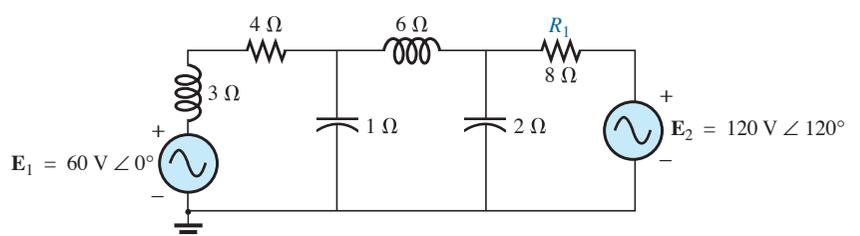
**Figura 17.61** Problemas 5 e 40.



**Figura 17.62** Problema 6.



**Figura 17.63** Problemas 7 e 21.



**Figura 17.64** Problema 8.

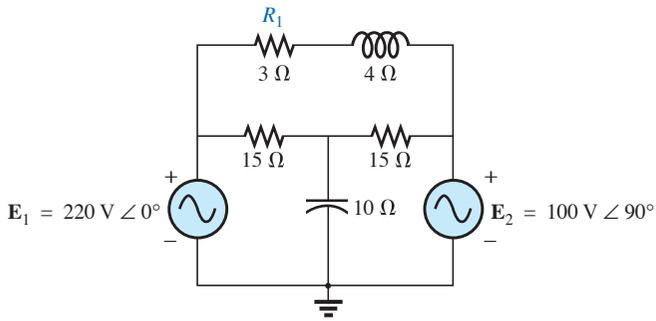


Figura 17.65 Problemas 9, 21 e 41.

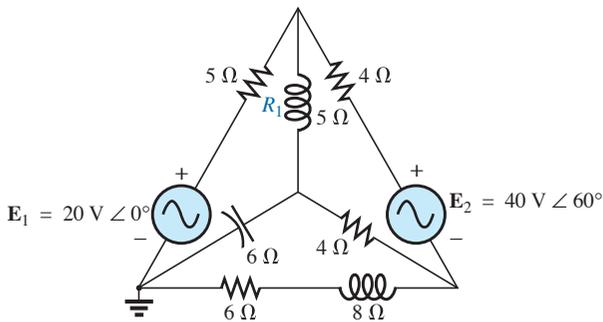


Figura 17.66 Problema 10.

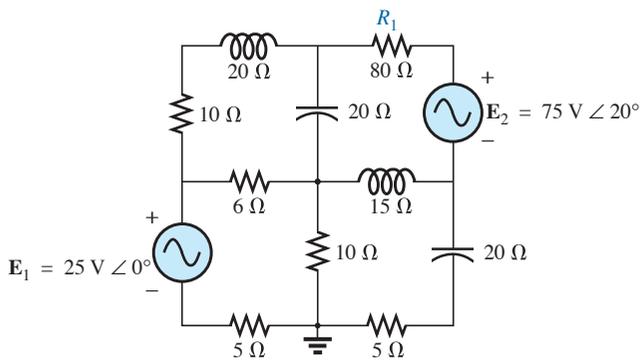


Figura 17.67 Problemas 11 e 22.

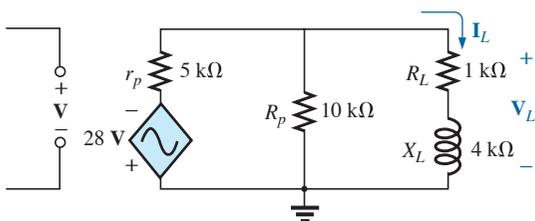


Figura 17.68 Problema 12.

- 13. Usando a análise de malhas, determine a corrente  $I_L$  (em função de  $I$ ) para o circuito visto na Figura 17.69.
- \*14. Escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.70 e determine as correntes nos resistores de 1 kΩ e 2 kΩ.

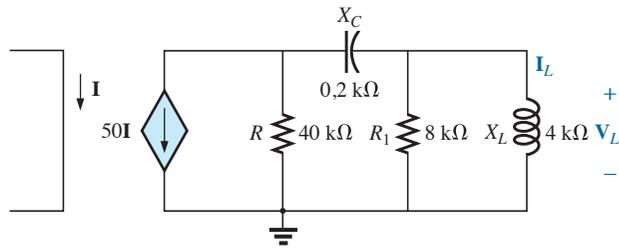


Figura 17.69 Problema 13.

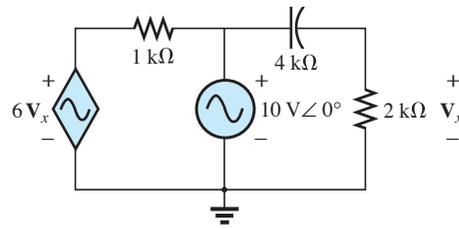


Figura 17.70 Problemas 14 e 42.

- \*15. Escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.71 e determine as correntes no resistor de 10 kΩ.
- \*16. Escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.72 e determine as correntes no elemento indutivo.

**Seção 17.5 Análise nodal**

- \*17. Determine as tensões nodais dos circuitos mostrados na Figura 17.73.
- 18. Determine as tensões nodais dos circuitos da Figura 17.74.
- 19. Determine as tensões nodais dos circuitos da Figura 17.75.
- 20. Determine as tensões nodais dos circuitos da Figura 17.76.

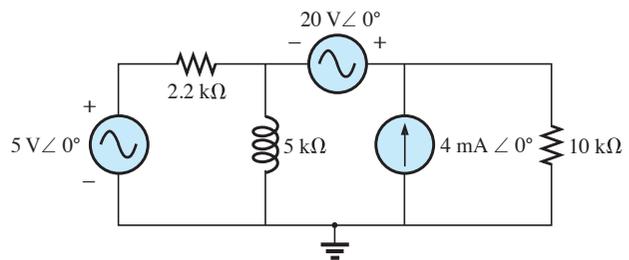


Figura 17.71 Problemas 15 e 43.

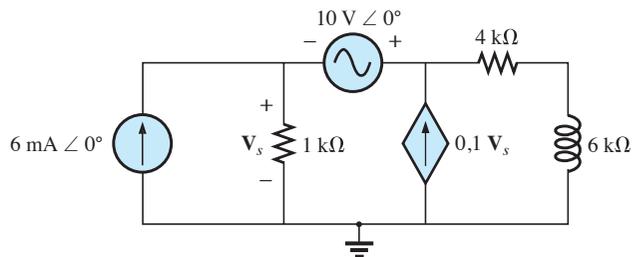


Figura 17.72 Problemas 16 e 44.

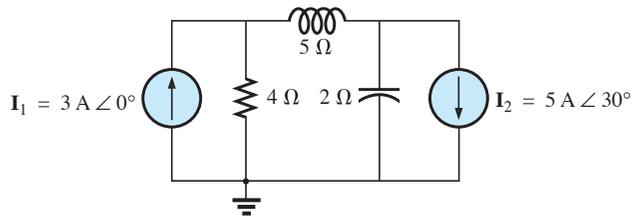


Figura 17.73 Problema 17.

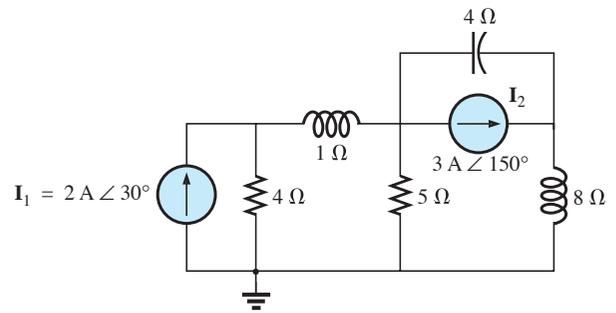


Figura 17.77 Problema 23.

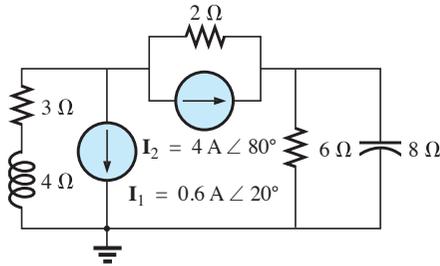


Figura 17.74 Problemas 18 e 45.

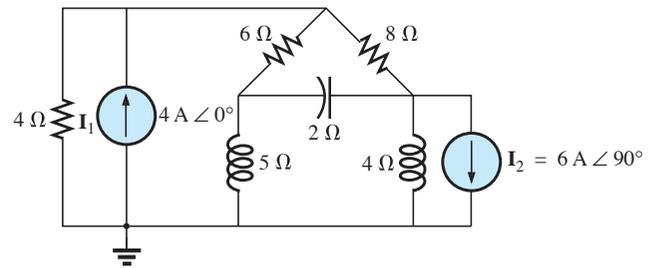


Figura 17.78 Problema 24.

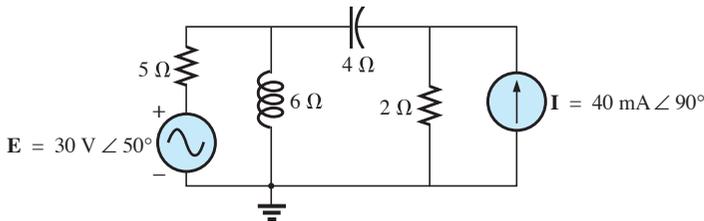


Figura 17.75 Problema 19.

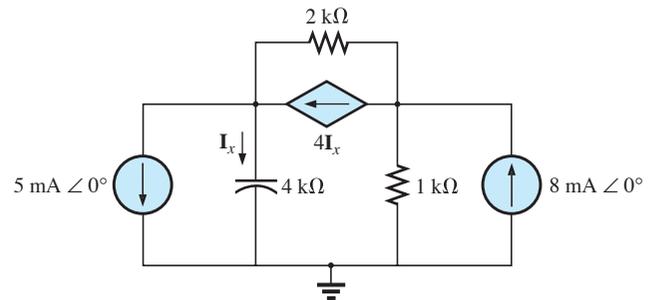


Figura 17.79 Problemas 25 e 46.

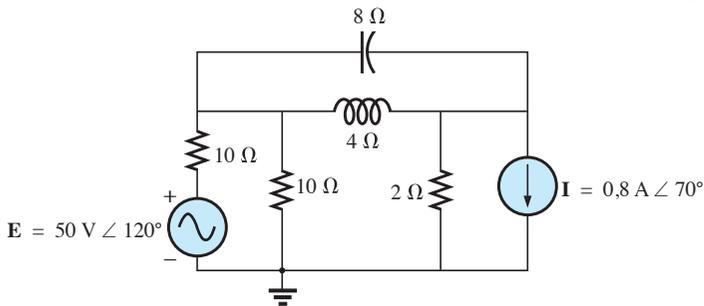


Figura 17.76 Problema 20.

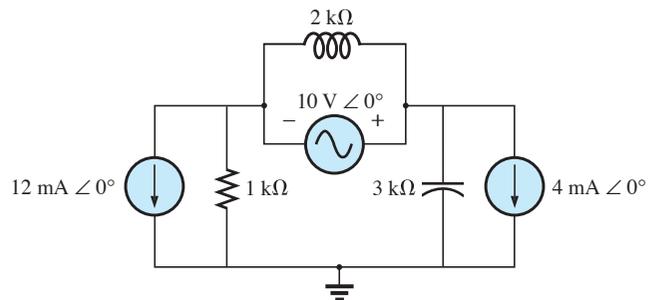


Figura 17.80 Problemas 26 e 47.

- 21. Determine as tensões nodais do circuito visto na Figura 17.65.
- \*22. Determine as tensões nodais do circuito visto na Figura 17.67.
- \*23. Determine as tensões nodais dos circuitos vistos na Figura 17.77.
- \*24. Determine as tensões nodais dos circuitos vistos na Figura 17.78.
- \*25. Escreva as equações nodais do circuito da Figura 17.79 e determine a tensão no resistor de 1 kΩ.
- \*26. Escreva as equações nodais do circuito da Figura 17.80 e determine a tensão no elemento capacitivo.

- \*27. Escreva as equações nodais do circuito visto na Figura 17.81 e determine a tensão no resistor de 2 kΩ.
- \*28. Escreva as equações nodais do circuito visto na Figura 17.82 e determine a tensão no resistor de 2 kΩ.

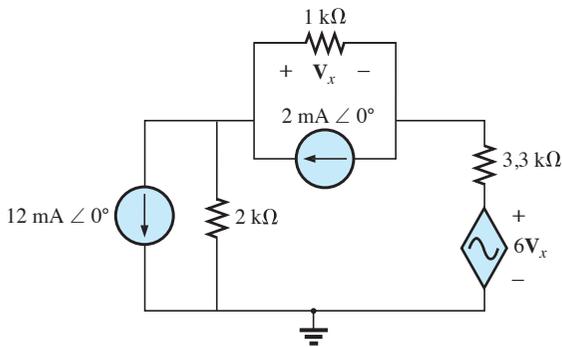


Figura 17.81 Problemas 27 e 48.

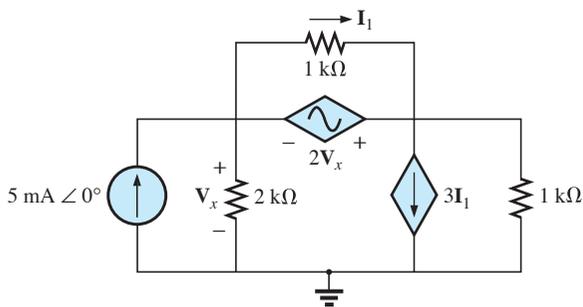


Figura 17.82 Problemas 28 e 49.

\*29. Para o circuito visto na Figura 17.83, determine a tensão  $V_L$  em função da tensão  $E_i$ .

**Seção 17.6** Circuitos em ponte (CA)

30. Considerando o circuito em ponte visto na Figura 17.84:
- A ponte está equilibrada?
  - Usando a análise de malhas, determine a corrente na reatância capacitiva.
  - Usando a análise nodal, determine a tensão na reatância capacitiva.
31. Considerando o circuito em ponte visto na Figura 17.85:
- A ponte está equilibrada?
  - Usando a análise de malhas, determine a corrente na reatância capacitiva.
  - Usando a análise nodal, determine a tensão na reatância capacitiva.
32. O circuito em ponte de Hay visto na Figura 17.86 está em equilíbrio. Usando a Equação 17.3, determine a indutância desconhecida  $L_x$  e a reatância  $R_x$ .

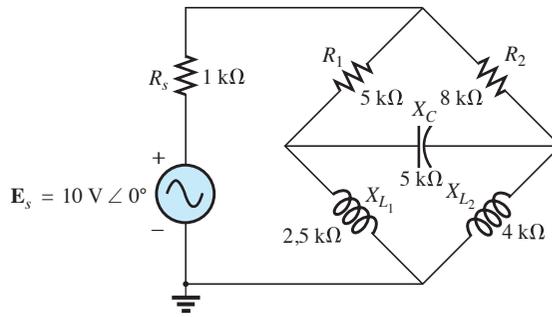


Figura 17.84 Problema 30.

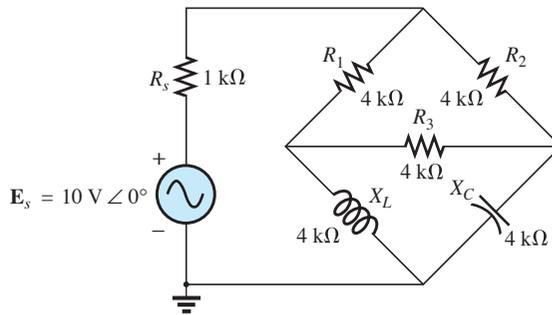


Figura 17.85 Problema 31.

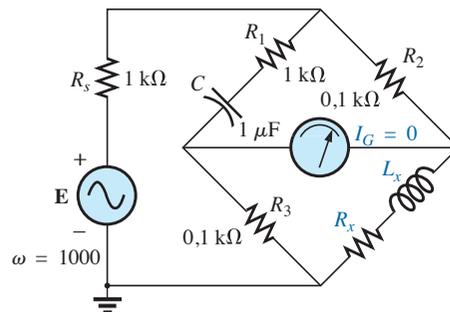


Figura 17.86 Problema 32.

33. Verifique se o circuito em ponte Maxwell visto na Figura 17.87 está em equilíbrio ( $\omega = 1000$  rad/s).
34. Deduza as equações de equilíbrio 17.16 e 17.17 para a ponte de comparação de capacitância.
35. Determine as equações de equilíbrio para o circuito em ponte visto na Figura 17.88 usado para medir indutâncias.

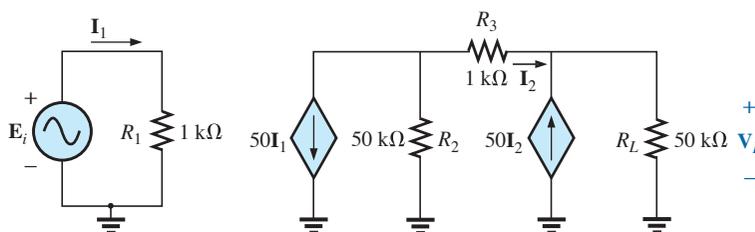


Figura 17.83 Problema 29.

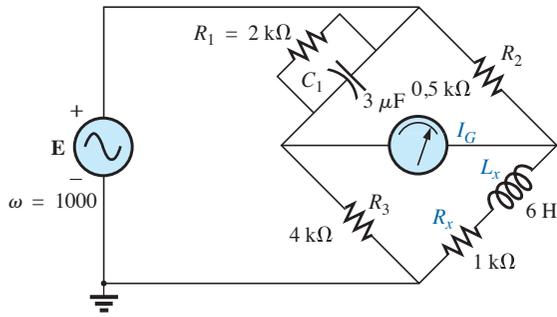


Figura 17.87 Problema 33.

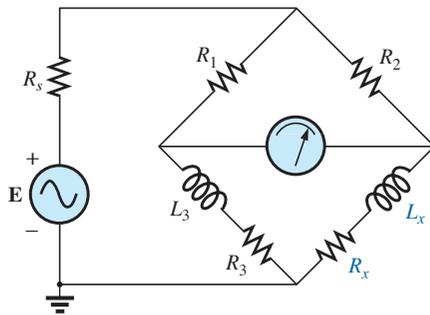


Figura 17.88 Problema 35.

Seção 17.7 Conversões Δ-Y e Y-Δ

- 36. Usando a conversão Δ-Y ou Y-Δ, determine a corrente **I** nos circuitos apresentados na Figura 17.89.
- 37. Usando a conversão Δ-Y ou Y-Δ, determine a corrente **I** nos circuitos apresentados na Figura 17.90.
- 38. Usando a conversão Δ-Y ou Y-Δ, determine a corrente **I** nos circuitos apresentados na Figura 17.91.
- 39. Usando a conversão Δ-Y ou Y-Δ, determine a corrente **I** nos circuitos apresentados na Figura 17.92.

Seção 17.8 Análise computacional (PSpice ou Multisim)

- 40. Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.61.
- 41. Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.65.
- \*42. Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.70.

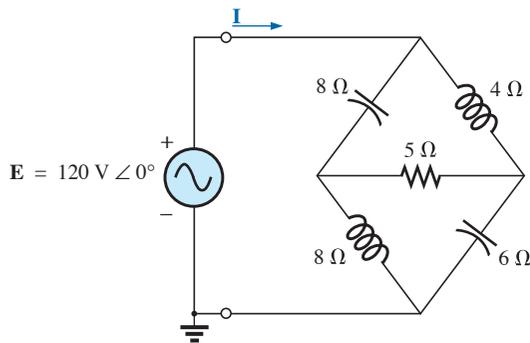


Figura 17.89 Problema 36.

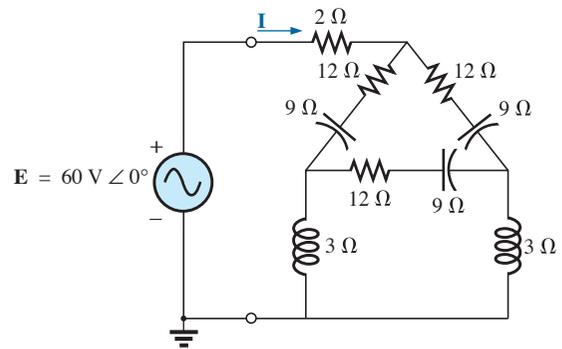


Figura 17.90 Problema 37.

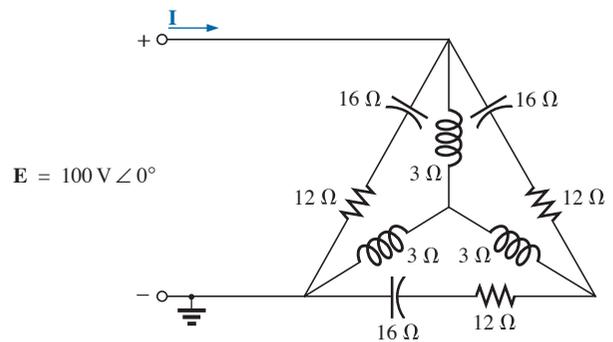


Figura 17.91 Problema 38.

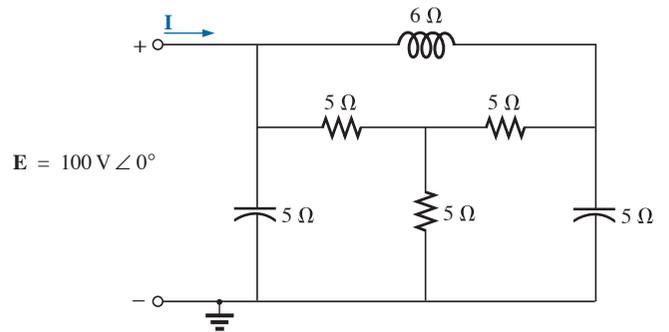


Figura 17.92 Problema 39.

- \*43. Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.71.
- \*44. Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.72.
- 45. Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.74.
- \*46. Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.79.
- \*47. Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.80.
- \*48. Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.81.
- \*49. Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.82.

---

## GLOSSÁRIO

**Análise de malhas:** Método pelo qual as correntes de malha de um circuito podem ser determinadas.

**Análise nodal:** Método pelo qual as tensões nodais de um circuito podem ser determinadas. As tensões nos elementos podem ser determinadas por meio da aplicação da lei de Kirchhoff para tensões.

**Circuito em ponte:** Circuito em forma de losango no qual não existem dois ramos em série ou em paralelo.

**Circuito em ponte de Hay:** Configuração em ponte usada para medir a indutância e a resistência de indutores cuja resistência é muito pequena em comparação com a reatância do indutor.

**Circuito em ponte de Maxwell:** Circuito em ponte usado para medir a indutância e a resistência de indutores cuja resistência é suficientemente grande para contraindicar o uso da ponte de Hay.

**Circuito em ponte para medição de capacitância:** Configuração em ponte contendo um galvanômetro em um dos braços da ponte, usado para medir a capacitância desconhecida e a resistência associada a ela.

**Configuração delta ( $\Delta$ ):** Circuito com a aparência da letra grega maiúscula *delta*.

**Configuração ípsilon ( $Y$ ):** Circuito com a aparência da letra maiúscula *Y*.

**Conversão de fonte:** Transformação de uma fonte de tensão em fonte de corrente, ou vice-versa, de forma que a fonte, para o restante do circuito, comporte-se da mesma maneira. Em outras palavras, o circuito em que a fonte está não é afetado pela transformação.

**Fonte dependente (controlada):** Fonte cuja amplitude e/ou fase é determinada (controlada) por uma corrente ou tensão do circuito no qual está inserida.

**Fonte independente:** Fonte cuja amplitude não depende do circuito ao qual está conectada. Ela mostra suas características ainda que esteja completamente isolada.