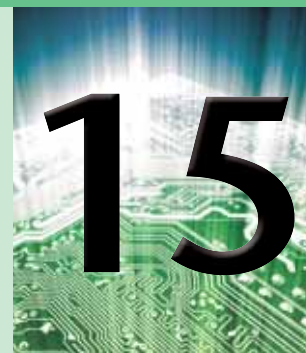


# Circuitos de correntes alternadas em série e em paralelo



## Objetivos

- Familiarizar-se com as características dos circuitos CA em série e em paralelo e determinar os níveis de corrente, tensão e potência para cada elemento.
- Determinar a impedância total de qualquer série de circuitos CA em série ou em paralelo e criar o diagrama de impedância e admitância de cada um.
- Desenvolver segurança na aplicação das leis de Kirchoff para correntes e tensões a qualquer configuração em série ou paralelo.
- Ser capaz de aplicar a regra dos divisores de tensão ou de corrente a qualquer circuito CA.
- Adquirir habilidade na descoberta da resposta em frequência de uma combinação de elementos em série ou em paralelo.

## CIRCUITOS CA EM SÉRIE

### 15.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, a álgebra dos fasores será usada para desenvolver um método de solução rápido e direto para problemas envolvendo circuitos CA em série e em paralelo. A estreita relação que existe entre esse método usado para o cálculo de grandezas desconhecidas e o método usado em circuitos de corrente contínua se tornará evidente após examinarmos alguns exemplos simples. Uma vez estabelecida essa associação, muitas das regras usadas em circuitos de corrente contínua (regra dos divisores de corrente, regra dos divisores de tensão etc.) podem ser facilmente aplicadas a circuitos de corrente alternada.

### 15.2 IMPEDÂNCIA E O DIAGRAMA DE FASORES

#### Elementos resistivos

No Capítulo 14, vimos que, para o circuito puramente resistivo mostrado na Figura 15.1,  $v$  e  $i$  estão em fase e suas amplitudes são dadas por:

$$I_m = V_m / R \quad \text{ou} \quad V_m = I_m R$$

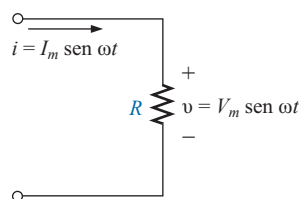


Figura 15.1 Circuito resistivo de corrente alternada.

Em forma fasorial:

$$v = V_m \text{ sen } \omega t \Rightarrow \mathbf{V} = V \angle 0^\circ$$

onde  $V = 0,707 V_m$ .

Aplicando a lei de Ohm por meio da utilização da álgebra dos fasores, temos:

$$\mathbf{I} = \frac{V \angle 0^\circ}{R \angle \theta_R} = \frac{V}{R} \angle 0^\circ + \theta_R$$

Como  $i$  e  $v$  estão em fase, o ângulo associado a  $i$  deve também ser  $0^\circ$ . Para satisfazer essa condição,  $\theta_R$  tem de ser igual a  $0^\circ$ . Substituindo  $\theta_R = 0^\circ$ , encontramos:

$$\mathbf{I} = \frac{V \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} = \frac{V}{R} \angle 10^\circ - 7^\circ = \frac{V}{R} \angle 0^\circ$$

de maneira que, no domínio do tempo:

$$i = \sqrt{2} \left( \frac{V}{R} \right) \text{sen } \omega t$$

O fato de  $\theta_R = 0^\circ$  ser empregado na forma polar a seguir garante uma relação de fase adequada entre a tensão e a corrente em um resistor:

$$\mathbf{Z}_R = R \angle 0^\circ \tag{15.1}$$

A grandeza  $\mathbf{Z}_R$  em negrito, que tem um módulo e um ângulo associado, é denominada *impedância* do elemento resistivo. Ela é medida em ohms e indica quanto o elemento ‘impede’ a passagem de corrente no circuito. O formato usado acima se mostrará uma ‘ferramenta’ bastante útil quando analisarmos circuitos mais complexos e as relações de fase não forem tão óbvias. Entretanto, é importante entender que  $\mathbf{Z}_R$  não é um fasor, embora a notação  $R \angle 0^\circ$  seja semelhante à notação fasorial usada para correntes e tensões senoidais. O termo *fasor* é reservado a grandezas que variam no tempo, sendo  $R$  e o seu ângulo, associados de  $0^\circ$ , grandezas fixas.

**EXEMPLO 15.1**

Usando a álgebra dos números complexos, determine a corrente  $i$  no circuito da Figura 15.2. Faça um esboço das formas de ondas de  $v$  e  $i$ .

Solução:

Observe a Figura 15.3:

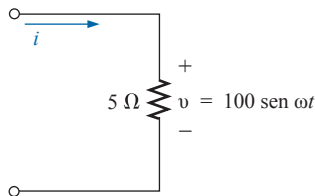


Figura 15.2 Exemplo 15.1.

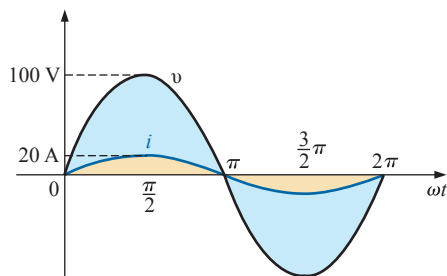


Figura 15.3 Formas de onda para o Exemplo 15.1.

$$v = 100 \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{V} = 70,71 \text{ V } \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_R} = \frac{V \angle \theta}{R \angle 0^\circ} = \frac{70,71 \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle 0^\circ} = 14,14 \text{ A} \angle 0^\circ$$

$$e \quad i = \sqrt{2}(14,14) \text{ sen } \omega t = \mathbf{20 \text{ sen } \omega t}$$

**EXEMPLO 15.2**

Usando a álgebra dos números complexos, determine a tensão  $v$  no circuito visto na Figura 15.4. Faça um esboço das formas de onda de  $v$  e  $i$ .

Solução:

Observe a Figura 15.5:

$$i = 4 \text{ sen}(\omega t + 30^\circ) \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{I} = 2,828 \text{ A } \angle 30^\circ$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{I} \mathbf{Z}_R = (I \angle \theta)(R \angle 0^\circ) = (2,828 \text{ A } \angle 30^\circ)(2 \Omega \angle 0^\circ) = 5,656 \text{ V } \angle 30^\circ$$

$$e \quad v = \sqrt{2}(5,656) \text{ sen}(\omega t + 30^\circ) = 8,0 \text{ sen}(\omega t + 30^\circ)$$

Normalmente, é útil fazer a análise de um circuito tendo um **diagrama de fasores**, que dá uma visão imediata dos *módulos* e das *relações de fase* para as várias grandezas associadas ao circuito. Por exemplo, os diagramas de fasores considerados nos dois exemplos precedentes seriam os ilustrados na Figura 15.6. Em ambos os casos, é óbvio que  $v$  e  $i$  estão em fase, pois as duas quantidades têm o mesmo ângulo de fase.

**Reatância indutiva**

Aprendemos no Capítulo 13 que, no caso do indutor puro visto na Figura 15.7, a tensão está adiantada  $90^\circ$  em

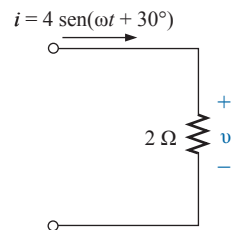


Figura 15.4 Exemplo 15.2.

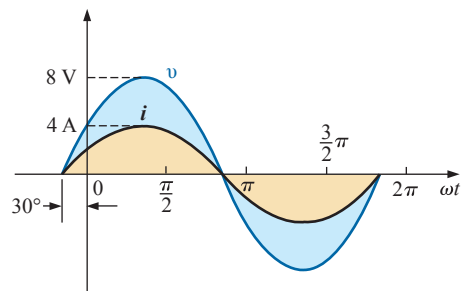
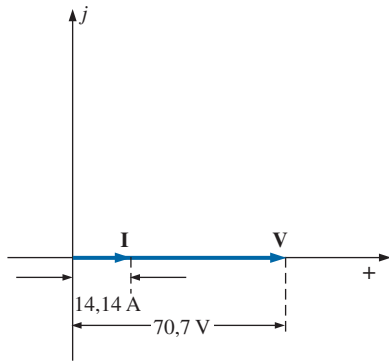
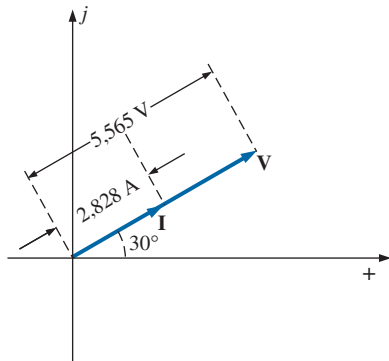


Figura 15.5 Formas de onda para o Exemplo 15.2.

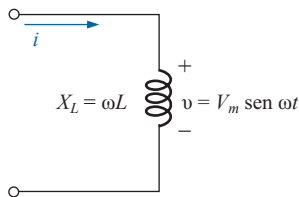


(a)



(b)

**Figura 15.6** Diagramas de fasores para os exemplos 15.1 e 15.2.



**Figura 15.7** Circuito CA indutivo.

relação à corrente e que a reatância do indutor,  $X_L$ , é dada por  $\omega L$ . Temos, então,

$$v = V_m \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{V} = V \angle 0^\circ$$

Pela lei de Ohm:

$$\mathbf{I} = \frac{V \angle 0^\circ}{X_L \angle \theta_L} = \frac{V}{X_L} \angle 0^\circ + \theta_L$$

Como  $v$  está adiantada  $90^\circ$  em relação a  $i$ , a corrente deve ter um ângulo de  $-90^\circ$  associado a ela. Para satisfazer essa condição,  $\theta_L$  tem de ser igual a  $+90^\circ$ . Substituindo esse valor na expressão acima, obtemos:

$$\mathbf{I} = \frac{V \angle 0^\circ}{X_L \angle 90^\circ} = \frac{V}{X_L} \angle 0^\circ - 90^\circ = \frac{V}{X_L} \angle -90^\circ$$

de maneira que, no domínio do tempo,

$$i = \sqrt{2} \left( \frac{V}{X_L} \right) \text{ sen } (\omega t - 90^\circ)$$

O fato de que  $\theta_L = 90^\circ$  será usado na notação em forma polar, para a reatância indutiva, para garantir a relação de fase apropriada entre a tensão e a corrente em um indutor:

$$\mathbf{Z}_L = X_L \angle -90^\circ \quad (15.2)$$

A grandeza  $\mathbf{Z}_L$ , em negrito, que tem um módulo e um ângulo associado, é denominada *impedância* do indutor. É medida em ohms e indica quanto o indutor ‘controla ou impede’ a passagem de corrente no circuito (sempre tenha em mente que indutores puros só podem armazenar energia, nunca dissipá-la como os resistores). A notação acima, assim como no caso dos resistores, será uma ferramenta útil na análise de circuitos de corrente alternada. Novamente, é importante ressaltar que  $\mathbf{Z}_L$  não é uma grandeza fasorial pelos mesmos motivos indicados no caso de um elemento resistivo.

**EXEMPLO 15.3**

Usando a álgebra dos números complexos, determine a corrente  $i$  no circuito visto na Figura 15.8. Esboce o gráfico de  $v$  e  $i$ .

Solução:

Observe a Figura 15.9:

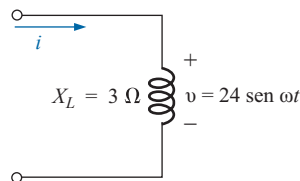
$$v = 24 \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{V} = 16,968 \text{ V } \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_L} = \frac{V \angle \theta}{X_L \angle 90^\circ} = \frac{16,968 \text{ V } \angle 0^\circ}{3 \Omega \angle 90^\circ} = 5,656 \text{ A } \angle -90^\circ$$

$$\text{e } i = \sqrt{2}(5,656) \text{ sen } (\omega t - 90^\circ) = \mathbf{8,0 \text{ sen } (\omega t - 90^\circ)}$$

**EXEMPLO 15.4**

Usando a álgebra dos números complexos, determine a tensão  $v$  no circuito visto na Figura 15.10. Esboce as curvas de  $v$  e  $i$ .



**Figura 15.8** Exemplo 15.3.

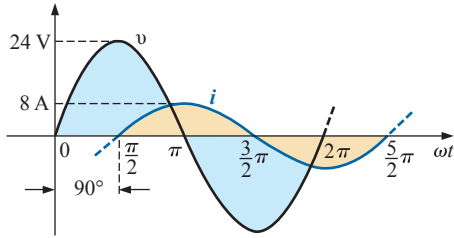


Figura 15.9 Formas de onda para o Exemplo 15.3.

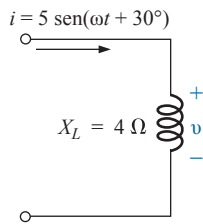


Figura 15.10 Exemplo 15.4.

Solução:

Observe a Figura 15.11:

$$\begin{aligned}
 i &= 5 \text{ sen}(\omega t + 30^\circ) \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{I} = 3,535 \text{ A } \angle 30^\circ \\
 \mathbf{V} &= \mathbf{I} \mathbf{Z}_L = (I \angle \theta) (X_L \angle 90^\circ) \\
 &= (3,535 \text{ A } \angle 30^\circ)(4 \Omega \angle +90^\circ) = 14,140 \text{ V } \angle 120^\circ \\
 \text{e } v &= \sqrt{2}(14,140) \text{ sen}(\omega t + 120^\circ) = 20 \text{ sen}(\omega t + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

Os diagramas de fasores para os circuitos dos dois exemplos precedentes são vistos na Figura 15.12. Ambos indicam de forma bastante clara que a tensão está adiantada 90° em relação à corrente.

### Reatância capacitiva

Aprendemos no Capítulo 13 que, no caso do capacitor puro visto na Figura 15.13, a corrente fica adiantada 90° em relação à tensão e que a reatância capacitiva  $X_C$  é dada por  $1/\omega C$ . Assim, temos:

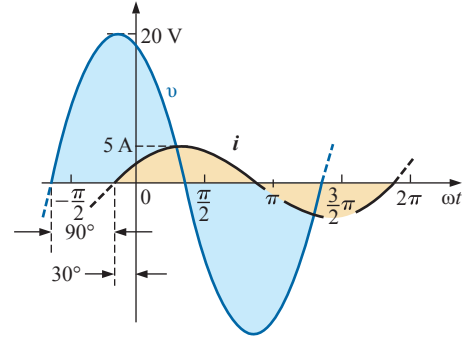


Figura 15.11 Formas de onda para o Exemplo 15.4.

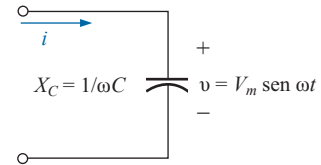


Figura 15.13 Circuito CA capacitivo.

$$v = V_m \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{V} = V \angle 0^\circ$$

Aplicando a lei de Ohm e usando a álgebra fasorial, obtemos:

$$\mathbf{I} = \frac{V \angle 0^\circ}{X_C \angle \theta_C} = \frac{V}{X_C} \angle 0^\circ - \theta_C$$

Como  $i$  está adiantada 90° em relação a  $v$ , a corrente  $i$  precisa ter um ângulo de +90° associado a ela. Para satisfazer essa condição,  $\theta_C$  tem que ser igual a -90°. Substituindo  $\theta_C = -90^\circ$ , temos

$$\mathbf{I} = \frac{V \angle 0^\circ}{X_C \angle -90^\circ} = \frac{V}{X_C} \angle 0^\circ - (-90^\circ) = \frac{V}{X_C} \angle 90^\circ$$

de maneira que, no domínio do tempo,

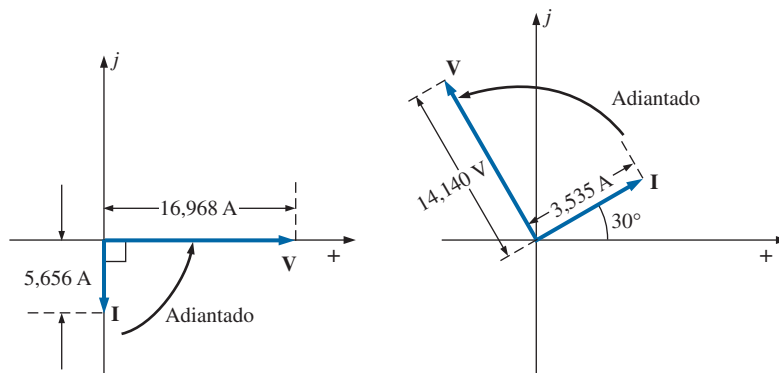


Figura 15.12 Diagramas de fasores para os exemplos 15.3 e 15.4.

$$i = \sqrt{2} \left( \frac{V}{X_C} \right) \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

Usamos o fato de que  $\theta_c = -90^\circ$  na forma polar a seguir, para a reatância capacitiva, tem o objetivo de assegurar a relação de fase apropriada entre a tensão e a corrente em um capacitor:

$$\mathbf{Z}_C = X_C \angle -90^\circ \quad (15.3)$$

A grandeza  $\mathbf{Z}_C$ , em negrito, que tem um módulo e um ângulo associado, é denominada *impedância* do capacitor. É medida em ohms e indica quanto o capacitor ‘controla ou impede’ a passagem de corrente no circuito (sempre tenha em mente que os elementos capacitivos podem somente armazenar energia, nunca dissipá-la como os resistores). A notação acima, assim como no caso dos resistores, será uma ferramenta útil na análise de circuitos de corrente alternada. Novamente, é importante ressaltar que  $\mathbf{Z}_C$  não é uma grandeza fasorial, por motivos idênticos aos apresentados no caso dos resistores.

**EXEMPLO 15.5**

Usando a álgebra dos números complexos, determine a corrente  $i$  no circuito visto na Figura 15.14. Esboce os gráficos de  $v$  e  $i$ .

Solução:  
Observe a Figura 15.15:

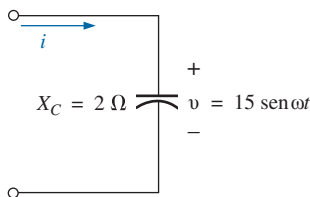


Figura 15.14 Exemplo 15.5.

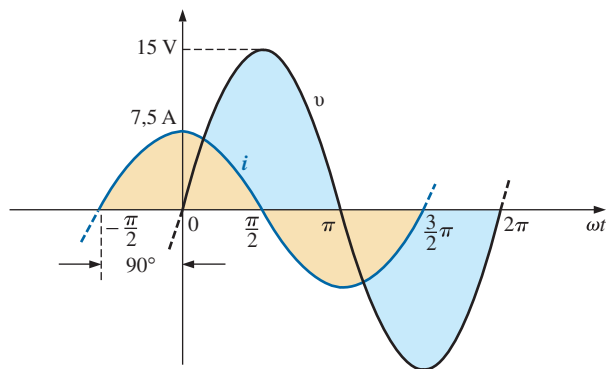


Figura 15.15 Formas de onda para o Exemplo 15.5.

$$v = 15 \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{notação fasorial } \mathbf{V} = 10,605 \text{ V } \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_C} = \frac{V \angle \theta}{X_C \angle -90^\circ} = \frac{10,605 \text{ V} \angle 0^\circ}{2 \Omega \angle -90^\circ} = 5,303 \text{ A } \angle 90^\circ$$

$$\text{e } i = \sqrt{2}(5,303) \text{ sen}(\omega t + 90^\circ) = 7,5 \text{ sen}(\omega t + 90^\circ)$$

**EXEMPLO 15.6**

Usando a álgebra dos números complexos, determine a tensão  $v$  no circuito visto na Figura 15.16. Esboce as curvas de  $v$  e  $i$ .

Solução:  
Observe a Figura 15.17:

$$i = 6 \text{ sen}(\omega t - 60^\circ) \Rightarrow \text{notação fasorial}$$

$$\mathbf{I} = 4,242 \text{ A } \angle -60^\circ$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{I} \mathbf{Z}_C = (I \angle \theta) (X_C \angle -90^\circ)$$

$$= (4,242 \text{ A } \angle -60^\circ) (0,5 \Omega \angle -90^\circ)$$

$$= 2,121 \text{ V } \angle -150^\circ$$

$$\text{e } v = \sqrt{2}(2,121) \text{ sen}(\omega t - 150^\circ) = 3,0 \text{ sen}(\omega t - 150^\circ)$$

Os diagramas de fasores para os circuitos dos últimos dois exemplos estão ilustrados na Figura 15.18. Ambos indicam de forma bastante clara que a corrente  $i$  está adiantada  $90^\circ$  em relação à tensão  $v$ .

**Diagrama de impedâncias**

Agora que associamos ângulos de fase à resistência, à reatância indutiva e à reatância capacitiva, cada uma dessas três grandezas pode ser representada no plano

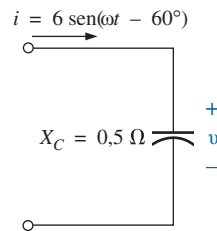


Figura 15.16 Exemplo 15.6.

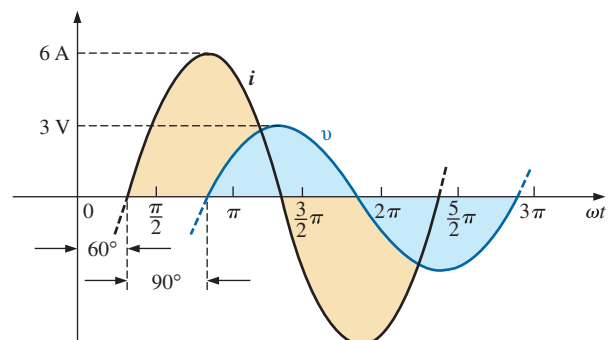
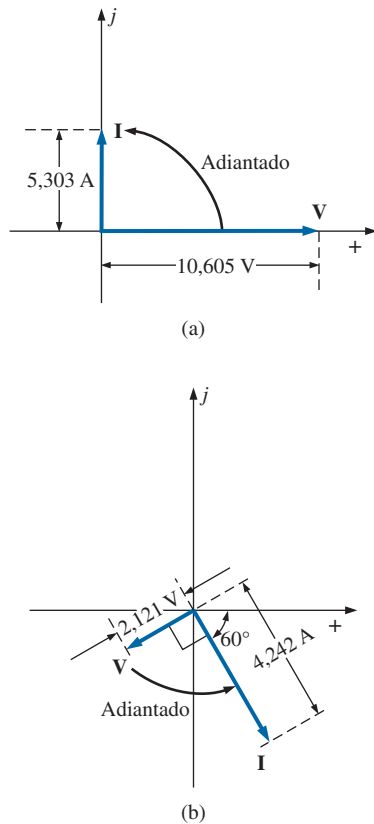


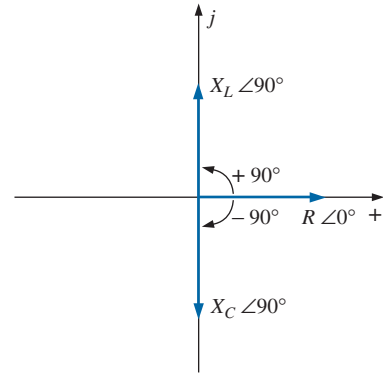
Figura 15.17 Formas de onda para o Exemplo 15.6.



**Figura 15.18** Diagramas de fasores para os exemplos 15.5 e 15.6.

complexo, como vemos na Figura 15.19. Em qualquer circuito, a resistência *sempre* está na parte positiva do eixo dos reais, a reatância indutiva sempre está na parte positiva do eixo dos imaginários, e a capacitância sempre está na parte negativa desse eixo. O resultado é um **diagrama de impedâncias** que pode representar os valores individuais e o valor total da impedância de qualquer circuito de corrente alternada.

Veremos nos próximos capítulos e seções que os circuitos têm diferentes tipos de elementos que apresentam uma impedância total cujo ângulo está entre  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ . Se a impedância total tiver um ângulo de  $0^\circ$ , o circuito é resistivo por natureza. Se ela estiver mais próxima de  $90^\circ$ , o circuito é indutivo por natureza. Se estiver mais próxima de  $-90^\circ$ , o circuito é capacitivo por natureza.



**Figura 15.19** Diagrama de impedâncias.

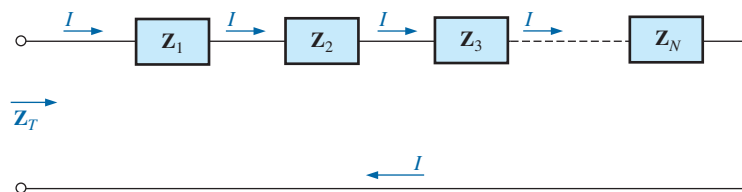
É claro que, no caso de um circuito com um único elemento, o ângulo associado à impedância é o mesmo que aquele associado ao elemento resistivo ou reativo, conforme revelam as equações 15.1 a 15.3. É importante saber que a impedância, assim como a resistência e a reatância, não é uma grandeza fasorial que representa uma função do tempo com um deslocamento de fase particular, mas uma ‘ferramenta’ que é extremamente útil na determinação do módulo e do ângulo de fase de grandezas associadas com circuitos alternados senoidais.

Uma vez determinada a impedância total de um circuito, seu módulo pode ser usado para determinar a intensidade da corrente (com o auxílio da lei de Ohm), enquanto o seu ângulo indicará se o circuito é especialmente indutivo, capacitivo ou simplesmente resistivo.

*Para qualquer configuração (série, paralelo, série-paralelo etc.), o ângulo associado à impedância total é igual ao ângulo de fase da tensão aplicada em relação ao ângulo da corrente da fonte. Para circuitos indutivos,  $\theta_r$  é positivo, enquanto para circuitos capacitivos ele é negativo.*

### 15.3 CONFIGURAÇÃO EM SÉRIE

As propriedades gerais dos circuitos CA em série (veja a Figura 15.20) são as mesmas que as dos circui-



**Figura 15.20** Impedâncias em série.

tos CC. Por exemplo, a impedância de um sistema é a soma das impedâncias individuais:

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \dots + \mathbf{Z}_N \quad (15.4)$$

**EXEMPLO 15.7**

Construa o diagrama de impedâncias para o circuito visto na Figura 15.21 e determine a impedância total.

Solução:

Conforme indicado na Figura 15.22, a impedância de entrada pode ser obtida graficamente a partir do diagrama de impedância, escolhendo uma escala apropriada para os eixos real e imaginário e medindo o comprimento do vetor resultante  $Z_T$  e do ângulo  $\theta_T$ . Ou, por meio de álgebra vetorial, obtemos

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_T &= \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 \\ &= R \angle 0^\circ + X_L \angle 90^\circ \\ &= R + jX_L = 4 \Omega + j8 \Omega \\ \mathbf{Z}_T &= 8,94 \Omega \angle 63,43^\circ \end{aligned}$$

**EXEMPLO 15.8**

Calcule a impedância de entrada do circuito em série visto na Figura 15.23. Desenhe o diagrama de impedância.

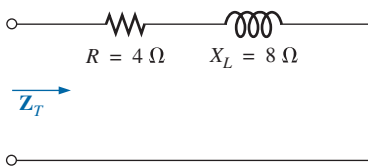


Figura 15.21 Exemplo 15.7.

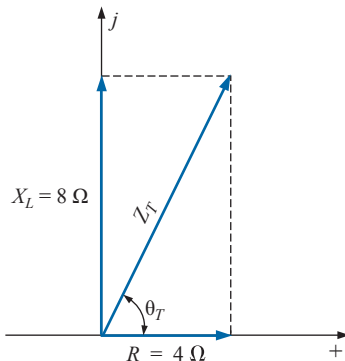


Figura 15.22 Diagrama de impedâncias para o Exemplo 15.7.

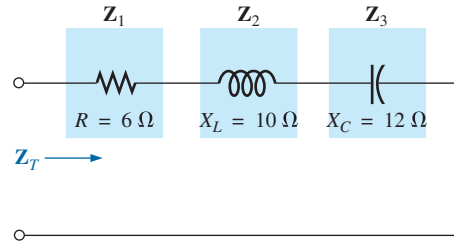


Figura 15.23 Exemplo 15.8.

Solução:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_T &= \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 \\ &= R \angle 0^\circ + X_L \angle 90^\circ + X_C \angle -90^\circ \\ &= R + jX_L - jX_C \\ &= R + j(X_L - X_C) = 6 \Omega + j(10 \Omega - 12 \Omega) = 6 \Omega - j2 \Omega \\ \mathbf{Z}_T &= 6,32 \Omega \angle -18,43^\circ \end{aligned}$$

O diagrama de impedâncias aparece na Figura 15.24. Observe que nesse exemplo existem uma reatância indutiva e uma reatância capacitiva em oposição direta. Se no circuito da Figura 15.23 as reatâncias indutiva e capacitiva fossem iguais, a impedância de entrada seria puramente resistiva. Existem outras informações relativas a essa condição particular que serão tratadas em um capítulo posterior.

No caso da **configuração CA em série**, vista na Figura 15.25, que tem duas impedâncias, a corrente é a mesma em todos os elementos (como acontece com os circuitos de corrente contínua em série), sendo determinada pela lei de Ohm:

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$$

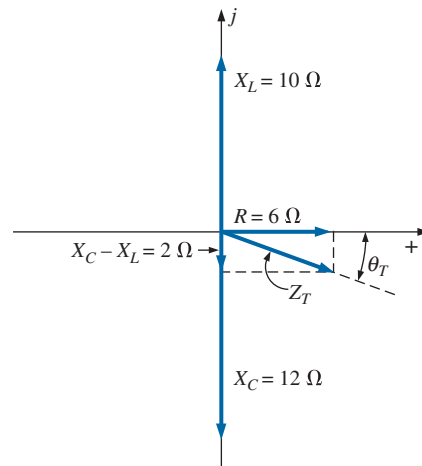


Figura 15.24 Diagrama de impedâncias para o Exemplo 15.8.

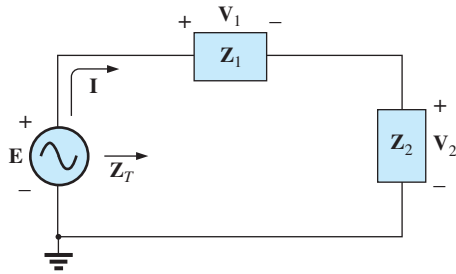


Figura 15.25 Circuito CA em série.

e

$$I = \frac{E}{Z_T} \quad (15.5)$$

A tensão em cada elemento pode, então, ser determinada aplicando novamente a lei de Ohm:

$$V_1 = IZ_1 \quad (15.6a)$$

$$V_2 = IZ_2 \quad (15.6b)$$

A lei de Kirchhoff para tensões pode, então, ser aplicada da mesma maneira que para circuitos CC. Entretanto, tenha em mente que agora estamos lidando com grandezas que possuem um módulo e uma fase. Assim, temos:

$$E - V_1 - V_2 = 0$$

ou

$$E = V_1 + V_2 \quad (15.7)$$

A potência fornecida ao circuito pode ser obtida por:

$$P = EI \cos \theta_T \quad (15.8)$$

onde  $\theta_T$  é a diferença de fase entre  $E$  e  $I$ .

Agora que fomos introduzidos a uma abordagem geral, a mais simples das configurações em série será analisada em detalhes para enfatizar as semelhanças com a análise de circuitos CC. Em muitos dos circuitos a serem considerados, usaremos com frequência os números complexos  $3 + j4 = 5 \angle 53,13^\circ$  e  $4 + j3 = 5 \angle 36,87^\circ$  para assegurar que a análise seja a mais clara possível e o estudante não se perca em complexidades numéricas. É claro que os problemas no final do capítulo farão com que o estudante adquira farta experiência com quaisquer valores.

**R-L**

Observe a Figura 15.26.

**Notação fasorial**

$$e = 141,4 \text{ sen } \omega t \Rightarrow E = 100 \text{ V } \angle 0^\circ$$

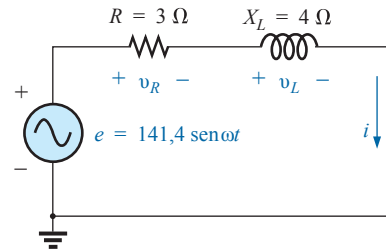


Figura 15.26 Circuito R-L em série.

Observe a Figura 15.27.

$Z_T$

$$Z_T = Z_1 + Z_2 = 3 \Omega \angle 0^\circ + 4 \Omega \angle 90^\circ = 3 \Omega + j 4 \Omega$$

e

$$Z_T = 5 \Omega \angle 53,13^\circ$$

Diagrama de impedâncias: Veja a Figura 15.28.

$I$

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{100 \text{ V } \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle 53,13^\circ} = 20 \text{ A } \angle -53,13^\circ$$

$V_R$  e  $V_L$

Lei de Ohm:

$$V_R = IZ_R = (20 \text{ A } \angle -53,13^\circ)(3 \Omega \angle 0^\circ) = 60 \text{ V } \angle -53,13^\circ$$

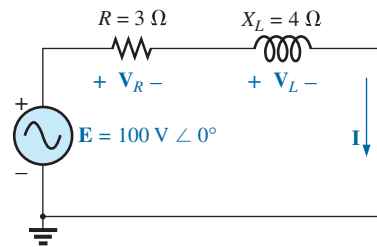


Figura 15.27 Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.26.

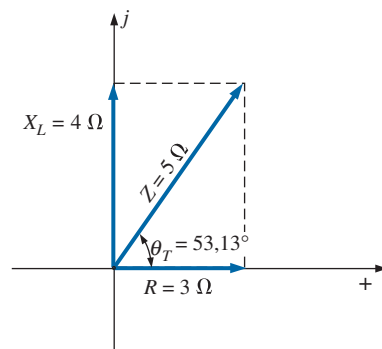


Figura 15.28 Diagrama de impedâncias para o circuito R-L em série da Figura 15.26.



$$\begin{aligned} \mathbf{V}_L &= \mathbf{I}Z_L = (20 \text{ A} \angle -53,13^\circ) (4 \Omega \angle 90^\circ) \\ &= 80 \text{ V} \angle 36,87^\circ \end{aligned}$$

Lei de Kirchhoff para tensões:

$$\Sigma_C \mathbf{V} = \mathbf{E} - \mathbf{V}_R - \mathbf{V}_L = 0$$

ou 
$$\mathbf{E} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L$$

Na forma retangular,

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_R &= 60 \text{ V} \angle -53,13^\circ = 36 \text{ V} - j 48 \text{ V} \\ \mathbf{V}_L &= 80 \text{ V} \angle +36,87^\circ = 64 \text{ V} + j 48 \text{ V} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L = (36 \text{ V} - j 48 \text{ V}) + (64 \text{ V} + j 48 \text{ V}) \\ &= 100 \text{ V} + j 0 = 100 \text{ V} \angle 0^\circ \end{aligned}$$

como seria de se esperar.

**Diagrama de fasores:** Note que no diagrama de fasores apresentado na Figura 15.29,  $\mathbf{I}$  está em fase com a tensão no resistor e atrasada  $90^\circ$  em relação à tensão no indutor.

**Potência:** A potência total em watts fornecida ao circuito é:

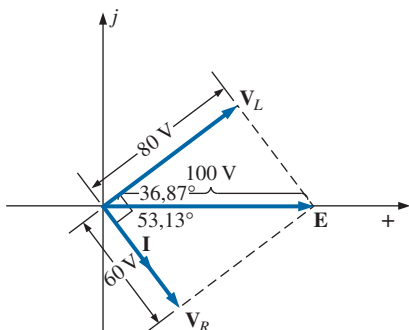
$$\begin{aligned} P_T &= EI \cos \theta_T \\ &= (100 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 53,13^\circ = (2.000 \text{ W})(0,6) \\ &= 1.200 \text{ W} \end{aligned}$$

onde  $E$  e  $I$  são valores efetivos e  $\theta_T$  é a diferença de fase entre  $E$  e  $I$ , ou:

$$\begin{aligned} P_T &= I^2 R \\ &= (20 \text{ A})^2 (3 \Omega) = (400) (3) \\ &= 1.200 \text{ W} \end{aligned}$$

onde  $I$  é o valor efetivo, ou, finalmente,

$$P_T = P_R + P_L = V_R I \cos \theta_R + V_L I \cos \theta_L$$



**Figura 15.29** Diagrama de fasores para o circuito R-L em série da Figura 15.26.

$$\begin{aligned} &= (60 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 0^\circ + (80 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 90^\circ \\ &= 1.200 \text{ W} + 0 \\ &= 1.200 \text{ W} \end{aligned}$$

onde  $\theta_R$  é a diferença de fase entre  $\mathbf{V}_R$  e  $\mathbf{I}$ , e  $\theta_L$  é a diferença de fase entre  $\mathbf{V}_L$  e  $\mathbf{I}$ .

**Fator de potência:** O fator de potência  $F_p$  do circuito é  $\cos 53,13^\circ = 0,6$  *atrasado*, onde  $53,13^\circ$  é a diferença de fase entre  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{I}$ .

Se escrevermos a equação básica para a potência  $P = EI \cos \theta$  como

$$\cos \theta = \frac{P}{EI}$$

onde  $E$  e  $I$  são os valores de entrada e  $P$  é a potência fornecida ao circuito, e efetuarmos as substituições abaixo para um circuito CA em série

$$\cos \theta = \frac{P}{EI} = \frac{I^2 R}{EI} = \frac{IR}{E} = \frac{R}{E/I} = \frac{R}{Z_T}$$

encontramos:

$$F_p = \cos \theta_T = \frac{R}{Z_T} \quad (15.9)$$

A Figura 15.28 também indica que  $\theta$  é o ângulo associado à impedância  $\theta_T$ , conforme aparece na Equação 15.9, o que mostra mais uma vez que, nos circuitos de corrente alternada em série, a fase da impedância ( $\theta_T$ ) é igual à diferença de fase entre a tensão e a corrente de entrada. Para determinar o fator de potência, é necessário apenas calcular a razão entre a resistência total e o módulo da impedância de entrada. No caso em questão,

$$F_p = \cos \theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{3 \Omega}{5 \Omega} = 0,6 \text{ atrasado}$$

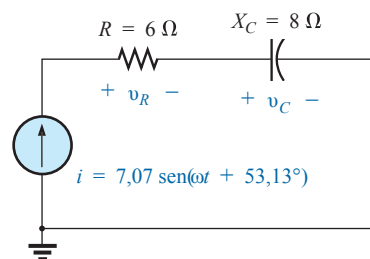
como tínhamos calculado anteriormente.

### R-C

Observe a Figura 15.30.

#### Notação fasorial

$$i = 7,07 \text{ sen}(\omega t + 53,13^\circ) \Rightarrow \mathbf{I} = 5 \text{ A} \angle 53,13^\circ$$



**Figura 15.30** Circuito de corrente alternada R-C em série.

Observe a Figura 15.31.

$$\mathbf{Z}_T$$

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 6 \Omega \angle 0^\circ + 8 \Omega \angle -90^\circ = 6 \Omega - j 8 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_T = 10 \Omega \angle -53,13^\circ$$

*Diagrama de impedâncias:* Conforme mostra a Figura 15.32.

$$\mathbf{E}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_T = (5 \text{ A} \angle 53,13^\circ)(10 \Omega \angle -53,13^\circ)$$

$$= 50 \text{ V} \angle 0^\circ$$

$V_R$  e  $V_C$

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{I}\mathbf{Z}_R = (I \angle \theta)(R \angle 0^\circ)$$

$$= (5 \text{ A} \angle 53,13^\circ)(6 \Omega \angle 0^\circ)$$

$$= 30 \text{ V} \angle 53,13^\circ$$

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{I}\mathbf{Z}_C = (I \angle \theta)(X_C \angle -90^\circ)$$

$$= (5 \text{ A} \angle 53,13^\circ)(8 \Omega \angle -90^\circ)$$

$$= 40 \text{ V} \angle -36,87^\circ$$

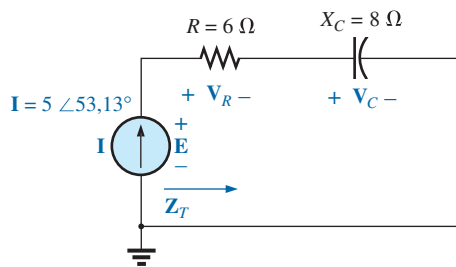
*Lei de Kirchhoff para tensões:*

$$\Sigma_C \mathbf{V} = \mathbf{E} - \mathbf{V}_R - \mathbf{V}_C = 0$$

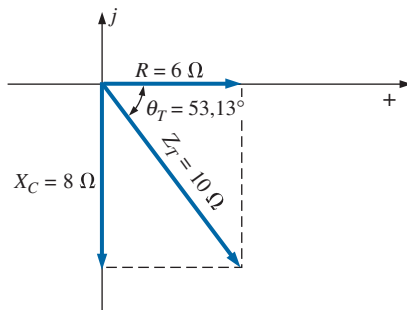
$$\mathbf{E} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_C$$

ou

uma expressão que pode ser verificada por meio da álgebra vetorial, conforme demonstrado no caso do circuito  $R$ - $L$ .



**Figura 15.31** Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.30.



**Figura 15.32** Diagrama de impedâncias para o circuito  $R$ - $C$  em série da Figura 15.30.

*Diagrama de fasores:* Observe, no diagrama de fasores mostrado na Figura 15.33, que a corrente  $\mathbf{I}$  está em fase com a tensão no resistor e adiantada  $90^\circ$  em relação à tensão no capacitor.

*Domínio do tempo:* Nesse domínio,

$$e = \sqrt{2}(50) \text{ sen } \omega t = 70,70 \text{ sen } \omega t$$

$$v_R = \sqrt{2}(30) \text{ sen } (\omega t + 53,13^\circ) = 42,42 \text{ sen } (\omega t + 53,13^\circ)$$

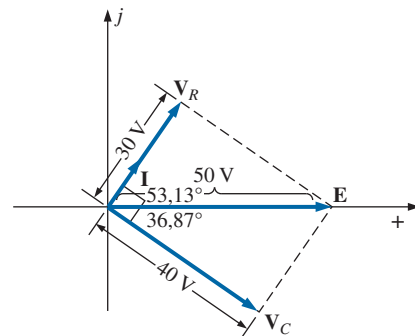
$$v_C = \sqrt{2}(40) \text{ sen } (\omega t + 36,87^\circ) = 56,56 \text{ sen } (\omega t + 36,87^\circ)$$

As curvas para todas as tensões e para a corrente nesse circuito são vistas na Figura 15.34. Observe novamente que  $i$  e  $v_R$  estão em fase, e que  $v_C$  está atrasada  $90^\circ$  em relação a  $i$ .

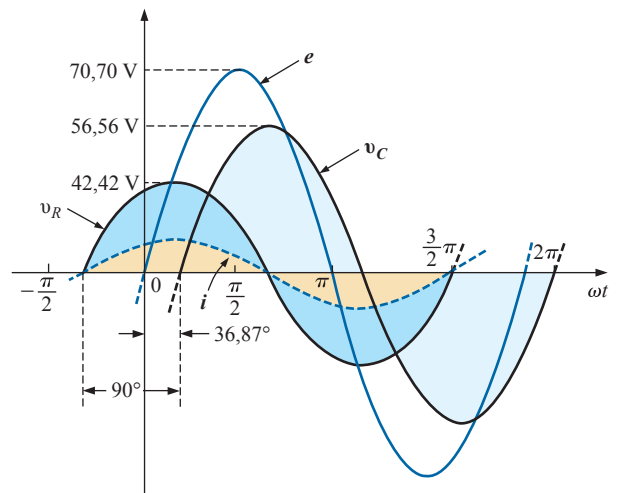
*Potência:* A potência total em watts fornecida ao circuito é

$$P_T = EI \cos \theta_T = (50 \text{ V})(5 \text{ A}) \cos 53,13^\circ$$

$$= (250)(0,6) = 150 \text{ W}$$



**Figura 15.33** Diagrama de fasores para o circuito  $R$ - $C$  em série da Figura 15.30.



**Figura 15.34** Formas de onda para o circuito  $R$ - $C$  em série da Figura 15.30.

ou 
$$P_T = I^2 R = (5 \text{ A})^2 (6 \Omega) = (25) (6) = 150 \text{ W}$$

ou, finalmente:

$$\begin{aligned} P_T &= P_R + P_C = V_R I \cos \theta_R + V_C I \cos \theta_C \\ &= (30 \text{ V}) (5 \text{ A}) \cos 0^\circ + (40 \text{ V}) (5 \text{ A}) \cos 90^\circ \\ &= 150 \text{ W} + 0 \\ &= 150 \text{ W} \end{aligned}$$

*Fator de potência:* O fator de potência desse circuito é:

$$F_p = \cos \theta = \cos 53,13^\circ = 0,6 \text{ adiantado}$$

Usando a Equação 15.9, obtemos:

$$F_p = \cos \theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{6 \Omega}{10 \Omega}$$

conforme determinado anteriormente.

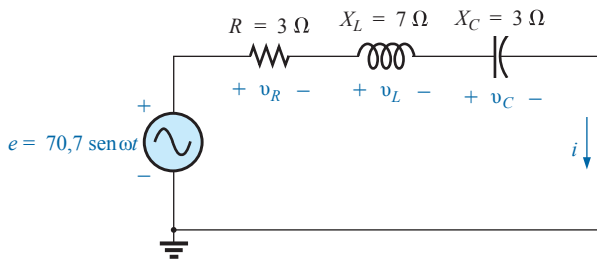
### R-L-C

Observe a Figura 15.35.

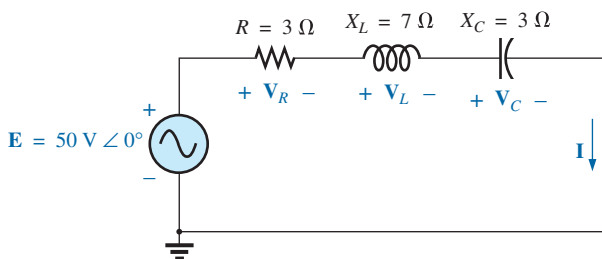
**Notação fasorial.** Conforme ilustra a Figura 15.36.

$Z_T$

$$\begin{aligned} Z_T &= Z_1 + Z_2 + Z_3 = R \angle 0^\circ + X_L \angle 90^\circ + X_C \angle -90^\circ \\ &= 3 \Omega + j 7 \Omega - j 3 \Omega = 3 \Omega + j 4 \Omega \end{aligned}$$



**Figura 15.35** Circuito de corrente alternada R-L-C em série.



**Figura 15.36** Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.35.

e 
$$Z_T = 5 \Omega \angle 53,13^\circ$$

*Diagrama de impedâncias:* Veja a Figura 15.37.

**I**

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{50 \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle 53,13^\circ} = 10 \text{ A} \angle -53,13^\circ$$

$V_R, V_L$  e  $V_C$

$$\begin{aligned} V_R &= I Z_R = (I \angle \theta) (R \angle 0^\circ) \\ &= (10 \text{ A} \angle -53,13^\circ) (3 \Omega \angle 0^\circ) \\ &= 30 \text{ V} \angle -53,13^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_L &= I Z_L = (I \angle \theta) (X_L \angle 90^\circ) \\ &= (10 \text{ A} \angle -53,13^\circ) (7 \Omega \angle 90^\circ) \\ &= 70 \text{ V} \angle 36,87^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_C &= I Z_C = (I \angle \theta) (X_C \angle -90^\circ) \\ &= (10 \text{ A} \angle -53,13^\circ) (3 \Omega \angle -90^\circ) \\ &= 30 \text{ V} \angle -143,13^\circ \end{aligned}$$

*Lei de Kirchhoff para tensões:*

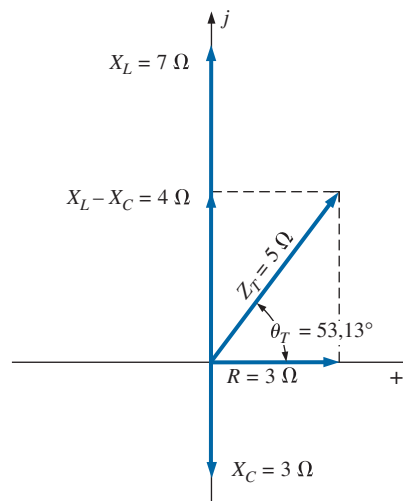
$$\Sigma_C V = E - V_R - V_L - V_C = 0$$

ou

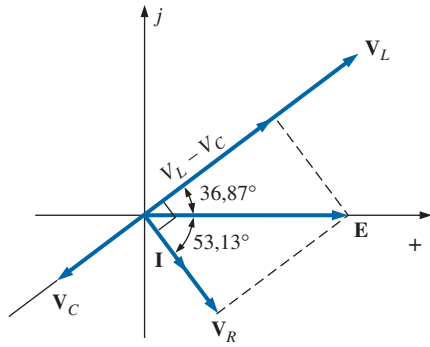
$$E = V_R + V_L + V_C$$

um resultado que também pode ser obtido usando a álgebra vetorial.

*Diagrama de fasores:* O diagrama de fasores, visto na Figura 15.38, indica que a corrente **I** está em fase com a tensão no resistor, atrasada 90° em relação



**Figura 15.37** Diagrama de impedância para o circuito R-L-C em série da Figura 15.35.



**Figura 15.38** Diagrama de fasores para o circuito R-L-C em série da Figura 15.35.

à tensão no indutor e adiantada 90° em relação à tensão no capacitor.

*Domínio do tempo:*

$$\begin{aligned}
 i &= \sqrt{2}(10) \sin(\omega t - 53,13^\circ) = 14,14 \sin(\omega t - 53,13^\circ) \\
 v_R &= \sqrt{2}(30) \sin(\omega t - 53,13^\circ) = 42,42 \sin(\omega t - 53,13^\circ) \\
 v_L &= \sqrt{2}(70) \sin(\omega t - 36,87^\circ) = 98,98 \sin(\omega t - 36,87^\circ) \\
 v_C &= \sqrt{2}(30) \sin(\omega t - 143,13^\circ) \\
 &= 42,42 \sin(\omega t - 143,13^\circ)
 \end{aligned}$$

Um gráfico contendo todas as tensões e correntes desse circuito aparece na Figura 15.39.

*Potência:* A potência total em watts fornecida ao circuito é:

$$\begin{aligned}
 P_T &= EI \cos \theta_T = (50 \text{ V})(10 \text{ A}) \cos 53,13^\circ \\
 &= (500)(0,6) = \mathbf{300 \text{ W}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ou } P_T &= I^2 R = (10 \text{ A})^2 (3 \Omega) = (100)(3) = \mathbf{300 \text{ W}} \\
 \text{ou } P_T &= P_R + P_L + P_C \\
 &= V_R I \cos \theta_R + V_L I \cos \theta_L + V_C I \cos \theta_C \\
 &= (30 \text{ V})(10 \text{ A}) \cos 0^\circ + (70 \text{ V})(10 \text{ A}) \cos 90^\circ + \\
 &\quad (30 \text{ V})(10 \text{ A}) \cos 90^\circ \\
 &= (30 \text{ V})(10 \text{ A}) + 0 + 0 = \mathbf{300 \text{ W}}
 \end{aligned}$$

*Fator de potência:* O fator de potência desse circuito é

$$F_p = \cos \theta_T = \cos 53,13^\circ = \mathbf{0,6 \text{ atrasado}}$$

Usando a Equação 15.9, obtemos:

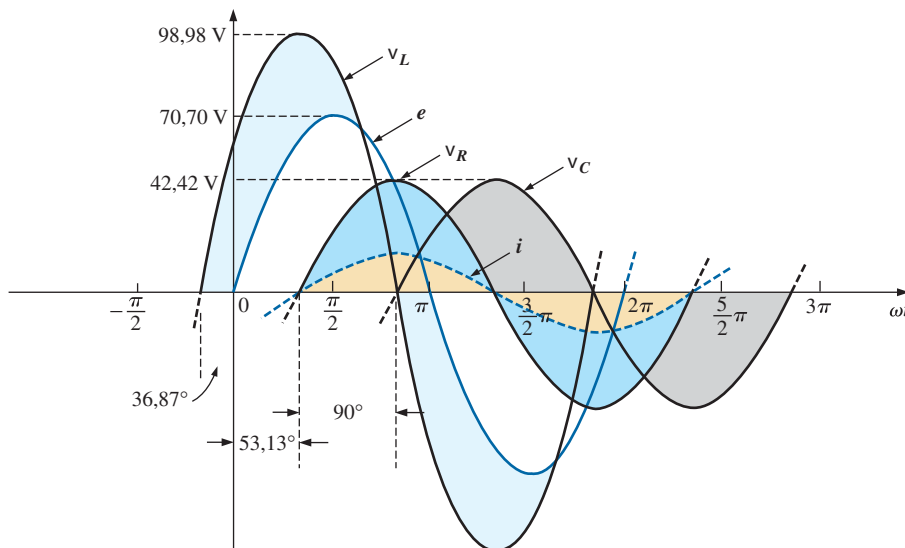
$$F_p = \cos \theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{3 \Omega}{5 \Omega} = 0,6 \text{ atrasado}$$

### 15.4 REGRA DOS DIVISORES DE TENSÃO

O formato básico da **regra dos divisores de tensão** para circuitos de corrente alternada tem exatamente o mesmo formato daquela que é usada nos circuitos de corrente contínua:

$$V_x = \frac{Z_x E}{Z_T} \tag{15.10}$$

onde  $V_x$  é a tensão em um ou mais elementos em série com uma impedância total  $Z_x$ ,  $E$  é a tensão total aplicada ao circuito em série e  $Z_T$  é a impedância total do circuito em série.



**Figura 15.39** Formas de onda para o circuito R-L-C em série da Figura 15.35.

**EXEMPLO 15.9**

Usando a regra dos divisores de tensão, calcule a tensão em cada elemento do circuito visto na Figura 15.40.

Solução:

$$V_C = \frac{Z_C E}{Z_C + Z_R} = \frac{(4 \Omega \angle -90^\circ)(100 \text{ V} \angle 0^\circ)}{4 \Omega \angle -90^\circ + 3 \Omega \angle 0^\circ} = \frac{400 \angle -90^\circ}{3 - j4}$$

$$= \frac{400 \angle -90^\circ}{5 \angle -53,13^\circ} = 80 \text{ V} \angle -36,84^\circ$$

$$V_R = \frac{Z_R E}{Z_C + Z_R} = \frac{(3 \Omega \angle 0^\circ)(100 \text{ V} \angle 0^\circ)}{5 \Omega \angle -53,13^\circ} = \frac{300 \angle 0^\circ}{5 \angle -53,13^\circ}$$

$$= 60 \text{ V} \angle +53,13^\circ$$

**EXEMPLO 15.10**

Usando a regra dos divisores de tensão, calcule as tensões desconhecidas  $V_R$ ,  $V_L$ ,  $V_C$  e  $V_1$  no circuito mostrado na Figura 15.41.

Solução:

$$V_R = \frac{Z_R E}{Z_R + Z_L + Z_C} = \frac{(6 \Omega \angle 0^\circ)(50 \text{ V} \angle 30^\circ)}{6 \Omega \angle 0^\circ + 9 \Omega \angle 90^\circ + 17 \Omega \angle -90^\circ}$$

$$= \frac{300 \angle 30^\circ}{6 + j9 - j17} = \frac{300 \angle 30^\circ}{6 - j8} = \frac{300 \angle 30^\circ}{10 \angle -53,13^\circ}$$

$$= 30 \text{ V} \angle 83,13^\circ$$

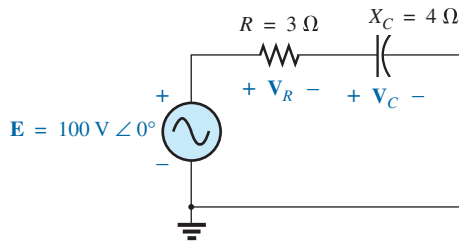


Figura 15.40 Exemplo 15.9.

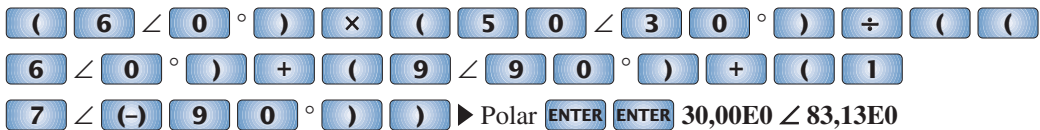


Figura 15.42 Uso da calculadora TI-89 para determinar  $V_R$  no Exemplo 15.10.

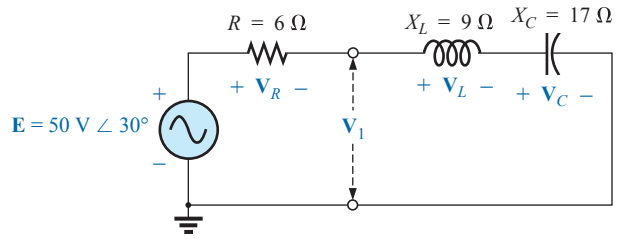


Figura 15.41 Exemplo 15.10.

**Calculadora.** O cálculo anterior proporciona uma excelente oportunidade para demonstrar as possibilidades das calculadoras atuais. Utilizando a notação da calculadora TI-89, a sequência de etapas para calcular  $V_R$  pode ser vista na Figura 15.42.

$$V_L = \frac{Z_L E}{Z_T} = \frac{(9 \Omega \angle 90^\circ)(50 \text{ V} \angle 30^\circ)}{10 \Omega \angle -53,13^\circ} = \frac{450 \text{ V} \angle 120^\circ}{10 \angle -53,13^\circ}$$

$$= 45 \text{ V} \angle 173,13^\circ$$

$$V_C = \frac{Z_C E}{Z_T} = \frac{(17 \Omega \angle -90^\circ)(50 \text{ V} \angle 30^\circ)}{10 \Omega \angle -53,13^\circ} = \frac{850 \text{ V} \angle -60^\circ}{10 \angle -53^\circ}$$

$$= 85 \text{ V} \angle -6,87^\circ$$

$$V_1 = \frac{(Z_L + Z_C) E}{Z_T} = \frac{(9 \Omega \angle 90^\circ + 17 \Omega \angle -90^\circ)(50 \text{ V} \angle 30^\circ)}{10 \Omega \angle -53,13^\circ}$$

$$= \frac{(8 \angle -90^\circ)(50 \angle 30^\circ)}{10 \angle -53,13^\circ} = \frac{400 \angle -60^\circ}{10 \angle -53,13^\circ}$$

$$= 85 \text{ V} \angle -6,87^\circ$$

**EXEMPLO 15.11**

No caso do circuito visto na Figura 15.43:  
a) Calcule  $I$ ,  $V_R$ ,  $V_L$  e  $V_C$  em forma fasorial.

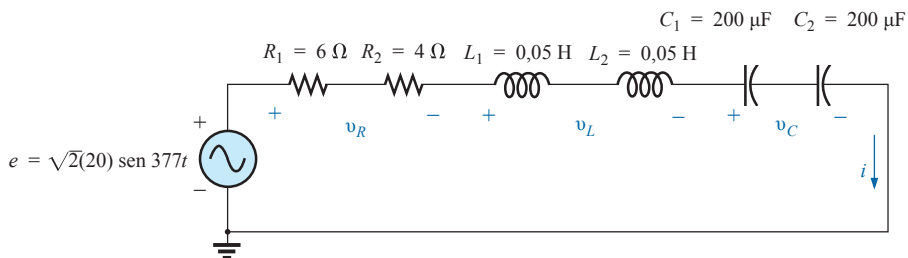


Figura 15.43 Exemplo 15.11.

- b) Obtenha o fator do potencial total.
- c) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
- d) Construa o diagrama de fasores.
- e) Determine a soma fasorial de  $V_R$ ,  $V_L$  e  $V_C$  e mostre que ela é igual à tensão de entrada  $E$ .
- f) Calcule  $V_R$  e  $V_C$  usando a regra dos divisores de tensão.

Soluções:

- a) Combinando os elementos comuns e calculando as reatâncias do indutor e do capacitor, obtemos:

$$R_T = 6 \Omega + 4 \Omega = 10 \Omega$$

$$L_T = 0,05 \text{ H} + 0,05 \text{ H} = 0,1 \text{ H}$$

$$C_T = \frac{200 \mu\text{F}}{2} = 100 \mu\text{F}$$

$$X_L = \omega L = (377 \text{ rad/s})(0,1 \text{ H}) = 37,70 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(377 \text{ rad/s})(100 \times 10^{-6} \text{ F})} = \frac{10^6 \Omega}{37.700} = 26,53 \Omega$$

Redesenhando o circuito e usando a notação fasorial, obtemos o circuito visto na Figura 15.44.

Para o circuito da Figura 15.44,

$$Z_T = R \angle 0^\circ + X_L \angle 90^\circ + X_C \angle -90^\circ$$

$$= 10 \Omega + j 37,70 \Omega - j 26,53 \Omega$$

$$= 10 \Omega + j 11,17 \Omega = 15 \Omega \angle 48,16^\circ$$

A corrente  $I$  é

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{20 \text{ V} \angle 0^\circ}{15 \Omega \angle 48,16^\circ} = 1,33 \text{ A} \angle -48,16^\circ$$

As tensões no resistor, no indutor e no capacitor podem ser calculadas usando a lei de Ohm:

$$V_R = I Z_L = (I \angle \theta) (R \angle 0^\circ)$$

$$= (1,33 \text{ A} \angle -48,16^\circ) (10 \Omega \angle 0^\circ)$$

$$= 13,30 \text{ V} \angle -48,16^\circ$$

$$V_L = I Z_L = (I \angle \theta) (X_L \angle 90^\circ)$$

$$= (1,33 \text{ A} \angle -48,16^\circ) (37,70 \Omega \angle 90^\circ)$$

$$= 50,14 \text{ V} \angle 41,84^\circ$$

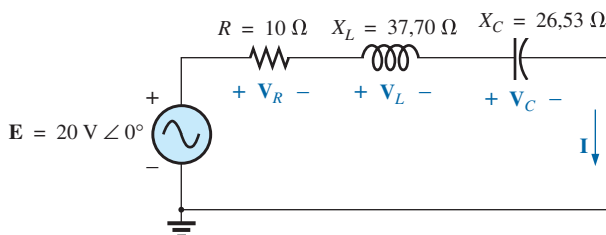


Figura 15.44 Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.43.

$$V_C = I Z_C = (I \angle \theta) (X_C \angle -90^\circ)$$

$$= (1,33 \text{ A} \angle -48,16^\circ) (26,53 \Omega \angle -90^\circ)$$

$$= 35,28 \text{ V} \angle -138,16^\circ$$

- b) O fator de potência total, que é determinado pelo ângulo entre a tensão aplicada  $E$  e a corrente resultante  $I$ , é  $48,16^\circ$ :

$$F_p = \cos \theta = \cos 48,16^\circ = 0,667 \text{ atrasado}$$

ou  $F_p = \cos \theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{10 \Omega}{15 \Omega} = 0,667 \text{ atrasado}$

- c) A potência total em watts fornecida ao circuito é

$$P_T = EI \cos \theta = (20 \text{ V})(1,33 \text{ A})(0,667) = 17,74 \text{ W}$$

- d) O diagrama de fasores aparece na Figura 15.45.
- e) A soma fasorial de  $V_R$ ,  $V_L$  e  $V_C$  é:

$$E = V_R + V_L + V_C$$

$$= 13,30 \text{ V} \angle 48,16^\circ + 50,14 \text{ V} \angle 41,84^\circ + 35,28 \text{ V} \angle -138,16^\circ$$

$$E = 13,30 \text{ V} \angle 48,16^\circ + 14,86 \text{ V} \angle 41,84^\circ$$

Portanto,

$$E = \sqrt{(13,30 \text{ V})^2 + (14,86 \text{ V})^2} = 20 \text{ V}$$

e  $\theta_E = 0^\circ$  (do diagrama de fasores)

e  $E = 20 \angle 0^\circ$

$$f) V_R = \frac{Z_R E}{Z_T} = \frac{(10 \Omega \angle 0^\circ)(20 \text{ V} \angle 0^\circ)}{15 \Omega \angle 48,16^\circ} = \frac{200 \text{ V} \angle 0^\circ}{15 \angle 48,16^\circ}$$

$$= 13,3 \text{ V} \angle -48,16^\circ$$

$$V_C = \frac{Z_C E}{Z_T} = \frac{(26,5 \Omega \angle -90^\circ)(20 \text{ V} \angle 0^\circ)}{15 \Omega \angle 48,16^\circ}$$

$$= \frac{530,6 \text{ V} - 90^\circ}{15 \angle 48,16^\circ} = 35,37 \text{ V} \angle -138,16^\circ$$

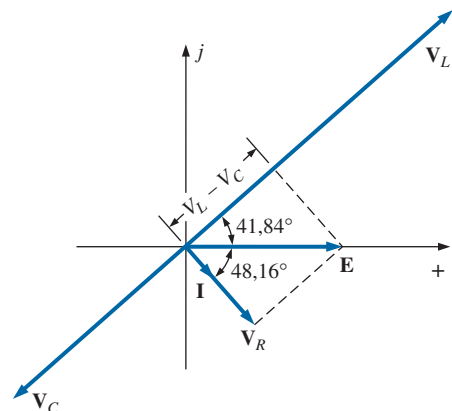


Figura 15.45 Aplicação de fasores para o circuito visto na Figura 15.43.

## 15.5 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA EM SÉRIE

Até aqui, a análise foi limitada a uma frequência específica, resultando em um valor fixo para a reatância de um indutor ou de um capacitor. Examinaremos agora os efeitos da mudança de frequência sobre a resposta de um circuito em série. Consideramos elementos ideais em toda a discussão, de modo que a resposta de cada elemento aparecerá como na Figura 15.46. Cada resposta na Figura 15.46 foi discutida em detalhes no Capítulo 14.

Ao considerar os elementos em série, lembre-se de que a impedância total é a soma dos elementos individuais e que a reatância de um indutor está em oposição direta à de um capacitor. Para a Figura 15.46, primeiro tomamos ciência de que a resistência permanecerá fixa para toda a faixa de frequências: ela sempre estará lá, porém, mais importante do que isso, seu módulo não mudará. O indutor, por outro lado, oferecerá níveis crescentes de impedância à medida que a frequência aumentar, enquanto o capacitor oferecerá níveis de impedância menores.

Também sabemos, pelo Capítulo 14, que o indutor possui uma equivalência de curto-circuito a  $f = 0$  Hz ou em frequências muito baixas, enquanto o capacitor é quase um circuito aberto para a mesma faixa de frequências. Para frequências muito altas, o capacitor se aproxima da equivalência ao curto-circuito, enquanto o indutor se torna mais semelhante a um circuito aberto.

Em geral, portanto, se encontrarmos um circuito  $R$ - $L$ - $C$  em frequências muito baixas, podemos considerar que o capacitor, com sua impedância muito alta, será o

fator predominante. Se o circuito for apenas um circuito  $R$ - $L$  em série, a impedância poderá ser determinada principalmente pelo elemento resistivo, pois a reatância do indutor é muito pequena. À medida que a frequência aumenta, a reatância do indutor aumenta até o ponto em que ela supera totalmente a impedância do resistor. Para uma combinação  $R$ - $L$ - $C$ , quando a frequência aumenta, a reatância do capacitor começa a se aproximar de uma equivalência ao curto-circuito, e a impedância total será determinada principalmente pelo elemento indutivo. Em frequências muito altas, para um circuito  $R$ - $C$  em série, a impedância total por fim se aproxima à do resistor, pois a impedância do capacitor cai muito rapidamente.

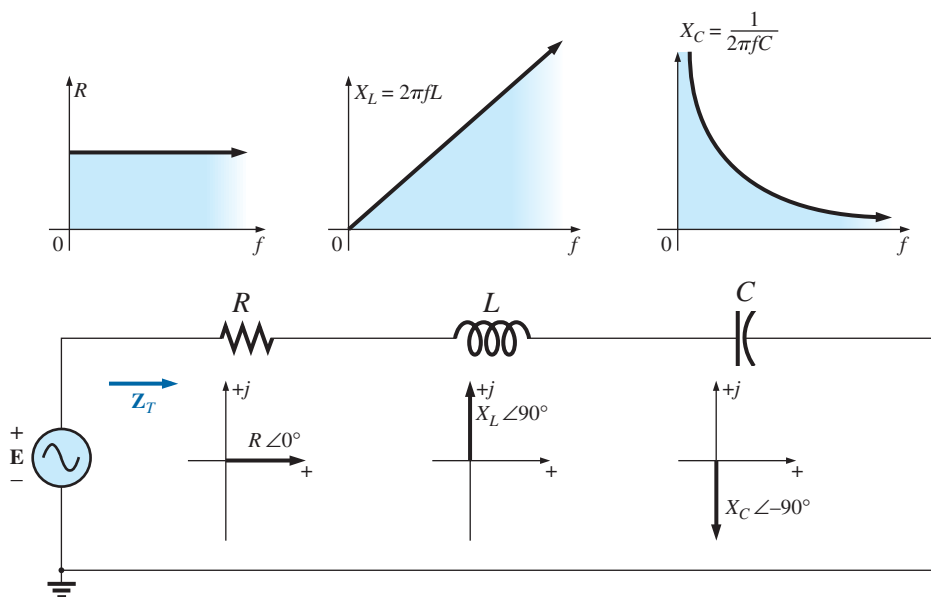
Em geral, portanto,

*ao encontrar um circuito CA em série de qualquer combinação de elementos, sempre use a resposta idealizada de cada elemento para ter ideia de como o circuito responderá com as mudanças de frequência.*

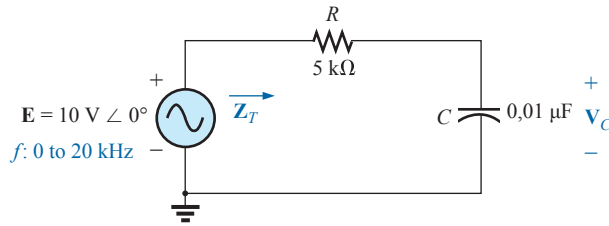
Quando você tiver uma ideia lógica e geral de qual será a resposta, poderá se concentrar no desenvolvimento dos detalhes.

### Circuito CA $R$ - $C$ em série

Como exemplo do estabelecimento da resposta em frequência de um circuito, considere o circuito  $R$ - $C$  em série que aparece na Figura 15.47. Como vemos ao lado da fonte, a faixa de frequência de interesse está entre 0 e 20 kHz. Muitos detalhes são fornecidos para essa combinação específica, de modo que a obtenção da resposta de uma combinação  $R$ - $L$  ou  $R$ - $L$ - $C$  em série será muito simples.



**Figura 15.46** Revisão da resposta em frequência dos elementos básicos.



**Figura 15.47** Determinação da resposta em frequência de um circuito  $R$ - $C$  em série.

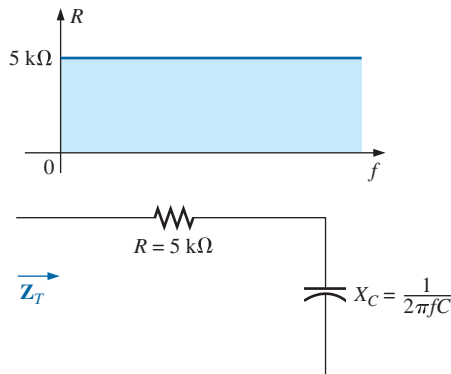
Como a resistência permanece fixa em  $5\text{ k}\Omega$  por toda a faixa de frequência e a impedância total é a soma das impedâncias, fica claro que a menor impedância possível é  $5\text{ k}\Omega$ . Porém, a impedância mais alta depende do elemento capacitivo, pois sua impedância em frequências muito baixas é extremamente alta. Em frequências muito baixas, podemos concluir, sem um único cálculo, que a impedância total é determinada principalmente pela impedância do capacitor. Nas frequências mais altas, podemos considerar que a reatância do capacitor caiu para níveis tão baixos que a impedância da combinação será próxima à da resistência.

A frequência em que a reatância do capacitor cai para o valor da reatância do resistor pode ser determinada definindo a reatância do capacitor como igual à do resistor, da seguinte forma:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_1 C} = R$$

Resolvendo para a frequência, obtemos:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC} \quad (15.11)$$



Esse ponto significativo aparece nos gráficos de frequência da Figura 15.48. Substituindo os valores, descobrimos que essa igualdade ocorre em:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi(5\text{ k}\Omega)(0,01\text{ }\mu\text{F})} \cong 3,18\text{ kHz}$$

Sabemos que, para as frequências maiores que  $f_1$ ,  $R > X_C$ , e que, para as frequências menores que  $f_1$ ,  $X_C > R$ , como mostra a Figura 15.48.

Agora, vejamos os detalhes. A impedância total é determinada pela seguinte equação:

$$Z_T = R - jX_C$$

$$Z_T = Z_T \angle \theta_T = \sqrt{R^2 + X_C^2} \angle -\text{tg}^{-1} \frac{X_C}{R} \quad (15.12)$$

O módulo e a fase da impedância total agora podem ser determinados para qualquer frequência de interesse substituindo  $X_C$  e  $R$  por seus valores na Equação 15.12. A presença do capacitor sugere que comecemos com uma frequência baixa (100 Hz) e aumentemos gradativamente o seu valor até atingirmos o limite superior da faixa de interesse (20 kHz).

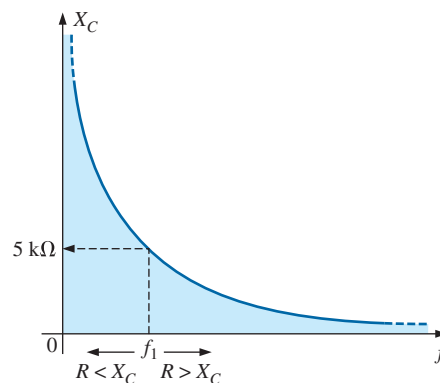
$$f = 100\text{ Hz}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(100\text{ Hz})(0,01\text{ }\mu\text{F})} = 159,16\text{ k}\Omega$$

$$Z_T = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(5\text{ k}\Omega)^2 + (159,16\text{ k}\Omega)^2} = 159,24\text{ k}\Omega$$

$$\text{com } \theta_T = -\text{tg}^{-1} \frac{X_C}{R} = -\text{tg}^{-1} \frac{159,15\text{ k}\Omega}{5\text{ k}\Omega} = -\text{tg}^{-1} 31,83 = -88,2^\circ$$

$$Z_T = 159,24\text{ k}\Omega \angle -88,2^\circ$$



**Figura 15.48** A resposta em frequência para os elementos individuais de um circuito  $R$ - $C$  em série.



que é bastante próximo de  $Z_C = 159,16 \text{ k}\Omega \angle -90^\circ$ , caso o circuito seja puramente capacitivo ( $R = 0\Omega$ ). A nossa suposição de que o circuito seja essencialmente capacitivo em baixas frequências está, portanto, confirmada.

$f = 1 \text{ kHz}$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(100 \text{ kHz})(0,01 \mu\text{F})} = 15,92 \text{ k}\Omega$$

e 
$$Z_T = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(5 \text{ k}\Omega)^2 + (15,92 \text{ k}\Omega)^2} = 16,69 \text{ k}\Omega$$

com 
$$\theta_T = -\text{tg}^{-1} \frac{X_C}{R} = -\text{tg}^{-1} \frac{15,92 \text{ k}\Omega}{5 \text{ k}\Omega} = -\text{tg}^{-1} 3,18 = -72,54^\circ$$

e 
$$\mathbf{ZT} = 16,69\text{k}\Omega \angle -72,54^\circ$$

Ocorreu uma diminuição considerável no módulo, e o ângulo de fase de impedância diminui quase  $17^\circ$  em relação ao caso puramente capacitivo.

Prosseguindo com a variação na frequência, obtemos:

$f = 5 \text{ kHz}: \mathbf{Z}_T = 5,93 \text{ k} \angle -32,48^\circ$

$f = 10 \text{ kHz}: \mathbf{Z}_T = 5,25 \text{ k} \angle -17,66^\circ$

$f = 15 \text{ kHz}: \mathbf{Z}_T = 5,11 \text{ k} \angle -11,98^\circ$

$f = 20 \text{ kHz}: \mathbf{Z}_T = 5,06 \text{ k} \angle -9,04^\circ$

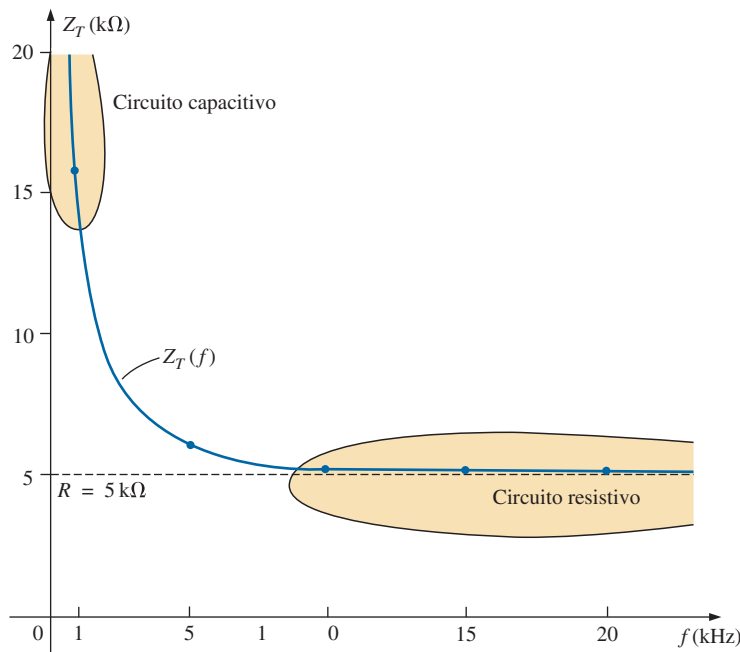


Figura 15.49 Módulo da impedância de entrada em função da frequência para o circuito da Figura 15.47.

Observe que o módulo de  $Z_T$  para  $f = 20 \text{ kHz}$  é quase igual ao valor da resistência,  $5 \text{ k}\Omega$ . Além disso, observe que a fase se aproxima daquela associada a um circuito puramente resistivo ( $0^\circ$ ).

O gráfico de  $Z_T$  em função da frequência que vemos na Figura 15.49 concorda plenamente com as nossas suposições baseadas nas curvas da Figura 15.48. Além disso, o gráfico  $\theta_T$  em função da frequência visto na Figura 15.50 sugere o fato de que a impedância total sofre uma transição de um comportamento capacitivo ( $\theta_T = -90^\circ$ ) para um comportamento resistivo ( $\theta_T = 0^\circ$ ).

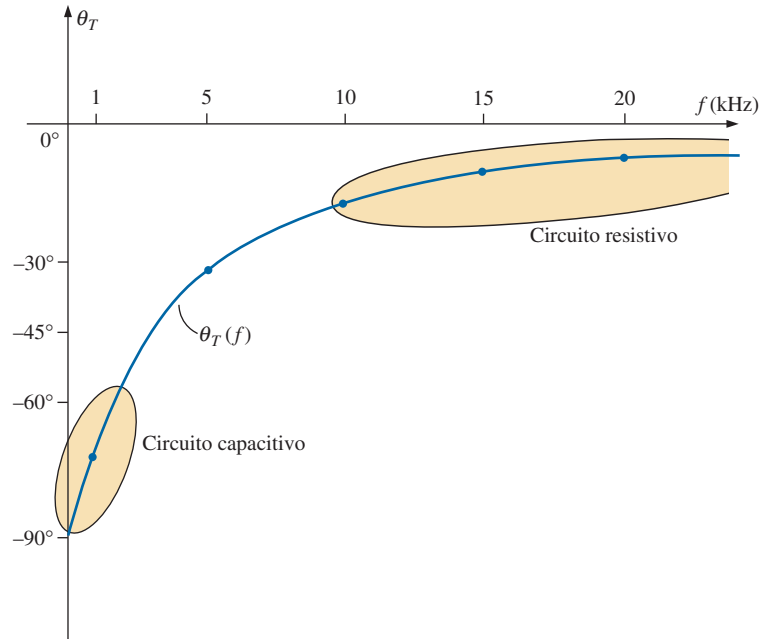
$$\begin{aligned} V_C &= \frac{\mathbf{Z}_C \mathbf{E}}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C} \\ &= \frac{(X_C \angle -90^\circ)(E \angle 0^\circ)}{R - jX_C} = \frac{X_C E \angle -90^\circ}{R - jX_C} \\ &= \frac{X_C E \angle -90^\circ}{\sqrt{R^2 + X_C^2} \angle -\text{tg}^{-1} X_C/R} \end{aligned}$$

ou 
$$\mathbf{V}_C = V_C \angle \theta_C = \frac{X_C E}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \angle -90^\circ + \text{tg}^{-1}(X_C/R)$$

Portanto, o módulo de  $V_C$  é determinado por:

$$V_C = \frac{X_C E}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \tag{15.13}$$

e o ângulo de fase  $\theta_C$  pelo qual  $V_C$  está adiantado em relação a  $\mathbf{E}$  é dado por:



**Figura 15.50** Ângulo de fase da impedância de entrada em função da frequência para o circuito da Figura 15.47.

$$\theta_c = -90^\circ + \operatorname{tg}^{-1} \frac{X_c}{R} = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{R}{X_c} \quad (15.14)$$

Para determinar a resposta em frequência, temos que calcular  $X_c$  para cada frequência de interesse e substituir seu valor nas equações 15.13 e 15.14.

Para começar nossa análise, é interessante considerar o caso  $f = 0$  Hz (regime de corrente contínua).

**$f = 0$  Hz**

$$X_c = \frac{1}{2\pi(0)C} = \frac{1}{0} \Rightarrow \text{Valor muito grande}$$

Substituindo o capacitor por um circuito aberto e tendo como base os cálculos anteriores, teremos o seguinte:

$$V_c = E = 10 \text{ V} \angle 0^\circ$$

Aplicando a Equação 15.13, obtemos:

$$X_c^2 \gg R^2$$

e 
$$\sqrt{R^2 + X_c^2} \cong \sqrt{X_c^2} = X_c$$

e 
$$V_c = \frac{X_c E}{\sqrt{R^2 + X_c^2}} = \frac{X_c E}{X_c} = E$$

com 
$$\theta_c = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{R}{X_c} = -\operatorname{tg}^{-1} 0 = 0^\circ$$

o que concorda com as conclusões anteriores.

**$f = 1$  kHz**

Aplicando a Equação 15.13, temos:

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{(2\pi)(1 \times 10^3 \text{ Hz})(0,01 \times 10^{-6} \text{ F})} \cong 15,92 \text{ k}\Omega$$

$$\sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{(5 \text{ k}\Omega)^2 + (15,92 \text{ k}\Omega)^2} \cong 16,69 \text{ k}\Omega$$

e 
$$V_c = \frac{X_c E}{\sqrt{R^2 + X_c^2}} = \frac{(15,92 \text{ k}\Omega)(10)}{16,69 \text{ k}\Omega} = 9,54 \text{ V}$$

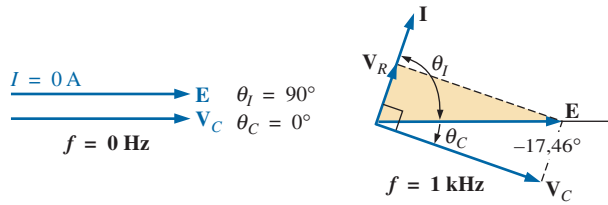
Aplicando a Equação 15.14, temos:

$$\theta_c = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{R}{X_c} = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{5 \text{ k}\Omega}{15,9 \text{ k}\Omega} = -\operatorname{tg}^{-1} 0,314 = -17,46^\circ$$

e  **$V_C = 9,83 \text{ V} \angle -17,46^\circ$**

Conforme esperado, a alta reatância do capacitor em baixas frequências faz com que a maior parte da tensão aplicada apareça no capacitor.

Construindo diagramas de fasores para  $f = 0$  Hz e  $f = 1$  kHz, como mostra a Figura 15.51, vemos que o aumento da frequência faz o fasor  $V_c$  girar no sentido horário, aumentando o ângulo  $\theta_c$  e diminuindo o ângulo de fase entre  $I$  e  $E$ . Lembre-se de que, para um circuito puramente capacitivo,  $I$  está adiantado  $90^\circ$  em relação a  $E$ . Portanto, à medida que a frequência aumenta, a reatância capacitiva diminui, e, eventualmente,  $R \gg X_c$ , com  $\theta_c = -90^\circ$ , e o ângulo entre  $I$  e  $E$  se aproximará de  $0^\circ$ . Tenha em mente



**Figura 15.51** Diagramas de fasores do circuito da Figura 15.47 para  $f=0$  Hz e  $f=1$  kHz.

que  $\theta_C$  é a diferença de fase entre  $V_C$  e  $E$ , e que o ângulo em que  $I$  está adiantada de  $E$  é dado por

$$|\theta_I| = 90^\circ - |\theta_C| \quad (15.15)$$

$f = 5$  kHz

Aplicando a Equação 15.13, temos:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{(2\pi)(5 \times 10^3 \text{ Hz})(0,01 \times 10^{-6} \text{ F})} \cong 3,18 \text{ k}\Omega$$

Observe a redução substancial de  $X_C$  quando a frequência passa de 1 kHz para 5 kHz. De fato, o valor de  $X_C$  agora é menor que o da resistência  $R$  do circuito, e o ângulo de fase calculado por meio de  $\text{tg}^{-1}(X_C/R)$  tem de ser menor que  $45^\circ$ . Nesse ponto,

$$V_C = \frac{X_C E}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{(3,18 \text{ k}\Omega)(10 \text{ V})}{\sqrt{(5 \text{ k}\Omega)^2 + (3,18 \text{ k}\Omega)^2}} = 5,37 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \text{com } \theta_C &= -\text{tg}^{-1} \frac{R}{X_C} = -\text{tg}^{-1} \frac{5 \text{ k}\Omega}{3,2 \text{ k}\Omega} \\ &= -\text{tg}^{-1} 1,56 = -57,38^\circ \end{aligned}$$

$f = 10$  kHz

$$X_C \cong 1,59 \text{ k}\Omega \quad V_C = 3,03 \quad \theta_C = -72,34^\circ$$

$f = 15$  kHz

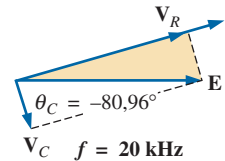
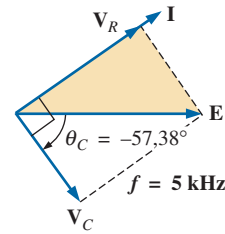
$$X_C \cong 1,06 \text{ k}\Omega \quad V_C = 2,07 \quad \theta_C = -78,02^\circ$$

$f = 20$  kHz

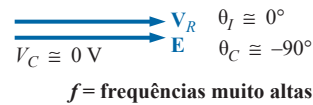
$$X_C \cong 795,78 \text{ k}\Omega \quad V_C = 1,57 \quad \theta_C = -80,96^\circ$$

Os diagramas de fasores para  $f=5$  kHz e  $f=20$  kHz, vistos na Figura 15.52, ilustram a rotação contínua do vetor  $V_C$ .

Observe também, nas figuras 15.51 e 15.52, que o vetor  $V_R$  e a corrente  $I$  aumentam em módulo com a diminuição da reatância capacitiva. Finalmente, para fre-



**Figura 15.52** Diagramas de fasores do circuito da Figura 15.47 para  $f=5$  kHz e  $f=20$  kHz.

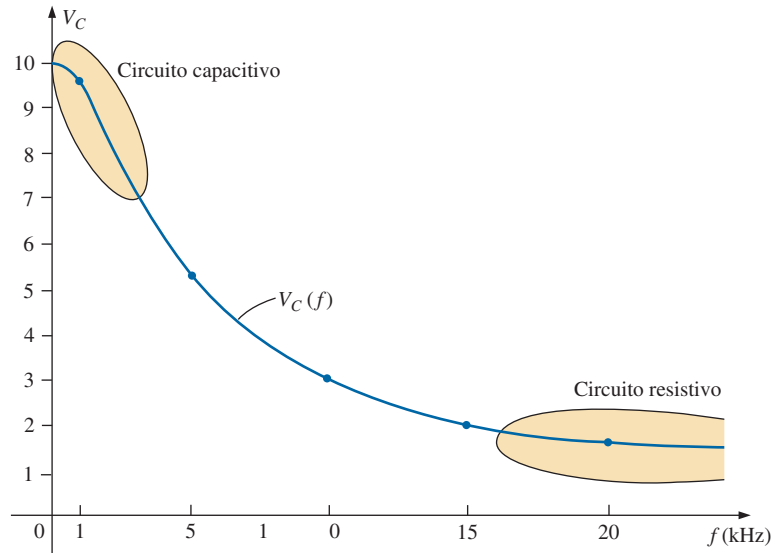


**Figura 15.53** Diagrama de fasores do circuito visto na Figura 15.47 em altas frequências.

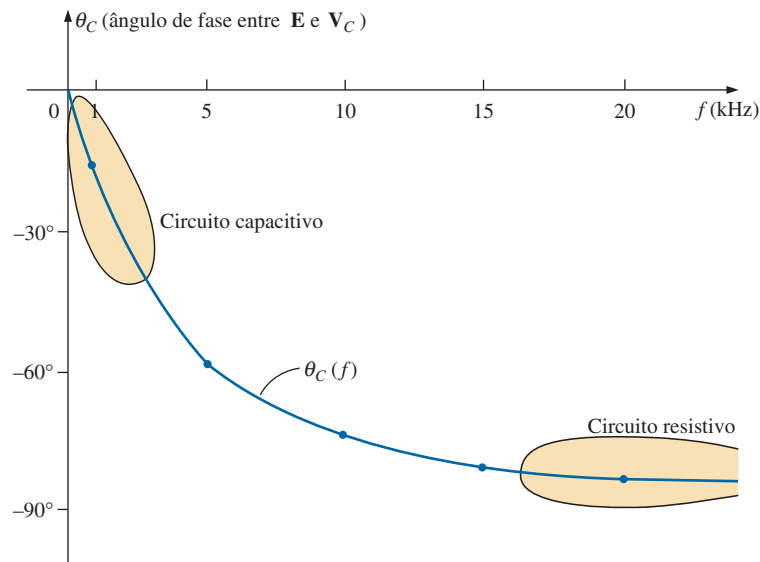
quências muito altas,  $X_C$  tende a zero e podemos substituir o capacitor por um curto-circuito, o que resulta em  $V_C \cong 0$  V e  $\theta_C \cong -90^\circ$ , gerando o diagrama de fasores mostrado na Figura 15.53. Então, o circuito é resistivo, a diferença de fase entre  $I$  e  $E$  é finalmente zero grau e  $V_R$  e  $I$  atingem seus valores máximos.

Um gráfico de  $V_C$  em função da frequência aparece na Figura 15.54. Em frequências baixas,  $X_C \gg R$ , e  $V_C$  tem um módulo muito próximo do módulo de  $E$ . À medida que a frequência da tensão aplicada aumenta,  $X_C$  diminui em módulo juntamente com  $V_C$ , e  $V_R$  passa a ser uma fração maior da tensão aplicada. Um gráfico de  $\theta_C$  em função da frequência aparece na Figura 15.55. Em frequências baixas, a diferença de fase entre  $V_C$  e  $E$  é muito pequena, pois  $V_C \cong E$ . Lembre-se de que, se dois fasores são iguais, eles devem ter o mesmo ângulo (fase). À medida que a frequência aplicada aumenta, o circuito se torna mais resistivo, e a diferença de fase entre  $V_C$  e  $E$  se aproxima de  $90^\circ$ . Tenha em mente que, em frequências altas,  $I$  e  $E$  tendem a ficar em fase, e o ângulo entre  $V_C$  e  $E$  se aproxima do ângulo entre  $V_C$  e  $I$ , que sabemos que tem de ser  $90^\circ$  ( $I_C$  adiantada em relação a  $V_C$ ).

Um gráfico de  $V_R$  em função da frequência mostra uma curva que, partindo de zero, se aproxima do valor  $E$  com o aumento na frequência, mas lembre-se de que  $V_R \neq E - V_C$  devido à diferença de fase dos vetores. A diferença de fase entre  $I$  e  $E$  pode ser plotada diretamente a partir da Figura 15.55, usando a Equação 15.15.



**Figura 15.54** Módulo da tensão  $V_C$  em função da frequência para o circuito visto na Figura 15.47.



**Figura 15.55** Diferença de fase entre  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{V}_C$  em função da frequência para o circuito visto na Figura 15.47.

No Capítulo 21, a análise dessa seção será estendida a uma faixa de frequência muito maior, utilizando uma escala logarítmica para frequências. Será demonstrado que um circuito  $R-C$  como o que aparece na Figura 15.47 pode ser usado como filtro, de maneira a selecionar as frequências que terão maior impacto no estágio seguinte do circuito. A partir da análise feita aqui, é óbvio que qualquer circuito ligado aos terminais de um capacitor recebe um sinal de entrada de maior amplitude em frequências baixas, e é ‘curto-circuitado’ em frequências muito altas.

A análise de um circuito  $R-L$  é muito semelhante à que acabamos de realizar, exceto pelo fato de que  $X_L$  e  $V_L$  aumentam com a frequência e o ângulo entre  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{E}$  tende

a  $90^\circ$  (tensão adiantada em relação à corrente) em vez de  $0^\circ$ . Se fizermos um gráfico de  $\mathbf{V}_L$ , em função da frequência, veremos que, à medida que a frequência aumenta,  $\mathbf{V}_L$  se aproxima de  $\mathbf{E}$ , conforme demonstramos no Exemplo 15.12, e  $X_L$  finalmente atinge valores que tornam apropriada a substituição do indutor por um circuito aberto.

**EXEMPLO 15.12**

Para o circuito  $R-L$  em série, visto na Figura 15.56:

- a) Determine a frequência em que  $X_L = R$ .
- b) Desenvolva uma imagem mental da mudança na impedância total em função da frequência sem realizar quaisquer cálculos.

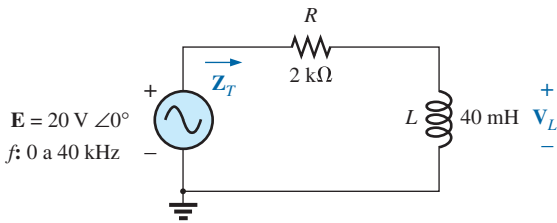


Figura 15.56 Circuito para o Exemplo 15.12.

- c) Determine a impedância total em  $f = 100$  Hz e 40 kHz, comparando suas respostas com as suposições do item (b).
- d) Desenhe a curva de  $V_L$  em função da frequência.
- e) Determine a diferença de fase da impedância total em  $f = 40$  kHz. O circuito pode ser considerado indutivo nessa frequência? Por quê?

Soluções:

a)  $X_L = 2\pi f_1 L = R$

$$e \quad f_1 = \frac{R}{2\pi L} = \frac{2 \text{ k}\Omega}{2\pi(40 \text{ mH})} = 7957,7 \text{ Hz}$$

b) Em baixas frequências,  $R > X_L$ , e a impedância será muito próxima daquela do resistor, ou 2 kΩ. Com o aumento da frequência,  $X_L$  aumenta até um ponto em que esse é o fator predominante. O resultado é que a curva começa quase horizontalmente em 2 kΩ e depois aumenta linearmente para níveis muito altos.

c)  $Z_T = R + jX_L = Z_T \angle \theta_T = \sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \text{tg}^{-1} \frac{X_L}{R}$

Em  $f = 100$  Hz:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(100\text{Hz})(40 \text{ mH}) = 25,13 \Omega$$

$$e \quad Z_T = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(2 \text{ k}\Omega)^2 + (25,13 \Omega)^2} = 2000,16 \Omega \cong R$$

Em  $f = 40$  kHz:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(40 \text{ kHz})(40 \text{ mH}) = 10,05 \text{ k}\Omega$$

$$e \quad Z_T = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(2 \text{ k}\Omega)^2 + (10,05 \text{ k}\Omega)^2} = 10,25 \text{ k}\Omega \cong X_L$$

Os dois cálculos confirmam as conclusões do item (b).

d) Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos

$$V_L = \frac{Z_L E}{Z_T}$$

Pelo que vimos no item (c), sabemos que, em 100 Hz,  $Z_T \cong R$ , de modo que  $V_R \cong 20$  V e  $V_L \cong 0$  V. O item (c) revelou que, em 40 kHz,  $Z_T \cong X_L$ , de modo que  $V_L \cong 20$  V e  $V_R \cong 0$  V. O resultado são dois pontos do gráfico para a curva na Figura 15.57.

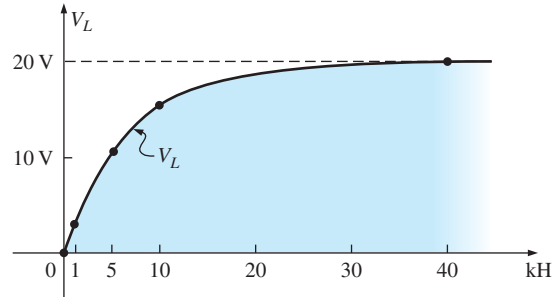


Figura 15.57 Representação de  $V_L$  em função de  $f$  para o circuito  $R$ - $L$  em série visto na Figura 15.56.

A 1 kHz  $X_L = 2\pi fL \cong 0,25 \text{ k}\Omega$

$$e \quad V_L = \frac{(0,25 \text{ k}\Omega \angle 90^\circ)(20 \text{ V} \angle 0^\circ)}{2 \text{ k}\Omega + j0,25 \text{ k}\Omega} = 2,48 \text{ V} \angle 82,87^\circ$$

A 5 kHz  $X_L = 2\pi fL \cong 1,26 \text{ k}\Omega$

$$e \quad V_L = \frac{(1,26 \text{ k}\Omega \angle 90^\circ)(20 \text{ V} \angle 0^\circ)}{2 \text{ k}\Omega + j1,26 \text{ k}\Omega} = 10,68 \text{ V} \angle 57,79^\circ$$

A 10 kHz  $X_L = 2\pi fL \cong 2,5 \text{ k}\Omega$

$$e \quad V_L = \frac{(2,5 \text{ k}\Omega \angle 90^\circ)(20 \text{ V} \angle 0^\circ)}{2,5 \text{ k}\Omega + j2,5 \text{ k}\Omega} = 15,63 \text{ V} \angle 38,66^\circ$$

O gráfico completo aparece na Figura 15.57.

e)  $\theta_T = \text{tg}^{-1} \frac{X_L}{R} = \text{tg}^{-1} \frac{10,05 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega} = 78,75^\circ$

O ângulo  $\theta_T$  está fechando nos  $90^\circ$  de um circuito puramente indutivo. Portanto, o circuito pode ser considerado bastante indutivo a uma frequência de 40 kHz.

## 15.6 CIRCUITOS CA EM SÉRIE — RESUMO

Os itens a seguir constituem uma revisão das conclusões importantes que podem ser obtidas das discussões e exemplos das seções anteriores. Essa lista não é completa, mas enfatiza algumas das conclusões que serão utilizadas futuramente na análise de circuitos de corrente alternada.

*Para um circuito CA em série contendo elementos reativos:*

1. A impedância total depende da frequência.
2. A impedância de qualquer elemento pode ser maior do que a impedância total do circuito.
3. As reatâncias capacitiva e indutiva têm sentidos diretamente opostos em um diagrama de impedâncias.

4. Dependendo da frequência aplicada, o mesmo circuito pode se comportar tanto de forma predominantemente indutiva quanto capacitiva.
5. Em frequências baixas, os elementos capacitivos fornecem, em geral, a maior contribuição para a impedância total, enquanto em frequências altas, são os elementos indutivos que têm uma maior contribuição para a impedância total.
6. O módulo da tensão em qualquer elemento pode ser maior que a tensão aplicada.
7. O módulo da tensão em um elemento em comparação com os outros elementos do circuito é diretamente proporcional ao valor de sua impedância; ou seja, quanto maior a impedância de um elemento, maior o módulo da tensão nele.
8. As tensões nos indutores e capacitores estão sempre em sentidos opostos no diagrama de fasores.
9. A corrente está sempre em fase com a tensão em um elemento resistivo, atrasada 90° em relação à tensão em um elemento indutivo e adiantada 90° em relação à tensão em um elemento capacitivo.
10. Quanto maior a parte resistiva de um circuito em comparação com sua parte reativa, mais próximo da unidade estará o fator de potência.

## CIRCUITOS CA EM PARALELO

### 15.7 ADMITÂNCIA E SUSCEPTÂNCIA

A discussão a respeito dos **circuitos de corrente alternada em paralelo** será muito semelhante à dos circuitos de corrente contínua. No caso dos circuitos de corrente contínua, a *condutância* ( $G$ ) foi definida como igual a  $1/R$ . A condutância total de um circuito em paralelo foi então obtida somando-se as condutâncias de cada ramo. A resistência total  $R_T$  é simplesmente  $1/G_T$ .

Em circuitos de corrente alternada, definimos a **admitância** ( $Y$ ) como igual a  $1/Z$ . A unidade de admitância no sistema internacional (**SI**) é o *siemens*, cujo símbolo

é  $S$ . A admitância é uma medida do quanto um circuito CA *admite*, ou permite, a passagem da corrente. Portanto, quanto maior o seu valor, maior será a corrente para a mesma tensão aplicada. A admitância total de um circuito também pode ser calculada somando-se as admitâncias em paralelo. A impedância total  $Z_T$  do circuito será, então,  $1/Y_T$ . Ou seja, para o circuito visto na Figura 15.58, temos:

$$Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_N \quad (15.16)$$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} \quad (15.17)$$

e

ou, como  $Z = 1/Y$ ,

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots + \frac{1}{Z_N} \quad (15.18)$$

e

$$Z_T = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots + \frac{1}{Z_N}} \quad (15.19)$$

correspondendo à Equação 6.3 para circuitos CC.

Para duas impedâncias em paralelo,

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

Se aplicarmos as mesmas manipulações matemáticas estudadas no Capítulo 6 para determinar a resistência equivalente de dois resistores em paralelo, isso resultará na seguinte equação similar:

$$Z_T = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (15.20)$$

Para  $N$  impedâncias iguais em paralelo ( $Z_1$ ), a impedância total é determinada por

$$Z_T = \frac{Z_1}{N} \quad (15.21)$$

Para três impedâncias em paralelo,

$$Z_T = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3} \quad (15.22)$$

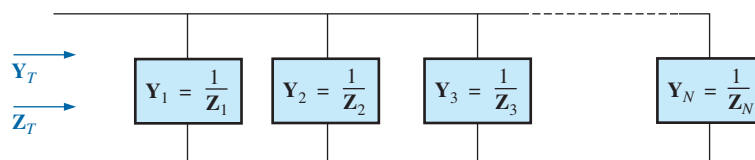


Figura 15.58 Circuito CA em paralelo.

Como ressaltamos no começo dessa seção, a condutância é o inverso da resistência, e:

$$Y_R = \frac{1}{Z_R} = \frac{1}{R \angle 0^\circ} = G \angle 0^\circ \quad (15.23)$$

O inverso da reatância ( $1/X$ ) é denominado **susceptância**, cujo valor indica o quanto um componente é *suscetível* à passagem de corrente. A susceptância também é medida em *siemens*, e é representada pela letra maiúscula *B*.

Para o indutor,

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{X_L \angle 90^\circ} = \frac{1}{X_L} \angle -90^\circ \quad (15.24)$$

Definindo  $B_L = \frac{1}{X_L}$  (siemens, S) (15.25)

temos  $Y_L = B_L \angle -90^\circ$  (15.26)

Observe que, no caso dos indutores, um aumento da frequência ou da indutância resultará em uma diminuição da susceptância ou, correspondentemente, na admitância.

Para o capacitor,

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{X_C \angle -90^\circ} = \frac{1}{X_C} \angle 90^\circ \quad (15.27)$$

Definindo  $B_C = \frac{1}{X_C}$  (siemens, S) (15.28)

temos  $Y_C = B_C \angle 90^\circ$  (15.29)

Portanto, no caso dos capacitores, um aumento na frequência ou na capacitância resulta em um aumento da susceptância.

No caso de circuitos CA em paralelo, o **diagrama de admitâncias** é usado com as três admitâncias, representadas como mostra a Figura 15.59.

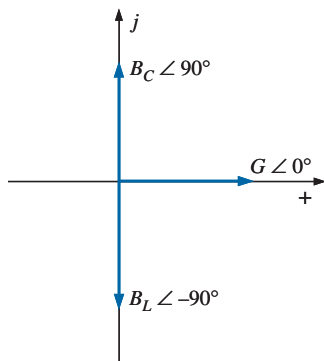


Figura 15.59 Diagrama de admitâncias.

Observe na Figura 15.59 que a condutância (assim como a resistência) está no eixo real positivo, enquanto as susceptâncias indutiva e capacitiva estão em sentidos opostos no eixo imaginário.

*Qualquer que seja a configuração (série, paralelo, série-paralelo etc.), o ângulo de fase associado à admitância total coincide com o ângulo pelo qual a corrente está adiantada da tensão aplicada. Nos circuitos indutivos,  $\theta_T$  é negativo, enquanto nos circuitos capacitivos,  $\theta_T$  é positivo.*

Para circuitos CA paralelos, os componentes da configuração e as grandezas desejadas determinam se será usado um método de impedância ou de admitância. Se a impedância total for exigida, o caminho mais direto pode ser usar parâmetros de impedância. Porém, às vezes, o uso de parâmetros de admitância também pode ser muito eficiente, conforme demonstramos em alguns dos exemplos no restante do texto. Em geral, use o método que mais lhe convier. Logicamente, se o formato da grandeza desejada for especificado, geralmente é melhor trabalhar com esses parâmetros.

### EXEMPLO 15.13

Para o circuito visto na Figura 15.60:

- Calcule a impedância de entrada.
- Construa o diagrama de impedâncias.
- Calcule as admitâncias de cada ramo paralelo.
- Determine a admitância de entrada e construa o diagrama de admitâncias.

Soluções:

$$\begin{aligned} \text{a) } Z_T &= \frac{Z_R Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{(20 \Omega \angle 0^\circ)(10 \Omega \angle 90^\circ)}{20 \Omega + j10 \Omega} \\ &= \frac{200 \Omega \angle 90^\circ}{22,361 \angle 26,57^\circ} = \mathbf{8,93 \Omega \angle 63,43^\circ} \\ &= \mathbf{4,00 \Omega + j7,95 \Omega} = R_T + jX_{LT} \end{aligned}$$

b) O diagrama de impedâncias aparece na Figura 15.61.

$$\begin{aligned} \text{c) } Y_R &= G \angle 0^\circ = \frac{1}{R} \angle 0^\circ = \frac{1}{20 \Omega} \angle 0^\circ = \mathbf{0,05 \text{ S} \angle 0^\circ} \\ &= \mathbf{0,05 \text{ S} + j0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_L &= B_L \angle -90^\circ = \frac{1}{X_L} \angle -90^\circ = \frac{1}{10 \Omega} \angle -90^\circ \\ &= \mathbf{0,1 \text{ S} \angle -90^\circ} = \mathbf{0 - j0,1 \text{ S}} \end{aligned}$$

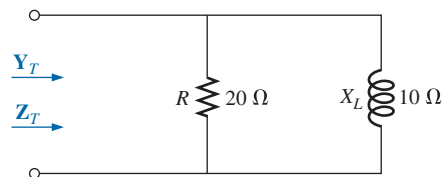
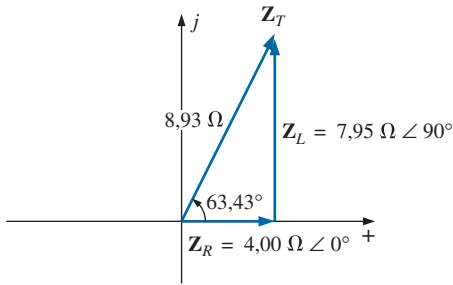


Figura 15.60 Exemplo 15.13.





**Figura 15.61** Diagrama de impedâncias para o circuito visto na Figura 15.60.

$$d) Y_T = Y_R + Y_L = (0,05 \text{ S} + j0) + (0 - j0,1 \text{ S}) \\ = 0,05 \text{ S} - j0,1 \text{ S} = G - jB_L$$

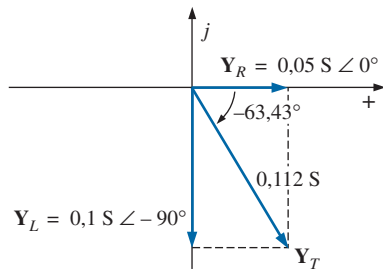
O diagrama de admitância aparece na Figura 15.62.

**EXEMPLO 15.14**

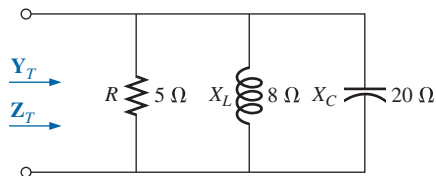
Repita o Exemplo 15.13 para o circuito em paralelo mostrado na Figura 15.63.

Soluções:

$$a) Z_T = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}} \\ = \frac{1}{\frac{1}{5 \Omega \angle 0^\circ} + \frac{1}{8 \Omega \angle 90^\circ} + \frac{1}{20 \Omega \angle -90^\circ}} \\ = \frac{1}{0,2 \text{ S} \angle 0^\circ + 0,125 \text{ S} \angle -90^\circ + 0,05 \text{ S} \angle 90^\circ} \\ = \frac{1}{0,2 \text{ S} - j0,075 \text{ S}} = \frac{1}{0,2136 \text{ S} \angle -20,56^\circ} \\ = 4,68 \Omega \angle 20,56^\circ$$



**Figura 15.62** Diagrama de admitâncias para o circuito visto na Figura 15.60.



**Figura 15.63** Exemplo 15.14.

ou

$$Z_T = \frac{Z_R Z_L Z_C}{Z_R Z_L + Z_L Z_C + Z_R Z_C} \\ = \frac{(5 \Omega \angle 0^\circ)(8 \Omega \angle 90^\circ)(20 \Omega \angle -90^\circ)}{(5 \Omega \angle 0^\circ)(8 \Omega \angle 90^\circ) + (8 \Omega \angle 90^\circ)(20 \Omega \angle -90^\circ) + (5 \Omega \angle 0^\circ)(20 \Omega \angle -90^\circ)} \\ = \frac{800 \Omega \angle 0^\circ}{40 \angle 90^\circ + 160 \angle 0^\circ + 100 \angle -90^\circ} \\ = \frac{800 \Omega}{160 + j40 - j100} = \frac{800 \Omega}{160 - j60} \\ = \frac{800 \Omega}{170,88 \angle -20,56^\circ} \\ = 4,68 \Omega \angle 20,56^\circ = 4,38 \Omega + j1,64 \Omega$$

b) O diagrama de impedâncias aparece na Figura 15.64.

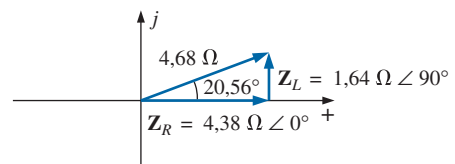
$$c) Y_R = G \angle 0^\circ = \frac{1}{R} \angle 0^\circ = \frac{1}{5 \Omega} \angle 0^\circ \\ = 0,2 \text{ S} \angle 0^\circ = 0,2 \text{ S} + j0$$

$$Y_L = B_L \angle -90^\circ = \frac{1}{X_L} \angle -90^\circ = \frac{1}{8 \Omega} \angle -90^\circ \\ = 0,125 \text{ S} \angle -90^\circ = 0 - j0,125 \text{ S}$$

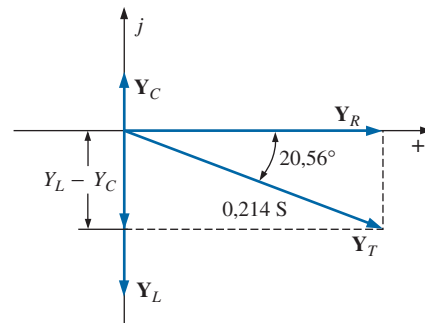
$$Y_C = B_C \angle 90^\circ = \frac{1}{X_C} \angle 90^\circ = \frac{1}{20 \Omega} \angle 90^\circ \\ = 0,050 \text{ S} \angle 90^\circ = 0 + j0,050 \text{ S}$$

$$d) Y_T = Y_R + Y_L + Y_C \\ = (0,2 \text{ S} + j0) + (0 - j0,125 \text{ S}) + (0 + j0,050 \text{ S}) \\ = 0,2 \text{ S} - j0,075 \text{ S} = 0,214 \text{ S} \angle -20,56^\circ$$

O diagrama de admitâncias aparece na Figura 15.65.



**Figura 15.64** Diagrama de impedâncias para o circuito da Figura 15.63.



**Figura 15.65** Diagrama de admitâncias para o circuito da Figura 15.63.



Em muitas ocasiões, as relações inversas  $Y_T = 1/Z_T$  ou  $Z_T = 1/Y_T$  tornam necessário dividir 1 por um número complexo com partes real e imaginária. Se essa divisão não for realizada na forma polar, será necessário multiplicar o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador, como é exemplificado a seguir:

$$Y_T = \frac{1}{Z_T} = \frac{1}{4\Omega + j6\Omega} = \left( \frac{1}{4\Omega + j6\Omega} \right) \left( \frac{4\Omega - j6\Omega}{4\Omega - j6\Omega} \right) = \frac{4 - j6}{4^2 + 6^2}$$

e  $Y_T = \frac{4}{52} S - j \frac{6}{52} S$

Para evitar essa tarefa cansativa cada vez que queremos calcular o inverso de um número complexo na forma retangular, podemos deduzir uma fórmula simbólica geral para o inverso de um número complexo que represente uma impedância ou uma admitância no primeiro ou no quarto quadrante:

$$\frac{1}{a_1 \pm jb_1} = \left( \frac{1}{a_1 \pm jb_1} \right) \left( \frac{a_1 \mp jb_1}{a_1 \mp jb_1} \right) = \frac{a_1 \mp jb_1}{a_1^2 + b_1^2}$$

ou  $\frac{1}{a_1 \pm jb_1} = \frac{a_1}{a_1^2 + b_1^2} \mp j \frac{b_1}{a_1^2 + b_1^2}$  (15.30)

Observe que o denominador é simplesmente a soma dos quadrados das partes real e imaginária. O sinal é invertido entre as partes real e imaginária. Alguns exemplos ajudarão o leitor a se familiarizar com o uso dessa equação.

**EXEMPLO 15.15**

Calcule as admitâncias dos circuitos em série vistos na Figura 15.66.

Soluções:

a)  $Z = R - jX_C = 6\Omega - j8\Omega$

Equação 15.30:

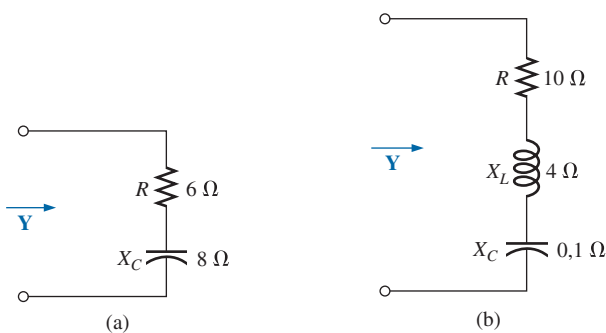


Figura 15.66 Exemplo 15.15.

$$Y = \frac{1}{6\Omega - j8\Omega} = \frac{6}{(6)^2 + (8)^2} + j \frac{8}{(6)^2 + (8)^2} = \frac{6}{100} S + j \frac{8}{100} S$$

b)  $Z = 10\Omega + j4\Omega + (-j 0,1\Omega) = 10\Omega + j3,9\Omega$

Equação 15.30:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{10\Omega + j3,9\Omega} = \frac{10}{(10)^2 + (3,9)^2} - j \frac{3,9}{(10)^2 + (3,9)^2} = \frac{10}{115,21} - j \frac{3,9}{115,21} = 0,087 S - j0,034 S$$

**15.8 CIRCUITOS CA EM PARALELO**

No caso do circuito CA em paralelo típico mostrado na Figura 15.67, a impedância ou a admitância total é determinada conforme descrito na seção anterior, enquanto a corrente da fonte é calculada usando-se a lei de Ohm, como a seguir:

$$I = \frac{E}{Z_T} = EY_T \tag{15.31}$$

Como a tensão é a mesma nos elementos em paralelo, a corrente em cada ramo pode ser obtida usando novamente a lei de Ohm:

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = EY_1 \tag{15.32}$$

$$I_2 = \frac{E}{Z_2} = EY_2 \tag{15.33}$$

A lei de Kichhoff para correntes pode então ser aplicada da mesma maneira que nos circuitos de corrente contínua. Entretanto, tenha em mente que agora estamos lidando com a manipulação algébrica de grandezas que possuem módulo e fase. Temos:

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

ou  $I = I_1 + I_2$  (15.34)

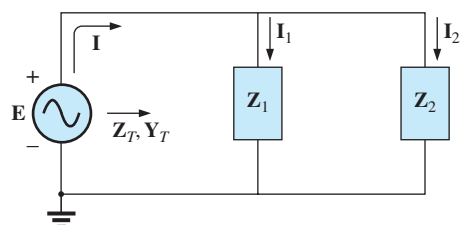


Figura 15.67 Circuito CA em paralelo.

A potência fornecida ao circuito é dada por

$$P = EI \cos \theta_T \quad (15.35)$$

onde  $\theta_T$  é a diferença de fase entre  $E$  e  $I$ .

Vejam agora alguns exemplos elaborados com mais detalhes para uma primeira exposição.

**R-L**

Veja a Figura 15.68.

**Notação fasorial.** Conforme mostra a Figura 15.69.

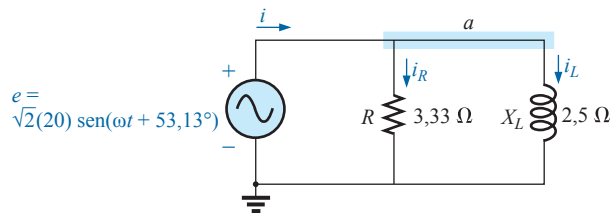
$$\begin{aligned} Y_T &= Y_R + Y_L \\ &= G \angle 0^\circ + B_L \angle -90^\circ = \frac{1}{3,33\Omega} \angle 0^\circ + \frac{1}{2,5\Omega} \angle -90^\circ \\ &= 0,3S \angle 0^\circ + 0,4S \angle -90^\circ = 0,3S - j0,4S \\ &= 0,5S \angle -53,13^\circ \\ Z_T &= \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0,5S \angle -53,13^\circ} = 2\Omega \angle 53,13^\circ \end{aligned}$$

*Diagrama de admitâncias:* Conforme mostra a Figura 15.70.

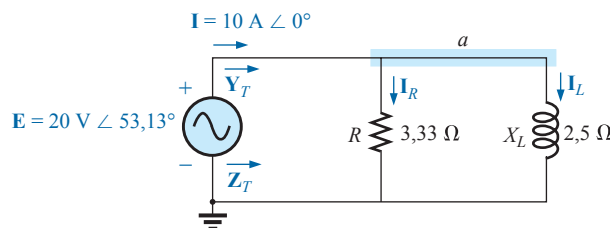
$$I = \frac{E}{Z_T} = EY_T = (20V \angle 53,13^\circ)(0,5S \angle -53,13^\circ) = 10A \angle 0^\circ$$

$$\begin{aligned} I_R &= \frac{E \angle \theta}{R \angle 0^\circ} = (E \angle \theta)(G \angle 0^\circ) \\ &= (20V \angle 53,13^\circ)(0,3S \angle 0^\circ) = 6A \angle 53,13^\circ \end{aligned}$$

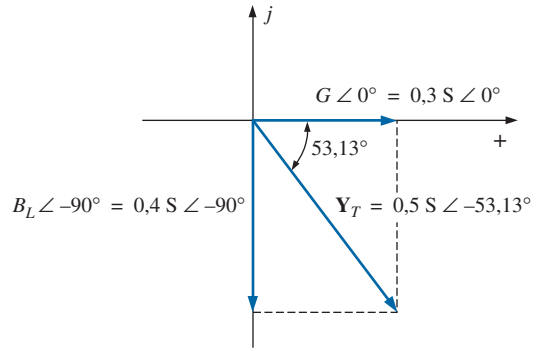
$$\begin{aligned} I_L &= \frac{E \angle \theta}{X_L \angle 90^\circ} = (E \angle \theta)(B_L \angle -90^\circ) \\ &= (20V \angle 53,13^\circ)(0,4S \angle -90^\circ) \\ &= 8A \angle -36,87^\circ \end{aligned}$$



**Figura 15.68** Circuito R-L em paralelo.



**Figura 15.69** Aplicação da notação fasorial ao circuito visto na Figura 15.68.



**Figura 15.70** Diagrama de admitâncias para o circuito R-L em paralelo visto na Figura 15.68.

*Lei de Kirchhoff para correntes:* No nó  $a$ ,

$$\begin{aligned} I - I_R - I_L &= 0 \\ I &= I_R + I_L \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} 10A \angle 0^\circ &= 6A \angle 53,13^\circ + 8A \angle -36,87^\circ \\ 10A \angle 0^\circ &= (3,60A + j4,80A) + (6,40A - j4,80A) \\ &= 10A + j0 \end{aligned}$$

e

$$10A \angle 0^\circ = 10A \angle 0^\circ \quad (\text{verificado})$$

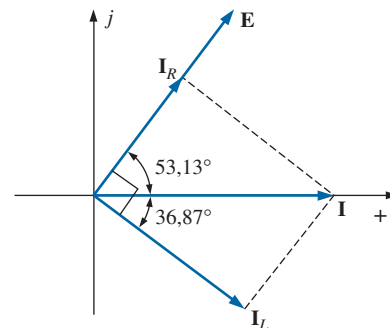
*Diagrama de fasores:* O diagrama de fasores visto na Figura 15.71, mostra que a tensão aplicada  $E$  está em fase com a corrente  $I_R$  e adiantada  $90^\circ$  em relação à corrente  $I_L$ .

*Potência:* A potência total em watts fornecida ao circuito é

$$\begin{aligned} P_T &= EI \cos \theta_T \\ &= (20V)(10A) \cos 53,13^\circ = (200W)(0,6) \\ &= 120W \end{aligned}$$

$$\text{ou } P_T = I^2 R = \frac{V_R^2}{R} = V_R^2 G = (20V)^2 (0,3S) = 120W$$

ou, finalmente,



**Figura 15.71** Diagrama de fasores para o circuito R-L em paralelo visto na Figura 15.68.

$$\begin{aligned}
 P_T &= P_R + P_L = EI_R \cos \theta_R + EI_L \cos \theta_L \\
 &= (20\text{V})(6\text{A}) \cos 0^\circ + (20\text{V})(8\text{A}) \cos 90^\circ \\
 &= 120\text{ W} + 0 \\
 &= \mathbf{120\text{ W}}
 \end{aligned}$$

*Fator de potência:* O fator de potência desse circuito é

$$F_p = \cos \theta_T = \cos 53,13^\circ = \mathbf{0,6\text{ atrasado}}$$

ou, por meio de uma análise semelhante a que é usada para os circuitos CA em série,

$$\cos \theta_T = \frac{P}{EI} = \frac{E^2 / R}{EI} = \frac{EG}{I} = \frac{G}{I/V} = \frac{G}{Y_T}$$

e  $F_p = \cos \theta_T = \frac{G}{Y_T}$  (15.36)

onde  $G$  e  $Y_T$  são os módulos da condutância e da admitância totais do circuito em paralelo. Nesse caso,

$$F_p = \cos \theta_T = \frac{0,3\text{S}}{0,5\text{S}} = \mathbf{0,6\text{ atrasado}}$$

*Método da impedância:* A corrente  $\mathbf{I}$  também pode ser obtida determinando-se primeiro a impedância total do circuito:

$$\begin{aligned}
 Z_T &= \frac{Z_R Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{(3,33 \Omega \angle 0^\circ)(2,5 \Omega \angle 90^\circ)}{3,33 \Omega \angle 0^\circ + 2,5 \Omega \angle 90^\circ} \\
 &= \frac{8,325 \angle 90^\circ}{4,164 \angle 36,87^\circ} = \mathbf{2 \Omega \angle 53,13^\circ}
 \end{aligned}$$

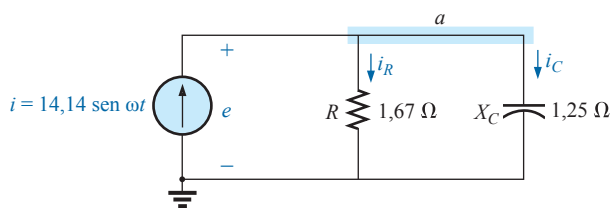
E então, usando a lei de Ohm, obtemos:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{20\text{ V} \angle 53,13^\circ}{2 \Omega \angle 53,13^\circ} = \mathbf{10\text{ A} \angle 0^\circ}$$

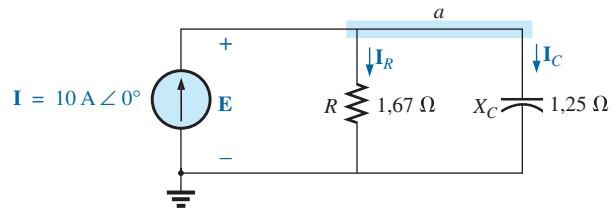
### R-C

Observe a Figura 15.72.

**Notação fasorial.** Conforme mostra a Figura 15.73.



**Figura 15.72** Circuito R-C em paralelo.



**Figura 15.73** Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.72.

$$\begin{aligned}
 Y_T &= Y_R + Y_C = G \angle 0^\circ + B_C \angle 90^\circ = \frac{1}{1,67 \Omega} \angle 0^\circ + \frac{1}{1,25 \Omega} \angle 90^\circ \\
 &= 0,6\text{S} \angle 0^\circ + 0,8\text{S} \angle 90^\circ = 0,6\text{S} + j0,8\text{S} = \mathbf{1,0\text{S} \angle 53,13^\circ}
 \end{aligned}$$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{1,0\text{S} \angle 53,13^\circ} = \mathbf{1 \Omega \angle -53,13^\circ}$$

*Diagrama de admitâncias:* Conforme mostra a Figura 15.74.

$$\mathbf{E} = \mathbf{I} Z_T = \frac{\mathbf{I}}{Y_T} = \frac{10\text{ A} \angle 0^\circ}{1\text{S} \angle 53,13^\circ} = 10\text{ V} \angle -53,13^\circ$$

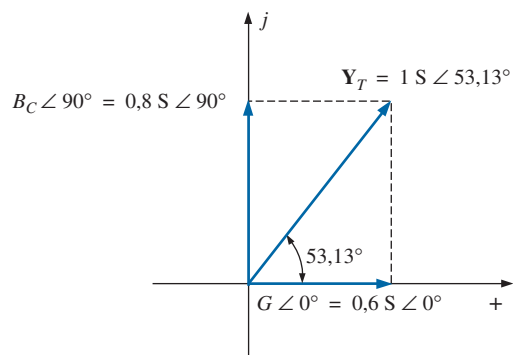
$$\begin{aligned}
 I_R &= (E \angle \theta)(G \angle 0^\circ) \\
 &= (10\text{V} \angle -53,13^\circ)(0,6\text{S} \angle 0^\circ) = \mathbf{6\text{ A} \angle -53,13^\circ} \\
 I_C &= (E \angle \theta)(B_C \angle 90^\circ) \\
 &= (10\text{V} \angle -53,13^\circ)(0,8\text{S} \angle 90^\circ) = \mathbf{8\text{ A} \angle 38,87^\circ}
 \end{aligned}$$

*Lei de Kirchhoff para correntes:* No nó  $a$ ,

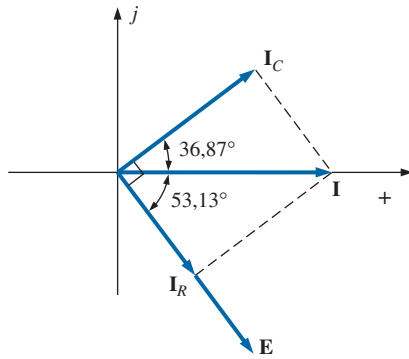
$$\begin{aligned}
 \mathbf{I} - \mathbf{I}_R - \mathbf{I}_C &= 0 \\
 \text{ou} \quad \mathbf{I} &= \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_C
 \end{aligned}$$

um resultado que também pode ser obtido (como no caso do circuito R-L) pelo uso da álgebra vetorial.

*Diagrama de fasores:* O diagrama de fasores, visto na Figura 15.75, indica que  $\mathbf{E}$  está em fase com a corrente  $\mathbf{I}_R$  no resistor e atrasada  $90^\circ$  em relação à corrente no capacitor  $\mathbf{I}_C$ .



**Figura 15.74** Diagrama de admitâncias para o circuito R-C em paralelo visto na Figura 15.72.



**Figura 15.75** Diagrama de fasores para o circuito R-C em paralelo visto na Figura 15.74.

*Domínio do tempo:*

$$e = \sqrt{2}(10) \text{ sen } (\omega - 53,13^\circ) = 14,14 \text{ sen } (\omega t - 53,13^\circ)$$

$$i_R = \sqrt{2}(6) \text{ sen } (\omega - 53,13^\circ) = 8,48 \text{ sen } (\omega t - 53,13^\circ)$$

$$i_C = \sqrt{2}(8) \text{ sen } (\omega - 36,87^\circ) = 11,31 \text{ sen } (\omega t - 36,87^\circ)$$

Um gráfico com todas as curvas de corrente e a curva da tensão aplicada aparece na Figura 15.76. Observe que  $e$  e  $i_R$  estão em fase, e que  $e$  está atrasado  $90^\circ$  em relação a  $i_C$ .

*Potência:*

$$P_T = EI \cos \theta = (10 \text{ V})(10 \text{ A}) \cos 53,13^\circ = (10)^2(0,6) = 60 \text{ W}$$

ou  $P_T = E^2G = (10 \text{ V})^2(0,6 \text{ S}) = 60 \text{ W}$

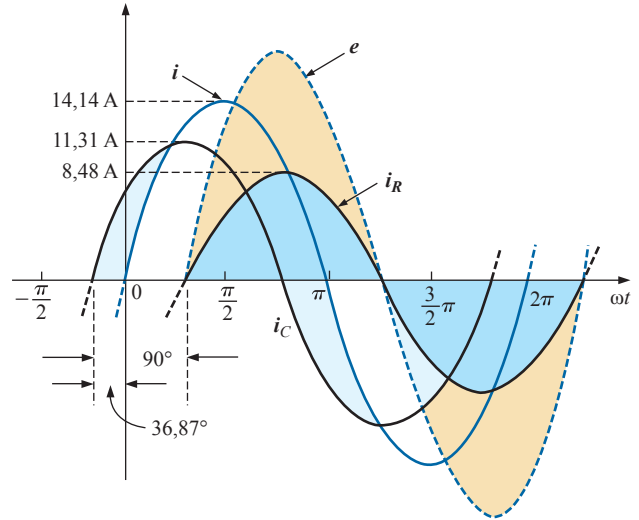
ou, finalmente:

$$P_T = P_R + P_C = EI_R \cos \theta_R + EI_C \cos \theta_C$$

$$= (10 \text{ V})(6 \text{ A}) \cos 0^\circ + (10 \text{ V})(8 \text{ A}) \cos 90^\circ = 60 \text{ W}$$

*Fator de potência:* O fator de potência desse circuito é:

$$F_p = \cos 53,13^\circ = 0,6 \text{ adiantado}$$



**Figura 15.76** Formas de onda para o circuito R-C em paralelo da Figura 15.72.

Usando a Equação 15.36, obtemos:

$$F_p = \cos \theta_T = \frac{G}{Y_T} = \frac{0,6 \text{ S}}{1,0 \text{ S}} = 0,6 \text{ adiantado}$$

*Método da impedância:* A tensão  $E$  também pode ser obtida calculando-se primeiro a impedância total do circuito:

$$Z_T = \frac{Z_R Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{(1,67 \Omega \angle 0^\circ)(1,25 \Omega \angle -90^\circ)}{1,67 \Omega \angle 0^\circ + 1,25 \Omega \angle -90^\circ}$$

$$= \frac{2,09 \angle -90^\circ}{2,09 \angle -36,81^\circ} = 1 \Omega \angle -53,19^\circ$$

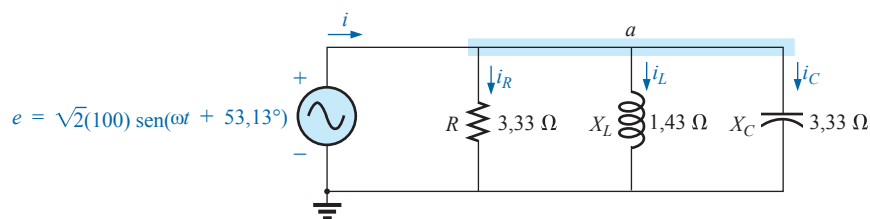
e então, usando a lei de Ohm, temos:

$$E = IZ_T = (10 \text{ A} \angle 0^\circ)(1 \Omega \angle -53,19^\circ) = 10 \text{ V} \angle -53,19^\circ$$

### R-L-C

Observe a Figura 15.77.

*Notação fasorial:* Conforme mostra a Figura 15.78.



**Figura 15.77** Circuito CA R-L-C em paralelo.

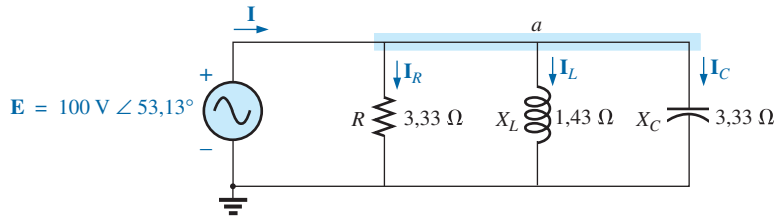


Figura 15.78 Aplicação da notação de fasores ao circuito visto na Figura 15.77.

$$\begin{aligned}
 Y_T &= Y_R + Y_L + Y_C = G \angle 0^\circ + B_L \angle -90^\circ + B_C \angle 90^\circ \\
 &= \frac{1}{3,33\Omega} \angle 0^\circ + \frac{1}{1,43\Omega} \angle -90^\circ + \frac{1}{3,33\Omega} \angle 90^\circ \\
 &= 0,3\text{S} \angle 0^\circ + 0,7\text{S} \angle -90^\circ + 0,3\text{S} \angle 90^\circ \\
 &= 0,3\text{S} - j0,7\text{S} + j0,3\text{S} \\
 &= 0,3\text{S} - j0,4\text{S} = \mathbf{0,5\text{S} \angle -53,13^\circ} \\
 Z_T &= \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0,5\text{S} \angle -53,13^\circ} = \mathbf{2\ \Omega \angle 53,13^\circ}
 \end{aligned}$$

Diagrama de admitâncias: Conforme mostra a Figura 15.79.

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{E}{Z_T} = E Y_T = (100\text{V} \angle 53,13^\circ)(0,5\text{S} \angle 53,13^\circ) = \mathbf{50\text{A} \angle 0^\circ} \\
 I_R &= (E \angle \theta)(G \angle 0^\circ) \\
 &= (100\text{V} \angle 53,13^\circ)(0,3\text{S} \angle 0^\circ) = \mathbf{30\text{A} \angle 53,13^\circ} \\
 I_L &= (E \angle \theta)(B_L \angle -90^\circ) \\
 &= (100\text{V} \angle 53,13^\circ)(0,7\text{S} \angle -90^\circ) = \mathbf{70\text{A} \angle -36,87^\circ} \\
 I_C &= (E \angle \theta)(B_C \angle 90^\circ) \\
 &= (100\text{V} \angle 53,13^\circ)(0,3\text{S} \angle +90^\circ) = \mathbf{30\text{A} \angle 143,13^\circ}
 \end{aligned}$$

Lei de Kirchhoff para correntes: No nó *a*,

$$I - I_R - I_L - I_C = 0$$

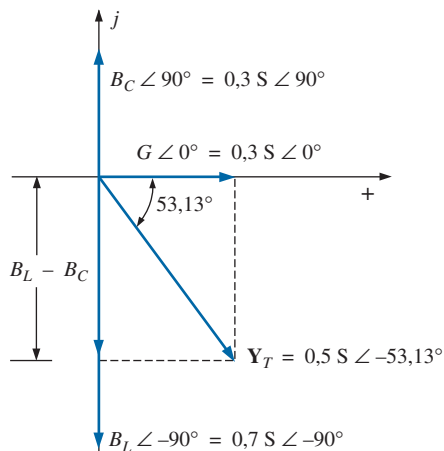


Figura 15.79 Diagrama de admitâncias para o circuito em paralelo R-L-C visto na Figura 15.77.

ou  $I = I_R + I_L + I_C$

Diagrama fasorial: O diagrama fasorial visto na Figura 15.80 indica que a tensão aplicada *E* está em fase com a corrente no resistor *I<sub>R</sub>*, adiantado 90° em relação à corrente *I<sub>L</sub>* no indutor e atrasada 90° em relação à corrente *I<sub>C</sub>* no capacitor.

Domínio do tempo:

$$\begin{aligned}
 i &= \sqrt{2}(50) \text{ sen } \omega t = \mathbf{70,70 \text{ sen } \omega t} \\
 i_R &= \sqrt{2}(30) \text{ sen } (\omega t + 53,13^\circ) \\
 &= \mathbf{42,42 \text{ sen } (\omega t + 53,13^\circ)} \\
 i_L &= \sqrt{2}(70) \text{ sen } (\omega t + 36,87^\circ) \\
 &= \mathbf{98,98 \text{ sen } (\omega t - 36,87^\circ)} \\
 i_C &= \sqrt{2}(30) \text{ sen } (\omega t + 143,13^\circ) \\
 &= \mathbf{42,42 \text{ sen } (\omega t + 143,13^\circ)}
 \end{aligned}$$

Um gráfico com todas as curvas de corrente e a curva da tensão aplicada aparece na Figura 15.81.

Potência: A potência total em watts fornecida ao circuito é

$$\begin{aligned}
 P_T &= EI \cos \theta = (100\text{V})(50\text{A}) \cos 53,13^\circ \\
 &= (5.000)(0,6) = \mathbf{3.000\text{W}} \\
 \text{ou} \quad P_T &= E^2 G = (100\text{V})^2(0,3\text{S}) = \mathbf{3.000\text{W}}
 \end{aligned}$$

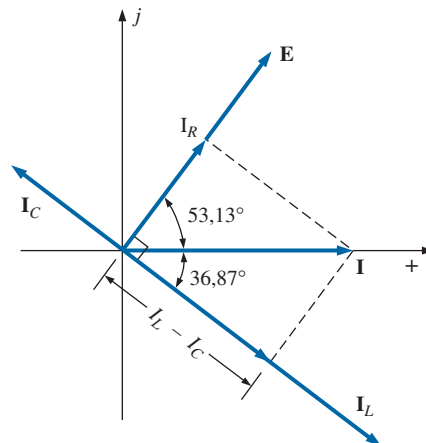
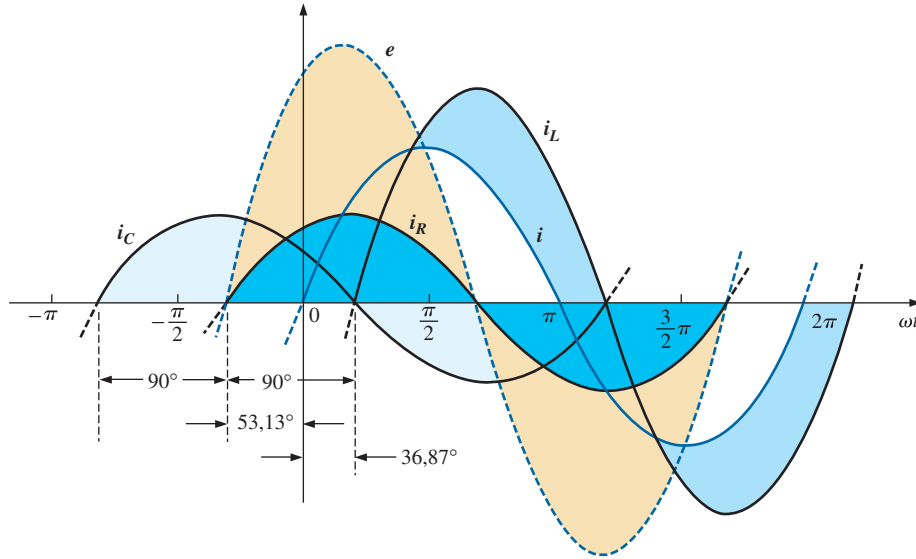


Figura 15.80 Diagrama de fasores para o circuito em paralelo R-L-C visto na Figura 15.77.



**Figura 15.81** Formas de onda para o circuito em paralelo *R-L-C* visto na Figura 15.77.

ou, finalmente,

$$\begin{aligned}
 P_T &= P_R + P_L + P_C \\
 &= EI_R \cos \theta_R = EI_L \cos \theta_L + EI_C \cos \theta_C \\
 &= (100 \text{ V})(30 \text{ A}) \cos 0^\circ + (100 \text{ V})(70 \text{ A}) \cos 90^\circ + \\
 &\quad (100 \text{ V})(30 \text{ A}) \cos 90^\circ \\
 &= 3.000 \text{ W} + 0 + 0 \\
 &= \mathbf{3.000 \text{ W}}
 \end{aligned}$$

*Fator de potência:* O fator de potência do circuito é

$$F_p = \cos \theta_T = \cos 53,13^\circ = \mathbf{0,6 \text{ atrasado}}$$

Usando a Equação 15.36, obtemos:

$$F_p = \cos \theta_T = \frac{G}{Y_T} = \frac{0,3 \text{ S}}{0,5 \text{ S}} = 0,6 \text{ atrasado}$$

*Método da impedância:* A corrente **I** de entrada pode ser calculada determinando, em primeiro lugar, a impedância total da seguinte maneira:

$$Z_T = \frac{Z_R Z_L Z_C}{Z_R Z_L + Z_L Z_C + Z_R Z_C} = \mathbf{2\Omega \angle 53,13^\circ}$$

e, aplicando a lei de Ohm, obtemos:

$$\mathbf{I} = \frac{E}{Z_T} = \frac{100 \text{ V} \angle 53,13^\circ}{2\Omega \angle 53,13^\circ} = \mathbf{50 \text{ A} \angle 0^\circ}$$

### 15.9 REGRA DOS DIVISORES DE CORRENTE

O formato básico da **regra dos divisores de corrente** para circuitos de corrente alternada tem exatamente o mesmo formato daquela que é usada nos circuitos de

corrente contínua; ou seja, para dois ramos em paralelo de impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$ , como mostra a Figura 15.82,

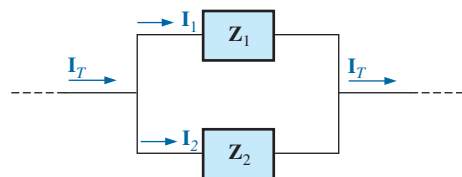
$$\mathbf{I_1 = \frac{Z_2 I_T}{Z_1 + Z_2} \text{ ou } \mathbf{I_2 = \frac{Z_1 I_T}{Z_1 + Z_2}} \quad (15.37)$$

#### EXEMPLO 15.16

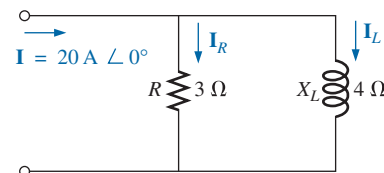
Usando a regra dos divisores de corrente, calcule as correntes em cada uma das impedâncias vistas na Figura 15.83.

Solução:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I_R} &= \frac{Z_L I_T}{Z_R + Z_L} = \frac{(4\Omega \angle 90^\circ)(20 \text{ A} \angle 0^\circ)}{3\Omega \angle 0^\circ + 4\Omega \angle 90^\circ} = \frac{80 \text{ A} \angle 90^\circ}{5 \angle 53,13^\circ} \\
 &= \mathbf{16 \text{ A} \angle 36,87^\circ}
 \end{aligned}$$



**Figura 15.82** Aplicação da regra dos divisores de corrente.



**Figura 15.83** Exemplo 15.16.

$$I_L = \frac{Z_R I_T}{Z_R + Z_L} = \frac{(3\Omega \angle 0^\circ)(20 A \angle 0^\circ)}{5\Omega \angle 53,13^\circ} = \frac{60 A \angle 0^\circ}{5 \angle 53,13^\circ} = 12 A \angle -53,13^\circ$$

**EXEMPLO 15.17**

Usando a regra dos divisores de corrente, determine as correntes nos dois ramos paralelos do circuito visto na Figura 15.84.

Solução:

$$I_{R-L} = \frac{Z_C I_T}{Z_C + Z_{R-L}} = \frac{(2\Omega \angle -90^\circ)(5 A \angle 30^\circ)}{-j2\Omega + 1\Omega + j8\Omega} = \frac{10 A \angle -60^\circ}{1 + j6} = \frac{10 A \angle -60^\circ}{6,083 \angle 80,54^\circ} \cong 1,64 A \angle -140,54^\circ$$

$$I_C = \frac{Z_{R-L} I_T}{Z_{R-L} + Z_C} = \frac{(1\Omega + j8\Omega)(5 A \angle 30^\circ)}{6,08\Omega \angle 80,54^\circ} = \frac{(8,06 \angle 82,87^\circ)(5 A \angle 30^\circ)}{6,08 \angle 80,54^\circ} = \frac{40,30 A \angle 112,87^\circ}{6,083 \angle 80,54^\circ} = 6,63 A \angle 32,33^\circ$$

### 15.10 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE ELEMENTOS EM PARALELO

Lembre-se de que, para elementos em série, a impedância total é a soma direta das impedâncias de cada

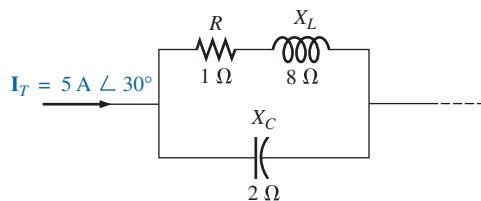


Figura 15.84 Exemplo 15.17.

elemento, e quanto maior o componente real ou o imaginário, maior o impacto sobre a impedância total. Para elementos paralelos, é importante lembrar que *quanto menor o resistor paralelo ou quanto menor a reatância paralela, maior o impacto sobre o componente real ou imaginário, respectivamente, da impedância total.*

Na Figura 15.85, a resposta em frequência foi incluída para cada elemento de uma combinação *R-L-C* paralela. Em frequências muito baixas, a impedância do indutor será menor que a do resistor ou a do capacitor, resultando em um circuito indutivo em que a reatância do indutor terá maior impacto sobre a impedância total. À medida que a frequência aumenta, a impedância do indutor aumentará, enquanto a impedância do capacitor diminuirá. Dependendo dos componentes escolhidos, é possível que a reatância do capacitor caia para um ponto em que ela será igual à impedância do indutor antes que uma delas atinja o nível da resistência.

Portanto, é impossível fazer muitas afirmações gerais sobre o efeito de cada elemento à medida que a frequência aumenta. Em geral, porém, para frequências muito baixas, podemos considerar que um circuito *R-L-C* em paralelo será indutivo, conforme descrevemos anteriormente, e em frequências muito altas ele será capacitivo, pois  $X_C$  cairá para níveis muito baixos. Nas frequências intermediárias, haverá um ponto em que  $X_L$  será igual a  $X_C$ , e onde  $X_L$  ou  $X_C$  serão iguais a  $R$ . Porém, as frequências com que esses eventos ocorrem dependem dos elementos escolhidos e da faixa de frequência de interesse. Contudo, em geral, lembre-se de que, quanto menor a resistência ou a reatância, maior seu impacto sobre a impedância total de um sistema paralelo.

Agora, examinemos o efeito da frequência sobre a impedância total e a corrente no indutor no caso do circuito *R-L* em paralelo, mostrado na Figura 15.86, para uma faixa de frequência de 0 a 40 kHz.

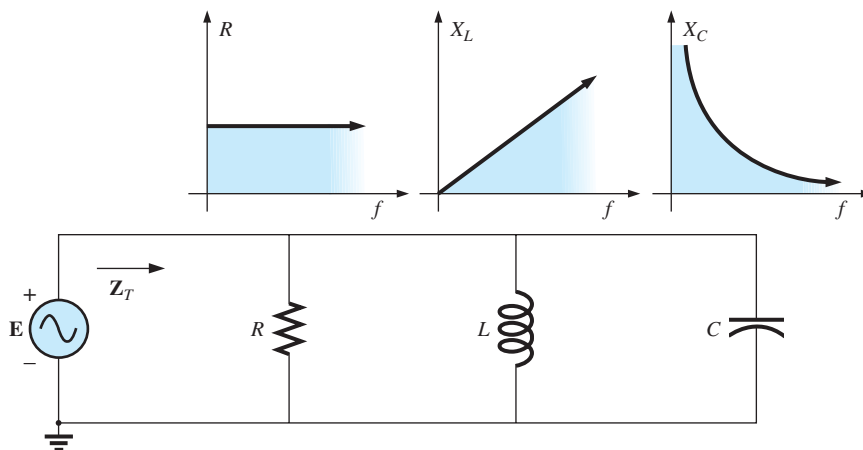
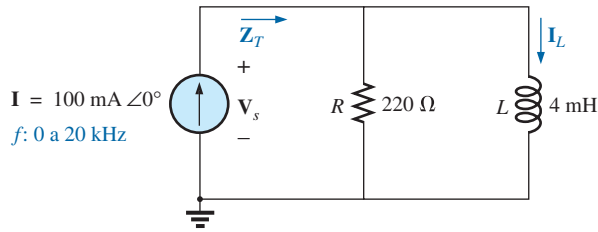


Figura 15.85 Resposta em frequência para elementos *R-L-C* em paralelo.

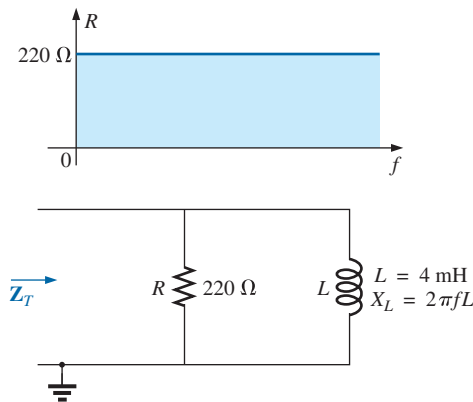


**Figura 15.86** Determinação da resposta em frequência de um circuito  $R$ - $L$  em paralelo.

$Z_T$ . Antes de examinar os detalhes, devemos primeiro ter uma ideia da influência da frequência no circuito, visto na Figura 15.86, observando as curvas da impedância em função da frequência, mostradas na Figura 15.87, para cada componente individual. O fato de os elementos estarem em paralelo torna necessário que consideremos suas características de uma maneira diferente daquela que usamos para o circuito  $R$ - $C$  em série na Seção 15.5. Lembre-se de que, no caso de elementos em paralelo, aquele que tiver a menor impedância, para uma dada frequência, terá a maior influência sobre a impedância total. Na Figura 15.87, por exemplo,  $X_L$  é muito pequena em baixas frequências em comparação a  $R$ , fazendo com que  $X_L$  seja o fator predominante nessa faixa de frequências. Em outras palavras, o circuito é bastante indutivo em baixas frequências, e o ângulo associado à impedância total é aproximadamente  $90^\circ$ , próximo do valor para um indutor puro. À medida que a frequência aumenta,  $X_L$  aumenta até que seu valor se iguale ao da resistência do resistor ( $220 \Omega$ ). A frequência com que isso ocorre é obtida da seguinte maneira:

$$X_L = 2\pi f_2 L = R$$

e 
$$f_2 = \frac{R}{2\pi L} \tag{15.38}$$



**Figura 15.87** Resposta em frequência dos elementos individuais de um circuito  $R$ - $L$  paralelo.

que no caso do circuito visto na Figura 15.86 é:

$$f_2 = \frac{R}{2\pi L} = \frac{220\Omega}{2\pi(4 \times 10^{-3} \text{ H})} \cong 8,75 \text{ kHz}$$

um valor que está dentro da faixa de frequência de interesse.

Para frequências menores que  $f_2$ ,  $X_L < R$ , e para frequências maiores que  $f_2$ ,  $X_L > R$ , como mostra a Figura 15.87. Uma equação geral para a impedância total, em forma vetorial, pode ser obtida da seguinte maneira:

$$Z_T = \frac{Z_R Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{(R \angle 0^\circ)(X_L \angle 90^\circ)}{R + jX_L} = \frac{RX_L \angle 90^\circ}{\sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \text{tg}^{-1} X_L / R}$$

e 
$$Z_T = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \angle 90^\circ - \text{tg}^{-1} X_L / R$$

de modo que 
$$Z_T = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \tag{15.39}$$

e 
$$\theta_T = 90^\circ - \text{tg}^{-1} \frac{X_L}{R} = \text{tg}^{-1} \frac{R}{X_L} \tag{15.40}$$

Agora, o módulo e a fase da impedância total podem ser obtidos para qualquer frequência de interesse substituindo  $R$  e  $X_L$  por seus valores nas equações 15.39 e 15.40.

$f = 1 \text{ kHz}$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi(1 \text{ kHz})(4 \times 10^{-3} \text{ H}) = 25,12 \Omega$$



$$e \quad Z_T = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{(220\Omega)(25,12\Omega)}{\sqrt{(220\Omega)^2 + (25,12\Omega)^2}} = 24,96\Omega$$

$$\text{com} \quad \theta_T = \text{tg}^{-1} \frac{R}{X_L} = \text{tg}^{-1} \frac{220\Omega}{25,12\Omega} \\ = \text{tg}^{-1} 8,76 = 83,49^\circ$$

$$e \quad Z_T = 24,96 \Omega \angle 83,49^\circ$$

Esse valor é bastante próximo a  $X_L = 25,12 \Omega \angle 90^\circ$ , que seria a impedância se o circuito fosse puramente indutivo ( $R = \infty \Omega$ ). Nossa suposição de que o circuito é essencialmente indutivo em baixas frequências está, portanto, confirmada.

Continuando, obtemos:

$$f = 5 \text{ kHz: } Z_T = 109,1 \Omega \angle 60,23^\circ$$

$$f = 10 \text{ kHz: } Z_T = 165,5 \Omega \angle 41,21^\circ$$

$$f = 15 \text{ kHz: } Z_T = 189,99 \Omega \angle 30,28^\circ$$

$$f = 20 \text{ kHz: } Z_T = 201,53 \Omega \angle 23,65^\circ$$

$$f = 30 \text{ kHz: } Z_T = 211,19 \Omega \angle 16,27^\circ$$

$$f = 40 \text{ kHz: } Z_T = 214,91 \Omega \angle 12,35^\circ$$

Em  $f = 40 \text{ kHz}$ , observe como a grandeza de  $Z_T$  se aproxima do nível de resistência de  $220 \Omega$ , e o quanto o ângulo associado à impedância total se aproxima de zero. O resultado é um circuito com características cada vez mais resistivas à medida que a frequência aumenta, o que confirma as conclusões obtidas a partir dos gráficos da Figura 15.87.

Os gráficos de  $Z_T$  em função da frequência, na Figura 15.88, e de  $\theta_T$  em função da frequência, na Figura 15.89, revelam claramente a transição do comportamento induti-

vo para o resistivo. Observe que a frequência de  $8,75 \text{ kHz}$  está praticamente no meio do ‘joelho’ das curvas de  $Z_T$  e  $\theta_T$ .

Um exame das figuras 15.49 e 15.88 revela que tanto o circuito  $R$ - $C$  em série, quanto o circuito  $R$ - $L$  em paralelo possuem impedâncias cujo valor tende para o da resistência em altas frequências. No circuito capacitivo, a impedância total se aproxima do valor da resistência decrescendo, enquanto no circuito indutivo a impedância total cresce na direção do valor da resistência. No caso do circuito  $R$ - $L$  em série e do circuito  $R$ - $C$  em paralelo, a impedância total é praticamente resistiva e tem o valor da resistência em baixas frequências, apresentando características reativas em altas frequências.

$I_L$ . A aplicação da regra dos divisores de corrente ao circuito mostrado na Figura 15.86 resulta no seguinte:

$$I_L = \frac{Z_R I}{Z_R + Z_L} \\ = \frac{(R \angle 0^\circ)(I \angle 0^\circ)}{R + jX_L} = \frac{RI \angle 0^\circ}{\sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \text{tg}^{-1} X_L/R}$$

$$e \quad I_L = I_L \angle \theta_L = \frac{RI}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \angle -\text{tg}^{-1} X_L/R$$

Portanto, o módulo de  $I_L$  é dado por

$$I_L = \frac{RI}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad (15.41)$$

e o ângulo de fase  $\theta_L$ , pelo qual  $I_L$  está adiantado em relação a  $I$ , é dado por:

$$\theta_L = -\text{tg}^{-1} \frac{X_L}{R} \quad (15.42)$$

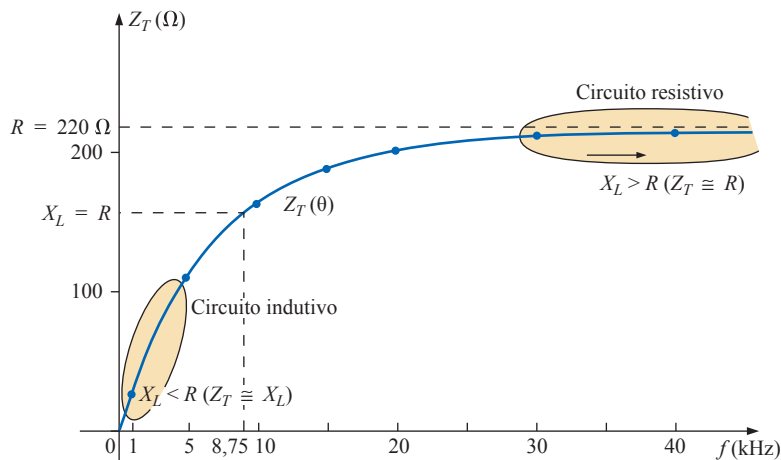
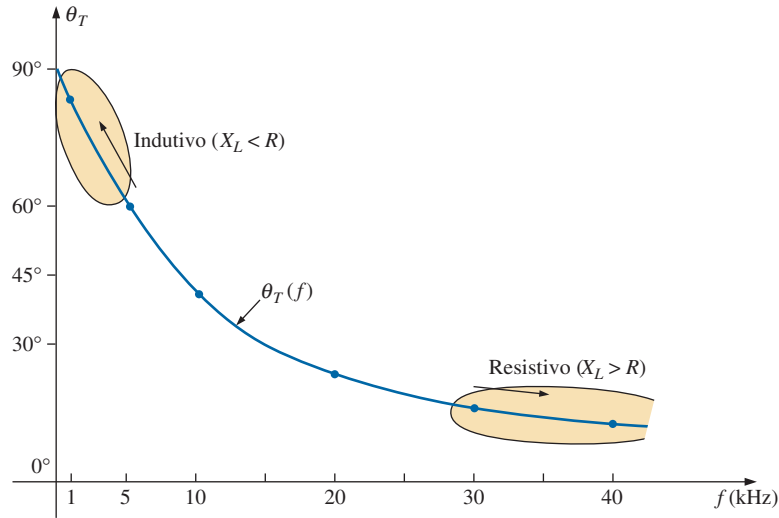


Figura 15.88 Módulo da impedância de entrada em função da frequência para o circuito visto na Figura 15.86.



**Figura 15.89** Ângulo de fase da impedância de entrada em função da frequência para o circuito da Figura 15.86.

Como  $\theta_L$  é sempre negativo, o seu módulo é, na realidade, o ângulo no qual  $I_L$  está atrasado em relação a  $I$ .

Para começar nossa análise, consideraremos  $f = 0$  Hz (condições de corrente contínua).

**$f = 0$  Hz**

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi (0 \text{ Hz}) L = 0 \Omega$$

Substituindo o indutor na Figura 15.86 pelo curto-circuito equivalente, obtemos:

$$I_L = I = 100 \text{ mA} \angle 0^\circ$$

como ilustram as figuras 15.90 e 15.91.

**$f = 1$  kHz**

Aplicando a Equação 15.41, temos

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(1 \text{ kHz})(4 \text{ mH}) = 25,12 \Omega$$

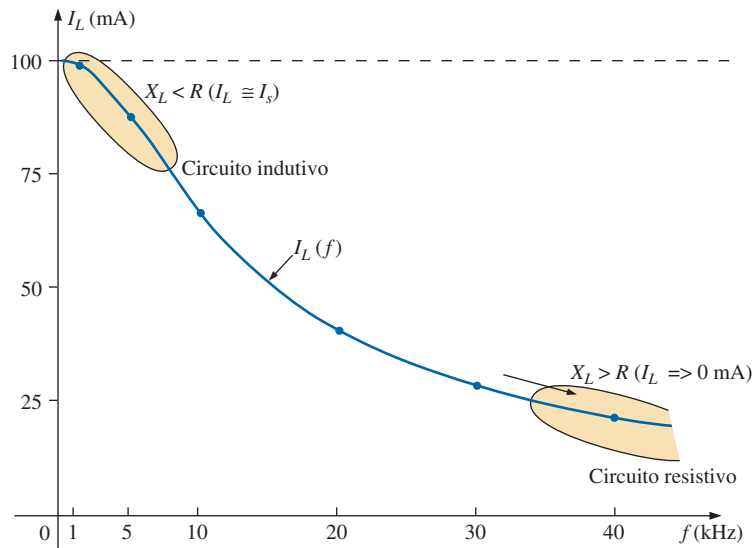
e 
$$\sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(220\Omega)^2 + (25,12\Omega)^2} = 221,43\Omega$$

e 
$$I_L = \frac{RI}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{(220\Omega)(100 \text{ mA})}{221,43\Omega} = 99,35 \text{ mA}$$

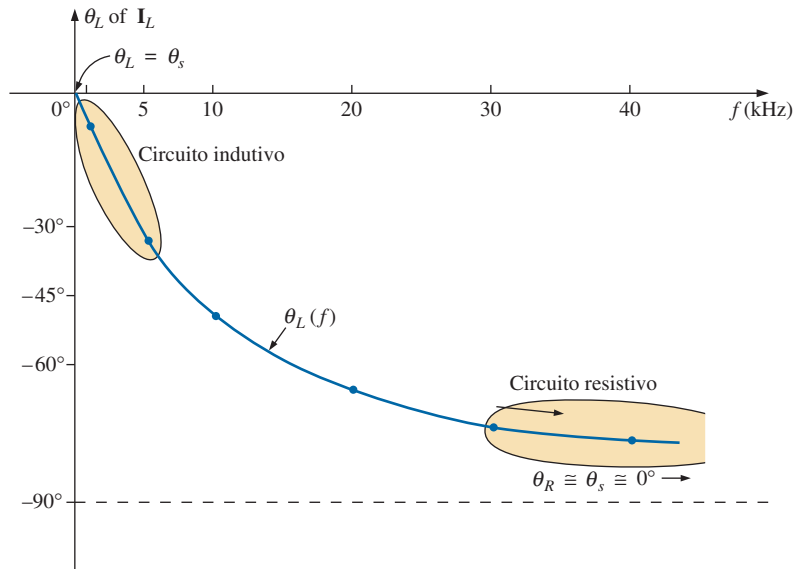
com

$$\theta_L = \text{tg}^{-1} \frac{X_L}{R} = -\text{tg}^{-1} \frac{25,12\Omega}{220\Omega} = -\text{tg}^{-1} 0,114 = -6,51^\circ$$

e  **$I_L = 99,35 \text{ mA} \angle -6,51^\circ$**



**Figura 15.90** Módulo da corrente  $I_L$  em função da frequência para o circuito  $R$ - $L$  em paralelo mostrado na Figura 15.86.



**Figura 15.91** Ângulo de fase da corrente  $I_L$  em função da frequência para o circuito  $R$ - $L$  em paralelo visto na Figura 15.86.

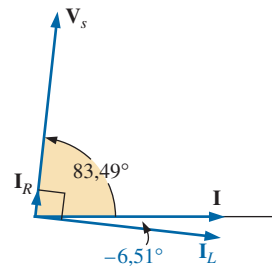
O resultado é uma corrente  $I_L$  cujos módulo e fase ainda estão muito próximos dos valores para a corrente da fonte  $I$ .

Continuando, obtemos:

- $f = 5 \text{ kHz}: I_L = 86,84 \text{ mA} \angle -29,72^\circ$
- $f = 10 \text{ kHz}: I_L = 65,88 \text{ mA} \angle -48,79^\circ$
- $f = 15 \text{ kHz}: I_L = 50,43 \text{ mA} \angle -59,72^\circ$
- $f = 20 \text{ kHz}: I_L = 40,11 \text{ mA} \angle -66,35^\circ$
- $f = 30 \text{ kHz}: I_L = 28,02 \text{ mA} \angle -73,73^\circ$
- $f = 40 \text{ kHz}: I_L = 21,38 \text{ mA} \angle -77,65^\circ$

O gráfico do módulo de  $I_L$  em função da frequência que aparece na Figura 15.90 revela que a corrente no indutor diminui do valor máximo, 100 mA, para cerca de 20 mA em 40 kHz. À medida que a reatância do indutor aumenta, devido ao aumento da frequência, uma fração cada vez maior da corrente da fonte procura o caminho de menor resistência através do resistor. A diferença de fase entre  $I_L$  e  $I$  se aproxima de  $90^\circ$  com o aumento da frequência, conforme mostra a Figura 15.91, deixando para trás o valor inicial de  $0^\circ$  para  $f = 0 \text{ Hz}$ .

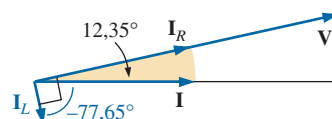
Para  $f = 1 \text{ kHz}$ , o diagrama de fasores do circuito aparece na Figura 15.92. Observe que o módulo e o ângulo de fase de  $I_L$  são quase iguais aos de  $I$ . Como a tensão em um indutor está adiantada  $90^\circ$  em relação à corrente, a tensão  $V_s$  aparece como mostrado. A tensão no resistor está em fase com a corrente no mesmo, o que resulta na representação de  $I_R$  vista na Figura 15.92. É claro que, para essa frequência,  $R > X_L$ , e portanto, a corrente  $I_R$  é relativamente pequena.



**Figura 15.92** Diagrama de fasores do circuito  $R$ - $L$  em paralelo visto na Figura 15.86 para  $f = 1 \text{ kHz}$ .

Para  $f = 40 \text{ kHz}$ , o diagrama de fasores passa a ser o que mostra a Figura 15.93. Observe que agora  $I_R$  e  $I$  têm valores próximos de módulo e de fase, porque  $X_L > R$ . O módulo de  $I_L$  caiu para um valor muito baixo, e o ângulo de fase associado a  $I_L$  aproxima-se de  $-90^\circ$ . O circuito é agora mais ‘resistivo’ em comparação com o comportamento ‘indutivo’ em baixas frequências.

A análise de circuitos  $R$ - $C$  ou  $R$ - $L$ - $C$  em paralelo pode ser feita de forma semelhante, sendo que a impedância indutiva é dominante em baixas frequências, e a reatância capacitiva, em altas frequências.



**Figura 15.93** Diagrama de fasores do circuito  $R$ - $L$  em paralelo visto na Figura 15.86 para  $f = 40 \text{ kHz}$ .

### 15.11 CIRCUITOS CA EM PARALELO — RESUMO

Os itens a seguir constituem uma revisão das importantes conclusões que podem ser obtidas das discussões e dos exemplos das seções anteriores. Essa lista não está completa, mas enfatiza algumas das conclusões que serão utilizadas futuramente na análise de circuitos de corrente alternada.

*Para um circuito CA em paralelo contendo elementos reativos:*

1. A admitância ou impedância total depende da frequência.
2. Dependendo da frequência aplicada, o mesmo circuito pode se comportar de forma predominantemente indutiva ou predominantemente capacitiva.
3. O módulo da corrente em qualquer ramo pode ser maior que o da corrente da fonte.
4. As susceptâncias indutiva e capacitiva têm sentidos opostos em um diagrama de admitâncias.
5. Em frequências baixas, os elementos indutivos geralmente têm uma influência maior no valor da impedância total, enquanto em frequências altas são os elementos capacitivos que influenciam mais no valor da impedância total.
6. A impedância de qualquer elemento pode ser menor que a impedância total (lembre-se de que para circuitos de corrente contínua a resistência total é sempre menor que a menor das resistências em paralelo).
7. O módulo da corrente em um elemento, comparado com os outros elementos no circuito, é inversamente proporcional ao módulo de sua impedância. Ou seja, quanto menor a impedância de um elemento, maior a corrente nele.
8. A corrente no indutor está sempre em sentido oposto ao da corrente no capacitor no diagrama fasorial.
9. A tensão aplicada está sempre em fase com a corrente em um elemento resistivo, adiantada 90° em relação à corrente em um elemento indutivo e atrasada 90° em relação à corrente em um elemento capacitivo.
10. Quanto menor a parte resistiva de um circuito em comparação com a susceptância reativa, mais próximo da unidade estará o fator de potência.

### 15.12 CIRCUITOS EQUIVALENTES

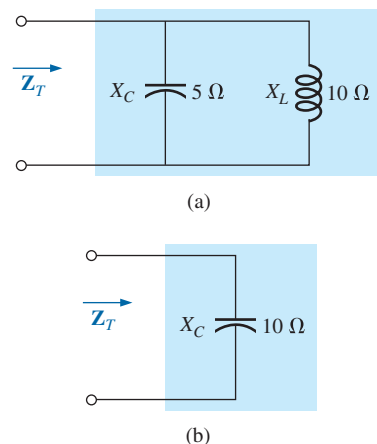
No caso de um circuito de corrente alternada em série, a impedância total de dois ou mais elementos é, com frequência, equivalente a uma impedância que pode ser obtida usando-se um número menor de elementos; os tipos de componentes e os seus valores dependem da frequência aplicada ao circuito. O mesmo ocorre no caso de circuitos em paralelo. No caso do circuito mostrado na Figura 15.94(a),

$$\begin{aligned} Z_T &= \frac{Z_C Z_L}{Z_C + Z_L} = \frac{(5\Omega \angle -90^\circ)(10\Omega \angle 90^\circ)}{5\Omega \angle -90^\circ + 10\Omega \angle 90^\circ} = \frac{50 \angle 0^\circ}{5 \angle 90^\circ} \\ &= 10\Omega \angle -90^\circ \end{aligned}$$

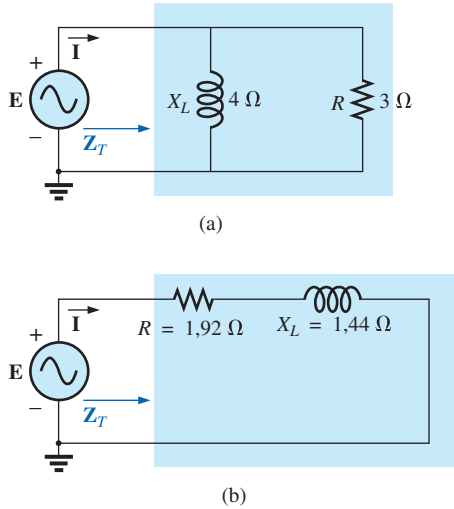
A impedância total para esse valor de frequência é equivalente à de um capacitor cuja reatância é de 10 Ω, conforme mostra a Figura 15.94(b). Tenha sempre em mente que essa equivalência é válida somente para um determinado valor de frequência. Se a frequência do sinal aplicado mudar, a reatância dos elementos muda de valor, e o circuito equivalente é alterado — talvez mude de capacitivo para indutivo no exemplo anterior.

Outro aspecto interessante pode ser percebido por meio do cálculo da impedância de um circuito em paralelo, como o que vemos na Figura 15.95(a), em forma retangular. Nesse caso,

$$\begin{aligned} Z_T &= \frac{Z_L Z_R}{Z_L + Z_R} = \frac{(4\Omega \angle 90^\circ)(3\Omega \angle 0^\circ)}{4\Omega \angle 90^\circ + 3\Omega \angle 0^\circ} \\ &= \frac{12 \angle 90^\circ}{5 \angle 53,13^\circ} = 2,40\Omega \angle 36,87^\circ \\ &= 1,92\Omega + j1,44\Omega \end{aligned}$$



**Figura 15.94** Definição da equivalência entre dois circuitos em uma frequência específica.



**Figura 15.95** Determinação do circuito em série equivalente a um circuito  $R$ - $L$  em paralelo.

que é a impedância de um circuito em série com um resistor de  $1,92 \Omega$  e uma reatância indutiva de  $1,44 \Omega$ , como mostra a Figura 15.95(b).

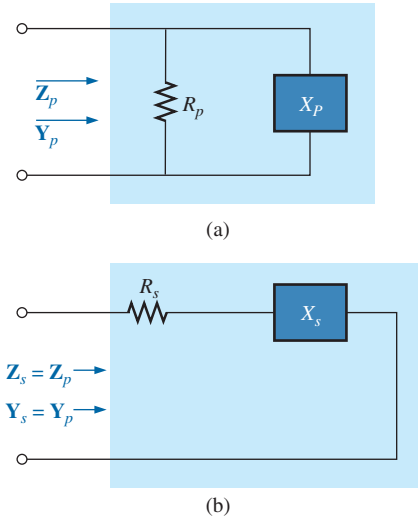
A corrente  $I$  será a mesma em cada um dos circuitos das figuras 15.94 ou 15.95 se a mesma tensão de entrada  $E$  for aplicada. No caso de um circuito em paralelo com um componente resistivo e outro reativo, o circuito em série com a mesma impedância de entrada será sempre constituído por um elemento resistivo e outro reativo. A impedância dos componentes do circuito em série é diferente da dos componentes do circuito em paralelo equivalente, mas os elementos reativos são sempre do mesmo tipo nos dois circuitos. Ou seja, os circuitos  $R$ - $L$  e  $R$ - $C$  em paralelo têm como equivalentes circuitos  $R$ - $L$  e  $R$ - $C$  em série, respectivamente. O mesmo é válido quando se converte os circuitos de série para paralelo. Na discussão a seguir, tenha sempre em mente que:

*O termo 'equivalente' significa apenas que para uma mesma tensão aplicada teremos a mesma impedância e a mesma corrente de entrada nos dois circuitos.*

Para formular a equivalência entre circuitos em série e em paralelo, o circuito em série equivalente a um resistor e a uma reatância em paralelo pode ser determinado calculando a impedância total do circuito em forma retangular. Ou seja, para o circuito visto na Figura 15.96(a),

$$Y_p = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{\pm jX_p} = \frac{1}{R_p} \mp j \frac{1}{X_p}$$

e



**Figura 15.96** Definição dos parâmetros de circuitos equivalentes em série e em paralelo.

$$Z_p = \frac{1}{Y_p} = \frac{1}{(1/R_p) \mp j(1/X_p)} = \frac{1/R_p}{(1/R_p)^2 + (1/X_p)^2} \pm j \frac{1/X_p}{(1/R_p)^2 + (1/X_p)^2}$$

Multiplicando o numerador e o denominador de cada termo por  $R_p^2 X_p^2$ , obtemos:

$$Z_p = \frac{R_p X_p^2}{X_p^2 + R_p^2} \pm j \frac{R_p^2 X_p}{X_p^2 + R_p^2} = R_s \pm jX_s \text{ [Figura 15.96(b)]}$$

e

$$R_s = \frac{R_p X_p^2}{X_p^2 + R_p^2} \tag{15.43}$$

com

$$X_s = \frac{R_p^2 X_p}{X_p^2 + R_p^2} \tag{15.44}$$

Para o circuito visto na Figura 15.95,

$$R_s = \frac{R_p X_p^2}{X_p^2 + R_p^2} = \frac{(3\Omega)(4\Omega)^2}{(4\Omega)^2 + (3\Omega)^2} = \frac{48\Omega}{25} = 1,92 \Omega$$

e

$$X_s = \frac{R_p^2 X_p}{X_p^2 + R_p^2} = \frac{(3\Omega)^2 (4)}{(4\Omega)^2 + (3\Omega)^2} = \frac{36\Omega}{25} = 1,44 \Omega$$

o que concorda com o resultado anterior.

O circuito equivalente em paralelo de um circuito com um resistor e uma reatância em série pode ser obtido simplesmente calculando a admitância total do sistema em forma retangular. Ou seja, no caso do circuito mostrado na Figura 15.96(b),

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_s &= R_s \pm jX_s \\ \mathbf{Y}_s &= \frac{1}{\mathbf{Z}_s} = \frac{1}{R_s \pm jX_s} = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} \mp j \frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2} \\ &= G_p \mp jB_p = \frac{1}{R_p} \mp j \frac{1}{X_p} \quad [\text{Figura 15.96(a)}] \end{aligned}$$

ou 
$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} \quad (15.45)$$

com 
$$X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} \quad (15.46)$$

No caso do exemplo acima,

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} = \frac{(1,92\Omega)^2 + (1,44\Omega)^2}{1,92\Omega} = \frac{5,76\Omega}{1,92} = 3,0\Omega$$

e 
$$X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} = \frac{5,76\Omega}{1,44} = 4,0\Omega$$

como mostra a Figura 15.95(a).

**EXEMPLO 15.18**

Obtenha o equivalente em série do circuito da Figura 15.97.

Solução:

$$\begin{aligned} R_p &= 8\text{ k}\Omega \\ X_p(\text{resultante}) &= |X_L - X_C| = |9\text{ k}\Omega - 4\text{ k}\Omega| = 5\text{ k}\Omega \\ R_s &= \frac{R_p X_p^2}{X_p^2 + R_p^2} = \frac{(8\text{ k}\Omega)(5\text{ k}\Omega)^2}{(5\text{ k}\Omega)^2 + (8\text{ k}\Omega)^2} = \frac{200\text{ k}\Omega}{89} = 2,25\Omega \end{aligned}$$

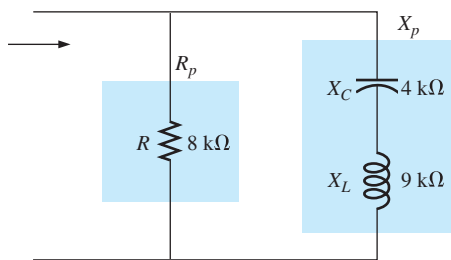


Figura 15.97 Exemplo 15.18.

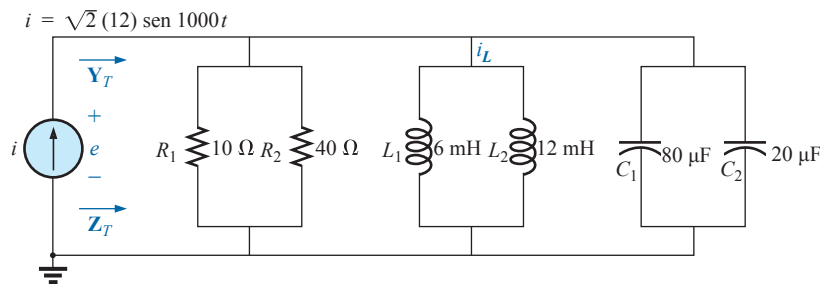


Figura 15.99 Exemplo 15.19.

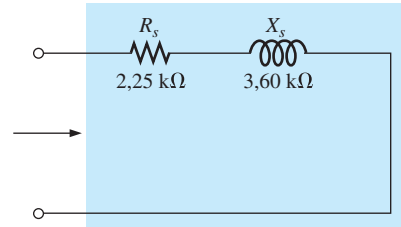


Figura 15.98 Circuito em série equivalente ao circuito em paralelo visto na Figura 15.97.

com 
$$X_s = \frac{R_p^2 X_p}{X_p^2 + R_p^2} = \frac{(8\text{ k}\Omega)^2 (5\text{ k}\Omega)}{(5\text{ k}\Omega)^2 + (8\text{ k}\Omega)^2} = \frac{(320\text{ k}\Omega)}{89} = 3,60\text{ k}\Omega \text{ (indutiva)}$$

O circuito em série equivalente aparece na Figura 15.98.

**EXEMPLO 15.19**

Considerando o circuito apresentado na Figura 15.99:

- Determine  $\mathbf{Y}_T$  e  $\mathbf{Z}_T$ .
- Construa o diagrama de admitâncias.
- Calcule  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{I}_L$ .
- Calcule o fator de potência e a potência fornecida ao circuito.
- Determine o circuito em série equivalente com relação às características do circuito.
- Utilizando o circuito equivalente obtido no item (e), calcule  $\mathbf{E}$  e compare com o resultado do item (c).
- Calcule a potência fornecida ao circuito equivalente e compare com o resultado do item (d).
- Obtenha o circuito em paralelo equivalente a partir do circuito em série e calcule a admitância total  $\mathbf{Y}_T$ . Compare com o resultado do item (a).

Soluções:

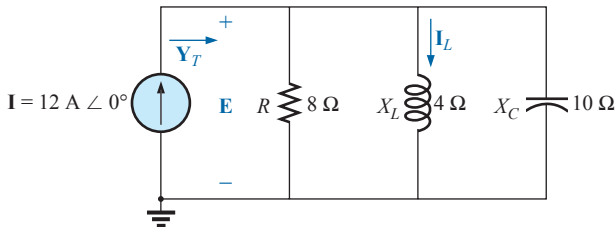
- Combinando os componentes em comum e calculando as reatâncias do indutor e do capacitor equivalente, temos:

$$\begin{aligned}
 R_T &= 10 \Omega \parallel 40 \Omega = 8 \Omega \\
 L_T &= 60 \text{ mH} \parallel 12 \text{ mH} = 4 \text{ mH} \\
 C_T &= 80 \mu\text{F} + 20 \mu\text{F} = 100 \mu\text{F} \\
 X_L &= \omega L = (1.000 \text{ rad/s})(4 \text{ mH}) = 4 \Omega \\
 X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(1.000 \text{ rad/s})(100 \mu\text{F})} = 10 \Omega
 \end{aligned}$$

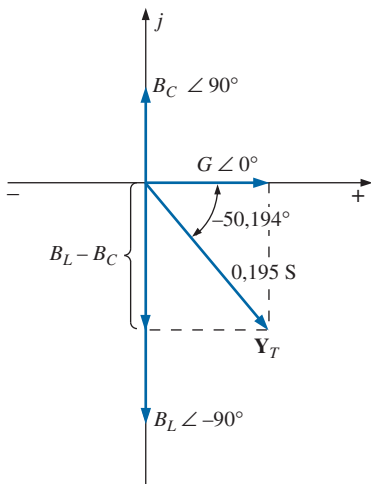
O circuito aparece redesenhado na Figura 15.100 usando a notação de fasores. A admitância total é:

$$\begin{aligned}
 Y_T &= Y_R + Y_L + Y_C \\
 &= G \angle 0^\circ + B_L \angle -90^\circ + B_C \angle +90^\circ \\
 &= \frac{1}{8 \Omega} \angle 0^\circ + \frac{1}{4 \Omega} \angle -90^\circ + \frac{1}{10 \Omega} \angle +90^\circ \\
 &= 0,125 \text{ S} \angle 0^\circ + 0,25 \text{ S} \angle -90^\circ + 0,1 \text{ S} \angle +90^\circ \\
 &= 0,125 \text{ S} - j0,25 \text{ S} + j0,1 \text{ S} \\
 &= 0,125 \text{ S} - j0,15 \text{ S} = \mathbf{0,195 \text{ S} \angle -50,194^\circ} \\
 Z_T &= \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0,195 \text{ S}} \angle -50,194^\circ = \mathbf{5,13 \Omega \angle 50,19^\circ}
 \end{aligned}$$

b) Veja a Figura 15.101.



**Figura 15.100** Aplicação da notação de fasores ao circuito visto na Figura 15.99.



**Figura 15.101** Diagrama de admitâncias para o circuito R-L-C em paralelo visto na Figura 15.99

$$\begin{aligned}
 \text{c) } E &= IZ_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{12 \text{ A} \angle 0^\circ}{0,195 \angle -50,194^\circ} = \mathbf{61,54 \text{ V} \angle 50,19^\circ} \\
 I_L &= \frac{V_L}{Z_L} = \frac{E}{Z_L} = \frac{61,538 \text{ V} \angle 50,194^\circ}{4 \Omega \angle 90^\circ} = \mathbf{15,39 \text{ A} \angle -39,81^\circ}
 \end{aligned}$$

$$\text{d) } F_p = \cos \theta = \frac{G}{Y_T} = \frac{0,125 \text{ S}}{0,195 \text{ S}} = \mathbf{0,641 \text{ atrasado}}$$

(E adiantada em relação a I)

$$\begin{aligned}
 P &= EI \cos \theta = (61,538 \text{ V})(12 \text{ A}) \cos 50,194^\circ \\
 &= \mathbf{472,75 \text{ W}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } Z_T &= \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0,195 \text{ S} \angle -50,194^\circ} = 5,128 \Omega \angle +50,194^\circ \\
 &= 3,28 \Omega + j3,94 \Omega \\
 &= R + jX_L \\
 X_L &= 3,94 \Omega = \omega L \\
 L &= \frac{3,94 \Omega}{\omega} = \frac{3,94 \Omega}{1000 \text{ rad/s}} = \mathbf{3,94 \text{ mH}}
 \end{aligned}$$

O circuito em série equivalente é visto na Figura 15.102.

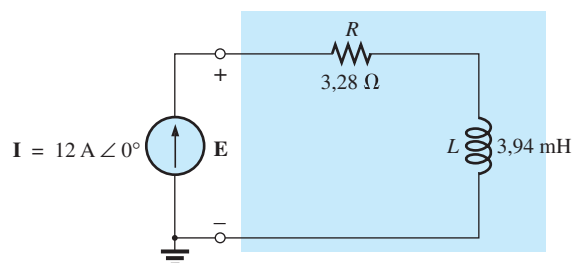
$$\begin{aligned}
 \text{f) } E &= IZ_T = (12 \text{ A} \angle 0^\circ)(5,128 \Omega \angle 50,194^\circ) \\
 &= \mathbf{61,54 \text{ V} \angle 50,194^\circ} \text{ (como anteriormente)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{g) } P &= I^2 R = (12 \text{ A})^2 (3,28 \Omega) = \mathbf{472,32 \text{ W}} \\
 &\text{(como anteriormente)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h) } R_p &= \frac{R_S^2 + X_S^2}{R_S} = \frac{(3,28 \Omega)^2 + (3,94 \Omega)^2}{3,28 \Omega} = \mathbf{8 \Omega} \\
 X_p &= \frac{R_S^2 + X_S^2}{X_S} = \frac{(3,28 \Omega)^2 + (3,94 \Omega)^2}{3,94 \Omega} = \mathbf{6,67 \Omega}
 \end{aligned}$$

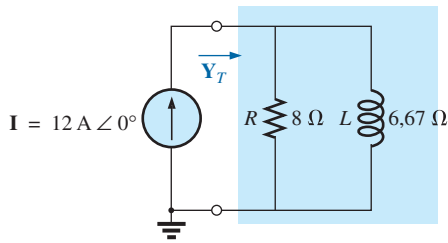
O circuito em paralelo equivalente aparece na Figura 15.103.

$$\begin{aligned}
 Y_T &= G \angle 0^\circ + B_L \angle -90^\circ = \frac{1}{8 \Omega} \angle 0^\circ + \frac{1}{6,675 \Omega} \angle -90^\circ \\
 &= 0,125 \text{ S} \angle 0^\circ + 0,15 \text{ S} \angle -90^\circ \\
 &= 0,125 \text{ S} - j0,15 \text{ S} = \mathbf{0,195 \text{ S} \angle 50,194^\circ} \\
 &\text{(como anteriormente)}
 \end{aligned}$$



**Figura 15.102** Circuito equivalente em série para o circuito R-L-C em paralelo visto na Figura 15.99 com  $\omega = 1.000$  radianos por segundo.





**Figura 15.103** Circuito equivalente em paralelo do circuito visto na Figura 15.102.

### 15.13 MEDIDAS DE FASE

A medição da diferença de fase angular entre as grandezas é uma das funções mais importantes que um osciloscópio pode realizar. Porém, essa é uma operação que deve ser realizada com cuidado, ou então você poderá obter o resultado incorreto ou danificar o equipamento. Sempre que estiver usando a capacidade de duplo traço de um osciloscópio, a coisa mais importante a lembrar é que

*os dois canais de um osciloscópio de duplo traço devem ser conectados ao mesmo GND.*

#### Medindo $Z_T$ e $\theta_T$

Para os circuitos paralelos de corrente alternada restritos a cargas resistivas, a impedância total poderá ser determinada da mesma maneira que foi descrita para circuitos de corrente contínua: basta remover a fonte e colocar um ohmímetro nos terminais do circuito. Porém,

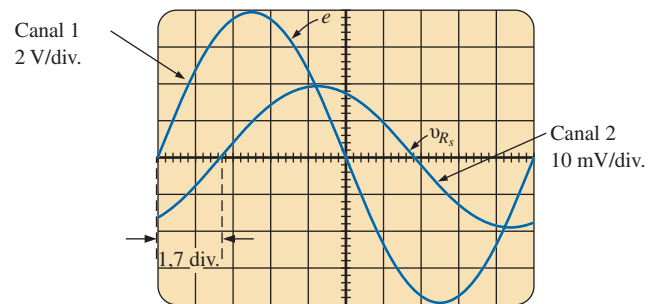
*para circuitos CA em paralelo com elementos reativos, a impedância total não poderá ser medida usando um ohmímetro.*

Deve-se definir um procedimento experimental que permita determinar o módulo e a fase da impedância do terminal.

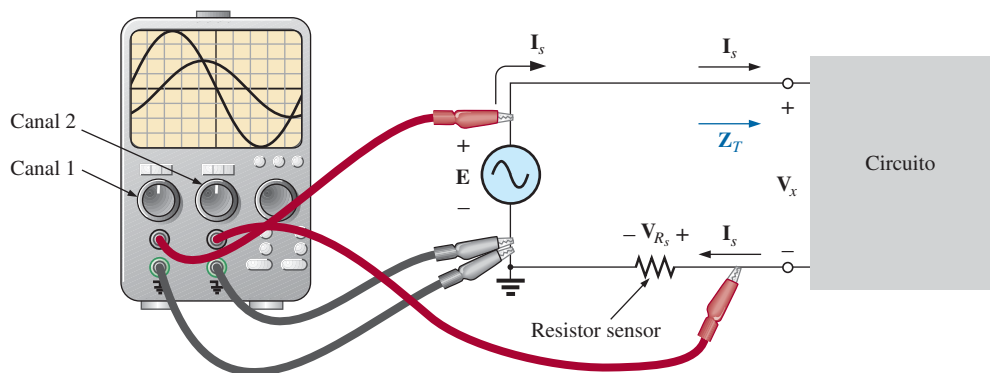
A fase angular entre a tensão aplicada e a corrente resultante na fonte é uma das mais importantes, pois (a) também é a fase angular associada à impedância total; (b) ela oferece uma indicação instantânea de o circuito ser resistivo ou reativo; (c) ela revela se um circuito é indutivo ou capacitivo; e (d) ela pode ser usada para determinar a potência fornecida ao circuito.

Na Figura 15.104, um resistor foi acrescentado à configuração entre a fonte e o circuito para permitir a medição da corrente e a determinação da fase angular entre a tensão aplicada e a corrente da fonte.

Na frequência de interesse, a tensão aplicada estabelece uma tensão no resistor sensor, que pode ser exibida por um canal do osciloscópio de duplo traço. Na Figura 15.104, o canal 1 exibe a tensão aplicada, e o canal 2, a tensão no resistor sensor. As sensibilidades para cada canal são escolhidas para estabelecer as formas de onda que aparecem na tela da Figura 15.105. Conforme já enfatizamos, observe que os dois canais possuem a mesma conexão de aterramento. Na verdade, a necessidade de uma conexão de GND comum é o único motivo para o resistor sensor não estar conectado ao lado positivo da fonte. Como os osciloscópios apresentam apenas tensões em relação ao tempo, o valor de pico da corrente na fonte precisa ser



**Figura 15.105**  $e$  e  $v_{R_s}$  para a configuração da Figura 15.104.



**Figura 15.104** Uso de um osciloscópio para medir  $Z_T$  e  $\theta_T$ .



descoberto por meio da lei de Ohm. *Como a tensão de um resistor e a corrente que o atravessa estão em fase, a fase angular entre as duas tensões será a mesma daquela entre a tensão aplicada e a corrente resultante na fonte.*

Usando as sensibilidades, descobrimos que o valor de pico da tensão aplicada é:

$$E_m = (4 \text{ div.})(2 \text{ V/div.}) = 8 \text{ V}$$

enquanto o valor de pico da tensão no resistor sensor é:

$$V_{R_s(\text{pico})} = (2 \text{ div.})(10 \text{ mV/div.}) = 20 \text{ mV}$$

Usando a lei de Ohm, descobrimos que o valor de pico da corrente é:

$$I_{s(\text{pico})} = \frac{V_{R_s(\text{pico})}}{R_s} = \frac{20 \text{ mV}}{10 \Omega} = 2 \text{ mA}$$

Escolhemos o resistor sensor com um valor pequeno o suficiente para que a tensão pelo resistor sensor seja pequena o suficiente para permitir a aproximação  $V_x = E - V_{R_s} \cong E$ . O módulo da impedância de entrada é, então,

$$Z_T = \frac{V_x}{I_s} \cong \frac{E}{I_s} = \frac{8 \text{ V}}{2 \text{ mA}} = 4 \text{ k}\Omega$$

Para a sensibilidade horizontal escolhida, as duas formas de onda vistas na Figura 15.105 têm um período  $T$  de dez divisões horizontais, e a diferença de fase entre as duas tensões é representada por 1,7 divisões. Como o período de uma senoide corresponde a  $360^\circ$ , podemos montar a seguinte regra de três para determinar o ângulo de fase  $\theta$ :

$$\frac{10 \text{ div.}}{360^\circ} = \frac{1,7 \text{ div.}}{\theta}$$

e 
$$\theta = \left(\frac{1,7}{10}\right) 360^\circ = 61,2^\circ$$

Em geral,

$$\theta = \frac{(\text{div. para } \theta)}{(\text{div. para } T)} \times 360^\circ \quad (15.47)$$

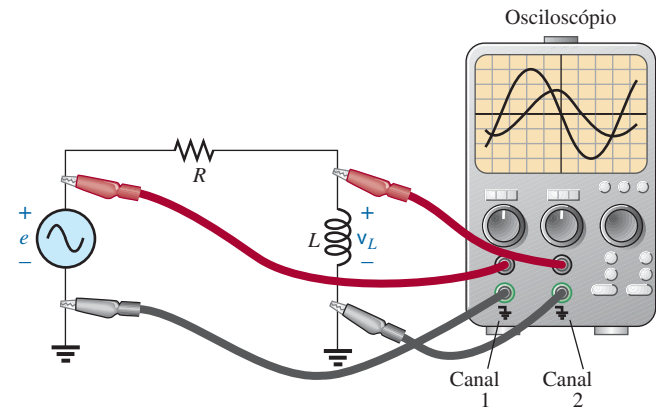
Portanto, a impedância total é:

$$Z_T = 4 \text{ k}\Omega \angle 61,2^\circ = 1,93 \text{ k}\Omega + j 3,51 \text{ k}\Omega = R + jX_L$$

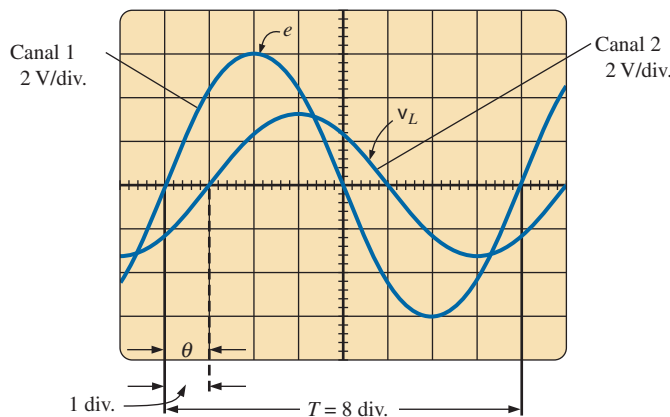
que é equivalente à combinação em série de um resistor de  $1,93 \text{ k}\Omega$  e um indutor com uma reatância de  $3,51 \text{ k}\Omega$  (na frequência de interesse).

### Medição do ângulo de fase entre as diversas tensões

Na Figura 15.106, um osciloscópio é usado para determinar a diferença nas fases entre a tensão aplicada e a tensão no indutor. Observe novamente que cada canal compartilha a mesma conexão GND. O padrão resultante aparece na Figura 15.107, com as sensibilidades escolhidas. Dessa vez, os dois canais têm a mesma sensibilidade, resultando nos seguintes valores de pico para as tensões:



**Figura 15.106** Determinação da diferença nas fases entre  $e$  e  $v_L$ .



**Figura 15.107** Determinação do ângulo de fase entre  $e$  e  $v_L$  para a configuração da Figura 15.106.

$$E_m = (3 \text{ div.})(2 \text{ V/div.}) = 6 \text{ V}$$

$$V_{L(\text{pico})} = (1,6 \text{ div.})(2 \text{ V/div.}) = 3,2 \text{ V}$$

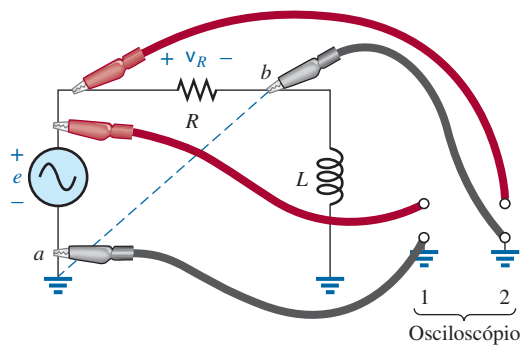
O ângulo de fase é determinado usando-se a Equação 15.45:

$$\theta = \frac{(1 \text{ div.})}{(8 \text{ div.})} \times 360^\circ$$

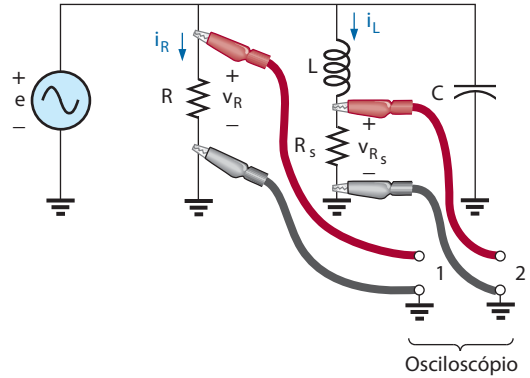
$$\theta = 45^\circ$$

Se a relação de fase entre  $e$  e  $v_R$  for desejada, o osciloscópio *não poderá ser conectado* como vemos na Figura 15.108. *Os GNDs de cada canal estão conectados internamente no osciloscópio*, forçando o ponto  $b$  a ter o mesmo potencial do ponto  $a$ . O resultado seria uma conexão direta entre os pontos  $a$  e  $b$ , colocando o elemento indutivo em curto-circuito. Se o elemento indutivo for o fator predominante no controle do nível da corrente, a corrente no circuito pode subir a níveis perigosos e danificar o osciloscópio ou a fonte. O modo mais fácil de determinar a relação de fase entre  $e$  e  $v_R$  seria simplesmente trocar as posições do resistor e do indutor e prosseguir como antes.

Para o circuito paralelo mostrado na Figura 15.109, a relação de fase entre as correntes nos dois ramos,  $i_R$  e  $i_L$ , pode ser determinada usando um resistor sensor, como mostra a figura. O valor do resistor sensor deve ser pequeno em comparação com o valor da reatância indutiva em série, para garantir que não afete a resposta geral do circuito. O canal 1 mostra a tensão  $v_{R_s}$  e o canal 2 a tensão  $v_R$ . Como  $v_R$  está em fase com  $i_R$ , e  $v_{R_s}$  está em fase com  $i_L$ , a relação de fase entre  $v_R$  e  $v_{R_s}$  será a mesma daquela entre  $i_R$  e  $i_L$ . O valor de pico de cada corrente poderá ser determinado através de uma simples aplicação da lei de Ohm.



**Figura 15.108** Conexão indevida para uma medição de fase.



**Figura 15.109** Determinação da relação de fase entre  $i_R$  e  $i_L$ .

## 15.14 APLICAÇÕES

### Instalação elétrica residencial

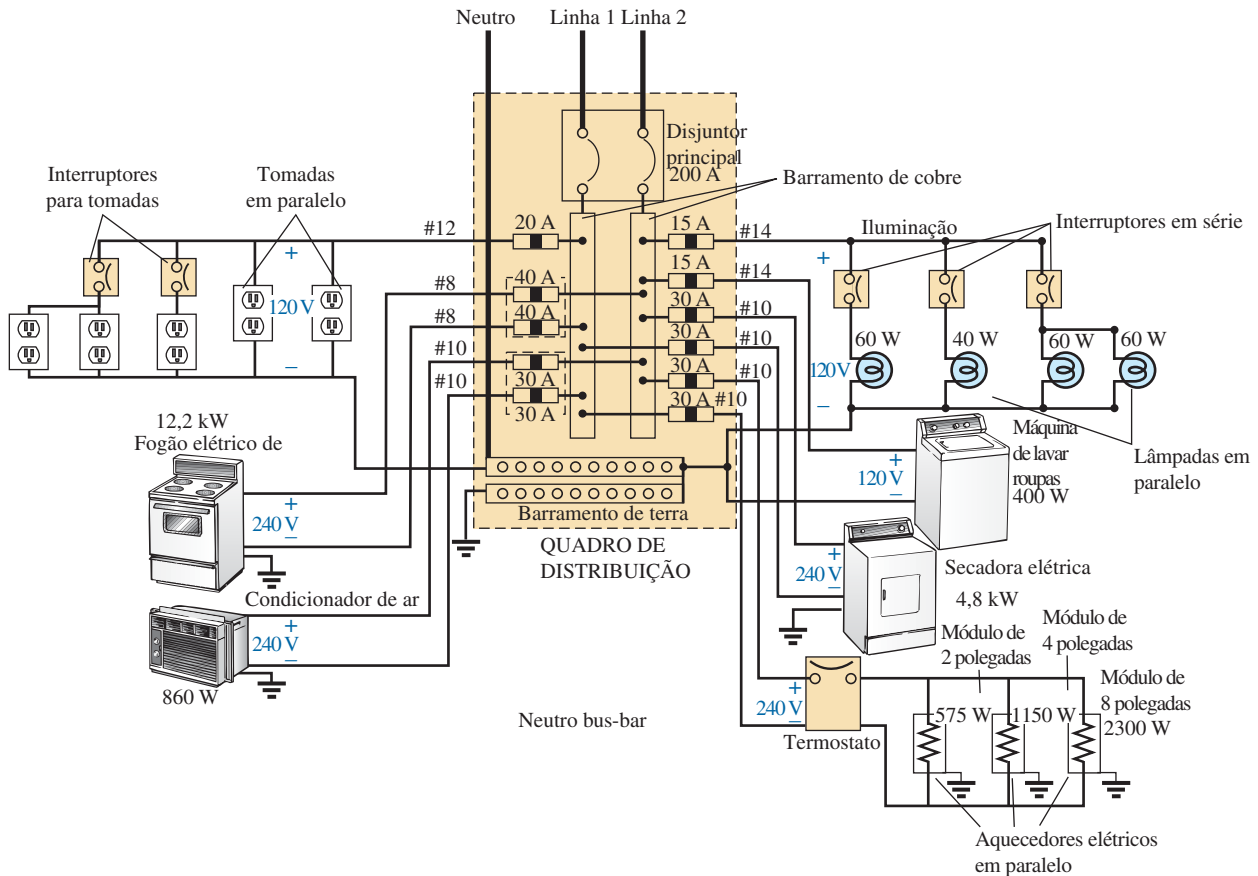
Uma visão geral da instalação elétrica de uma residência é mostrada na Figura 15.110, possibilitando uma discussão do sistema completo. No painel de distribuição foram incluídos a ‘alimentação’ e os importantes mecanismos de aterramento. Além disso, diversos circuitos típicos encontrados em uma residência foram incluídos para que se perceba a forma como a potência total é distribuída.

Primeiramente, observe como as barras de cobre no painel de distribuição são posicionadas de maneira a proporcionar conexões de 120 V e 240 V.\* Entre qualquer uma dessas barras e o terra tem-se uma tensão de 120 V. Entretanto, as barras foram posicionadas de maneira que uma tensão de 240 V possa ser obtida entre duas barras verticais adjacentes usando um disjuntor bifásico. Quando tiver tempo, examine o painel de distribuição da sua residência (mas não remova a tampa), e observe o disjuntor duplo no caso da tensão de 240 V.

No caso de luminárias e aquecedores que têm uma carcaça metálica, o fio terra é conectado na estrutura metálica para criar um caminho direto para terra no caso de situações de curto-circuito ou de sobrecorrente, conforme descrito na Seção 6.8. No caso de tomadas e de outros elementos que não tenham estrutura metálica, o fio terra é conectado no ponto da tomada que distribui para todos os pontos importantes dela.

Observe a configuração em série entre o termostato e o aquecedor e a configuração em paralelo de aquecedores no mesmo circuito. Além disso, observe as conexões em série dos interruptores, no canto superior direito, com as lâmpadas e a conexão em paralelo de lâmpadas e tomadas. Em função da alta corrente demandada pelo ar-condiciona-

\* Existem diferenças entre a tensão da rede elétrica no Brasil e em outros países. Uma relação dos principais valores de tensão (além dos padrões de tomada utilizados) para vários países pode ser obtida em <[http://en.wikipedia.org/wiki/Mains\\_electricity\\_by\\_country](http://en.wikipedia.org/wiki/Mains_electricity_by_country)> (N. do T.).



**Figura 15.110** Diagrama ilustrativo de uma instalação elétrica residencial.

do, pelos aquecedores e pelo fogão, é usado um disjuntor de 30 A. Tenha em mente que a corrente total não é igual ao dobro (ou 60 A), já que cada disjuntor está em uma fase e a mesma corrente flui através de cada disjuntor.

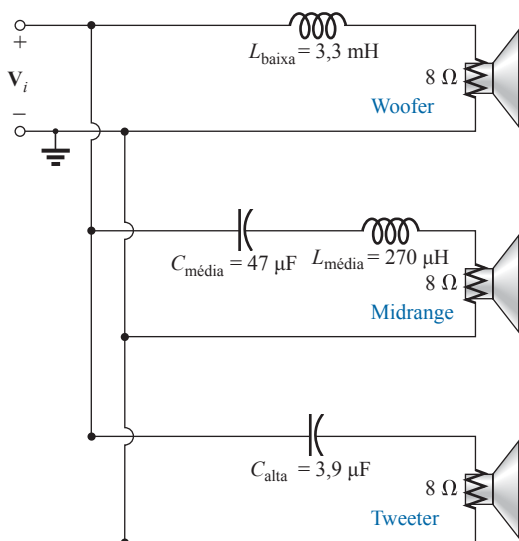
De certa maneira, agora você tem uma compreensão geral da instalação elétrica de sua residência. Talvez você ainda não seja um eletricista qualificado, mas pelo menos já é capaz de conversar demonstrando algum conhecimento do sistema.

### Sistemas de alto-falantes

A melhor reprodução de som é obtida usando diferentes alto-falantes destinados às faixas de frequências baixas, médias e altas. Embora a faixa típica de áudio para o ouvido humano esteja entre 100 Hz e 20 kHz, os alto-falantes disponíveis operam na faixa de 20 Hz a 40 kHz. Para a faixa de baixas frequências, que geralmente se estendem de 20 Hz a 300 Hz, é usado um alto-falante conhecido como *woofer*. Dos três tipos de alto-falantes, esse é normalmente o de maior dimensão. O alto-falante denominado *mid-range* é, em geral, de menor dimensão, e abrange a faixa de frequência de aproximadamente 100 Hz a 5 kHz. O *tweeter*, como normalmente é chamado, é ge-

ralmente o menor dos três alto-falantes e abrange a faixa de 2 a 25 kHz. Existe uma sobreposição dessas faixas de frequências para garantir que determinadas frequências não sejam perdidas na faixa em que a resposta de um alto-falante cai e o outro assume. Outros assuntos relativos à faixa de frequência de cada alto-falante e a sua resposta em dB (um termo que você já pode ter escutado em discussões sobre resposta de alto-falantes) serão abordados detalhadamente no Capítulo 21.

Um método popular de conectar três alto-falantes é a configuração de *crossover* ilustrada na Figura 15.111. Note que ela não é mais do que um circuito paralelo com um alto-falante em cada ramo com toda a tensão aplicada em cada ramo. Os componentes acrescentados (indutores e capacitores) foram cuidadosamente escolhidos para ajustar a faixa de resposta de cada alto-falante. Note que cada alto-falante é designado com um valor de impedância e uma faixa de frequência. Essa é uma informação típica obtida quando se adquire um alto-falante de qualidade. Ela identifica imediatamente o tipo de alto-falante e revela em que frequência ele terá a sua resposta máxima. Uma análise detalhada do mesmo circuito aparece na Seção 21.15. Entretanto, por enquanto, seria interessante deter-



**Figura 15.111** Sistema de alto-falantes na configuração de *crossover*.

minar a impedância total de cada ramo em frequências específicas para saber se realmente a resposta de um tem um peso maior do que a resposta dos outros dois. Como é empregado um amplificador com uma impedância de saída de 8 Ω, a máxima transferência de potência (veja a Seção 18.5 para circuitos de corrente alternada) para o alto-falante acontecerá quando a impedância do ramo for igual ou muito próxima de 8 Ω.

Começaremos examinando a resposta para as frequências a serem reproduzidas primeiramente pelo alto-falante *mid-range*, já que ele representa a maior faixa de frequência ouvida pelo ser humano. Como o ramo do alto-falante *mid-range* tem uma especificação de 8 Ω em 1,4 kHz, verificaremos o efeito da aplicação de uma frequência de 1,4 kHz em todos os ramos do circuito de desvio.

No caso do alto-falante *mid-range*:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(1,4 \text{ kHz})(47 \mu\text{F})} = 2,42 \Omega$$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(1,4 \text{ kHz})(270 \mu\text{H}) = 2,78 \Omega$$

$$R = 8 \Omega$$

$$\begin{aligned} e \quad Z_{\text{mid-range}} &= R + j(X_L - X_C) = 8 \Omega + j(2,78 \Omega - 2,42 \Omega) \\ &= 8 \Omega + j 0,36 \Omega \\ &= 8,008 \Omega \angle -2,58^\circ \cong 8 \Omega \angle 0^\circ = R \end{aligned}$$

Na Figura 15.112(a), o amplificador com a impedância de saída de 8 Ω foi conectado ao alto-falante *mid-range* com uma frequência de 1,4 kHz. Como a reatância total oferecida pelos dois elementos reativos em série é muito pequena se comparada com a resistência de 8 Ω do alto-falante, podemos basicamente substituir a combinação

em série do indutor com o capacitor por um curto-circuito (0 Ω). Isso resulta na situação em que a impedância de carga é exatamente igual à impedância de saída do amplificador, sendo que a potência máxima será entregue ao alto-falante. Devido às impedâncias em série serem iguais, cada uma recebe metade da tensão aplicada, ou seja, 6 V. A potência do alto-falante é então  $V^2/R = (6 \text{ V})^2/8 = 4,5 \text{ W}$ .

Na frequência de 1,4 kHz, esperamos que o *woofers* e o *tweeter* tenham um impacto mínimo no som gerado. Agora, verificaremos a validade dessa afirmação determinando a impedância de cada ramo em 1,4 kHz.

No caso do *woofers*:

$$\begin{aligned} X_L &= 2\pi fL = 2\pi(1,4 \text{ kHz})(3,3 \text{ mH}) = 29,03 \Omega \\ e \quad Z_{\text{woofers}} &= R + jX_L = 8 \Omega + j 29,03 \Omega \\ &= 30,11 \Omega \angle 74,59^\circ \end{aligned}$$

que é um casamento ruim de impedância por ter um valor bem diferente da impedância de saída do amplificador. O circuito resultante é mostrado na Figura 15.112(b).

A carga total para a fonte de 12 V é:

$$\begin{aligned} Z_T &= 8 \Omega + 8 \Omega + j 29,03 \Omega = 16 \Omega + j 29,03 \Omega \\ &= 33,15 \Omega \angle 61,14^\circ \end{aligned}$$

e a corrente é:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{12 \text{ V} \angle 0^\circ}{33,15 \Omega \angle 61,14^\circ} \\ &= 362 \text{ mA} \angle -61,14^\circ \end{aligned}$$

A potência para o alto-falante de 8 Ω é, então,

$$P_{\text{woofers}} = I^2 R = (362 \text{ mA})^2 (8 \Omega) = \mathbf{1,05 \text{ W}}$$

ou aproximadamente 1 W.

Consequentemente, o som gerado pelo alto-falante *mid-range* tem um peso maior que a resposta do *woofers* (como deveria ser).

Para o *tweeter* na Figura 15.112,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(1,4 \text{ kHz})(3,9 \mu\text{F})} = 29,15 \Omega$$

$$\begin{aligned} e \quad Z_{\text{tweeter}} &= R - jX_C = 8 \Omega - j 29,15 \Omega \\ &= 30,33 \Omega \angle -74,65^\circ \end{aligned}$$

que, assim como o *woofers*, apresenta um casamento de impedância ruim por ter valor bem diferente da impedância de saída do amplificador. A corrente é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{12 \text{ V} \angle 0^\circ}{30,23 \Omega \angle -74,65^\circ} \\ &= 397 \text{ mA} \angle 74,65^\circ \end{aligned}$$

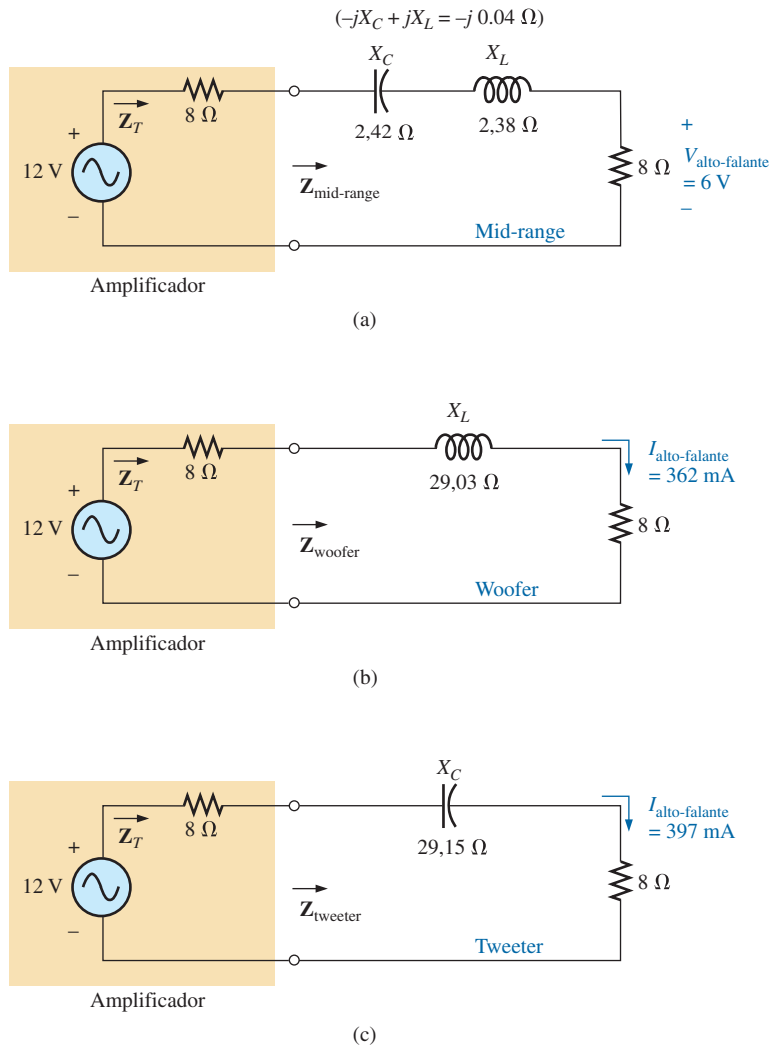


Figura 15.112 Circuito de crossover: (a) alto-falante *mid-range* em 1,4 kHz; (b) *woofer* em 1,4 kHz; (c) *tweeter*.

A potência do alto-falante de 8 Ω é, então,

$$P_{\text{tweeter}} = I^2 R = (397 \text{ mA})^2 (8 \Omega) = \mathbf{1,26 \text{ W}}$$

ou aproximadamente 1,3 W.

Consequentemente, o som gerado pelo alto-falante *mid-range* também tem um peso maior que a resposta do *tweeter*.

Em geral, o alto-falante *mid-range* predomina em uma frequência de 1,4 kHz para o circuito de *crossover* da Figura 15.111.

Agora, determinaremos a impedância do *tweeter* a 20 kHz e o impacto do *woofer* nessa frequência.

No caso do *tweeter*,

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi (20 \text{ kHz})(3,9 \mu\text{F})} = 2,04 \Omega$$

com  $P_{\text{tweeter}} = 8\Omega - j 2,04 \Omega = 8,26 \Omega \angle - 14,31^\circ$

Ainda que o valor da impedância do ramo não seja exatamente 8 Ω, é muito próximo, e o alto-falante receberá um nível alto de potência (na realidade, 4,43 W).

No caso do *woofer*,

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi (20 \text{ kHz})(3,3 \text{ mH}) = 414,69 \Omega$$

com  $Z_{\text{woofer}} = 8\Omega - j 414,69 \Omega = 414,77 \Omega \angle - 88,9^\circ$

que é um casamento de impedância terrível com a saída do amplificador. Portanto, o alto-falante receberá um nível de potência muito baixo (6,69 mW  $\cong$  0,007 W).

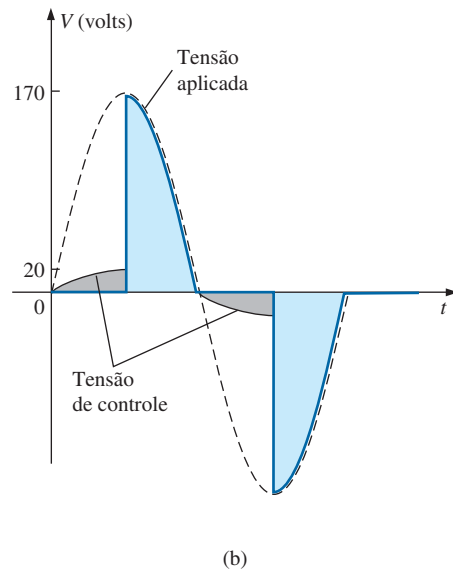
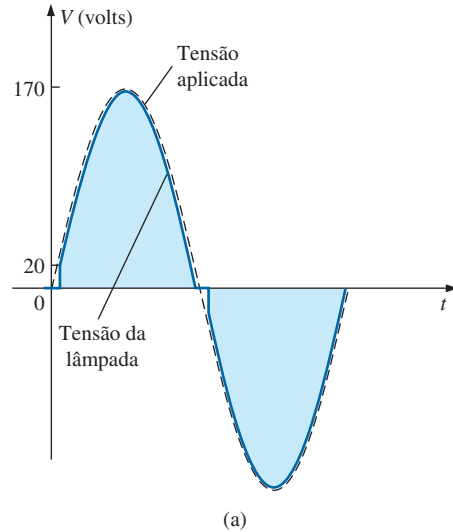
Observe, ao longo dos cálculos, que os elementos capacitivos predominam em baixas frequências, e os elementos indutivos, em altas. Para as frequências baixas, a reatância do indutor será muito pequena, permitindo uma transferência completa de potência para o alto-falante. No caso do *tweeter* em frequências altas, a reatância do capacitor é muito pequena, o que proporciona um caminho direto para o fluxo de potência para o alto-falante.

### Controle de potência por deslocamento de fase

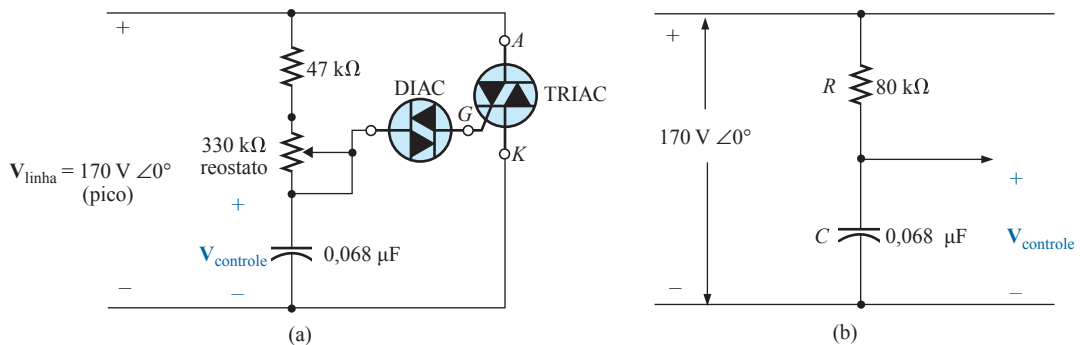
No Capítulo 11, examinamos a estrutura interna de um controlador de luminosidade (*dimmer*) e o seu funcionamento básico. Agora podemos dirigir a nossa atenção ao modo como é feito o controle da potência enviada para a lâmpada.

Se o *dimmer* fosse constituído de simples elementos resistivos, todas as tensões no circuito estariam em fase, como mostra a Figura 15.113(a). Se considerarmos que 20 V são necessários para ligar o triac visto na Figura 11.68, então a potência seria distribuída na lâmpada ao longo do período que corresponde à área sombreada mostrada na Figura 15.113(a). Para essa situação, a lâmpada terá um brilho próximo do máximo, visto que a tensão aplicada é disponibilizada para a lâmpada por quase todo o ciclo. Para reduzir a potência na lâmpada (e, portanto, reduzir o seu brilho), a tensão de controle teria que ter uma tensão de pico menor, como mostra a Figura 15.113(b). Na realidade, a forma de onda vista na Figura 15.113(b) é tal que a tensão que liga o triac não é alcançada até que se atinja o valor de pico. Nesse caso, a potência é fornecida para a lâmpada por apenas metade do ciclo, e o brilho da lâmpada é reduzido. O problema com o uso de elementos apenas resistivos em um *dimmer* agora se torna evidente: a lâmpada não pode ter um brilho menor do que aquele que ilustra a Figura 15.113(b). Qualquer redução adicional na tensão de controle reduziria o seu valor de pico abaixo do valor de disparo do triac, e a lâmpada não poderia ser ligada.

O dilema pode ser resolvido usando uma combinação de elementos em série como a que é mostrada na Figura 15.114(a) para o *dimmer* visto na Figura 11.68. Observe que a tensão de controle é a tensão sobre o capacitor, enquanto toda a tensão de 120 V rms, 170 V de pico,



**Figura 15.113** Dimmer: (a) com elementos puramente resistivos; (b) distribuição da potência em meio ciclo.



**Figura 15.114** Dimmer de iluminação: (a) da Figura 11.68; (b) com o reostato ajustado em 33 kΩ.



está sobre o ramo de entrada. Para descrever o comportamento do circuito, examinaremos o caso definido com o ajuste do potenciômetro (usado como um reostato) em 1/10 do seu valor máximo, ou seja, 33 kΩ. A combinação de 33 kΩ com a resistência fixa de 47 kΩ resulta em uma resistência total de 80 kΩ e no circuito equivalente visto na Figura 15.114(b).

Em 60 Hz, a reatância do capacitor vale:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(60 \text{ Hz})(62 \mu\text{F})} = 42,78 \text{ k}\Omega$$

Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$\begin{aligned} V_{\text{controle}} &= \frac{Z_C V_S}{Z_R + Z_C} \\ &= \frac{(42,78 \text{ k}\Omega \angle -90^\circ)(V_S \angle 0^\circ)}{80 \text{ k}\Omega - j42,78 \text{ k}\Omega} = \frac{42,78 \text{ k}\Omega V_S \angle -90^\circ}{90,72 \text{ k}\Omega \angle -28,14^\circ} \\ &= 0,472 V_S \angle -61,86^\circ \end{aligned}$$

Usando um valor de pico de 170 V, temos

$$\begin{aligned} V_{\text{controle}} &= 0,472(170 \text{ V}) \angle -61,86^\circ \\ &= 80,24 \text{ V} \angle -61,86^\circ \end{aligned}$$

gerando a forma de onda vista na Figura 15.115(a). O resultado é uma forma de onda com um deslocamento de fase de 61,86° (atrasada em relação à tensão de rede aplicada) e um valor de pico relativamente alto. O alto valor de pico resulta em uma rápida transição para o valor de 20 V que liga o triac, e a potência é entregue à lâmpada durante a maior parte do sinal aplicado. Lembre-se de que no Capítulo 11 estudamos que a resposta na região negativa é uma réplica daquela que ocorre na região positiva. Se

reduzirmos mais a resistência do potenciômetro, o ângulo de fase será reduzido, e o brilho da lâmpada aumentará. A situação agora é muito similar àquela descrita para a resposta vista na Figura 15.113(a). Em outras palavras, não houve ganhos extras usando o capacitor no circuito de controle. Entretanto, aumentaremos a resistência do potenciômetro para 200 kΩ e observaremos o efeito na tensão de controle.

Ou seja:

$$R_T = 200 \text{ k}\Omega + 47 \text{ k}\Omega = 247 \text{ k}\Omega$$

$$\begin{aligned} V_{\text{controle}} &= \frac{Z_C V_S}{Z_R + Z_C} \\ &= \frac{(42,78 \text{ k}\Omega \angle -90^\circ)(V_S \angle 0^\circ)}{247 \text{ k}\Omega - j42,78 \text{ k}\Omega} = \frac{42,78 \text{ k}\Omega V_S \angle -90^\circ}{250,78 \text{ k}\Omega \angle -9,8^\circ} \\ &= 0,171 V_S \angle -80,2^\circ \end{aligned}$$

e usando um valor de pico de 170 V, temos:

$$\begin{aligned} V_{\text{controle}} &= 0,171(170 \text{ V}) \angle -80,2^\circ \\ &= 29,07 \text{ V} \angle -80,2^\circ \end{aligned}$$

O valor de pico foi substancialmente reduzido para apenas 29,07 V, e o ângulo de deslocamento de fase aumentado para 80,2°. O resultado, conforme ilustra a Figura 15.115(b), é que o potencial de disparo de 20 V não é alcançado até estar próximo do final da parte positiva da tensão aplicada. A potência é entregue para a lâmpada durante um período de tempo muito curto, fazendo com que a luminosidade da lâmpada seja bem pequena, significativamente menor do que a obtida a partir da resposta mostrada na Figura 15.113(b).

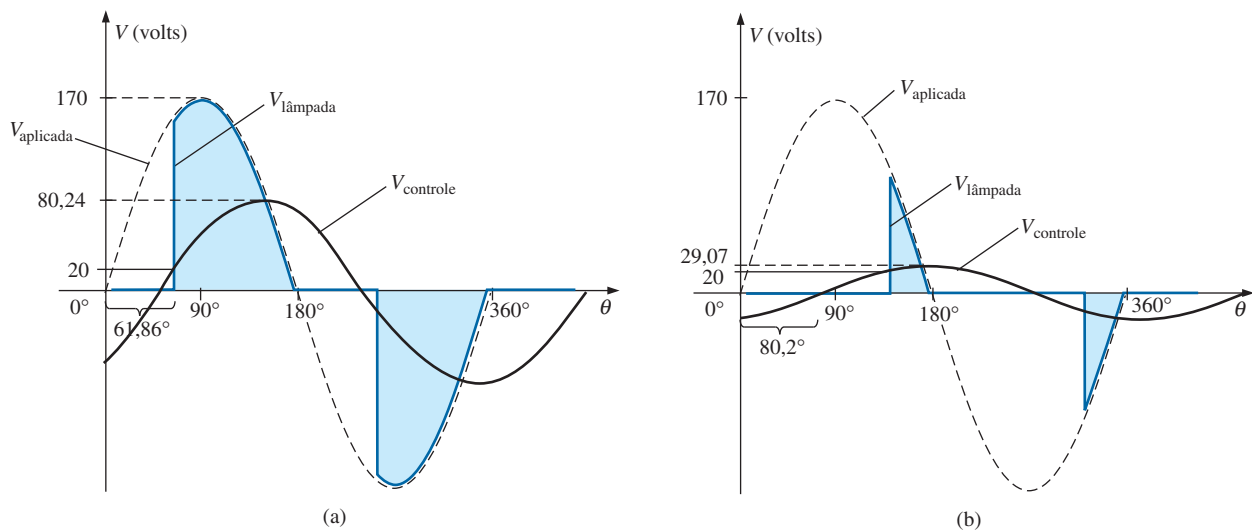


Figura 15.115 Dimmer da Figura 11.68: (a) reostato ajustado em 33 kΩ; (b) reostato ajustado em 200 kΩ.

Portanto, um ângulo de condução menor que  $90^\circ$  somente é possível devido ao deslocamento de fase introduzido pela combinação  $R$ - $C$  em série. Assim, pode-se construir um circuito de alguma importância com um par de componentes particularmente simples.

## 15.15 ANÁLISE COMPUTACIONAL

### Pspice

**Circuito  $R$ - $L$ - $C$  em série.** O circuito  $R$ - $L$ - $C$  em série visto na Figura 15.35 será analisado agora usando-se o OrCAD Capture. Como as reatâncias indutivas e capacitivas não podem ser inseridas na tela, os níveis associados de indutância e capacitância foram determinados antecipadamente da seguinte maneira:

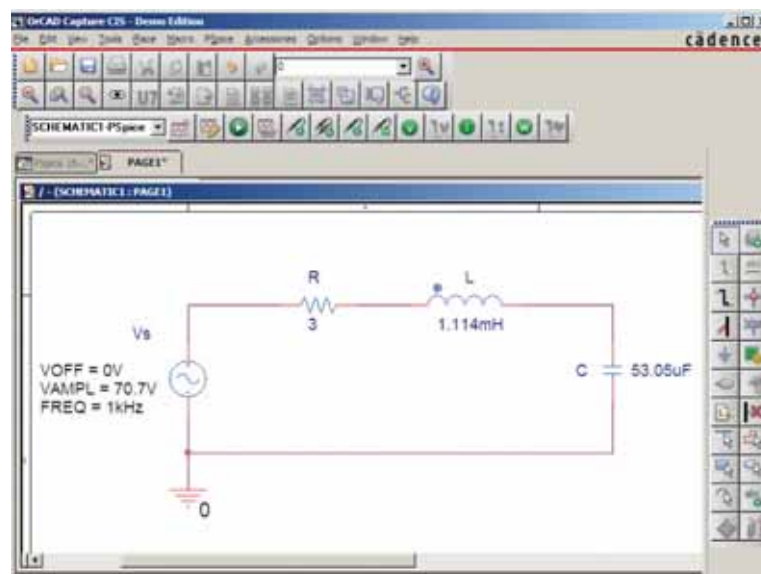
$$X_L = 2\pi fL \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{7\ \Omega}{2\pi(1\ \text{kHz})} = 1,114\ \text{mH}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2\pi(1\ \text{kHz})3\ \Omega} = 53,05\ \mu\text{F}$$

Então, os valores foram inseridos no esquema como mostra a Figura 15.116. Para a inserção da fonte CA, a sequência é ativar o ícone **Place part-SOURCE-VSIN-OK** com **VOFF** ajustado em 0 V, **VAMPL** ajustado em 70,7 V (o valor de pico da tensão senoidal fornecida pela fonte vista na Figura 15.35) e **FREQ** = 1 kHz. Se dermos um duplo clique no símbolo da fonte, a caixa de diálogo **Property Editor** aparecerá, confirmando as escolhas anteriores e mostrando que **DF** = 0 s, **PHASE** =  $0^\circ$  e **TD** = 0 s como valores default. Agora, estamos prontos para fazer a análise do circuito para uma frequência fixa de 1 kHz.

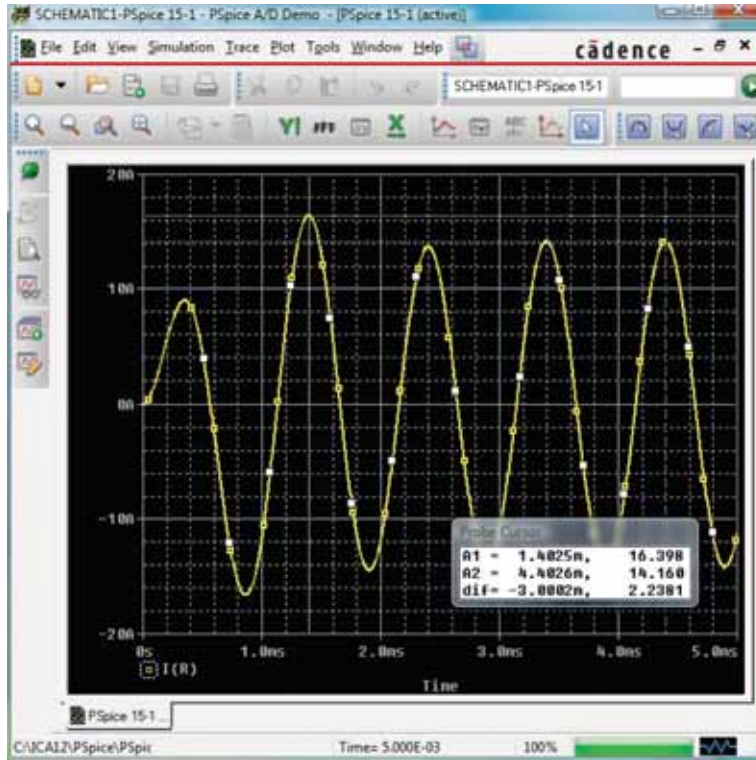
O processo de simulação é iniciado selecionando-se primeiro o ícone **New Simulation Profile** e digitando o nome **PSpice 15-1** no campo **Name**, seguido do botão **Create**. A caixa de diálogo **Simulation Settings** aparecerá e, como continuamos plotando resultados em função do tempo, a opção **Time Domain(Transient)** deve ser selecionada em **Analysis Type**. Como o período de cada ciclo (**cycle**) da tensão aplicada pela fonte é 1 ms, **Run to time** deve ser ajustado em 5 ms, de maneira que cinco ciclos aparecerão. O parâmetro **Start saving data after** deve ser mantido em 0 s, ainda que haja um período oscilatório para os elementos reativos antes que o circuito seja estabilizado. O parâmetro **Maximum step size** deve ser ajustado em  $5\ \text{ms}/1.000 = 5\ \mu\text{s}$ . Finalmente, o botão **OK** é ativado seguido do botão **Run PSpice**. O resultado será uma tela vazia com um eixo  $x$  que se estende de 0 a 5 ms.

A primeira grandeza de interesse é a corrente através do circuito, assim deve-se selecionar **Trace-Add-Trace** seguido de **I(R)** e o botão **OK**. A curva resultante, vista na Figura 15.117, mostra claramente que existe um período de carga e descarga dos elementos reativos antes do estabelecimento do estado estacionário. Aparentemente a condição de estado estacionário é basicamente estabelecida após 3 ms. Ative o botão **Toggle cursor** e clique com o botão esquerdo do mouse. Isso resultará em um cursor que pode se mover ao longo do eixo próximo do valor máximo em torno de 1,4 ms. Na realidade, o cursor revela um valor máximo de 16,4 A que excede em 2 A o valor da solução de estado estacionário. Um clique com o botão direito do mouse estabelecerá um segundo cursor na tela que pode ser colocado próximo ao valor de pico do estado estacionário em torno de 4,4 ms. O valor de pico resultante é cerca de



**Figura 15.116** Uso do PSpice na análise de um circuito de corrente alternada  $R$ - $L$ - $C$  em série.





**Figura 15.117** Gráfico da corrente para o circuito visto na Figura 15.116 que mostra a fase intermediária entre o estado transitório e o estado estacionário.

14,5 A que está de acordo com a solução manual para a Figura 15.35. Portanto, consideraremos que as condições de estado estacionário se estabelecem no circuito após 4 ms.

Agora, acrescentaremos a curva da tensão da fonte por meio de **Trace-Add Trace-V(Vs:)-OK** para obter mais de uma curva vista na parte inferior da Figura 15.118. Para visualizar a tensão sobre o indutor, a sequência **Plot-Add Plot to Window-Trace-Add Trace-V(L:1)-V(L:2)** resulta no gráfico que aparece na parte superior da Figura 15.118. Dedique uma atenção especial ao fato de que **Trace Expression** é **V(L:1) – V(L:2)** em vez de ser apenas **V(L:1)**, pois **V(L:1)** seria a tensão a partir do ponto 1 em relação a GND, que incluiria a tensão sobre o capacitor. Além disso, o sinal de menos entre os dois vem da lista **Functions or Macros** à direita da caixa de diálogo **Add Traces**. Finalmente, como sabemos que as formas de onda são perfeitamente estáveis após 3 ms, retire a parte da forma de onda anterior a 3 ms por meio de **Plot-Axis Settings-X axis-User Defined-3ms to 5ms-OK** para obter os dois ciclos vistos na Figura 15.118. Agora você pode ver claramente que o valor de pico da tensão sobre o indutor é 100 V, o que corresponde à análise do circuito visto na Figura 15.35. Está claro também que a tensão aplicada está adiantada em relação à corrente por um ângulo que pode ser determinado usando os cursores. Primeiro, ative a opção de cursor acionando o botão cursor (que tem estam-

pado um gráfico com uma curva passando na origem dos eixos) na segunda barra de ferramentas de cima para baixo, a partir da barra de menu. Em seguida, selecione **V(Vs:)** na parte inferior esquerda da tela clicando no botão esquerdo do mouse e posicionando o cursor no ponto em que a tensão aplicada passa pelo eixo horizontal na borda de subida. O resultado é **A1 = 4 ms em –4,243 μV ≅ 0 V**. Em seguida, selecione **I(R)** na parte inferior esquerda da tela com um clique no botão direito do mouse e coloque o cursor no ponto em que a forma de onda da corrente passa pelo eixo horizontal na borda de subida. O resultado é **A2 = 4,15 ms em –55,15 mA = 0,55 A ≅ 0 A** (comparada ao valor de pico de 14,14 A). Na parte inferior da caixa de diálogo **Probe Cursor**, a diferença de tempo é 147,24 μs.

Agora, determine o valor de

$$\frac{147,24 \mu\text{s}}{1000 \mu\text{s}} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\theta = 52,99^\circ 9$$

O ângulo de fase pelo qual a tensão aplicada está adiantada da corrente é  $52,99^\circ$ , que está muito próximo do valor teórico de  $53,13^\circ$  obtido na Figura 15.39. O aumento do número de pontos de dados para a curva aumentaria a precisão, o que geraria um resultado mais próximo de  $53,13^\circ$ .

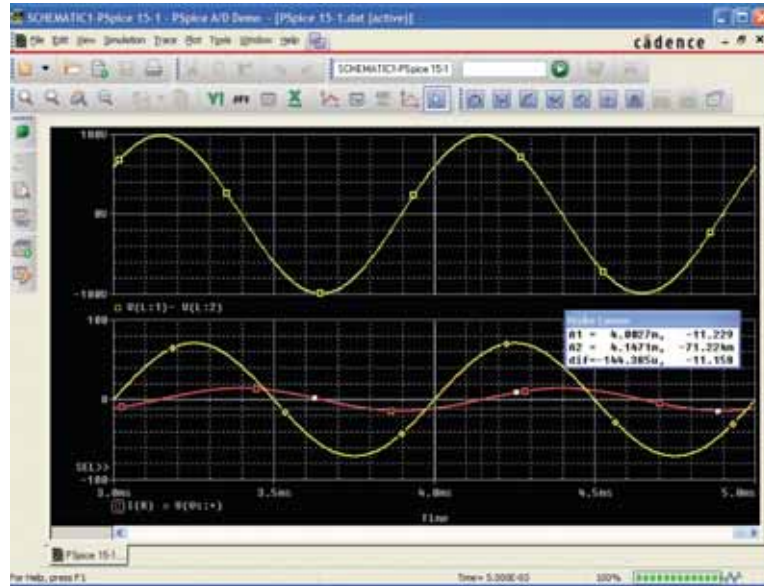


Figura 15.118 Gráfico da resposta no estado estacionário ( $t > 3$  ms) de  $v_L$ ,  $v_s$  e  $i$  para o circuito mostrado na Figura 15.116.

### Multisim

Agora, analisaremos a resposta de um circuito em função da frequência, em vez do tempo, usando o circuito visto na Figura 15.86 que aparece no esquema visto na Figura 15.119. A fonte de corrente CA aparece como **AC\_CURRENT\_SOURCE** sob a listagem **SIGNAL\_CURRENT\_SOURCES Family**. Observe que a fonte de corrente apresenta uma amplitude de 1 A para estabelecer valores coincidentes entre a tensão de resposta e a impedância do circuito. Ou seja,

$$|Z_T| = \left| \frac{V_S}{I_S} \right| = \left| \frac{V_S}{1A} \right| = |V_S|$$

Antes de aplicarmos métodos computacionais, devemos ter uma ideia geral das respostas esperadas, de maneira que teremos valores para compararmos com a solução computacional. Em frequências muito altas como 1 MHz, a impedância do elemento indutivo gira em torno de 25 kΩ e, quando colocada em paralelo com 220 Ω, comporta-se como um circuito aberto. O resultado é que, à medida que a frequência se torna muito alta, devemos

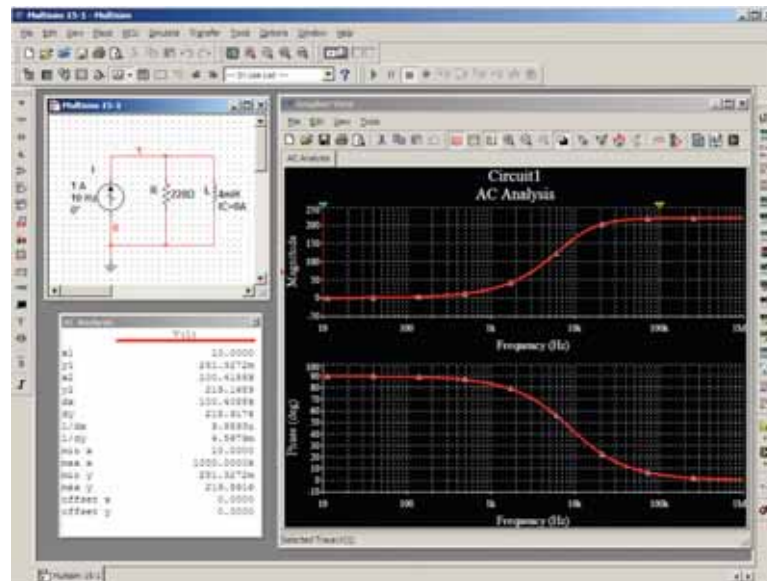


Figura 15.119 Obtenção do gráfico da impedância para um circuito  $R$ - $L$  em paralelo usando o Multisim.

esperar que a impedância do circuito se aproxime do valor do resistor de  $220 \Omega$ . Além disso, como o circuito terá características resistivas em frequências muito altas, o ângulo associado com a impedância de entrada deve estar próximo de  $0^\circ$ . Em frequências muito baixas, a reatância do elemento indutivo será muito menor que os  $220 \Omega$  do resistor, e o circuito terá características indutivas. Na realidade, em uma frequência de, digamos, 10 Hz, a reatância do indutor é cerca de apenas de  $0,25 \Omega$ , que é um valor muito próximo de um curto-circuito equivalente comparado com o resistor de  $220 \Omega$  em paralelo. O resultado é que a impedância do circuito está muito próxima de  $0 \Omega$  em frequências muito baixas. Novamente, como os efeitos indutivos são muito intensos em baixas frequências, o ângulo de fase associado com a impedância de entrada deve ser muito próximo de  $90^\circ$ .

Agora, vamos à análise computacional. A fonte de corrente, o resistor e o indutor são posicionados e conectados usando-se os procedimentos descritos em detalhes nos capítulos anteriores. Entretanto, dessa vez, existe uma grande diferença, pois o usuário tem de saber que: visto que a saída será representada em função da frequência, a **AC Analysis Magnitude** na caixa de diálogo **AC\_CURRENT** precisa ser definida em 1 A para a fonte de corrente. Nesse caso, o valor default de **1A** é igual ao valor da fonte a ser aplicada e, assim, estaria ajustado, mesmo que você não realizasse o procedimento de ajuste. Entretanto, em outra situação, a fonte de corrente ou de tensão a ser usada pode não ter uma amplitude de 1, fazendo com que a inserção do valor seja necessária.

Para realizar a simulação, a sequência **Simulate-Analyses-AC Analysis** é aplicada primeiro para se obter a caixa de diálogo **AC Analysis**. O parâmetro **Start frequency** deve ser ajustado em 10 Hz, de maneira que a extremidade inferior do espectro tenha uma frequência

muito baixa, e **Stop frequency** deve ser ajustado em **1 MHz**, de maneira que tenhamos pontos de dados na outra extremidade do espectro. **Sweep type** pode ser mantido em **Decade**, mas o número de pontos para cada múltiplo de 10 será 1.000, de modo que obteremos um gráfico com boa resolução. **Vertical scale** deve ser ajustado em **Linear**. Em **Outputs variables**, **V(1)**. Desloque-o para a coluna **Selected variables for analysis** usando o botão **Add** e, em seguida, acione o botão **Simulate**, e veremos as duas curvas mostradas na Figura 15.119. O botão **Show/Hide Grid** foi ativado para mostrar a grade no gráfico, e o botão **Show/Hide Cursors** foi ativado para mostrar a caixa de diálogo **AC Analysis** que é vista na Figura 15.119. Como os dois gráficos estão na tela, temos de definir com qual estamos trabalhando clicando em **Voltage** ou **Phase** do lado esquerdo de cada gráfico. Uma pequena seta vermelha aparece ao lado do gráfico selecionado para indicar qual está ativo. Quando for ajustar o cursor, certifique-se de ter ativado o gráfico correto. Quando o cursor vermelho for movido para 10 Hz (**x1**), veremos que a tensão no circuito é de apenas  $0,251 \text{ V}$  (**y1**), o que resulta em uma impedância de entrada de apenas  $0,25 \Omega$  — bastante pequena e de valor igual ao previsto teoricamente. Além disso, note que o ângulo de fase, no outro gráfico, está basicamente em  $90^\circ$ , conforme nossa outra suposição anterior — um circuito totalmente indutivo. Se posicionarmos o cursor azul próximo de 100 kHz (**x2** = 102,3 kHz), veremos que a impedância de  $219,2 \Omega$  (**y2**) tem um valor muito próximo ao do resistor em paralelo, que é  $220 \Omega$ , o que novamente confirma a análise preliminar. Como indicado na parte inferior da caixa **AC Analysis**, o valor máximo da impedância é  $219,99 \Omega$ , ou basicamente  $220 \Omega$  em 1 MHz. Antes de fechar a janela do gráfico, observe as vantagens do uso de um eixo logarítmico quando se deseja uma resposta ao longo de uma grande faixa de frequências.

## PROBLEMAS

### Seção 15.2 Impedância e o diagrama de fasores

1. Expresse as impedâncias dos componentes vistos na Figura 15.120, tanto na forma polar quanto na retangular.
2. Determine a corrente  $i$  nos elementos da Figura 15.121 usando a álgebra dos números complexos. Esboce as formas de onda de  $v$  e  $i$  no mesmo gráfico.
3. Determine a tensão  $v$  nos elementos vistos na Figura 15.122 usando a álgebra dos números complexos. Esboce as formas de onda de  $v$  e  $i$  no mesmo gráfico.

### Seção 15.3 Configuração em série

4. Calcule a impedância total dos circuitos vistos na Figura 15.123. Expresse a resposta nas formas retangular e polar e construa o diagrama de impedâncias.
5. Calcule a impedância total dos circuitos mostrados na Figura 15.124. Expresse a resposta nas formas retangular e polar e construa o diagrama de impedâncias.
6. Determine o tipo e o valor da impedância em ohms dos componentes dos circuitos em série que devem estar no interior das caixas vistas na Figura 15.125 para as tensões e para as correntes indicadas (determine o circuito em série mais simples que satisfaça às condições indicadas).

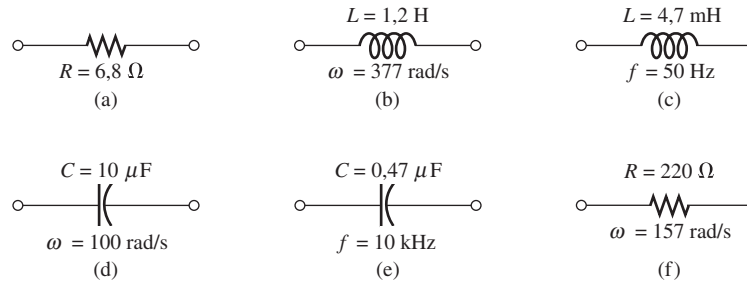


Figura 15.120 Problema 1.

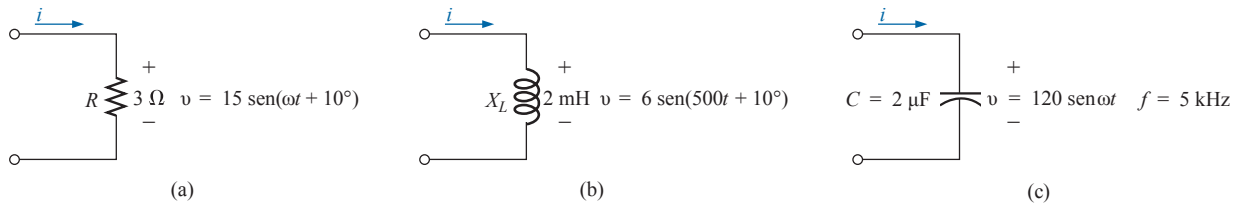


Figura 15.121 Problema 2.

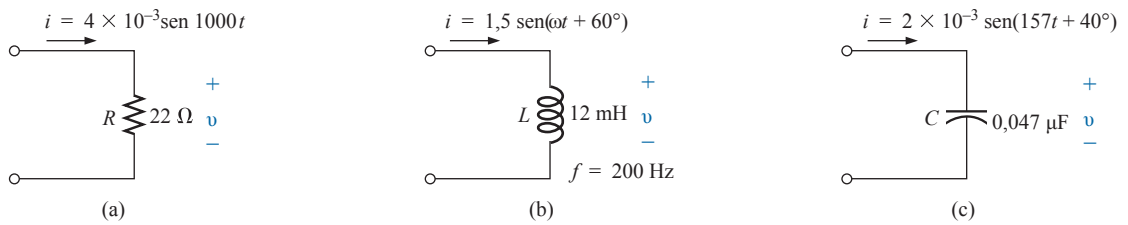


Figura 15.122 Problema 3.

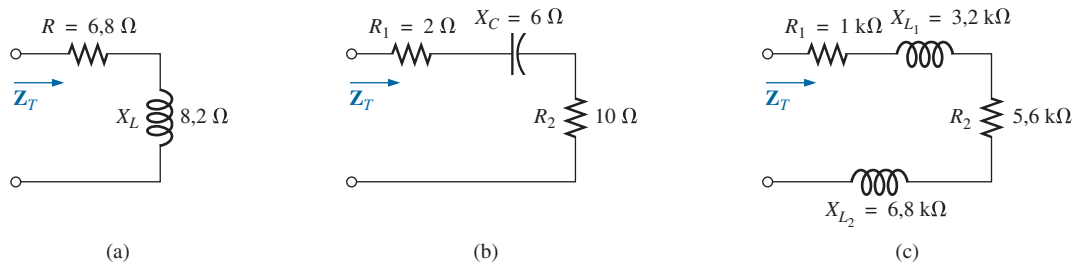


Figura 15.123 Problema 4.

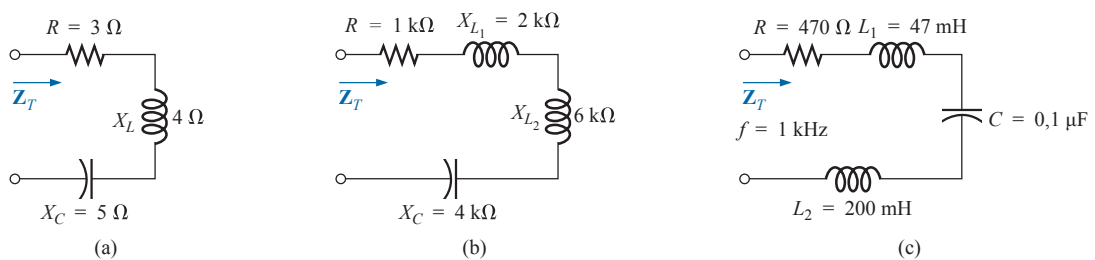


Figura 15.124 Problema 5.

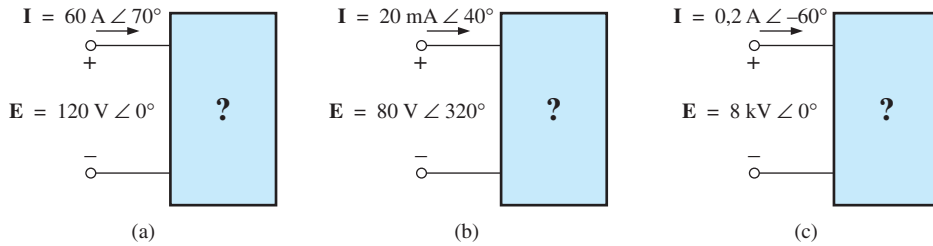


Figura 15.125 Problemas 6 e 26.

7. Para o circuito da Figura 15.126 faça o que se pede:
  - a) Determine a impedância total  $Z_T$  na forma polar.
  - b) Construa o diagrama de impedâncias.
  - c) Determine a corrente  $I$  e as tensões  $V_R$  e  $V_L$  em forma fasorial.
  - d) Construa o diagrama de fasores para as tensões  $E$ ,  $V_R$ ,  $V_L$  e para a corrente  $I$ .
  - e) Verifique a validade da lei de Kirchhoff para tensões ao longo da malha fechada.
  - f) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
  - g) Calcule o fator de potência do circuito e indique se ele é adiantado ou atrasado.
  - h) Determine as expressões senoidais para as tensões e para as correntes se a frequência é 60 Hz.
  - i) Plote as formas de ondas das tensões e da corrente no mesmo gráfico.
8. Repita o Problema 7 para o circuito visto na Figura 15.127, substituindo  $V_L$  por  $V_C$  nos itens (c) e (d).
9. Dado o circuito mostrado na Figura 15.128:
  - a) Determine a impedância total  $Z_T$  na forma polar.
  - b) Construa o diagrama de impedâncias.
  - c) Determine o valor de  $C$  em microfarads e o de  $L$  em henries.
  - d) Determine a corrente  $I$  e as tensões  $V_R$ ,  $V_L$  e  $V_C$  na forma fasorial.
  - e) Construa o diagrama de fasores para as tensões  $E$ ,  $V_R$ ,  $V_L$  e  $V_C$  e a corrente  $I$ .
  - f) Confirme a validade da lei de Kirchhoff para tensões ao longo da malha fechada.
  - g) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
  - h) Calcule o fator de potência do circuito e indique se ele é atrasado ou adiantado.
  - i) Determine expressões senoidais para as tensões e para a corrente.
  - j) Plote as formas de onda das tensões e da corrente no mesmo gráfico.
10. Repita o Problema 9 para o circuito visto na Figura 15.129, exceto para o item (c).
11. Usando as leituras de osciloscópio mostradas na Figura 15.130, determine o valor da resistência  $R$  (valor-padrão mais próximo).
- \*12. Usando a leitura de corrente feita por um DMM e a medida feita com osciloscópio indicada na Figura 15.131:
  - a) Determine a indutância  $L$ .
  - b) Determine a resistência  $R$ .
  - c) Determine o valor-padrão mais próximo para a indutância encontrada no item (a).

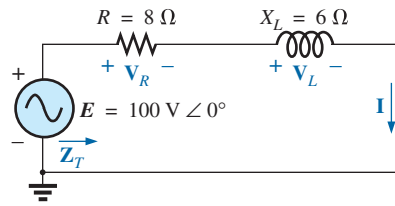


Figura 15.126 Problemas 7 e 48.

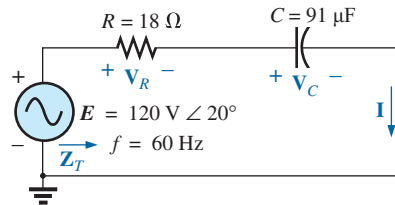


Figura 15.127 Problema 8.

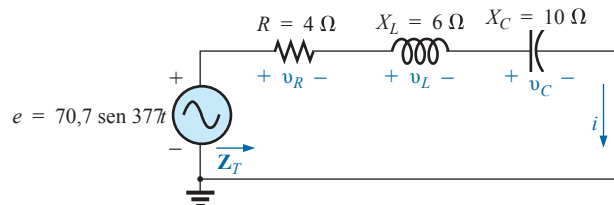


Figura 15.128 Problema 9.

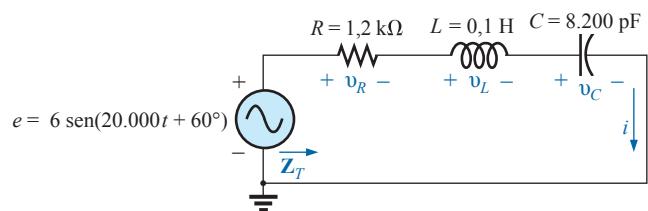


Figura 15.129 Problema 10.



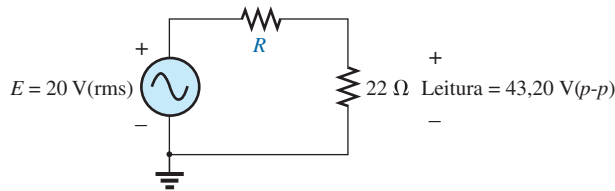


Figura 15.130 Problema 11.

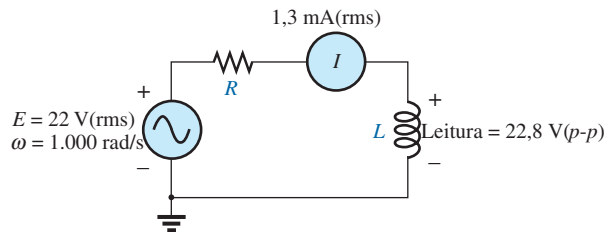


Figura 15.131 Problema 12.

\*13. Usando a leitura do osciloscópio apresentada na Figura 15.132:

- a) Determine o valor rms da corrente no circuito em série.
- b) Determine a capacitância C.

**Seção 15.4** Regra dos divisores de tensão

- 14. Calcule as tensões  $V_1$  e  $V_2$  para os circuitos vistos na Figura 15.133, em forma fasorial, usando a regra dos divisores de tensão.
- 15. Calcule as tensões  $V_1$  e  $V_2$  para os circuitos vistos na Figura 15.134, em forma fasorial, usando a regra dos divisores de tensão.

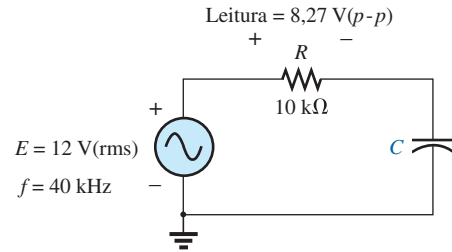


Figura 15.132 Problema 13.

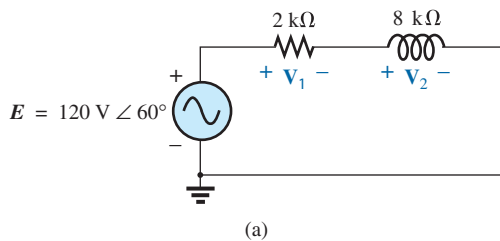
\*16. Para o circuito mostrado na Figura 15.135, resolva os itens a seguir:

- a) Determine  $I$ ,  $V_R$  e  $V_C$  em forma fasorial.
- b) Calcule o fator de potência total e indique se é adiantado ou atrasado.
- c) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
- d) Construa o diagrama de impedâncias.
- e) Construa o diagrama de fasores para as tensões  $E$ ,  $V_R$  e  $V_C$  e para a corrente  $I$ .
- f) Calcule as tensões  $V_R$  e  $V_C$  usando a regra dos divisores de tensão e compare com os resultados do item (a).
- g) Desenhe o circuito em série equivalente até o ponto em que se conhece a impedância total e a corrente  $i$ .

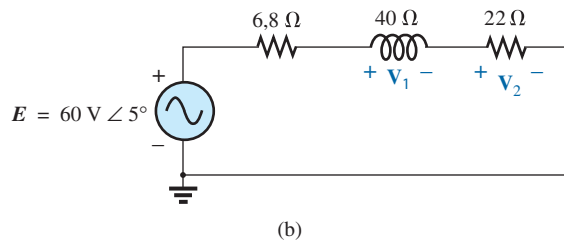
17. Uma carga elétrica tem um fator de potência de 0,8 atrasado. Ela dissipa 8 kW quando a tensão é 200 V. Calcule a impedância da carga em coordenadas retangulares.

\*18. Determine o componente, ou os componentes, em série que a caixa na Figura 15.136 deve conter de modo a satisfazer às seguintes condições:

- a) Potência média fornecida ao circuito = 300 W.
- b) O circuito tem um fator de potência atrasado.

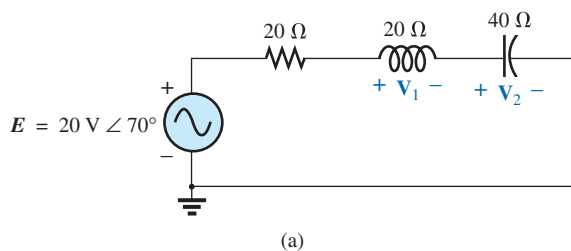


(a)

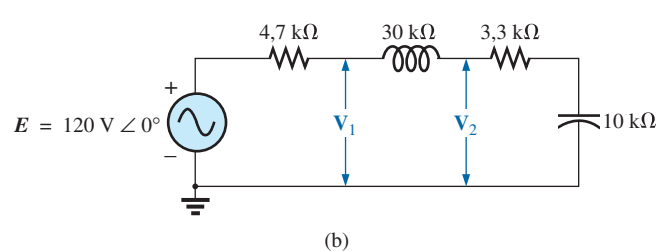


(b)

Figura 15.133 Problema 14.



(a)



(b)

Figura 15.134 Problema 15.

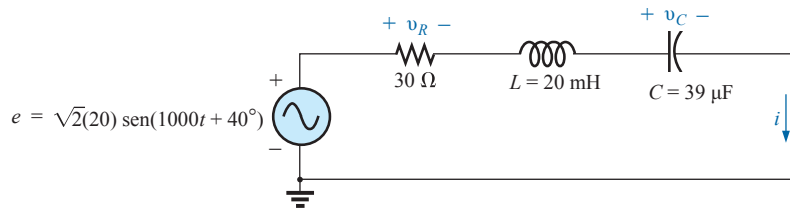


Figura 15.135 Problemas 16 e 47.

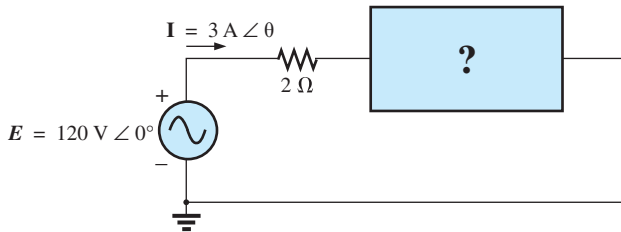


Figura 15.136 Problema 18.

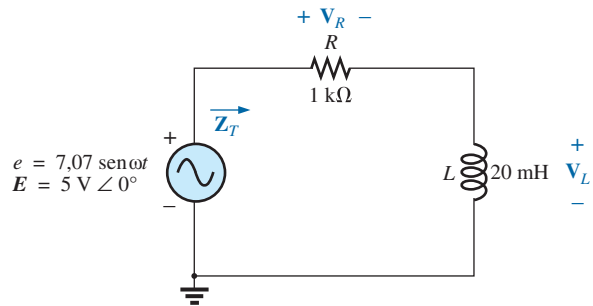


Figura 15.137 Problema 19.

**Seção 15.5** Resposta em frequência de circuitos de corrente alternada em série

\*19. Considerando o circuito mostrado na Figura 15.137, plote:

- a)  $Z_T$  e  $\theta_T$  em função da frequência na faixa de frequências de 0 a 20 kHz.
- b)  $V_L$  em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).
- c)  $\theta_L$  em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).
- d)  $V_R$  em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

\*20. Considerando o circuito da Figura 15.138, plote:

- a)  $Z_T$  e  $\theta_T$  em função da frequência na faixa de frequências de 0 a 10 kHz.
- b)  $V_C$  em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).
- c)  $\theta_C$  em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).
- d)  $V_R$  em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

\*21. Considerando o circuito  $R$ - $L$ - $C$  em série da Figura 15.139, plote:

- a)  $Z_T$  e  $\theta_T$  em função da frequência na faixa de frequências de 0 a 20 kHz, em incrementos de 1 kHz.
- b)  $V_C$  (apenas o módulo) em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).
- c)  $I$  (apenas o módulo) em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

22. Para o circuito  $R$ - $C$  em série da Figura 15.140:

- a) Determine a frequência em que  $X_C = R$ .
- b) Desenvolva uma imagem mental da mudança na impedância total em função da frequência sem lançar mão de um único cálculo.
- c) Determine a impedância total em 100 Hz e em 10 kHz e compare sua resposta com as suposições do item (b).
- d) Plote a curva de  $V_C$  em função da frequência.
- e) Determine o ângulo de fase da impedância total em  $f = 40$  kHz. O circuito é resistivo ou capacitivo nessa frequência?

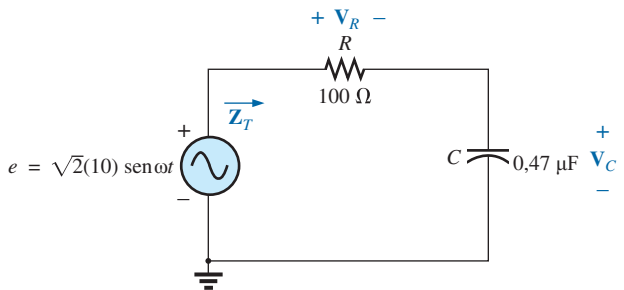


Figura 15.138 Problema 20.

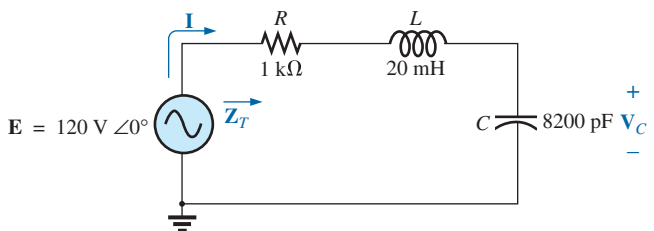


Figura 15.139 Problema 21.

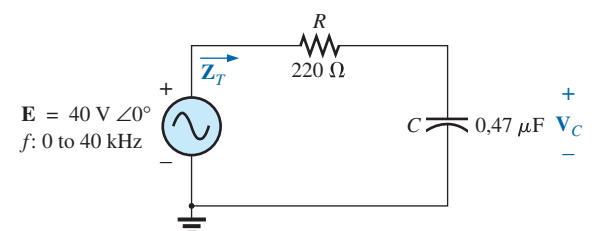


Figura 15.140 Problema 22.

**Seção 15.7** Admitância e susceptância

23. Calcule a admitância total para os circuitos da Figura 15.141. Identifique os valores da condutância e da susceptância e construa o diagrama de admitâncias.
24. Calcule a admitância total para os circuitos vistos na Figura 15.142. Identifique os valores totais da condutância e da susceptância e construa o diagrama de admitâncias.
25. Calcule a admitância total para os circuitos vistos na Figura 15.143. Identifique os valores totais da condutância e da susceptância e construa o diagrama de admitâncias.
26. Repita o Problema 6, considerando os elementos de circuito em paralelo que devem existir no interior das caixas para que a tensão e a corrente tenham os valores indicados. (Determine o circuito em paralelo mais simples que satisfaça às condições dadas.)

**Seção 15.8** Circuitos CA em paralelo

27. Considerando o circuito da Figura 15.144, resolva os itens a seguir:
  - a) Determine a admitância total  $Y_T$  em forma polar.
  - b) Construa o diagrama de admitâncias.
  - c) Determine a tensão  $E$  e as correntes  $I_R$  e  $I_L$  na forma fasorial.
  - d) Construa o diagrama de fasores para as correntes  $I_s$ ,  $I_R$  e  $I_L$  e para a tensão  $E$ .
  - e) Confirme a validade da lei de Kirchhoff para correntes em um dos nós.
  - f) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
  - g) Calcule o fator de potência do circuito e indique se ele é atrasado ou adiantado.
  - h) Determine as expressões senoidais para as correntes e para a tensão se a frequência é 60 Hz.
  - i) Plote as formas de onda para as correntes e para a tensão no mesmo gráfico.
28. Repita o Problema 27 para o circuito mostrado na Figura 15.145, substituindo  $I_L$  por  $I_C$  nos itens (c) e (d).
29. Considerando o circuito da Figura 15.146:
  - a) Determine a admitância total  $Y_T$  em forma polar.
  - b) Construa o diagrama de admitâncias.
  - c) Calcule o valor de  $C$  em microfarads e o de  $L$  em henries.
  - d) Determine a tensão  $E$  e as correntes  $I_R$ ,  $I_L$  e  $I_C$  em forma fasorial.
  - e) Construa o diagrama de fasores para as correntes  $I_s$ ,  $I_R$ ,  $I_L$  e  $I_C$  e para a tensão  $E$ .
  - f) Confirme a lei de Kirchhoff para correntes em um dos nós.
  - g) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
  - h) Calcule o fator de potência e indique se ele é adiantado ou atrasado.
  - i) Determine expressões senoidais para as correntes e para a tensão.
  - j) Plote as formas de onda da tensão e das correntes no mesmo gráfico.
30. Repita o Problema 29 para o circuito visto na Figura 15.147, exceto para o item (c).

**Seção 15.9** Regra dos divisores de corrente

31. Calcule as correntes  $I_1$  e  $I_2$  do circuito visto na Figura 15.148, em forma fasorial, usando a regra dos divisores de corrente.

**Seção 15.10** Resposta em frequência de elementos em paralelo

- \*32. Para o circuito  $R-C$  em paralelo visto na Figura 15.149, plote:
  - a) o gráfico de  $Z_T$  e  $\theta_T$  em função da frequência para a faixa de frequência de 0 a 20 kHz.
  - b) o gráfico de  $V_C$  em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).
  - c) o gráfico de  $I_R$  em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).
- \*33. Para o circuito  $R-L$  em paralelo visto na Figura 15.150, plote:
  - a) o gráfico de  $Z_T$  e  $\theta_T$  em função da frequência para a faixa de frequência de 0 a 10 kHz.
  - b) o gráfico de  $I_L$  em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).
  - c) o gráfico de  $I_R$  em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).
34. Plote o gráfico de  $Y_T$  e  $\theta_T$  (de  $Y_T = Y_T \angle \theta_T$ ) para a faixa de frequência de 0 a 20 kHz no circuito da Figura 15.149.
35. Plote o gráfico de  $Y_T$  e  $\theta_T$  (de  $Y_T = Y_T \angle \theta_T$ ) para a faixa de frequência de 0 a 10 kHz no circuito da Figura 15.150.
36. Considerando o circuito  $R-L-C$  em paralelo da Figura 15.151:
  - a) Plote o gráfico de  $Y_T$  e  $\theta_T$  (de  $Y_T = Y_T \angle \theta_T$ ) em função da frequência para a faixa de frequência de 0 a 20 kHz.
  - b) Repita o item (a) para  $Z_T$  e  $\theta_T$  (de  $Z_T = Z_T \angle \theta_T$ ).
  - c) Plote o gráfico de  $V_C$  em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).
  - d) Plote o gráfico de  $I_L$  em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).

**Seção 15.12** Circuitos equivalentes

37. Para os circuitos em série vistos na Figura 15.152, determine um circuito em paralelo que tenha a mesma impedância total ( $Z_T$ ).
38. Para os circuitos em paralelo vistos na Figura 15.153, determine um circuito em série que tenha a mesma impedância total.
- \*39. Considerando o circuito visto na Figura 15.154:
  - a) Calcule  $E$ ,  $I_R$  e  $I_L$  em forma fasorial.
  - b) Calcule o fator de potência total indicando se ele é adiantado ou atrasado.
  - c) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
  - d) Construa o diagrama de admitâncias.
  - e) Construa o diagrama de fasores para as correntes  $I_s$ ,  $I_R$  e  $I_L$  e para a tensão  $E$ .
  - f) Determine a corrente  $I_C$  nos capacitores usando apenas a lei de Kirchhoff para correntes.
  - g) Determine um circuito em série com um elemento resistivo e outro reativo que tenha a mesma impedância que o circuito original.
40. Determine o componente, ou componentes, que a caixa vista na Figura 15.155 deve conter para que satisfaça às seguintes condições (obtenha o circuito em paralelo mais simples que satisfaça a essas condições):
  - a) Potência média fornecida ao circuito = 3.000 W.
  - b) O circuito tem um fator de potência atrasado.



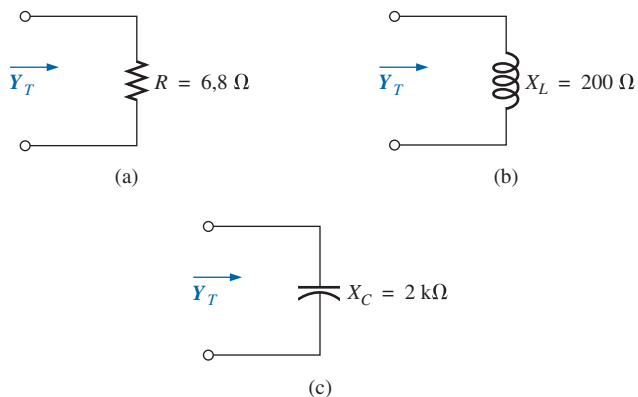


Figura 15.141 Problema 23.

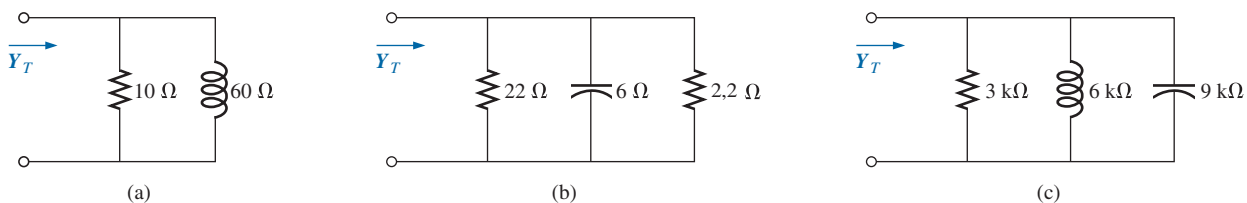


Figura 15.142 Problema 24.

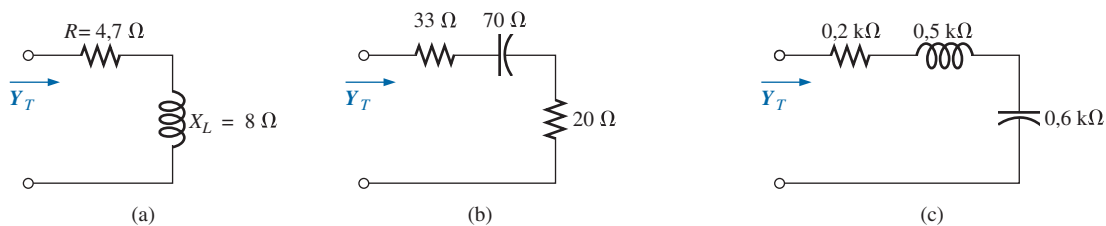


Figura 15.143 Problema 25.

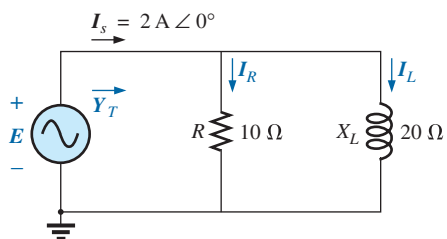


Figura 15.144 Problema 27.

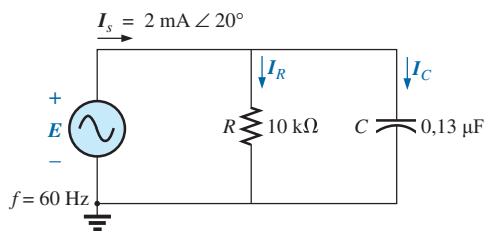


Figura 15.145 Problema 28.

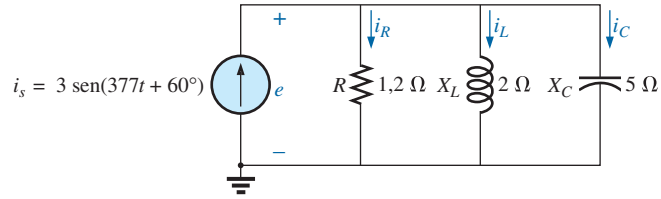


Figura 15.146 Problema 29.

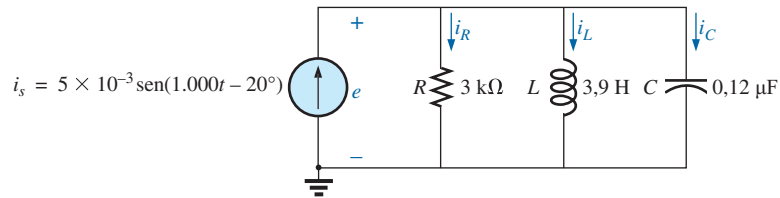


Figura 15.147 Problema 30.

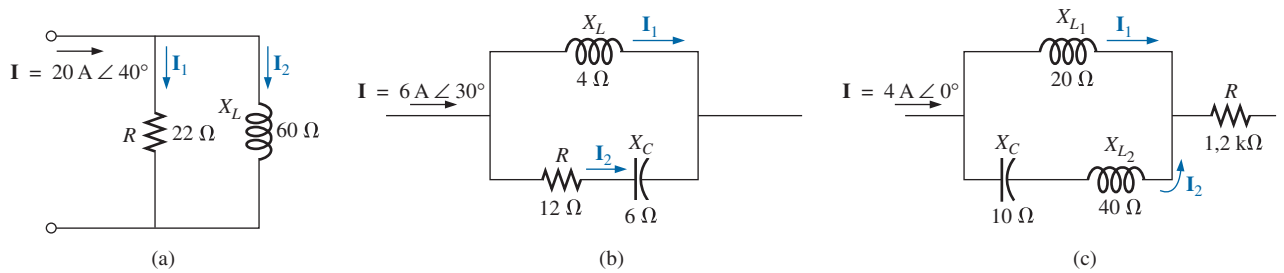


Figura 15.148 Problema 31.

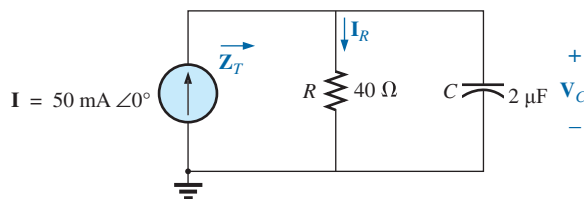


Figura 15.149 Problemas 32 e 34.

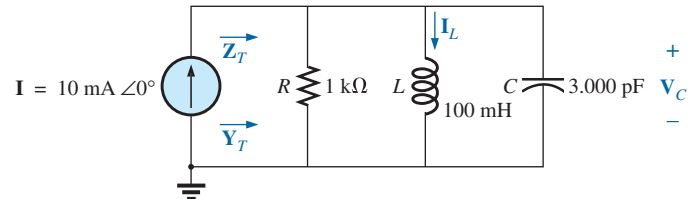


Figura 15.151 Problema 36.

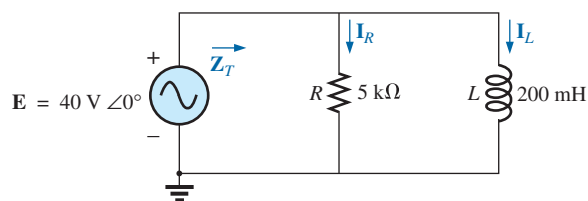


Figura 15.150 Problemas 33 e 35.

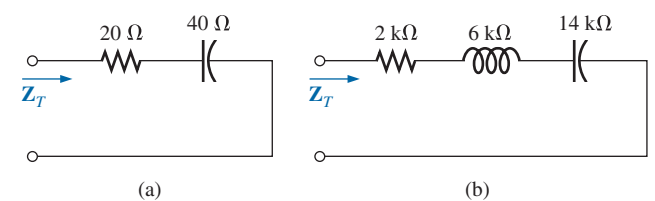


Figura 15.152 Problema 37.

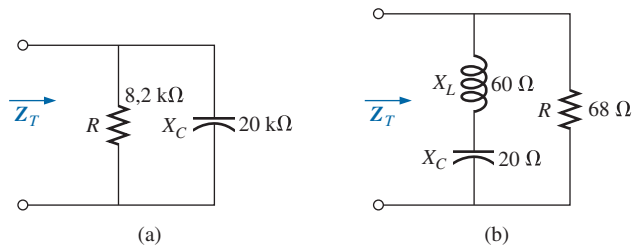


Figura 15.153 Problema 38.

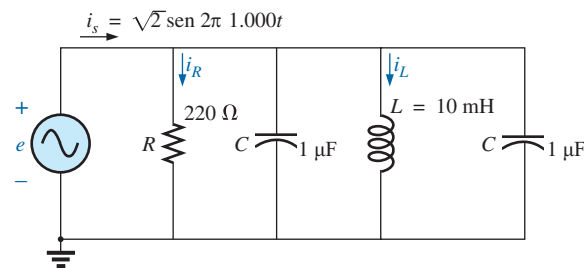


Figura 15.154 Problema 39.

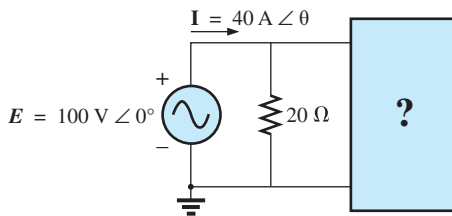


Figura 15.155 Problema 40.

Seção 15.13 Medidas de fase

41. Considerando o circuito visto na Figura 15.156, determine a diferença de fase entre as grandezas especificadas a seguir usando um osciloscópio de duplo traço. As ligações do circuito podem ser modificadas para realizar cada medida, mas não é permitido o uso de resistores sensores. Mostre todas as conexões no diagrama redesenhado.
- $e$  e  $v_C$
  - $e$  e  $i_s$
  - $e$  e  $v_L$
42. Considerando o circuito da Figura 15.157, determine a diferença de fase entre as grandezas abaixo usando um osciloscópio de duplo traço. O circuito tem de ser mantido sem alterações nas conexões. No entanto, é permitido o uso de resistores sensores. Mostre todas as conexões em um diagrama redesenhado.
- $e$  e  $v_{R2}$
  - $e$  e  $i_s$
  - $i_L$  e  $i_C$
43. Considerando as curvas do osciloscópio ilustradas na Figura 15.158:
- Determine a diferença de fase entre as formas de onda indicando qual está adiantada e qual está atrasada.
  - Determine os valores pico a pico e rms de cada forma de onda.
  - Calcule a frequência de cada forma de onda.

Seção 15.15 Análise computacional

PSpice ou Multisim

44. Considerando o circuito visto na Figura 15.124 (supondo que  $f = 1$  kHz):
- Determine os valores rms das tensões  $V_R$  e  $V_L$  e da corrente  $I$ .
  - Plote  $v_R$ ,  $v_L$  e  $i$  em função do tempo em gráficos separados.
  - Plote  $e$ ,  $v_R$ ,  $v_L$  e  $i$  no mesmo gráfico e identifique as curvas com um rótulo.
45. Considerando o circuito visto na Figura 15.144:
- Determine os valores rms das correntes  $I_s$  e  $I_R$  e  $I_L$ .
  - Plote  $i_s$ ,  $i_R$  e  $i_L$  em função do tempo em gráficos separados.
  - Plote  $e$ ,  $i_s$ ,  $i_R$  e  $i_L$  no mesmo gráfico e identifique as curvas com um rótulo.
46. Considerando o circuito visto na Figura 15.127, plote:
- a impedância do circuito em função da frequência para a faixa de zero a 10 kHz.
  - a corrente  $i$  em função da frequência para a faixa de 0 a 10 kHz.
- \*47. Considerando o circuito visto na Figura 15.135:
- Determine os valores rms das tensões  $v_R$  e  $v_C$  para a frequência de 1 kHz.
  - Plote  $v_C$  em função da frequência para a faixa de 0 a 10 kHz.
  - Plote o ângulo de fase entre  $e$  e  $i$  para a faixa de frequências entre 0 a 10 kHz.

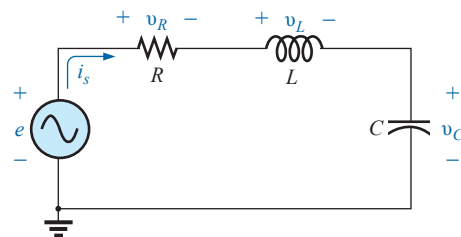


Figura 15.156 Problema 41.

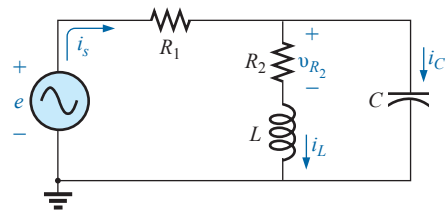
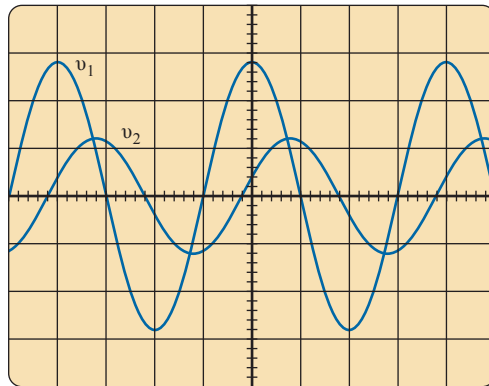
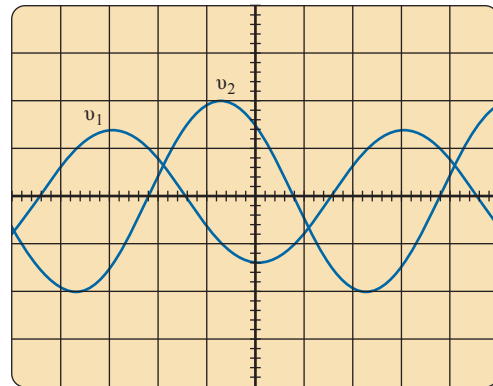


Figura 15.157 Problema 42.



Sensibilidade vertical = 0,5 V/div.  
Sensibilidade horizontal = 0,2 ms/div.

(a)



Sensibilidade vertical = 2 V/div.  
Sensibilidade horizontal = 10 µs/div.

(b)

Figura 15.158 Problema 43.

## GLOSSÁRIO

**Admitância:** Medida que indica quanto um circuito ‘admite’ a passagem da corrente. É medida em siemens (S) e representada pela letra maiúscula  $Y$ .

**Circuitos CA em paralelo:** Conexão de elementos em circuitos CA em que todos os componentes têm dois pontos de conexão em comum. A tensão entre os terminais de todos os componentes é a mesma.

**Circuitos CA em série:** Conexão de elementos em circuitos CA em que nenhum par de impedâncias tem mais de um terminal em comum e a corrente que percorre todos os componentes é a mesma.

**Circuitos equivalentes:** Para todo circuito CA em série existe um circuito CA em paralelo (e vice-versa), que é ‘equivalente’ no sentido de que a corrente e a impedância de entrada são as mesmas.

**Diagrama de admitâncias:** Diagrama vetorial que permite visualizar claramente os módulos da admitância, da condutância, da susceptância capacitiva, da susceptância indutiva e o módulo e o ângulo de fase da admitância total do sistema.

**Diagrama de fasores:** Diagrama vetorial que permite visualizar os módulos e as fases das tensões e das correntes de um circuito.

**Diagrama de impedâncias:** Diagrama vetorial que permite visualizar claramente o módulo da impedância dos componentes resistivo, reativo e capacitivo, e ainda o módulo e o ângulo de fase da impedância total do sistema.

**Regra dos divisores de corrente:** Método pelo qual se pode determinar a corrente de dois ramos em paralelo em um circuito CA sem a necessidade de calcular primeiro a tensão nos ramos paralelos.

**Regra dos divisores de tensão:** Método pelo qual a tensão em um dos diversos elementos de um circuito CA pode ser determinada sem necessidade de calcular primeiro a corrente nos elementos.

**Susceptância:** Medida de quanto um componente é ‘suscetível’ à passagem de corrente. É medida em siemens (S) e representada pela letra maiúscula  $B$ .