

Formas de ondas alternadas senoidais



Objetivos

- Familiarizar-se com as características de uma forma de onda senoidal, incluindo seu formato geral, valor médio e valor eficaz.
- Ser capaz de determinar o relacionamento de fase entre duas formas de onda senoidais da mesma frequência.
- Entender como calcular os valores médio e eficaz de qualquer forma de onda.
- Familiarizar-se com o uso de instrumentos projetados para medir quantidades CA.

13.1 INTRODUÇÃO

Até agora, analisamos somente circuitos de corrente contínua, nos quais as tensões e correntes não variam, exceto durante efeitos transitórios. Vamos agora dirigir nossa atenção para a análise de circuitos nos quais a intensidade da fonte varia de uma forma definida. A tensão variante no tempo, fornecida pelas empresas geradoras de energia elétrica, a qual é normalmente denominada *tensão CA*, é de interesse particular (As letras CA são uma abreviação de *Corrente Alternada*, do inglês *Alternating Current — AC*). Em termos mais rigorosos, a terminologia *tensão CA* ou *corrente CA* não é suficiente para descrever o tipo de sinal em questão. Cada forma de onda vista na Figura 13.1 é uma **forma de onda alternada** fornecida por geradores disponíveis comercialmente. O termo *alternada* indica apenas que o valor da tensão ou da corrente se alterna, ao longo do tempo, regularmente entre dois níveis predefini-

dos. Para ser precisos, temos de usar os termos *senoidal*, *quadrada* ou *triangular*.

Um sinal particularmente importante é o da **tensão CA senoidal**, mostrado na Figura 13.1. Como esse tipo de sinal é encontrado na grande maioria das aplicações, as frases abreviadas como *tensão CA* e *corrente CA* normalmente são aplicadas sem causar confusão. No caso dos outros tipos vistos na Figura 13.1, o termo que descreve a forma de onda é sempre usado, porém, a abreviação CA não é usada, o que resulta nas expressões *onda quadrada* ou *onda triangular*.

Uma das principais razões para concentrar nossa atenção na tensão alternada senoidal é que esse tipo de tensão é gerado nas usinas de energia elétrica em todo o mundo. Outras razões incluem seu uso em diversos sistemas elétricos, eletrônicos, de comunicação e industriais. Além disso, como veremos nos capítulos seguintes, essa forma de onda tem diversas características que resultam em uma resposta exclusiva quando aplicada aos componentes elétricos básicos. Os diversos teoremas e métodos introduzidos para circuitos de corrente contínua também serão aplicados a circuitos de corrente alternada senoidal. Embora a aplicação de sinais senoidais implique um aumento do nível de complexidade matemática, uma vez que a notação apresentada no Capítulo 14 tenha sido entendida, muitos dos conceitos introduzidos nos capítulos sobre corrente contínua poderão ser aplicados a circuitos CA com um mínimo de dificuldades adicionais.

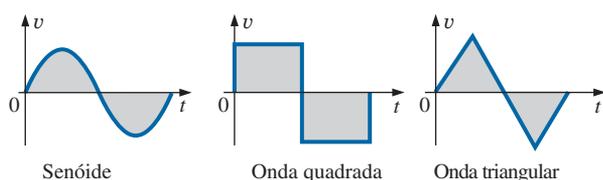


Figura 13.1 Formas de ondas alternadas.

13.2 TENSÃO ALTERNADA SENOIDAL: CARACTERÍSTICAS E DEFINIÇÕES

Geração

As tensões alternadas senoidais podem ser geradas por diversas fontes. A mais comum é aquela que obtemos nas tomadas residenciais, que fornecem tensão alternada cuja origem é uma usina geradora; essas usinas são em geral alimentadas por quedas-d'água, óleo, gás ou fissão nuclear. Em cada caso, um **gerador CA** (também denominado *alternador*), como mostra a Figura 13.2(a), é o componente mais importante no processo de conversão de energia. A energia oriunda de uma das fontes citadas acima é utilizada para girar um *rotor* (construído com polos magnéticos alternados) envolvido pelos enrolamentos do *estator* (a parte estacionária do gerador), induzindo assim uma tensão nos enrolamentos do estator, como define a lei de Faraday:

$$e = N \frac{d\phi}{dt}$$

Usando um gerador projetado apropriadamente, obteremos nos terminais de saída uma tensão alternada senoidal que pode ter a sua amplitude aumentada consideravelmente para ser distribuída através das linhas de transmissão até chegar aos consumidores. No caso de regiões isoladas, onde não foram instaladas linhas de transmissão, podem ser usados geradores portáteis (veja a Figura 13.2(b)), que funcionam com gasolina ou óleo diesel. Porém, assim como nas usinas geradoras, eles também têm um gerador CA como parte integral do sistema.

Em vista da necessidade de conservar os recursos naturais, a energia eólica, a energia solar e as células

de combustível vêm despertando um interesse crescente nas diversas regiões do mundo onde tais fontes de energia são abundantes em nível e duração, de maneira a tornar esse processo de conversão viável. As pás da turbina que aparecem na Figura 13.2(c) estão diretamente conectadas ao eixo de um gerador CA para fornecer a tensão CA descrita acima. Por meio da energia luminosa absorvida na forma de *fótons*, as células solares (veja a Figura 13.2(d)) podem gerar tensões contínuas. Usando um sistema eletrônico denominado *inversor*, a tensão contínua pode ser convertida em alternada. Pequenas embarcações, veículos de recreação etc. fazem uso frequente desse processo de inversão em locais isolados.

Tensões alternadas senoidais com características que podem ser controladas pelo usuário estão disponíveis a partir dos **geradores de sinais** (ou geradores de funções), como o que é visto na Figura 13.2(e). Usando as chaves e os botões existentes no painel de controle, podemos obter formas de ondas com diferentes amplitudes e frequências. O gerador de sinais tem uma importante função no estudo dos diversos teoremas, métodos de análise e tópicos a serem apresentados nos próximos capítulos.

Definições

A forma de onda senoidal, com sua notação adicional, é vista na Figura 13.3 e será o modelo para a definição de alguns termos básicos. Entretanto, esses termos podem ser aplicados a qualquer forma de onda alternada. É importante lembrar que, ao longo do estudo das diversas definições, o eixo vertical dos gráficos é usado para representar tensões e correntes, enquanto o eixo horizontal sempre representa o tempo.

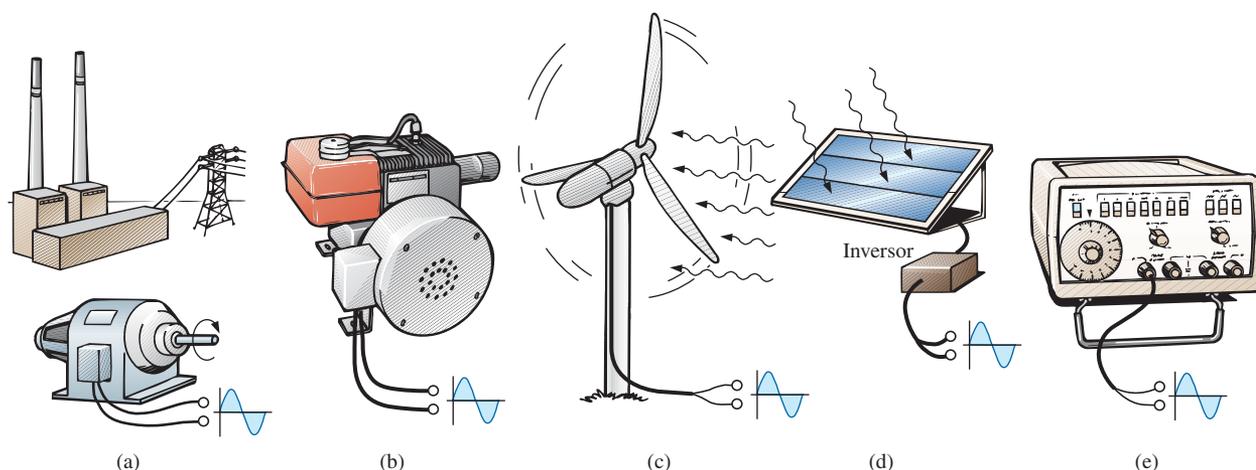


Figura 13.2 Fontes de corrente alternada: (a) usina geradora; (b) gerador CA portátil; (c) gerador eólico; (d) painel solar; (e) gerador de sinais.

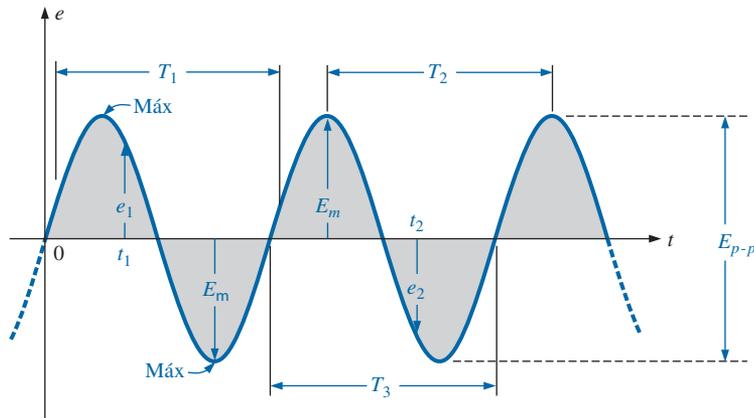


Figura 13.3 Parâmetros importantes de uma tensão senoidal.

Forma de onda: Gráfico de uma grandeza, como a tensão na Figura 13.3, em função de uma variável como o tempo (como na figura), posição, graus, radianos, temperatura, entre outras.

Valor instantâneo: Amplitude de uma forma de onda em um instante de tempo qualquer. É representado por letras minúsculas (e_1 , e_2 na Figura 13.3).

Amplitude de pico: Valor máximo de uma forma de onda em relação ao *valor médio*. É representado por letras maiúsculas (como E_m na Figura 13.3 para fontes de tensão e V_m para quedas de tensão por meio de uma carga). No caso da forma de onda vista na Figura 13.3, o valor médio é zero volt e E_m é a amplitude indicada na figura.

Valor de pico: Valor máximo instantâneo de uma função medido a partir do nível de zero volt. No caso da forma de onda vista na Figura 13.3, a amplitude de pico e o valor de pico são iguais, pois o valor médio da função é zero volt.

Valor pico a pico: Denotado por E_{p-p} ou V_{p-p} (como mostra a Figura 13.3), é a diferença entre os valores dos picos positivo e negativo, isto é, a soma dos módulos das amplitudes positiva e negativa.

Forma de onda periódica: Forma de onda que se repete continuamente após certo intervalo de tempo constante. A forma de onda vista na Figura 13.3 é periódica.

Período (T): Intervalo de tempo entre repetições sucessivas de uma forma de onda periódica.

Ciclo: Parte de uma forma de onda contida em um intervalo de tempo igual a um período. Os ciclos definidos por T_1 , T_2 e T_3 na Figura 13.3 podem parecer diferentes na Figura 13.4, mas como estão todos contidos em um período, satisfazem à definição de ciclo.

Frequência (f): O número de ciclos que ocorrem em 1 s. A frequência da forma de onda vista na Figura 13.5(a) é 1 ciclo por segundo, e a da Figura 13.5(b), $2\frac{1}{2}$ ($2,5$) ciclos por segundo. No caso de uma forma de onda semelhante, cujo período é 0,5 s (veja a Figura 13.5(c)), a frequência seria 2 ciclos por segundo.

A unidade de frequência é o hertz (Hz), onde:

$$1 \text{ hertz (Hz)} = 1 \text{ ciclo por segundo (c/s)} \quad (13.1)$$

O nome hertz é uma homenagem a Heinrich Rudolph Hertz (veja a Figura 13.6), que realizou pesquisas de importância fundamental sobre correntes e tensões alternadas e seus efeitos sobre resistores, indutores e capacitores (elementos R , L e C básicos). A frequência mais comum nas redes de transmissão em toda a América do Norte é 60 Hz, enquanto na maior parte da Europa predomina a frequência de 50 Hz.

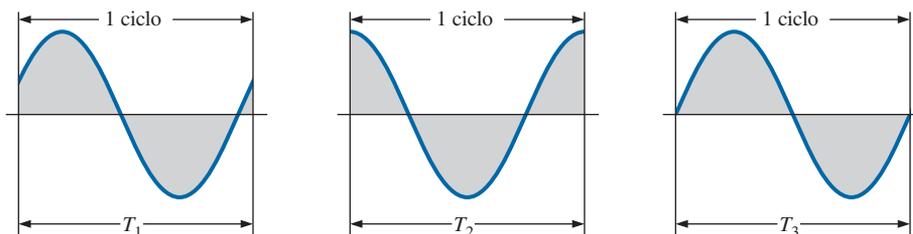


Figura 13.4 Definição de ciclo e período de uma forma de onda senoidal.

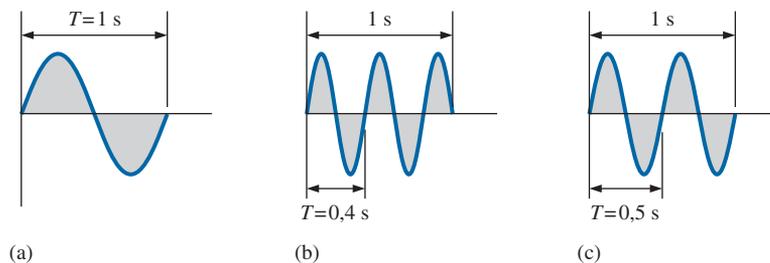


Figura 13.5 Ilustração do efeito da mudança de frequência sobre o período de uma forma de onda senoidal.



Figura 13.6 Heinrich Rudolph Hertz.

Cortesia da Biblioteca do Congresso, Washington, EUA.

Alemão (Hamburgo, Berlim, Karlsruhe) (1857-1894)
Físico

Professor de Física, Escola Politécnica de Karlsruhe e Universidade de Bonn.

Estimulado pelas previsões do físico inglês James Clerk Maxwell, Heinrich Hertz produziu ondas eletromagnéticas em seu laboratório na Escola Politécnica de Karlsruhe pouco depois de completar 30 anos. O transmissor e o receptor rudimentares construídos por Hertz foram os primeiros aparelhos a emitir e a receber ondas de rádio. Ele conseguiu medir o comprimento de onda das ondas eletromagnéticas e verificou que a velocidade de propagação era da mesma ordem de grandeza que a velocidade da luz. Além disso, demonstrou que a propriedade de reflexão e refração de ondas eletromagnéticas são as mesmas para as ondas de calor e de luz. É lamentável que uma pessoa tão talentosa e habilidosa tenha morrido precocemente aos 37 anos, devido a uma doença óssea.

Assim como acontece com os padrões, qualquer desvio a partir do valor determinado pela norma pode gerar problemas. Em 1993, a cidade de Berlim, na Alemanha, recebia toda a sua energia elétrica de usinas gerando tensões CA cuja frequência de saída variava entre 50,03 Hz e 51 Hz. Como consequência disso, os relógios elétricos chegavam a adiantar quatro minutos por dia, fazendo com que os despertadores tocassem antes da hora, os videocassetes parassem de gravar antes do final dos programas etc., e precisassem ser acertados constantemente. Entretanto, em 1994, quando a rede elétrica de Berlim foi interligada com o resto da Europa, o padrão exato de 50 Hz foi restabelecido e todos voltaram a ter a hora certa.

EXEMPLO 13.1

Para a forma de onda senoidal da Figura 13.7:

- Qual é o valor de pico?
- Qual é o valor instantâneo em 0,3 s e 0,6 s?
- Qual é o valor pico a pico da forma de onda?
- Qual é o período da forma de onda?
- Quantos ciclos aparecem na figura?
- Qual é a frequência da forma de onda?

Soluções:

- 8 V.**
- Em 0,3 s, **-8 V**; em 0,6 s, **0 V.**
- 16 V.**
- 0,4 s.**
- 3,5 ciclos.**
- 2,5 c/s, ou 2,5 Hz.**

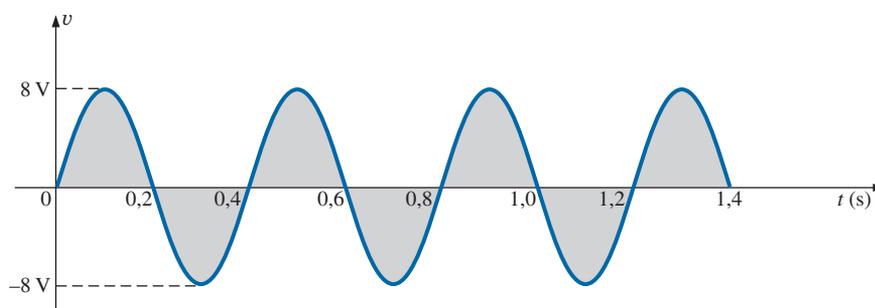


Figura 13.7 Exemplo 13.1.

13.3 ESPECTRO DE FREQUÊNCIA

Usando uma escala logarítmica (descrita em detalhes no Capítulo 20), podemos representar um espectro de 1 Hz a 1.000 GHz em um único gráfico, como mostra a Figura 13.8. Vários dos termos associados a regiões específicas do espectro eletromagnético são provavelmente familiares

ao leitor com base em sua experiência diária. Observe que a faixa de áudio (intervalo de resposta do ouvido humano) vai de 15 Hz a 20 kHz, mas as transmissões de sinais de rádio podem ser efetuadas entre 3 kHz e 300 GHz. O processo uniforme de definição dos intervalos do espectro de radiofrequência (RF) que vão do VLF (*Very Low Frequency* — Frequência Muito Baixa) a EHF (*Extremely*

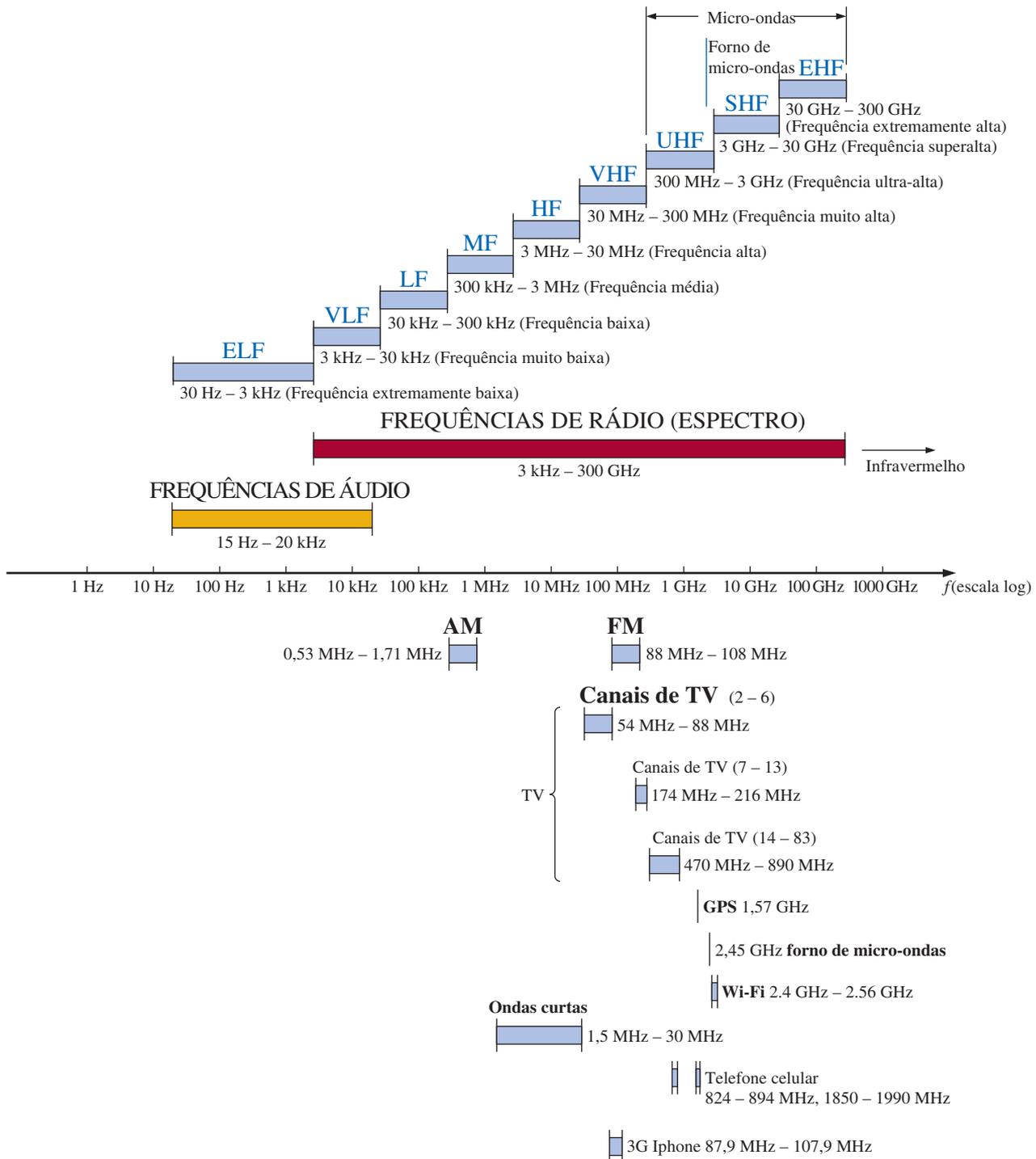


Figura 13.8 Áreas de aplicação para faixas de frequência específicas.

High Frequency — Frequência Extremamente Alta) está bem ilustrado pelas barras na figura (mas tenha em mente que se trata de uma escala logarítmica e, assim, as frequências envolvidas em cada segmento são bastante diferentes). Outras frequências de interesse (TV, CB, micro-ondas etc.) também estão indicadas na figura com a finalidade de orientação. Embora seja fácil falar de frequência nas faixas megahertz e gigahertz, lembre-se de que uma frequência de 100 MHz, por exemplo, representa uma forma de onda senoidal que passa por 100.000.000 de ciclos em apenas 1 s — um número impressionante quando comparado aos 60 Hz da rede elétrica. O processador Intel® Core 2 Extreme pode operar em até 3 GHz. Imagine um produto capaz de processar 3 bilhões de instruções por segundo; é um feito notável.

Como a frequência é inversamente proporcional ao período, ou seja, à medida que um aumenta o outro diminui na mesma proporção, as duas grandezas estão relacionadas pela seguinte equação:

$$f = \frac{1}{T} \quad \begin{matrix} f = \text{Hz} \\ T = \text{segundos (s)} \end{matrix} \quad (13.2)$$

ou
$$T = \frac{1}{f} \quad (13.3)$$

(um valor muito usado na prática, pois a frequência 60 Hz é muito utilizada)

$$b. T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1000 \text{ Hz}} = 10^{-3} \text{ s} = \mathbf{1 \text{ ms}}$$

EXEMPLO 13.3

Determine a frequência da forma de onda vista na Figura 13.9.

Solução:

A partir da figura, $T = (25 \text{ ms} - 5 \text{ ms})$ ou $(35 \text{ ms} - 15 \text{ ms}) = 20 \text{ ms}$, e, portanto,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \times 10^{-3} \text{ s}} = \mathbf{50 \text{ Hz}}$$

Na Figura 13.10, pode-se ver o sismograma resultante de um sismógrafo localizado na área em que ocorre um terremoto. Antes da perturbação, a forma de onda tem um nível relativamente uniforme, mas, quando o evento está para ocorrer, a frequência começa a aumentar, juntamente com a amplitude. Finalmente, ocorre o terremoto, e a frequência e a amplitude aumentam drasticamente. Em outras palavras, as frequências relativas podem ser determinadas, simplesmente, ao se examinar o quanto a forma

EXEMPLO 13.2

Calcule o período de uma forma de onda periódica cuja frequência seja:

- a. 60 Hz.
- b. 1000 Hz.

Soluções:

$$a. T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60 \text{ Hz}} \cong 0,01667 \text{ s} \text{ ou } \mathbf{16,67 \text{ ms}}$$

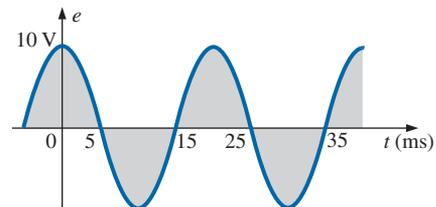


Figura 13.9 Exemplo 13.3.

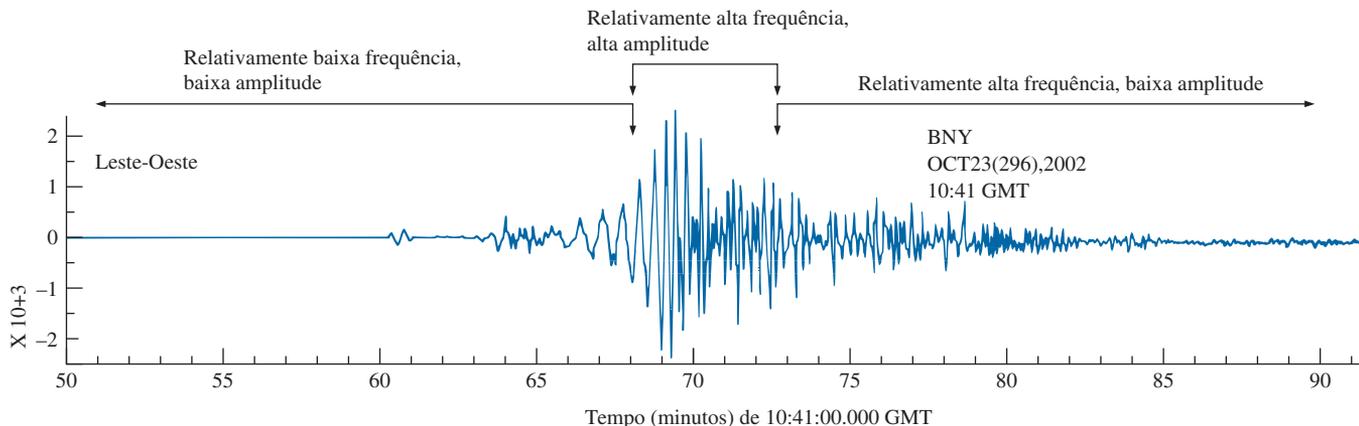


Figura 13.10 Sismograma da estação BNY (Binghamton University) de Nova York devido a terremoto de magnitude 6,7 no Alasca Central, que ocorreu em 63,62°N, 148,04°W, a uma profundidade de 10 km, na quarta-feira, 23 de outubro de 2002.

de onda está estreita e o período associado. A mudança na amplitude é imediatamente óbvia a partir da forma de onda resultante. O fato de o terremoto durar apenas alguns minutos é óbvio pela escala horizontal.

Definições de polaridade e sentido

Você pode estar se perguntando como uma polaridade para uma tensão ou um sentido para uma corrente podem ser estabelecidos se a forma de onda se move da região positiva para a região negativa. Por um período de tempo, a tensão tem uma polaridade, enquanto, para o próximo período igual, ela é invertida. Para resolver esse problema, um sinal positivo é aplicado se a tensão estiver acima do eixo, como mostra a Figura 13.11(a). Para uma fonte de corrente, o sentido no símbolo corresponde à região positiva da forma de onda, como mostra a Figura 13.11(b).

Para qualquer quantidade que não mude com o tempo, é utilizada uma letra maiúscula, como V ou I . Para expressões que dependem do tempo ou que representam um instante de tempo em particular, é utilizada uma letra minúscula, como e ou i .

A necessidade de definição de polaridades e de sentido da corrente torna-se bastante óbvia quando consideramos circuitos CA com múltiplas fontes. Observe, na sentença anterior, a ausência do termo *senoidal* antes da frase *circuitos CA*. Essa frase será cada vez mais usada a cada passo; *senoidal* deve estar subentendido, a menos que indicado de outra forma.

13.4 A SENOIDE

Os termos definidos na seção anterior podem ser aplicados a qualquer função periódica, seja ela contínua seja descontínua. Entretanto, a forma de onda senoidal é particularmente importante, pois facilita imensamente a análise matemática e a análise dos fenômenos físicos associados com os circuitos elétricos. Considere o impacto da seguinte afirmação:

A senoide é a única forma de onda alternada cuja forma não se altera ao ser aplicada a um circuito contendo resistores, indutores e capacitores.

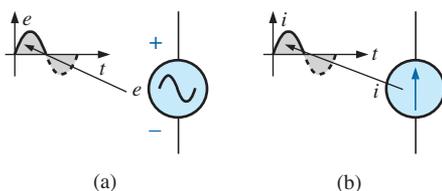


Figura 13.11 (a) Fonte de tensão alternada senoidal; (b) fonte de corrente alternada senoidal.

Em outras palavras, se a tensão (ou a corrente) em um resistor, indutor ou capacitor for senoidal, a corrente resultante (ou a tensão, respectivamente) em cada um também terá características senoidais, conforme mostra a Figura 13.12. Caso fosse aplicada qualquer outra forma de onda alternada, como uma onda quadrada ou triangular, isso não aconteceria.

A unidade de medida escolhida para o eixo horizontal pode ser **tempo** (conforme aparece nas figuras até aqui), **graus** ou **radianos**. O termo **radiano** pode ser definido da seguinte forma: se demarcarmos uma parte da circunferência de um círculo por uma extensão igual ao raio do círculo, como mostra a Figura 13.13, o ângulo resultante é chamado de *1 radiano*. O resultado é:

$$1 \text{ rad} = 57,296^\circ \approx 57,3^\circ \tag{13.4}$$

onde $57,3^\circ$ é a aproximação normal aplicada.

Um círculo completo tem 2π radianos, como mostra a Figura 13.14. Ou seja,

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ \tag{13.5}$$

de modo que:

$$2\pi = 2(3,142) = 6,28$$

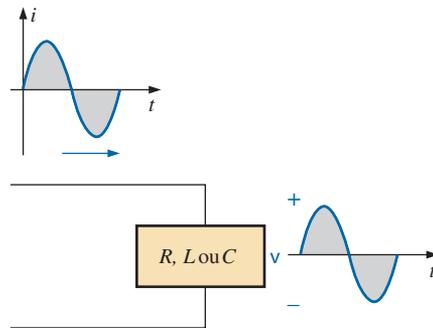


Figura 13.12 A senoide é a única forma de onda que não se altera ao ser aplicada a um circuito contendo resistores, indutores e capacitores.

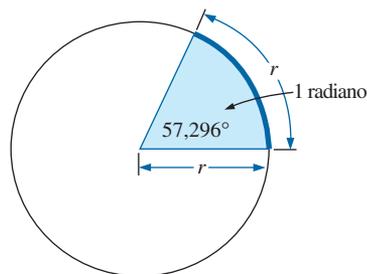


Figura 13.13 Definição de radiano.

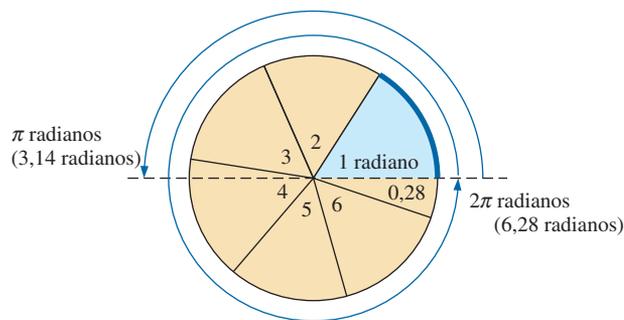


Figura 13.14 Existem 2π radianos em um círculo completo de 360° .

e

$$2\pi(57,3^\circ) = 6,28(57,3^\circ) = 359,84^\circ \cong 360^\circ$$

Diversas fórmulas usadas no estudo dos circuitos elétricos contêm o fator π . Por isso, algumas vezes é preferível medir ângulos em radianos em vez de em graus.

O número π é a razão entre o comprimento da circunferência de um círculo e o seu diâmetro.

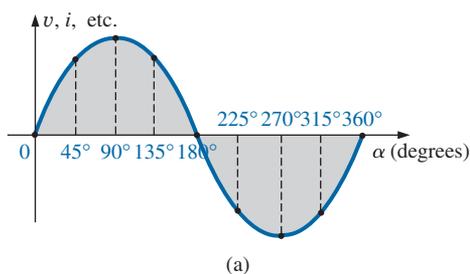
O valor do número π tem sido calculado com um grande número de casas decimais, principalmente para verificar se aparece uma sequência repetida de dígitos. Esse não é o caso. Uma pequena amostra do resultado desses cálculos pode ser vista a seguir:

$$\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ \dots$$

Embora a aproximação $\pi \cong 3,14$ seja frequentemente utilizada, todos os cálculos neste livro usam o valor de π fornecido pelas calculadoras científicas.

No caso dos ângulos de 180° e 360° , as duas unidades são relacionadas como mostra a Figura 13.14. As equações para conversões entre essas duas unidades são as seguintes:

$$\text{Radianos} = \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) \times (\text{graus}) \quad (13.6)$$



(a)

$$\text{Graus} = \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) \times (\text{radianos}) \quad (13.7)$$

Eis alguns exemplos da aplicação dessas equações:

$$90^\circ : \text{Radianos} = \frac{\pi}{180^\circ}(90^\circ) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$30^\circ : \text{Radianos} = \frac{\pi}{180^\circ}(30^\circ) = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\frac{\pi}{3} \text{ rad} : \text{Graus} = \frac{180^\circ}{\pi} \left(\frac{\pi}{3}\right) = 60^\circ$$

$$\frac{3\pi}{2} \text{ rad} : \text{Graus} = \frac{180^\circ}{\pi} \left(\frac{3\pi}{2}\right) = 270^\circ$$

Para fins de comparação, duas tensões senoidais são representadas na Figura 13.15, usando graus e radianos como unidade de medida no eixo das abscissas (horizontal).

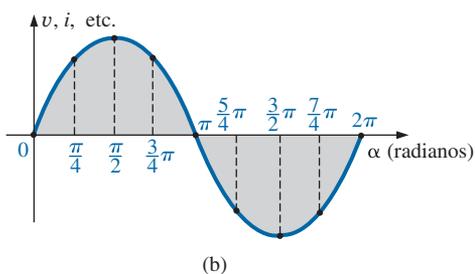
Há um interesse particular no fato de a forma de onda senoidal poder ser obtida a partir do comprimento da *projeção vertical* de um vetor radial girando com movimento circular uniforme em torno de um ponto fixo. Começando na posição ilustrada na Figura 13.16(a) e plotando a amplitude (acima e abaixo do zero) no sistema de coordenadas (veja a Figura 13.16(b) até (i)), traçamos um ciclo completo da senoide após o vetor radial completar uma rotação de 360° em torno do centro.

A velocidade com que o vetor gira em torno do centro, denominada **velocidade angular**, pode ser determinada a partir da seguinte equação:

$$\text{Velocidade angular} = \frac{\text{dist. ncia (graus ou radianos)}}{\text{tempo(segundos)}} \quad (13.8)$$

Substituindo na Equação 13.8 e usando a letra grega ômega (ω) para a velocidade angular, temos:

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \quad (13.9)$$



(b)

Figura 13.15 Gráfico da função seno contra (a) graus e (b) radianos.

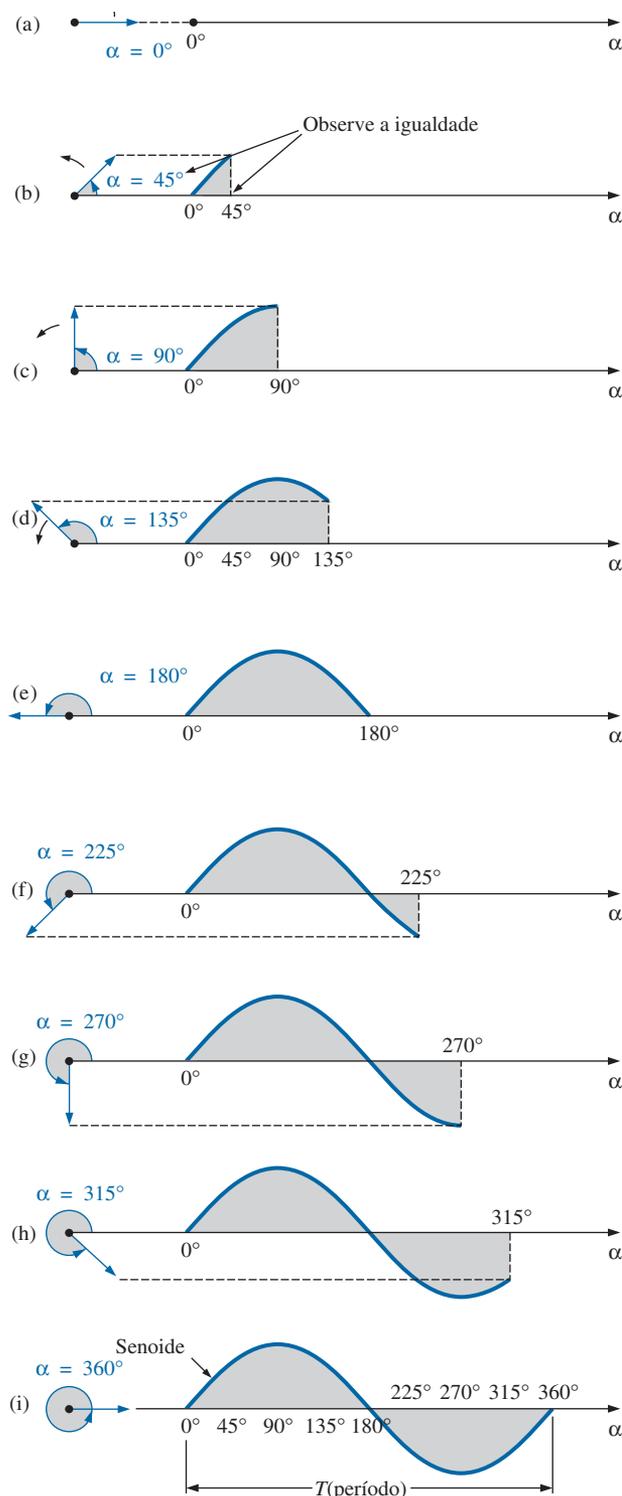


Figura 13.16 Geração de uma forma de onda senoidal usando as projeções de um vetor girante.

e

$$\alpha = \omega t \quad (13.10)$$

Como ω é normalmente expresso em radianos por segundo, o ângulo α é obtido pela Equação 13.10 e é geral-

mente expresso em radianos. Se for necessário expressar α em graus, a Equação 13.7 tem de ser aplicada. A importância de lembrar o que foi dito ficará evidente nos exemplos a seguir.

Na Figura 13.16, o tempo necessário para completar uma rotação é igual ao período (T) da forma de onda

senoidal vista na Figura 13.16(i). O número de radianos que corresponde a esse intervalo de tempo é 2π . Substituindo, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{rad/s}) \quad (13.11)$$

Expressa em palavras, essa equação nos diz que, quanto menor o período da forma de onda senoidal da Figura 13.16(i), ou quanto menor o intervalo de tempo antes que seja gerado um ciclo completo, maior a velocidade angular do vetor radial girante. Certamente, essa afirmação está de acordo com o que estudamos até aqui. Agora podemos ir além, usando o fato de que a frequência da forma de onda gerada é inversamente proporcional ao seu período; ou seja, $f = 1/T$. Assim,

$$\omega = 2\pi f \quad (\text{rad/s}) \quad (13.12)$$

Essa equação diz que, quanto maior a frequência da forma de onda senoidal, maior a velocidade angular do vetor. As equações 13.11 e 13.12 são ilustradas na Figura 13.17, na qual, para o mesmo vetor radial, tomamos $\omega = 100 \text{ rad/s}$ e $\omega = 500 \text{ rad/s}$.

EXEMPLO 13.4

Determine a velocidade angular relativa a uma forma de onda senoidal cuja frequência seja 60 Hz.

Solução:

$$\omega = 2\pi f = (2\pi)(60 \text{ Hz}) \cong 377 \text{ rad/s}$$

(um valor muito comum, já que a frequência de 60 Hz é muito usada na prática)

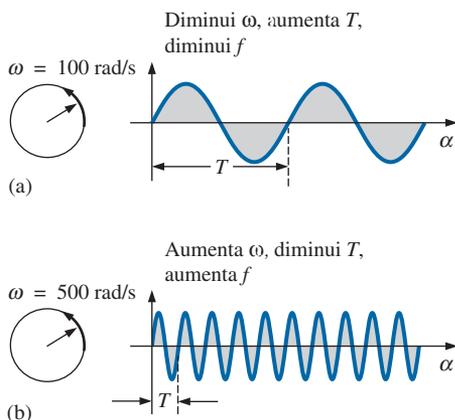


Figura 13.17 Ilustração da influência do valor de ω sobre a frequência e o período.

EXEMPLO 13.5

Determine a frequência e o período da senoide vista na Figura 13.17(b).

Solução:

Como $\omega = 2\pi/T$,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{500 \text{ rad/s}} = 12,57 \text{ ms}$$

e

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12,57 \times 10^{-3} \text{ s}} = 79,58 \text{ Hz}$$

EXEMPLO 13.6

Dado o valor $\omega = 200 \text{ rad/s}$, determine o intervalo de tempo necessário para a forma de onda senoidal passar no ponto correspondente a 90° .

Solução:

Pela Equação 13.10: $\alpha = \omega t$, e

$$t = \frac{\alpha}{\omega}$$

Entretanto, α tem de ser substituído por $\pi/2$ ($= 90^\circ$) em função de ω estar em radianos por segundo:

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi / 2 \text{ rad}}{200 \text{ rad/s}} = \frac{\pi}{400} \text{ s} = 7,85 \text{ ms}$$

EXEMPLO 13.7

Determine o ângulo através do qual uma forma de onda senoidal de 60 Hz passará em um período de 5 ms.

Solução:

Pela Equação 13.11: $\alpha = \omega t$, ou

$$\alpha = 2\pi f t = (2\pi)(60 \text{ Hz})(5 \times 10^{-3} \text{ s}) = 1,885 \text{ rad}$$

Se não formos cuidadosos, a resposta pode ser erroneamente interpretada como $1,885^\circ$. Portanto:

$$\alpha(^{\circ}) = \frac{180^{\circ}}{\pi \text{ rad}} (1,885 \text{ rad}) = 108^{\circ}$$

13.5 EXPRESSÃO GERAL PARA TENSÕES OU CORRENTES SENOIDAIS

A expressão matemática geral para uma forma de onda senoidal é:

$$A_m \text{ sen } \alpha \quad (13.13)$$

onde A_m é o valor de pico da onda e α é um ângulo na unidade do eixo horizontal, como mostra a Figura 13.18.

A equação $\alpha = \omega t$ diz que o ângulo α do vetor girante visto na Figura 13.16 é determinado pela velocidade angular desse vetor e pelo período de tempo em que o vetor gira. Por exemplo, para uma determinada velocidade angular (ω fixo), quanto mais tempo o vetor radial gasta para atingir um ponto (ou seja, quanto maior o valor de t), maior será o valor do ângulo em graus ou em radianos descrito pelo vetor. Relacionando essa afirmação com a forma de onda senoidal para uma determinada velocidade angular quanto maior o tempo, maior o número de ciclos. Para um intervalo de tempo fixo, quanto maior a velocidade angular, maior o número de ciclos gerados.

De acordo com a Equação 13.10, a expressão geral para uma senoide também pode ser escrita como:

$$A_m \text{ sen } \omega t \tag{13.14}$$

com ωt tendo a unidade de medida do eixo horizontal.

No caso das grandezas elétricas como a tensão e a corrente, as expressões gerais são:

$$i = I_m \text{ sen } \omega t = I_m \text{ sen } \alpha$$

$$e = E_m \text{ sen } \omega t = E_m \text{ sen } \alpha$$

onde as letras maiúsculas com o índice m representam amplitudes e as letras minúsculas i e e representam os valores instantâneos da corrente e da tensão, respectivamente, em um instante t qualquer. Essa forma é particularmente importante porque expressa uma tensão ou uma corrente senoidal em função do tempo, que é a escala horizontal dos osciloscópios. Lembre-se de que a sensibilidade horizontal desse instrumento é dada em unidade de tempo por divisão, e não em graus por centímetro.

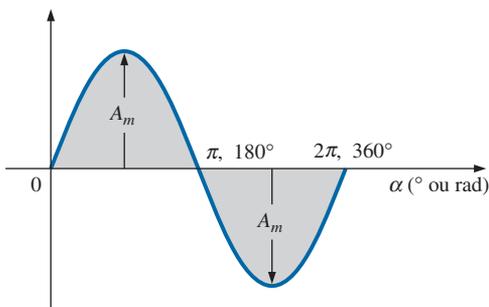


Figura 13.18 Função senoidal básica.

EXEMPLO 13.8

Sendo $e = 5 \text{ sen } \alpha$, determine e para $\alpha = 40^\circ$ e $\alpha = 0,8\pi$.

Solução:

Para $\alpha = 40^\circ$,

$$e = 5 \text{ sen } 40^\circ = 5(0,6428) = \mathbf{3,21 \text{ V}}$$

Para $\alpha = 0,8\pi$,

$$\alpha (^\circ) = \frac{180^\circ}{\pi} (0,8\pi) = 144^\circ$$

e

$$e = 5 \text{ sen } 144^\circ = 5(0,5878) = \mathbf{2,94 \text{ V}}$$

O ângulo associado a um valor particular da tensão é obtido manipulando a equação:

$$e = E_m \text{ sen } \alpha$$

da seguinte forma:

$$\text{sen } \alpha = \frac{e}{E_m}$$

que pode ser escrita como:

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \frac{e}{E_m} \tag{13.15}$$

Da mesma maneira, para um determinado valor de corrente,

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \frac{i}{I_m} \tag{13.16}$$

EXEMPLO 13.9

a) Determine o ângulo para o qual o valor da função $v = 10 \text{ sen } 377 t$ é 4 V.

b) Determine o momento em que a função assume o valor dado no item (a).

Soluções:

a) Pela Equação 13.15:

$$\alpha_1 = \text{sen}^{-1} \frac{v}{E_m} = \text{sen}^{-1} \frac{4 \text{ V}}{10 \text{ V}} = \text{sen}^{-1} 0,4 = \mathbf{23,58^\circ}$$

Entretanto, a Figura 13.19 revela que o valor de 4 V (positivo) pode corresponder a dois ângulos entre 0° e 180° . O valor do segundo ângulo é determinado por:

$$\alpha_2 = 180^\circ - 23,578^\circ = \mathbf{156,42^\circ}$$

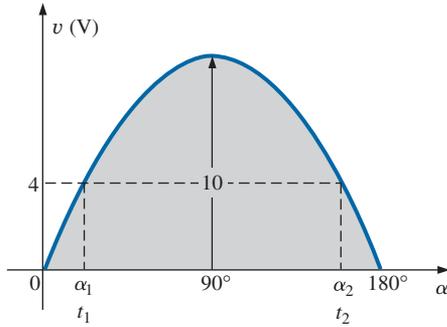


Figura 13.19 Exemplo 13.9.

Portanto, em geral, tenha em mente que as equações 13.15 e 13.16 fornecem um ângulo com valor entre 0° e 90°.

b) Equação 13.10: $\alpha = \omega t$ e, portanto, $t = \alpha / \omega$. Entretanto, α tem de ser expresso em radianos. Assim,

$$\alpha(\text{rad}) = \frac{\pi}{180^\circ}(23,578^\circ) = 0,412 \text{ rad}$$

e

$$t_1 = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{0,412 \text{ rad}}{377 \text{ rad/s}} = 1,09 \text{ ms}$$

Para a segunda intersecção,

$$\alpha(\text{rad}) = \frac{\pi}{180^\circ}(156,422^\circ) = 2,73 \text{ rad}$$

$$t_2 = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{2,73 \text{ rad}}{377 \text{ rad/s}} = 7,24 \text{ ms}$$

Operações com calculadora

Tanto \sin quanto \sin^{-1} estão disponíveis em todas as calculadoras científicas. Você também pode usá-los para trabalhar com o ângulo em graus ou em radianos sem ter que converter uma forma na outra. Ou seja, se o ângulo es-

tiver em radianos e a definição de modo for para radianos, você poderá informar a medida em radianos diretamente.

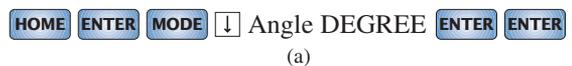
Para definir a operação no modo DEGREE (grau), prossiga, conforme mostra a Figura 13.20(a), usando a calculadora TI-89. O valor da tensão e em 40° pode, então, ser encontrado usando a sequência na Figura 13.20(b).

Depois de estabelecer o modo RADIAN, a sequência na Figura 13.21 determina a tensão em $0,8\pi$.

Finalmente, o ângulo em graus para α_1 na parte (a) do Exemplo 13.9 pode ser determinado pela sequência na Figura 13.22 com o modo definido em graus, enquanto o ângulo em radianos para a parte (a) do Exemplo 13.9 pode ser determinado pela sequência na Figura 13.23, com o modo definido em radianos.

A forma de onda senoidal também pode ser desenhada contra o tempo no eixo horizontal. O período de tempo para cada intervalo pode ser determinado a partir de $t = \alpha/\omega$, mas o caminho mais direto é simplesmente encontrar o período T a partir de $T = 1/f$ e desmembrá-lo nos intervalos exigidos. Essa última técnica é demonstrada no Exemplo 13.10.

Antes de analisar o exemplo, observe especialmente a simplicidade relativa da equação matemática que pode representar uma forma de onda senoidal. Qualquer forma de onda alternativa, cujas características sejam diferentes daquelas da senoide, não pode ser representada por um único termo, mas pode exigir dois, quatro, seis ou talvez um número infinito de termos para ser representada com precisão.



(a)



(b)

Figura 13.20 (a) Definição do modo DEGREE; (b) avaliação de $5 \sin 40^\circ$.



Figura 13.21 Obtenção do resultado $e = 5 \sin 0,8\pi$ usando a calculadora no modo RADIAN.



Figura 13.22 Obtenção do resultado $\alpha_1 = \sin^{-1}(4/10)$ usando a calculadora no modo DEGREE.



Figura 13.23 Obtenção do resultado $\alpha_1 = \sin^{-1}(4/10)$ usando a calculadora no modo RADIAN.

EXEMPLO 13.10

Esboce $e = 10 \text{ sen } 314t$ com a abscissa

- a) ângulo (α) em graus.
- b) ângulo (α) em radianos.
- c) tempo (t) em segundos.

Soluções:

- a) Veja a Figura 13.24. (Observe que nenhum cálculo é necessário.)
- b) Veja a Figura 13.25. (Quando o relacionamento entre graus e radianos é compreendido, nenhum cálculo é necessário.)
- c) Ver Figura 13.26.

$$360^\circ: T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{314} = 20 \text{ ms}$$

$$180^\circ: \frac{T}{2} = \frac{20 \text{ ms}}{2} = 10 \text{ ms}$$

$$90^\circ: \frac{T}{4} = \frac{20 \text{ ms}}{4} = 5 \text{ ms}$$

$$30^\circ: \frac{T}{12} = \frac{20 \text{ ms}}{12} = 1,67 \text{ ms}$$

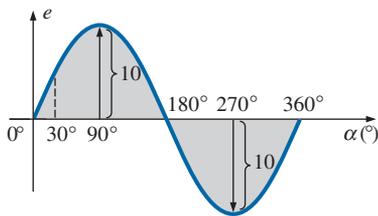


Figura 13.24 Exemplo 13.10, eixo horizontal em graus.

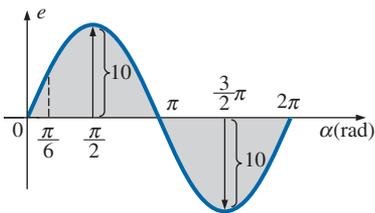


Figura 13.25 Exemplo 13.10, eixo horizontal em radianos.

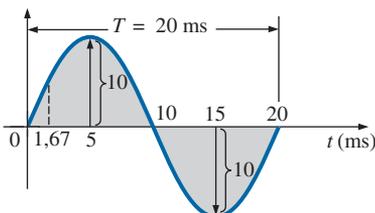


Figura 13.26 Exemplo 13.10, eixo horizontal em milissegundos.

EXEMPLO 13.11

Dado $i = 6 \times 10^{-3} \text{ sen } 1000t$, determine i no instante $t = 2 \text{ ms}$.

Solução:

$$\alpha = \omega t = 1000t = (1000 \text{ rad/s})(2 \times 10^{-3} \text{ s}) = 2 \text{ rad}$$

$$\alpha(^{\circ}) = \frac{180^{\circ}}{\pi \text{ rad}} (2 \text{ rad}) = 114,59^{\circ}$$

$$i = (6 \times 10^{-3})(\text{sen } 114,59^{\circ}) = (6 \text{ mA})(0,9093) = \mathbf{5,46 \text{ mA}}$$

13.6 RELAÇÕES DE FASE

Até aqui, consideramos apenas ondas senoidais com máximos em $\pi/2$ e $3\pi/2$, e zeros em 0 , π e 2π , como mostra a Figura 13.25. Se a forma de onda for deslocada para a direita ou para a esquerda de 0° , a expressão passará a ser:

$$A_m \text{ sen } (\omega t \pm \theta) \tag{13.17}$$

onde θ é o ângulo, em graus ou radianos, a que a forma de onda foi deslocada.

Se a forma de onda intercepta o eixo horizontal à esquerda da origem com inclinação positiva (função crescente) antes de 0° , como vemos na Figura 13.27, a expressão é:

$$A_m \text{ sen } (\omega t + \theta) \tag{13.18}$$

Em $\omega t = \alpha = 0^{\circ}$, o valor da função é calculado por $A_m \text{ sen } \theta$. Se o gráfico corta o eixo horizontal com inclinação positiva após 0° , como na Figura 13.28, a expressão é:

$$A_m \text{ sen } (\omega t - \theta) \tag{13.19}$$

Finalmente, em $\omega t = \alpha = 0$, o valor da função é $A_m \text{ sen } (-\theta)$, que, por uma identidade trigonométrica, é $-A_m \text{ sen } \theta$.

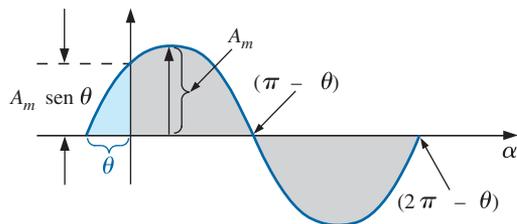


Figura 13.27 Definição do deslocamento de fase de uma função senoidal que corta o eixo horizontal com inclinação positiva antes de 0° .

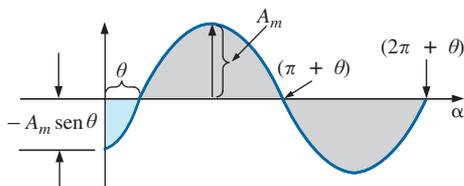


Figura 13.28 Definição do deslocamento de fase de uma senoide que corta o eixo horizontal com uma inclinação positiva após 0°.

Se a forma de onda corta o eixo horizontal com inclinação positiva e adiantada de 90° ($\pi/2$), como na Figura 13.29, o gráfico é chamado de função *coseno*. Ou seja,

$$\text{sen}(\omega t + 90^\circ) = \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \text{cos } \omega t \quad (13.20)$$

ou

$$\text{sen } \omega t = \text{cos}(\omega t - 90^\circ) = \text{cos}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (13.21)$$

Os termos **adiantado** e **atrasado** são usados para indicar diferenças de fase entre duas formas de onda senoidais de *mesma frequência* plotadas no mesmo conjunto de eixos. Na Figura 13.29, dizemos que a curva que representa o cosseno está *adiantada* 90° em relação à curva do seno, e que a curva que representa o seno está *atrasada* 90° em relação ao cosseno. Esse ângulo é conhecido como diferença de fase entre as duas formas de onda. Dizemos normalmente também que elas estão *defasadas* 90°. Observe que a diferença de fase entre duas curvas é sempre medida entre dois pontos do eixo horizontal nos quais as duas curvas têm a *mesma inclinação*. Se duas formas de ondas interceptam o eixo horizontal no mesmo ponto e com a mesma inclinação, elas estão *em fase*.

As relações geométricas entre as diversas formas das funções seno e cosseno podem ser deduzidas a partir da Figura 13.30. Por exemplo, começando na posição $+\text{sen } \alpha$, vemos que $+\text{cos } \alpha$ corresponde a uma rotação de 90° no sentido anti-horário (positivo). Assim, $\text{cos } \alpha = \text{sen}(\alpha + 90^\circ)$. Para obter $-\text{sen } \alpha$, devemos efetuar uma rotação de 180°

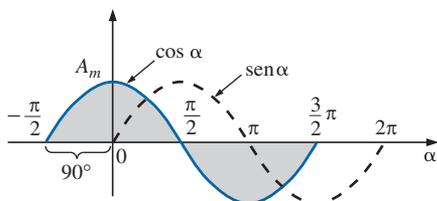


Figura 13.29 Relação de fase entre o seno e o cosseno.

no sentido horário (ou anti-horário). Assim, $-\text{sen } \alpha = \text{sen}(\alpha \pm 180^\circ)$, e assim por diante, como podemos ver a seguir:

$$\begin{aligned} \text{cos } \alpha &= \text{sen}(\alpha + 90^\circ) \\ \text{sen } \alpha &= \text{cos}(\alpha - 90^\circ) \\ -\text{sen } \alpha &= \text{sen}(\alpha \pm 180^\circ) \\ -\text{cos } \alpha &= \text{sen}(\alpha + 270^\circ) = \text{sen}(\alpha - 90^\circ) \text{ etc.} \end{aligned} \quad (13.22)$$

Além disso, observe que:

$$\begin{aligned} \text{sen}(-\alpha) &= -\text{sen } \alpha \\ \text{cos}(-\alpha) &= \text{cos } \alpha \end{aligned} \quad (13.23)$$

Se uma expressão senoidal aparecesse como:

$$e = -E_m \text{sen } \omega t$$

o sinal negativo deveria ser associado à parte do seno da expressão, e não ao valor de pico E_m . Em outras palavras, a expressão (se não por conveniência) deveria ser reescrita na forma:

$$e = E_m(-\text{sen } \omega t)$$

Como $-\text{sen } \omega t = \text{sen}(\omega t \pm 180^\circ)$

a expressão também pode ser escrita como:

$$e = E_m \text{sen}(\omega t \pm 180^\circ)$$

revelando que o sinal negativo pode ser substituído por uma variação (positiva ou negativa) de 180° no ângulo de fase. Ou seja,

$$e = -E_m \text{sen } \omega t = E_m \text{sen}(\omega t + 180^\circ) = E_m \text{sen}(\omega t - 180^\circ)$$

Um gráfico de cada uma dessas expressões mostrará claramente a sua equivalência. Portanto, existem duas representações matemáticas corretas para essas funções.

A **relação de fase** entre duas formas de onda indica qual delas está adiantada ou atrasada e por quantos graus ou radianos.

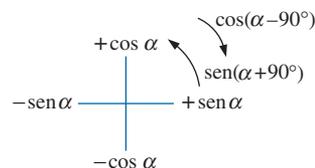


Figura 13.30 Método gráfico para encontrar relações entre funções específicas de seno e cosseno.

EXEMPLO 13.12

Qual é a relação de fase entre as formas de onda senoidais em cada um dos seguintes pares?

- a) $v = 10 \text{ sen}(\omega t + 30^\circ)$
 $i = 5 \text{ sen}(\omega t + 70^\circ)$
- b) $i = 15 \text{ sen}(\omega t + 60^\circ)$
 $v = 10 \text{ sen}(\omega t - 20^\circ)$
- c) $i = 2 \text{ cos}(\omega t + 10^\circ)$
 $v = 3 \text{ sen}(\omega t - 10^\circ)$
- d) $i = -\text{sen}(\omega t + 30^\circ)$
 $v = 2 \text{ sen}(\omega t + 10^\circ)$
- e) $i = -2 \text{ cos}(\omega t - 60^\circ)$
 $v = 3 \text{ sen}(\omega t - 150^\circ)$

Soluções:

a) Veja a Figura 13.31.

i está adiantada 40° em relação a v , ou v está atrasada 40° em relação a i .

b) Veja a Figura 13.32.

i está adiantada 80° em relação a v , ou v está atrasada 80° em relação a i .

c) Veja a Figura 13.33.

$$i = 2 \text{ cos}(\omega t + 10^\circ) = 2 \text{ sen}(\omega t + 10^\circ + 90^\circ) = 2 \text{ sen}(\omega t + 100^\circ)$$

i está adiantada 110° em relação a v , ou v está atrasada 110° em relação a i .

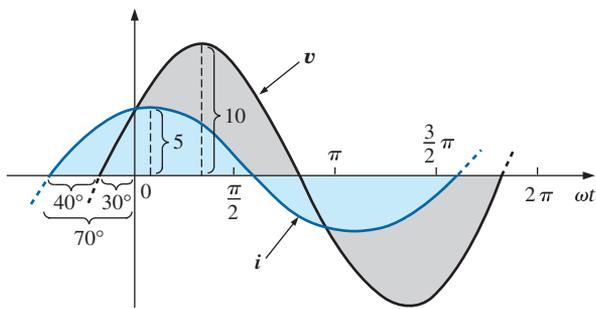


Figura 13.31 Exemplo 13.12(a): i adiantada 40° em relação a v .

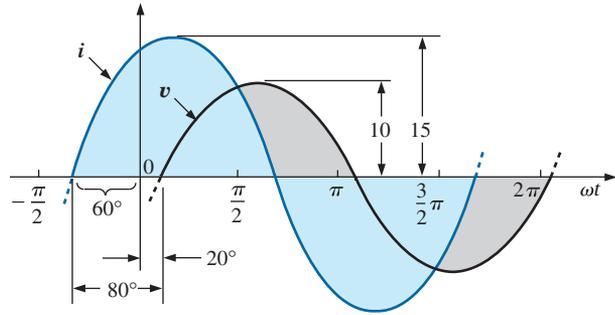


Figura 13.32 Exemplo 13.12(b): i adiantada 80° em relação a v .

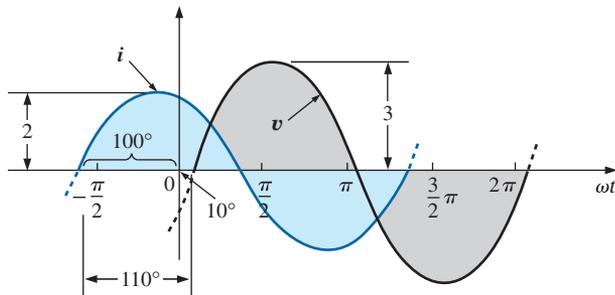


Figura 13.33 Exemplo 13.12(c): i adiantada 110° em relação a v .

d) Veja a Figura 13.34.

$$-\text{sen}(\omega t + 30^\circ) = \text{sen}(\omega t + 30^\circ - 180^\circ) = \text{sen}(\omega t - 150^\circ)$$

Note

v está adiantada 160° em relação a i , ou i está atrasada 160° em relação a v .

Ou então, usando:

$$-\text{sen}(\omega t + 30^\circ) = \text{sen}(\omega t + 30^\circ + 180^\circ) = \text{sen}(\omega t + 210^\circ)$$

Note

i está adiantada 200° em relação a v , ou v está atrasada 200° em relação a i .

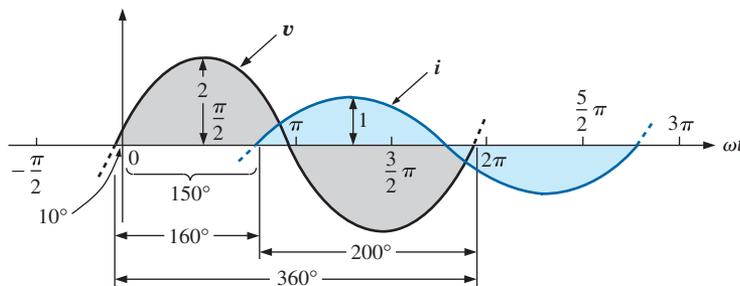


Figura 13.34 Exemplo 13.12(d): v adiantada 160° em relação a i .

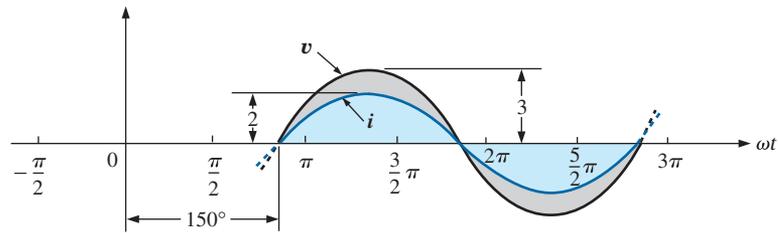


Figura 13.35 Exemplo 13.12(e): v está em fase com i .

e) Veja a Figura 13.35.

$$i = -2 \cos(\omega t - 60^\circ) = 2 \cos(\omega t - 60^\circ - 180^\circ) \quad \text{Por escolha}$$

$$= 2 \cos(\omega t - 240^\circ)$$

Porém, $\cos \alpha = \sin(\alpha + 90^\circ)$

$$\text{de modo que } 2 \cos(\omega t - 240^\circ) = 2 \sin(\omega t - 240^\circ + 90^\circ)$$

$$= 2 \sin(\omega t - 150^\circ)$$

v e i estão em fase.

Geradores de funções

Geradores de funções são um componente importante do ambiente típico de laboratório. O gerador da Figura 13.36 pode gerar seis saídas diferentes: onda senoidal, triangular e quadrada, declive, +pulso e -pulso com frequências que se estendem de 0,5 Hz a 4 MHz. Porém, como vemos na listagem

de saída, ele tem uma amplitude máxima de $20 V_{p-p}$. Diversas outras características estão incluídas para demonstrar como o texto cobrirá cada uma com certos detalhes.

O osciloscópio

O **osciloscópio** da Figura 13.37 é um instrumento que exibirá a forma de onda alternada senoidal de um modo que permitirá a análise de todas as características da forma de onda. De algumas maneiras, a tela e os botões dão a um osciloscópio a aparência de uma pequena TV, mas lembre-se de que *ele só pode exibir o que você lhe fornece*. Não é possível ligá-lo e pedir uma onda senoidal, uma onda quadrada e outras; ele precisa estar conectado a uma fonte ou a um circuito ativo para apanhar a forma de onda desejada.

A tela tem uma aparência padrão, com 10 divisões horizontais e 8 divisões verticais. A distância entre as



SAÍDA PRINCIPAL	
Faixa de frequência	0,5 Hz a 4 MHz em seis faixas
Formas de onda	Seis formas de onda (senóide, quadrada, triângulo, declive, +pulso, -pulso)
Amplitude	20 V _{p-p} entrada aberta (10 V _{p-p} entrada de 50 Ω)
Atenuador	0 dB, -20 dB (+2%) — Capítulo 21
Impedância de saída	50 Ω (+2%) — Capítulo 26
Distorção	<1%, 1 Hz a 100 kHz
Tempo de subida/queda	<60 ns — Capítulo 24
SAÍDA SYNC	
Tempo de subida	< 40 ns — Capítulo 24
Formas de onda	Quadrada, pulso — Capítulo 24
VARREDURA	
Modo	Varredura linear/log — Capítulo 21
Taxa	De 10 ms a 5 s variável continuamente
Saída de varredura	10 V _{p-p} (aberto)
Impedância de saída	1 kΩ +2% — Capítulo 26

Figura 13.36 Gerador de sinais. (Cortesia da B+K Precision.)



Figura 13.37 Osciloscópio de armazenamento digital. (Cortesia da B+K Precision.)

divisões é de 1 cm nas escalas vertical e horizontal. A escala vertical é definida para exibir níveis de tensão, enquanto a escala horizontal é sempre dada em unidades de tempo. O controle de sensibilidade vertical define o nível de tensão para cada divisão, enquanto o controle de sensibilidade horizontal define o tempo associado a cada divisão. Em outras palavras, se a sensibilidade vertical for definida em 1 V/div., cada divisão mostrará um nível de 1 V, de modo que uma extensão vertical total de 8 divisões representa 8 V de pico a pico. Se o controle horizontal for definido em 10 μs/div., 4 divisões serão iguais ao período de tempo de 40 μs. Lembre-se de que a tela do osciloscópio apresenta uma tensão senoidal contra o tempo, e não graus ou radianos. Além disso, a escala vertical sempre é uma sensibilidade de tensão, e nunca unidades de ampères.

O osciloscópio da Figura 13.37 é um escopo de armazenamento digital, em que *armazenamento* indica que ele pode armazenar a forma de onda em formato digital. O escopo de armazenamento digital (DSO — Digital Storage Scope) é o padrão para a maioria dos laboratórios de hoje. Na entrada do escopo, um conversor analógico-digital (ADC — Analog-to-Digital Converter) converterá o sinal analógico para digital na taxa de 250 MSa/s, ou 250.000.000 de amostras por segundo — um número enorme —, capaz de apanhar qualquer distorção na forma de onda.

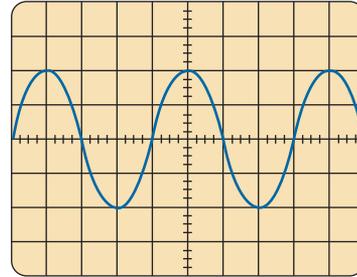
EXEMPLO 13.13

Ache o período, a frequência e o valor de pico da forma de onda senoidal que aparece na tela do osciloscópio da Figura 13.38. Observe as sensibilidades fornecidas na figura.

Solução:

Um ciclo se espalha por 4 divisões. Portanto, o período é:

$$T = 4 \text{ div.} \left(\frac{50 \mu\text{s}}{\text{div.}} \right) = 200 \mu\text{s}$$



Sensibilidade vertical = 0,1 V/div.
Sensibilidade horizontal = 50 μs/div.

Figura 13.38 Exemplo 13.13.

e a frequência é:

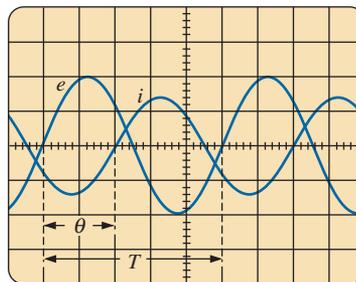
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{200 \times 10^{-6} \text{ s}} = 5 \text{ kHz}$$

A altura vertical acima do eixo horizontal compreende 2 divisões. Portanto,

$$V_m = 2 \text{ div.} \left(\frac{0,1 \text{ V}}{\text{div.}} \right) = 0,2 \text{ V}$$

Um osciloscópio também pode ser usado para fazer medições de fase entre duas formas de onda senoidais. Praticamente todos os osciloscópios de laboratório hoje têm a opção de duplo traço, ou seja, a capacidade de mostrar duas formas de onda ao mesmo tempo. Contudo, é importante lembrar que as duas formas de onda terão e deverão ter a mesma frequência. O procedimento de ligação para usar um osciloscópio para medir ângulos de fase é explicado com detalhes na Seção 15.13. Contudo, a equação para determinar o ângulo de fase pode ser introduzida usando-se a Figura 13.39.

Primeiro, observe que cada função senoidal *tem a mesma frequência*, permitindo o uso de qualquer forma de onda para determinar o período. Para a forma de onda escolhida na Figura 13.39, o período compreende 5 divisões a 0,2 ms/div. O deslo-



Sensibilidade vertical = 2 V/div.
Sensibilidade horizontal = 0,2 ms/div.

Figura 13.39 Encontrando o ângulo de fase entre formas de onda por meio de um osciloscópio de duplo traço.

camento de fase entre as formas de onda (independentemente de qual está adiantada ou atrasada) é de 2 divisões. Como o período completo representa um ciclo de 360°, a seguinte razão (da qual a Equação 13.24 pode ser derivada) pode ser formada:

$$\frac{360^\circ}{T(\text{n. m. de div.})} = \frac{\theta}{\text{desl. de fase}(\text{n. m. de div.})}$$

e

$$\theta = \frac{\text{desl. de fase}(\text{n. m. de div.})}{T(\text{n. m. de div.})} \times 360^\circ \quad (13.24)$$

Substituindo na Equação 13.24, o resultado é:

$$\theta = \frac{(2 \text{ div.})}{(5 \text{ div.})} \times 360^\circ = 144^\circ$$

e *e* está adiantado 144° em relação a *i*.

13.7 VALOR MÉDIO

Muito embora o conceito de **valor médio** seja importante em todos os ramos do conhecimento, seu significado é frequentemente mal compreendido. Na Figura 13.40(a), por exemplo, pode ser necessário conhecer a altura média do monte de areia para determinar o volume de areia disponível. A altura média do monte de areia é a altura que será obtida se mantivermos constante a distância entre as extremidades do monte e espalhamos a areia até que a altura fique uniforme, como na Figura 13.40(b). A área da seção reta do monte na Figura 13.40(a) será então igual à área do monte da seção retangular na Figura 13.40(b), que é dada por $A = b \times h$. É claro que a profundidade do monte (na direção perpendicular à página) deve ser a mesma nos dois casos para que as conclusões a que chegamos sejam verdadeiras.

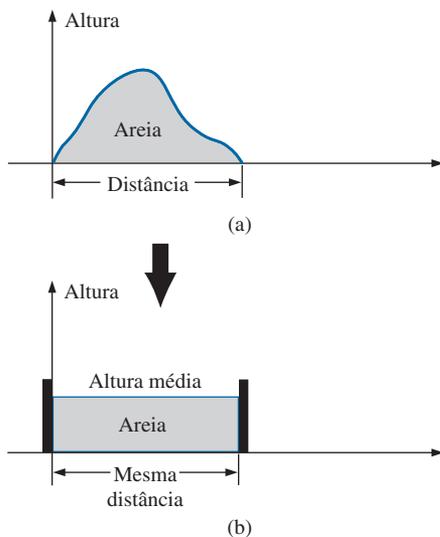


Figura 13.40 Definição de valor médio.

Na Figura 13.40, a distância entre as extremidades do monte de areia foi mantida constante. Na Figura 13.41(a), a distância se estende além da extremidade do monte original visto na Figura 13.40. Por exemplo, poderia ser que um jardineiro desejasse saber a altura média da areia se ela fosse espalhada para cobrir a distância indicada na Figura 13.41(a). O resultado desse aumento na distância é visto na Figura 13.41(b). Comparada com a situação da Figura 13.40, a altura média diminui. Portanto, é bastante óbvio que, quanto maior a distância, menor o valor médio.

Se existe uma depressão no terreno, como mostra a Figura 13.42(a), uma parte da areia é usada para preencher

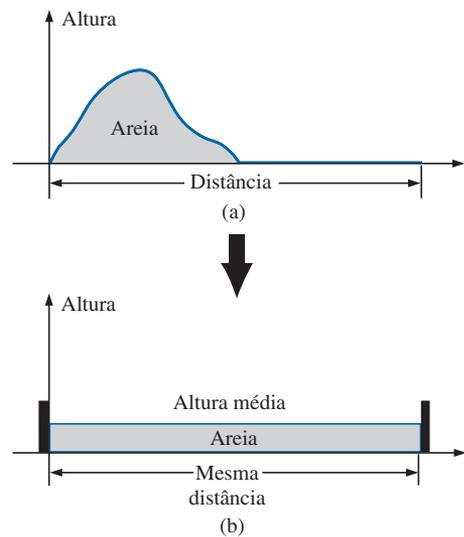


Figura 13.41 Influência da distância (largura) sobre o valor médio.

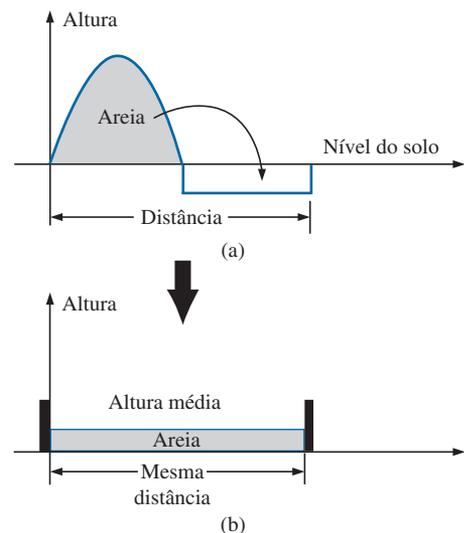


Figura 13.42 Influência de depressões (valores negativos) sobre o valor médio.

a depressão, resultando em um valor médio ainda menor, como mostra a Figura 13.42(b). No caso de uma forma de onda senoidal, a depressão tem a mesma forma que o monte de areia (em um ciclo completo), o que implica uma altura média nula (ou zero volt para uma tensão senoidal quando calculamos a média para um período completo).

Algumas pessoas, depois de terem percorrido uma distância considerável de carro, gostam de calcular a velocidade média durante toda a viagem. Em geral, isso é feito dividindo o número de quilômetros percorrido pelo número de horas necessário para percorrer a distância. Por exemplo, se uma pessoa viajou 225 milhas em 5 horas, a velocidade média foi de 225 milhas/5 horas, ou 45 milhas/h. Essa distância pode ter sido percorrida com várias velocidades em diferentes intervalos de tempo, como vemos na Figura 13.43.

Calculando a área total sob a curva para 5 horas e dividindo o resultado por 5 h (o tempo total da viagem), obtemos o mesmo resultado: 45 mi/h. Ou seja:

$$\text{Velocidade média} = \frac{\text{Área sob a curva}}{\text{comprimento da curva}} \quad (13.25)$$

$$\begin{aligned} \text{Velocidade média} &= \frac{A_1 + A_2}{5 \text{ h}} \\ &= \frac{(60 \text{ mi/h})(2 \text{ h}) + (50 \text{ mi/h})(2,5 \text{ h})}{5 \text{ h}} \\ &= \frac{225}{5} \text{ mi/h} = \mathbf{45 \text{ mi/h}} \end{aligned}$$

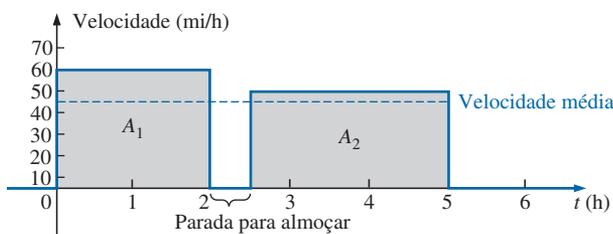


Figura 13.43 Gráfico da velocidade em função do tempo para uma viagem de automóvel.

A Equação 13.25 pode ser aplicada a qualquer variável, por exemplo, à corrente ou à tensão. Se representarmos por G o valor médio, teremos:

$$G(\text{Valor médio}) = \frac{\text{soma algébrica da área}}{\text{comprimento da curva}} \quad (13.26)$$

A soma algébrica das áreas deve ser determinada, pois algumas podem estar abaixo do eixo horizontal. As áreas acima do eixo são tomadas com sinal positivo, e as áreas abaixo do eixo, com sinal negativo. Um valor médio positivo estará acima do eixo, e um valor negativo, abaixo.

O valor médio de qualquer corrente ou tensão é o valor indicado por um medidor de corrente contínua. Em outras palavras, ao longo de um ciclo completo, o valor médio de uma forma de onda periódica é o valor CC equivalente. Em cursos mais avançados de análise de circuitos eletrônicos, tanto a fonte de tensão CC quanto a CA aparecem no mesmo circuito. Então, será necessário conhecer ou determinar as componentes CC (que é o valor médio) e CA de tensões e correntes em diversos pontos do sistema.

EXEMPLO 13.14

Determine o valor médio das formas de onda vistas na Figura 13.44.

Soluções:

a) Por inspeção, a área acima do eixo é igual à área abaixo do mesmo eixo ao longo de um ciclo, resultando em um valor médio nulo. Usando a Equação 13.26, temos:

$$G = \frac{(10 \text{ V})(1 \text{ ms}) - (10 \text{ V})(1 \text{ ms})}{2 \text{ ms}} = \frac{0}{2 \text{ ms}} = \mathbf{0 \text{ V}}$$

b) Usando a Equação 13.26, temos:

$$G = \frac{(14 \text{ V})(1 \text{ ms}) - (6 \text{ V})(1 \text{ ms})}{2 \text{ ms}} = \frac{14 \text{ V} - 6 \text{ V}}{2} = \frac{8 \text{ V}}{2} = \mathbf{4 \text{ V}}$$

como vemos na Figura 13.45.

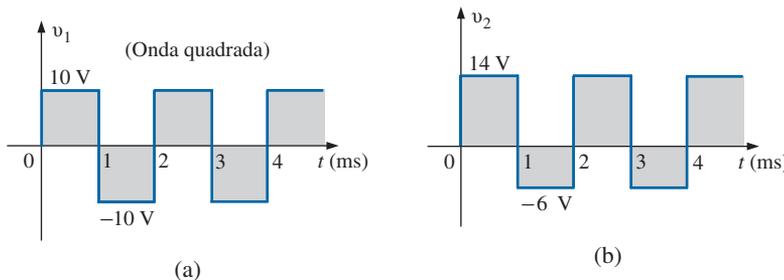


Figura 13.44 Exemplo 13.14.

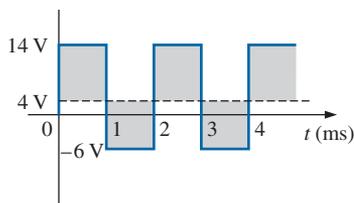


Figura 13.45 Resposta de um medidor CC à forma de onda da Figura 13.44 (b).

Na realidade, a forma de onda da Figura 13.44(b) é a onda quadrada da Figura 13.44(a) somada a uma tensão contínua de 4 V; ou seja,

$$v_2 = v_1 + 4 \text{ V}$$

EXEMPLO 13.15

Determine os valores médios das seguintes formas de onda por um ciclo completo:

- a) Figura 13.46.
- b) Figura 13.47.

Soluções:

$$a) G = \frac{+(3 \text{ V})(4 \text{ ms}) - (1 \text{ V})(4 \text{ ms})}{8 \text{ ms}} = \frac{12 \text{ V} - 4 \text{ V}}{8} = 1 \text{ V}$$

Observe a Figura 13.48.

$$b) G = \frac{-(10 \text{ V})(2 \text{ ms}) - (4 \text{ V})(2 \text{ ms}) - (2 \text{ V})(2 \text{ ms})}{10 \text{ ms}} = \frac{-20 \text{ V} + 8 \text{ V} - 4 \text{ V}}{10} = -\frac{16 \text{ V}}{10} = -1,6 \text{ V}$$

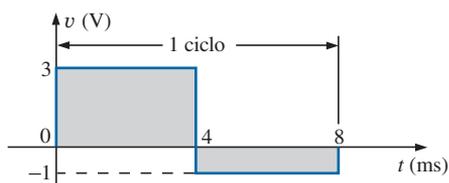


Figura 13.46 Exemplo 13.15(a).

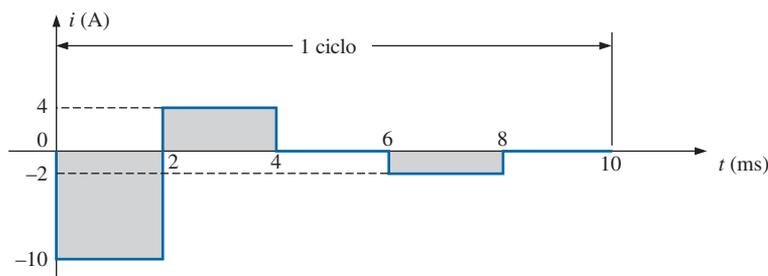


Figura 13.47 Exemplo 13.15(b).

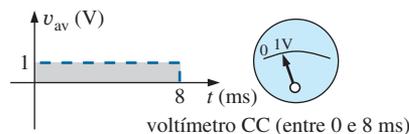


Figura 13.48 Resposta de um medidor CC à forma de onda da Figura 13.46.

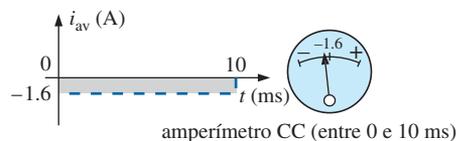


Figura 13.49 Resposta de um medidor CC à forma de onda da Figura 13.47.

Observe a Figura 13.49.

No Exemplo 13.15, determinamos as áreas sob as curvas usando uma simples fórmula geométrica. Entretanto, se encontrássemos uma senoide ou qualquer outra forma de onda incomum, teríamos de determinar a área de outro jeito. Podemos obter uma boa aproximação no valor da área tentando reproduzir a forma de onda original usando diversos pequenos retângulos ou outras formas familiares, de modo que a área de cada uma dessas formas possa ser calculada a partir de equações geométricas simples. Por exemplo,

a área do semiciclo positivo (ou negativo) de uma senoide é igual a $2A_m$.

Substituindo a forma de onda real por dois triângulos (veja a Figura 13.50) e usando a fórmula para a área de um triângulo (usando $\text{área} = 1/2 \text{ base} \times \text{altura}$), obtemos uma estimativa grosseira da área real:

$$i_{\text{ rea sombreada}} = 2 \left[\frac{1}{2} bh \right] = 2 \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} \right) (A_m) \right] = \frac{\pi}{2} A_m \cong 1,58 A_m$$

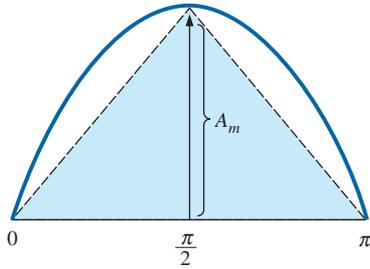


Figura 13.50 Aproximação do semiciclo positivo de uma senoide por dois triângulos retângulos.

Obtemos uma aproximação mais precisa usando um retângulo e dois triângulos (veja a Figura 13.51):

$$\begin{aligned} \int \text{rea} &= A_m \frac{\pi}{3} + 2 \left(\frac{1}{2} bh \right) = A_m \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} A_m \\ &= \frac{2}{3} \pi A_m = 2,094 A_m \end{aligned}$$

que está certamente mais próximo do valor real. Se fosse usado um número infinito de subdivisões, a resposta exata de $2A_m$ seria encontrada. Para formas de onda irregulares, esse método pode ser especialmente útil, caso se deseje saber o valor médio.

O procedimento de cálculo que fornece o valor exato, $2A_m$, é conhecido como *integração*. O cálculo de integrais é apresentado aqui apenas para que o leitor tome conhecimento de sua existência; não será necessário conhecer integração para continuar a fazer uso deste livro. Entretanto, o cálculo integral é uma ferramenta matemática extremamente útil que o leitor deve procurar aprender. Para calcular a área sob o pulso positivo usando integração, começamos com a expressão:

$$\int \text{rea} = \int_0^\pi A_m \sin \alpha \, d\alpha$$

onde \int é o símbolo de integração, 0 e π são os limites de integração, $A_m \sin \alpha$ é a função a ser integrada e da indica que estamos integrando em relação a α .

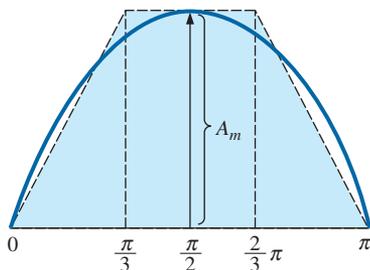
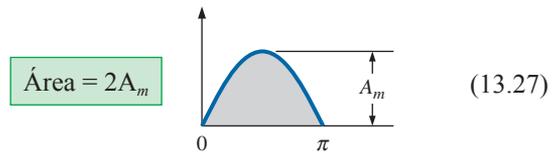


Figura 13.51 Aproximação mais precisa do semiciclo positivo de uma senoide.

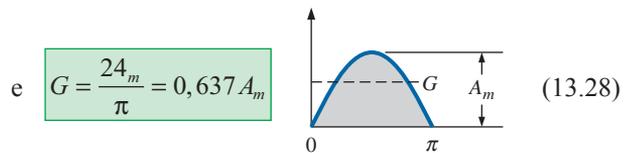
Integrando a expressão anterior, obteremos:

$$\begin{aligned} \int \text{rea} &= A_m [-\cos \alpha]_0^\pi \\ &= -A_m (\cos \pi - \cos 0^\circ) \\ &= -A_m [-1 - (+1)] = -A_m (-2) \end{aligned}$$



Como conhecemos a área do semiciclo positivo (ou negativo) da senoide, podemos determinar facilmente o valor médio usando a Equação 13.26:

$$G = \frac{24_m}{\pi}$$



Para a forma de onda na Figura 13.52,

$$G = \frac{(24_m / 2)}{\pi / 2} = \frac{24_m}{\pi} \quad (\text{A média é a mesma que para um semiciclo completo.})$$

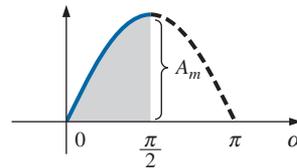


Figura 13.52 Encontrado o valor médio de metade do pulso positivo de uma forma de onda senoidal.

EXEMPLO 13.16

Determine o valor médio das formas de onda vistas na Figura 13.53.

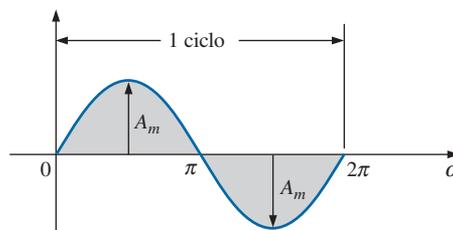


Figura 13.53 Exemplo 13.16.

Solução:

Por inspeção, vemos que:

o valor médio de uma função senoidal pura para um período completo é sempre zero.

Pela Equação 13.26:

$$G = \frac{+2A_m - 2A_m}{2\pi} = 0 \text{ V}$$

EXEMPLO 13.17

Determine o valor médio da forma de onda vista na Figura 13.54.

Solução:

O valor pico a pico dessa tensão é $16 \text{ mV} + 2 \text{ mV} = 18 \text{ mV}$. A amplitude de pico da forma de onda senoidal é, portanto, $18 \text{ mV}/2 = 9 \text{ mV}$. Subtraindo 9 mV de 2 mV (ou somando 9 mV a -16 mV), obtemos um valor médio (ou nível CC) de -7 mV , indicado pela linha tracejada da Figura 13.54.

EXEMPLO 13.18

Determine o valor médio da forma de onda vista na Figura 13.55.

Solução:

$$G = \frac{2A_m + 0}{2\pi} = \frac{2(10 \text{ V})}{2\pi} \cong 3,18 \text{ V}$$

EXEMPLO 13.19

No caso da forma de onda da Figura 13.56, verifique se o valor médio é positivo ou negativo e determine seu valor aproximado.

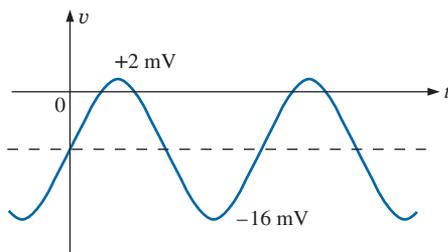


Figura 13.54 Exemplo 13.17

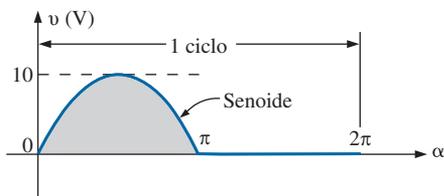


Figura 13.55 Exemplo 13.18

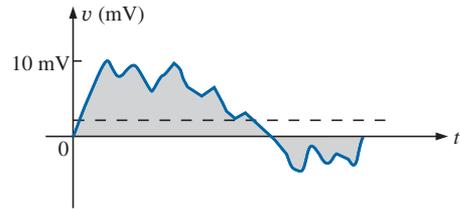


Figura 13.56 Exemplo 13.19.

Solução:

Pela aparência do gráfico, o valor médio é positivo, e está próximo de 2 mV . Em algumas ocasiões, avaliações como essa terão de ser feitas.

Instrumentação

O valor médio (nível CC) de qualquer forma de onda pode ser medido usando um multímetro digital (DMM) ou um **osciloscópio**. No caso de circuitos de corrente contínua, basta colocar o DMM no modo CC (o mesmo que DC) e efetuar a leitura do valor de corrente ou tensão. O osciloscópio só pode ser utilizado para medir valores de tensão seguindo a sequência a seguir:

1. Primeiramente, escolha GND a partir da lista de opções DC-GND-AC associada a cada um dos canais verticais. Essa escolha bloqueia qualquer sinal que tente entrar pela ponta de prova do osciloscópio e faz com que apareça na tela uma linha horizontal, como a que vemos na Figura 13.57(a).
2. Conecte a ponta de prova do osciloscópio à tensão a ser medida (se isso já não tiver sido feito) e selecione a opção DC. Se existir uma tensão contínua, a reta horizontal será deslocada para cima ou para baixo, como na Figura 13.57(b). Multiplicando esse deslocamento pela sensibilidade vertical, obtemos o valor médio. Um deslocamento para cima significa uma tensão positiva (a ponta de prova vermelha ou positiva do osciloscópio está ligada ao potencial mais alto), enquanto um deslocamento para baixo indica uma tensão negativa (a ponta de prova vermelha ou positiva do osciloscópio está ligada ao potencial mais baixo).

Em geral:

$$V_{cc} = (\text{deslocamento vertical em div.}) \times (\text{sensibilidade vertical em V/div.}) \quad (13.29)$$

Para a forma de onda da Figura 13.57(b),

$$V_{cc} = (2,5 \text{ div.})(50 \text{ mV/div.}) = 125 \text{ mV}$$

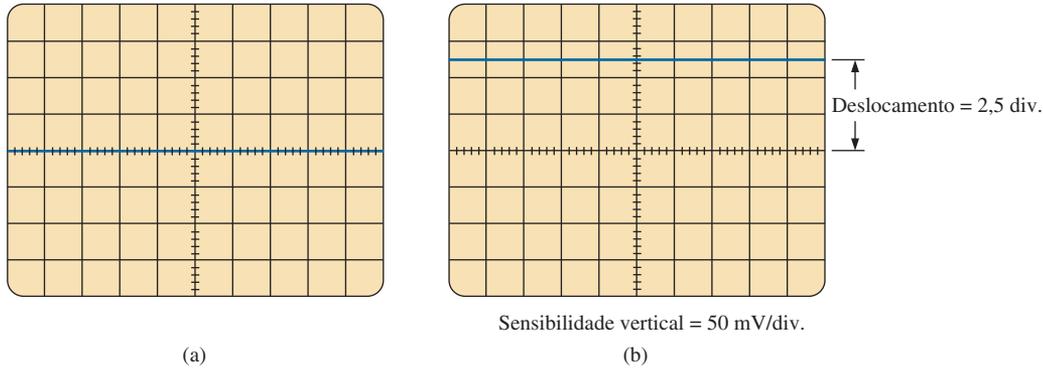


Figura 13.57 Uso do osciloscópio para medir tensões contínuas: (a) opção GND selecionada; (b) deslocamento vertical devido a uma tensão contínua com a opção DC selecionada.

Podemos também utilizar o osciloscópio para medir o valor médio de uma forma de onda qualquer por meio da seguinte sequência de operações:

3. Usando a opção GND, recoloque a linha horizontal no meio da tela.
4. Escolha a opção modo AC (todas as componentes contínuas do sinal serão bloqueadas — apenas as componentes variáveis aparecerão na tela). Observe a localização de algum ponto bem definido da forma de onda, assim como a base da meia onda retificada vista na Figura 13.58(a); ou seja, anote a posição desse ponto na escala vertical. Lembre-se para referência futura de que, *quando você usar a opção AC, o computador distribuirá a forma de onda acima e abaixo do eixo horizontal, de forma que o valor médio passará a ser zero*; ou seja, as áreas acima e abaixo do eixo serão iguais.
5. Agora, escolha a opção modo DC (para permitir que tanto a componente contínua quanto a alternada do sinal entrem no osciloscópio) e observe o deslocamento do ponto anotado no item 2, como na Figura 13.58(b). A Equação 13.29 pode então ser usada para determinar o valor médio da forma

de onda. No caso da forma de onda vista na Figura 13.58(b), esse valor será aproximadamente

$$V_{\text{média}} = V_{\text{cc}} = (0,9 \text{ div.})(5 \text{ V/div.}) = 4,5 \text{ V}$$

Essa sequência de operações pode ser aplicada a qualquer sinal alternado, como o que vemos na Figura 13.56. Em alguns casos, pode ser necessário, para obter o valor médio, deslocar a posição inicial da forma de onda, na opção AC, para uma região diferente da tela, ou escolher uma escala de tensão mais alta. Um DMM pode fornecer o valor médio de qualquer forma de onda, bastando para isso que se escolha a escala apropriada.

13.8 VALORES EFICAZES (RMS)

Nessa seção, discutiremos a diferença entre correntes contínuas e alternadas no que diz respeito à potência dissipada pela carga. Isso nos ajudará a determinar a amplitude de uma corrente alternada senoidal necessária para fornecer a mesma potência que uma corrente contínua particular. Uma questão surge frequentemente: como é possível que uma corrente alternada forneça potência

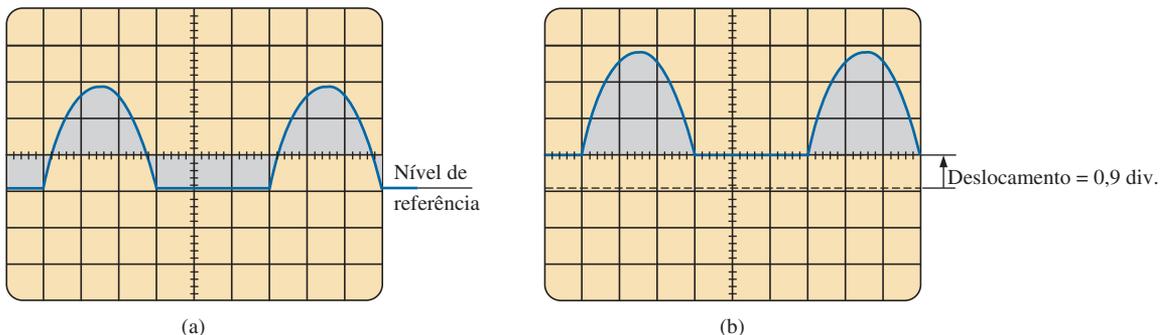


Figura 13.58 Determinação do valor médio de uma onda não senoidal usando um osciloscópio: (a) canal vertical no modo AC; (b) canal vertical no modo DC.

ao circuito, ao longo de um ciclo, se seu valor médio for zero? À primeira vista, poderia parecer que a potência fornecida durante a parte positiva do ciclo seria absorvida durante a parte negativa dele; como as duas têm o mesmo valor absoluto, a potência total seria nula. Entretanto, é importante entender que, independentemente do *sentido* e do valor da corrente através de um resistor, *esse resistor* dissipará potência. Em outras palavras, durante o semiciclo negativo ou positivo de uma corrente alternada senoidal, uma potência está sendo dissipada *a todo instante* no resistor. É claro que a potência dissipada em cada instante varia com a intensidade da corrente alternada, mas haverá uma potência efetiva durante os dois semiciclos e ao longo de um ciclo completo. A potência efetiva é igual a duas vezes a de um dos semiciclos.

A partir do arranjo experimental ilustrado na Figura 13.59, podemos obter uma relação fixa entre correntes e tensões contínuas e alternadas. Um resistor em um recipiente com água é ligado por chaves a duas fontes, uma de corrente contínua e outra de corrente alternada. Se a chave 1 for fechada, uma corrente contínua I_{cc} , que depende da resistência R e da tensão E da bateria, atravessará o resistor R . A temperatura atingida pela água é função da potência dissipada (convertida em calor) pelo resistor.

Se a chave 2 for fechada e a chave 1 for deixada aberta, a corrente no resistor será uma corrente alternada cuja amplitude de pico chamaremos de I_m . A temperatura atingida pela água novamente é função da potência dissipada pelo resistor. A fonte alternada é ajustada de maneira que a temperatura seja a mesma que foi alcançada quando a fonte contínua foi ligada. Quando isso acontece, a potência elétrica média dissipada pelo resistor R em função da fonte alternada é a mesma potência dissipada em função da fonte contínua.

A potência instantânea fornecida pela fonte de CA é dada por:

$$P_{ca} = (i_{ca})^2 R = (I_m \text{ sen } \omega t)^2 R = (I_m^2 \text{ sen}^2 \omega t) R$$

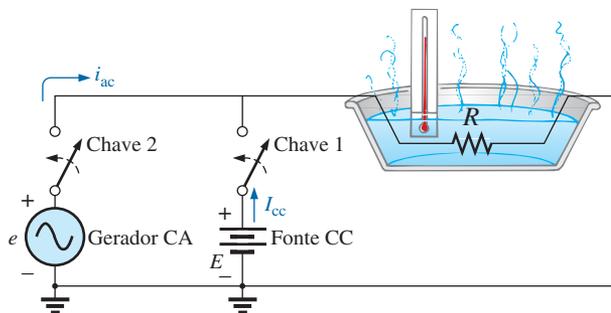


Figura 13.59 Arranjo experimental usado para estabelecer uma relação entre grandezas CC e CA.

Porém,

$$\text{sen}^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) \quad (\text{identidade trigonométrica})$$

Portanto,

$$P_{ca} = I_m^2 \left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) \right] R$$

$$e \quad P_{ca} = \frac{I_m^2 R}{2} - \frac{I_m^2 R}{2} \cos 2\omega t \quad (13.30)$$

A *potência média* fornecida pela fonte alternada corresponde apenas ao primeiro termo, já que o valor médio de um cosseno é zero, mesmo que a frequência da onda seja o dobro da frequência da forma de onda da corrente de entrada. Igualando a potência média, fornecida pela fonte de corrente alternada, à potência fornecida pela fonte de corrente contínua, temos:

$$P_{av(ca)} = P_{cc}$$

$$\frac{I_m^2 R}{2} = I_{cc}^2 R$$

$$e \quad I_{cc} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m$$

que, expresso em palavras, quer dizer que

o valor equivalente CC de uma tensão ou corrente senoidal vale 0,707 ($1/\sqrt{2}$) do seu valor máximo.

O valor da corrente contínua equivalente é chamado de **rms** ou **valor eficaz** da grandeza senoidal.

Para dar um exemplo numérico simples, seria necessária uma corrente alternada de amplitude de pico $\sqrt{2}(10) = 14,4$ A para fornecer ao resistor da Figura 13.59 a mesma potência que uma corrente CC de 10 A. O valor eficaz de qualquer grandeza, cuja variação com o passar do tempo é conhecida, pode ser calculado a partir da equação a seguir, deduzida a partir do experimento que acabamos de descrever:

$$\text{Formato de cálculo: } I_{rms} = \sqrt{\frac{\int_0^T i^2(t) dt}{T}} \quad (13.31)$$

$$\text{que significa } I_{rms} = \sqrt{\frac{\text{rea}(i^2(t))}{T}} \quad (13.32)$$

que, expresso em palavras, diz que, para calcular o valor eficaz, devemos elevar $i(t)$ ao quadrado. Em seguida, devemos determinar a área sob a função $i^2(t)$ por meio de integração, e então dividi-la por T , o período da forma de onda, para obter a média ou o valor médio do quadrado

forma de onda. O último passo é extrair a raiz quadrada do valor médio. Esse procedimento dá outra designação para valor eficaz, o **valor médio quadrático (rms — root-mean-square)**. Como o uso do termo rms é comum no meio educacional e industrial, ele é usado ao longo deste livro.

O relacionamento entre o valor de pico e o valor rms é o mesmo que para tensões, resultando no seguinte conjunto de relacionamentos para os exemplos e o material de texto a seguir:

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} I_m = 0,707 I_m \\ E_{\text{rms}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} E_m = 0,707 E_m \end{aligned} \quad (13.33)$$

De modo semelhante:

$$\begin{aligned} I_m &= \sqrt{2} I_{\text{rms}} = 1,414 I_{\text{rms}} \\ E_m &= \sqrt{2} E_{\text{rms}} = 1,414 E_{\text{rms}} \end{aligned} \quad (13.34)$$

EXEMPLO 13.20

Calcule os valores rms para a forma de onda senoidal em cada parte da Figura 13.60.

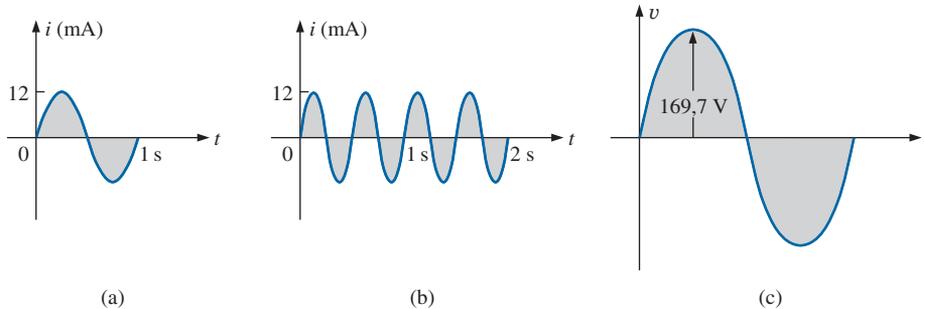


Figura 13.60 Exemplo 13.20.

Solução:

No item (a), $I_{\text{rms}} = 0,707(12 \times 10^{-3} \text{ A}) = \mathbf{8,48 \text{ mA}}$. No item (b), novamente $I_{\text{rms}} = \mathbf{8,48 \text{ mA}}$. Note que a mudança da frequência não alterou o valor eficaz de (b) em comparação com (a). No item (c), $V_{\text{rms}} = 0,707(169,73 \text{ V}) \cong \mathbf{120 \text{ V}}$, a tensão eficaz das tomadas residenciais.

EXEMPLO 13.21

A fonte contínua de 120 V mostrada na Figura 13.61(a) fornece 3,6 W à carga. Determine os valores de pico da tensão aplicada (E_m) e da corrente (I_m) para que a fonte alternada (veja a Figura 13.61(b)) forneça a mesma potência a uma carga idêntica.

Solução:

$$P_{\text{cc}} = V_{\text{cc}} I_{\text{cc}}$$

e
$$I_{\text{cc}} = \frac{P_{\text{cc}}}{V_{\text{cc}}} = \frac{3,6 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 30 \text{ mA}$$

$$I_m = \sqrt{2} I_{\text{cc}} = (1,414)(30 \text{ mA}) = \mathbf{42,42 \text{ mA}}$$

$$E_m = \sqrt{2} E_{\text{cc}} = (1,414)(120 \text{ V}) = \mathbf{169,68 \text{ V}}$$

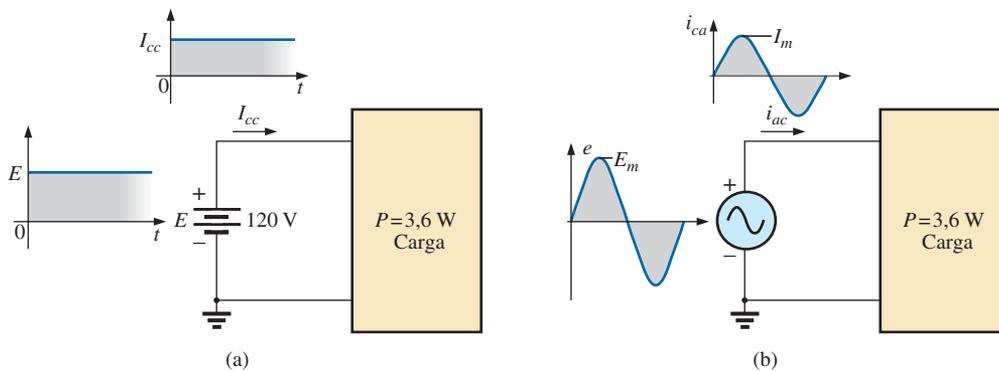


Figura 13.61 Exemplo 13.21.

EXEMPLO 13.22

Calcule o valor rms da forma de onda vista na Figura 13.62.

Solução:
 v^2 (Figura 13.63):

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(9)(4) + (1)(4)}{8}} = \sqrt{\frac{40}{8}} = 2,24 \text{ V}$$

EXEMPLO 13.23

Calcule o valor rms da tensão relativa à forma de onda vista na Figura 13.64.

Solução:
 v^2 (Figura 13.65):

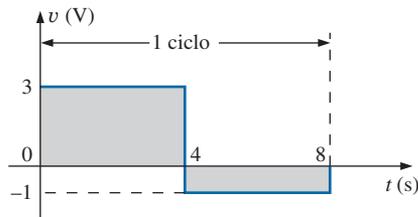


Figura 13.62 Exemplo 13.22.

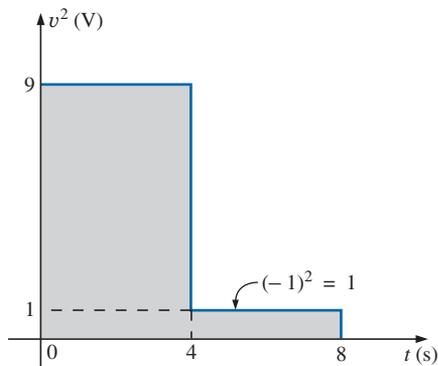


Figura 13.63 Forma de onda da Figura 13.62 elevada ao quadrado.

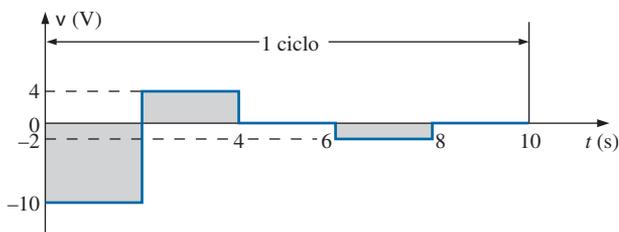


Figura 13.64 Exemplo 13.23.

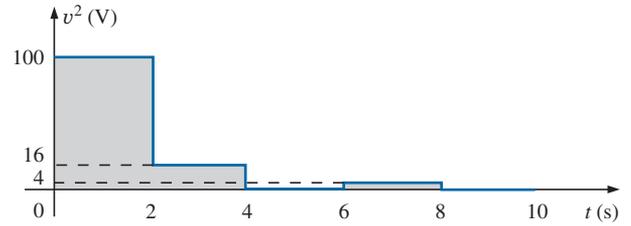


Figura 13.65 Forma de onda da Figura 13.64 elevada ao quadrado.

EXEMPLO 13.24

Determine os valores médio e rms da onda quadrada mostrada na Figura 13.66.

Solução:
 Por inspeção, o valor médio é zero.
 v^2 (Figura 13.67)

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(1600)(10 \times 10^{-3}) + (1600)(10 \times 10^{-3})}{20 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{32.000 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-3}}} = \sqrt{1600} = 40 \text{ V}$$

(o valor máximo da forma de onda vista na Figura 13.66)

As formas de onda que utilizamos nesses exemplos são as mesmas que foram utilizadas nos exemplos de valor

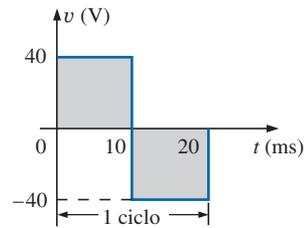


Figura 13.66 Exemplo 13.24.

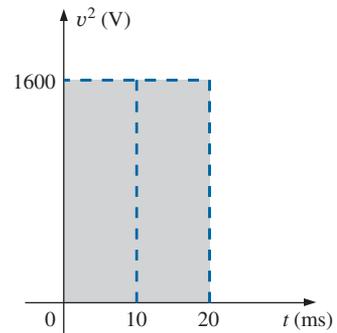


Figura 13.67 Forma de onda da Figura 13.66 elevada ao quadrado.

médio. Seria interessante comparar valores médios e rms dessas formas de onda.

Os valores rms de tensões e correntes senoidais são representados pelos símbolos E e I . Esses símbolos são idênticos aos utilizados para tensões e correntes contínuas. Para evitar confusão, a amplitude de pico de uma forma de onda terá sempre um subscrito m associado a ela: I_m sen ωt . *Atenção:* quando calcular o valor eficaz do semiciclo positivo de uma forma de onda senoidal, observe que a área do semiciclo positivo elevada ao quadrado não é $(2A_m)^2 = 4A_m^2$; a área deve ser calculada por uma nova integração. O mesmo se aplica a qualquer forma de onda não retangular.

Uma situação interessante é aquela na qual uma forma de onda possui uma componente contínua e outra alternada que podem ser geradas por uma fonte como a que vemos na Figura 13.68. Essa combinação é encontrada frequentemente na análise de circuitos eletrônicos onde os níveis CC e CA estão presentes no mesmo sistema.

Uma questão que surge é: Qual é o valor eficaz da tensão v_T ? Podemos ser tentados a supor que é simplesmente a soma dos valores rms das componentes do sinal, isto é, que $V_{T(rms)} = 0,7071 (1,5 \text{ V}) + 6 \text{ V} = 1,06 \text{ V} + 6 \text{ V} = 7,06 \text{ V}$. Entretanto, o valor rms é na realidade calculado por:

$$V_{rms} = \sqrt{V_{dc}^2 + V_{ac(rms)}^2} \tag{13.35}$$

que, para a forma de onda na Figura 13.68, é:

$$V_{rms} = \sqrt{(6 \text{ V})^2 + (1,06 \text{ V})^2} = \sqrt{37,124 \text{ V}} \cong 6,1 \text{ V}$$

Esse resultado é notavelmente menor do que a solução de 7,06 V.

Medidores true rms

Por toda essa seção, o valor rms de uma série de formas de onda foi determinado para ajudar a garantir que o conceito seja compreendido corretamente. Porém, seria preciso usar um medidor projetado especialmente para se medir o valor rms das mesmas formas de onda. Frequentemente, o painel de um medidor mostrará **True rms Multimeter**, ou

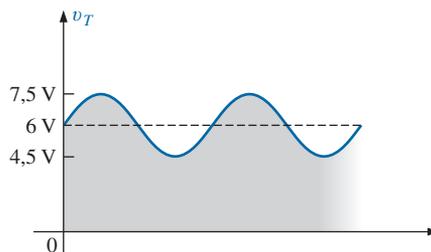
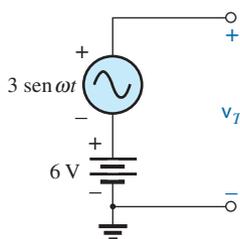


Figura 13.68 Geração de uma tensão com componentes contínua e alternada e o gráfico da forma de onda resultante.

algo parecido. Porém, na maior parte dos casos, o medidor só é projetado para ler o valor rms de sinais periódicos sem nível CC e ter uma simetria em torno do eixo zero. A maioria dos multímetros é acoplada a CA (a componente CC do sinal é bloqueada por um capacitor nos terminais de entrada), de modo que apenas a parte CA é medida. Para esses casos, pode ser preciso primeiro determinar o valor rms da parte CA da forma de onda e depois usar a seção CC do medidor para medir o nível de CC. Então, a Equação 13.35 pode ser usada para determinar o valor rms correto.

Contudo, o problema é que muitas formas de onda não são simétricas em torno do eixo zero. Como uma leitura de rms é obtida? Em geral, o valor rms de qualquer forma de onda é uma medida do potencial de ‘aquecimento’ da forma de onda aplicada, conforme discutimos anteriormente nessa seção. Um resultado direto é o desenvolvimento de medidores que utilizam um conversor térmico calibrado para exibir o valor rms apropriado. Porém, uma desvantagem dessa técnica é que o medidor usará potência do circuito durante o processo de aquecimento, e os resultados possuem um padrão de baixa precisão. Uma técnica melhor, que é comumente usada, utiliza um conversor analógico-digital (ADC — Analog-to-Digital Converter) mencionado anteriormente para digitalizar o sinal, de modo que o valor rms possa então ser determinado com um alto grau de precisão. Um medidor desse tipo aparece na Figura 13.69, que realiza a amostragem do sinal a 1,4 MHz, ou 1.400.000 amostras



Figura 13.69 Multímetro true rms. (© Agilent Technologies 2009. Todos os direitos reservados.)

por segundo — certamente, o suficiente para diversos tipos de sinais. Esse medidor usará a taxa de amostragem em todos os momentos, mesmo quando estiver fazendo medições CC, de modo que os conteúdos CC e CA de uma forma de onda podem ser exibidos ao mesmo tempo.

13.9 MEDIDORES E INSTRUMENTOS DE CORRENTE ALTERNADA

Movimento de lâmina de ferro ou de Arsonval

Se um movimento de leitura médio, como o movimento de lâmina de ferro usado no **VOM** da Figura 2.29, for usado para medir uma corrente ou uma tensão CA, o nível indicado pelo movimento deverá ser multiplicado por um **fator de calibragem**. Em outras palavras, se o movimento de qualquer voltímetro ou amperímetro estiver apresentando o valor médio, esse nível deverá ser multiplicado por uma constante específica, ou por um fator de calibragem, para indicar o nível rms. Para formas de onda CA, primeiro o sinal deverá ser convertido em um sinal que tenha um valor médio pelo período de tempo. Lembre-se de que ele é zero por um período completo para uma forma de onda senoidal. Isso normalmente é feito para formas de onda senoidais usando um retificador em ponte, como mostra a Figura 13.70. O processo de retificação, envolvendo quatro diodos em ponte, é descrito com clareza na maioria dos textos básicos de eletrônica.

Em essência, os diodos permitem a passagem da corrente de um modo tal que o sinal de entrada da Figura 13.71(a) é convertido no que aparece na Figura 13.71(b). O semiciclo negativo do sinal é ‘invertido’ pelo retificador em ponte. A forma de onda que aparece na Figura 13.71(b) é chamada *onda completa retificada*.

O valor médio zero na Figura 13.71(a) foi substituído por um padrão com um valor médio determinado por:

$$G = \frac{2V_m + 2V_m}{2\pi} = \frac{4V_m}{2\pi} = \frac{2V_m}{\pi} = 0,637V_m$$

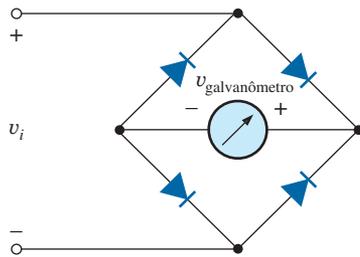


Figura 13.70 Retificador em ponte de onda completa.

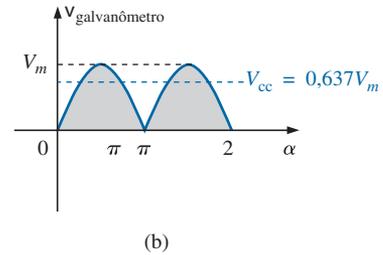
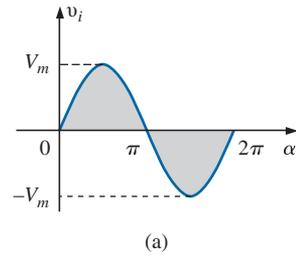


Figura 13.71 (a) Entrada senoidal; (b) sinal retificado de onda completa.

O movimento do ponteiro, portanto, está relacionado diretamente com o valor de pico do sinal pelo fator 0,637.

A formação da razão entre os níveis de rms e CC resulta em:

$$\frac{V_{rms}}{V_{cc}} = \frac{0,707V_m}{0,637V_m} \cong 1,11$$

revelando que a indicação da escala é igual a 1,11 vezes o valor CC medido. Ou seja:

Indicação do medidor = 1,11
(valor médio ou CC)

onda completa (13.36)

Alguns medidores de corrente alternada utilizam um retificador de meia onda que fornece uma saída como a ilustrada na Figura 13.72, cujo valor médio é a metade do da forma de onda da Figura 13.71(b) por um ciclo completo. O resultado é

Indicação do medidor = 2,22
(valor médio ou CC)

meia onda (13.37)

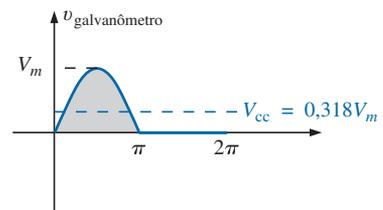


Figura 13.72 Sinal retificado de meia onda.

Movimento do eletrodinamômetro

O movimento do eletrodinamômetro é um movimento que tem a vantagem distinta de ser capaz de ler o valor rms da voltagem de qualquer medição de corrente, tensão ou potência sem circuitos adicionais. A construção básica aparece na Figura 13.73, que mostra duas bobinas fixas e uma bobina móvel. As duas bobinas fixas estabelecem um campo semelhante ao que foi estabelecido pelo ímã permanente em um movimento de lâmina de ferro. Porém, nesse caso, a mesma corrente que estabelece o campo nas bobinas fixas também estabelecerá o campo na bobina móvel. O resultado são polaridades opostas entre as bobinas móvel e fixa, o que estabelecerá um torque sobre a bobina móvel e fará com que ela gire e ofereça uma leitura

a partir de um ponteiro conectado. A remoção da força de excitação permitirá que a mola conectada traga o ponteiro de volta à posição de repouso. Embora o movimento do eletrodinamômetro seja muito eficaz na leitura do valor rms de qualquer tensão ou corrente, ele é usado quase exclusivamente em wattímetros CC/CA para qualquer forma de entrada. Ele também pode ser usado em medições de deslocamento de fase, análise de harmônicas e medições de frequência, embora a melhoria da tecnologia eletrônica digital seja o novo rumo para essas áreas de aplicação.

EXEMPLO 13.25

Determine a leitura dos medidores em cada uma das situações ilustradas nas Figuras 13.74(a) e (b).

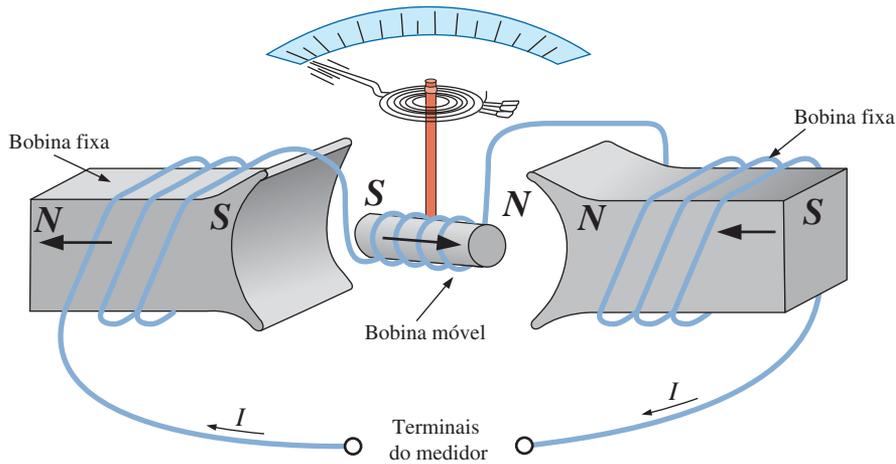


Figura 13.73 Sinal retificado de meia onda.

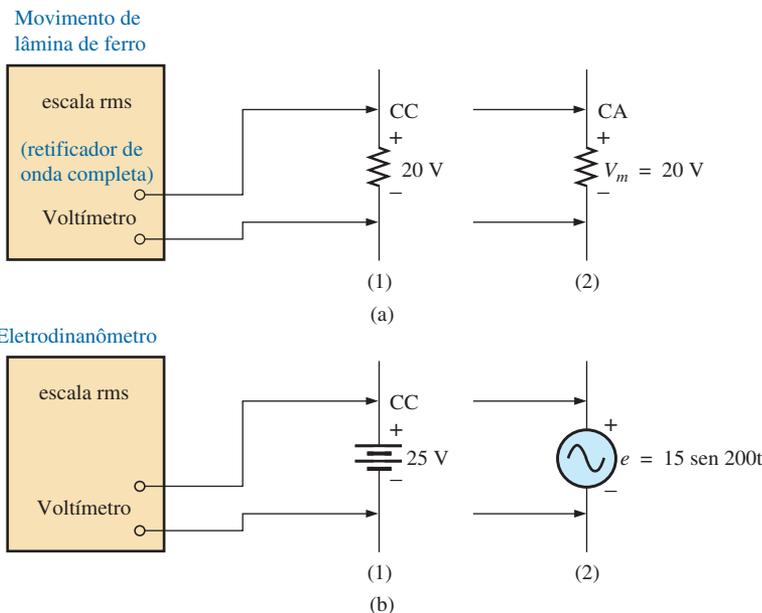


Figura 13.74 Exemplo 13.25.

Solução:

Para a Figura 13.74(a), a situação 1:

Pela Equação 13.36:

$$\text{Indicação do medidor} = 1,11 (20 \text{ V}) = \mathbf{22,2 \text{ V}}$$

Para a Figura 13.74(a), situação 2:

$$V_{\text{rms}} = 0,707 V_m = (0,707)(20 \text{ V}) = \mathbf{14,14 \text{ V}}$$

Para a Figura 13.74(b), situação 1:

$$V_{\text{rms}} = V_{\text{cc}} = \mathbf{25 \text{ V}}$$

Para a Figura 13.74(b), situação 2:

$$V_{\text{rms}} = 0,707 V_m = 0,707(15 \text{ V}) \cong \mathbf{10,6 \text{ V}}$$

Frequencímetro

No caso de medidas de frequência, o **frequencímetro**, visto na Figura 13.75, fornece resultados em forma digital para ondas senoidais, quadradas e triangulares no intervalo de 0,1 Hz a 2,4 GHz. A base de tempo com temperatura compensada, controlada por cristal, é estável a ± 1 parte por milhão por ano.

Medidores alicate

O **medidor alicate** da AEMC[®], mostrado na Figura 13.76, é um instrumento capaz de medir correntes alternadas na faixa de ampères sem a necessidade de interromper o circuito. A bobina existente na extremidade do aparelho é aberta apertando um ‘gatilho’, e colocada em torno do condutor cuja corrente se deseja medir. Por meio da ação de um transformador, a intensidade da corrente eficaz



Figura 13.75 Frequencímetro, instrumento multifuncional a 2,4 GHz. (Cortesia da B + K Precision.)



Figura 13.76 Amperímetro e voltímetro de alicate. (Cortesia da Khotenko Volodymyr.)

aparece em uma escala adequada. O modelo 501 tem detecção automática de escala (ou seja, as escalas mudam automaticamente), e pode medir correntes CC ou CA de até 400 mA. A inclusão de duas pontas de prova permite que o instrumento seja usado também como voltímetro (até 400 V, CC ou CA) e ohmímetro (de zero a 400 Ω).

Medições de impedância

Antes de sair do assunto de medidores de CA e instrumentação, você precisará entender que

um ohmímetro não pode ser usado para medir reatância ou impedância CA de um elemento ou de um circuito, embora a reatância e a impedância sejam medidas em ohms.

Lembre-se de que os ohmímetros não podem ser usados em redes energizadas; a energia deverá estar desligada ou desconectada. Para um indutor, se a energia CA for cortada, a reatância da bobina será simplesmente a resistência CC das espiras, pois a frequência aplicável será 0 Hz. Para um capacitor, se a energia CA for cortada, a reatância do capacitor será simplesmente a resistência interna do capacitor. Em geral, portanto, lembre-se sempre de que *os ohmímetros só podem ler a resistência CC de um elemento ou circuito, e somente depois que a energia aplicada tiver sido cortada.*

13.10 APLICAÇÕES

(120 V/60 Hz) versus (220 V/50 Hz)

Nas Américas do Norte e do Sul, a fonte de tensão alternada mais comum disponível é 120 V/60 Hz; na Europa ocidental e central, África e Austrália, 220 V/50 Hz

é o mais comum. O Japão é único, porque a parte oriental do país usa 100 V/50 Hz, enquanto a maioria da parte ocidental usa 100 V/60 Hz. As escolhas dos valores rms e da frequência foram obviamente feitas com cuidado, pois elas têm um impacto importante no projeto e no funcionamento de muitos sistemas.

O fato de a diferença de frequência ser de apenas 10 Hz revela que houve concordância na faixa de frequência geral que seria usada na geração e na distribuição de energia elétrica. A história sugere que a questão da seleção da frequência foi originalmente centrada no valor de frequência que não apresentaria *cintilações (flickers) nas lâmpadas incandescentes* disponíveis naquela época. Entretanto, tecnicamente não haveria diferença significativa entre 50 e 60 ciclos por segundo, com base nesse critério. Outro fator importante no estágio inicial do projeto foi o efeito da frequência no tamanho dos transformadores, que trabalham principalmente na função de geração e distribuição. Manipulando as equações fundamentais para projeto de transformadores, vemos que *o tamanho do transformador é inversamente proporcional à frequência*. O resultado é que os transformadores que operam a 50 Hz têm de ser maiores (matematicamente 17 por cento maiores) que os que operam a 60 Hz. Portanto, poderão ser encontrados transformadores projetados para o mercado internacional, os quais podem operar a 50 ou 60 Hz e que foram projetados para uma frequência em torno de 50 Hz. No entanto, por outro lado, frequências maiores resultam em uma preocupação maior em relação a arco elétrico, aumento de perdas no núcleo do transformador devido a correntes parasitas e perdas por histerese e o fenômeno denominado de efeito *pelicular*. Em algum ponto dessa discussão, temos de considerar o fato de que 60 Hz é um múltiplo de 60 segundos em um minuto e 60 minutos em uma hora. Porém, por outro lado, um sinal de 60 Hz tem um período de 16,67 ms (um número estranho), mas um período de um sinal de 50 Hz tem exatamente 20 ms. Visto que uma temporização precisa é como uma parte crítica dos nossos projetos tecnológicos, seria esse um motivo significativo na escolha final? Há questionamentos a respeito de se a frequência de 50 Hz seria o resultado de uma estreita afinidade desse valor com o sistema métrico. Lembre-se de que as potências de 10 são muito práticas no sistema métrico, com 100 cm em um metro, 100°C é o ponto de ebulição da água etc. Note que 50 Hz é exatamente a metade desse número especial. De modo geral, vemos que os dois lados têm argumentos que seriam dignos de serem defendidos. Entretanto, em uma análise final, temos também de nos perguntar se a diferença é simplesmente de natureza política.

A diferença de tensão entre a América do Norte e a Europa é significativa no sentido de que ela é de quase 100 por cento. Mas existem também argumentos válidos de

ambos os lados. Não há dúvidas de que tensões maiores, como 220 V, *aumentam os cuidados com a segurança* além daqueles destacados para as tensões de 120 V. Entretanto, quando tensões maiores são fornecidas, as correntes nos fios são menores para a mesma potência demandada, o que permite o uso de condutores de dimensões menores — uma verdadeira economia de dinheiro. Além disso, motores e compressores, entre outros itens, encontrados em aparelhos domésticos comuns e por toda a indústria *podem ser menores em tamanho*. No entanto, tensões maiores trazem preocupações em relação a efeitos de arco, necessidades de isolamento e, devido a preocupações reais com segurança, com os custos maiores nas instalações. Entretanto, em geral, os turistas internacionais estarão preparados para a maioria das situações se tiverem um transformador que possa converter a tensão dos seus equipamentos para aquela encontrada no país que desejam visitar. A maioria dos equipamentos (exceto relógios, é claro) pode funcionar muito bem em 50 ou 60 Hz para a maior parte dos períodos de viagem. Qualquer unidade que não opere na frequência para a qual foi projetada terá simplesmente de ‘trabalhar em um regime um pouco mais severo’ para realizar uma dada tarefa. O principal problema para os turistas não é propriamente o transformador, mas a grande variedade de tomadas usadas de um país para outro. Cada país tem um projeto próprio para as tomadas de parede. Uma viagem de turismo de três semanas pode significar o uso de 6 a 10 tomadas diferentes, como as mostradas na Figura 13.77. No caso de uma alimentação de 120 V/60 Hz, o conector macho para tomada é bastante padronizado na aparência, tendo dois terminais chatos (com uma possível conexão terra).

De qualquer maneira, tanto o padrão de 120 V/60 Hz quanto o de 220 V/50 Hz atendem às necessidades dos consumidores. Esse é um debate que poderia se estender sem que tivesse um vencedor.

Cuidados com a segurança (altas tensões e CC versus CA)

Saiba que qualquer circuito ‘vivo’ deve ser tratado com atenção. Não é para ter medo da eletricidade em suas diversas formas, mas deve-se empregá-la com alguma



Figura 13.77 Variedades de conectores macho para tomadas de 220 V/50 Hz.

informação sobre seus efeitos secundários potencialmente perigosos. Normalmente, as pessoas sabem que eletricidade e água não combinam (jamais use fios de extensões ou energize TVs ou rádios no banheiro) porque uma tensão de 120 V em uma camada de água de qualquer espessura (desde uma poça d'água a uma banheira cheia) pode ser *letal*. Entretanto, outros efeitos das tensões contínuas e alternadas são menos conhecidos. Em geral, à medida que o valor da tensão ou da corrente aumenta, a nossa preocupação com a segurança deve aumentar exponencialmente. Por exemplo, com o corpo seco, a maioria dos seres humanos pode sobreviver a um choque elétrico de uma tensão alternada de 120 V, como o que poderia acontecer na troca de uma lâmpada, no acionamento de um interruptor etc. A maioria dos eletricitistas já passou pela experiência de sofrer solavancos ao longo da carreira. No entanto, pergunte a um eletricitista o que ele sente quando sofre um choque elétrico em 220 V e a resposta (se ele infelizmente passou por tal experiência) será totalmente diferente. Quantas vezes você ouviu falar que um operador de retroescavadeira atingiu uma rede elétrica de 220 V e sofreu um ataque fatal do coração? Lembre-se, o operador está sentando em uma caixa metálica sobre um terreno úmido, o qual fornece um excelente caminho para a corrente fluir da rede elétrica para a terra. Se for apenas por um curto período de tempo, com as melhores condições (sapato com solado de borracha etc.) em uma situação da qual se pode escapar rapidamente, grande parte das pessoas sobrevive a um choque de 220 V. Como mencionado anteriormente, pode haver uma situação em que não se possa escapar rapidamente. Para tensões acima de 220 V rms, as chances de sobreviver caem exponencialmente com o aumento da tensão. São necessários apenas 10 mA de corrente através do coração para colocá-lo em desfibrilação. Portanto, em geral, certifique-se sempre de que o sistema elétrico esteja desligado ao fazer a manutenção de um equipamento elétrico. Não considere que o desligamento de um interruptor na parede vá desligar a energia elétrica. Desarme o disjuntor principal e teste a linha com um voltímetro antes de trabalhar no sistema. Como a tensão é um fenômeno que se estabelece entre dois pontos, não se aventure e trabalhe com uma linha de cada vez; acidentes acontecem!

Também é preciso saber que a reação a tensões CC é bastante diferente das relativas a tensões CA. Provavelmente você já viu no cinema ou em história em quadrinhos que as pessoas frequentemente são incapazes de se desprender de um fio energizado. Essa é uma evidência da diferença mais importante entre os dois tipos de tensões. Conforme mencionado, se acontecer de alguém tocar em uma linha 'viva' alternada de 120 V, provavelmente levará uma boa 'agulhada', mas essa pessoa é capaz de se des-

prender do fio. Caso isso aconteça com uma linha 'viva' CC de 120 V, provavelmente a pessoa não será capaz de se desprender do fio e poderá ocorrer uma fatalidade. O tempo desempenha uma importante função quando isso acontece, porque, quanto mais tempo alguém estiver sujeito a uma tensão CC, mais a resistência do corpo cai até o estabelecimento de uma corrente fatal. O motivo que nos faz desprender de uma linha CA é mais bem demonstrado a partir de uma exame cuidadoso da tensão de 120 V em 60 Hz, que podemos ver na Figura 13.78. Como a tensão é oscilante, existe um período de tempo em que a tensão está próxima de zero ou menor que, digamos, 20 V, e inverte de polaridade. Embora esse intervalo de tempo seja muito curto, ele aparece a cada 8,3 ms e proporciona uma 'janela' para que a pessoa possa se *desprender do fio*.

Agora que estamos cientes dos perigos adicionais de tensões contínuas, é importante mencionar que, nas piores condições, as tensões contínuas com valores tão baixos quanto 12 V, como a tensão da bateria de um automóvel, podem ser muito perigosas. Se alguém estiver trabalhando em um carro em um ambiente úmido, ou estiver suando muito por alguma razão ou, pior ainda, estiver usando uma aliança de casamento que possa estar molhada e o corpo levemente salgado devido ao suor, tocar o terminal positivo pode iniciar um processo segundo o qual a resistência do corpo começa a cair e sérios danos podem ocorrer. Essa é uma das razões pelas quais raramente se vê um profissional eletricitista usando algum tipo de anel ou joia; o risco não vale a pena.

Antes de finalizar esse tópico sobre cuidados com a segurança, é preciso falar também dos perigos das fontes de alta frequência. Sabemos que 2,45 GHz a 120 V é capaz de preparar uma porção de carne em um micro-ondas e, portanto, é muito importante que a porta do forno esteja tão selada quanto possível. Entretanto, nunca considere que equipamentos tenham um design absolutamente perfeito; assim, não tenha como hábito observar o processo

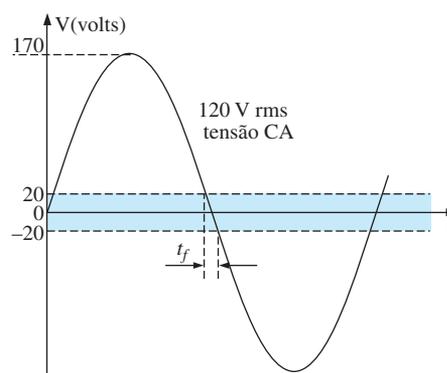


Figura 13.78 Intervalo de tempo em que uma tensão senoidal está próxima de zero.

de cozimento do micro-ondas a uma distância de cerca de 15 cm da porta continuamente. Procure alguma outra coisa para fazer e verifique o alimento apenas quando o processo de cozimento estiver completo. Se um dia você for ao Empire State Building, observe que é impossível se aproximar da antena na cúpula devido aos sinais de alta frequência emitidos com grandes valores de potência. Observe também, próximo das torres de transmissão de rádio em estações locais, as grandes placas de advertência: MANTENHA DISTÂNCIA. Estar a uma distância de até cerca de 3 m de um transmissor AM trabalhando a 540 kHz poderia resultar em um acidente. Ao segurar uma lâmpada fluorescente (não tente fazer isto!) próximo a uma torre de transmissão de rádio, ela pode acender devido à excitação das moléculas dentro da lâmpada.

Portanto, em resumo, trate qualquer situação que envolva tensões ou correntes contínuas e alternadas de altos valores e altas frequências com cuidados redobrados.

13.11 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

O OrCAD Capture oferece uma variedade de tensões CA e fontes de corrente. Entretanto, para o propósito deste livro, a fonte de tensão **VSIN** e a fonte de corrente **ISIN** são mais apropriadas porque elas têm uma lista de atributos que abrangem áreas de interesse atuais. Na biblioteca **SOURCE**, constam diversas outras fontes, mas elas não apresentam todo o alcance das fontes citadas anteriormente ou são dedicadas a apenas um tipo de análise. Em determinadas situações, a fonte **ISRC** será usada porque ela tem uma seta no símbolo como os que aparecem nesse texto, podendo ser usada em análises CC, CA e transitórios. O símbolo para a fonte **ISIN** é simplesmente uma senoide que usa o sinal de positivo/negativo (\pm) para indicar o sentido. As fontes **VAC**, **IAC**, **VSRC** e **ISRC** são adequadas quando é necessário especificar o valor e a fase ou quando se deseja um gráfico transitório em função da frequência. Entretanto, essas fontes não fornecem uma resposta transitória em função do tempo, mesmo que a frequência e as informações do transitório sejam fornecidas para a simulação.

Para todas as fontes senoidais, a magnitude (**VAMPL**) é o valor de pico da forma de onda, e não o valor rms. Isso se tornará claro quando se desejar traçar um gráfico de uma grandeza, sendo a magnitude calculada pelo PSpice o valor de pico de uma resposta transitória. No entanto, para uma resposta meramente CA em estado estacionário, a magnitude fornecida pode ser o valor rms, e a saída lida como valor rms. Apenas quando for desejado traçar um gráfico é que o PSpice aceitará todas as magnitudes como valores de pico da forma de onda. Evidentemente,

os ângulos de fase serão os mesmos, tanto para valores de pico quanto para rms.

Antes de examinar as formas de se obter as diversas fontes, lembre-se de que

a opção Transient Analysis fornece uma saída CC ou CA em função do tempo, enquanto a opção AC Sweep é usada para se obter um gráfico em função da frequência.

Para obter qualquer uma das fontes mencionadas anteriormente, realize a seguinte sequência: botão **Place part** - botão **Place Part - Source** - (selecione o tipo de fonte). Uma vez selecionada a fonte CA, **VSIN** aparecerá no esquema juntamente com os parâmetros **OFF**, **VAMPL** e **FREQ**. Sempre especifique **VOFF** como 0 V (a menos que um determinado valor seja especificado na análise), e forneça um valor para a amplitude e para a frequência. Os outros parâmetros como **PHASE**, **AC**, **DC**, **DF** e **TD** podem ser especificados por meio de um duplo clique no símbolo da fonte para se obter a caixa de diálogo **Property Editor**, embora **PHASE**, **DF** (fator de amortecimento) e **TD** (atraso de tempo) tenham de ter o valor default de 0 s. Para inserir um ângulo de fase, clique em **PHASE**, digite o ângulo de fase na caixa logo abaixo e então acione o botão **Apply**. Se desejar mostrar um parâmetro junto ao símbolo, como um ângulo de fase de 60°, simplesmente clique em **PHASE** seguido de **Display** para obter a caixa de diálogo **Display Properties**. Em seguida, escolha **Name and Value** seguido do botão **OK** e do botão **Apply**. Feche a caixa de diálogo **Properties Editor (X)** para ver **PHASE=60** junto ao símbolo da fonte **VSIN**. O próximo capítulo incluirá o uso de uma fonte CA em um circuito simples.

Multisim

Para o Multisim, a fonte de tensão CA está disponível a partir de três fontes: a tecla **Place Source**, na barra de ferramentas **Components**, o **Show Power Source Family**, na barra de ferramentas **Virtual** ou **BASIC**, e o **Function Generator**. A principal diferença entre as opções é que o ângulo de fase não pode ser definido usando o **Function Generator**.

Usando a opção **Place Source**, selecione o grupo **SIGNAL_VOLTAGE_SOURCES** sob o cabeçalho **Family**, seguido por **AC_VOLTAGE**. Quando selecionado e posicionado, ele apresenta os valores default para a amplitude, frequência e fase. Todos os parâmetros da origem podem ser mudados com um clique duplo no símbolo da origem para se obter a caixa de diálogo. A listagem indica claramente que a tensão definida é o valor de pico. Observe que a unidade de medida é controlada pelas barras de rolagem à direita do label default, e não podem ser definidas digitando a unidade de medida desejada. O

label pode ser alterado trocando-se o cabeçalho **Label** e inserindo-se o label desejado. Depois que as mudanças tiverem sido feitas na caixa de diálogo, clique em **OK** e todas as mudanças aparecerão ao lado do símbolo de origem de tensão CA. Na Figura 13.79, o label foi mudado para **Vs** e a amplitude para 10 V, enquanto a frequência e o ângulo de fase ficaram com seus valores default. É importante, sobretudo, observar que

para qualquer análise de frequência (ou seja, onde a frequência mudará), a grandeza CA (AC Magnitude) da origem de CA precisa ser definida sob Analysis Setup na caixa de diálogo SIGNAL_VOLTAGE_SOURCES. Se você deixar de fazer isso, criará resultados ligados aos valores default, e não ao valor definido sob o cabeçalho Value.

Para ver a tensão senoidal definida na Figura 13.79, selecione um osciloscópio pela barra de ferramentas **Instrument** no lado direito da tela. Ao conectar o osciloscópio, não se preocupe com fios sobrepostos. As conexões são mostradas por pequenos pontos sólidos. Essa é a quarta opção de cima para baixo, e tem a aparência mostrada na Figura 13.79 quando selecionada. Observe que esse é um osciloscópio de duplo canal, com um canal **A** e um canal **B**. Ele tem uma conexão terra (**G**) e uma conexão de gatilho (**T**). As conexões para exibir a origem de tensão CA no canal **A** aparecem na Figura 13.79. Observe que o controle de gatilho também está conectado ao canal **A** para o controle de sincronismo. A tela que aparece na Figura 13.79 pode ser exibida com um clique duplo no símbolo de osciloscópio na tela. Ela tem todos os principais controles

de um osciloscópio típico de laboratório. Quando você seleciona **Simulate-Run** ou seleciona **1** na **Simulate Switch**, a tensão CA aparece na tela. Mudando a **Time base** para 100 $\mu\text{s}/\text{div}$. resulta na tela da Figura 13.79, pois existem 10 divisões na horizontal da tela e $10(100 \mu\text{s}) = 1 \text{ ms}$ (o período do sinal aplicado). As mudanças na **Time base** são feitas clicando no valor default para se obter as rolagens na mesma caixa. Para uma única forma de onda, como a da Figura 13.79, não se esqueça de selecionar **Sing.** (de Singular) no canto inferior direito do osciloscópio. Porém, é importante lembrar que

as mudanças na opção do osciloscópio ou em qualquer circuito não deverão ser feitas até que a simulação tenha terminado ao se desativar a opção Simulate-Run ou ao se colocar a chave Simulate no modo 0.

Para terminar a simulação, existem três opções: escolher **Simulate-Stop** na barra de ferramentas superior da tela; selecionar o quadrado vermelho à direita da seta verde; ou clicar na chave de volta para a posição **0**.

As opções dentro da base de tempo são definidas pelas barras de rolagem e não podem ser alteradas — novamente, elas correspondem àquelas normalmente disponíveis em um osciloscópio de laboratório. A sensibilidade vertical do canal **A** foi definida automaticamente pelo programa em 5 V/div. para resultar em duas caixas verticais para o valor de pico, como mostra a Figura 13.79. Observe os painéis **AC** e **DC** abaixo do Channel **A**. Como não existe um componente CC no sinal aplicado, qualquer um resulta na mesma tela. O controle **Trigger** é definido na transição positiva em um nível de 0 V. **T1** e **T2** referem-se às posições do

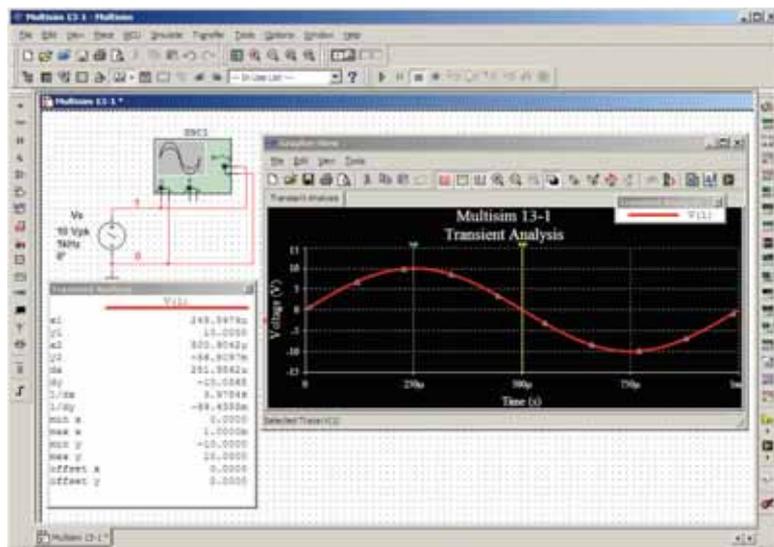


Figura 13.79 Uso do osciloscópio para exibir a origem de tensão CA senoidal disponível na aba de ferramentas Multisim Sources.

cursor no eixo de tempo horizontal. Clicando no pequeno triângulo verde no alto da linha verde, no canto esquerdo da tela, e arrastando o triângulo, você pode mover a linha verde vertical para qualquer posição ao longo do eixo. Na Figura 13.79, ela foi movida para o valor de pico da forma de onda, a um quarto do período total, ou $0,25 \text{ ms} = 250 \mu\text{s}$. Observe o valor de **T1** ($250 \mu\text{s}$) e o valor correspondente de **VA1** ($9,995 \text{ V} \cong 10,0 \text{ V}$). Selecionando o outro cursor com um triângulo amarelo no alto para metade do período total, ou $0,5 \text{ ms} = 500 \mu\text{s}$, descobrimos que o valor em **T2** ($500 \mu\text{s}$) é $0,008 \text{ pV}$ (**VA2**), que é basicamente 0 V para uma forma de onda com um valor de pico de 10 V . A precisão é controlada pelo número de pontos de dados exigidos na preparação da simulação. Quanto mais pontos de dados, mais alta a probabilidade de um grau de precisão melhor para a quantidade desejada. Porém, um número maior de pontos de dados também estende o tempo de execução da simulação. A terceira linha oferece a diferença entre **T2** e **T1** como $250 \mu\text{s}$, e a diferença entre suas grandezas (**VA2** - **VA1**) como $-9,995 \text{ V}$, com o sinal negativo aparecendo porque **VA1** é maior que **VA2**.

Como já dissemos, você também pode obter uma tensão CA a partir do **Function Generator** que aparece como a segunda opção na barra de ferramentas **Instrument**. Seu símbolo aparece na Figura 13.80 com conexões

positivas, negativas e de terra. Dê um clique duplo no símbolo gráfico do gerador e a caixa de diálogo **Function Generator** aparecerá, onde poderão ser feitas as seleções. Para esse exemplo, a forma de onda senoidal é a escolhida. Para definir a frequência, clique na unidade de medida para produzir a lista de opções. Para esse caso, kHz foi escolhido e o **1**, deixado como está. A **Amplitude** (valor de pico) é definida como $V_p = 10 \text{ V}$, e o **Offset**, em 0 V . Observe que não existe uma opção para definir o ângulo de fase, como foi possível para a origem anterior. Um clique duplo no osciloscópio gera a caixa de diálogo **Oscilloscope-XSCI**, em que uma **Timebase** de $100 \mu\text{s}/\text{div.}$ pode ser definida novamente com uma sensibilidade vertical de $5 \text{ V}/\text{div.}$ Selecione **1** na chave **Simulate** e a forma de onda da Figura 13.80 aparecerá. A escolha de **Sing.** sob **Trigger** resulta em uma tela fixa. Defina a chave **Simulate** como **0** para encerrar a simulação. Colocar os cursores na mesma posição mostra que as formas de onda para as figuras 13.79 e 13.80 são as mesmas.

Para que a maior parte das análises do Multisim apareçam nesse texto, a **AC_VOLTAGE** sob **Place Source** será empregada. Porém, com essa introdução tão limitada ao Multisim, parece apropriado introduzir o uso do **Function Generator**, devido à sua relação importante com a experiência em laboratório.

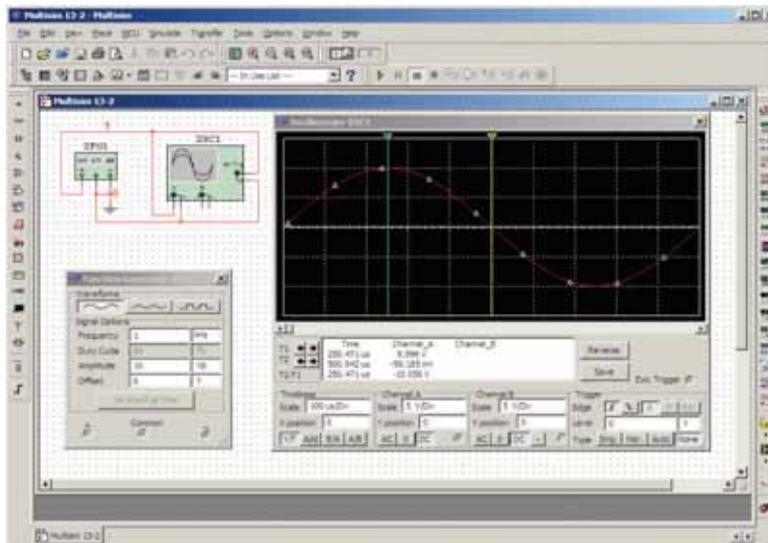


Figura 13.80 Uso do gerador de função para colocar uma forma de onda de tensão CA senoidal na tela do osciloscópio.

PROBLEMAS

Seção 13.2 Tensão alternada senoidal: características e definições

1. Considerando a forma de onda periódica vista na Figura 13.81:
 - a) Qual é o valor de pico?
 - b) Qual é o valor instantâneo a 15 ms e a 20 ms?
 - c) Qual é o valor pico a pico da forma de onda?
 - d) Qual é o período da forma de onda?
 - e) Quantos ciclos aparecem?
2. Considerando o sinal senoidal da Figura 13.82:
 - a) Qual é o valor de pico?
 - b) Qual é o valor instantâneo a 1 μ s e a 7 μ s?
 - c) Qual é o valor pico a pico da forma de onda?
 - d) Qual é o período da forma de onda?
 - e) Quantos ciclos aparecem?
3. Considerando a forma de onda quadrada periódica da Figura 13.83:
 - a) Qual é o valor de pico?
 - b) Qual é o valor instantâneo a 1,5 ms e a 5,1 ms?
 - c) Qual é o valor pico a pico da forma de onda?
 - d) Qual é o período da forma de onda?
 - e) Quantos ciclos aparecem?

Seção 13.3 Espectro de frequência

4. Determine o período de uma forma de onda periódica cuja frequência é:

a) 200 Hz.	c) 20 kHz.
b) 40 MHz.	d) 1 Hz.

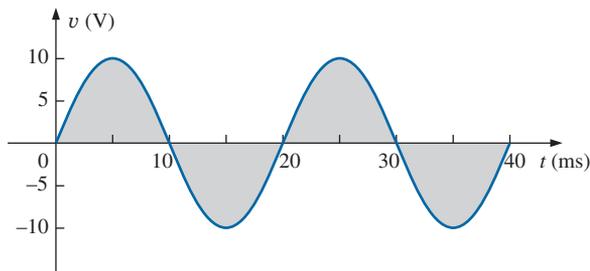


Figura 13.81 Problema 1.

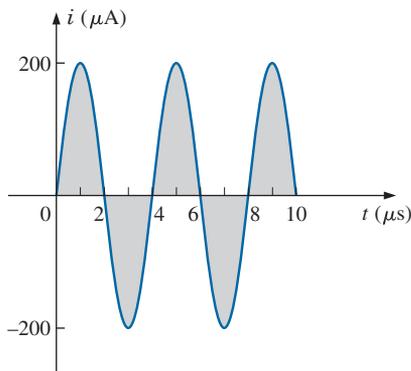


Figura 13.82 Problema 2.

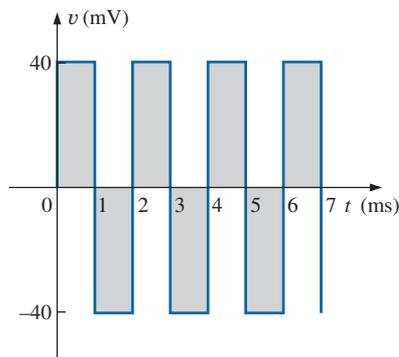


Figura 13.83 Problema 3.

5. Determine a frequência da forma de onda repetitiva cujo período é:

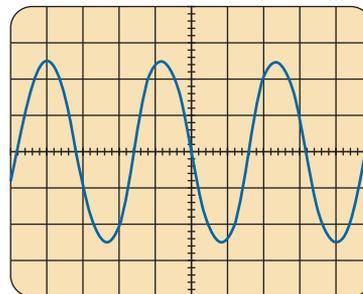
a) 1 s.	c) 40 ms.
b) 1/16 s.	d) 25 μ s.
6. Se uma forma de onda periódica tem uma frequência de 1 kHz, qual o tempo (em segundos) necessário para completar 5 ciclos?
7. Determine o período de uma forma de onda senoidal que completa 80 ciclos em 24 ms.
8. Qual a frequência de uma onda periódica que completa 42 ciclos em 6 segundos?
9. Considerando o padrão de osciloscópio da Figura 13.84:
 - a) Determine a amplitude de pico.
 - b) Determine o período.
 - c) Calcule a frequência.
 Redesenhe essa forma de onda caso uma tensão contínua de +20 mV fosse somada à onda de entrada.

Seção 13.4 A senoide

10. Converta os valores dos seguintes ângulos de graus em radianos:

a) 40°	c) 135°
b) 60°	d) 170°
11. Converta os ângulos a seguir de radianos em graus:

a) $\pi/3$	c) $\frac{1}{10}\pi$
b) 1,2 π	d) 0,6 π



Sensibilidade vertical = 50 mV/div.
Sensibilidade horizontal = 10 μ s/div.

Figura 13.84 Problema 9.

12. Determine a velocidade angular de uma onda cujo período é:
- a) 1,8 s. c) 8 μ s.
 b) 0,3 ms. d) 4×10^{-6} s.
13. Determine a velocidade angular de uma onda cuja frequência é:
- a) 100 Hz. c) 2 kHz.
 b) 0,25 kHz. d) 0,004 MHz.
14. Determine a frequência e o período de ondas senoidais que têm como velocidade angular os valores a seguir:
- a) 754 rad/s. c) 6000 rad/s.
 b) 12 rad/s. d) 0,16 rad/s.
- *15. Considerando uma onda senoidal com frequência $f = 60$ Hz, determine o intervalo de tempo necessário para que essa onda sofra uma variação de fase de 60° .
- *16. Se uma onda senoidal sofre uma variação de fase de 30° em 5 ms, determine a velocidade angular dessa onda.

Seção 13.5 Expressão geral para tensões ou correntes senoidais

17. Calcule a amplitude e a frequência a partir das seguintes funções:
- a) $20 \text{ sen } 377t$ c) $10^6 \text{ sen } 10.000t$
 b) $12 \text{ sen } 2\pi 120t$ d) $-8 \text{ sen } 10.058t$
18. Faça o esboço do gráfico da função $6 \text{ sen } 754t$ usando como unidade do eixo das abscissas:
- a) o ângulo em graus. c) o tempo em segundos.
 b) o ângulo em radianos.
- *19. Esboce o gráfico da função $-8 \text{ sen } 2\pi 80t$ usando como unidade do eixo das abscissas:
- a) o ângulo em graus. c) o tempo em segundos.
 b) o ângulo em radianos.
20. Se $e = 300 \text{ sen } 157t$, qual o tempo necessário (em segundos) para que a onda complete meio ciclo?
21. Dado $i = 0,5 \text{ sen } \alpha$, calcule i para $\alpha = 72^\circ$.
22. Dado $v = 20 \text{ sen } \alpha$, calcule v para $\alpha = 1,2\pi$.
- *23. Dado $v = 30 \times 10^{-3} \text{ sen } \alpha$, determine os ângulos para os quais v vale 6 mV.
- *24. Se $v = 40 \text{ V}$ para $\alpha = 30$ e $t = 1 \text{ ms}$, determine a expressão matemática para a tensão senoidal.

Seção 13.6 Relações de fase

25. Esboce o gráfico de $\text{sen}(377t + 60^\circ)$ usando como unidade do eixo das abscissas:
- a) o ângulo em graus;
 b) o ângulo em radianos;
 c) o tempo em segundos.
26. Esboce o gráfico das seguintes formas de onda:
- a) $50 \text{ sen}(\omega t + 0^\circ)$ c) $2 \text{ cos}(\omega t + 10^\circ)$
 b) $5 \text{ sen}(\omega t + 120^\circ)$ d) $-20 \text{ sen}(\omega t + 10^\circ)$
27. Escreva expressões analíticas para as formas de onda da Figura 13.85 com o ângulo de fase em graus.
28. Escreva expressões analíticas para a forma de onda da Figura 13.86 com o ângulo de fase em graus.
29. Escreva expressões analíticas para a forma de onda da Figura 13.87 com o ângulo de fase em graus.
30. Escreva expressões analíticas para a forma de onda da Figura 13.88 com o ângulo de fase em radianos.
31. Determine a diferença de fase em milissegundos entre as seguintes formas de onda:

$$v = 25 \text{ sen}(\omega t + 80^\circ)$$

$$i = 4 \text{ sen}(\omega t - 10^\circ)$$

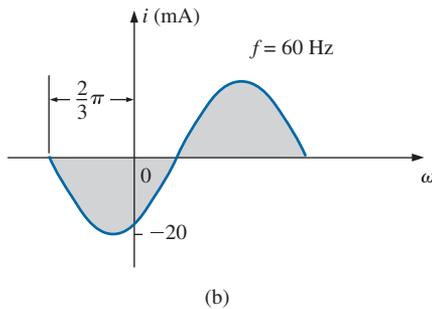
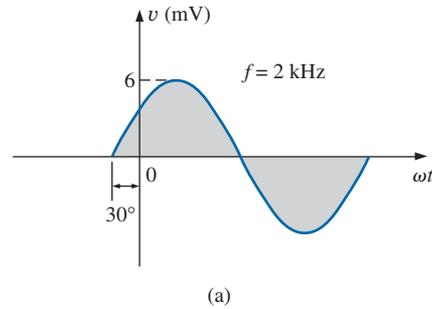


Figura 13.85 Problema 27.

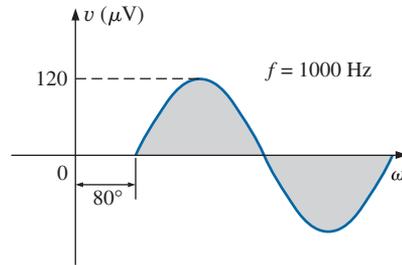


Figura 13.86 Problema 28.

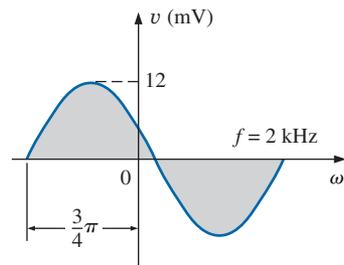


Figura 13.87 Problema 29.

32. Determine a diferença de fase em milissegundos entre as seguintes formas de onda:
- $$v = 0,2 \text{ sen}(\omega t - 60^\circ)$$
- $$i = 0,1 \text{ sen}(\omega t - 20^\circ)$$
- *33. Determine a diferença de fase em milissegundos entre as seguintes formas de onda:
- $$v = 2 \text{ cos}(\omega t - 30^\circ)$$
- $$i = 5 \text{ sen}(\omega t + 60^\circ)$$

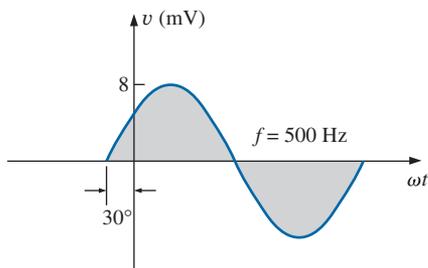


Figura 13.88 Problema 35.

*34. Determine a diferença de fase em milissegundos entre as seguintes formas de onda:

$$v = -4 \cos(\omega t + 90^\circ)$$

$$i = -2 \sin(\omega t + 10^\circ)$$

*35. A tensão senoidal $v = 160 \sin(2\pi 1000t + 60^\circ)$ é representada na Figura 13.89. Determine o instante t_1 em que a forma de onda cruza o eixo.

*36. A corrente senoidal $i = 20 \times 10^{-3} \sin(50.000t - 40^\circ)$ é representada na Figura 13.90. Determine o instante t_1 em que a forma de onda cruza o eixo.

37. Para a forma de onda da Figura 13.89, encontre o instante em que a forma de onda tem seu valor de pico.

38. Considerando a tela de um osciloscópio ilustrada na Figura 13.91, determine:

- os períodos das duas ondas.
- as frequências das duas ondas.
- os valores rms das duas ondas.
- a diferença de fase entre as duas ondas, e qual está adiantada e qual está atrasada.

Seção 13.7 Valor médio

39. Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.92.

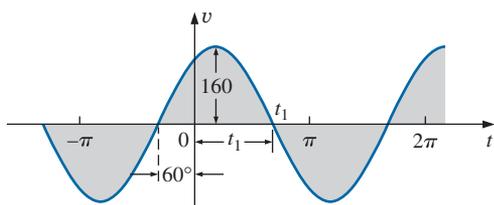


Figura 13.89 Problema 35.

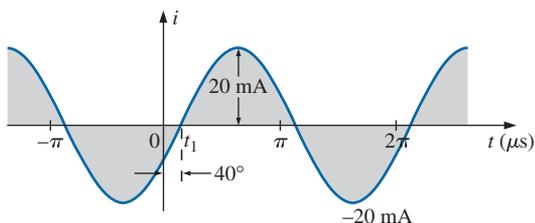
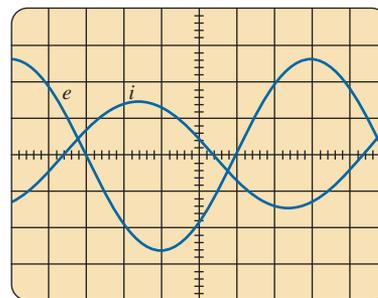


Figura 13.90 Problema 36.



Sensibilidade vertical = 0,5V/div.
Sensibilidade horizontal = 1 ms/div.

Figura 13.91 Problema 38.

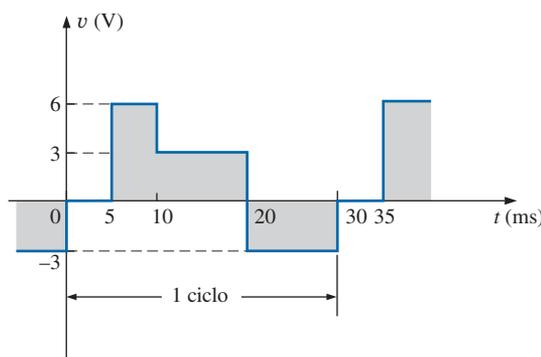


Figura 13.92 Problema 39.

- Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.93 por um ciclo completo.
- Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.94 por um ciclo completo.
- Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.95 por um ciclo completo.
- Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.96:
 - Por inspeção.
 - Por meio de cálculos.
 - Compare os resultados dos itens (a) e (b).

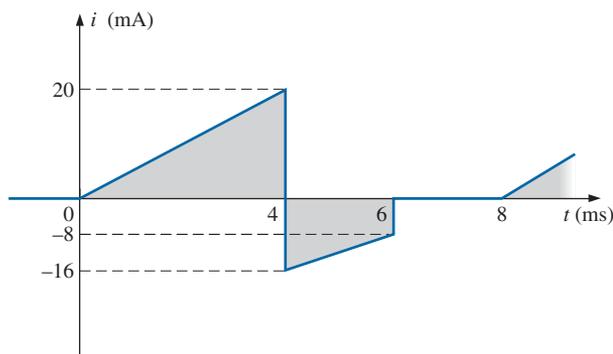


Figura 13.93 Problema 40.

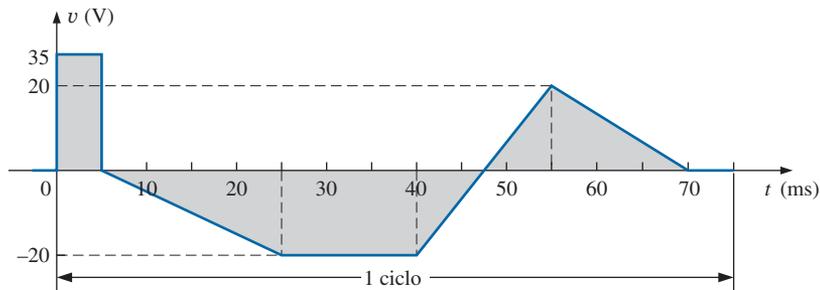


Figura 13.94 Problema 41.

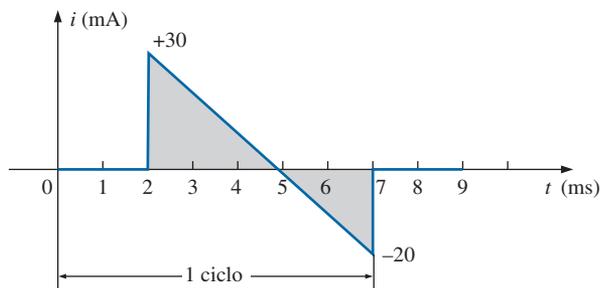


Figura 13.95 Problema 42.

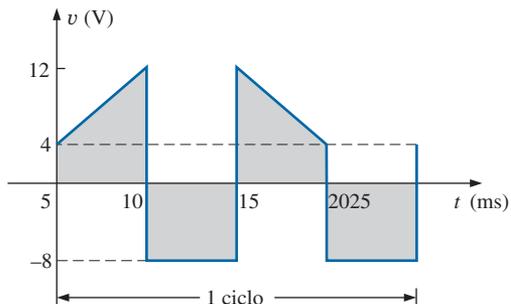


Figura 13.96 Problema 43.

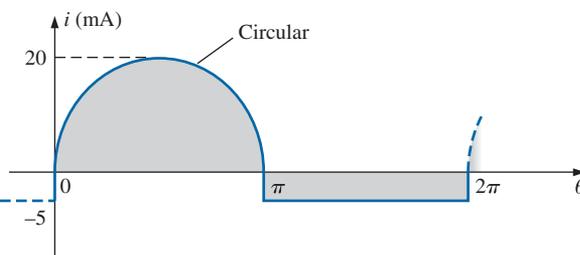
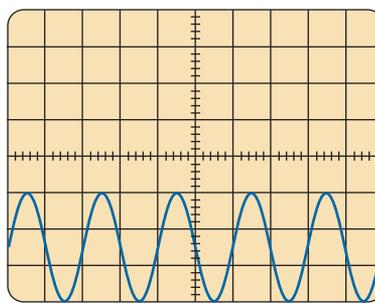


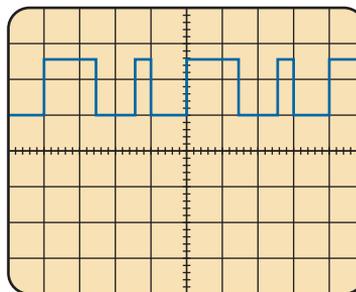
Figura 13.97 Problema 44.



Sensibilidade vertical = 10 mV/div.
Sensibilidade horizontal = 0,2 ms/div.

Figura 13.98 Problema 45.

44. Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.97.
45. Considerando a forma de onda vista na Figura 13.98:
- Determine o período.
 - Determine a frequência.
 - Calcule o valor médio.
 - Esboce a forma de onda resultante mostrada por um osciloscópio se mudarmos o canal vertical de DC para AC.
- *46. Para a forma de onda vista na Figura 13.99:
- determine o período.
 - determine a frequência.
 - calcule o valor médio.
 - esboce a forma de onda resultante mostrada por um osciloscópio se mudarmos o canal vertical de DC para AC.



Sensibilidade vertical = 10 mV/div.
Sensibilidade horizontal = 10 μs/div.

Figura 13.99 Problema 46.

Seção 13.8 Valores eficazes (rms)

47. Determine os valores rms das seguintes formas de onda senoidais:
- $v = 120 \text{ sen}(377t + 60^\circ)$
 - $i = 6 \times 10^{-3} \text{ sen}(2\pi 1000t)$
 - $v = 8 \times 10^{-6} \text{ sen}(2\pi 5000t + 30^\circ)$
48. Escreva as expressões senoidais para tensões e correntes com os seguintes valores rms a uma frequência de 60 Hz com deslocamento de fase zero:
- 4,8 V
 - 50 mA
 - 2 kV
49. Determine o valor rms da forma de onda periódica da Figura 13.100 por um ciclo completo.
50. Determine o valor rms da forma de onda periódica da Figura 13.101 por um ciclo completo.
51. Quais são os valores médio e eficaz da onda quadrada vista na Figura 13.102?
- *52. Para cada uma das formas de onda vistas na Figura 13.103, determine o período, a frequência, o valor médio e o valor rms.
- *53. Considerando a forma de onda vista na Figura 13.104:
- Esboce cuidadosamente a forma de onda quadrada. Observe que você primeiro deverá determinar a equação para a linha inclinada.
 - Usando algumas equações básicas de área e a técnica aproximada, determine a área aproximada sob a forma de onda quadrada.
 - Determine o valor rms da forma de onda original.
 - Determine o valor médio da forma de onda original.
 - Qual é a comparação entre o valor médio e o valor rms da forma de onda?

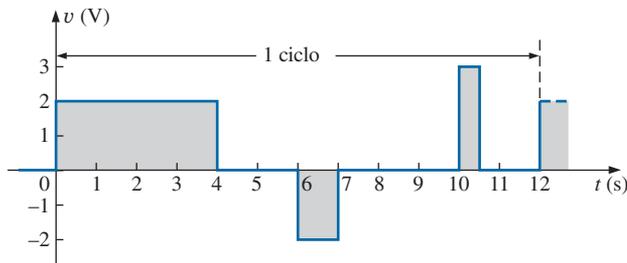


Figura 13.100 Problema 49.

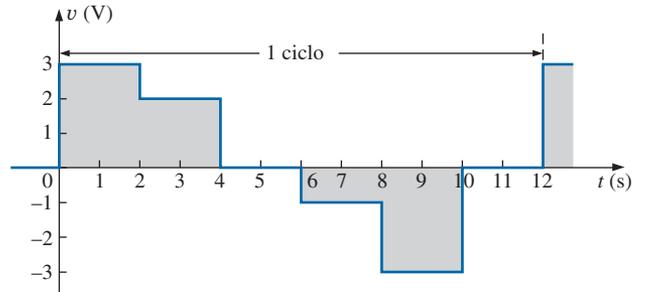


Figura 13.101 Problema 50.

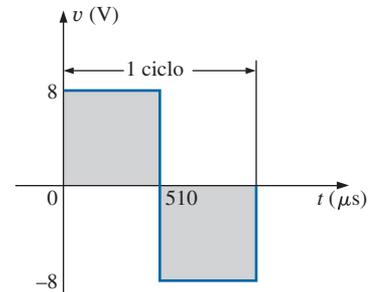


Figura 13.102 Problema 51.

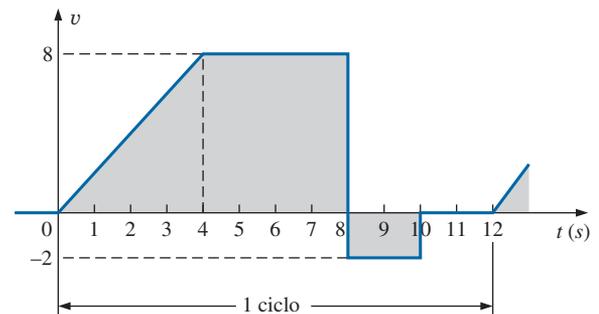
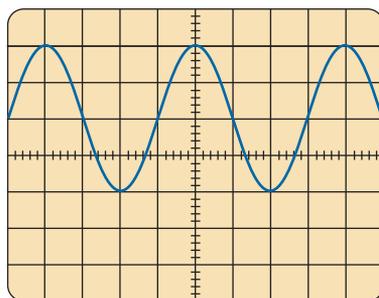
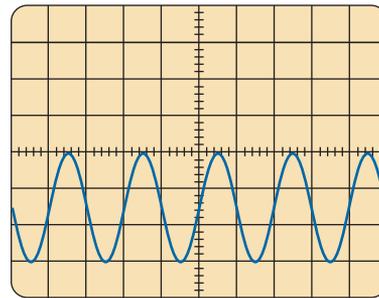


Figura 13.104 Problema 53.



Sensibilidade vertical = 20 mV/div.
Sensibilidade horizontal = 10 μs/div.

(a)



Sensibilidade vertical = 0,2 V/div.
Sensibilidade horizontal = 50 μs/div.

(b)

Figura 13.103 Problema 52.

Seção 13.9 Medidores e instrumentos de corrente alternada

54. Determine a leitura do medidor para cada uma das situações mostradas na Figura 13.105.

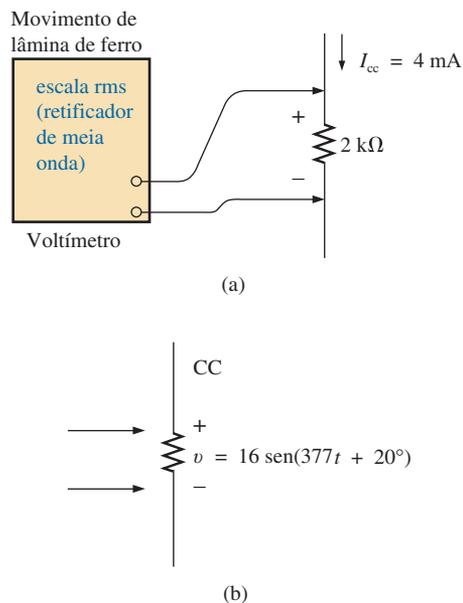


Figura 13.105 Problema 54.

GLOSSÁRIO

Amplitude de pico: Valor máximo de uma forma de onda em relação ao seu valor médio denotado por letras maiúsculas.

Ciclo: Uma parte de uma forma de onda contida em um período de tempo.

Clamp Meter[®]: Instrumento em forma de alicate que permite a medição de corrente sem a abertura do circuito e que pode ser usado como um voltímetro ou um ohmímetro convencional.

Eletrodinamômetros: Instrumentos que podem medir tanto grandezas alternadas quanto contínuas sem alterações no circuito interno.

Fator de calibragem: Fator multiplicador usado para converter uma indicação de medidor em outra.

Forma de onda adiantada: Forma de onda que atravessa o eixo do tempo em um instante no tempo anterior ao de outra forma de onda com a mesma frequência.

Forma de onda alternada: Forma de onda que oscila acima e abaixo de um nível de referência definido.

Forma de onda alternada senoidal: Forma de onda alternada com características únicas que oscila com a mesma amplitude acima e abaixo de determinado eixo.

Forma de onda atrasada: Forma de onda que atravessa o eixo do tempo em um instante no tempo posterior ao de outra forma de onda com a mesma frequência.

Forma de onda: Gráfico de uma grandeza em função de uma variável, como posição, tempo, graus, temperatura, entre outras.

Forma de onda periódica: Forma de onda que se repete continuamente a cada intervalo definido de tempo.

Frequência (f): Número de ciclos de uma onda periódica que acontecem em 1 segundo.

Frequencímetro: Instrumento usado para medir a frequência de sinais periódicos variantes no tempo.

Osciloscópio: Instrumento que mostra, por meio do uso de um tubo de raios catódicos, as características de um sinal variante no tempo.

Período (T): Intervalo de tempo entre repetições sucessivas de uma forma de onda periódica.

Radiano (rad): Unidade de medida usada para definir determinado segmento de um círculo. Um radiano é aproximadamente igual a $57,3^\circ$; 2π rad é igual a 360° .

Relação de fase: Indicação de qual entre duas ondas está adiantada ou atrasada em relação à outra, e por quantos graus ou radianos.

Valor de pico: Valor máximo de uma forma de onda denotado por letras maiúsculas.

Valor eficaz: Valor de uma tensão ou de uma corrente alternada equivalente a uma tensão contínua que desenvolve a mesma potência.

Valor instantâneo: Amplitude de uma forma de onda em qualquer instante de tempo denotado por letras minúsculas.

Valor médio: Nível de uma forma de onda definido pela condição de que a área delimitada pela curva acima desse nível é exatamente igual à área delimitada pela curva abaixo desse nível.

Valor pico a pico: Diferença entre os valores de pico positivo e negativo. A amplitude total de um sinal desde o pico positivo até o negativo.

Velocidade angular: Velocidade em que a projeção de um vetor radial gera uma função senoidal girando em torno de um centro.

VOM: Multímetro com capacidade de medir resistência, tensões e correntes tanto em CC quanto em CA.