

# Circuitos magnéticos



## Objetivos

- Tomar conhecimento das similaridades entre a análise de circuitos magnéticos e a análise de circuitos elétricos.
- Desenvolver uma compreensão clara dos parâmetros importantes de um circuito magnético e entender como determinar cada quantidade para uma série de configurações de circuitos magnéticos.
- Perceber a razão pela qual uma compreensão clara dos parâmetros de circuitos magnéticos é um componente importante no projeto de sistemas eletroeletrônicos.

## 12.1 INTRODUÇÃO

Os efeitos magnéticos e eletromagnéticos exercem um papel importante no projeto de uma ampla gama de sistemas eletroeletrônicos em uso atualmente. Motores, geradores, transformadores, alto-falantes, relés, equipamentos médicos e mecanismos de todos os tipos dependem de efeitos magnéticos para funcionar de maneira apropriada. A resposta e as características de cada um têm impacto sobre os níveis de corrente e de tensão do sistema, além de influenciar a eficiência do design, o tamanho resultante, entre outros aspectos importantes.

Felizmente, há uma grande semelhança entre a análise de circuitos elétricos e a de circuitos magnéticos. O fluxo magnético de circuitos magnéticos tem propriedades muito similares às da corrente de circuitos elétricos. Como mostra a Figura 11.15, ele tem um sentido e um caminho fechado. A magnitude do fluxo estabelecido é uma função direta da **força magnetomotriz** aplicada, e resulta em uma dualidade com os circuitos elétricos que faz com que a corrente resultante seja uma função da magnitude da tensão aplicada. O fluxo estabelecido também está inversamente relacionado à oposição estrutural do caminho magnético da mesma maneira que a corrente, em um circuito, está inversamente relacionada à resistência do circuito. Todas essas similaridades são usadas na análise para esclarecer a abordagem.

Uma das dificuldades associadas com o estudo de circuitos magnéticos é que três sistemas diferentes de

unidades são comumente usados na indústria. Tanto o fabricante quanto a aplicação e o tipo de componente têm impacto sobre qual sistema é usado. Na medida da praticidade, o sistema SI será aplicado ao longo do capítulo. Referências aos sistemas CGS e Inglês exigem o uso do Apêndice E.

## 12.2 CAMPO MAGNÉTICO

A distribuição do campo magnético em torno de um ímã permanente ou de um **eletroímã** foi abordada em detalhes no Capítulo 11. Lembre-se de que linhas de fluxo buscam ser o mais curtas possível e tomar o caminho com a permeabilidade mais alta. A **densidade de fluxo** é definida como mostramos a seguir (a Equação 11.1 é repetida aqui por conveniência):

$$B = \frac{\Phi}{A} \quad \begin{array}{l} B = \text{Wb/m}^2 = \text{teslas (T)} \\ \Phi = \text{webers (Wb)} \\ A = \text{m}^2 \end{array} \quad (12.1)$$

A ‘pressão’ sobre o sistema para que se estabeleçam linhas magnéticas de força é determinada pela força magnetomotriz aplicada, que está diretamente relacionada ao número de espiras e à corrente da bobina magnetizante, como mostra a equação a seguir (a Equação 11.3 é repetida aqui por conveniência):

$$\mathcal{F} = NI \quad \begin{array}{l} \mathcal{F} = \text{ampère-espiras (Ae)} \\ N = \text{espiras (e)} \\ I = \text{ampères (A)} \end{array} \quad (12.2)$$

O nível de fluxo magnético estabelecido em um núcleo ferromagnético é uma função direta da permeabilidade do material. **Materiais ferromagnéticos** têm um nível muito alto de **permeabilidade**, enquanto materiais não magnéticos, como o ar e a madeira, têm níveis muito baixos. A razão da permeabilidade do material em relação ao ar é chamada de **permeabilidade relativa**, e é definida pela equação a seguir (a Equação 11.5 é repetida aqui por conveniência:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/A} \cdot \text{m} \quad (12.3)$$

Como mencionado no Capítulo 11, os valores de  $\mu_r$  não são fornecidos em um formato de tabela porque o valor é determinado pelas outras quantidades do circuito magnético. Mude a força magnetomotriz, e a permeabilidade relativa mudará também.

## 12.3 RELUTÂNCIA

A resistência de um material ao fluxo de cargas (corrente) é dada pela equação:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (\text{ohms}, \Omega)$$

A **relutância** de um material à tentativa de estabelecer um fluxo magnético no seu interior é dada pela seguinte equação:

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A} \quad (\text{rels, ou Ae/Wb}) \quad (12.4)$$

onde  $\mathcal{R}$  é a relutância,  $l$  é o comprimento do caminho magnético e  $A$  é a área da seção transversal. O  $l/A$  nas unidades Ae/Wb é o número de espiras do enrolamento aplicado. Na próxima seção, voltaremos a falar a respeito do número de ampères-espiras (Ae). Note que tanto a resistência quanto a relutância são inversamente proporcionais à área e, portanto, um aumento da área resulta na redução de cada um e *aumento* da corrente ou do fluxo magnético. No caso de aumento no comprimento, acontece o oposto, e o efeito desejado é reduzido. Entretanto, a relutância é inversamente proporcional à permeabilidade magnética, enquanto a resistência é diretamente proporcional à resistividade. Quanto maior for  $\mu$  ou menor for  $\rho$ , menor serão a relutância e a resistência, respectivamente. Portanto, é claro que materiais de alta permeabilidade como os ferromagnéticos apresentam relutâncias muito pequenas e valores elevados de fluxo magnético através do núcleo. Não existe uma unidade oficial para a relutância, embora o *rel* e o Ae/Wb sejam normalmente usados.

## 12.4 LEI DE OHM PARA CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Lembre-se da equação:

$$\text{Efeito} = \frac{\text{causa}}{\text{oposição}}$$

que apareceu no Capítulo 4, quando introduzimos a lei de Ohm para circuitos elétricos. No caso dos circuitos magnéticos, o efeito desejado é o fluxo magnético,  $\Phi$ . A causa é a **força magnetomotriz (fmm)  $\mathcal{F}$** , que representa a força externa (ou ‘pressão’) necessária para estabelecer as linhas de **fluxo magnético** no interior do material. A propriedade que se opõe à criação do fluxo magnético  $\Phi$  é a relutância  $\mathcal{R}$ . Substituindo, temos:

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} \quad (12.5)$$

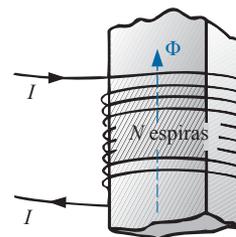
Tendo em vista que  $\mathcal{F} = NI$ , a Equação 12.5 mostra claramente que um aumento do número de espiras ou da intensidade da corrente no enrolamento na Figura 12.1 provoca aumento da ‘pressão’ do sistema para estabelecer as linhas de fluxo através do núcleo.

Embora existam muitas semelhanças entre os circuitos elétricos e os magnéticos, é preciso ter em mente que o fluxo magnético  $\Phi$  é uma variável ‘de movimento’ como a corrente em um circuito elétrico. O fluxo magnético é estabelecido no núcleo graças a alterações na estrutura atômica do núcleo, devido a uma pressão externa e não é uma medida de movimento de partículas carregadas através dele.

## 12.5 FORÇA MAGNETIZANTE

A força magnetomotriz por unidade de comprimento é chamada de **força magnetizante ( $H$ )**. Em forma de equação, temos:

$$H = \frac{\mathcal{F}}{l} \quad (\text{Ae/m}) \quad (12.6)$$



**Figura 12.1** Fatores que contribuem para a força magnetomotriz.

Substituindo pela força magnetomotriz, temos:

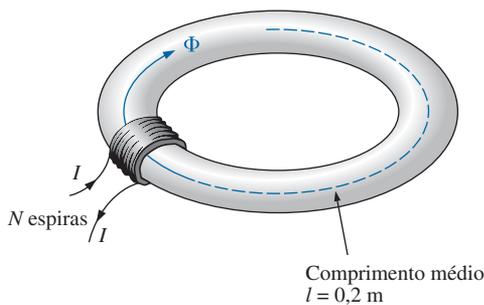
$$H = \frac{NI}{l} \quad (\text{Ae/m}) \quad (12.7)$$

No caso do circuito magnético visto na Figura 12.2, se  $NI = 40 \text{ Ae}$  e  $l = 0,2 \text{ m}$ , temos:

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{40 \text{ Ae}}{0,2 \text{ m}} = 200 \text{ Ae/m}$$

Esse resultado mostra que existem 200 A de ‘pressão’ para estabelecer um fluxo magnético no núcleo.

Observe na Figura 12.2 que a direção e o sentido do campo magnético responsável pelo fluxo  $\Phi$  podem ser determinados fechando os dedos da mão direita em torno do enrolamento, no sentido da corrente, assim, o campo magnético terá a direção e o sentido do polegar. É interessante perceber que a *força magnetizante é independente*



**Figura 12.2** Definição da força magnetizante de um circuito magnético.

do tipo de material do núcleo; ela é determinada apenas pelo número de espiras, pela intensidade da corrente e pelo comprimento do núcleo.

A força magnetizante aplicada tem um efeito pronunciado na permeabilidade resultante de um material magnético. À medida que a força magnetizante aumenta, a permeabilidade aumenta até um valor máximo, para então cair para um valor mínimo, conforme mostra a Figura 12.3 para três materiais magnéticos comumente usados.

A densidade de fluxo e a força magnetizante estão relacionadas pela seguinte equação:

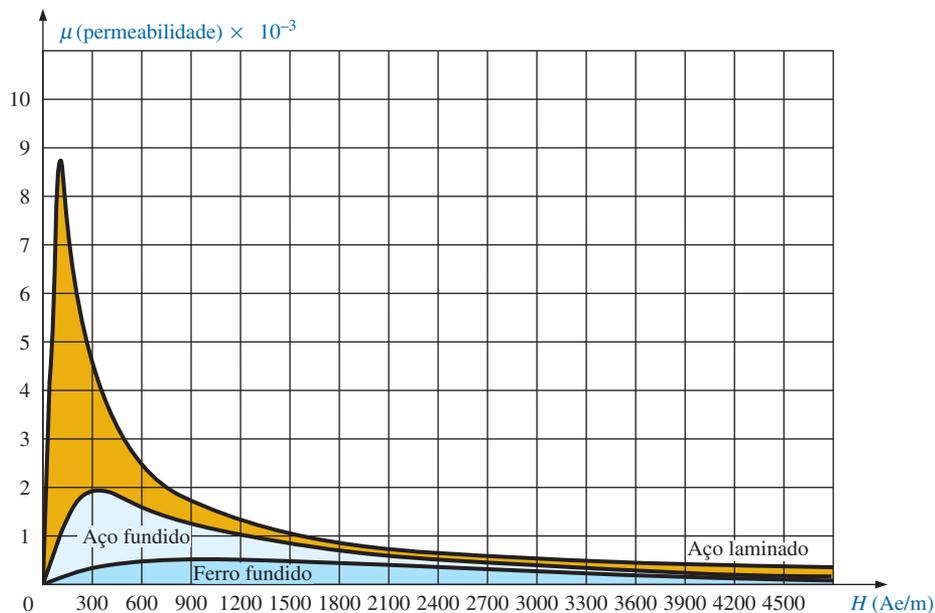
$$B = \mu H \quad (12.8)$$

Essa equação indica que, para um valor particular da força magnetizante, quanto maior a permeabilidade, maior o valor da densidade de fluxo induzido no material.

Como o henry (H) e a força magnetizante ( $H$ ) são representados pela mesma letra maiúscula, é necessário ressaltar o fato de que, neste livro, as unidades de medida como o henry aparecem em tipo normal, ou seja, H, enquanto variáveis como a força magnetizante aparecem em itálico, ou seja,  $H$ .

## 12.6 HISTERESE

Os gráficos da densidade de fluxo  $B$  em função da força magnetizante  $H$  aplicada a um material são muito usados pelos engenheiros. Curvas desse tipo são encontradas em manuais e folhetos distribuídos pelos fabricantes de materiais magnéticos. Um gráfico  $B$ - $H$  típico para



**Figura 12.3** Variação de  $\mu$  em relação à força magnetizante.

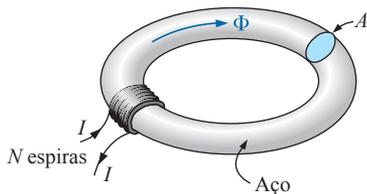
um material ferromagnético como o aço pode ser obtido usando o arranjo experimental ilustrado na Figura 12.4.

Inicialmente, o núcleo não está magnetizado, e a corrente  $I$  é nula. Se a corrente  $I$  aumentar e chegar a um valor acima de zero, a força magnetizante  $H$  aumentará e chegará a um valor dado por:

$$H \uparrow = \frac{NI \uparrow}{l}$$

O fluxo  $\phi$  e a densidade de fluxo  $B$  ( $B = \phi/A$ ) também aumentam à medida que  $I$  ou  $H$  aumentam. Se o material não possuir nenhum magnetismo residual e a força magnetizante  $H$  aumentar de zero para um certo valor  $H_a$ , a curva de  $B$ - $H$  descreverá a trajetória mostrada na Figura 12.5 entre  $o$  e  $a$ . Se continuarmos a aumentar a força magnetizante  $H$  até o valor de saturação ( $H_s$ ), a curva continua, conforme mostra a figura, até o ponto  $b$ . Quando ocorre a saturação, a densidade de fluxo, para todos os efeitos práticos, alcança o seu valor máximo. Qualquer aumento adicional na corrente através da bobina aumentando  $H = NI/l$  resulta em um aumento muito pequeno na densidade de fluxo  $B$ .

Se a força magnetizante for reduzida a zero, diminuindo gradualmente o valor da corrente  $I$ , a curva seguirá a trajetória de  $b$  até  $c$ . A densidade de fluxo  $B_R$  que é mantida quando a força magnetizante é zero é denominada densidade de fluxo residual. É ela que torna

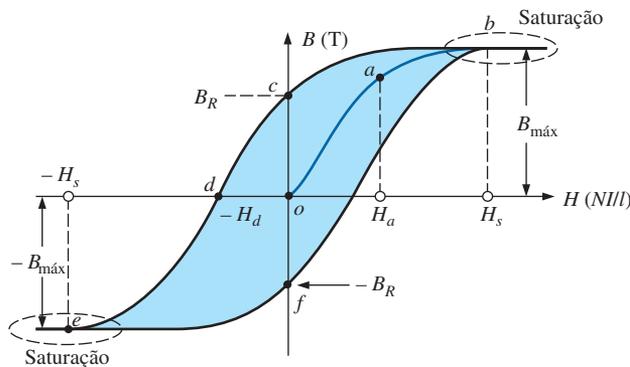


**Figura 12.4** Circuito magnético em série utilizado para se obter a curva de histerese.

possível a criação de ímãs permanentes. Se a bobina, vista na Figura 12.4, for removida do núcleo nesse momento, ela ainda terá propriedades magnéticas determinadas pela densidade de fluxo residual, que é uma medida da sua ‘retentividade’. Se o sentido da corrente  $I$  for invertido, causando o aparecimento de uma força magnetizante  $-H$ , a densidade de fluxo  $B$  diminuirá à medida que a intensidade da corrente  $I$  aumentar. Finalmente a densidade de fluxo atingirá o valor zero quando  $-H_d$  (trecho da curva entre  $c$  e  $d$ ) for alcançado. A força magnetizante  $-H_d$  necessária para ‘forçar’ a densidade de fluxo é denominada *força coerciva*, que é uma medida da coercitividade da amostra magnética. À medida que a força  $-H$  aumenta (tornando-se mais negativa), até que ocorra novamente a saturação e depois seja invertida no sentido até que atinja novamente o valor zero, a curva descreverá a trajetória *def*. Se aumentarmos o valor da força magnetizante no sentido positivo ( $+H$ ), a curva descreverá a trajetória de *f* até  $b$ . A curva completa, representada pela trajetória *bcdefb*, é denominada **curva de histerese** para o material ferromagnético, esse termo vem do grego *hysterein*, que significa ‘estar atrasado’. A densidade de fluxo  $B$  está sempre *atrasada* em relação à força magnetizante  $H$  ao longo de toda a curva. Quando  $H$  era nula em  $c$ ,  $B$  não era nula, mas estava apenas começando a diminuir de valor;  $B$  só atinge o valor zero muito depois de  $H$  ter passado pelo mesmo valor e ter alcançado o valor  $-H_d$ .

Se o ciclo completo for repetido, a curva obtida para o mesmo núcleo será determinada pelo maior valor de  $H$  aplicado. A Figura 12.6 mostra três curvas de histerese para o mesmo material e para valores máximos de  $H$  menores que o valor de saturação. Além disso, a curva de saturação foi incluída para fins de comparação.

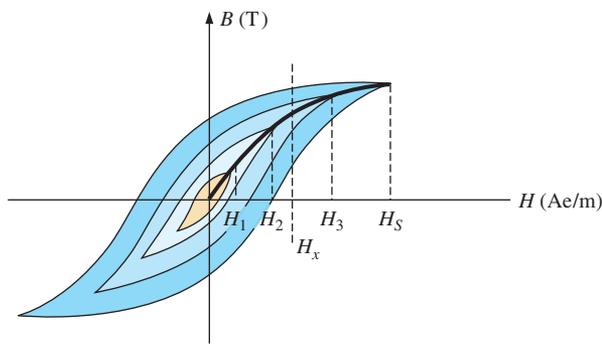
Observe, a partir das várias curvas, que, para um valor particular de  $H$ , digamos,  $H_x$ , o valor de  $B$  pode assumir diferentes valores, dependendo da história do núcleo. Em um esforço para associar um valor particular de  $B$  a cada valor de  $H$ , podemos conectar as extremidades dos



**Figura 12.5** Curva de histerese.

laços de histerese. A curva resultante, representada como uma linha mais grossa na Figura 12.6, e apresentada para alguns materiais na Figura 12.7, é denominada *curva normal de magnetização*. A Figura 12.8 apresenta uma visão ampliada de um trecho da curva.

Ao comparar as figuras 12.3 e 12.7, vemos que, para o mesmo valor de  $H$ , o valor de  $B$  é maior na Figura 12.7 para os materiais que apresentam valores de  $\mu$  maiores na Figura 12.3. Isso é particularmente óbvio para pequenos valores de  $H$ . Tem de haver uma correspondência entre as duas figuras, já que  $B = \mu H$ . Na verdade, se na Figura 12.7

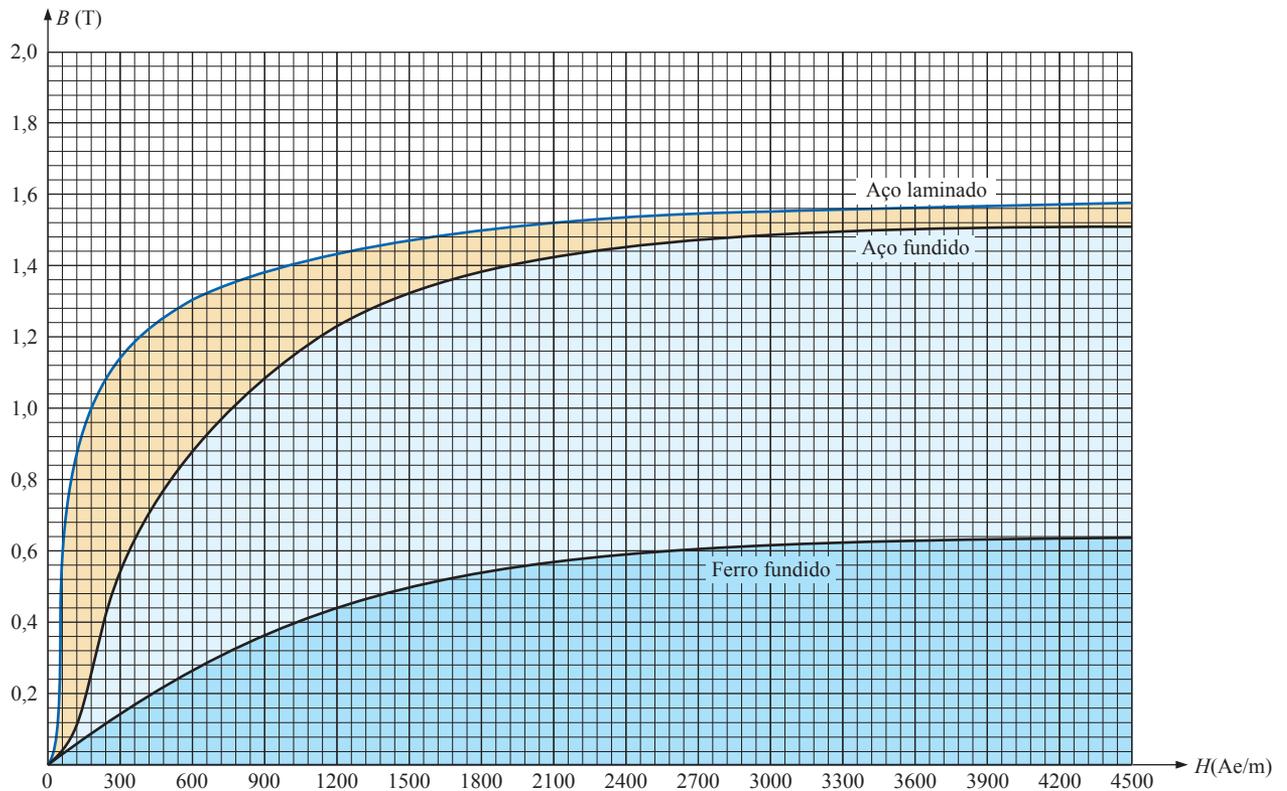


**Figura 12.6** Definição da curva normal de magnetização.

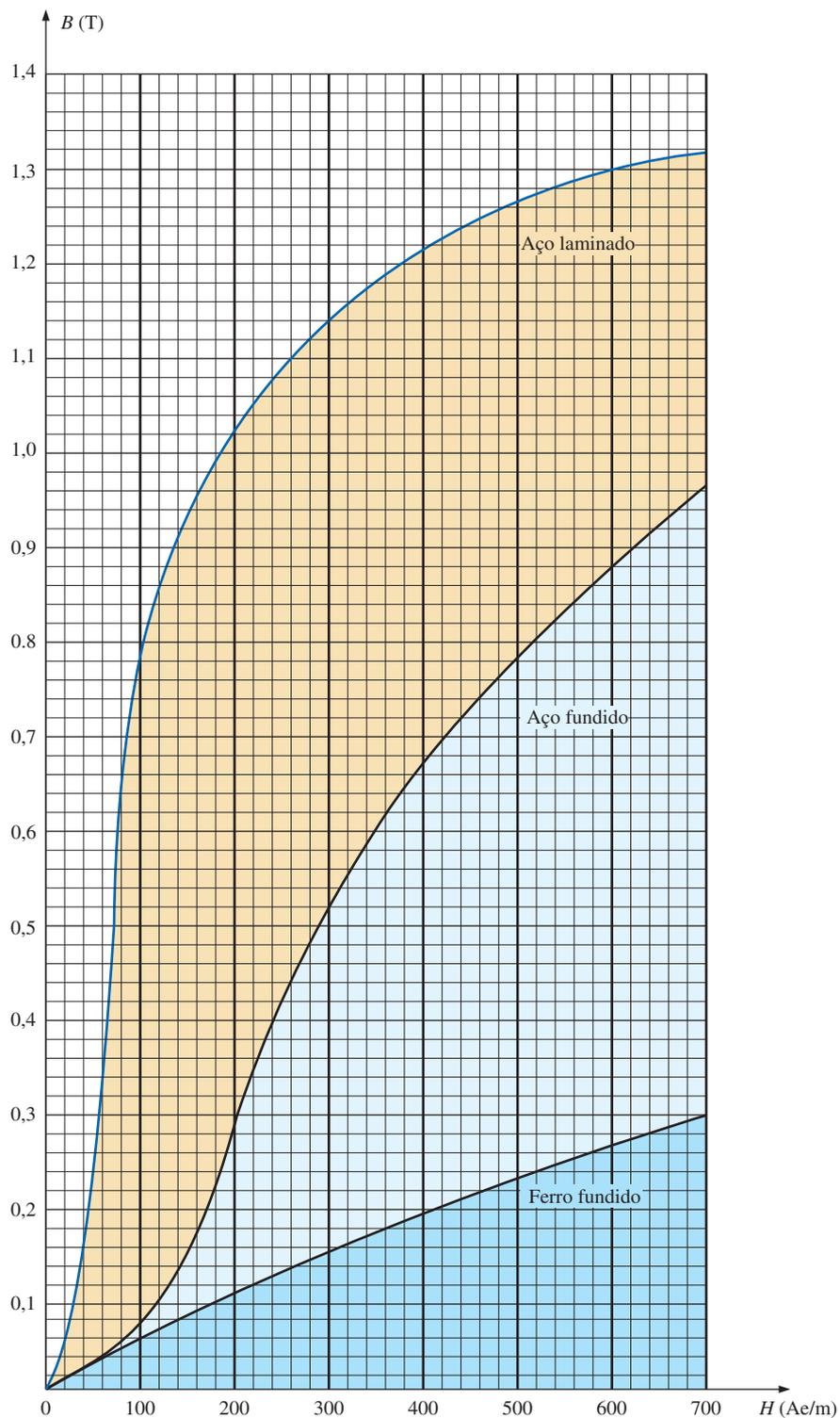
determinarmos  $\mu$  para cada valor de  $H$ , usando a equação  $\mu = B/H$ , obteremos as curvas da Figura 12.3.

É interessante notar que as curvas de histerese vistas na Figura 12.6 apresentam *simetria pontual* em relação à origem, ou seja, ao inverter a curva do lado esquerdo do eixo vertical, obteremos a mesma que aparece à direita do eixo vertical. Além disso, a aplicação da mesma sequência de valores da força magnetizante à amostra resultará sempre no mesmo gráfico. Se a corrente  $I$  em  $H = NI/l$  oscilar entre os valores máximos positivo e negativo a uma taxa constante, teremos a mesma curva no decorrer de cada ciclo. Tal situação acontecerá quando analisarmos um circuito de corrente alternada (senoidal) em capítulos posteriores. A inversão do campo ( $\phi$ ) decorrente da mudança no sentido da corrente resulta em uma dissipação de energia que pode ser mais bem descrita com o auxílio da *teoria dos domínios magnéticos*.

Dentro de cada átomo, os elétrons em órbita (descritos no Capítulo 2) apresentam uma propriedade chamada spin, que faz com que se comportem como pequenos ímãs à medida que giram em torno dos núcleos. Por causa desse efeito, os átomos apresentam um campo magnético associado. Nos materiais não magnéticos, o campo magnético total devido aos spins dos elétrons é zero, visto que os campos magnéticos dos átomos se opõem. Entretanto,



**Figura 12.7** Curva normal de magnetização para três materiais ferromagnéticos.



**Figura 12.8** Ampliação da Figura 12.7 na região de baixas forças magnetizantes.

nos materiais magnéticos como o ferro e o aço, os campos magnéticos dos grupos com até  $10^{12}$  elétrons se alinham, formando regiões que são ímãs muito pequenos. Esse grupo de átomos magneticamente alinhados é chamado de **domínio**. Os domínios são entidades isoladas; ou seja,

cada domínio é independente dos domínios vizinhos. Em uma amostra não magnetizada de um material magnético, como a que aparece na Figura 12.9(a), os domínios estão distribuídos de forma aleatória, e o campo magnético total em qualquer direção é zero.

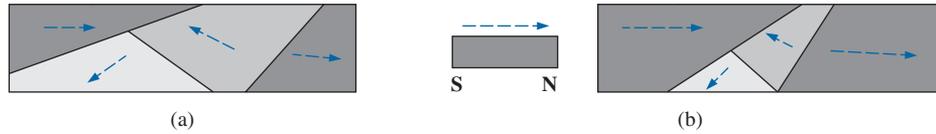


Figura 12.9 Demonstração da teoria dos domínios magnéticos.

Quando o material sofre a ação de uma força magnetizante externa, os domínios que estão aproximadamente alinhados com o campo aplicado crescem à custa de outros domínios que apresentam uma orientação contrária, como vemos na Figura 12.9(b). Se o campo externo aplicado for suficientemente intenso, todos os domínios se orientarão nessa direção, e, daí em diante, um aumento do campo externo não causará nenhum aumento na magnetização da amostra — condição denominada *saturação*. A flexibilidade do material fica evidente quando a força magnetizante externa é removida; o grau de alinhamento diminui, e o campo (densidade de fluxo) no interior do material cai para o valor  $B_R$ . Em outras palavras, a remoção da força magnetizante faz com que alguns domínios voltem a ficar desalinhados no interior do núcleo. Entretanto, a quantidade de domínios que continuam alinhados é responsável pela criação de **ímãs permanentes**.

Em um ponto anteriormente próximo à saturação, os domínios não alinhados ficam reduzidos a pequenos cilindros denominados *bolhas*. Essas bolhas podem ser movimentadas no interior da amostra magnética pela aplicação de um campo magnético *controlador*. As bolhas magnéticas formam a base experimental de um projeto lançado alguns anos atrás para o desenvolvimento de memórias para computadores.

## 12.7 LEI CIRCUIAL DE AMPÈRE

Conforme mencionado na introdução deste capítulo, existe uma grande semelhança entre a análise dos circuitos elétricos e a dos circuitos magnéticos. Essa afirmação é demonstrada para as grandezas que aparecem na Tabela 12.1.

Por analogia com a lei de Kirchhoff para tensões ( $\sum_{\mathcal{C}} V = 0$ ), obtemos o seguinte:

$$\sum_{\mathcal{C}} \mathcal{F} = 0 \quad (\text{para circuitos magnéticos}) \quad (12.9)$$

Tabela 12.1

	Circuitos elétricos	Circuitos magnéticos
Causa	$E$	$\mathcal{F}$
Efeito	$I$	$\Phi$
Oposição	$R$	$\mathcal{R}$

que significa que a soma algébrica das elevações e das quedas da força magnetomotriz (fmm) em um circuito magnético fechado é nula; ou seja, a soma das elevações de fmm é igual à soma das quedas de fmm na malha fechada.

A Equação 12.9 é denominada **lei circuital de Ampère**. Quando aplicada a circuitos magnéticos, as fontes de fmm são expressas pela equação

$$\mathcal{F} = NI \quad (\text{Ae}) \quad (12.10)$$

A equação que permite calcular as variações de fmm ao longo do circuito pode ser obtida observando-se a Tabela 12.1; ou seja, no caso dos circuitos elétricos:

$$V = IR$$

o que resulta na seguinte equação para circuitos magnéticos:

$$\mathcal{F} = \Phi \mathcal{R} \quad (\text{Ae}) \quad (12.11)$$

onde  $\phi$  é o fluxo magnético através de uma seção transversal do circuito e  $\mathcal{R}$  é a relutância dessa seção. Entretanto, é muito raro que se calcule a relutância na análise de circuitos magnéticos. Uma equação mais prática para calcular a fmm é a seguinte:

$$\mathcal{F} = HI \quad (\text{Ae}) \quad (12.12)$$

obtida a partir da Equação 12.6, onde  $H$  é a força magnetizante em uma seção do circuito magnético e  $l$ , o comprimento dessa seção.

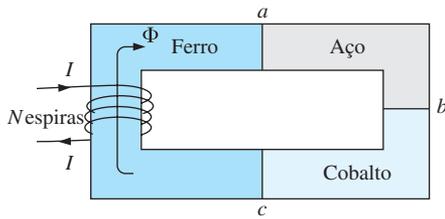
Como um exemplo de aplicação da Equação 12.9, considere o circuito magnético mostrado na Figura 12.10, constituído por três materiais ferromagnéticos diferentes.

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$\sum_{\mathcal{C}} \mathcal{F} = 0$$

$$\underbrace{+NI}_{\text{Elevação}} - \underbrace{H_{ab}l_{ab}}_{\text{Queda}} - \underbrace{H_{bc}l_{bc}}_{\text{Queda}} - \underbrace{H_{ca}l_{ca}}_{\text{Queda}} = 0$$

$$\underbrace{NI}_{\text{fmm especificado}} = \underbrace{H_{ab}l_{ab} + H_{bc}l_{bc} - H_{ca}l_{ca}}_{\text{Queda de fmm}}$$



**Figura 12.10** Circuito magnético em série com três materiais diferentes.

Todos os termos que aparecem nessas equações são conhecidos, com exceção das forças magnetizantes para as diferentes partes do circuito magnético, que podem ser obtidas a partir do gráfico *B-H* se a densidade de fluxo *B* for conhecida.

### 12.8 O FLUXO Φ

Se aplicarmos as relações descritas na seção anterior à lei de Kirchhoff para correntes, chegaremos à conclusão de que a soma dos fluxos que entram em uma junção é igual à soma dos fluxos que saem dessa mesma junção. Ou seja, para o circuito visto na Figura 12.11, temos:

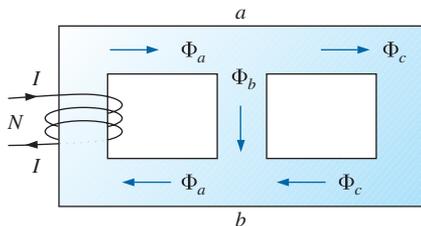
$$\Phi_a = \Phi_b + \Phi_c \quad (\text{na junção } a)$$

$$\Phi_b + \Phi_c = \Phi_a \quad (\text{na junção } b)$$

Essas duas equações são equivalentes.

### 12.9 CIRCUITOS MAGNÉTICOS EM SÉRIE: DETERMINAÇÃO DO PRODUTO NI

Estamos agora em condições de resolver alguns problemas que envolvem circuito magnéticos, que são



**Figura 12.11** Distribuição do fluxo em um circuito magnético série-paralelo.

basicamente de dois tipos. *Em um deles, é dado o fluxo Φ, sendo que a fmm NI tem de ser calculada.* Esse é o tipo de problema que aparece no projeto de motores, geradores e transformadores. *No outro, NI é conhecido e o fluxo Φ tem de ser calculado.* Esse é o tipo de problema que aparece principalmente no projeto de amplificadores magnéticos, e a solução é mais difícil, pois deve ser obtida pelo método de tentativa e erro.

Conforme mencionamos em discussões anteriores, o valor de  $\mu$  varia de ponto para ponto da curva de magnetização. Isso elimina a possibilidade de calcular a relutância de cada ‘ramo’ ou a ‘relutância total’ de um circuito magnético, como fizemos para os circuitos elétricos em que  $\rho$  tinha um valor fixo para qualquer tensão ou corrente no circuito. Se a relutância total pudesse ser determinada, poderíamos calcular  $\Phi$  usando a analogia da lei de Ohm para circuitos magnéticos.

No caso dos circuitos magnéticos, obtemos o valor de *B* a partir do valor de *H*, ou vice-versa, usando a curva *B-H*, e  $\mu$  raramente é calculado, a menos que isso seja solicitado.

Uma abordagem bastante empregada nas análises de circuitos magnéticos é a da *tabela*. Antes de analisar um problema em detalhes, preparamos uma tabela colocando na coluna da extremidade esquerda as várias partes do circuito magnético (veja a Tabela 12.2). As colunas à direita são reservadas para as grandezas a serem determinadas em cada parte do circuito. Dessa forma, cada fase do problema pode ser acompanhada para que se descubra qual a grandeza a ser obtida e também qual deve ser o próximo passo. Após a análise de alguns exemplos, a utilidade desse método ficará evidente.

Nessa seção, analisaremos somente circuitos magnéticos em *série*, nos quais o fluxo  $\phi$  é o mesmo ao longo de todo o circuito. Em cada exemplo, deve-se determinar o valor da força magnetomotriz.

#### EXEMPLO 12.1

Considerando o circuito magnético em série visto na Figura 12.12:

- Calcule o valor de *I* necessário para gerar um fluxo magnético  $\Phi = 4 \times 10^{-4}$  Wb.
- Determine  $\mu$  e  $\mu_r$  para o material nessas condições.

**Soluções:**

O circuito magnético pode ser representado pelo sistema mostrado na Figura 12.13(a). A analogia com

**Tabela 12.2**

Trecho	Φ (Wb)	A (m <sup>2</sup> )	B (T)	H (Ae/m)	l (m)	HI (Ae)
Uma seção contínua	$4 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-3}$			0,16	

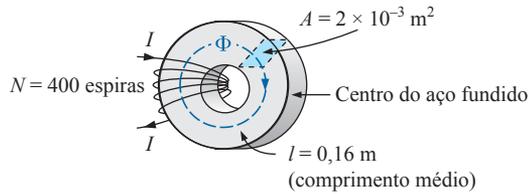


Figura 12.12 Exemplo 12.1.

um circuito elétrico é ilustrada na Figura 12.13(b). Analogias desse tipo podem ser muito úteis na solução de problemas envolvendo circuitos magnéticos. A Tabela 12.2 foi construída para resolver o item (a). No caso do presente exemplo ela é bastante trivial, mas, mesmo assim, deixa claro quais são as quantidades a serem determinadas.

a) A densidade de fluxo  $B$  é:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{4 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{2 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 2 \times 10^{-1} \text{ T} = 0,2 \text{ T}$$

Utilizando o gráfico  $B$ - $H$  mostrado na Figura 12.8, podemos determinar a força magnetizante  $H$ :

$$H (\text{aço fundido}) = 170 \text{ Ae/m}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$NI = HI$$

$$e \quad I = \frac{HI}{N} = \frac{(170 \text{ Ae/m})(0,16 \text{ m})}{400 \text{ t}} = 68 \text{ mA}$$

(Lembre-se de que  $N$  representa o número de espiras.)

b) A permeabilidade do material pode ser determinada usando a Equação 12.8:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,2 \text{ T}}{170 \text{ Ae/m}} = 1,176 \times 10^{-3} \text{ Wb/A} \cdot \text{m}$$

e a permeabilidade relativa é:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{1,176 \times 10^{-3}}{4 \pi \times 10^{-7}} = 935,83$$

EXEMPLO 12.2

O eletroímã mostrado na Figura 12.14 atraiu uma barra de ferro fundido. Determine a corrente  $I$  necessária para estabelecer um fluxo no núcleo com o valor indicado na figura.

Solução:

Para poder utilizar os gráficos das figuras 12.7 e 12.8, temos de primeiro converter as dimensões para o sistema métrico. Entretanto, como a área é a mesma ao longo de todo o circuito, podemos determinar o comprimento para cada material em vez de trabalhar com trechos isolados:

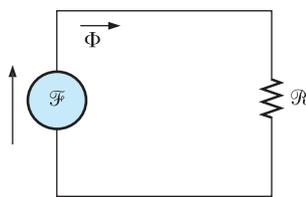
$$l_{efab} = 4 \text{ pol.} + 4 \text{ pol.} + 4 \text{ pol.} = 12 \text{ pol.}$$

$$l_{bcde} = 0,5 \text{ pol.} + 4 \text{ pol.} + 0,5 \text{ pol.} = 5 \text{ pol.}$$

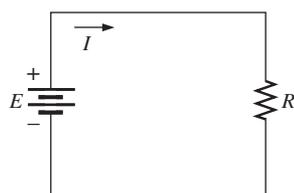
$$12 \text{ pol.} \left( \frac{1 \text{ m}}{39,37 \text{ pol.}} \right) = 304,8 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$5 \text{ pol.} \left( \frac{1 \text{ m}}{39,37 \text{ pol.}} \right) = 127 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$1 \text{ pol.}^2 \left( \frac{1 \text{ m}}{39,37 \text{ pol.}} \right) \left( \frac{1 \text{ m}}{39,37 \text{ pol.}} \right) = 6,452 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$



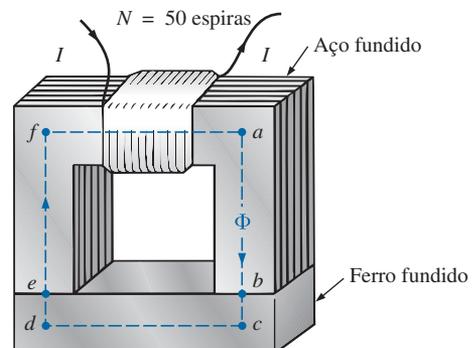
(a)



(b)

Figura 12.13 (a) Circuito magnético equivalente;

(b) circuito elétrico análogo.



$$l_{ab} = l_{cd} = l_{ef} = l_{fa} = 4 \text{ pol.}$$

$$l_{bc} = l_{de} = 0,5 \text{ pol.}$$

$$\text{Área (constante)} = 1 \text{ pol.}^2$$

$$\Phi = 3,5 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

Figura 12.14 Eletroímã para o Exemplo 12.2.

As informações disponíveis para as especificações de  $\Phi_{efab}$  e  $\Phi_{bcde}$  do problema foram inseridas na Tabela 12.3. Quando a solução do problema estiver completa, todos os espaços em branco estarão preenchidos. A melhor forma de resolver o problema é preencher as colunas da esquerda para a direita. À medida que formos obtendo as várias quantidades, elas serão colocadas em uma tabela semelhante, que aparece no final desse exemplo. A densidade do fluxo em cada seção é:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{3,5 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{6,452 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,542 \text{ T}$$

e as forças magnetizantes são:

$$H \text{ (aço laminado, Figura 12.8)} \cong 70 \text{ Ae/m}$$

$$H \text{ (ferro fundido, Figura 12.7)} \cong 1600 \text{ Ae/m}$$

Observe a enorme diferença entre as forças magnetizantes nos dois materiais para a mesma densidade de fluxo. Na realidade, quando aplicamos a lei circuital de Ampère, vemos que o trecho de aço laminado pode ser ignorado sem que a solução apresente uma diferença considerável.

Determinando  $HI$  para cada trecho, obtemos:

$$H_{efab} I_{efab} = (70 \text{ Ae/m})(304,8 \times 10^{-3} \text{ m}) = 21,34 \text{ Ae}$$

$$H_{bcde} I_{bcde} = (1600 \text{ Ae/m})(127 \times 10^{-3} \text{ m}) = 203,2 \text{ Ae}$$

Inserindo os dados anteriormente citados na Tabela 12.3, obtemos a Tabela 12.4. O circuito magnético equivalente e o circuito elétrico análogo para o sistema visto na Figura 12.14 aparecem na Figura 12.15.

Aplicando a lei circuital de Ampère, obtemos:

$$NI = H_{efab} I_{efab} + H_{bcde} I_{bcde}$$

$$= 21,34 \text{ Ae} + 203,2 \text{ Ae} = 224,54 \text{ Ae}$$

e  $(50 \text{ t})I = 224,54 \text{ Ae}$

de forma que:  $I = \frac{224,54 \text{ Ae}}{50 \text{ t}} = 4,49 \text{ A}$

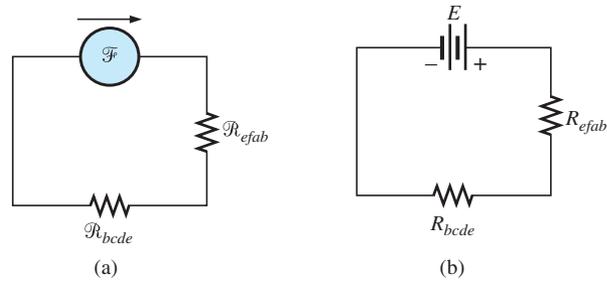


Figura 12.15 (a) Circuito magnético equivalente e (b) circuito elétrico análogo para o eletroímã da Figura 12.14.

### EXEMPLO 12.3

Determine a corrente no secundário  $I_2$  do transformador visto na Figura 12.16, se o fluxo resultante no núcleo for  $1,5 \times 10^{-5} \text{ Wb}$ , no sentido horário.

Solução:

Esse é o primeiro exemplo que envolve duas forças magnetizantes. Na analogia vista na Figura 12.17, pode-se notar que o fluxo resultante dos dois enrolamentos estão em oposição, assim como as duas fontes de tensão, estão em oposição no circuito elétrico análogo.

Os dados estruturais  $abcd$  aparecem na Tabela 12.5. A densidade de fluxo em todo o circuito é:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{1,5 \times 10^{-5} \text{ Wb}}{0,15 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 10 \times 10^{-2} \text{ T} = 0,10 \text{ T}$$

e

$$H \text{ (da Figura 12.8)} \cong \frac{1}{5} (100 \text{ Ae/m}) = 20 \text{ Ae/m}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = H_{abcd} l_{abcd}$$

$$(60 \text{ t})(2 \text{ A}) - (30 \text{ t})(I_2) = (20 \text{ Ae/m})(0,16 \text{ m})$$

$$120 \text{ Ae} - (30 \text{ t})I_2 = 3,2 \text{ Ae}$$

e

$$(30 \text{ t})I_2 = 120 \text{ Ae} - 3,2 \text{ Ae}$$

ou

$$I_2 = \frac{116,8 \text{ Ae}}{30 \text{ t}} = 3,89 \text{ A}$$

Tabela 12.3

Trecho	$\Phi$ (Wb)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$B$ (T)	$H$ (Ae/m)	$l$ (m)	$HI$ (Ae)
$efab$	$3,5 \times 10^{-4}$	$6,452 \times 10^{-4}$			$304,8 \times 10^{-3}$	
$bcde$	$3,5 \times 10^{-4}$	$6,452 \times 10^{-4}$			$127 \times 10^{-3}$	

Tabela 12.4

Trecho	$\Phi$ (Wb)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$B$ (T)	$H$ (Ae/m)	$l$ (m)	$HI$ (Ae)
$efab$	$3,5 \times 10^{-4}$	$6,452 \times 10^{-4}$	0,542	70	$304,8 \times 10^{-3}$	21,34
$bcde$	$3,5 \times 10^{-4}$	$6,452 \times 10^{-4}$	0,542	1600	$127 \times 10^{-3}$	203,2

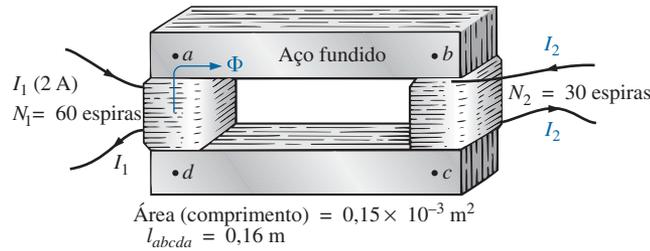


Figura 12.16 Transformador do Exemplo 12.3.

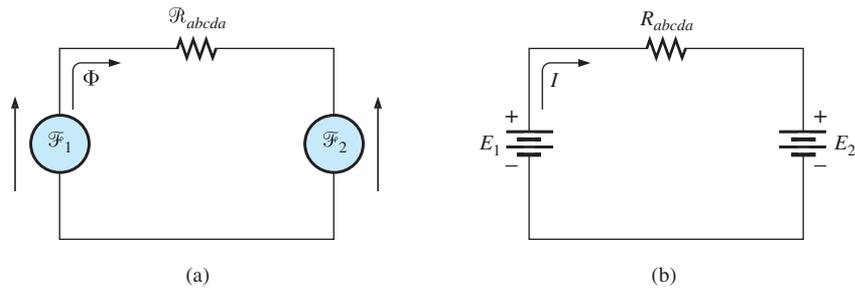


Figura 12.17 (a) Circuito magnético equivalente e (b) circuito elétrico análogo para o transformador da Figura 12.16.

Tabela 12.5

Trecho	$\Phi$ (Wb)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$B$ (T)	$H$ (Ae/m)	$l$ (m)	$HI$ (Ae)
abcd	$1,5 \times 10^{-5}$	$0,15 \times 10^{-3}$			0,16	

Na análise da maioria dos sistemas com transformador, a equação  $N_1 I_1 = N_2 I_2$  é empregada. No caso do exemplo anterior, obteríamos 4 A em vez de 3,89 A. Entretanto, essa diferença é normalmente ignorada, e consideramos a equação  $N_1 I_1 = N_2 I_2$  exata.

Em razão da não linearidade do gráfico  $B$ - $H$ , não é possível aplicar o teorema da superposição a circuitos magnéticos; ou seja, no Exemplo 12.3, não podemos considerar os efeitos de cada fonte independentemente e, em seguida, determinar o efeito total usando o teorema da superposição.

### 12.10 ENTREFERROS

Antes de continuar com os exemplos ilustrativos, consideremos o efeito de um entreferro, ou espaço vazio, nos circuitos magnéticos. Note a presença de entreferros nos circuitos magnéticos do motor e do medidor que aparecem na Figura 11.15. A dispersão das linhas de campo fora da área comum do núcleo para o interior do entreferro, visto na Figura 12.18(a), é conhecido como *efeito de borda*. Na discussão que segue, desprezaremos esse efeito e suporemos que a distribuição de linhas de campo tem o aspecto da Figura 12.18(b).

A densidade de fluxo no entreferro visto na Figura 12.18(b) é dada por:

$$B_g = \frac{\Phi_g}{A_g} \tag{12.13}$$

onde, para todos os efeitos práticos:

$$\Phi_g = \Phi_{\text{núcleo}}$$

$$A_g = A_{\text{núcleo}}$$

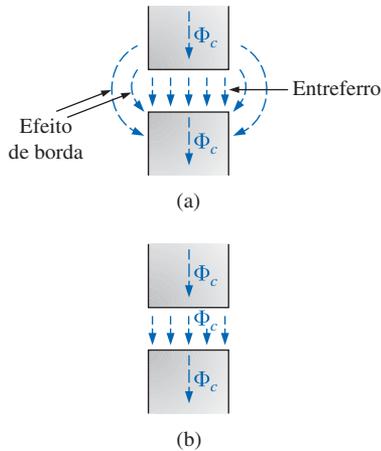
Para a maioria das aplicações práticas, a permeabilidade do ar é igualada à do vácuo. A força magnetizante no entreferro é determinada por:

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_o} \tag{12.14}$$

e a queda de fimm no entreferro é igual a  $H_g L_g$ . Uma equação para  $H_g$  é a seguinte:

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_o} = \frac{B_g}{4\pi \times 10^{-7}}$$

$$H_g = (7,96 \times 10^5) B_g \quad (\text{Ae/m}) \tag{12.15}$$



**Figura 12.18** Entreferros: (a) com efeito de borda; (b) ideal.

**EXEMPLO 12.4**

Calcule o valor de  $I$  necessário para estabelecer um fluxo  $\phi = 0,75 \times 10^{-4}$  Wb no circuito magnético em série mostrado na Figura 12.19.

Solução:

Um circuito magnético equivalente e o seu circuito elétrico análogo são vistos na Figura 12.20.

O fluxo magnético em cada seção é dado por:

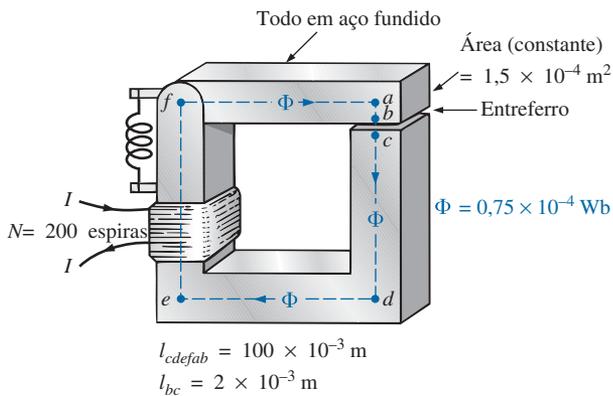
$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{0,75 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{1,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,5 \text{ T}$$

Pelas curvas  $B$ - $H$  mostradas na Figura 12.8:

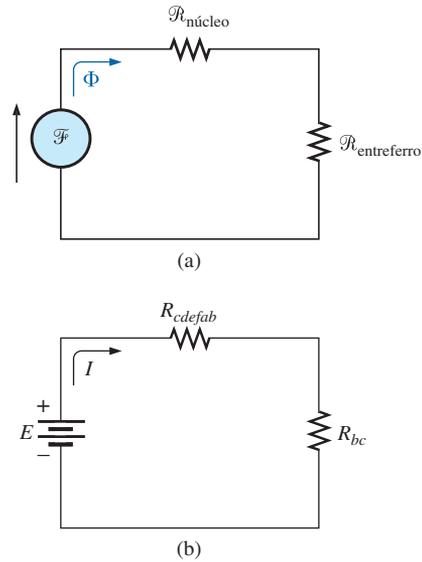
$$H(\text{aço fundido}) \cong 280 \text{ Ae/m}$$

Aplicando a Equação 12.15, temos:

$$H_g = (7,96 \times 10^5) B_g = (7,96 \times 10^5)(0,5 \text{ T}) = 3,98 \times 10^5 \text{ Ae/m}$$



**Figura 12.19** Relé do Exemplo 12.4.



**Figura 12.20** (a) Circuito magnético equivalente e (b) circuito elétrico análogo para o relé da Figura 12.19.

As quedas de fmm são:

$$H_{\text{núcleo}} I_{\text{núcleo}} = (280 \text{ Ae/m})(100 \times 10^{-3} \text{ m}) = 28 \text{ Ae}$$

$$H_g I_g = (3,98 \times 10^5 \text{ Ae/m})(2 \times 10^{-3} \text{ m}) = 796 \text{ Ae}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$\begin{aligned} NI &= H_{\text{núcleo}} I_{\text{núcleo}} + H_g I_g \\ &= 28 \text{ Ae} + 796 \text{ Ae} \\ (200 \text{ t}) I &= 824 \text{ Ae} \\ I &= \mathbf{4,12 \text{ A}} \end{aligned}$$

Observe que, a partir do cálculo acima, o ar apresenta uma queda de fmm muito maior no entreferro que no resto do circuito pelo fato de o ar não ser magnético.

**12.11 CIRCUITOS MAGNÉTICOS EM SÉRIE-PARALELO**

Como esperado, a analogia entre os circuitos elétricos e magnéticos leva ao conceito de circuitos magnéticos em série-paralelo, semelhantes, sob muitos aspectos, aos circuitos elétricos discutidos no Capítulo 7. Na realidade, a analogia com circuitos elétricos será útil na definição do procedimento a ser seguido em busca da solução.

**EXEMPLO 12.5**

Determine a corrente  $I$  necessária para estabelecer um fluxo de  $1,5 \times 10^{-4}$  Wb no trecho do núcleo indicado na Figura 12.21.

Solução:

O circuito magnético equivalente e o circuito elétrico análogo aparecem na Figura 12.22. Temos:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{A} = \frac{1,5 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{6 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,25 \text{ T}$$

A partir da Figura 12.8:

$$H_{bcde} \cong 40 \text{ Ae/m}$$

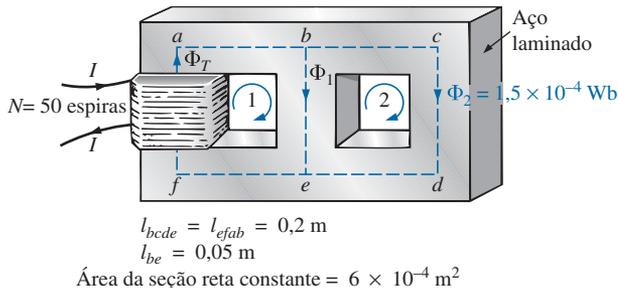


Figura 12.21 Exemplo 12.5.

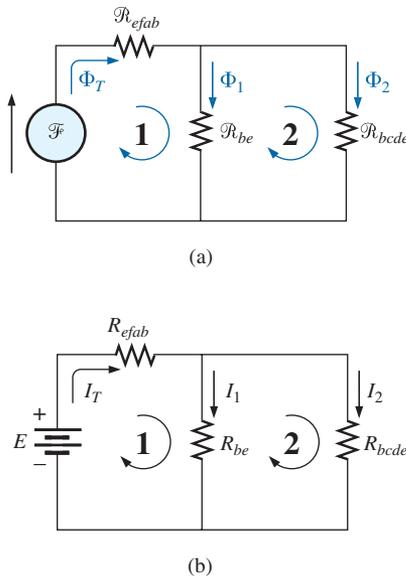


Figura 12.22 (a) Circuito magnético equivalente e (b) circuito elétrico análogo para o sistema em série-paralelo da Figura 12.21.

Aplicando a lei circuital de Ampère à malha 2, vista nas figuras 12.21 e 12.22, temos:

$$\begin{aligned} \sum \mathcal{F} &= 0 \\ H_{be}l_{be} - H_{bcde}l_{bcde} &= 0 \\ H_{be}(0,05 \text{ m}) - (40 \text{ Ae/m})(0,2 \text{ m}) &= 0 \\ H_{be} &= \frac{8 \text{ Ae}}{0,05 \text{ m}} = 160 \text{ Ae/m} \end{aligned}$$

A partir da Figura 12.8:

$$B_1 \cong 0,97 \text{ T}$$

e

$$\Phi_1 = B_1 A = (0,97 \text{ T})(6 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 5,82 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

Os resultados de *bcde*, *be* e *efab* foram inseridos na Tabela 12.6.

A tabela mostra que temos de concentrar nossa atenção agora ao trecho *efab*:

$$\begin{aligned} \Phi_T &= \Phi_1 + \Phi_2 = 5,82 \times 10^{-4} \text{ Wb} + 1,5 \times 10^{-4} \text{ Wb} \\ &= 7,32 \times 10^{-4} \text{ Wb} \\ B &= \frac{\Phi_T}{A} = \frac{7,32 \times 10^{-4} \text{ Wb}}{6 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \\ &= 1,22 \text{ T} \end{aligned}$$

A partir da Figura 12.7:

$$H_{efab} \cong 400 \text{ Ae}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$\begin{aligned} + NI - H_{efab}l_{efab} - H_{be}l_{be} &= 0 \\ NI &= (400 \text{ Ae/m})(0,2 \text{ m}) + (160 \text{ Ae/m})(0,05 \text{ m}) \\ (50 \text{ t})l &= 80 \text{ Ae} + 8 \text{ Ae} \\ I &= \frac{88 \text{ Ae}}{50 \text{ t}} = 1,76 \text{ A} \end{aligned}$$

Para demonstrar que  $\mu$  depende da força magnetizante  $H$ , a permeabilidade de cada trecho é determinada como segue. No trecho *bcde*:

Tabela 12.6

Trecho	$\Phi$ (Wb)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$B$ (T)	$H$ (Ae/m)	$l$ (m)	$HI$ (Ae)
<i>bcde</i>	$1,5 \times 10^{-4}$	$6 \times 10^{-4}$	0,25	40	0,2	8
<i>bcde</i>	$5,82 \times 10^{-4}$	$6 \times 10^{-4}$	0,97	160	0,05	8
<i>efab</i>		$6 \times 10^{-4}$			0,2	

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,25 \text{ T}}{40 \text{ Ae/m}} = 6,25 \times 10^{-3}$$

e 
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{6,25 \times 10^{-3}}{12,57 \times 10^{-7}} = 4972,2$$

No trecho *be*:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,97 \text{ T}}{160 \text{ Ae/m}} = 6,06 \times 10^{-3}$$

e 
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{6,06 \times 10^{-3}}{12,57 \times 10^{-7}} = 4821$$

No trecho *efab*:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1,22 \text{ T}}{400 \text{ Ae/m}} = 3,05 \times 10^{-3}$$

e 
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{3,05 \times 10^{-3}}{12,57 \times 10^{-7}} = 2426,41$$

## 12.12 DETERMINAÇÃO DE $\Phi$

Os exemplos dessa seção são do segundo tipo, em que a força  $NI$  é conhecida e o fluxo  $\Phi$  tem de ser calculado. Se apenas uma seção magnética estiver envolvida, esse problema é relativamente simples e direto. Então:

$$H = \frac{NI}{l} \rightarrow B \quad (\text{curva } B-H)$$

e 
$$\Phi = BA$$

No caso de circuitos magnéticos feitos com mais de um material, não existe um método geral para obter a resposta exata para todos os problemas. Entretanto, na maioria dos casos procedemos como a seguir. Fazemos uma *estimativa* do fluxo  $\Phi$  e então comparamos com o valor fmm especificado. Após essa comparação, podemos ajustar nossa estimativa do fluxo de modo a tornar o valor da fmm mais próximo do especificado. Para a maioria das aplicações, um valor dentro dos limites de  $\pm 5$  por cento do  $\Phi$  ou  $NI$  especificado é aceitável.

Podemos fazer uma estimativa inicial razoável do valor de  $\Phi$  se nos lembrarmos de que a maior queda de fmm ocorre no trecho feito com o material de menor permeabilidade, se o comprimento e a área de cada material forem os mesmos. Como vimos no Exemplo 12.4, se existir um entreferro no circuito magnético, haverá uma queda considerável de fmm nessa região do circuito. Portanto, como ponto de partida, podemos considerar que a fmm total ( $NI$ ) está aplicada ao trecho com o menor valor de  $\mu$  ou o maior valor de  $\mathcal{R}$  (se as outras dimensões físicas forem relativamente similares). Essa consideração nos dará um valor de  $\Phi$ , que produzirá um valor  $NI$  maior

que o especificado. Então, depois de analisar muito cuidadosamente os resultados relativos à consideração inicial, *diminuimos* o valor de  $\Phi$  e  $NI$  introduzindo os efeitos (relutâncias) das outras partes do circuito e fazendo uma nova *tentativa* com a estimativa assim obtida. Por razões óbvias, esse método é frequentemente denominado método de *reduções e tentativas*.

### EXEMPLO 12.6

Calcule o fluxo magnético  $\Phi$  para o circuito mostrado na Figura 12.23.

Solução:

Utilizando a lei circuital de Ampère, temos

$$NI = H_{abcd} l_{abcd}$$

ou 
$$H_{abcd} = \frac{NI}{l_{abcd}} = \frac{(60 \text{ t})(5 \text{ A})}{0,3 \text{ m}}$$

$$= \frac{300 \text{ Ae}}{0,3 \text{ m}} = 1000 \text{ Ae/m}$$

e 
$$B_{abcd} \text{ (segundo a Figura 12.7)} \cong 0,39 \text{ T}$$

Como  $B = \Phi/A$ , temos:

$$\Phi = BA = (0,39 \text{ T})(2 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 0,78 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

### EXEMPLO 12.7

Calcule o fluxo  $\Phi$  para o circuito magnético em série mostrado na Figura 12.24 com a fmm especificada.

Solução:

Considerando que toda a fmm  $NI$  está aplicada ao entreferro, obtemos:

$$NI = H_g l_g$$

ou 
$$H_g = \frac{NI}{l_g} = \frac{400 \text{ Ae}}{0,001 \text{ m}} = 4 \times 10^5 \text{ Ae/m}$$

e 
$$B_g = \mu_o H_g = (4\pi \times 10^{-7})(4 \times 10^5 \text{ Ae/m}) = 0,503 \text{ T}$$

O fluxo é dado por:

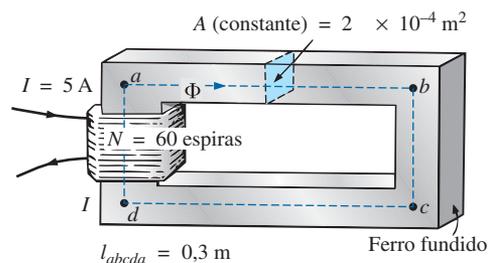


Figura 12.23 Exemplo 12.6.

$$\begin{aligned}\Phi_g &= \Phi_{\text{núcleo}} = B_g A \\ &= (0,503 \text{ T})(0,003 \text{ m}^2) \\ \Phi_{\text{núcleo}} &= 1,51 \times 10^{-3} \text{ Wb}\end{aligned}$$

Usando esse valor de  $\Phi$ , podemos calcular  $NI$ . Os resultados aparecem na Tabela 12.7.

$$H_{\text{núcleo}} l_{\text{núcleo}} = (1.500 \text{ Ae/m})(0,16 \text{ m}) = 240 \text{ Ae}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$\begin{aligned}NI &= H_{\text{núcleo}} l_{\text{núcleo}} + H_g l_g \\ &= 240 \text{ Ae} + 400 \text{ Ae} \\ 400 \text{ Ae} &\neq 640 \text{ Ae}\end{aligned}$$

Como desprezamos a relutância de todos os trechos do circuito com exceção do entreferro, o valor calculado é maior que o especificado. Portanto, temos de reduzir esse valor introduzindo o efeito das outras relutâncias. Como aproximadamente 37,5 por cento, obtido a partir de  $(640 \text{ Ae} - 400 \text{ Ae})/640 \text{ Ae} = 240 \text{ Ae}/640 \text{ Ae}$ , é o erro percentual para mais em relação ao valor desejado, vamos reduzir  $\Phi$  em 30 por cento e observar o quanto isso nos aproxima do valor dado para a fmm de 400 Ae:

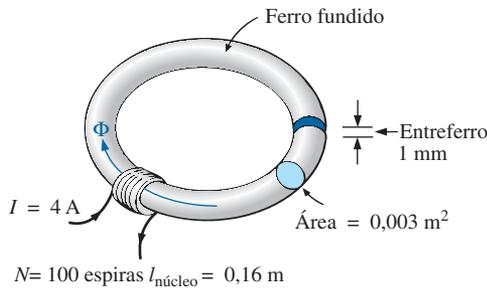


Figura 12.24 Exemplo 12.7.

$$\begin{aligned}\Phi &= (1 - 0,3)(1,51 \times 10^{-3} \text{ Wb}) \\ &= 1,057 \times 10^{-3} \text{ Wb}\end{aligned}$$

Veja a Tabela 12.8. Temos:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{1,057 \times 10^{-3} \text{ Wb}}{0,003 \text{ m}^2} \cong 0,352 \text{ T}$$

$$\begin{aligned}H_g l_g &= (7,96 \times 10^5) B_g l_g \\ &= (7,96 \times 10^5)(0,352 \text{ T})(0,001 \text{ m}) \\ &\cong 280,19 \text{ Ae}\end{aligned}$$

A partir das curvas  $B$ - $H$ ,

$$\begin{aligned}H_{\text{núcleo}} &\cong 850 \text{ Ae/m} \\ H_{\text{núcleo}} l_{\text{núcleo}} &= (850 \text{ Ae/m})(0,16 \text{ m}) = 136 \text{ Ae}\end{aligned}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$\begin{aligned}NI &= H_{\text{núcleo}} l_{\text{núcleo}} + H_g l_g \\ &= 136 \text{ Ae} + 280,19 \text{ Ae} \\ 400 \text{ Ae} &= \mathbf{416,19 \text{ Ae}} \text{ (mas dentro da faixa de } \pm 5 \text{ por}\end{aligned}$$

cento e, portanto, aceitável)

A solução é, portanto:

$$\Phi \cong \mathbf{1,057 \times 10^{-3} \text{ Wb}}$$

## 12.13 APLICAÇÕES

### Alto-falantes e microfones

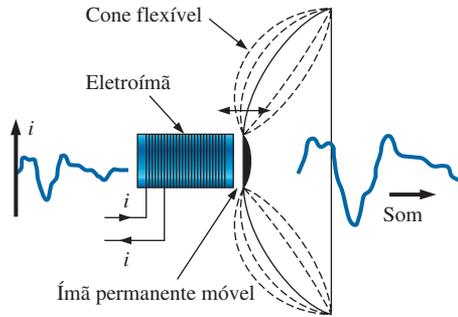
Os efeitos eletromagnéticos são essenciais para o funcionamento de alto-falantes, como o que aparece na Figura 12.25. A forma de onda pulsante da corrente de entrada é determinada pelo som a ser reproduzido pelo alto-falante. Com a variação da corrente relativa ao som, a força do eletroímã varia exatamente da mesma forma.

Tabela 12.7

Trecho	$\Phi$ (Wb)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$B$ (T)	$H$ (Ae/m)	$l$ (m)	$HI$ (Ae)
Núcleo	$1,5 \times 10^{-3}$	0,003	0,503	1500 (curva $B - H$ )	0,16	
Espaço	$1,5 \times 10^{-3}$	0,003	0,503	$4 \times 10^5$	0,001	400

Tabela 12.8

Trecho	$\Phi$ (Wb)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$B$ (T)	$H$ (Ae/m)	$l$ (m)	$HI$ (Ae)
Núcleo	$1,057 \times 10^{-3}$	0,003			0,16	
Espaço	$1,057 \times 10^{-3}$	0,003			0,001	



**Figura 12.25** Alto-falante.

Isso faz com que o cone do alto-falante vibre em uma frequência igual à da corrente. Quanto maior a intensidade do som, maior a amplitude de oscilação entre os picos e vales na forma de onda da corrente, e maior a amplitude de vibração do cone.

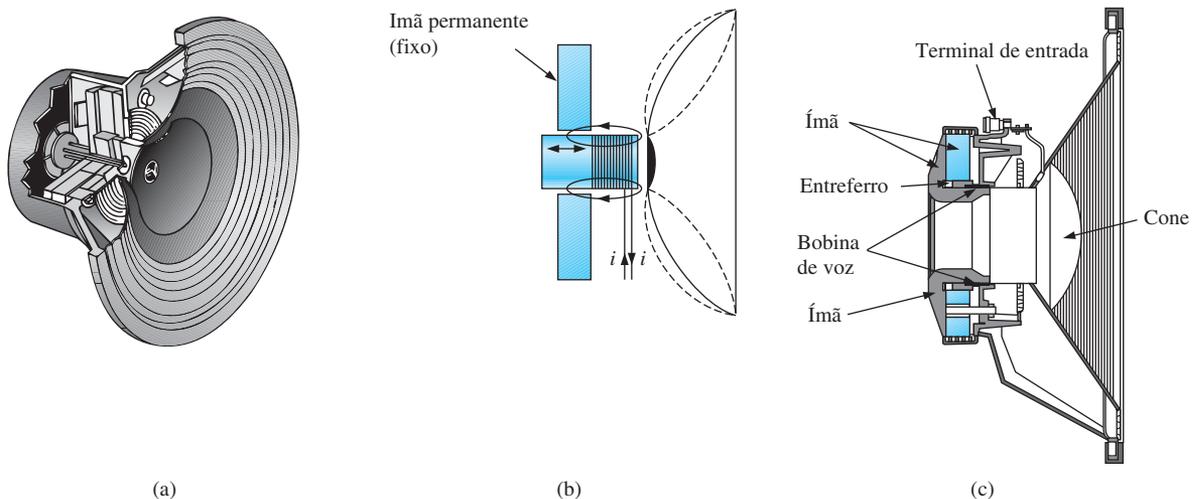
Outro sistema, que é usado mais frequentemente em sistemas de áudio de melhor qualidade, aparece na Figura 12.26. Nesse caso, o ímã permanente é fixo e a corrente de entrada é aplicada a uma bobina móvel no interior do ímã como mostra a figura. A corrente produz um fluxo magnético no interior da bobina, fazendo com que ela se movimente no campo do ímã permanente. Assim, do mesmo modo que para o sistema da Figura 12.25, o núcleo vibra com a frequência do sinal de entrada, reproduzindo o som original.

Microfones, como o que aparece na Figura 12.26, também empregam efeitos eletromagnéticos. A onda sonora a ser reproduzida faz com que uma bobina móvel, fixada no núcleo, desloque-se no campo magnético de

um ímã permanente. De acordo com a lei de Faraday ( $e = N d\phi/dt$ ), uma tensão é induzida na bobina móvel cuja intensidade é proporcional à velocidade com que ela se move no campo magnético. A tensão induzida resultante pode então ser amplificada e usada para reproduzir o som original através de alto-falantes, como os que acabamos de descrever. Os microfones desse tipo são os mais usados, embora existam outros tipos cujo funcionamento se baseia em capacitores, carbono granulado ou cristal piezoelétrico.<sup>1</sup> O microfone eletromagnético é conhecido comercialmente como microfone *dinâmico*.

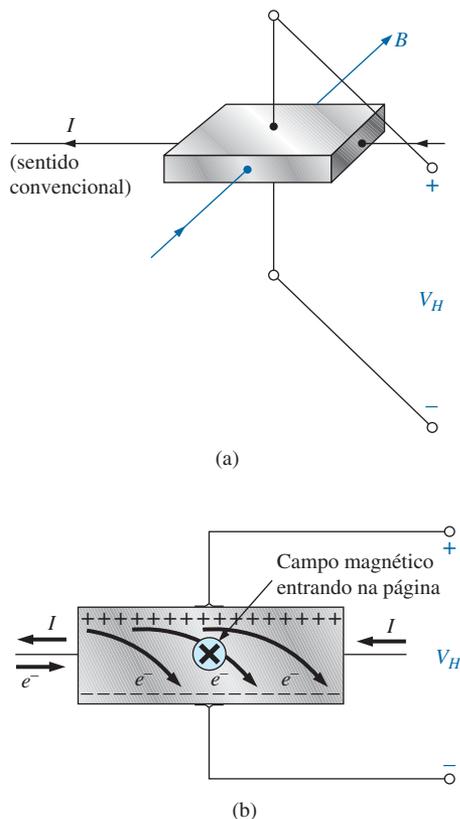
### Sensor de efeito Hall

O sensor de efeito Hall é um dispositivo semicondutor que gera tensão de saída quando exposto a um campo magnético. Sua construção básica consiste de um bloco de material semicondutor percorrido por uma corrente, como mostra a Figura 12.27(a). Se aplicarmos um campo magnético perpendicular à direção da corrente, como ilustra a figura, uma tensão  $V_H$  será gerada entre os dois terminais, conforme mostra a Figura 12.27(a). Essa tensão se deve à separação entre cargas positivas e negativas causada pela força de Lorentz, estudada pela primeira vez pelo Professor Hendrick Lorentz no final do século XIX. Ele descobriu que, ao serem submetidos a um campo magnético, os elétrons estão sujeitos à ação de uma força proporcional à sua velocidade e à intensidade do campo magnético. A direção da força é determinada pela regra da mão esquerda. Coloque o dedo indicador da mão esquerda na direção do campo magnético e o dedo médio na direção da corrente



**Figura 12.26** Alto-falante coaxial de alta fidelidade: (a) construção; (b) princípio de operação; (c) corte transversal de um alto-falante real. (Cortesia da Electro-Voice, Inc.)

<sup>1</sup> Piezoelectricidade é a geração de uma pequena tensão resultante da pressão sobre certos tipos de cristais.



**Figura 12.27** Sensor de efeito Hall: (a) orientação dos parâmetros envolvidos; (b) efeito no fluxo de elétrons.

convencional, de acordo com a Figura 12.27(b). Nesse caso, o polegar, quando orientado perpendicularmente ao dedo indicador, apontará na direção da força a que os elétrons são submetidos. Na Figura 12.27(b), a força faz com que os elétrons se acumulem na parte de cima do semicondutor (conectado ao terminal negativo da tensão  $V_H$ ), deixando uma carga positiva na parte superior do material (conectado ao terminal positivo de  $V_H$ ). Quanto maior a intensidade da corrente ou a força do campo magnético, maior a tensão induzida,  $V_H$ .

Portanto, em essência, o sensor de efeito Hall pode ser utilizado para medir a intensidade de um campo magnético ou a corrente por um dispositivo, dependendo de qual dessas duas quantidades for mantida constante. Duas aplicações desse sensor são evidentes — medir a força de um campo magnético na vizinhança do sensor (aplicando-se uma corrente fixa) e medir a intensidade de corrente através do sensor (sendo conhecida a força do campo magnético em torno do sensor). O gaussímetro mostrado na Figura 11.14 usa um sensor de efeito Hall. No aparelho, uma corrente constante é aplicada ao sensor, e a tensão  $V_H$  indica a intensidade relativa do campo magnético. Por meio de amplificação, calibração e do uso de uma escala

adequada, um medidor pode indicar diretamente a intensidade do campo em gauss.

Existem muitas aplicações interessantes e inovadoras para os sensores de efeito Hall. Eles são bastante utilizados como dispositivos em um sistema de alarme em grandes lojas de departamento cujo objetivo é dificultar o roubo de mercadorias. Uma pequena tira magnética, presa à mercadoria, dispara um alarme sonoro quando um cliente atravessa as portas de saída sem ter pago pelo produto. O sensor, a fonte de corrente e o sistema de controle ficam perto das portas de saída. Quando o cliente efetua o pagamento, o caixa remove a tira magnética ou a desmagnetiza, aplicando um campo magnético que reduz o magnetismo residual da faixa a praticamente zero.

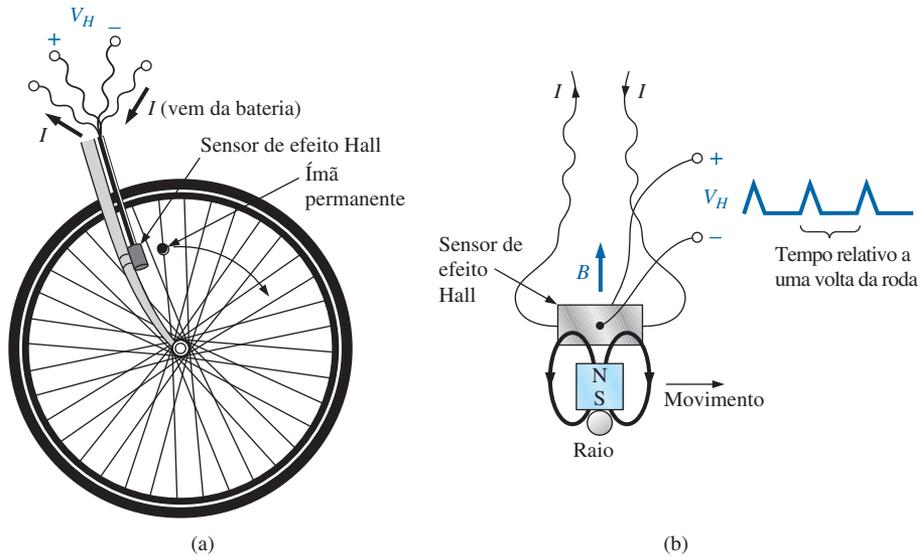
O sensor de efeito Hall também é usado para indicar a velocidade de uma bicicleta em um display digital montado no guidão. Como vemos na Figura 12.28(a), o sensor é montado no garfo da bicicleta, e um pequeno ímã permanente é fixado a um dos raios da sua roda dianteira. O ímã tem de ser fixado cuidadosamente, de modo que ele passe nas proximidades do sensor. Quando isso acontece, o sensor é submetido a um campo magnético variável, como se pode ver na Figura 12.28(b), o que causa o aparecimento de uma tensão entre os terminais da sonda. Considerando uma bicicleta de aro 26, o comprimento da circunferência da roda será de aproximadamente 82 polegadas (2 m). Depois de percorrer 1 milha (1,6 km), o número de rotações será:

$$5280 \text{ p\ss} \left( \frac{12 \text{ pol.}}{1 \text{ p\ss}} \right) \left( \frac{1 \text{ rota\ss,o}}{82 \text{ pol.}} \right) \cong 773 \text{ rota\ss}$$

Se a bicicleta estiver se movendo a 20 milhas por hora (32 km/h), a frequência dos pulsos de tensão será 4,29 pulsos por segundo. É interessante notar que a essa velocidade a roda completa aproximadamente 4 revoluções por segundo, e que o número total de revoluções após a bicicleta percorrer 32 km é 15.460.

### Chave magnética reed

Um dos tipos de chaves mais usados em sistemas de alarme é a *chave magnética reed*, mostrada na Figura 12.29. Como se vê, a chave reed possui dois componentes — um ímã permanente, que é montado no elemento móvel (porta, janela, entre outros), e a chave reed, que é conectada ao circuito elétrico de controle. A chave reed é constituída de duas palhetas feitas de uma liga de ferro (ferromagnético) e encapsuladas em um invólucro hermeticamente fechado. As extremidades das duas palhetas não se tocam, mas ficam muito próximas. Na ausência de um campo magnético, elas permanecem separadas. Entretanto, se um campo magnético for produzido próximo às



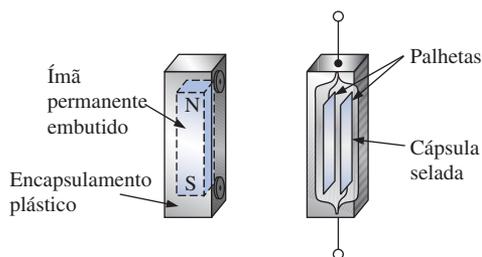
**Figura 12.28** Obtenção da velocidade de uma bicicleta utilizando um sensor de efeito Hall: (a) montagem dos componentes; (b) tensão induzida no sensor (resposta do efeito Hall).

palhetas, elas se atrairão, pois as linhas de campo procuram sempre o caminho de menor relutância, e, quando possível, estabelecem esse caminho de relutância mínima. A situação é semelhante àquela na qual aproximamos uma barra de material ferromagnético das extremidades de um ímã em forma de 'U'. A barra é atraída para os polos do ímã, de modo a formar um circuito magnético sem entreferros e com a menor relutância possível. Quando as palhetas estão separadas, a resistência entre elas é maior que  $100\text{ M}\Omega$ , enquanto no momento em que se tocam, a resistência cai para menos de  $1\ \Omega$ .

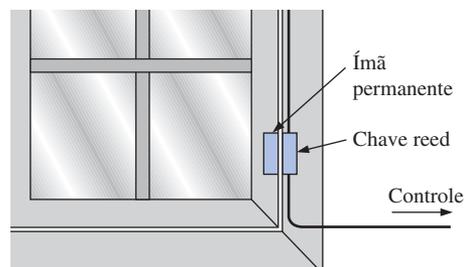
A Figura 12.30 mostra uma chave reed instalada na moldura de uma janela e um ímã permanente é montado na parte móvel da janela. Quando fechada, como ilustra a Figura 12.30, o ímã e a chave reed estão suficientemente próximos para estabelecer um contato entre as palhetas, permitindo a passagem de corrente pela chave reed para o painel de controle. A existência dessa corrente é interpretada pelo sistema de controle como uma situação normal.

Se a janela for aberta, o ímã permanente se afasta da chave reed, e a chave se abre. A corrente através da chave é interrompida, fazendo soar o alarme.

Uma das vantagens da chave magnética reed é que seu funcionamento pode ser testado facilmente com a ajuda de um pequeno ímã. Basta aproximá-lo e afastá-lo da chave reed e observar a resposta de saída. Não há necessidade de abrir e fechar continuamente portas e janelas. Além disso, as palhetas ficam no interior de um invólucro hermeticamente fechado que impede que sejam danificadas pela oxidação ou por objetos estranhos, fazendo com que esse dispositivo tenha uma vida útil extremamente longa. As chaves magnéticas reed são fabricadas em grande variedade de formas e tamanhos, o que permite instalá-las em locais discretos. Um dos modelos é constituído por dois pequenos discos que podem ser instalados na borda de uma porta e em sua moldura, de modo que apenas dois pequenos discos sejam vistos quando a porta é aberta.



**Figura 12.29** Chave magnética (reed).



**Figura 12.30** Uso de uma chave magnética reed para monitorar o estado de uma janela.

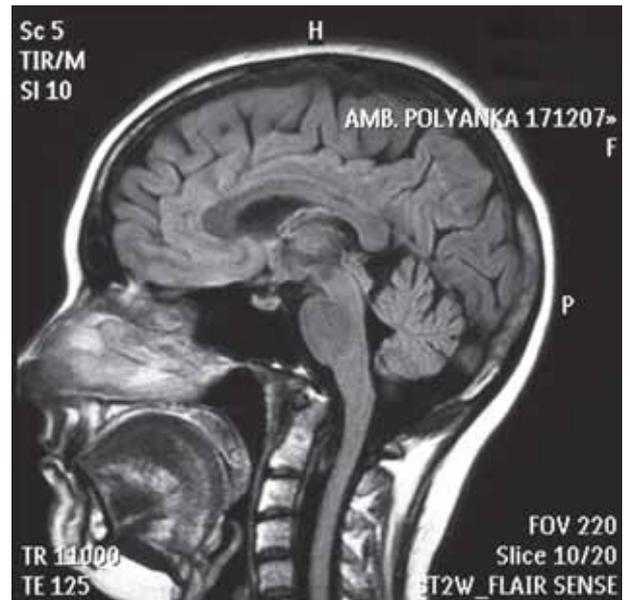
## Formação de imagens por ressonância magnética

A formação de imagens por ressonância magnética (MRI — *magnetic resonance imaging*) fornece imagens em corte do corpo humano para diagnóstico e tratamento médico. Essa técnica não expõe o paciente aos potencialmente perigosos raios X nem exige material de contraste como o que é usado na tomografia axial computadorizada (CAT — *computerized axial tomography*).

Os três principais componentes de um sistema de MRI são um grande eletroímã, uma mesa móvel que transporta o paciente para o interior do eletroímã e uma mesa de controle, como mostra a Figura 12.31. A imagem é obtida colocando-se o paciente no interior do eletroímã, em uma posição que depende da parte do corpo a ser examinada, e aplicando-se um forte campo magnético que provoca o alinhamento dos momentos magnéticos dos núcleos de certos átomos do corpo do paciente. Em seguida, são aplicadas ondas de rádio de diferentes frequências na região de interesse, e quando a frequência dessas ondas coincide com a frequência natural dos átomos, os núcleos entram em um estado de ressonância, absorvendo energia do sinal aplicado. Quando o sinal de rádio é removido, os núcleos emitem essa energia na forma de sinais fracos, mas que podem ser detectados. A duração e intensidade desses sinais variam de um tipo de tecido para o outro no corpo. Os sinais fracos são amplificados, digitalizados e usados para produzir uma imagem em corte, como a mostra a Figura 12.32. Uma unidade mais aberta foi desenvolvida como mostra a Figura 12.33, que elimina grande parte do desconforto.



**Figura 12.31** Equipamento de obtenção de imagem por ressonância magnética. (Cortesia da haak78/Shutterstock)



**Figura 12.32** Imagem obtida por ressonância magnética. (Cortesia da iStockphoto/Getty Images)



**Figura 12.33** Equipamento de obtenção de imagens por ressonância magnética (versão aberta). (Cortesia da Picsfive/Shutterstock)

## PROBLEMAS

### Seção 12.2 Campo magnético

- Usando o Apêndice E, preencha as lacunas da tabela a seguir. Indique as unidades de cada grandeza.

	$\Phi$	$B$
SI	$5 \times 10^{-4} \text{ Wb}$	$8 \times 10^{-4} \text{ T}$
CGS	_____	_____
Inglês	_____	_____

- Repita o Problema 1 usando a seguinte tabela para uma área de 2 polegadas<sup>2</sup>:

	$\Phi$	$B$
SI	_____	_____
CGS	60.000 maxwells	_____
Inglês	_____	_____

- Considerando o eletroímã mostrado na Figura 12.34:
  - Calcule a densidade de fluxo no núcleo.
  - Faça um esboço das linhas de campo e indique o seu sentido.
  - Assinale os polos norte e sul do eletroímã.

### Seção 12.3 Relutância

- Em qual das amostras vistas na Figura 12.35 — (a), (b) ou (c) — a relutância é maior ao longo da maior dimensão?

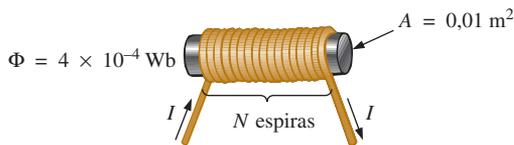


Figura 12.34 Problema 3.

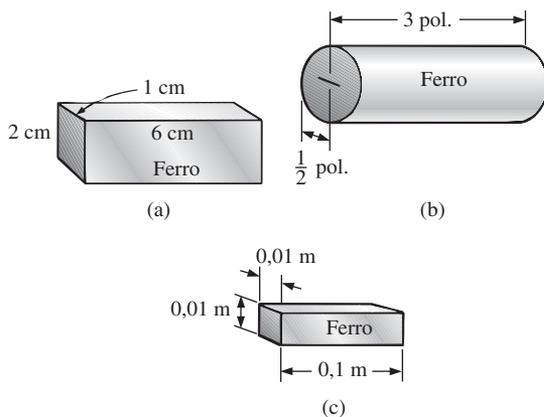


Figura 12.35 Problema 4.

### Seção 12.4 Lei de Ohm para circuitos magnéticos

- Determine a relutância de um circuito magnético se um fluxo  $\Phi = 4.2 \times 10^{-4}$  é estabelecido por uma fmm de 400 Ae.
- Repita o Problema 5 para  $\Phi = 72.000$  maxwells e uma fmm de 120 gilberts.

### Seção 12.5 Força magnetizante

- Calcule a força magnetizante  $H$  para a situação do Problema 5 em unidades do sistema SI se o circuito magnético tem 6 polegadas de comprimento.
- Se uma força magnetizante  $H$  de 600 Ae/m é aplicada em um circuito magnético, uma densidade de fluxo  $B$  de  $1.200 \times 10^{-4} \text{ Wb/m}^2$  é estabelecida. Calcule a permeabilidade  $\mu$  de um material no qual a mesma força magnetizante causaria uma densidade de fluxo duas vezes maior.

### Seção 12.6–12.9 Histerese a circuitos magnéticos em série

- Para o circuito magnético em série visto na Figura 12.36, determine a corrente  $I$  necessária para estabelecer o fluxo magnético indicado.
- Determine a corrente necessária para estabelecer um fluxo  $\Phi = 3 \times 10^{-4} \text{ Wb}$  no circuito magnético em série mostrado na Figura 12.37.
- Calcule o número  $N_1$  de espiras necessário para estabelecer um fluxo  $\Phi = 12 \times 10^{-4} \text{ Wb}$  no circuito magnético da Figura 11.38.
  - Calcule a permeabilidade  $\mu$  do material.

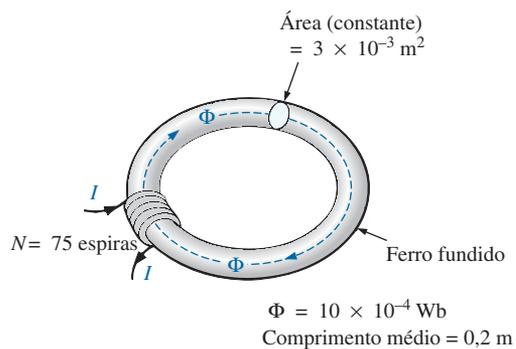


Figura 12.36 Problema 9.

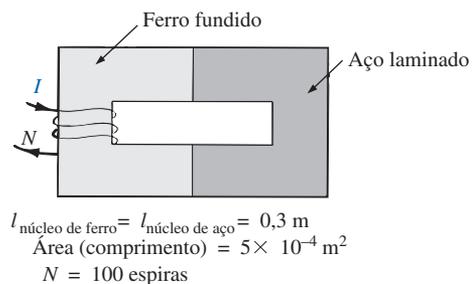


Figura 12.37 Problema 10.

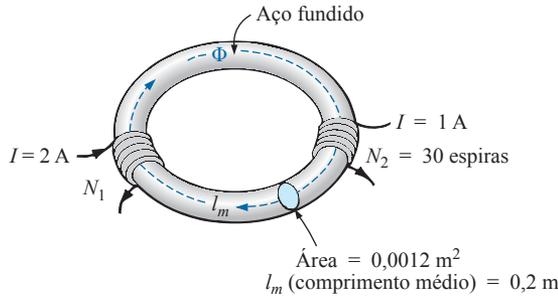


Figura 12.38 Problema 11.

12. a) Determine a fmm ( $NI$ ) necessária para estabelecer um fluxo  $\Phi = 80.000$  linhas no circuito magnético visto na Figura 12.39.  
 b) Calcule as permeabilidades dos dois materiais.
- \*13. Para o circuito magnético em série visto na Figura 12.40, no qual existem duas fontes de ‘pressão’ magnética, determine a corrente  $I$ . As duas fmm aplicadas estabelecem fluxos magnéticos no sentido horário.

Seção 12.10 Entreferras

14. a) Calcule a corrente  $I$  necessária para estabelecer um fluxo magnético  $\Phi = 2,4 \times 10^{-4}$  Wb no circuito magnético mostrado na Figura 12.41.  
 b) Compare a queda de fmm no entreferro com a queda no resto do circuito magnético. Discuta os resultados à luz dos valores de  $\mu$  para cada material.

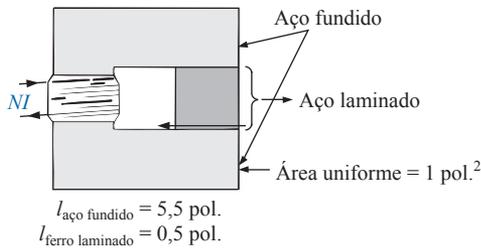


Figura 12.39 Problema 12.

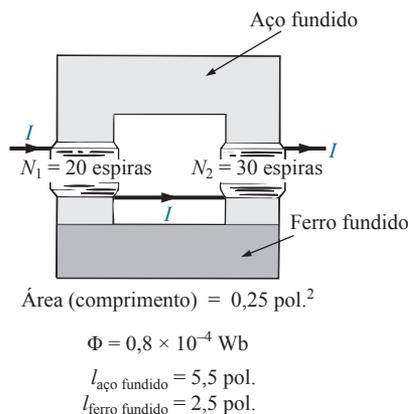


Figura 12.40 Problema 13.

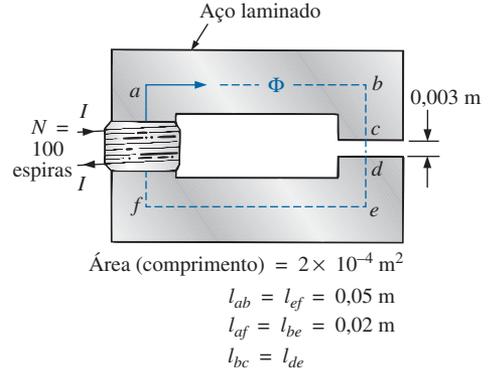


Figura 12.41 Problema 14.

- \*15. A força exercida sobre o martelo de campainha ilustrado na Figura 12.42 é dada por:

$$f = \frac{1}{2} NI \frac{d\phi}{dx} \quad (\text{newtons})$$

onde  $d\phi/dx$  é a taxa de variação do fluxo magnético no interior da bobina quando o martelo for puxado para o seu interior. Essa taxa de variação é máxima quando o martelo ocupa de 25 por cento (1/4) a 75 por cento (3/4) do espaço inteiro da bobina. Se nesse trecho do percurso  $\Phi$  varia de  $0,5 \times 10^{-4}$  Wb para  $8 \times 10^{-4}$  Wb, qual é a força exercida sobre o martelo?

16. Determine a corrente  $I_1$  necessária para estabelecer um fluxo  $\Phi = 2 \times 10^{-4}$  Wb no circuito magnético da Figura 12.43.

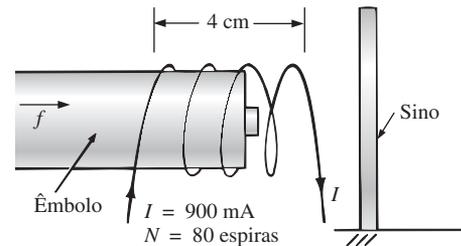


Figura 12.42 Campainha de porta do Problema 15.

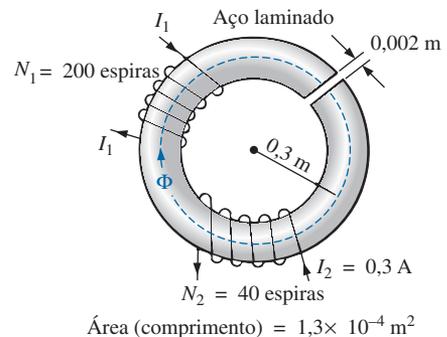


Figura 12.43 Problema 16.

- \*17. a) Um fluxo de  $0,2 \times 10^{-4}$  Wb estabelece uma força de atração suficiente para que o solenoide ilustrado na Figura 12.44 atraia a armação para vencer a resistência da mola e fechar os contatos. Calcule a corrente necessária para estabelecer esse fluxo, considerando que toda a queda de fmm ocorre no entreferro.
- b) A força exercida sobre a armação é dada pela equação:

$$F(\text{newtons}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_g^2 A}{\mu_0}$$

onde  $B_g$  é a densidade de fluxo no entreferro e  $A$ , a área comum do entreferro. Calcule a força em newtons a que é submetida a armadura quando o fluxo  $\Phi$  tiver o valor especificado no item (a).

**Seção 12.11** Circuitos magnéticos em série-paralelo

- \*18. Calcule para o circuito magnético em série-paralelo da Figura 12.45 o valor de  $I$  necessário para estabelecer um fluxo no entreferro  $\Phi_g = 2 \times 10^{-4}$  Wb.

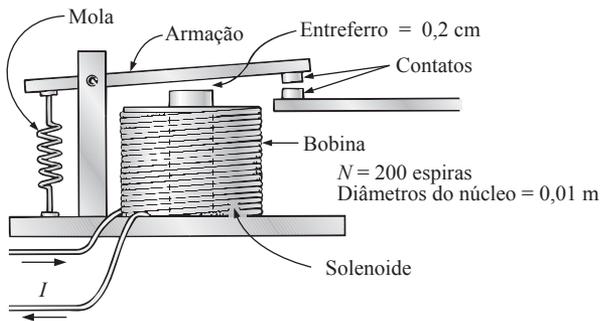


Figura 12.44 Relé do Problema 17.

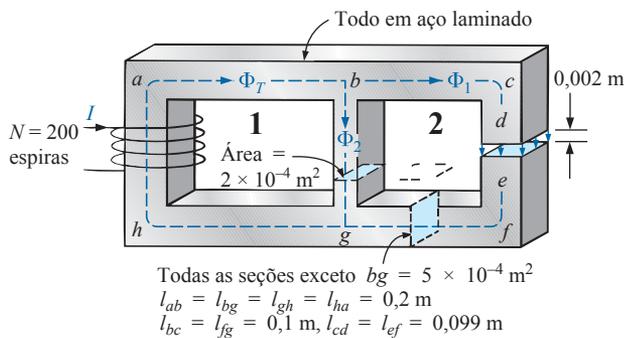


Figura 12.45 Problema 18.

**Seção 12.12** Determinação de  $\Phi$

19. Calcule o valor do fluxo magnético  $\Phi$  no circuito em série da Figura 12.46.
- \*20. Calcule o valor do fluxo magnético no circuito magnético em série visto na Figura 12.47.
- \*21. Observe que a curva  $B$ - $H$  para o aço fundido (veja a Figura 12.7) é semelhante à curva da tensão entre os terminais de um capacitor quando ele é carregado até o seu valor final.
- Fazendo uma analogia com a equação para a tensão entre os terminais de um capacitor, escreva uma equação para  $B$  em função de  $H$  [ $B = f(H)$ ] para o caso do aço fundido.
  - Verifique a equação para  $H = 900 \text{ Ae/m}, 1.800 \text{ Ae/m}$  e  $2.700 \text{ Ae/m}$ .
  - Usando a equação obtida no item (a), obtenha a função inversa de  $B[H = f(B)]$ .
  - Teste a validade da expressão obtida no item (c) para  $B = 1 \text{ T}$  e  $B = 1,4 \text{ T}$ .
  - Usando o resultado do item (c), resolva o problema do Exemplo 12.1 e compare o valor de  $I$  com o que foi obtido originalmente.

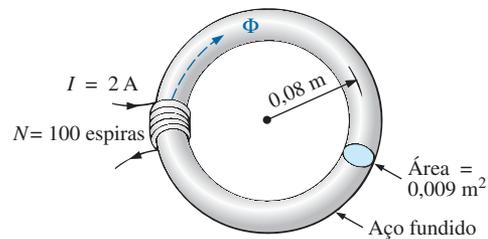


Figura 12.46 Problema 19.

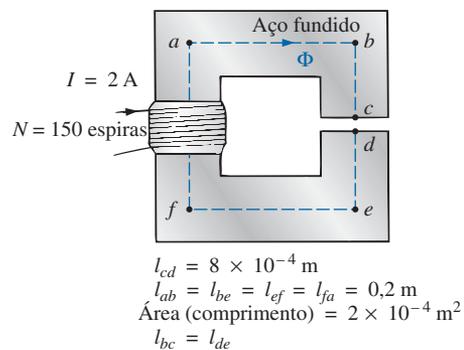


Figura 12.47 Problema 20.

## GLOSSÁRIO

**Densidade de fluxo magnético ( $B$ ):** Medida do fluxo por unidade de área perpendicular às linhas de campo. Sua unidade de medida é o tesla (T) ou webers por metro quadrado ( $\text{Wb}/\text{m}^2$ ).

**Domínio:** Grupo de átomos magneticamente alinhados.

**Eletromagnetismo:** Efeitos magnéticos resultantes do fluxo de cargas (corrente).

**Força magnetizante ( $H$ ):** Medida da força magnetomotriz por unidade de comprimento do circuito magnético.

**Força magnetomotriz (fmm) ( $\mathcal{F}$ ):** ‘Pressão’ necessária para estabelecer um fluxo magnético em um material ferromagnético. É medida em ampères-espiras (Ae).

**Histerese:** Defasagem entre a densidade de fluxo em um material e a força de magnetização aplicada.

**Ímã permanente:** Materiais tais como o aço ou o ferro que se mantêm magnetizados por longos períodos de tempo sem a ajuda de uma fonte externa.

**Lei circuital de Ampère:** Lei segundo a qual a soma algébrica das elevações e das quedas da força magnetomotriz (fmm) em uma malha fechada de um circuito magnético é igual a zero.

**Linhas de fluxo magnético:** Linhas de natureza contínua que revelam a intensidade e a orientação do campo magnético.

**Materiais ferromagnéticos:** Materiais cuja permeabilidade é centenas ou até milhares de vezes maior que a do espaço livre.

**Permeabilidade ( $\mu$ ):** Medida da facilidade com que um campo magnético pode se estabelecer em um material. É medida em  $\text{Wb}/\text{Am}$ .

**Permeabilidade relativa ( $\mu_r$ ):** Razão entre a permeabilidade de um material e a do espaço livre.

**Relutância ( $\mathcal{R}$ ):** Grandeza determinada pelas características físicas de um material que fornece uma indicação da ‘relutância’ do material em se deixar atravessar por um fluxo magnético. É medida em rels ou  $\text{Ae}/\text{Wb}$ .