

Indutores



Objetivos

- Familiarizar-se com a construção básica de um indutor e com os fatores que afetam a intensidade do campo elétrico estabelecido pelo elemento e aprender a ler os dados da placa de identificação.
- Ser capaz de determinar a resposta transitória (que varia com o tempo) de um circuito indutivo e de representar graficamente as tensões e as correntes resultantes.
- Compreender o impacto de combinar indutores em série e em paralelo.
- Desenvolver alguma familiaridade com o uso do PSpice ou do Multisim para analisar circuitos com elementos indutivos.

11.1 INTRODUÇÃO

Três componentes básicos aparecem na maioria dos sistemas eletroeletrônicos usados hoje em dia. Eles incluem o *resistor* e o *capacitor*, que já foram introduzidos, e o **indutor**, a ser examinado em detalhes neste capítulo. De muitas maneiras, o indutor é o dual do capacitor; isto é, o que vale para a tensão de um é aplicável à corrente do outro, e vice-versa. Na realidade, algumas seções neste capítulo se assemelham àquelas no Capítulo 10 sobre o capacitor. Assim como o capacitor, *o indutor exibe suas verdadeiras características apenas quando ocorre uma mudança na tensão ou na corrente do circuito.*

Lembre-se de que vimos no Capítulo 10 que um capacitor pode ser substituído por um circuito aberto equivalente sob condições de estado estacionário. Você verá neste capítulo que um indutor pode ser substituído por um curto-circuito equivalente sob condições de estado estacionário. Por fim, você aprenderá que, embora os resistores dissipem a energia fornecida a eles na forma de calor, capacitores ideais armazenam a energia fornecida a eles na forma de campo elétrico. Indutores, no sentido ideal, são como capacitores no sentido de que também armazenam a energia fornecida a eles — mas na forma de campo magnético.

11.2 CAMPO MAGNÉTICO

O magnetismo representa uma parte importante em quase todos os equipamentos elétricos usados atualmente, sejam industriais, de pesquisa ou domésticos. Geradores, motores elétricos, transformadores, disjuntores, aparelhos de televisão, computadores, gravadores e telefones empregam efeitos magnéticos para realizar uma variedade de tarefas importantes.

A bússola, que já era utilizada pelos marinheiros chineses no século II d.C., usa um **ímã permanente** para indicar a localização do polo norte terrestre. Os ímãs permanentes são feitos de materiais como o aço e o ferro, que permanecem magnetizados por longos períodos de tempo sem necessidade de uma fonte externa de energia.

Em 1820, o físico dinamarquês Hans Christian Oersted descobriu que a agulha de uma bússola deflete quando é colocada nas proximidades de um fio percorrido por corrente. Essa foi a primeira evidência experimental de uma relação entre a eletricidade e o magnetismo, e, no mesmo ano, o físico Francês André-Marie Ampère realizou experiências nesse campo e formulou uma lei que hoje é conhecida como **lei de Ampère para circuitos magnéticos** (ou simplesmente **lei circuital de Ampère**). Nos anos subsequentes, Michael Faraday, Karl Friedrich Gauss

e James Clerk Maxwell deram continuidade às pesquisas nessa área e desenvolveram muitos dos conceitos básicos do **eletromagnetismo** — efeitos magnéticos induzidos por fluxo de carga ou por corrente.

No espaço em torno de um ímã permanente, existe um campo magnético que pode ser representado por **linhas de campo magnético** semelhantes às linhas de campo elétrico. Entretanto, as linhas de campo magnético não têm pontos de origem e terminação como as linhas de campo elétrico, mas formam curvas fechadas, como podemos ver na Figura 11.1.

As linhas de campo magnético se dirigem do polo norte para o polo sul, retornando ao polo norte através da barra metálica. Observe na Figura 11.1 que as linhas de campo estão igualmente espaçadas no interior da barra e distribuídas simetricamente no seu exterior. Essas são propriedades adicionais exibidas pelas linhas magnéticas de campo em materiais homogêneos (ou seja, em materiais cuja composição é uniforme). Também é importante entender que as linhas de campo magnético procuram ocupar a menor área possível. Isso resulta em linhas de campo magnético com um mínimo de comprimento entre polos de tipos diferentes, como mostra a Figura 11.2. A intensidade do campo magnético em uma dada região é diretamente proporcional à densidade de linhas de campo nessa região. Na Figura 11.1, por exemplo, a intensidade em a é duas vezes a intensidade em b , pois o número de linhas de campo que atravessam uma área perpendicular a essas linhas em a é o dobro do número de linhas que atravessam uma área semelhante em b . Caso tenha feito experiências com ímãs quando criança, você deve se

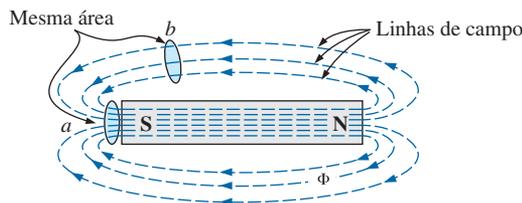


Figura 11.1 Linhas de campo magnético para um ímã permanente.

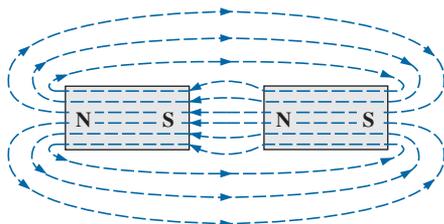


Figura 11.2 Linhas de campo magnético para um sistema de dois ímãs com polos opostos adjacentes.

lembrar de que a força dos ímãs permanentes é maior na proximidade dos polos.

Se aproximarmos os polos opostos de dois ímãs permanentes, eles se atrairão, e a distribuição de linhas de campo será como ilustra a Figura 11.2. Se aproximarmos polos do mesmo tipo, eles se repelirão, e a distribuição de linhas de campo será como mostra a Figura 11.3.

Se colocarmos um material não magnético, como vidro ou cobre, nas proximidades de um ímã permanente, a distribuição de linhas de campo sofrerá uma alteração quase imperceptível (veja a Figura 11.4). Entretanto, se um material magnético, como o ferro doce, for colocado nas proximidades do ímã, as linhas de campo passarão pelo ferro, em vez de pelo ar, porque passam com mais facilidade por materiais magnéticos do que pelo ar. Esse princípio é usado na prática para construir blindagens magnéticas para proteger componentes e instrumentos elétricos sensíveis da ação de campos magnéticos presentes no ambiente (veja a Figura 11.5).

Existe um campo magnético (representado por linhas de campo circulares concêntricas, como mostra a Figura 11.6) em torno de qualquer fio percorrido por uma corrente. Para determinar a direção e o sentido das linhas de campo, basta colocar o polegar da mão *direita* ao longo do sentido *convencional* da corrente e observar a posição dos outros dedos (esse método é normalmente chamado

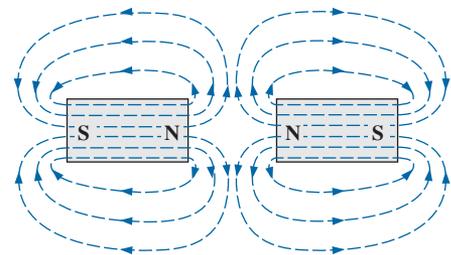


Figura 11.3 Linhas de campo magnético para um sistema de dois ímãs com polos iguais.

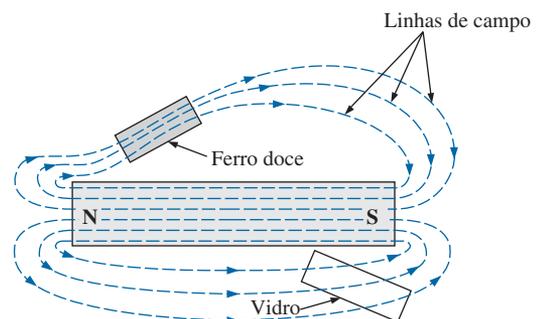


Figura 11.4 Efeito de uma amostra de material ferromagnético sobre as linhas de campo de um ímã permanente.

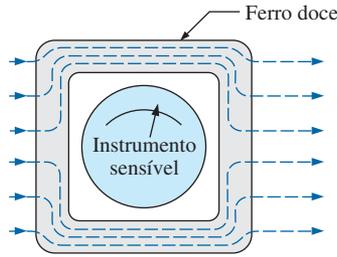


Figura 11.5 Efeito de uma blindagem magnética sobre as linhas de campo.

de regra da mão direita). Se o condutor for enrolado formando uma espira (veja a Figura 11.7), as linhas de campo resultantes terão a mesma direção e o mesmo sentido no centro da espira. Uma bobina com mais de uma espira produzirá um campo magnético com um caminho contínuo em torno da bobina (veja a Figura 11.8).

A distribuição das linhas de campo de uma bobina é bastante similar à de um ímã permanente. As linhas de campo saem da bobina pelo lado esquerdo e entram pelo lado direito, simulando os polos norte e sul, respectivamente. A principal diferença entre as duas distribuições é que as linhas de campo são mais concentradas no caso do ímã permanente do que no caso da bobina. Também, como a intensidade do campo magnético é determinada pela densidade da linhas de campo, a bobina apresenta um campo mais fraco. A intensidade do campo gerado pela bobina pode ser efetivamente aumentada inserindo-se no

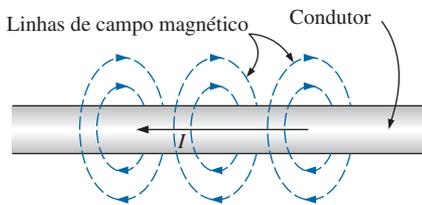


Figura 11.6 Linhas de campo nas proximidades de um condutor percorrido por corrente.

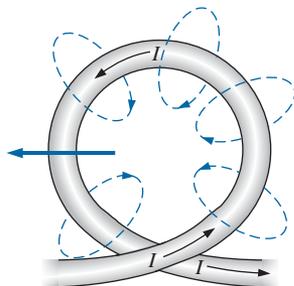


Figura 11.7 Distribuição de fluxo em uma bobina de uma espira percorrida por corrente.

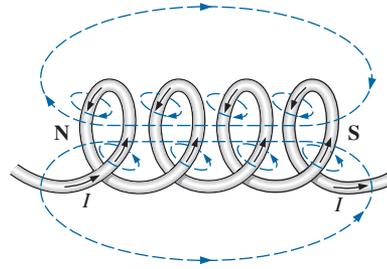


Figura 11.8 Linhas de campo em uma bobina percorrida por corrente.

núcleo determinados materiais como ferro, aço ou cobalto, para aumentar a densidade de fluxo no interior da bobina. Aumentando a intensidade do campo magnético com a introdução de um núcleo, criamos um *eletroímã* (veja a Figura 11.9) que, além de apresentar todas as propriedades de um ímã permanente, produz um campo magnético cuja intensidade pode ser modificada alterando-se um dos seus parâmetros (corrente, números de espiras etc.). É claro que uma corrente tem de circular através da bobina do eletroímã para gerar um fluxo magnético, enquanto isso não é necessário no caso de um ímã permanente. O sentido das linhas de campo produzidas pelo eletroímã (ou por qualquer fio enrolado em um núcleo) podem ser determinadas; basta colocar os dedos da mão direita no sentido da corrente ao redor do núcleo. O polegar da mão direita apontará para o polo norte do eletroímã, como ilustra a Figura 11.10(a). Um corte transversal do mesmo eletroímã é mostrado na Figura 11.10(b) para introduzir a convenção do sentido da corrente perpendicular à folha. A cruz e o ponto representam a extremidade posterior e a ponta de uma seta, respectivamente.

No sistema SI de unidades, o fluxo magnético é medido em **webers (Wb)**, em homenagem ao cientista alemão Wilhelm Eduard Weber (veja a Figura 11.11), e é representado pelo símbolo ϕ (letra grega *phi*). O número de linhas de campo por unidade de área é chamado de **densidade de fluxo magnético**, representado pela letra B e medido em **teslas (T)**, em homenagem ao cientista croata do fim do século XIX Nicola Tesla (veja a Figura 11.12).

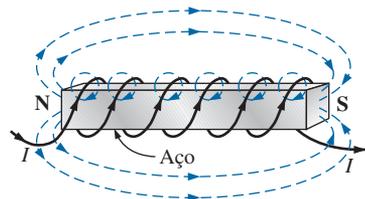


Figura 11.9 Eletroímã.

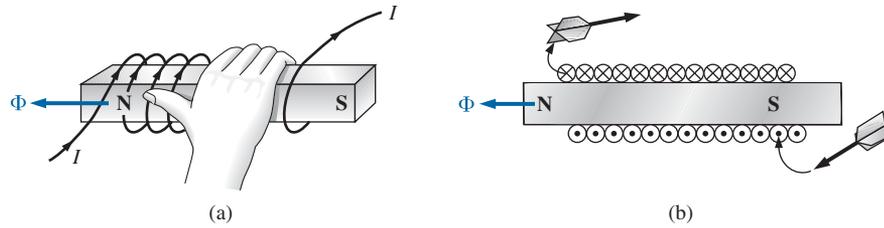


Figura 11.10 Determinação do sentido das linhas de campo no interior de um eletroímã: (a) método; (b) notação.



Figura 11.11 Wilhelm Eduard Weber.
Cortesia do Smithsonian Institute Library.

Alemão (Wittenburg, Göttingen)
(1804-1891) Físico
Professor de física, Universidade de Göttingen

Sua contribuição foi importante para o estabelecimento de um sistema de *unidade absoluta* no estudo do eletromagnetismo que começava a se tornar uma área de pesquisa muito ativa. Criou uma definição de corrente elétrica baseada no campo magnético produzido pelo movimento de cargas. Foi um militante político, tendo sido demitido da Universidade de Göttingen por protestar contra a suspensão dos direitos constitucionais pelo rei de Hannover em 1837. Entretanto, trabalhou em outras faculdades e finalmente retornou a Göttingen como diretor do observatório astronômico. Recebeu honrarias na Inglaterra, na França e na Alemanha, entre elas a medalha Copley da Royal Society de Londres.

Sua intensidade é determinada pela seguinte equação:

$$B = \frac{\Phi}{A} \quad \begin{array}{l} B = \text{Wb/m}^2 = \text{teslas (T)} \\ \Phi = \text{webers (Wb)} \\ A = \text{m}^2 \end{array} \quad (11.1)$$

onde Φ é o número de linhas de campo que atravessam a superfície A (veja a Figura 11.13). No caso da Figura 11.1, a densidade de fluxo é duas vezes maior em a que aquela em b , pois em a temos duas vezes mais linhas de campo atravessando a mesma área.

Na Equação 11.1, a equivalência é dada por:

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 \quad (11.2)$$



Figura 11.12 Nikola Tesla.
Cortesia da Biblioteca do Congresso, Washington, EUA.

Croata-americano (Smiljam, Paris, Colorado Springs, cidade de Nova York)
(1856-1943) Engenheiro eletricitista e inventor. Recebeu a medalha Edison em 1917

Frequentemente lembrado como uma das pessoas mais inventivas e inovadoras da história da ciência. Inventou o *motor de corrente alternada*, que elimina a necessidade das barras de comutação do motor de corrente contínua. Após emigrar para os Estados Unidos, em 1884, vendeu algumas de suas patentes de *motores de corrente alternada*, *transformadores* e *bobinas de indução* (dentre elas a bobina Tesla, como é conhecida hoje) para a Westinghouse Electric Company. Alguns afirmam que sua descoberta mais importante foi feita em seu laboratório em Colorado Springs, onde em 1900 descobriu as *ondas estacionárias terrestres*. A lista de suas descobertas e invenções é muito extensa para ser apresentada aqui, mas ela se estende de sistemas de iluminação a *sistemas de alimentação polifásicos* e de *radiodifusão de longas distâncias*.

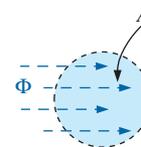


Figura 11.13 Definição da densidade de fluxo B.

que estabelece em palavras que se 1 weber de fluxo magnético passa através de uma área de 1 metro quadrado, a densidade de fluxo é 1 tesla.

Para o sistema CGS, o fluxo magnético é medido em maxwells e a densidade do fluxo, em gauss. No sistema inglês, o fluxo magnético é medido em linhas e a densidade do fluxo em linhas por polegada quadrada. A relação entre esses sistemas é definida no Apêndice E.

A densidade do fluxo de um eletroímã está diretamente relacionada ao número de espiras em torno do núcleo pela intensidade da corrente que atravessa o enrolamento. O produto dos dois, chamado de **força magnetomotriz**, é medido em **ampères-espira (Ae)** definido por:

$$\mathcal{F} = NI \quad (\text{ampère-espira, Ae}) \quad (11.3)$$

Em outras palavras, se você aumentar o número de espiras em torno do núcleo e/ou aumentar a corrente através do enrolamento, a força do campo magnético também aumentará. De muitas maneiras, a força magnetomotriz para circuitos magnéticos é similar à tensão aplicada em um circuito elétrico. Aumentar qualquer uma das duas resulta em aumento no efeito desejado: fluxo magnético para circuitos magnéticos e corrente para circuitos elétricos.

Para o sistema CGS, a força magnetomotriz é medida em gilberts, enquanto para o sistema inglês, ela é medida em ampères-espiras.

Outro fator que afeta a intensidade do campo magnético é o tipo de núcleo usado. Materiais nos quais as linhas de fluxo magnético podem ser prontamente estabelecidas são considerados **magnéticos**, e têm uma alta **permeabilidade**. Novamente, observe a similaridade com a palavra ‘permitir’ usada para descrever a permissividade para os dielétricos dos capacitores. Similarmente, a permeabilidade (representada pela letra grega μ , μ) de um material é uma medida da facilidade com que linhas de fluxo magnético podem ser estabelecidas no material.

Da mesma maneira que há um valor específico para a permissividade do ar, há um número específico associado com a permeabilidade do ar:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/A} \cdot \text{m} \quad (11.4)$$

Na prática, a permeabilidade de todos os materiais não magnéticos como cobre, alumínio, madeira, vidro e ar é a mesma do espaço livre. Materiais que têm permeabilidades ligeiramente menores que o espaço livre são chamados de **diamagnéticos**, e aqueles com permeabilidades ligeiramente maiores que o espaço livre são chamados de **paramagnéticos**. Materiais magnéticos como ferro, níquel, aço, cobalto e ligas desses metais têm permeabilidades centenas e até milhares de vezes maiores que as do

espaço livre. Materiais com permeabilidades muito altas são chamados de **ferromagnéticos**.

A razão da permeabilidade de um material em função do espaço livre é chamada de **permeabilidade relativa**, isto é,

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (11.5)$$

Em geral, para materiais ferromagnéticos, $\mu_r \geq 100$, e para materiais não magnéticos, $\mu_r = 1$.

Uma tabela de valores para μ que casasse com a tabela fornecida para níveis de permissividade de dielétricos específicos seria útil. Infelizmente, uma tabela como essa não pode ser fornecida, pois a *permeabilidade relativa é uma função das condições operacionais*. Se você mudar a força magnetomotriz aplicada, o nível de μ pode variar entre os limites extremos. Em um determinado nível de força magnetomotriz, a permeabilidade de um material pode ser 10 vezes maior que a permeabilidade de outro nível.

Um instrumento projetado para medir a densidade de fluxo em miligauss (sistema CGS) aparece na Figura 11.14. O medidor tem duas sensibilidades, 0,5 a 100 miligauss a 60 Hz e 0,2 e 3 miligauss a 60 Hz. Ele pode ser usado para medir a força do campo elétrico discutida no Capítulo 10 quando se seleciona a função ELÉTRICA. A escala de cima vai, então, fornecer uma leitura em quilovolts/metro. (Como curiosidade, o medidor da Figura 11.14 apareceu em programas de televisão como um dispositivo para detectar uma resposta ‘paranormal’). O Apêndice E revela que $1 \text{ T} = 10^4 \text{ gauss}$. O valor absoluto da leitura de 20 miligauss seria equivalente a

$$20 \text{ miligauss} \left(\frac{1 \text{ T}}{10^4 \text{ gauss}} \right) = 2 \mu \text{ T}$$



Figura 11.14 Miligaussímetro. (Cortesia do AlphaLab. Inc.)

Apesar de um dos objetivos deste capítulo ser introduzir os parâmetros que afetam os dados de identificação de um indutor, o uso do magnetismo tem uma ampla aplicação na indústria eletroeletrônica, como mostram algumas áreas de aplicação na Figura 11.15.

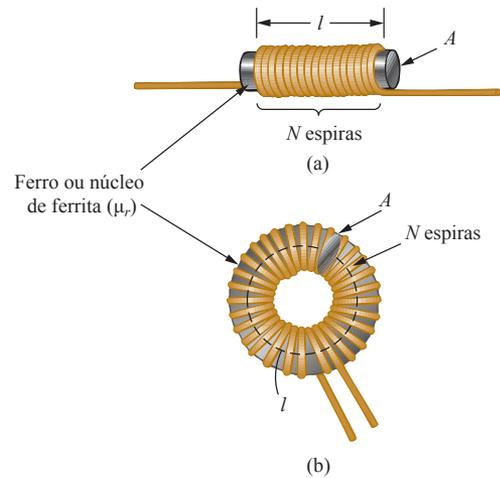
11.3 INDUTÂNCIA

Na seção anterior, aprendemos que enviar uma corrente através de uma bobina de espiras, com ou sem um núcleo, estabelece um campo magnético através da unidade, e cercado essa unidade. Esse componente, de construção um tanto simples (veja a Figura 11.16), é chamado de **indutor** (frequentemente chamado de **bobina**). Seu nível de **indutância** determina a força do campo magnético em torno da bobina por causa de uma corrente aplicada. Quanto mais alto o nível de indutância, maior a força do campo magnético. Em geral, portanto,

indutores são projetados para estabelecer um forte campo magnético na unidade, enquanto capacitores são projetados para estabelecer um forte campo elétrico entre as placas.

A indutância é medida em **henries (H)**, uma homenagem ao físico norte-americano Joseph Henry (veja a Figura 11.17). Entretanto, da mesma forma que o farad é uma unidade grande demais para a maioria das aplicações,

Figura 11.16 Definição dos parâmetros da Equação 11.6.



a maioria dos indutores está na faixa do milihenry (mH) ou microhenry (μH).

No Capítulo 10, 1 farad foi definido como um nível de capacitância que resultaria em 1 coulomb de carga nas placas devido à aplicação de 1 volt entre elas. Para os indutores,

1 henry é o nível de indutância que estabelecerá uma tensão de 1 volt através da bobina devido a uma variação na corrente de 1 A/s através da bobina.

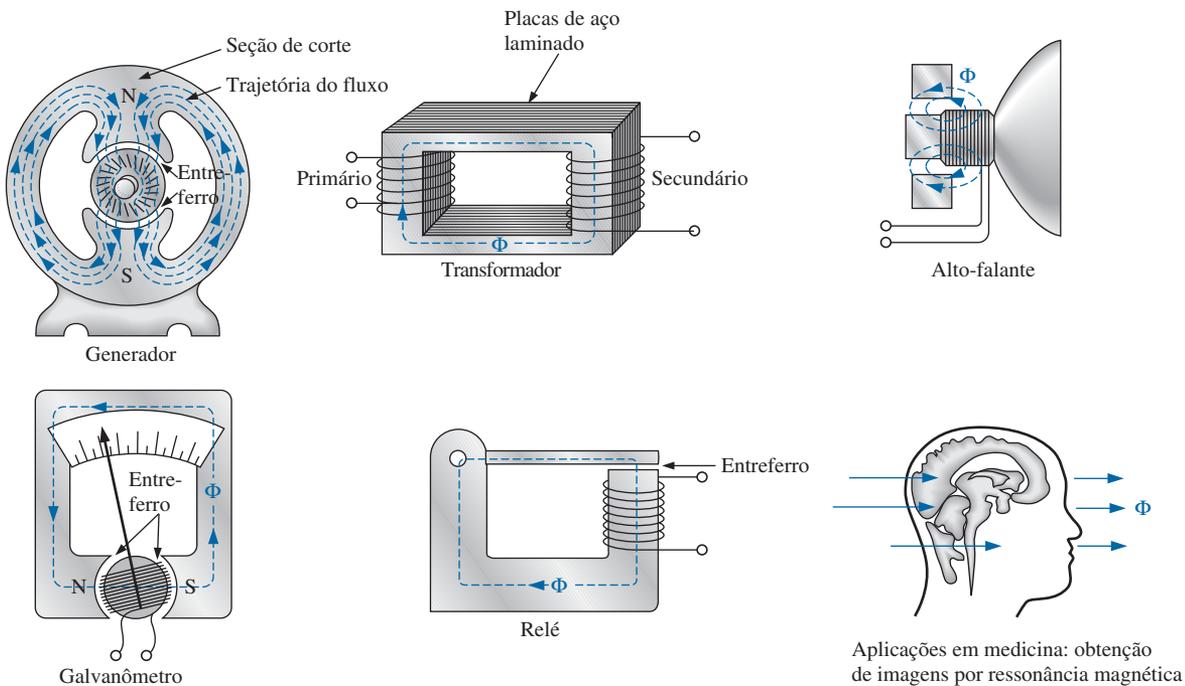


Figura 11.15 Algumas aplicações de efeitos magnéticos.



Figura 11.17 Joseph Henry.
Cortesia do Smithsonian Institute Library.

**Norte-americano (Albany, Princeton)
(1797-1878) Físico e Matemático
Professor de Filosofia Natural, Universidade de Princeton**

No início do século XIX, o título de Professor de Filosofia Natural era associado aos educadores que trabalhavam na área das ciências naturais. Como estudante e professor da Albany Academy, Henry realizou extensas pesquisas na área de eletromagnetismo. Ele melhorou o desempenho dos *eletroímãs* isolando o fio usado no enrolamento para permitir maior densidade de espiras. Um dos primeiros modelos era capaz de levantar um peso de 1.633 kg. Em 1832, descobriu o fenômeno da *autoindução* e publicou um artigo a respeito. Mais tarde, desenvolveu um transmissor e receptor telegráfico elétrico e pesquisou extensivamente as oscilações resultantes das descargas da *garrafa de Leyden*. Em 1845, foi eleito o primeiro secretário do Smithsonian Institution.

Construção do indutor

No Capítulo 10, descobrimos que a capacitância é sensível à área das placas, a distância entre as placas e o dielétrico empregado. O nível de indutância tem sensibilidades de construção similares, no sentido de que ele é dependente da área dentro da bobina, do comprimento da unidade e da permeabilidade do material do núcleo. Ele também é sensível ao número de espiras na bobina como mostra a equação a seguir e define a Figura 11.16 para dois dos formatos mais populares:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l} \quad (11.6)$$

μ = permeabilidade (Wb/A · m)
 N = número de espiras
 A = m²
 l = m
 L = henries (H)

Primeiro, observe que, tendo em vista que as espiras estão elevadas ao quadrado na equação, o número de voltas é um fator importante. Entretanto, também tenha em mente que quanto mais voltas houver, maior será a unidade. Se o fio for produzido fino demais para poder girar em volta do núcleo, a corrente especificada do indutor será limitada. Tendo em vista que níveis mais altos de permeabilidade resultam em níveis mais altos de fluxo magnético, a per-

meabilidade deveria aparecer, e aparece, no numerador da equação. Aumentar a área do núcleo ou diminuir o comprimento também aumenta o nível de indutância.

A substituição de $\mu = \mu_r \mu_o$ pela permeabilidade resulta na equação a seguir, que é muito similar à equação para a capacitância de um capacitor:

$$L = \frac{\mu_r \mu_o N^2 A}{l}$$

ou $L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\mu_r N^2 A}{l}$ (henries, H) (11.7)

Se decomposermos a permeabilidade relativa como:

$$L = \mu_r \left(\frac{\mu_o N^2 A}{l} \right)$$

obteremos a equação útil a seguir:

$$L = \mu_r L_o \quad (11.8)$$

que é muito similar à equação $C = \epsilon_r C_o$. A Equação 11.8 declara o seguinte:

A indutância de um indutor com um núcleo ferromagnético é μ_r vezes a indutância obtida com um núcleo de ar.

Apesar de a Equação 11.6 ser aproximada, na melhor das hipóteses, as equações para a indutância de uma ampla gama de bobinas podem ser encontradas em manuais de referência. A maioria das equações é matematicamente mais complexa que a Equação 11.6, mas o impacto de cada fator é o mesmo em cada equação.

EXEMPLO 11.1

Considerando a bobina com núcleo de ar na Figura 11.18:

- Calcule a indutância.
- Calcule a indutância se um núcleo metálico com $\mu_r = 2.000$ for inserido na bobina.

Soluções:

a) $d = \frac{1}{4} \text{ pol.} \left(\frac{1 \text{ m}}{39,37 \text{ pol.}} \right) = 6,35 \text{ mm}$

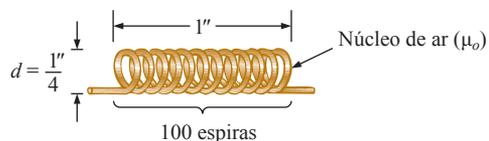


Figura 11.18 Bobina com núcleo de ar para o Exemplo 11.1.

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(6,35 \text{ mm})^2}{4} = 31,7 \mu\text{m}^2$$

$$l = 1 \text{ pól.} \left(\frac{1 \text{ m}}{39,37 \text{ pól.}} \right) = 25,4 \text{ mm}$$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\mu_r N^2 A}{l}$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \frac{(1)(100 \text{ t})^2 (31,7 \mu\text{m}^2)}{25,4 \text{ mm}} = 15,68 \mu\text{H}$$

b) Equação 11.8: $L = \mu_r L_o = (2000)(15,68 \mu\text{H}) = 31,36 \text{ mH}$

EXEMPLO 11.2

Na Figura 11.19, se cada indutor na coluna da esquerda for transformado no tipo que aparece na coluna da direita, determine o novo nível de indutância. Para cada mudança, presuma que os outros fatores permaneceram os mesmos.

Soluções:

a) A única mudança ocorreu no número de espiras, mas trata-se de um fator elevado ao quadrado, que resulta em:

$$L = (2)^2 L_o = (4) (20 \mu\text{H}) = 80 \mu\text{H}$$

b) Nesse caso, a área é três vezes o tamanho original, e o número de espiras é $\frac{1}{2}$. Tendo em vista que a área está no numerador, ela aumenta a indutância por um fator de três. A queda no número de espiras reduz a indutância por um fator de $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$. Portanto,

$$L = (3) \left(\frac{1}{4} \right) L_o = \frac{3}{4} (16 \mu\text{H}) = 12 \mu\text{H}$$

c) Tanto μ quanto o número de voltas aumentou, embora o número de voltas seja quadrado. O aumento do comprimento reduz a indutância. Portanto:

$$L = \frac{(3)^2 (1200)}{2,5} L_o = (4,32 \times 10^3) (10 \mu\text{H}) = 43,2 \text{ mH}$$

Tipos de indutores

Indutores, assim como capacitores e resistores, podem ser categorizados sob definições gerais como **fixos** ou **variáveis**. O símbolo para um indutor fixo com núcleo de ar é fornecido na Figura 11.20(a), para um indutor com núcleo ferromagnético na Figura 11.20(b), para uma bobina com derivação na Figura 11.20(c) e para um indutor variável na Figura 11.20(d).

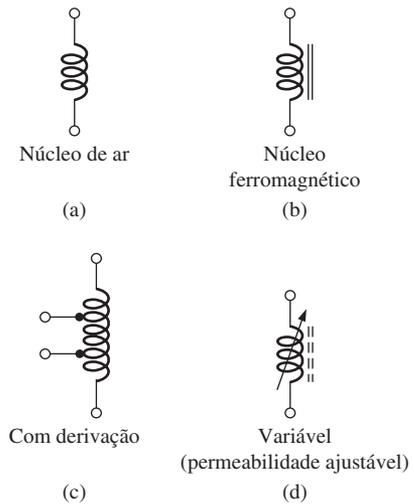


Figura 11.20 Símbolos de indutores (bobinas).

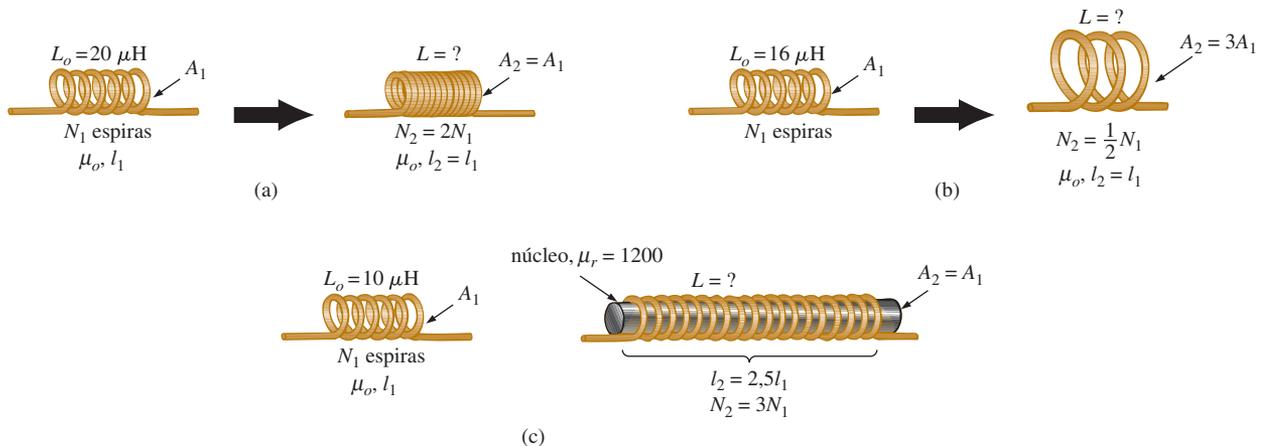


Figura 11.19 Indutores para o Exemplo 11.2.

Fixo. Indutores do tipo fixo são produzidos em todos os formatos e tamanhos. Entretanto,

em geral, o tamanho de um indutor é determinado fundamentalmente pelo tipo de construção, pelo núcleo usado e pela especificação de corrente.

Na Figura 11.21(a), as bobinas de $10\ \mu\text{H}$ e $1\ \text{mH}$ são aproximadamente do mesmo tamanho porque um fio mais fino foi usado para a bobina de $1\ \text{mH}$ para permitir mais espiras no mesmo espaço. O resultado, entretanto, é uma queda na corrente especificada de $10\ \text{A}$ para apenas $1,3\ \text{A}$. Se o fio da bobina de $10\ \mu\text{H}$ tivesse sido usado para produzir a bobina de $1\ \text{mH}$, a bobina resultante teria sido muitas vezes maior que a bobina de $10\ \mu\text{H}$. O impacto da espessura da bobina é claramente revelado pela bobina de $1\ \text{mH}$ no canto mais à direita na Figura 11.21(a), onde um fio mais espesso foi usado para aumentar a corrente especificada de $1,3\ \text{A}$ para $2,4\ \text{A}$. Embora o nível de indutância seja o mesmo, o tamanho do toroide é quatro a cinco vezes maior.

O indutor fenólico (usando um núcleo não ferromagnético de resina ou plástico) na Figura 11.21(b) é bem pequeno para o seu nível de indutância. Devemos presumir que ele tem um alto número de espiras de um fio muito fino. Observe, entretanto, que o uso de um fio muito fino resultou em uma especificação de corrente relativamente baixa de apenas $350\ \text{mA}$ ($0,35\ \text{A}$). O uso de um núcleo de ferrita (ferromagnético) no indutor na Figura 11.21(c) resultou em um nível incrivelmente alto de indutância

para o seu tamanho. Entretanto, o fio é tão fino que a especificação de corrente é de apenas $11\ \text{mA} = 0,011\ \text{A}$. Observe que, para todos os indutores, a resistência CC do indutor aumenta com uma diminuição na espessura do fio. O toroide de $10\ \mu\text{H}$ tem uma resistência de apenas $6\ \text{m}\Omega$, enquanto a resistência CC do indutor de ferrita de $1000\ \text{mH}$ é $700\ \Omega$ — um preço a ser pago pelo tamanho menor e pelo alto nível de indutância.

Diferentes tipos de elementos indutivos fixos são exibidos na Figura 11.22, incluindo sua faixa de valores típica e áreas comuns de aplicação. Com base na discussão anterior sobre a construção de indutores, identificar um elemento indutivo é algo relativamente fácil de se fazer. Entretanto, um exame cuidadoso dos formatos típicos de cada um revela algumas diferenças, como as saliências em cada extremidade de um resistor que não aparecem na maioria dos indutores.

Variáveis. Uma série de indutores variáveis é descrita na Figura 11.23. Em cada caso, a indutância é modificada girando-se a fenda na extremidade do núcleo para movê-lo para dentro e para fora da unidade. Quanto mais para dentro está o núcleo, maior é a participação do material ferromagnético no circuito magnético, e mais altos são a intensidade do campo magnético e o nível de indutância.

Indutores equivalentes práticos

Indutores, assim como capacitores, não são ideais. A cada indutor está associada uma resistência determinada pela resistência das espiras (quanto mais fino o fio, maior a

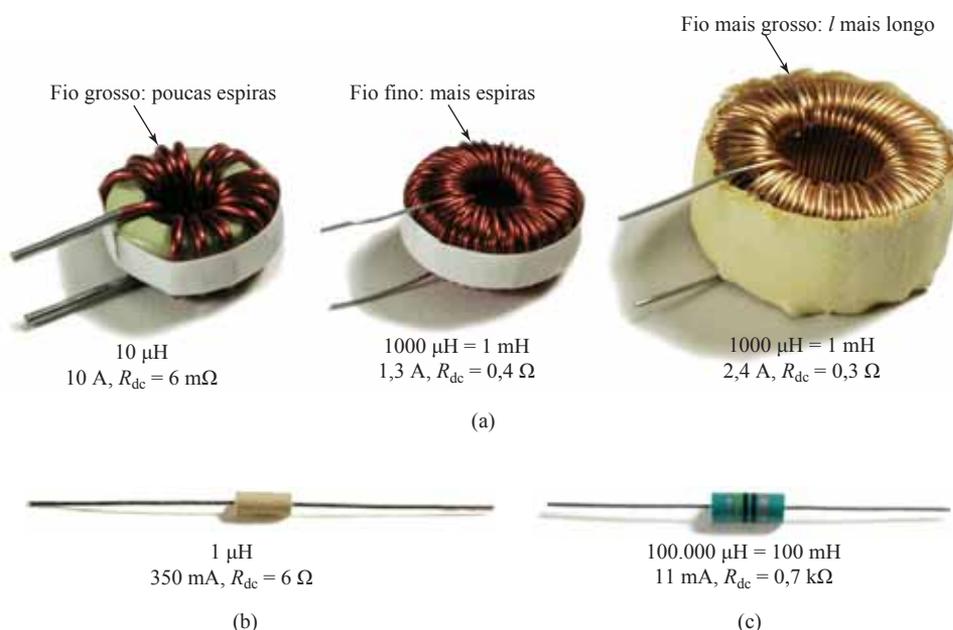


Figura 11.21 Tamanhos relativos de diferentes tipos de indutores: (a) toroidal, alta corrente; (b) fenólico (núcleo de resina ou plástico); (c) núcleo de ferrita.

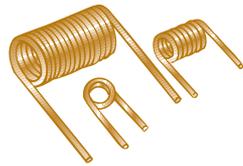
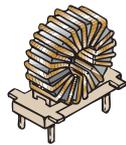
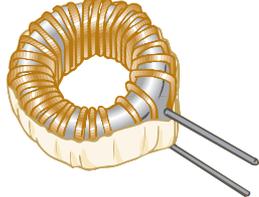
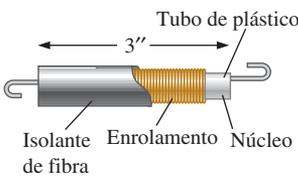
<p>Tipo: Indutores de núcleo de ar (1-32 espiras) Valores típicos: 2,5 nH a 1μH Aplicações: Aplicações de alta frequência</p>		<p>Tipo: Cilíndrico de modo comum Valores típicos: 0,6 mH a 50 mH Aplicações: Usado em filtros de linha CA, interruptores de suprimento de energia, carregadores de bateria e outros equipamentos eletrônicos.</p>	
<p>Tipo: Toroidal Valores típicos: 10 μH a 30 mH Aplicações: Usado em linhas de transmissão para filtrar transitórios e reduzir interferências eletromagnéticas. Encontrado em muitos eletrodomésticos.</p>		<p>Tipo: RF Chokes Valores típicos: 10 μH a 470 mH Aplicações: Usado em receptores de rádio e televisão e em circuitos de comunicação. Encontrados em circuitos de AM, FM e UHF.</p>	
<p>Tipo: Cilíndrico Valores típicos: 3 μH a 1 mH Aplicações: Usado em linhas de transmissão de alta corrente.</p>		<p>Tipo: Encapsulado Valores típicos: 0,1 μH a 100 mH Aplicações: Usado em uma grande variedade de circuitos como osciladores, filtros, filtros passa-baixa e outros.</p>	
<p>Tipo: Linha de retardo Valores típicos: 10 μH a 50 μH Aplicações: Usado em receptores de televisão em cores para corrigir diferenças de tempo entre os sinais de cor e o sinal de preto e branco.</p>		<p>Tipo: Para montagem em superfície Valores típicos: 0,01 μH a 250 μH Aplicações: Encontrado em muitos circuitos eletrônicos que exigem componentes em miniatura para que sejam montados em placas de circuito impresso com multicamadas.</p>	

Figura 11.22 Áreas típicas de aplicação de elementos indutivos.

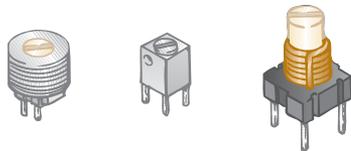


Figura 11.23 Indutores variáveis com uma faixa típica de valores de 1 μH a 100 μH; comumente usados em osciladores e vários circuitos RF como transceptores CB, televisões e rádios.

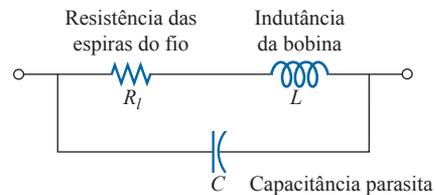


Figura 11.24 Modelo equivalente completo para um indutor.

resistência para o mesmo material) e pelas perdas do núcleo (radiação e efeito de superfície, corrente parasita e perdas de histerese — todas discutidas mais adiante). Há também alguma capacitância parasita devido à capacitância entre as espiras que conduzem a corrente da bobina. Lembre-se de que a capacitância aparece sempre que há duas superfícies condutoras separadas por um isolante, como o ar, e quando esses enrolamentos estão ligeiramente apertados e estão em paralelo. Ambos os elementos estão incluídos no circuito equivalente na Figura 11.24. Para a maioria das aplicações neste livro, a capacitância pode ser ignorada, o que resulta no modelo equivalente na Figura 11.25. A resistência R_l tem uma participação importante em algumas áreas (como

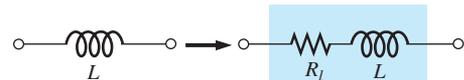


Figura 11.25 Modelo equivalente prático para um indutor.

na ressonância, discutida no Capítulo 20), pois a resistência pode variar de alguns poucos ohms a algumas centenas de ohms, dependendo da construção. Neste capítulo, o indutor é considerado um elemento ideal, e a resistência em série é retirada da Figura 11.25.

Rotulação de indutores

Pelo fato de alguns indutores serem maiores em tamanho, seu valor de identificação frequentemente pode ser impresso no corpo do elemento. Entretanto, em unidades menores, pode não haver espaço suficiente para imprimir o valor real, de maneira que uma abreviação relativamente fácil de se compreender é usada. Primeiro, perceba que o *microhenry* (μH) é a unidade fundamental de medida para essa marcação. A maioria dos manuais lista o valor de indutância em μH , mesmo se o valor tiver de ser registrado como 470.000 μH em vez de 470 mH. Se o rótulo lê 223 K, o terceiro número (3) é a potência a ser aplicada aos outros dois. O K não vem de *kilo*, representando uma potência de três, mas é usado para denotar uma tolerância de ± 10 por cento, como descrito para os capacitores. O número resultante de 22.000 é, portanto, dado em μH , de maneira que a unidade de 223 K é um indutor de 22.000 μH ou 22 mH. As letras J e M indicam uma tolerância de ± 5 por cento e ± 20 por cento, respectivamente.

Para indutores moldados, usa-se um sistema de código de cores muito similar ao usado para resistores. A principal diferença é que o valor resultante é sempre dado em μH , e uma faixa larga no início do rótulo é um indicador MIL (*meets military standards* — atende a padrões militares). Sempre leia as cores em sequência,

começando pela faixa mais próxima de uma extremidade como mostra a Figura 11.26.

Os valores-padrão para indutores empregam os mesmos valores numéricos e multiplicadores usados em resistores e capacitores. Em geral, portanto, espere encontrar indutores com os seguintes multiplicadores: 1 μH , 1,5 μH , 2,2 μH , 3,3 μH , 4,7 μH , 6,8 μH , 10 μH e assim por diante.

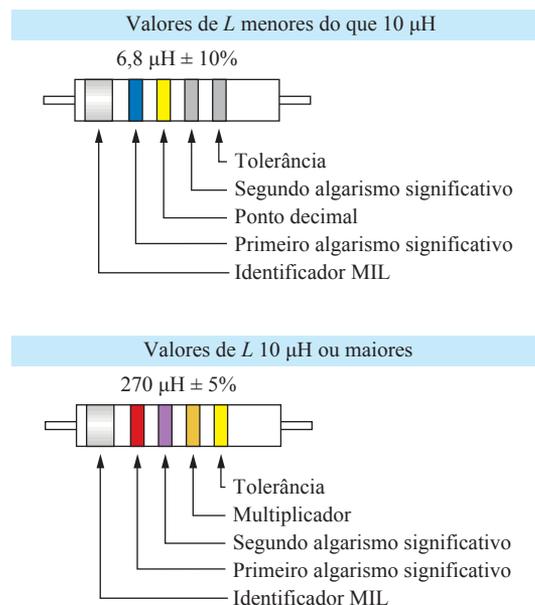
Medidas e testes de indutores

A indutância de um indutor pode ser lida diretamente usando um medidor como o Universal LCR Meter (veja a Figura 11.27), também discutido no Capítulo 10 sobre capacitores. Configure o medidor para *L* para indutância, e o medidor automaticamente escolhe a unidade de medida mais apropriada para o elemento, isto é, H, mH, μH ou pH.

Um medidor de indutância é a melhor escolha, mas um ohmímetro também pode ser usado para conferir se um curto se desenvolveu entre os enrolamentos ou se foi um circuito aberto o que ocorreu. A possibilidade de circuito aberto é fácil de checar porque resulta em uma leitura de ohms infinitos ou em uma resistência muito alta. A condição de curto-circuito é mais difícil de checar porque a resistência de muitos bons indutores é relativamente pequena, e o curto de alguns poucos enrolamentos pode não afetar seriamente a resistência total. É claro que se você tem conhecimento da resistência típica da bobina, você

Tabela de código de cores			
Cor ¹	Algarismo significativo	Multiplicador ²	Tolerância da indutância (%)
Preto	0	1	
Marrom	1	10	
Vermelho	2	100	
Laranja	3	1000	
Amarelo	4		
Verde	5		
Azul	6		
Violeta	7		
Cinza	8		
Branco	9		
Nenhuma			± 20
Prata			± 10
Ouro	Ponto decimal		± 5

1 Indica a cor do corpo.
 2 O multiplicador é o fator pelo qual os dois algarismos significativos são multiplicados para produzir o valor de indutância nominal.



Bobinas moldadas cilíndricas são marcadas com cinco faixas de cores. Uma faixa prata larga, localizada em uma extremidade da bobina, identifica bobinas de radiofrequência militares. As três faixas seguintes indicam a indutância em microhenries, e a quarta faixa é a tolerância.

O código de cores está de acordo com a tabela de código de cores, mostrada à esquerda. Se a primeira ou segunda faixa for ouro, ela representa o ponto decimal para valores de indutância menores que 10. Então, as duas faixas seguintes são algarismos significativos. Para valores de indutância de 10 ou mais, as primeiras duas faixas representam algarismos significativos, e a terceira é um multiplicador.

Figura 11.26 Código de cores de um indutor moldado.



Figura 11.27 Medidor de indutância de leitura digital. (Cortesia de Bragin Alexey/Shutterstock.)

pode compará-la com o valor medido. Um curto entre os enrolamentos e o núcleo pode ser conferido simplesmente colocando um fio do ohmímetro em uma espira (talvez um terminal) e o outro no próprio núcleo. Uma leitura de zero ohm revela um curto entre os dois, que pode ter ocorrido por causa de uma ruptura no revestimento de isolamento em torno do fio como resultado de correntes excessivas, condições ambientais ou simplesmente de uma longa vida e um rompimento.

11.4 TENSÃO INDUZIDA v_L

Antes de analisar a resposta dos elementos indutivos a uma tensão CC aplicada, temos de introduzir uma série de leis e equações que afetam a resposta transitória.

A primeira, chamada de **lei de Faraday da indução eletromagnética**, é uma das mais importantes nesse campo, porque ela nos habilita a estabelecer tensões CA e CC com um gerador. Se movermos um condutor (qualquer material com características de condutor como definido no Capítulo 2) através de um campo magnético de maneira que ele corte as linhas magnéticas de fluxo como mostra a Figura 11.28, uma tensão será induzida através do condutor, e poderá ser medida usando um voltímetro sensível. Nada além disso é necessário, e, na realidade, quanto mais rápido você mover o condutor através do fluxo magnético, maior será a tensão induzida. O mesmo efeito pode ser produzido se você segurar o condutor parado e mover o campo magnético através do condutor. Observe que a direção na qual você move o condutor através do campo determina a polaridade da tensão induzida. Se você mover o condutor através do campo nos ângulos certos em relação ao fluxo magnético, você também vai gerar a tensão

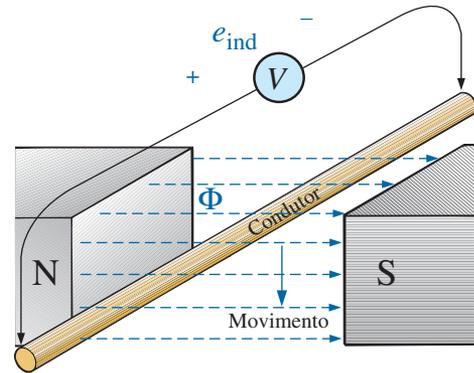


Figura 11.28 Geração de uma tensão induzida com o deslocamento de um condutor através de um campo magnético.

induzida máxima. Mover o condutor em paralelo com as linhas de fluxo magnético resulta em uma tensão induzida de zero volt, tendo em vista que linhas magnéticas de fluxo não são cruzadas.

Se avançarmos um passo nessa questão e movermos uma bobina de N espiras através do campo magnético como mostra a Figura 11.29, uma tensão será induzida através da bobina, como determina a **lei de Faraday**:

$$e = N \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (11.9)$$

Quanto maior o número de espiras ou mais rapidamente a bobina for movida através do padrão de fluxo magnético, maior será a tensão induzida. O termo $d\phi/dt$ é a variação diferencial no fluxo magnético através da bobina em um instante particular no tempo. Se o fluxo magnético que passa por uma bobina permanecer constante — não importando quão forte seja o campo magnético — o termo será zero, e a tensão induzida será zero volt. Não importa se a variação do fluxo ocorre devido ao movimento do campo magnético ou da bobina nas cercanias de um campo magnético: a única exigência é que o fluxo que passa pela bobina varie com o tempo.

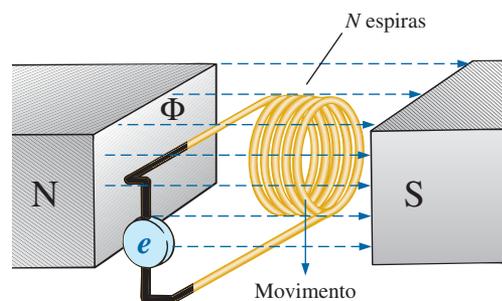


Figura 11.29 Demonstração da lei de Faraday.

Antes de a bobina passar pelos polos magnéticos, a tensão induzida é zero, porque não há linhas de fluxo magnético passando pela bobina. Na medida em que a bobina entra no padrão de fluxo, o número de linhas de fluxo cortadas por instante de tempo aumenta até o seu pico no centro dos polos. Então, a tensão induzida diminui com o tempo conforme ela deixa o campo magnético.

Esse importante fenômeno pode agora ser aplicado ao indutor na Figura 11.30, que é simplesmente uma versão ampliada da bobina na Figura 11.29. Na Seção 11.2, descobrimos que o fluxo magnético na bobina de N espiras com uma corrente I tem a distribuição mostrada na Figura 11.30. Se a corrente através da bobina aumenta em valor absoluto, o fluxo na bobina também aumenta. Mas também, aprendemos, por meio da lei de Faraday, que uma bobina nas cercanias de um fluxo magnético que varia terá uma tensão induzida através dela. O resultado é que uma tensão é induzida pela bobina na Figura 11.30 por causa da *variação na corrente através da bobina*.

É muito importante observar na Figura 11.30 que a polaridade da tensão induzida através da bobina é tal que ela se opõe ao nível crescente de corrente na bobina. Em outras palavras, a corrente que varia na bobina induz uma tensão através da bobina, que se opõe à tensão aplicada, estabelecendo o aumento na corrente em primeiro lugar. Quanto mais rápida a variação na corrente através da bobina, maior a tensão induzida que se opõe para reprimir a tentativa da corrente de crescer em magnitude. A ação de ‘asfixia’ (*choking*) da bobina é a razão de indutores e bobinas serem frequentemente chamados de **chokes**. Esse efeito é o resultado de uma importante lei, chamada de **lei de Lenz**, que declara que

um efeito induzido é sempre produzido de maneira a se opor à causa que o produziu.

A indutância de uma bobina é também uma medida da variação do fluxo na bobina em razão de uma variação na corrente através da mesma. Isto é,

$$L = N \frac{d\phi}{di_L} \quad (\text{henries, H}) \quad (11.10)$$

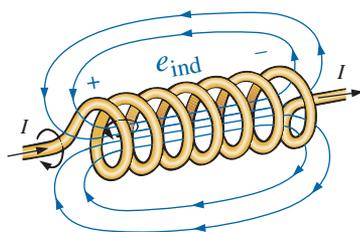


Figura 11.30 Demonstração do efeito da lei de Lenz.

A equação revela que quanto maior o número de espiras, ou quanto maior a variação do fluxo na bobina devido a uma variação em particular na corrente, maior o nível de indutância. Em outras palavras, bobinas com níveis menores de indutância geram variações menores do fluxo na bobina para a mesma variação em corrente através da bobina. Se o nível de indutância é muito pequeno, não há praticamente nenhuma variação do fluxo na bobina, e a tensão induzida pela bobina será muito pequena. Na realidade, se escrevermos agora a Equação 11.9 na forma:

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \left(N \frac{d\phi}{di_L} \right) \left(\frac{di_L}{dt} \right)$$

e substituirmos a Equação 11.10, obteremos:

$$e_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (11.11)$$

que relaciona a tensão através de uma bobina ao número de espiras da bobina e à variação na corrente nessa bobina.

Quando os efeitos induzidos são usados na geração de tensões como aquelas de geradores CC ou CA, o símbolo e é aplicado à tensão induzida. Entretanto, na análise de circuitos, a tensão induzida através de um indutor terá sempre uma polaridade que se opõe à tensão aplicada (como a tensão através de um resistor). Portanto, a notação a seguir é usada para a tensão induzida por um indutor:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (11.12)$$

A equação claramente diz que

quanto maior a indutância e/ou mais rápida a variação na corrente por uma bobina, maior a tensão induzida pela bobina.

Se a corrente através da bobina deixa de variar com o tempo, a tensão induzida será zero. Descobriremos na próxima seção que, para aplicações CC, após a fase transitória ter passado, $di_L/dt = 0$, e a tensão induzida através da bobina é:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} = L(0) = 0 \text{ V}$$

A dualidade que existe entre os elementos indutivos e capacitivos fica muito clara agora. Simplesmente troque as tensões por correntes da Equação 11.12, e a indutância por capacitância. A equação a seguir para a corrente de um capacitor resulta em:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt}$$

Agora, chegamos a um ponto em que temos todas as relações de fundo necessárias para investigar o comportamento transitório dos elementos indutivos.

11.5 TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS R-L: FASE DE ARMAZENAMENTO

Há muitas semelhanças entre as análises de circuitos indutivos e as de circuitos capacitivos. Isto é, o que é verdadeiro para a tensão de um capacitor também é verdadeiro para a corrente de um indutor, e o que é verdadeiro para a corrente de um capacitor pode ser igualado de muitas maneiras pela tensão de um indutor. As formas de onda de armazenamento têm o mesmo formato, e as constantes de tempo são definidas para cada configuração. Como esses conceitos são muito similares (consulte a Seção 10.5 sobre a carga de um capacitor), você terá a oportunidade de reforçar os conceitos introduzidos anteriormente e ainda aprenderá mais a respeito do comportamento de elementos indutivos.

O circuito na Figura 11.31 é usado para descrever a fase de armazenamento. Observe que ele é o mesmo circuito usado para descrever a fase de carga do capacitor, com uma simples substituição do capacitor por um indutor ideal. Durante a análise, é importante lembrar que a energia é armazenada na forma de um campo elétrico entre as placas de um capacitor. Para os indutores, por outro lado, a energia é armazenada na forma de um campo magnético na bobina.

No instante que a chave é fechada, a ação de asfixia da bobina evita uma variação instantânea na corrente através da bobina, o que resulta em $i_L = 0$ A, como mostra a Figura 11.32(a). A ausência de uma corrente através da bobina e do circuito no instante que a chave é fechada resulta em zero volt através do resistor, como determina

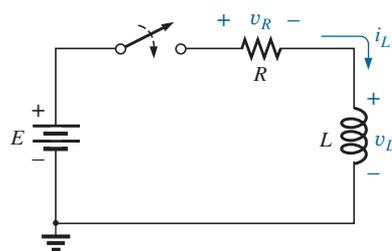


Figura 11.31 Circuito transitório R-L básico.

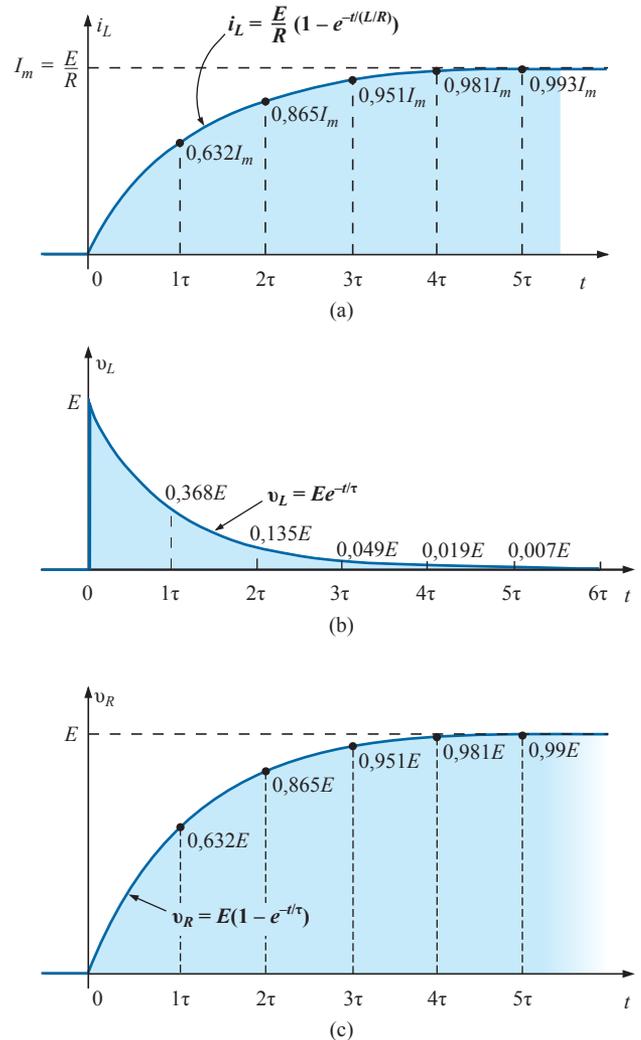


Figura 11.32 i_L , v_L e v_R para o circuito na Figura 11.31 depois do fechamento da chave.

$v_R = i_R R = i_L R = (0 \text{ A}) R = 0 \text{ V}$, o que é mostrado na Figura 11.32(c). Aplicar a lei de Kirchoff para tensões em torno dos resultados de circuito fechado em volts E em toda a bobina no instante em que a chave é fechada, como mostrado na Figura 11.32(b).

Inicialmente, a corrente aumenta muito rapidamente, como mostra a Figura 11.32(a), e, a seguir, a uma taxa muito mais lenta, na medida em que ela se aproxima do seu valor de estado estacionário determinado pelos parâmetros do circuito (E/R). A tensão através do resistor aumenta na mesma medida, porque $v_R = i_R R = i_L R$. Tendo em vista que a tensão através da bobina é sensível à taxa de variação da corrente pela bobina, a tensão estará em seu valor máximo ou próxima dele cedo na fase de armazenamento. Por fim, quando a corrente alcança seu valor de estado estacionário de E/R ampères, a variação da corrente através da bobina cessa, e a tensão cai para zero volt. Em qualquer instante

de tempo, a tensão através da bobina pode ser determinada usando-se a lei de Kirchhoff para tensões da seguinte maneira: $v_L = E - v_R$.

Como as formas de onda para o indutor têm o mesmo formato que aquele obtido para os circuitos capacitivos, estamos familiarizados com o seu formato matemático, e podemos nos sentir confortáveis calculando as quantidades de interesse usando uma calculadora ou um computador.

A equação para a resposta transitória da corrente por um indutor é:

$$i_L = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \quad (\text{ampères, A}) \quad (11.13)$$

com a constante de tempo agora definida por:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (\text{segundos, s}) \quad (11.14)$$

Observe que a Equação 11.14 é uma razão de parâmetros, não um produto, quando usada em circuitos capacitivos; no entanto, a unidade usada ainda é o segundo (para o tempo).

Nossa experiência com o fator $(1 - e^{-t/\tau})$ verifica o nível de 63,2 por cento para a corrente do indutor após uma constante de tempo, 86,5 por cento após duas constantes de tempo, e assim por diante. Se mantivermos R constante e aumentarmos L , a razão L/R aumenta, e o tempo de elevação de 5τ aumenta, como mostra a Figura 11.33 para níveis cada vez maiores de L . A variação na resposta transitória é esperada, porque quanto mais alto o nível de indutância, maior a ação de asfixia sobre o nível de corrente que varia, e mais tempo ela levará para alcançar as condições de estado estacionário.

A equação para a tensão através da bobina é:

$$v_L = Ee^{-t/\tau} \quad (\text{volts, V}) \quad (11.15)$$

e a equação para a tensão através do resistor é:

$$v_R = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad (\text{volts, V}) \quad (11.16)$$

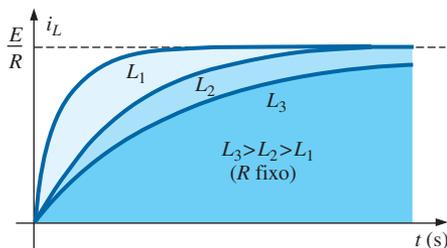


Figura 11.33 Efeito de L sobre a forma de onda de armazenamento i_L .

Como mencionado anteriormente, o formato da curva de resposta para a tensão pelo resistor tem de se igualar àquela da corrente i_L , tendo em vista que $v_R = i_R R = i_L R$.

Já que as formas de onda são similares àquelas obtidas para circuitos capacitivos, presumiremos que

a fase de armazenamento passou, e as condições de estado estacionário foram estabelecidas assim que um período de tempo igual a cinco constantes de tempo ocorreu.

Além disso, tendo em vista que $\tau = L/R$ terá sempre algum valor numérico, mesmo que seja muito pequeno às vezes, o período transitório de 5τ terá sempre o mesmo valor numérico. Portanto,

a corrente não pode variar instantaneamente em um circuito indutor.

Se examinarmos as condições que existem no instante em que a chave for fechada, descobriremos que a tensão através da bobina é E volts, apesar de a corrente ser zero ampère como mostra a Figura 11.34. Na essência, portanto,

o indutor assume as características de um circuito aberto no instante em que a chave é fechada.

Entretanto, se considerarmos as condições que existiam quando as condições de estado estacionário foram estabelecidas, descobriremos que a tensão através da bobina é zero volt e a corrente é um valor máximo de E/R ampères, como mostra a Figura 11.35. Em essência, portanto,

o indutor assume as características de um curto-circuito quando as condições de estado estacionário são estabelecidas.

EXEMPLO 11.3

Determine as expressões matemáticas para o comportamento transitório de i_L e v_L para o circuito na Figura 11.36 se a chave for fechada em $t = 0$ s. Esboce as curvas resultantes.

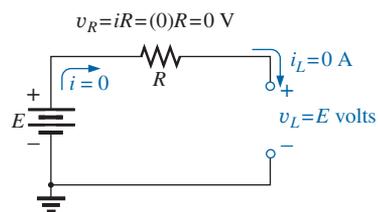


Figura 11.34 Circuito da Figura 11.31 no instante em que a chave é fechada.

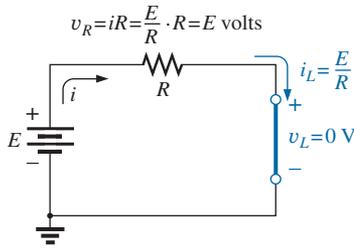


Figura 11.35 Circuito na Figura 11.31 sob condições de estado estacionário.

Solução:

Primeiro determine a constante de tempo:

$$\tau = \frac{L}{R_1} = \frac{4 \text{ H}}{2 \text{ k}\Omega} = 2 \text{ ms}$$

Então, a corrente máxima ou de estado estacionário é:

$$I_m = \frac{E}{R_1} = \frac{50 \text{ V}}{2 \text{ k}\Omega} = 25 \times 10^{-3} \text{ A} = 25 \text{ mA}$$

Realizando a substituição na Equação 11.13, temos:

$$i_L = 25 \text{ mA} (1 - e^{-t/2 \text{ ms}})$$

Usando a Equação 11.15, temos:

$$v_L = 50 \text{ V} e^{-t/2 \text{ ms}}$$

As formas de onda resultantes aparecem na Figura 11.37.

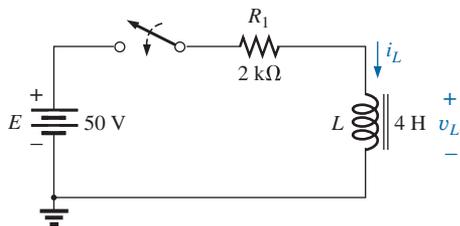


Figura 11.36 Circuito R-L em série para o Exemplo 11.3.

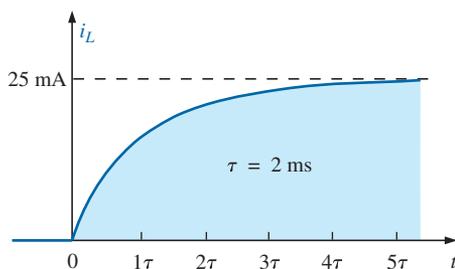


Figura 11.37 i_L e v_L para o circuito na Figura 11.36.

11.6 VALORES INICIAIS

Essa seção é semelhante à Seção 10.7, na qual discutimos o efeito dos valores iniciais sobre a fase transitória em circuitos capacitivos. Como a corrente em um indutor não pode mudar instantaneamente, ela começa a fase transitória com o valor inicial, que depende dos parâmetros do circuito (veja a Figura 11.38) antes que a chave seja fechada. Em seguida, ela passa pela fase transitória até chegar ao estado estacionário (ou final) após 5 constantes de tempo. O valor da corrente no indutor no estado estacionário pode ser determinado substituindo-o por um curto-circuito (ou por R_L para uma condição real) e calculando a corrente resultante através do elemento.

Usando a expressão para o transitório apresentada na seção anterior, podemos escrever uma equação para a corrente i_L que é válida em todo o intervalo da Figura 11.38; ou seja:

$$i_L = I_i + (I_f - I_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

onde $(I_f - I_i)$ é a variação total durante a fase transitória. Entretanto, realizando a multiplicação e reagrupando os termos, temos:

$$\begin{aligned} i_L &= I_i + I_f - I_f e^{-t/\tau} - I_i - I_i e^{-t/\tau} \\ &= I_f - I_f e^{-t/\tau} + I_i e^{-t/\tau} \end{aligned}$$

chegando a

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau} \tag{11.17}$$

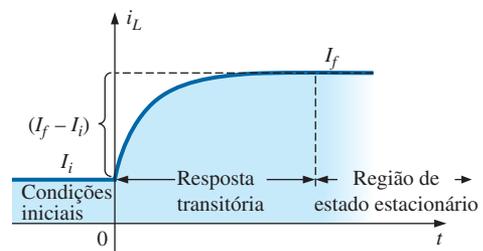
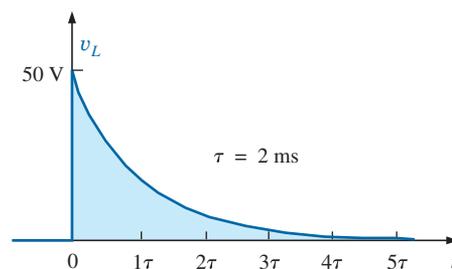


Figura 11.38 Definição das três fases da forma de onda de um transitório.



Se você precisar desenhar a forma de onda da corrente i_L do valor inicial até o final, comece desenhando duas retas horizontais, uma para o valor inicial e outra para o valor final, e, em seguida, desenhe a curva da resposta transitória (que depende da constante de tempo) entre as duas retas. O exemplo a seguir ilustra esse procedimento.

EXEMPLO 11.4

O indutor visto na Figura 11.39 tem uma corrente inicial de 4 mA no sentido indicado. (Métodos específicos para calcular a corrente inicial serão discutidos mais adiante.)

- a) Determine uma expressão matemática para a corrente na bobina após a chave ter sido fechada.
- b) Determine uma expressão matemática para a tensão na bobina durante o mesmo período transitório.
- c) Esboce as formas de onda da corrente e da tensão dos valores iniciais até os finais.

Soluções:

- a) A substituição do indutor por um curto-circuito resulta em uma corrente de estado estacionário determinada pela lei de Ohm:

$$I_f = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{16 \text{ V}}{2,2 \text{ k}\Omega + 6,8 \text{ k}\Omega} = \frac{16 \text{ V}}{9 \text{ k}\Omega} = 1,78 \text{ mA}$$

A constante de tempo é dada por:

$$\tau = \frac{L}{R_T} = \frac{100 \text{ mH}}{2,2 \text{ k}\Omega + 6,8 \text{ k}\Omega} = \frac{100 \text{ mH}}{9 \text{ k}\Omega} = 11,11 \mu\text{s}$$

Aplicando a Equação 11.17, temos:

$$\begin{aligned} i_L &= I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau} \\ &= 1,78 \text{ mA} + (4 \text{ mA} - 1,78 \text{ mA})e^{-t/11,11 \mu\text{s}} \\ &= \mathbf{1,78 \text{ mA} + 2,22 \text{ mA} e^{-t/11,11 \mu\text{s}}} \end{aligned}$$

- b) Como a corrente no indutor tem um valor constante de 4 mA antes de fecharmos a chave, a tensão (cujo valor depende apenas da variação da corrente na bobina) deve ter um valor inicial de 0 volt. No instante em que a chave é fechada, a corrente da bobina não pode variar instantaneamente; assim, a corrente nos

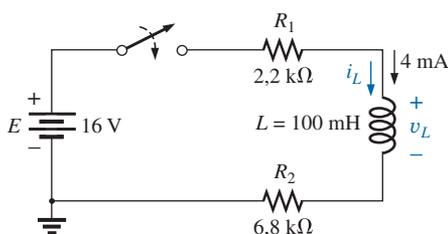


Figura 11.39 Exemplo 11.4.

elementos resistivos continuará a ser 4 mA. A tensão de pico resultante em $t = 0$ s pode ser calculada usando a lei de Kirchhoff para tensões da seguinte forma:

$$\begin{aligned} V_m &= E - V_{R_1} - V_{R_2} \\ &= 16 \text{ V} - (4 \text{ mA})(2,2 \text{ k}\Omega) - (4 \text{ mA})(6,8 \text{ k}\Omega) \\ &= 16 \text{ V} - 8,8 \text{ V} - 27,2 \text{ V} \\ &= 16 \text{ V} - 36 \text{ V} = -20 \text{ V} \end{aligned}$$

Note a presença do sinal negativo para indicar que a polaridade da tensão v_L é oposta à definida na Figura 11.39.

A tensão então decai (com a mesma constante de tempo que a corrente i_L) para zero, porque o indutor se comporta como um curto-circuito no estado estacionário.

Portanto, a equação para v_L é:

$$v_L = -20 \text{ V} e^{-t/11,11 \mu\text{s}}$$

- c) Veja a Figura 11.40. Os valores inicial e final da corrente são assinalados e, em seguida, esboçamos a resposta transitória entre esses valores. Para a tensão, a forma de onda começa e termina em zero, e o valor de pico tem um sinal que depende da polaridade definida para v_L na Figura 11.39.

Agora, testaremos a validade da equação para i_L , substituindo $t = 0$ para refletir o instante em que a chave é fechada. Temos:

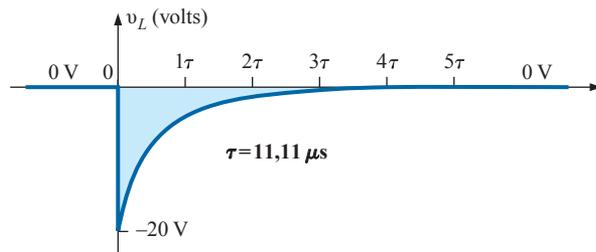
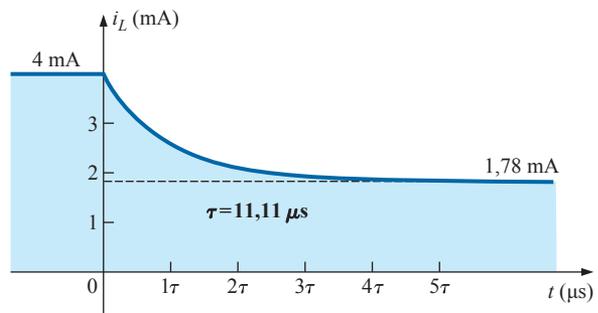


Figura 11.40 i_L e v_L para o circuito da Figura 11.39.

$$e^{-t/\tau} = e^{-0} = 1$$

$$e \quad i_L = 1,78 \text{ mA} + 2,22 \text{ mA}e^{-t/\tau}$$

$$= 1,78 \text{ mA} + 2,22 \text{ mA} = 4 \text{ mA}$$

Quando $t > 5\tau$, $e^{-t/\tau} \cong 0$

$$e \quad i_L = 1,78 \text{ mA} + 2,22 \text{ mA}e^{-t/\tau} = 1,78 \text{ mA}$$

11.7 TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS R-L: FASE DE DECAIMENTO

Na análise de circuitos R-C, observamos que o capacitor pode manter a carga e armazenar energia na forma de um campo elétrico por um período de tempo determinado apenas pela corrente de fuga. Nos circuitos R-L, a energia é armazenada na forma de um campo magnético estabelecido pela corrente no indutor. Entretanto, ao contrário do capacitor, um indutor isolado não pode reter a energia armazenada, pois a ausência de um circuito fechado faz com que a corrente caia para zero e perca toda a energia armazenada no campo magnético. Se o circuito R-L, visto na Figura 11.41, tivesse chegado ao estado estacionário e a chave fosse rapidamente aberta, provavelmente ocorreria uma centelha entre os contatos, pois a corrente cairia do máximo E/R para zero ampère muito rapidamente. A va-

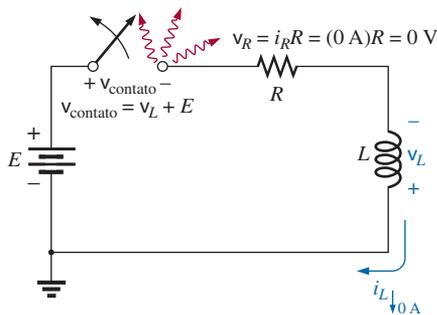


Figura 11.41 Ilustração do efeito de abertura de uma chave em série usando um indutor com uma corrente de estado estacionário.

riação de corrente di/dt na equação $v_L = L(di/dt)$ induziria uma alta tensão que, em conjunto com a tensão aplicada E, apareceria entre os contatos da chave. Esse é o mecanismo usado em sistemas de ignição de automóveis para queimar o combustível nos cilindros. Cerca de 25.000 V são gerados pela rápida queda da corrente na bobina de ignição que ocorre quando o circuito é aberto. (Nos sistemas antigos, as ‘pontas’ do distribuidor funcionavam como chave.) Essa reação indutiva é significativa quando se considera que a única fonte de tensão independente de um automóvel é uma bateria de 12 V.

Se a abertura da chave causa uma descarga imediata da energia armazenada, como é possível analisar a fase de decaimento de um circuito R-L de maneira detalhada, como fizemos com o circuito R-C? A solução está em usar um circuito como o que aparece na Figura 11.42(a). Quando a chave é fechada, a tensão no resistor R_2 é E volts, e o ramo R-L tem um comportamento idêntico ao descrito anteriormente, com as mesmas formas de onda e os mesmos valores de tensão e de corrente. Um circuito equivalente de Thévenin de E em paralelo com R_2 se reduziria apenas à fonte de tensão mostrada na Figura 11.42(b), já que R_2 estaria em curto ao substituir a fonte de tensão por um curto na determinação da resistência de Thévenin.

Depois que a fase de armazenamento termina, o circuito atinge o estado estacionário e a chave pode ser aberta sem que ocorra centelhamento ou descarga instantânea, pois o resistor R_2 oferece um caminho para a corrente i_L . Na verdade, por motivos de clareza, o circuito de descarga foi desenhado separadamente na Figura 11.43. A tensão v_L no indutor inverte de polaridade e o seu valor é determinado por:

$$v_L = -(v_{R_1} + v_{R_2}) \tag{11.18}$$

Lembre-se de que a tensão no indutor pode variar instantaneamente, mas o mesmo não ocorre com a corrente. O resultado é que a corrente i_L mantém o mesmo valor

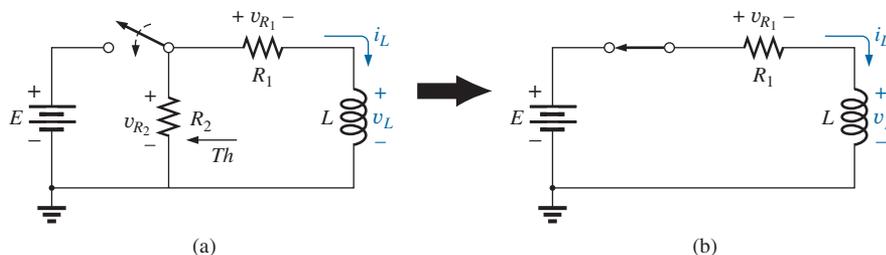


Figura 11.42 Início da fase de armazenamento para o indutor L com o fechamento da chave.

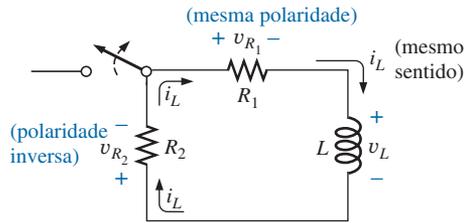


Figura 11.43 O circuito da Figura 11.42 no instante em que a chave é aberta.

e sentido de acordo com a Figura 11.43. Portanto, logo após a abertura da chave, i_L ainda é dada por $I_m = E/R_1$ e:

$$v_L = -(v_{R_1} + v_{R_2}) = -(i_L R_1 + i_L R_2) = -i_L (R_1 + R_2) = -\frac{E}{R_1} (R_1 + R_2) = -\left(\frac{R_1}{R_1} + \frac{R_2}{R_1}\right) E$$

e
$$v_L = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) E \quad \text{carga aberta} \quad (11.19)$$

que é maior do que E volts em função da razão R_2/R_1 . Em outras palavras, quando a chave é aberta, a tensão no indutor tem sua polaridade invertida e cai instantaneamente de E para $-[1 + (R_2/R_1)]E$ volts.

À medida que o indutor libera a energia armazenada, a tensão entre seus terminais diminui, de acordo com a seguinte equação:

$$v_L = -V_i e^{-t/\tau'} \quad (11.20)$$

sendo
$$V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) E$$

e
$$\tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

A corrente decai de um máximo de $I_m = E/R_1$ para zero.

Usando a Equação 11.17, temos:

$$I_i = \frac{E}{R_1} \quad \text{e} \quad I_f = 0 \text{ A}$$

de forma que
$$i_L = I_f + (I_i - I_f) e^{-t/\tau'} = 0 \text{ A} + \left(\frac{E}{R_1} - 0 \text{ A}\right) e^{-t/\tau'}$$

e
$$i_L = \frac{E}{R_1} e^{-t/\tau'} \quad (11.21)$$

com
$$\tau' = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

A expressão matemática para a tensão nos resistores pode ser determinada usando a lei de Ohm:

$$v_{R_1} = i_{R_1} R_1 = i_L R_1 = \frac{E}{R_1} R_1 e^{-t/\tau'}$$

e
$$v_{R_1} = E e^{-t/\tau'} \quad (11.22)$$

A tensão v_{R_1} tem a mesma polaridade durante a fase de armazenamento, pois a corrente i_L tem o mesmo sentido. A tensão v_{R_2} é mostrada a seguir, usando a polaridade definida na Figura 11.42:

$$v_{R_2} = i_{R_2} R_2 = -i_L R_2 = -\frac{E}{R_1} R_2 e^{-t/\tau'}$$

e
$$v_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1} E e^{-t/\tau'} \quad (11.23)$$

EXEMPLO 11.5

O resistor R_2 foi acrescentado ao circuito visto na Figura 11.36, como mostra a Figura 11.44.

- Determine as expressões matemáticas para i_L , v_L , v_{R_1} e v_{R_2} para cinco constantes de tempo na fase de armazenamento.
- Determine as expressões matemáticas para i_L , v_L , v_{R_1} e v_{R_2} se a chave for aberta após cinco constantes de tempo referentes à fase de armazenamento.
- Esboce as formas de onda das tensões e das correntes nas fases envolvidas nesse exemplo. Use as polaridades definidas na Figura 11.43.

Soluções:

- Do Exemplo 11.3:

$$i_L = 25 \text{ mA} (1 - e^{-t/2 \text{ ms}})$$

$$v_L = 50 \text{ V} e^{-t/2 \text{ ms}}$$

$$v_{R_1} = i_{R_1} R_1 = i_L R_1 = \left[\frac{E}{R_1} (1 - e^{-t/\tau})\right] R_1 = E(1 - e^{-t/2 \text{ ms}})$$

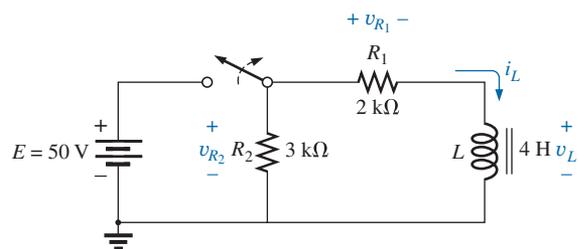


Figura 11.44 Definição das polaridades para v_{R_1} , v_{R_2} , v_L e o sentido da corrente i_L do Exemplo 11.5.

e
$$\begin{aligned} v_{R_1} &= 50 \text{ V}(1 - e^{-t/2 \text{ ms}}) \\ v_{R_2} &= E = 50 \text{ V} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} \tau' &= \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{4 \text{ H}}{2 \text{ k}\Omega + 3 \text{ k}\Omega} = \frac{4 \text{ H}}{5 \times 10^3 \Omega} \\ &= 0,8 \times 10^{-3} \text{ s} = 0,8 \text{ ms} \end{aligned}$$

De acordo com as equações 11.19 e 11.20:

$$V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) E = \left(1 + \frac{3 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega}\right) (50 \text{ V}) = 125 \text{ V}$$

e
$$v_L = -V_i e^{-t/\tau'} = -125 \text{ V} e^{-t/0,8 \text{ ms}}$$

De acordo com a Equação 11.21:

$$I_m = \frac{E}{R_1} = \frac{50 \text{ V}}{2 \text{ k}\Omega} = 25 \text{ mA}$$

e
$$i_L = I_m e^{-t/\tau'} = 25 \text{ mA} e^{-t/0,8 \text{ ms}}$$

De acordo com a Equação 11.22:

$$v_{R_1} = E e^{-t/\tau'} = 50 \text{ V} e^{-t/0,8 \text{ ms}}$$

De acordo com a Equação 11.23:

$$\begin{aligned} v_{R_2} &= -\frac{R_2}{R_1} E e^{-t/\tau'} = -\frac{3 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega} (50 \text{ V}) e^{-t/\tau'} \\ &= -75 \text{ V} e^{-t/0,8 \text{ ms}} \end{aligned}$$

c) Veja a Figura 11.45.

Na análise anterior, considerou-se que as condições de estado estacionário foram estabelecidas durante a fase de carga e que $I_m = E/R_1$, com $v_L = 0 \text{ V}$. Entretanto, se a chave do circuito mostrado na Figura 11.42 for aberta antes de i_L alcançar o seu valor máximo, a equação para o decaimento da corrente do circuito visto na Figura 11.42 tem de mudar para:

$$i_L = I_i e^{-t/\tau'} \tag{11.24}$$

onde I_i é a corrente de partida ou inicial. A tensão nos terminais da bobina é definida como:

$$v_L = -V_i e^{-t/\tau'} \tag{11.25}$$

com: $V_i = I_i(R_1 + R_2)$

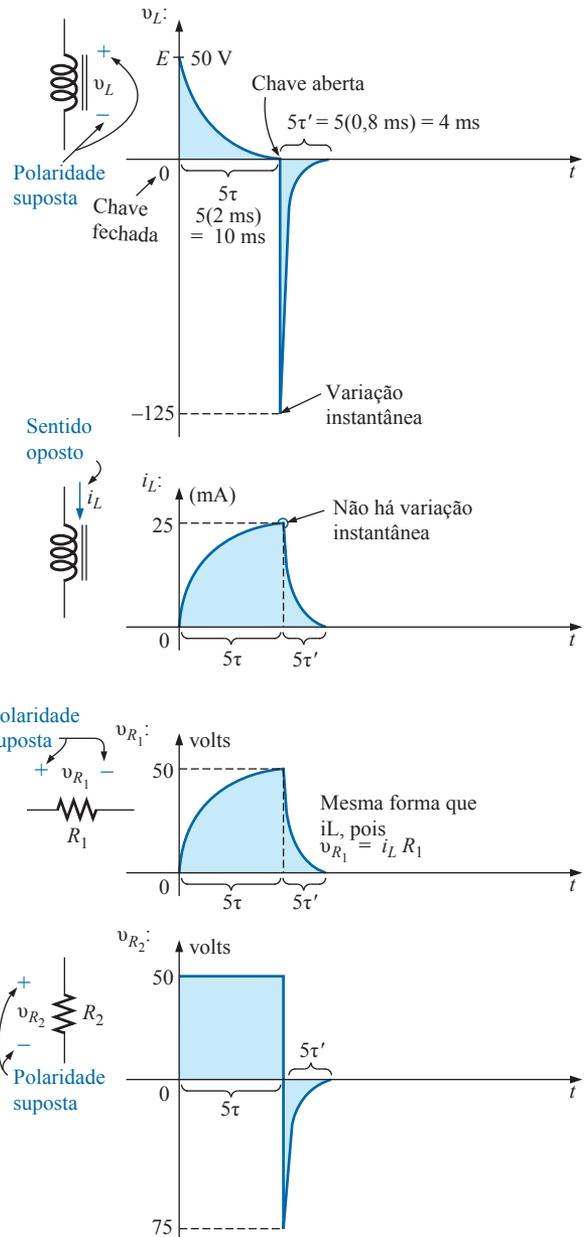


Figura 11.45 Diversos valores de tensão e de corrente para o circuito visto na Figura 11.44.

11.8 EQUIVALENTE DE THÉVENIN: $\tau = L/R_{Th}$

Vimos no Capítulo 10, cujo tema eram os capacitores, que nem todos os circuitos possuem uma configuração simples como se vê na Figura 11.31. A solução é determinar o circuito equivalente de Thévenin antes de proceder da mesma forma descrita neste capítulo. Considere o exemplo a seguir.

EXEMPLO 11.6

Considerando o circuito visto na Figura 11.46:

- a) Determine a expressão matemática para o comportamento transitório da corrente i_L e da tensão v_L depois de fecharmos a chave ($I_i = 0$ mA).
- b) Desenhe as formas de onda para cada uma delas.

Soluções:

- a) Aplicando o teorema de Thévenin ao indutor de 80 mH (veja a Figura 11.47), temos:

$$R_{Th} = \frac{R}{N} = \frac{20 \text{ k}\Omega}{2} = 10 \text{ k}\Omega$$

Aplicando a regra dos divisores de tensão (veja a Figura 11.48), obtemos:

$$\begin{aligned} E_{Th} &= \frac{(R_2 + R_3)E}{R_1 + R_2 + R_3} \\ &= \frac{(4 \text{ k}\Omega + 16 \text{ k}\Omega)(12 \text{ V})}{20 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega + 16 \text{ k}\Omega} = \frac{(20 \text{ k}\Omega)(12 \text{ V})}{40 \text{ k}\Omega} = 6 \text{ V} \end{aligned}$$

O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 11.49. Usando a Equação 11.13, temos:

$$i_L = \frac{E_{Th}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{80 \times 10^{-3} \text{ H}}{10 \times 10^3 \Omega} = 8 \times 10^{-6} \text{ s} = 8 \mu\text{s}$$

$$I_m = \frac{E_{Th}}{R_{Th}} = \frac{6 \text{ V}}{10 \times 10^3 \Omega} = 0,6 \times 10^{-3} \text{ A} = 0,6 \text{ mA}$$

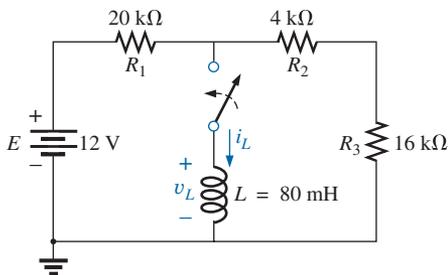


Figura 11.46 Exemplo 11.6.

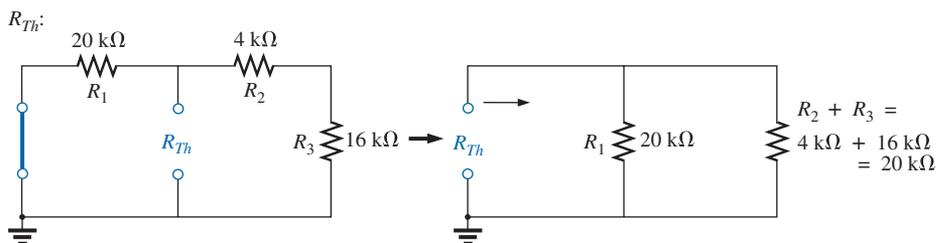


Figura 11.47 Determinando R_{Th} para o circuito da Figura 11.46.

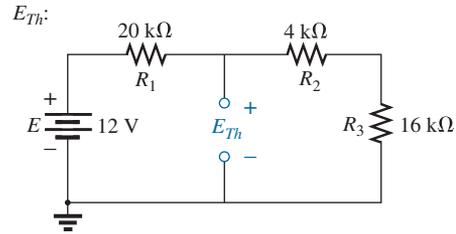


Figura 11.48 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 11.46.

Circuito equivalente de Thévenin

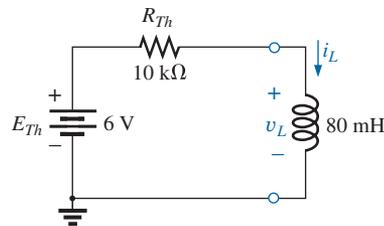


Figura 11.49 Circuito equivalente de Thévenin resultante para o circuito da Figura 11.46.

e $i_L = 0,6 \text{ mA}(1 - e^{-t/8 \mu\text{s}})$

Usando a Equação 11.15, temos:

$$v_L = E_{Th}e^{-t/\tau}$$

de forma que $v_L = 6 \text{ V}e^{-t/8 \mu\text{s}}$

- b) Veja a Figura 11.50.

EXEMPLO 11.7

A chave S_1 do circuito visto na Figura 11.51 foi mantida fechada por um longo tempo. Em $t = 0$ s, S_1 é aberta e, no mesmo instante, S_2 é fechada para evitar que a corrente no indutor seja interrompida.

- a) Determine a corrente inicial no indutor. Preste atenção no sentido da corrente.
- b) Determine a expressão matemática para a corrente i_L depois que a chave S_2 é fechada.
- c) Esboce a forma de onda de i_L .

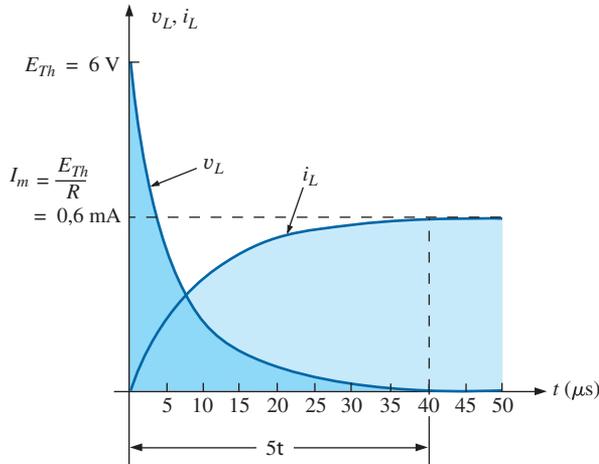


Figura 11.50 Formas de onda resultantes de i_L e v_L para o circuito da Figura 11.46.

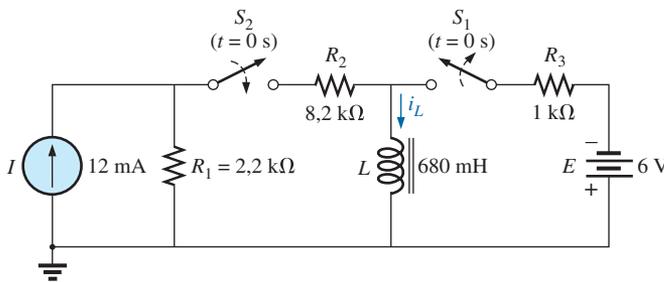


Figura 11.51 Exemplo 11.7.

Soluções:

a) Usando a lei de Ohm, a corrente inicial no indutor é calculada por:

$$I_i = -\frac{E}{R_3} = -\frac{6 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = -6 \text{ mA}$$

b) Aplicando o teorema de Thévenin, temos:

$$R_{Th} = R_1 + R_2 = 2,2 \text{ k}\Omega + 8,2 \text{ k}\Omega = 10,4 \text{ k}\Omega$$

$$E_{Th} = IR_1 = (12 \text{ mA})(2,2 \text{ k}\Omega) = 26,4 \text{ V}$$

O circuito equivalente de Thévenin aparece na Figura 11.52.

A corrente no estado estacionário pode ser determinada substituindo-se o indutor por um curto-circuito:

$$I_f = \frac{E}{R_{Th}} = \frac{26,4 \text{ V}}{10,4 \text{ k}\Omega} = 2,54 \text{ mA}$$

A constante de tempo é dada por:

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{680 \text{ mH}}{10,4 \text{ k}\Omega} = 65,39 \mu\text{s}$$

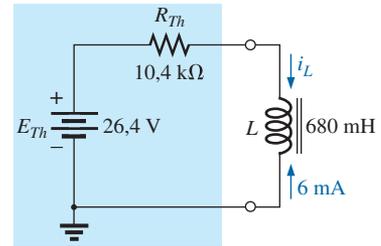


Figura 11.52 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito da Figura 11.51 para $t \geq 0$ s.

Aplicando a Equação 11.17, temos:

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$$

$$= 2,54 \text{ mA} + (-6 \text{ mA} - 2,54 \text{ mA})e^{-t/65,39 \mu\text{s}}$$

$$= 2,54 \text{ mA} - 8,54 \text{ mA}e^{-t/65,39 \mu\text{s}}$$

c) Observe a Figura 11.53.

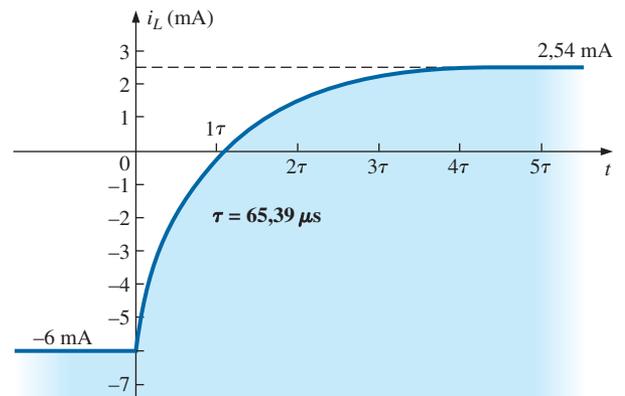


Figura 11.53 Corrente i_L para o circuito da Figura 11.51.

11.9 VALORES INSTANTÂNEOS

A análise apresentada na Seção 10.8 para circuitos capacitivos pode ser aplicada também aos circuitos R - L para determinar os valores instantâneos de tensão, corrente e tempo. Os valores instantâneos de qualquer tensão ou de qualquer corrente podem ser determinados pela simples substituição de t por um valor numérico na equação apropriada e pelo uso de uma calculadora ou tabela para determinar o valor do termo exponencial.

A semelhança entre as equações

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$$

e

permite deduzir a seguinte expressão para t , que é idêntico ao método que usamos para obter a Equação 10.23:

$$t = \tau \log_e \left(\frac{I_i - I_f}{i_L - I_f} \right) \quad (\text{segundos, s}) \quad (11.26)$$

Para a outra forma, a equação $v_C = Ee^{-t/\tau}$ é praticamente idêntica a $v_L = Ee^{-t/\tau} = V_i e^{-t/\tau}$, o que permite uma dedução similar àquela empregada para obter a Equação 10.23:

$$t = \tau \log_e \frac{V_i}{v_L} \quad (\text{segundos, s}) \quad (11.27)$$

Para a tensão v_R , $V_i = 0$ V e $V_f = EV$ tendo em vista que $v_R = E(1 - e^{-t/\tau})$. O cálculo de t resulta em:

$$t = \tau \log_e \left(\frac{E}{E - v_R} \right)$$

ou
$$t = \tau \log_e \left(\frac{V_f}{V_f - v_R} \right) \quad (\text{segundos, s}) \quad (11.28)$$

11.10 TENSÃO INDUZIDA MÉDIA: $v_{L_{av}}$

Em um esforço para desenvolver a noção do impacto de uma derivada em uma equação, o valor médio foi definido para capacitores na Seção 10.10, e uma série de gráficos para a corrente foi desenvolvida para uma tensão aplicada. No caso dos indutores, uma relação similar existe entre a tensão induzida através de uma bobina e da corrente através da bobina. Para os indutores, a tensão induzida média é definida por:

$$v_{L_{av}} = L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} \quad (\text{volts, V}) \quad (11.29)$$

onde Δ indica uma variação finita (mensurável) na corrente ou no tempo. A Equação 11.12 para a tensão instantânea através de uma bobina pode ser derivada da Equação 11.29, deixando que V_L vá decrescendo até desaparecer. Isto é,

$$v_{L_{inst}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} L \frac{\Delta i_L}{\Delta t} = L \frac{di_L}{dt}$$

No exemplo a seguir, a variação na corrente Δi_L é considerada para cada inclinação da forma de onda da corrente. *Se a corrente aumenta com o tempo, a corrente média é a variação na corrente dividida pela variação no tempo, com um sinal positivo. Se a corrente diminui com o tempo, um sinal negativo é aplicado.* Observe no exemplo que, quanto mais rápido a corrente variar com o tempo, maior será a tensão induzida através da bobina. Ao fazer os cálculos, não se esqueça de multiplicar pela indutância da bobina. Indutâncias maiores resultam em

níveis maiores de tensão induzida para a mesma variação na corrente através da bobina.

EXEMPLO 11.8

Determine a forma de onda da tensão média no indutor de 4 mH, considerando que a corrente no indutor varia com o tempo conforme mostra a Figura 11.54.

Soluções:

a) *De 0 a 2 ms:* Como a corrente no indutor não varia, a tensão induzida é nula; ou seja:

$$v_L = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = L \frac{0}{\Delta t} = \mathbf{0 \text{ V}}$$

b) *De 2 a 4 ms:*

$$\begin{aligned} v_L &= L \frac{\Delta i}{\Delta t} = (4 \times 10^{-3} \text{ H}) \left(\frac{10 \times 10^{-3} \text{ A}}{2 \times 10^{-3} \text{ s}} \right) \\ &= 20 \times 10^{-3} \text{ V} = \mathbf{20 \text{ mV}} \end{aligned}$$

c) *De 4 a 9 ms:*

$$\begin{aligned} v_L &= L \frac{\Delta i}{\Delta t} = (-4 \times 10^{-3} \text{ H}) \left(\frac{10 \times 10^{-3} \text{ A}}{5 \times 10^{-3} \text{ s}} \right) \\ &= -8 \times 10^{-3} \text{ V} = \mathbf{-8 \text{ mV}} \end{aligned}$$

d) *9 ms a ∞ :*

$$v_L = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = L \frac{0}{\Delta t} = \mathbf{0 \text{ V}}$$

A forma de onda da tensão média no indutor é mostrada na Figura 11.55. Note a partir da curva que:

a tensão no indutor não é determinada somente pelo valor da variação na corrente através do indutor (Δi), mas também pela taxa de variação da corrente no indutor ($\Delta i/\Delta t$).

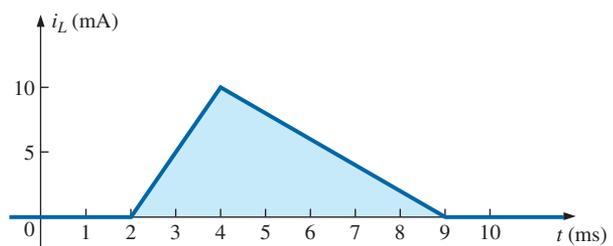


Figura 11.54 Corrente i_L a ser aplicada à bobina de 4 mH no Exemplo 11.8.

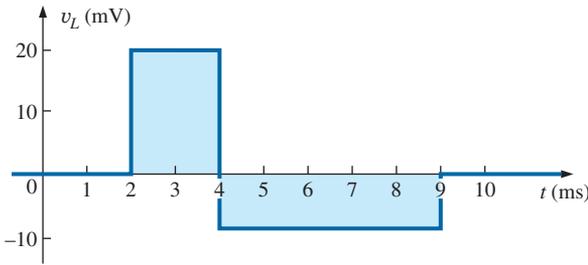


Figura 11.55 Tensão em um indutor de 4 mH devido à corrente mostrada na Figura 11.54.

Uma afirmação semelhante foi feita para a corrente em um capacitor devido à variação da tensão sobre o capacitor.

Um exame cuidadoso da Figura 11.55 também revela que a área sob o pulso positivo, de 2 a 4 ms, é igual à área sob o pulso negativo, de 4 a 9 ms. Na Seção 11.13, veremos que as áreas sob as curvas representam a energia armazenada ou a energia fornecida pelo indutor. De 2 a 4 ms, o indutor está armazenando energia, enquanto de 4 a 9 ms ele está devolvendo ao circuito a energia armazenada. Durante todo o período, de 0 a 10 ms, a energia é simplesmente armazenada e devolvida; não há nenhuma dissipação como a que ocorre em elementos resistivos. Durante um ciclo completo, o capacitor e o indutor ideais não consomem energia, mas simplesmente a armazenam e a devolvem em suas respectivas formas.

11.11 INDUTORES EM SÉRIE E EM PARALELO

Os indutores, assim como resistores e capacitores, podem ser conectados em série ou em paralelo. Podemos obter valores maiores de indutância ligando indutores em série e valores menores ligando indutores em paralelo.

No caso de indutores em série, a indutância total é calculada da mesma forma que a resistência total para resistores ligados em série (veja a Figura 11.56).

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N \quad (11.30)$$

No caso de indutores em paralelo, a indutância total é calculada da mesma forma que a resistência total para resistores ligados em paralelo (veja a Figura 11.57):

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N} \quad (11.31)$$

Para dois indutores em paralelo:

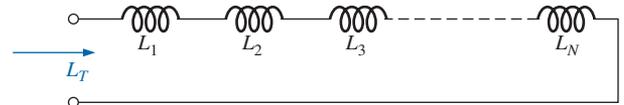


Figura 11.56 Indutores em série.

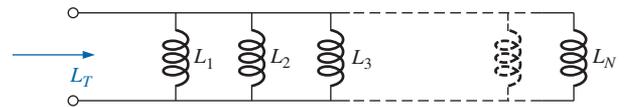


Figura 11.57 Indutores em paralelo.

$$L_T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (11.32)$$

EXEMPLO 11.9

Reduza o circuito da Figura 11.58 à sua forma mais simples.

Solução:

Os indutores L_2 e L_3 possuem valores idênticos e estão em paralelo, o que resulta em uma indutância equivalente de:

$$L'_T = \frac{L}{N} = \frac{1,2 \text{ H}}{2} = 0,6 \text{ H}$$

O indutor de 0,6 H resultante está em paralelo com o indutor de 1,8 H, e:

$$L''_T = \frac{(L'_T)(L_4)}{L'_T + L_4} = \frac{(0,6 \text{ H})(1,8 \text{ H})}{0,6 \text{ H} + 1,8 \text{ H}} = 0,45 \text{ H}$$

O indutor L_1 está em série com o indutor equivalente paralelo e, portanto:

$$L_T = L_1 + L''_T = 0,56 \text{ H} + 0,45 \text{ H} = \mathbf{1,01 \text{ H}}$$

O circuito reduzido equivalente aparece na Figura 11.59.

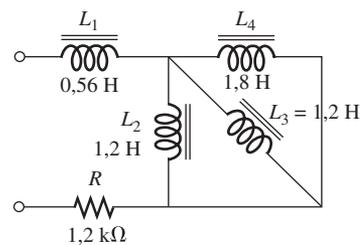


Figura 11.58 Exemplo 11.9.

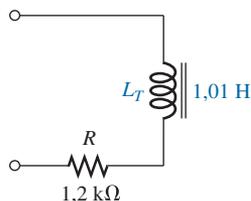


Figura 11.59 Circuito equivalente ao da Figura 11.58.

11.12 CONDIÇÕES EM ESTADO ESTACIONÁRIO

Descobrimos na Seção 11.5 que, para fins práticos, um indutor ideal (ignorando-se a resistência interna e as capacitâncias parasitas) pode ser substituído por um curto-circuito equivalente, uma vez que condições de estado estacionário tenham sido estabelecidas. Lembre-se de que o termo *estado estacionário* implica que os níveis de tensão e de corrente atingiram seu valor de descanso final e não mudarão mais, a não ser que uma mudança seja feita na tensão aplicada ou na configuração do circuito. Para todos os fins práticos, nosso pressuposto é o de que condições de estado estacionário foram estabelecidas após a passagem de cinco constantes de tempo da fase de armazenamento ou de decaimento.

Para o circuito na Figura 11.60(a), por exemplo, se presumirmos que as condições de estado estacionário

foram estabelecidas, o indutor poderá ser removido e substituído por um curto-circuito equivalente, como mostra a Figura 11.60(b). O curto-circuito equivalente anula o efeito do resistor de 3 Ω, e a corrente I_1 é determinada por:

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{10 \text{ V}}{2 \Omega} = 5 \text{ A}$$

Para o circuito na Figura 11.61(a), o equivalente do estado estacionário é como mostra a Figura 11.61(b). Dessa vez, o resistor R_1 está curto-circuitado, e os resistores R_2 e R_3 aparecem agora em paralelo. O resultado é:

$$I = \frac{E}{R_2 \parallel R_3} = \frac{21 \text{ V}}{2 \Omega} = 10,5 \text{ A}$$

Aplicando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I_1 = \frac{R_3 I}{R_3 + R_2} = \frac{(6 \Omega)(10,5 \text{ A})}{6 \Omega + 3 \Omega} = \frac{63}{9} \text{ A} = 7 \text{ A}$$

Nos exemplos a seguir, presumimos que as condições de estado estacionário tenham sido estabelecidas.

EXEMPLO 11.10

Determine a corrente I_L e a tensão V_C para o circuito na Figura 11.62.

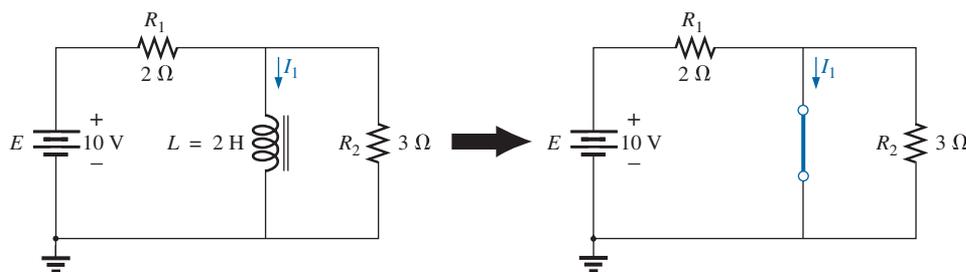


Figura 11.60 Substituição do curto-circuito equivalente pelo indutor para $t > 5\tau$.

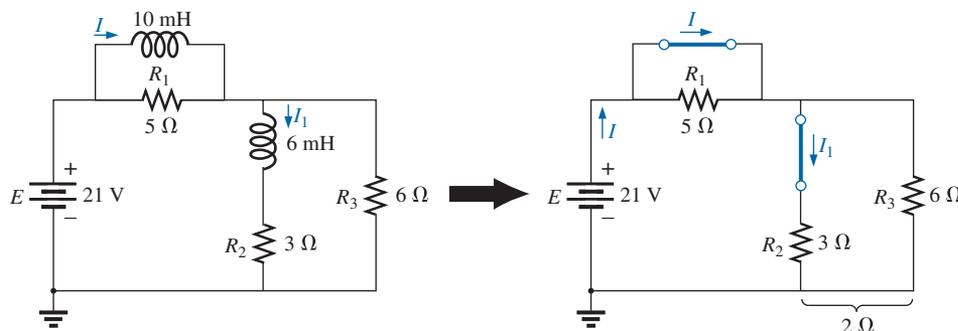


Figura 11.61 Estabelecimento do circuito equivalente para $t > 5\tau$.

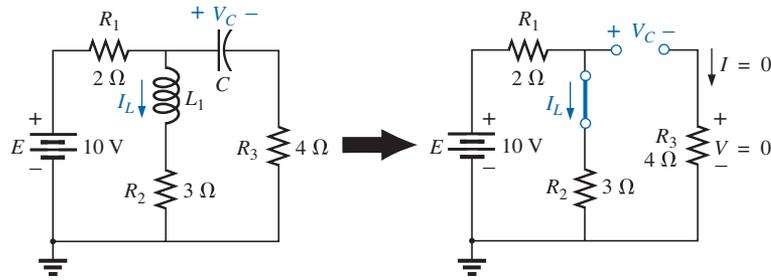


Figura 11.62 Exemplo 11.10.

Solução:

$$I_L = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{10 \text{ V}}{5 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$V_C = \frac{R_2 E}{R_2 + R_1} = \frac{(3 \Omega)(10 \text{ V})}{3 \Omega + 2 \Omega} = 6 \text{ V}$$

$$V_2 = I_2 R_5 = (5 \text{ A})(7 \Omega) = 35 \text{ V}$$

Aplicando a regra do divisor de tensão, temos:

$$V_1 = \frac{(R_3 + R_5) E}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{(1 \Omega + 7 \Omega)(50 \text{ V})}{2 \Omega + 1 \Omega + 7 \Omega} = \frac{(8 \Omega)(50 \text{ V})}{10 \Omega} = 40 \text{ V}$$

EXEMPLO 11.11

Determine as correntes I_1 e I_2 e as tensões V_1 e V_2 para o circuito na Figura 11.63.

Solução:

Observe a Figura 11.64.

$$I_1 = I_2$$

$$= \frac{E}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{50 \text{ V}}{2 \Omega + 1 \Omega + 7 \Omega} = \frac{50 \text{ V}}{10 \Omega} = 5 \text{ A}$$

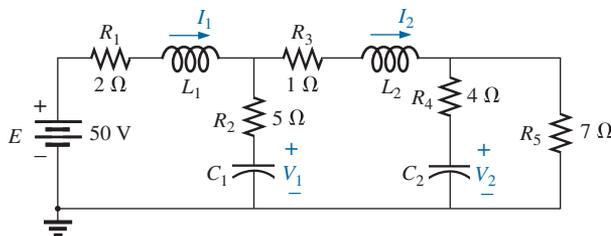


Figura 11.63 Exemplo 11.11.

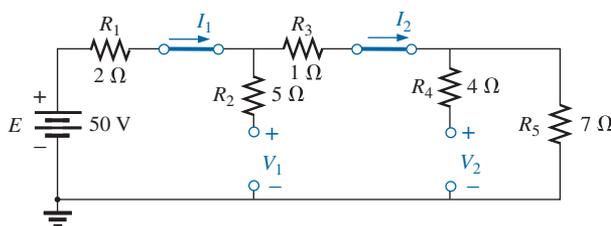


Figura 11.64 Substituição dos curtos-circuitos equivalentes para os indutores e dos circuitos abertos equivalentes para o capacitor para $t > 5\tau$.

11.13 ENERGIA ARMAZENADA POR UM INDUTOR

O indutor ideal, assim como o capacitor ideal, não dissipa a energia elétrica que recebe. No caso do indutor ideal, essa energia é armazenada em um campo magnético. As curvas de tensão, corrente e potência de um indutor são mostradas na Figura 11.65 durante a fase em que o campo magnético nas proximidades de um indutor está aumentando. A energia armazenada é representada pela região sombreada sob a curva da potência. Usando métodos de integração para determinar a área sob a curva, concluímos que:

$$W_{\text{armazenada}} = \frac{1}{2} L I_m^2 \quad (\text{joules, J}) \quad (11.33)$$

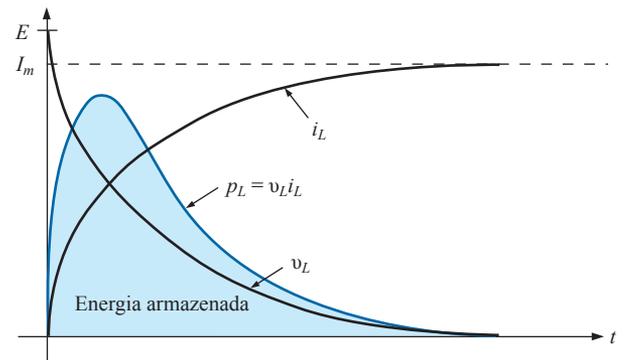


Figura 11.65 Curva da potência para um elemento indutivo na fase transitória.

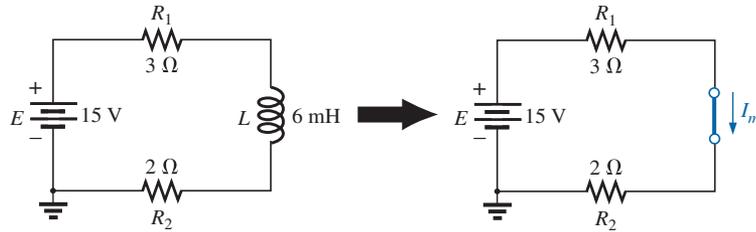


Figura 11.66 Exemplo 11.12.

EXEMPLO 11.12

Calcule a energia armazenada pelo indutor no circuito da Figura 11.66 quando a corrente no circuito alcança o valor final.

Solução:

$$I_m = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{15 \text{ V}}{3 \Omega + 2 \Omega} = \frac{15 \text{ V}}{5 \Omega} = 3 \text{ A}$$

$$W_{\text{armazenada}} = \frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2} (6 \times 10^{-3} \text{ H}) (3 \text{ A})^2$$

$$= \frac{54}{2} \times 10^{-3} \text{ J} = \mathbf{27 \text{ mJ}}$$

11.14 APLICAÇÕES

Lâmpada do flash de uma câmera

O indutor desempenha uma importante função, tanto no circuito de acionamento da lâmpada de flash de uma câmera quanto no filtro de linha (protetor de surtos) descrito na seção Aplicações, do Capítulo 10, que aborda os capacitores. No caso da câmera, ele representa um componente importante responsável pelo *spike* de tensão de alto valor que acontece entre os terminais da bobina de disparo, cujo valor é aumentado no secundário do autotransformador para gerar os 4.000 V necessários para disparar a lâmpada do flash. Lembre-se de que o capacitor em paralelo com a bobina de disparo é carregado com 300 V através do caminho de baixa resistência proporcionado pelo SCR. Entretanto, uma vez que o capacitor esteja totalmente carregado, o curto-circuito para GND, proporcionado pelo SCR, é removido, e o capacitor começa imediatamente a ser descarregado através da bobina de disparo. Visto que a única resistência, considerada na constante de tempo para o circuito indutivo, é a resistência de valor relativamente baixo da própria bobina, a corrente através dessa bobina cresce a uma velocidade muito alta. Uma tensão significativa surge entre os terminais da bobina, conforme define a Equação 11.12: $v_L = L(di_L/dt)$. Essa tensão, por sua vez, é aumentada pela ação do transformador no enrolamento secundário do autotransformador, disparando a lâmpada do flash. A tensão alta gerada nos terminais da bobina de

disparo também aparece diretamente entre os terminais do capacitor do circuito de disparo. O resultado é que ele começa a ser carregado novamente até que a tensão gerada entre os terminais da bobina caia a zero. Entretanto, quando ela cai, o capacitor é novamente descarregado através da bobina, estabelecendo uma nova corrente de carga através dela, e novamente surge uma tensão através da bobina. A alta frequência da troca de energia entre a bobina e o capacitor é denominada *flyback* devido à rápida troca de energia entre os elementos armazenadores. Esse processo começa a decair com o tempo por causa dos elementos resistivos na malha. Quanto maior essa resistência, mais rápido o decaimento. Se um capacitor e um indutor emparelhados fossem isolados e ‘estimulados’ com a aplicação de uma tensão CC, a tensão de alta frequência gerada poderia ser mantida e ter uma aplicação. Na realidade, esse é o efeito *flyback* utilizado para gerar uma tensão contínua estacionária (usando a retificação para converter a tensão oscilante em tensão contínua estacionária) que é normalmente usada em TVs.

Dimmer para residências

Os indutores podem ser encontrados em uma grande variedade de equipamentos eletrônicos comuns de uso doméstico. O dimmer residencial típico usa um indutor para proteger os outros componentes e a carga aplicada de correntes ‘rápidas’ — correntes que aumentam com velocidades muito altas e, frequentemente, com valores excessivamente altos. Essa característica é particularmente importante para os dimmers, já que eles são bastante usados para controlar a intensidade luminosa de uma lâmpada incandescente. Quando o dimmer é ligado, como a resistência da lâmpada incandescente é tipicamente muito baixa, as correntes relativamente altas podem fluir por curtos períodos de tempo até que o filamento da lâmpada se aqueça. O indutor também é eficiente no bloqueio de ruído de alta frequência (interferência de radiofrequência) gerado pela ação de comutação do TRIAC usado no dimmer. Um capacitor também é normalmente incluído na fase para o neutro para evitar quaisquer *spikes* de tensão que possam afetar o funcionamento do dimmer e da carga (lâmpada etc.) e ajudar na supressão de distúrbios de radiofrequência.

Uma foto de um dos dimmers mais comuns é mostrada na Figura 11.67(a), e a visão interna é representada na Figura 11.67(b). Os componentes básicos da maioria dos dimmers comerciais disponíveis aparecem no esquema mostrado na Figura 11.67(c). Nesse projeto, usou-se um indutor de $14,5 \mu\text{H}$ com a capacidade de ‘bloqueio’ descrita acima, e um capacitor de $0,068 \mu\text{F}$ com a função de *bypass* (desvio). Observe o tamanho do indutor com o seu fio grosso, o núcleo ferromagnético grande e o tamanho relativamente grande dos dois capacitores $0,068 \mu\text{F}$. Ambos sugerem que foram projetados para absorver distúrbios de alta energia.

O funcionamento geral do dimmer é mostrado na Figura 11.68. O circuito de controle está em série com a lâmpada, e atua essencialmente como uma impedância

(como a resistência, tema a ser introduzido no Capítulo 15) que pode variar entre valores muito baixos e muito altos: impedâncias de valores muito baixos se assemelham a um curto-circuito, de maneira que a maior parte da tensão aplicada aparece entre os terminais da lâmpada (veja a Figura 11.68(a)), e impedâncias muito altas se aproximam de um circuito aberto no qual uma pequena tensão aparece entre os terminais da lâmpada (veja a Figura 11.68(b)). Valores intermediários de impedância controlam consequentemente a tensão de saída sobre a lâmpada. Por exemplo, se o circuito de controle tem uma impedância muito alta (equivalente a um circuito aberto) durante a metade de um ciclo, conforme visto na Figura 11.68(c), o brilho da lâmpada será menor do que se tivesse a tensão máxima, porém, não será 50 por cento devido à relação não linear

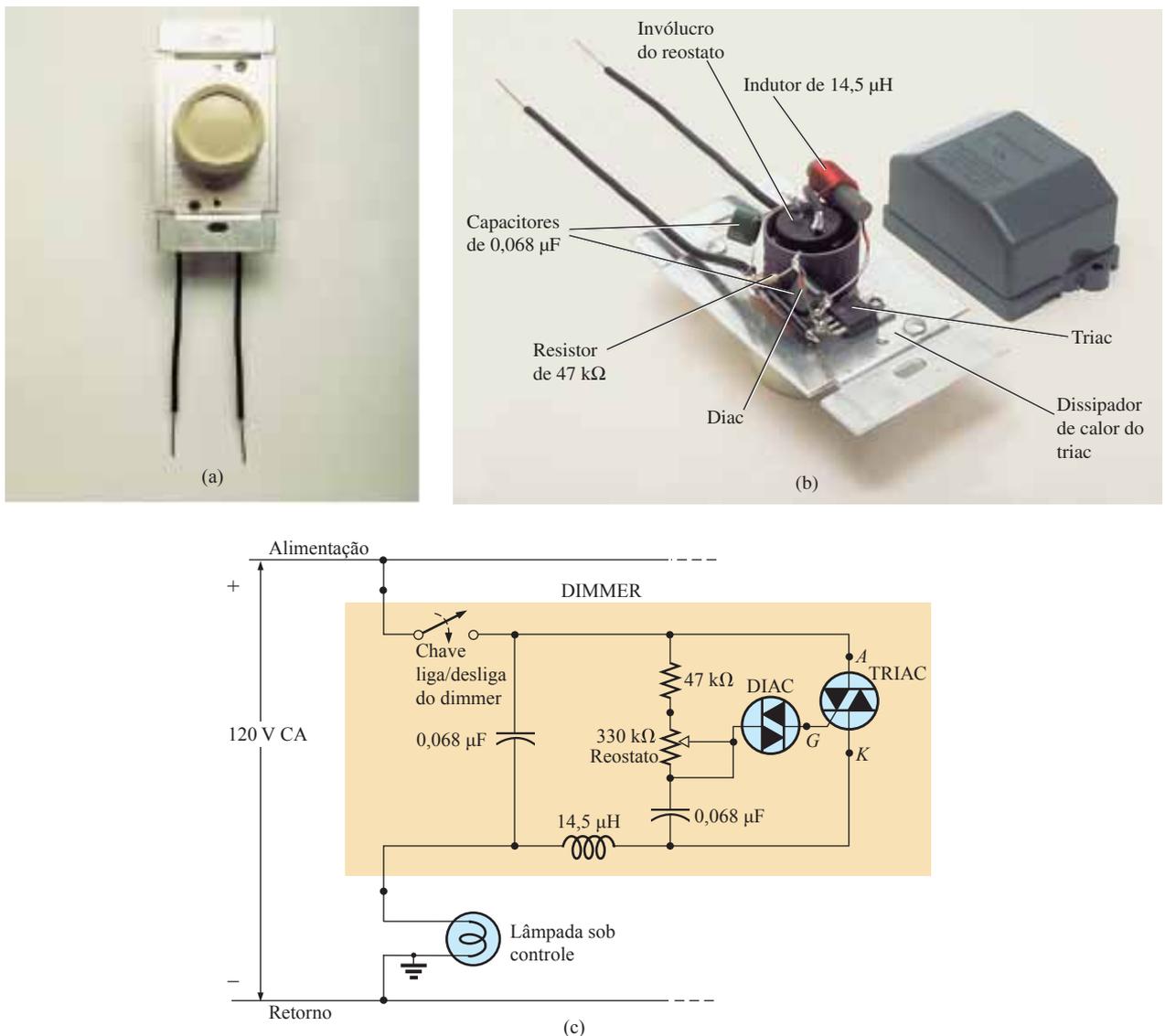


Figura 11.67 Dimmer: (a) aparência externa; (b) construção interna; (c) esquema.

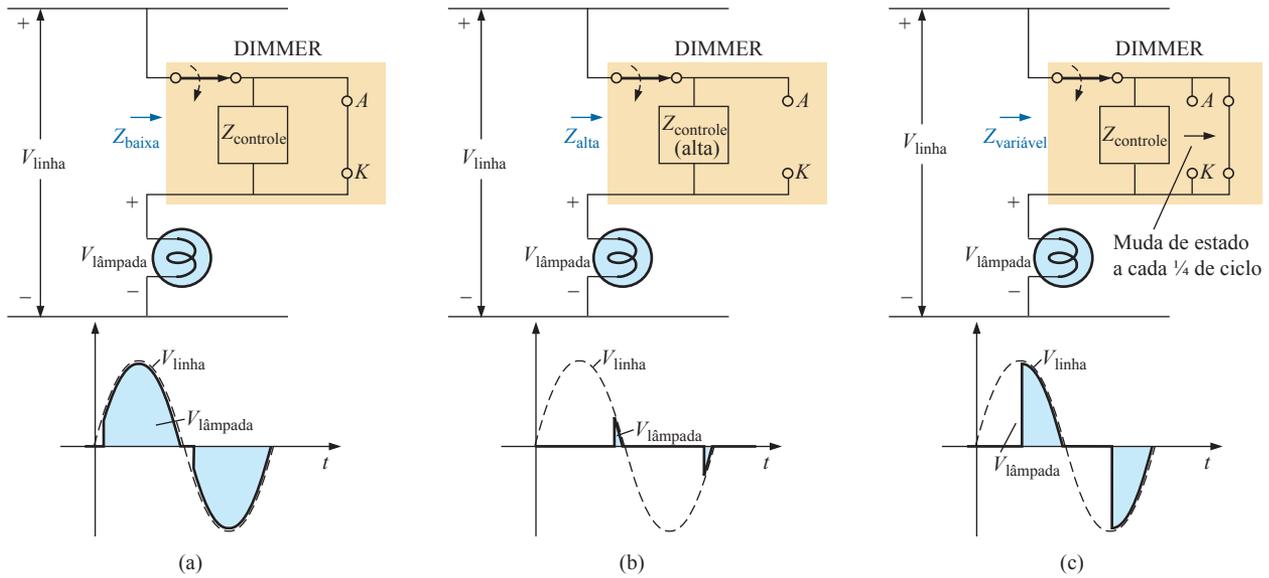


Figura 11.68 Funcionamento básico do dimmer visto na Figura 11.67: (a) tensão máxima na lâmpada; (b) aproximação do ponto de corte da tensão na lâmpada; (c) iluminação reduzida na lâmpada.

entre o brilho da lâmpada e a tensão aplicada. Também está presente um efeito de atraso na operação desse dimmer, mas esse assunto tem de esperar até que os circuitos de avanço e de atraso sejam analisados nos capítulos que tratam de corrente alternada.

O botão de controle, do tipo deslizante ou de outro tipo, que é usado na parte frontal do dimmer para controlar a intensidade da luz, e é conectado diretamente no reostato no ramo paralelo ao triac. O ajuste desse botão determina quando a tensão entre os terminais do capacitor alcança um valor suficientemente alto para ligar o diac (um diodo bidirecional) e estabelecer uma tensão na porta (G) do triac para ligá-lo. Quando isso acontece, o triac proporciona um caminho de baixa impedância do anodo (A) para o catodo (K), e assim a tensão aplicada aparece diretamente entre os terminais da lâmpada. Durante o período em que o SCR está desligado, a resistência entre anodo e catodo é muito alta, podendo ser considerada praticamente como um circuito aberto. Durante esse período, a tensão aplicada não alcança a carga (lâmpada). Durante tais intervalos, a impedância do ramo paralelo que contém o reostato, o resistor de valor fixo e o capacitor é suficientemente alta se comparada à da carga que também pode ser ignorada, completando o circuito aberto equivalente em série com a carga. Observe a localização dos elementos na foto, vista na Figura 11.67(b), e o fato de que a placa de metal na qual o triac está conectado é, na realidade, um dissipador de calor do dispositivo. A chave *liga/desliga* está no mesmo compartimento que o reostato. O projeto completo é certamente bem planejado, de maneira a manter um tamanho relativamente pequeno para o dimmer.

Como os esforços até aqui foram feitos simplesmente para controlar a quantidade de potência na carga, uma pergunta é feita frequentemente: Por que não usamos simplesmente um reostato em série com a lâmpada? Essa questão é respondida mais adequadamente ao analisar o circuito da Figura 11.69, que mostra um simples circuito com um reostato em série com a lâmpada. Na potência máxima, uma lâmpada de 60 W e 120 V tem teoricamente uma resistência interna de $R = V^2/P$ (a partir da equação $P = V^2/R$) $= (120 \text{ V})^2/60 \text{ W} = 240 \Omega$. Embora a resistência dependa da tensão aplicada, consideraremos esse valor nos cálculos a seguir.

Se considerarmos o caso em que o reostato seja ajustado para o mesmo valor de resistência da lâmpada, como mostra a Figura 11.69, teremos 60 V sobre o reostato e sobre a lâmpada. A potência em cada elemento será $P = V^2/R = (60 \text{ V})^2/240 \Omega = 15 \text{ W}$. Certamente, a lâmpada terá

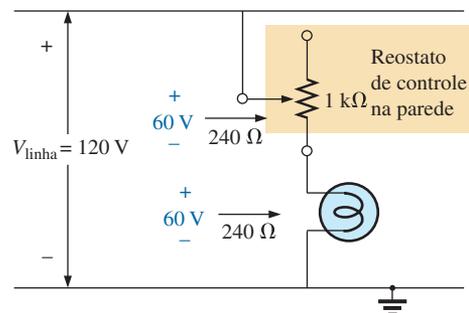


Figura 11.69 Controle direto, via reostato, do brilho de uma lâmpada de 60 W.

uma intensidade luminosa menor, mas o reostato estará dissipando continuamente 15 W de potência. Quando consideramos o tamanho de um potenciômetro de 2 W usado em laboratório, podemos imaginar o tamanho do reostato que seria necessário para 15 W, sem mencionar o custo, embora a maior preocupação fosse provavelmente o aquecimento ao qual a parede ficaria exposta. Estaríamos certamente pagando pelo consumo de uma energia elétrica que não estaria realizando nenhuma função útil. Além disso, se tivermos quatro reostatos ajustados no mesmo ponto, estaremos na realidade desperdiçando energia suficiente para ligar uma outra lâmpada de 60 W.

Existem situações, especialmente quando a luminosidade é ajustada no dimmer em um valor bem baixo, em que um ‘zumbido’ de baixa intensidade, proveniente da lâmpada, pode ser escutado. Esse efeito acontece algumas vezes quando o período de condução do dimmer é muito curto. Os pulsos curtos e repetitivos de tensão aplicados à lâmpada a colocariam em uma condição que poderia se assemelhar a um estado de ressonância (veja o Capítulo 20). Os pulsos curtos são suficientes para aquecer o filamento e a sua estrutura de sustentação, então os pulsos são removidos, permitindo o esfriamento do filamento por um período de tempo relativamente longo. Esse ciclo de aquecimento e de resfriamento repetitivo pode colocar o filamento em movimento, por isso é possível escutar um ‘zumbido’ em um ambiente silencioso. Conseqüentemente, quanto maior o filamento, maior o ‘zumbido’. Outro requisito para que esse efeito ocorra é que o filamento esteja na forma de uma bobina, não de um fio reto.

11.15 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Resposta transitória RL. Essa análise computacional iniciará com análise da fase transitória de um circuito com elementos indutivos em paralelo, conforme mostra a Figura 11.70. Os indutores são encontrados na biblioteca **ANALOG** na caixa de diálogo **Place Part**. Como se pode ver na Figura 11.70, o indutor aparece com um ponto em uma das extremidades da bobina. O ponto é definido por uma convenção que é usada quando duas ou mais bobinas têm uma indutância mútua, tópico que será discutido em detalhes no Capítulo 22. Nesse exemplo, não há efeitos mútuos presumidos, de maneira que os pontos não têm efeito sobre essa investigação. Entretanto, para esse software, o ponto é sempre colocado próximo do terminal 1 do indutor. Se você trouxer o indicador controlado pelo mouse para perto da extremidade da bobina **L1** com o ponto, o resultado será o seguinte: **[L1/1Number:1]**. O número é importante porque definirá qual gráfico queremos ver na resposta do ensaio posterior. Quando os indutores são colocados na tela, eles têm de ser girados 270°, o que pode ser obtido com a sequência **Rotate-Mirror Vertically**.

Note, também na Figura 11.70, a necessidade de um resistor R_1 em série com a malha de indutores em paralelo. No PSpice, os indutores têm de ter um resistor em série para refletir as condições reais. Entretanto, o valor escolhido de 1 m Ω é muito pequeno para que não afete a resposta do sistema. No caso da função **VPulse** (obtida

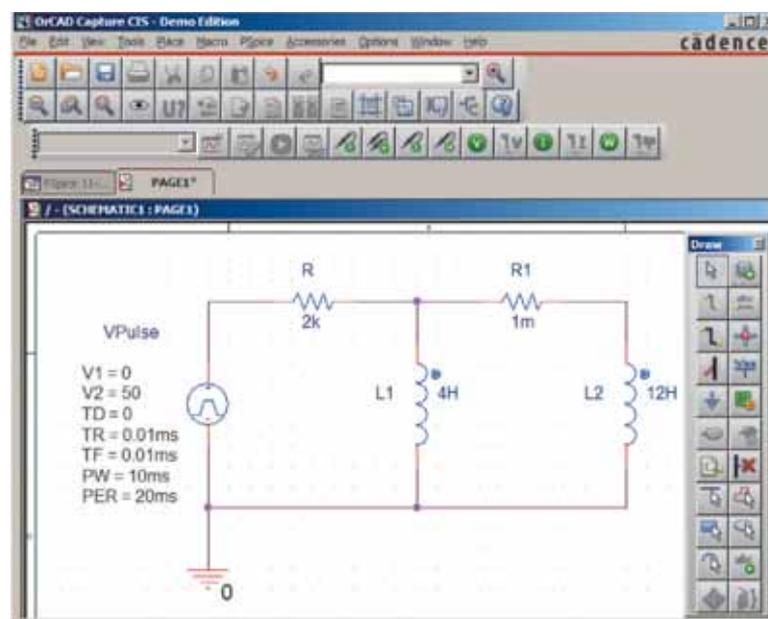


Figura 11.70 Uso do PSpice para obter a resposta transitória relativa a um pulso de 50 V de um circuito com indutores em paralelo.

da SOURCE Library), o tempo de subida foi ajustado em 0,01 ms, e a largura do pulso, em 10 ms, pois a constante de tempo do circuito é $\tau = L_T/R = (4 \text{ H} \parallel 12 \text{ H})/2 \text{ k}\Omega = 1,5 \text{ ms}$ e $5\tau = 7,5 \text{ ms}$.

A simulação é realizada da mesma forma que foi feita para obter a resposta transitória de circuitos capacitivos. De uma forma resumida, a sequência para obter um gráfico da tensão entre os terminais do enrolamento em função do tempo é a seguinte: **New SimulationProfile** botão-**PSpice 11-1-Create TimeDomain(Transient)-Run to time:10ms-Start saving data after:0s** e **Maximum step size:5 μ s-OK-Run PSpice** botão-**Add Trace** botão-**-V(L2)-OK**. O resultado desses passos aparece na parte inferior da Figura 11.71. Um tamanho máximo de degrau de 5 μ s foi escolhido para garantir que ele seja menor que o tempo de subida ou de descida, que é de 10 μ s. Note que a tensão entre os terminais da bobina salta para 50 V quase imediatamente; em seguida, decai para 0 V durante aproximadamente 8 ms. Um gráfico da corrente total através das bobinas em paralelo pode ser obtido por meio de **Plot-Plot to Window**-botão **Add Trace-I(R)-OK**, gerando o gráfico que aparece na parte superior da Figura 11.71. Quando o gráfico aparece pela primeira vez, a escala vertical se estendia de 0 A a 30 mA, ainda que o valor máximo de i_R fosse 25 mA. Para colocar o valor máximo na extremidade do gráfico, **Plot** foi selecionado seguido de **Axis Settings-Y Axis-User Defined-0A to 25mA-OK**.

Para obter os valores, o gráfico de tensão foi selecionado, **SEL>>**, seguido do botão **Toggle cursor** e um clique na tela para fazer aparecer a pequena cruz. Um clique no botão esquerdo do mouse no ponto correspondente a uma constante de tempo de 1,5 μ s revela um valor de 18,24 V

para **A1** (cerca de 36,5 por cento do máximo, conforme definido pela curva exponencial). Um clique com o botão direito do mouse em 7,5 ms, ou cinco constantes de tempo, resulta no valor relativamente baixo de 0,338 V para **A2**.

Resposta transitória com condições iniciais. A próxima aplicação comprovará os resultados obtidos no Exemplo 11.4, que apresenta uma condição inicial associada ao elemento indutivo. A função **VPulse** é empregada novamente com os parâmetros que aparecem na Figura 11.72. Como $\tau = L/R = 100 \text{ mH}/(2,2 \text{ k}\Omega + 6,8 \text{ k}\Omega) = 100 \text{ mH}/9 \text{ k}\Omega = 11,11 \mu\text{s}$ e $5\tau = 55,55 \mu\text{s}$, a largura de pulso (**PW**) foi ajustada em 100 μ s. Os tempos de subida e de descida foram ajustados em $100 \mu\text{s}/1000 = 0,1 \mu\text{s}$.

O ajuste das condições iniciais para o indutor requer um procedimento que ainda não foi descrito. Primeiro, dê um duplo clique no símbolo do indutor para obter a caixa de diálogo **Property Editor**. Em seguida, selecione **Parts** na parte inferior da caixa de diálogo e selecione **New Column** para obter a caixa de diálogo **Add New Column**. Abaixo de **Name** digite **IC** (uma abreviação de ‘condição inicial’ — e não de ‘corrente capacitiva’) seguida pela condição inicial de 4 mA abaixo de **Value**; em seguida, clique em **OK**. A caixa de diálogo **Property Editor** aparece novamente, mas agora a condição inicial aparece como uma **New Column** na listagem horizontal dedicada ao elemento indutivo. Agora selecione **Display** para obter a caixa de diálogo **Display Properties**, e abaixo de **Display Format** escolha **Name and Value**, de forma que tanto **IC** quanto **4 mA** apareçam. Clique em **OK** para retornar à caixa de diálogo **Property Editor**. Finalmente, clique em **Apply** e feche a caixa de diálogo (**X**). O resultado é mostrado na Figura 11.72 para o elemento indutivo.

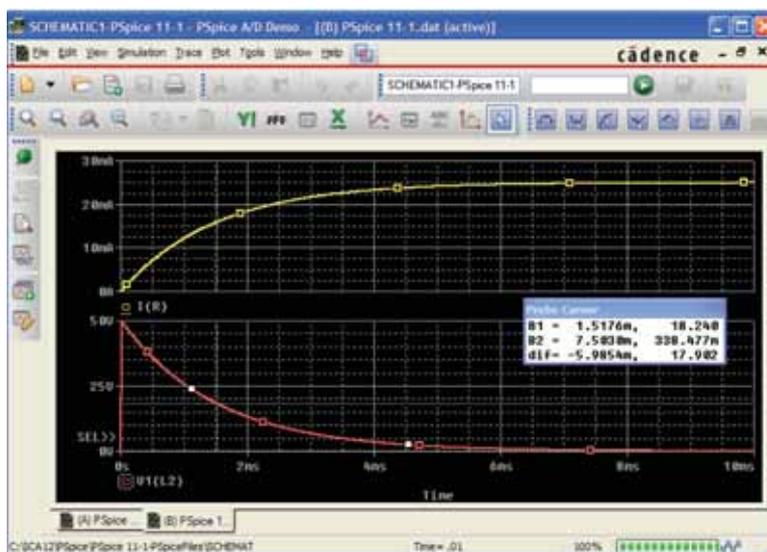


Figura 11.71 Resposta transitória de v_L e i_R para o circuito mostrado na Figura 11.70.

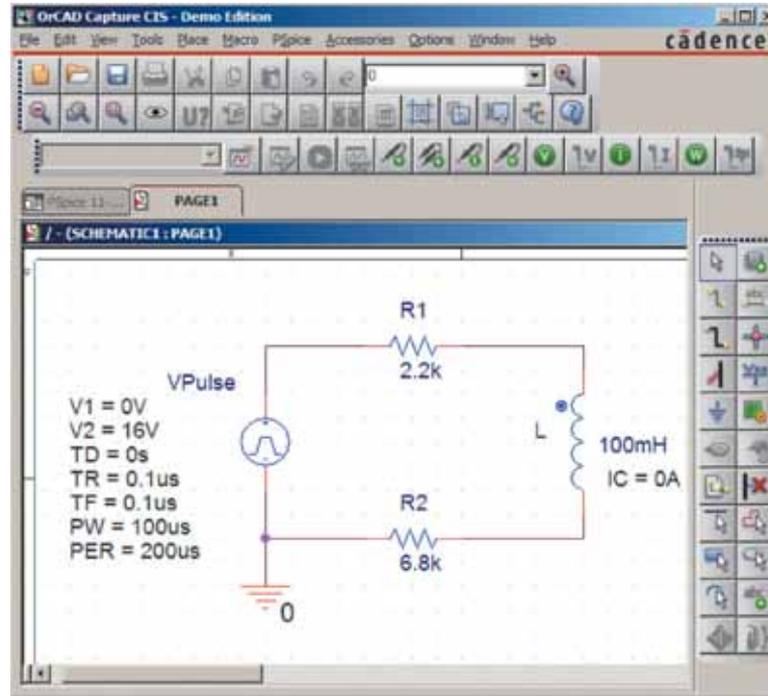


Figura 11.72 Uso do PSpice para determinar a resposta transitória para um circuito no qual o elemento indutivo apresente uma condição inicial.

Agora, realizaremos a simulação. Primeiro acione o botão **New Simulation Profile**, digite o nome **PSpice 11-3**, seguido do botão **Create**. Então, na caixa de diálogo **Simulations Settings**, selecione **Time Domain(Transient)** em **Analysis type** e **General Settings** em **Options**. O **Run to time** deve ser de 200 μ s, de maneira que possamos ver o efeito completo da fonte de pulso na resposta transitória. O **Start saving data after** deve ser mantido em 0 s e o

Maximum step size deve ser de $200 \mu\text{s}/1000 = 200 \text{ ns}$. Clique em **OK** e, em seguida, acione o botão **Run PSpice**. O resultado deve ser uma tela com um eixo x que se estende de 0 a 200 μ s. Selecione **Trace** para obter a caixa de diálogo **Add Traces** e então selecione **I(L)** seguido do botão **OK**, o que resultará na tela mostrada na Figura 11.73. O gráfico para **I(L)** começa nitidamente no valor de 4 mA, e então decai para 1,78 mA, conforme definido

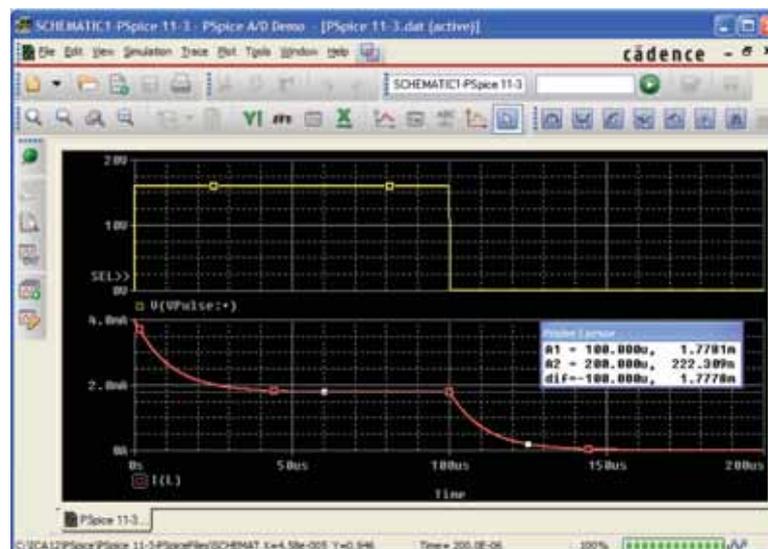


Figura 11.73 Gráfico do pulso aplicado e da corrente resultante para o circuito visto na Figura 11.72.

por um clique com o botão esquerdo do mouse. Um clique com o botão direito do mouse revela que a corrente caiu para $0,222 \mu\text{A}$ (essencialmente 0 A), após a fonte de pulso ter caído para 0 V por $100 \mu\text{s}$. A forma de onda da fonte **VPulse** foi colocada na mesma figura por **Plot-Add to Window-Trace-Add Trace-V(Vpulse:)-OK** para possibilitar uma comparação entre a tensão aplicada e a corrente resultante no indutor.

Multisim

A resposta transitória de um circuito R - L também pode ser obtida usando o Multisim. O circuito a ser analisado é mostrado na Figura 11.74, com uma fonte de pulso de tensão para simular o fechamento de uma chave em $t = 0 \text{ s}$. A fonte **PULSE_VOLTAGE** é encontrada sob a família **SIGNAL_VOLTAGE SOURCE**. Quando colocada na tela, ela aparece com um rótulo, uma tensão inicial, um degrau de tensão e um valor de frequência. Todos esses parâmetros podem ser alterados por meio de um duplo clique no símbolo da fonte para obter a caixa de diálogo. Conforme mostra a Figura 11.74, o **Pulsed Value** é ajustado em 20 V e o **Delay Time** em 0 s . O **Rise Time** e o **Fall Time** devem ser mantidos com os valores default de 1 ns . Nessa análise, queremos uma largura de pulso (**Pulse Width**) que seja pelo menos duas vezes o período transitório de 5τ do circuito. No caso dos valores escolhidos para R e L , $\tau = L/R = 10 \text{ mH}/100 \Omega = 0,1 \text{ ms} = 100 \mu\text{s}$. O período transitório de 5τ é, portanto, $500 \mu\text{s}$ ou $0,5 \text{ ms}$. Assim, um **Pulse Width** de 1 ms seria adequado com um **Period** de 2 ms . Como consequência, a frequência é $f = 1/T = 1/2 \text{ ms} = 500 \text{ Hz}$. Quando o valor do indutor é configurado em 10 mH usando um procedimento definido em capítulos anteriores, um valor inicial para a corrente do indutor também pode ser estabelecido sob o título de

Additional SPICE Simulation Parameters. Nesse caso, tendo em vista que ele não faz parte da nossa análise, foi configurado para 0 A , como mostra a Figura 11.74. Quando todos foram configurados e selecionados, os parâmetros da fonte de pulso aparecem como mostra a Figura 11.74. Em seguida, o resistor, o indutor e o terra são colocados na tela para completar o circuito.

O processo de simulação é iniciado pela seguinte sequência: **Simulate-Analyses-Transient Analysis**. Como resultado, abre-se a caixa de diálogo na qual a aba **Analysis Parameters** é escolhida primeiro. Em **Parameters**, coloque 0 s para **Start time** e 4 ms ($4\text{E}-3$) para **End time**, de maneira que teremos na tela dois ciclos completos da tensão aplicada. Após habilitar o **Maximum time step settings (TMAX)**, ajustamos o **Minimum number of time points** em 1.000 para ter uma boa resolução para o gráfico durante a rápida variação do período transitório. Em seguida, a aba **Output variables** tem de ser selecionada para que o programa saiba quais os valores das tensões e das correntes de interesse. Do lado esquerdo da caixa de diálogo, está a lista de variáveis (**Variables**), que têm de ser definidas para o circuito. Do lado direito, está a lista de **Selected variables for analysis**. Entre essas duas listas, podem ser vistos os botões **Add** e **Remove**. Para mover uma variável da coluna da esquerda para a da direita, simplesmente selecione-a na coluna da esquerda e acione o botão **Add**. Ela então aparecerá na coluna da direita. Para os nossos propósitos, parece-nos apropriado que plotemos ambos, a tensão aplicada e a tensão entre os terminais da bobina, assim **V(1)** e **V(2)** têm de ser movidos para a coluna da direita. Em seguida, ative **Simulate**, e a janela intitulada **Grapher View** aparecerá com os gráficos selecionados conforme mostra a Figura 11.74. Clique no botão **Show/Hide Grid** (uma grade em vermelho sobre um

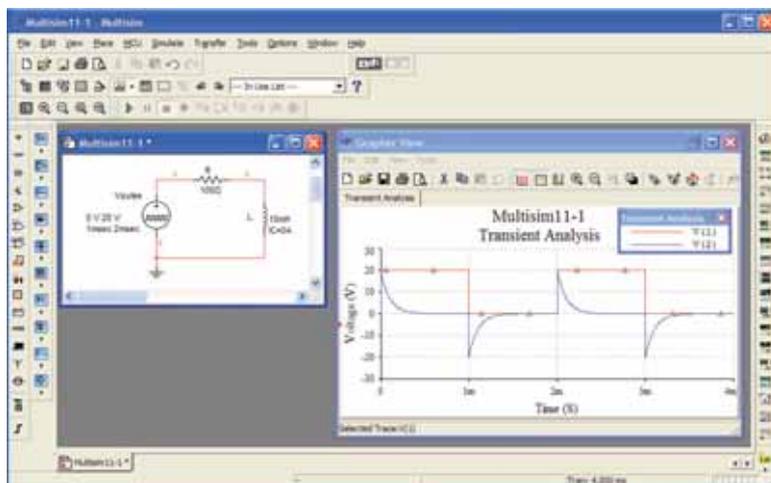


Figura 11.74 Uso do Multisim para obter a resposta transitória de um circuito indutivo.

plano cartesiano em preto) e as linhas de grade aparecerão. Em seguida, acione o botão **Show/Hide Legend** imediatamente à direita, resultando na pequena caixa de diálogo **Transient Analysis** que identifica as cores associadas a cada tensão nodal. Nesse caso, vermelho é a cor da tensão aplicada e azul é a cor da tensão através da bobina.

A fonte de tensão aparece conforme o esperado, com amplitude de 20 V, ciclo de trabalho de 50 por cento e período de 2 ms. A tensão sobre a bobina salta imediatamente para 20 V e, em seguida, começa a decair até 0 V

em aproximadamente 0,5 ms, conforme previsto. Quando a fonte de tensão cai para zero, a tensão sobre a bobina tem a polaridade invertida para manter a corrente fluindo na mesma direção no circuito indutivo. Lembre-se de que, para uma bobina, a tensão pode variar instantaneamente, porém, o indutor ‘bloqueia’ qualquer variação instantânea na corrente. Com a reversão da polaridade, a tensão sobre a bobina garante a mesma polaridade de tensão sobre o resistor e, portanto, o mesmo sentido para a corrente através da bobina e do circuito.

PROBLEMAS

Seção 11.2 Campo magnético

- Considerando o eletroímã na Figura 11.75:
 - Determine a densidade de fluxo em Wb/m^2 .
 - Qual é a densidade de fluxo em teslas?
 - Qual é a força magnetomotriz aplicada?
 - Qual seria a leitura do medidor na Figura 11.14 em gauss?

Seção 11.3 Indutância

- Para o indutor na Figura 11.76, determine a indutância L em henries.
- Repita o Problema 2 com um núcleo ferromagnético com $\mu_r = 500$.
 - Como a nova indutância se relaciona com a antiga? Como ela se relaciona com o valor de μ_r ?
- Para o indutor na Figura 11.77, determine a indutância aproximada L em henries.
- Um indutor com núcleo de ar tem uma indutância total de 4,7 mH.
 - Qual é a indutância, se a única mudança é um aumento do número de espiras por um fator de três?
 - Qual é a indutância, se a única mudança é um aumento do comprimento por um fator de três?

- Qual é a indutância, se a área for dobrada, o comprimento cortado pela metade e o número de espiras dobrado?
 - Qual é a indutância, se área, comprimento e número de espiras forem cortados pela metade e um núcleo ferromagnético com μ_r de 1.500 for inserido?
- Qual é a indutância e a faixa de valores esperados para um indutor com o seguinte rótulo?
 - 392 K
 - azul cinza preto J
 - 47 k
 - marrom verde vermelho K

Seção 11.4 Tensão induzida v_L

- Se o fluxo em uma bobina de 50 espiras varia a uma taxa de 120 mW/s, qual é a tensão induzida através da bobina?
- Determine a taxa de variação do fluxo em uma bobina se 20 V são induzidos através de uma bobina de 200 espiras.
- Quantas espiras terá uma bobina se 42 mV forem induzidos através da bobina por uma variação no fluxo de 3 mW/s?
- Determine a tensão induzida através de uma bobina de 22 mH se a taxa de variação da corrente através da bobina for:
 - 1 A/s
 - 1 mA/ms
 - 2 mA/10 μs



Figura 11.75 Problema 1.

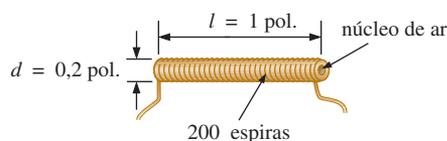


Figura 11.76 Problemas 2 e 3.

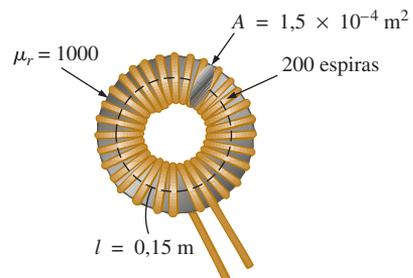


Figura 11.77 Problema 4.

Seção 11.5 Transitórios em circuitos R - L : fase de armazenamento

11. Para o circuito da Figura 11.78, composto de valores-padrão:
 - a) Determine a constante de tempo.
 - b) Escreva a expressão matemática para a corrente i_L após a chave ser fechada.
 - c) Repita o item (b) para v_L e v_R .
 - d) Determine i_L e v_L em uma, três e cinco constantes de tempo.
 - e) Esboce as formas de onda de i_L , v_L e v_R .
12. Para o circuito da Figura 11.79, composto de valores-padrão:
 - a) determine τ ;
 - b) escreva uma equação matemática para a corrente i_L após a chave ser fechada em $t = 0$ s;
 - c) escreva as equações matemáticas para v_L e v_R após a chave ser fechada em $t = 0$ s;
 - d) determine i_L e v_L em $t = 1\tau$, 3τ e 5τ ;
 - e) esboce as formas de onda de i_L , v_L e v_R durante a fase de armazenamento.
13. Dada a fonte de 18 V, use os valores-padrão para projetar um circuito com a resposta da Figura 11.80.

Seção 11.6 Valores iniciais

14. Considerando o circuito da Figura 11.81:
 - a) Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão v_L após a chave ser fechada. Preste atenção no valor e no sentido da corrente inicial.
 - b) Esboce as formas de onda de i_L e v_L para o período entre o instante em que a chave é fechada e aquele em que o circuito atinge o estado estacionário.
15. Nesse problema, o efeito da reversão da corrente inicial é investigado. O circuito na Figura 11.82 é o mesmo que aparece na Figura 11.81, com a única mudança sendo o sentido da corrente inicial.

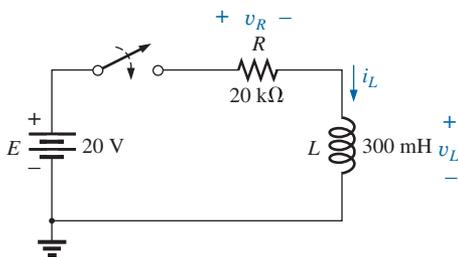


Figura 11.78 Problema 11.

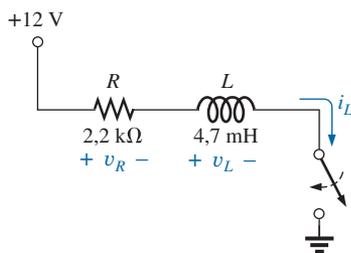


Figura 11.79 Problema 12.

- a) Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão v_L seguindo o fechamento da chave. Atente para a polaridade definida para v_L e o sentido de i_L .
 - b) Esboce a forma de onda de i_L e v_L para o período inteiro do valor inicial ao nível de estado estacionário.
 - c) Compare os resultados com aqueles do Problema 14.
16. Considerando o circuito na Figura 11.83:
 - a) Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e a tensão v_L após a chave ser fechada. Preste atenção no valor e no sentido da corrente inicial.
 - b) Esboce as formas de onda de i_L e v_L para o período entre o instante em que a chave é fechada e aquele em que o circuito atinge o estado estacionário.
 - *17. Considerando o circuito na Figura 11.84:
 - a) Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e a tensão v_L após a chave ser fechada. Preste atenção no valor e no sentido da corrente inicial.
 - b) Esboce as formas de onda de i_L e v_L para o período inteiro do valor inicial até o circuito atingir o estado estacionário.

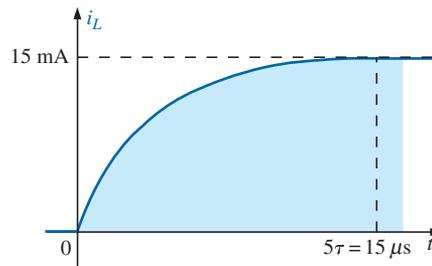


Figura 11.80 Problema 13.

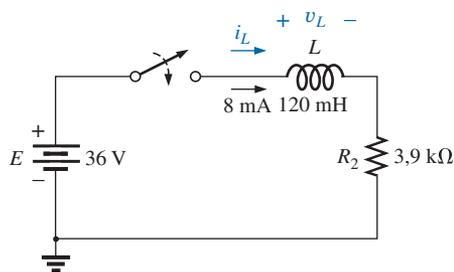


Figura 11.81 Problemas 14 e 49.

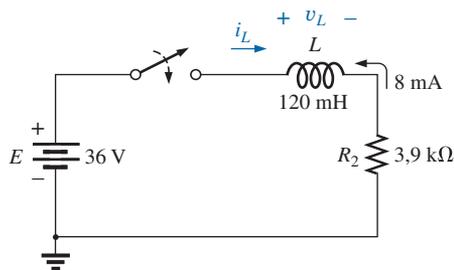


Figura 11.82 Problema 15.

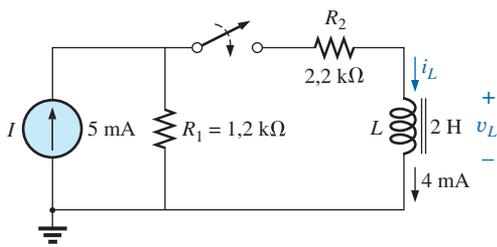


Figura 11.83 Problema 16.

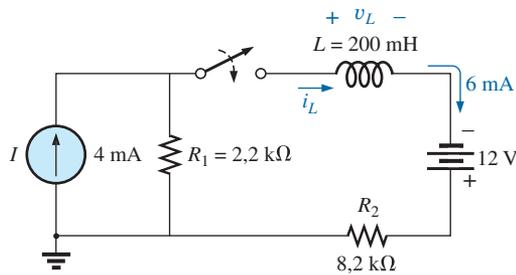


Figura 11.84 Problema 17.

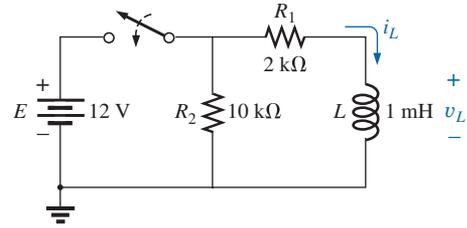


Figura 11.86 Problema 19.

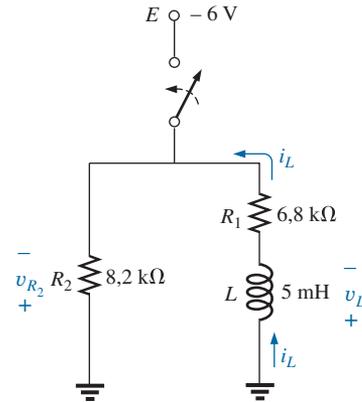


Figura 11.87 Problema 20.

Seção 11.7 Transitórios em circuitos R-L: fase de decaimento

- 18. Considerando o circuito da Figura 11.85:
 - a) determine as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão v_L quando a chave é fechada.
 - b) repita o item (a) se a chave for aberta após a passagem de cinco constantes de tempo.
 - c) esboce as formas de onda para os itens (a) e (b) no mesmo gráfico.
- *19. Considerando o circuito da Figura 11.86:
 - a) escreva uma expressão matemática para a corrente i_L e para a tensão v_L após a chave ser fechada.
 - b) repita a parte (a) se as chaves forem operadas em $t = 1 \mu\text{s}$.
 - c) esboce as formas de onda das partes (a) e (b) no mesmo conjunto de eixos.
- *20. Considerando o circuito da Figura 11.87:
 - a) determine as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão v_L após a chave ser fechada.
 - b) determine as expressões matemáticas para i_L e v_L se a chave for aberta após um período de cinco constantes de tempo.

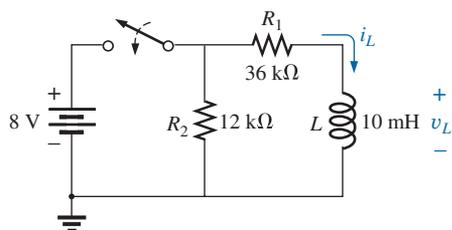


Figura 11.85 Problema 18.

- c) esboce as formas de onda de i_L e v_L para os períodos de tempo definidos pelas partes (a) e (b).
- d) esboce a forma de onda para a tensão através de R_2 para o mesmo período de tempo compreendido por i_L e v_L . Atente para as polaridades definidas e para os sentidos na Figura 11.87.

Seção 11.8 Equivalente de Thévenin: $\tau = L/R_{Th}$

- 21. Para a Figura 11.88:
 - a) determine as expressões matemáticas para i_L e v_L seguindo o fechamento da chave;
 - b) determine i_L e v_L após uma constante de tempo.
- 22. Dada a Figura 11.89:
 - a) determine as expressões matemáticas para i_L e v_L seguindo o fechamento da chave;
 - b) determine i_L e v_L em $t = 100 \text{ ns}$.
- *23. Considerando a Figura 11.90:
 - a) Determine as expressões matemáticas para i_L e v_L seguindo o fechamento da chave. Observe o sentido definido para i_L e polaridade para v_L .

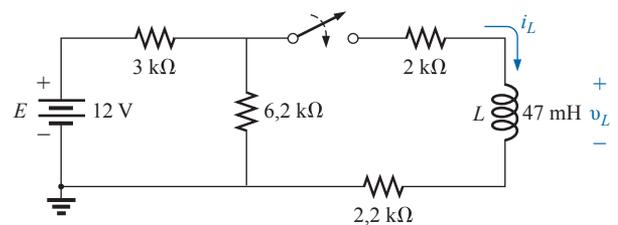


Figura 11.88 Problemas 21 e 50.

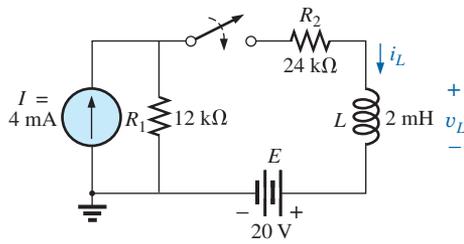


Figura 11.89 Problema 22.

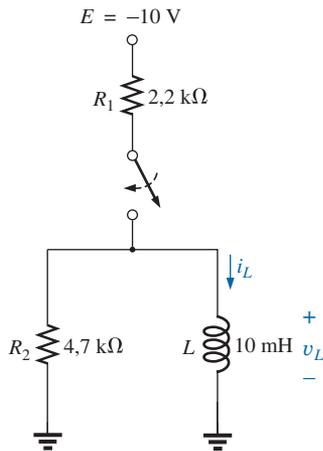


Figura 11.90 Problema 23.

- b) Calcule i_L e v_L em $t = 10 \mu\text{s}$.
 - c) Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão v_L se a chave for aberta em $t = 10 \mu\text{s}$.
 - d) Esboce as formas de onda de i_L e v_L para as partes (a) e (c).
- *24. Considerando o circuito na Figura 11.91, a chave está fechada em $t = 0$ s.
- a) Determine v_L em $t = 25$ ms.
 - b) Determine v_L em $t = 1$ ms.
 - c) Calcule v_{R_1} em $t = 1\tau$.
 - d) Determine o tempo necessário para a corrente i_L alcançar 100 mA.
 - e) Qual é o efeito do resistor de 470 Ω ? Explique.

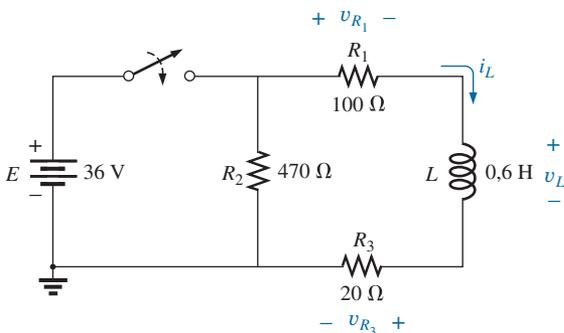


Figura 11.91 Problema 24.

- *25. A chave na Figura 11.92 esteve aberta por um longo tempo. Ela é então fechada em $t = 0$ s.
- a) Escreva a expressão matemática para a corrente i_L e para a tensão v_L após a chave ser fechada.
 - b) Esboce a forma de onda de i_L e v_L do valor inicial até o circuito atingir o estado estacionário.
- *26. a) Determine as expressões matemáticas para i_L e para v_L seguindo o fechamento da chave na Figura 11.93. Os valores de estado estacionário de i_L e v_L são estabelecidos antes de a chave ser fechada.
- b) Determine i_L e v_L após duas constantes de tempo da fase de armazenamento.
 - c) Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão v_L se a chave estiver aberta no instante definido pela parte (b).
 - d) Esboce as formas de onda de i_L e v_L para as partes (a) e (c).
- *27. A chave para o circuito na Figura 11.94 esteve fechada por mais ou menos 1 h. Ela é então aberta no tempo definido como $t = 0$ s.
- a) Determine o tempo exigido para a corrente i_L cair para 10 μA .
 - b) Calcule a tensão v_L em $t = 10 \mu\text{s}$.
 - c) Calcule v_L em $t = 5\tau$.
- *28. A chave na Figura 11.95 esteve fechada por um longo tempo. Ela é então aberta em $t = 0$ s.
- a) Escreva a expressão matemática para a corrente i_L e para a tensão v_L após a chave ser aberta.
 - b) Esboce a forma de onda de i_L e de v_L do valor inicial até o circuito atingir o estado estacionário.

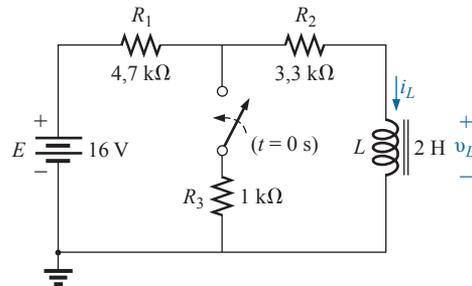


Figura 11.92 Problema 25.

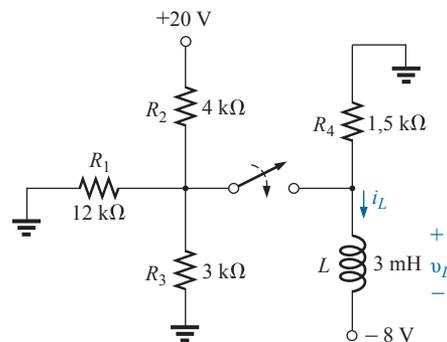


Figura 11.93 Problema 26.

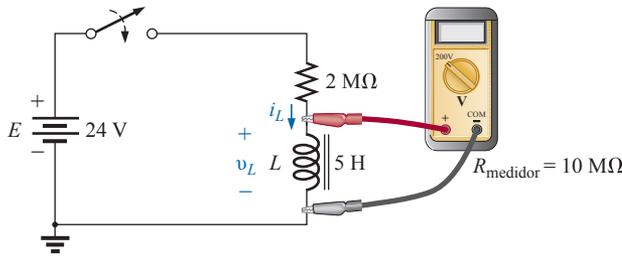


Figura 11.94 Problema 27.

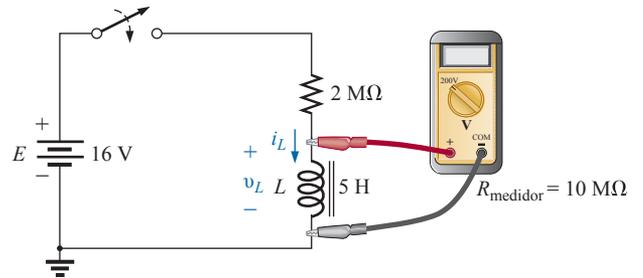


Figura 11.96 Problema 31.

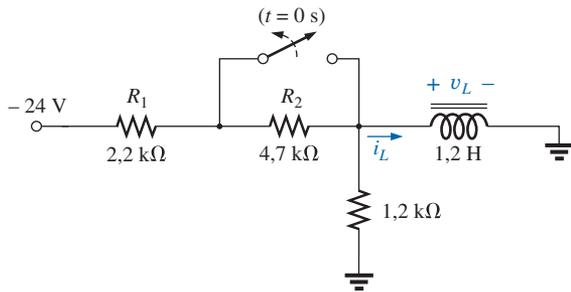


Figura 11.95 Problema 28.

Seção 11.9 Valores instantâneos

29. Levando em consideração que $i_L = 100 \text{ mA}(1 - e^{-t/20 \text{ ms}})$:
- determine i_L em $t = 1 \text{ ms}$;
 - determine i_L em $t = 100 \text{ ms}$;
 - calcule o tempo t quando i_L for igual a 50 mA ;
 - calcule o tempo t quando i_L for igual a 99 mA .
30. a) Se a corrente medida para um indutor durante a fase de armazenamento é $126,4 \mu\text{A}$ após um período de uma constante de tempo ter passado, qual é o nível máximo de corrente a ser atingida?
- b) Quando a corrente da parte (a) alcançar $160 \mu\text{A}$, $64,4 \mu\text{s}$ terão se passado. Determine a constante de tempo do circuito.
- c) Se a resistência do circuito é 500Ω , qual é o valor do indutor em série para estabelecer a corrente da parte (a)? A indutância resultante é um valor-padrão?
- d) Qual é a tensão de saída da fonte necessária?

31. O circuito na Figura 11.96 emprega um DMM com uma resistência interna de $10 \text{ M}\Omega$ no modo do voltímetro. A chave está fechada em $t = 0 \text{ s}$.
- Determine a tensão através da bobina no instante após a chave ser fechada.
 - Qual é o valor final da corrente i_L ?
 - Quanto tempo tem de passar antes que i_L chegue a $10 \mu\text{A}$?
 - Qual é a leitura do voltímetro em $t = 12 \mu\text{s}$?

Seção 11.10 Tensão induzida média: $v_{L_{av}}$

32. Determine a forma de onda para a tensão induzida através de uma bobina de 200 mH se a corrente através da bobina é como mostra a Figura 11.97.
33. Determine a forma de onda para a tensão induzida através de uma bobina de 5 mH se a corrente pela bobina é como mostra a Figura 11.98.
- *34. Determine a forma de onda para a corrente de uma bobina de 10 mH se a tensão através da bobina segue o padrão da Figura 11.99. A corrente i_L é 4 mA em $t = 0^- \text{ s}$.

Seção 11.11 Indutores em série e em paralelo

- Determine a indutância total do circuito na Figura 11.100.
- Determine a indutância total para o circuito da Figura 11.101.
- Reduza o circuito na Figura 11.102 ao menor número possível de componentes.
- Reduza o circuito na Figura 11.103 ao menor número possível de elementos.
- Reduza o circuito da Figura 11.104 ao menor número possível de elementos.

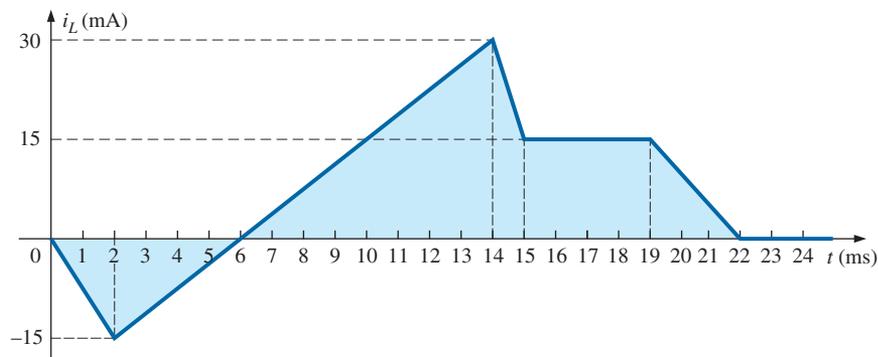


Figura 11.97 Problema 32.

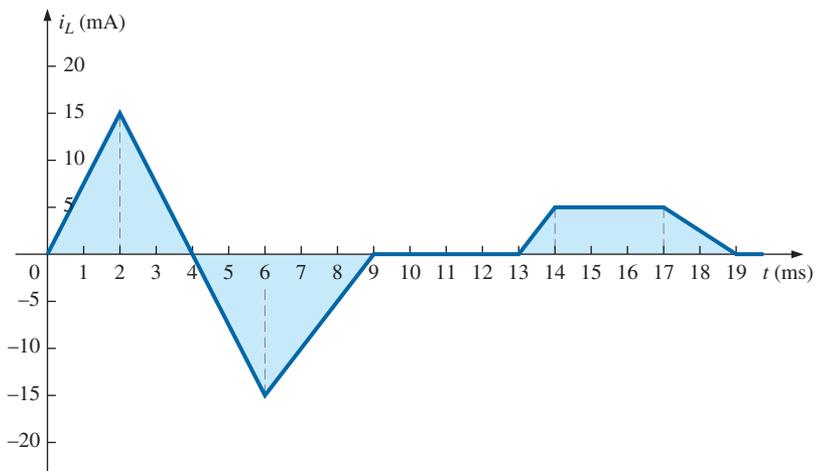


Figura 11.98 Problema 33.

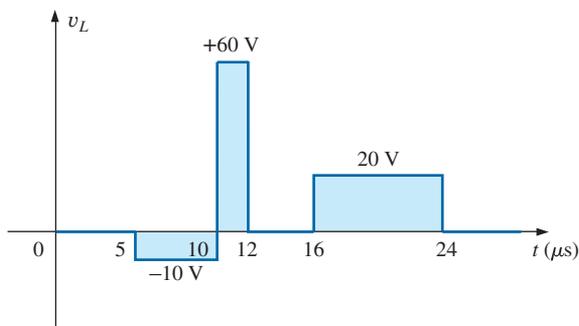


Figura 11.99 Problema 34.

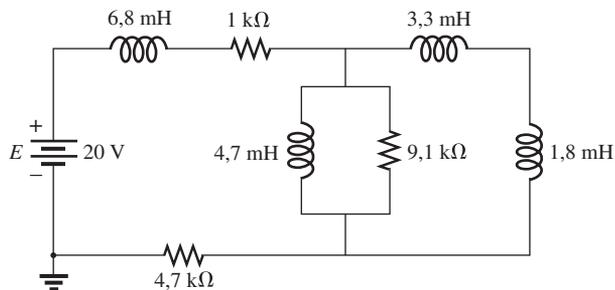


Figura 11.102 Problema 37.

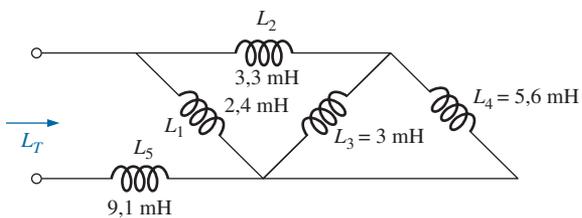


Figura 11.100 Problema 35.

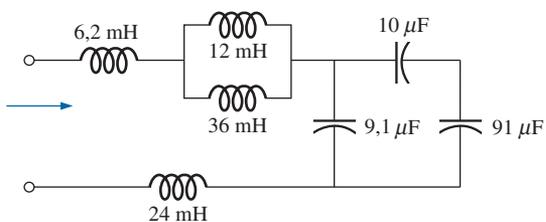


Figura 11.103 Problema 38.

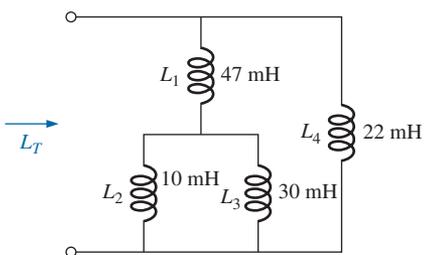


Figura 11.101 Problema 36.

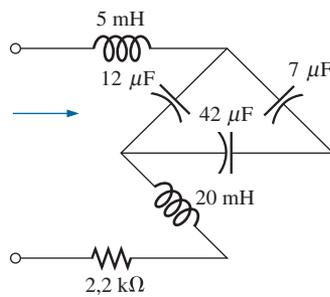


Figura 11.104 Problema 39.

- *40. Considerando o circuito na Figura 11.105:
- Escreva as expressões matemáticas para as tensões v_L e v_R e para a corrente i_L se a chave for fechada em $t = 0$ s.
 - Esboce as formas de onda de v_L , v_R e i_L .
- *41. Considerando o circuito na Figura 11.106:
- escreva as expressões matemáticas para a tensão v_L e para a corrente i_L se a chave for fechada em $t = 0$ s. Atente para o v_L exigido;
 - esboce as formas de onda de v_L e i_L .
- *42. Considerando o circuito na Figura 11.107:
- Determine as expressões matemáticas para a tensão v_L e para a corrente i_L seguindo o fechamento da chave.
 - Esboce as formas de onda de v_L e i_L obtidas na parte (a).
 - Determine a expressão matemática para a tensão v_{L_3} seguindo o fechamento da chave, e esboce sua forma de onda.

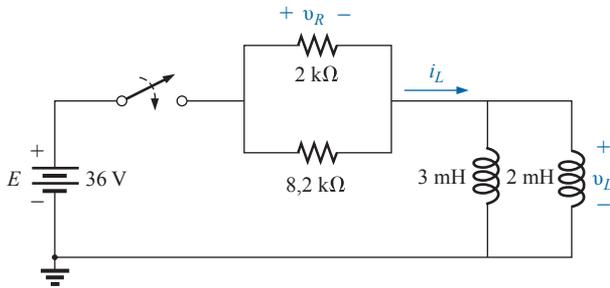


Figura 11.105 Problema 40.

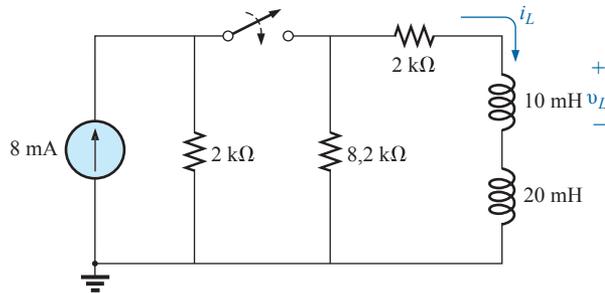


Figura 11.106 Problema 41.

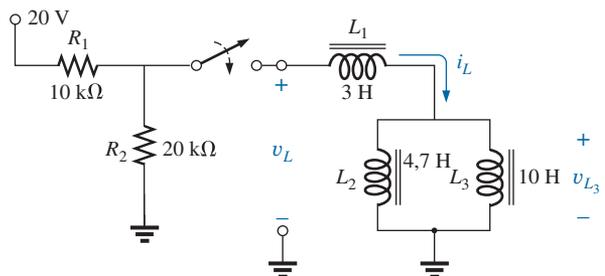


Figura 11.107 Problema 42.

Seção 11.12 Condições em estado estacionário

- Determine as correntes de estado estacionário I_1 e I_2 para o circuito na Figura 11.108.
- Determine as correntes e tensões de estado estacionário para o circuito na Figura 11.109.
- Determine as correntes e as tensões de estado estacionário para o circuito na Figura 11.110 após a chave ser fechada.
- Determine as correntes e tensões em estado estacionário indicadas para o circuito na Figura 11.111.

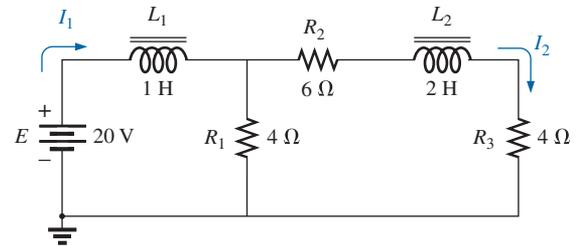


Figura 11.108 Problema 43.

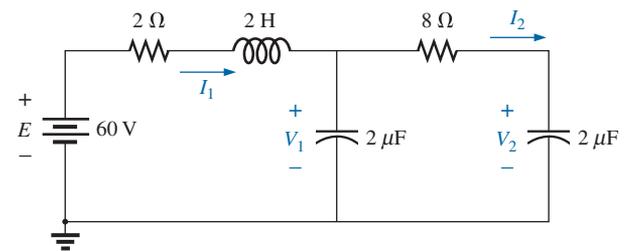


Figura 11.109 Problema 44.

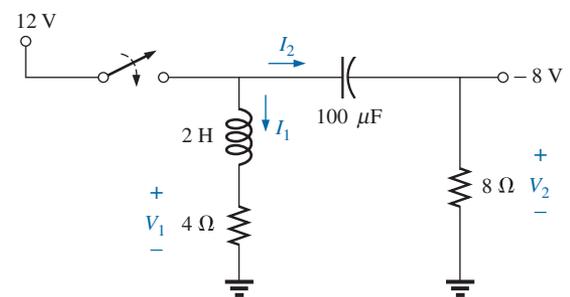


Figura 11.110 Problema 45.

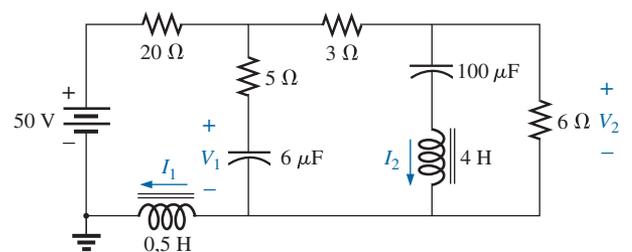


Figura 11.111 Problema 46.

Seção 11.15 Análise computacional

47. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados do Exemplo 11.3.
48. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados do Exemplo 11.4.
49. Usando PSpice ou Multisim, determine a solução para o Problema 14.
50. Usando PSpice ou Multisim, determine a solução para o Problema 21.
51. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados do Exemplo 11.8.

GLOSSÁRIO

Choke: Termo usado frequentemente como referência a um indutor, em função da sua capacidade de se opor às variações na corrente que o atravessa.

Densidade de fluxo magnético (B): Medida do fluxo por unidade de área perpendicular às linhas de campo. Sua unidade de medida é dada por Tesla (T) ou webers por metro quadrado (Wb/m^2).

Eletromagnetismo: Efeitos magnéticos resultantes do fluxo de cargas ou de corrente.

Força magnetomotriz (fmm) (\mathcal{F}): ‘Pressão’ necessária para estabelecer um fluxo magnético em um material ferromagnético. É medida em ampères-espiras (Ae).

Ímã permanente: Materiais como o aço ou o ferro que se mantêm magnetizados por longos períodos de tempo sem a ajuda de uma fonte externa.

Indutância (L): Medida da capacidade de um indutor de se opor a qualquer variação na corrente que o atravessa e de armazenar energia na forma de campo magnético na região em torno do indutor.

Indutor (bobina): Componente fundamental de sistemas elétricos constituído de um grupo de espiras de fio em torno de um núcleo de material ferromagnético ou de ar.

Lei circuital de Ampère: Lei segundo a qual a soma algébrica das elevações e das quedas da força magnetomotriz (fmm) em uma malha fechada de um circuito magnético é igual a zero.

Lei de Faraday: Lei que relaciona a tensão induzida em um indutor ao número de espiras da bobina e à taxa de variação do fluxo magnético no seu interior.

Lei de Lenz: Lei segundo a qual um efeito induzido sempre se opõe à causa que o produziu.

Linhas de campo: Linhas de natureza contínua que revelam a intensidade e a orientação do campo magnético.

Materiais diamagnéticos: Materiais que têm permeabilidades um pouco menores que a do espaço livre.

Materiais ferromagnéticos: Materiais cuja permeabilidade é centenas ou até milhares de vezes maior que a do espaço livre.

Materiais paramagnéticos: Materiais cuja permeabilidade é um pouco maior que a do espaço livre.

Permeabilidade (μ): Medida da facilidade com que um campo magnético pode se estabelecer em um material. É medida em $\text{Wb}/\text{A}\cdot\text{m}$.

Permeabilidade relativa (μ_r): Razão entre a permeabilidade de um material e a do espaço livre.