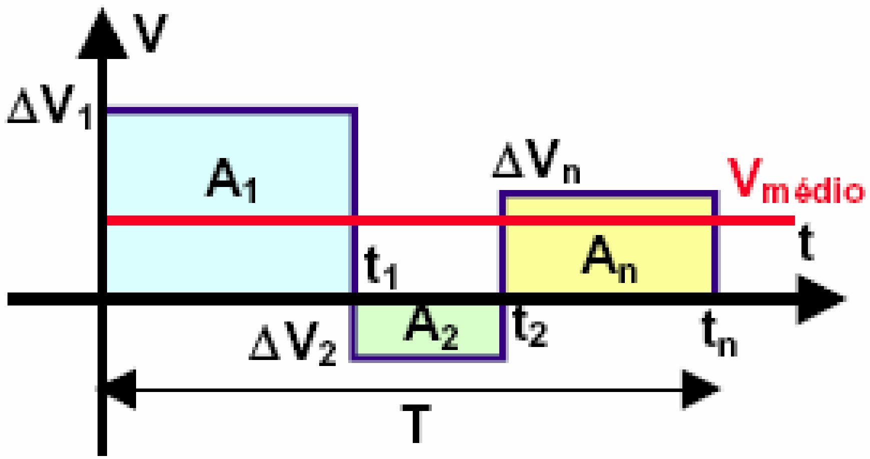
Valor médio

Valor médio:

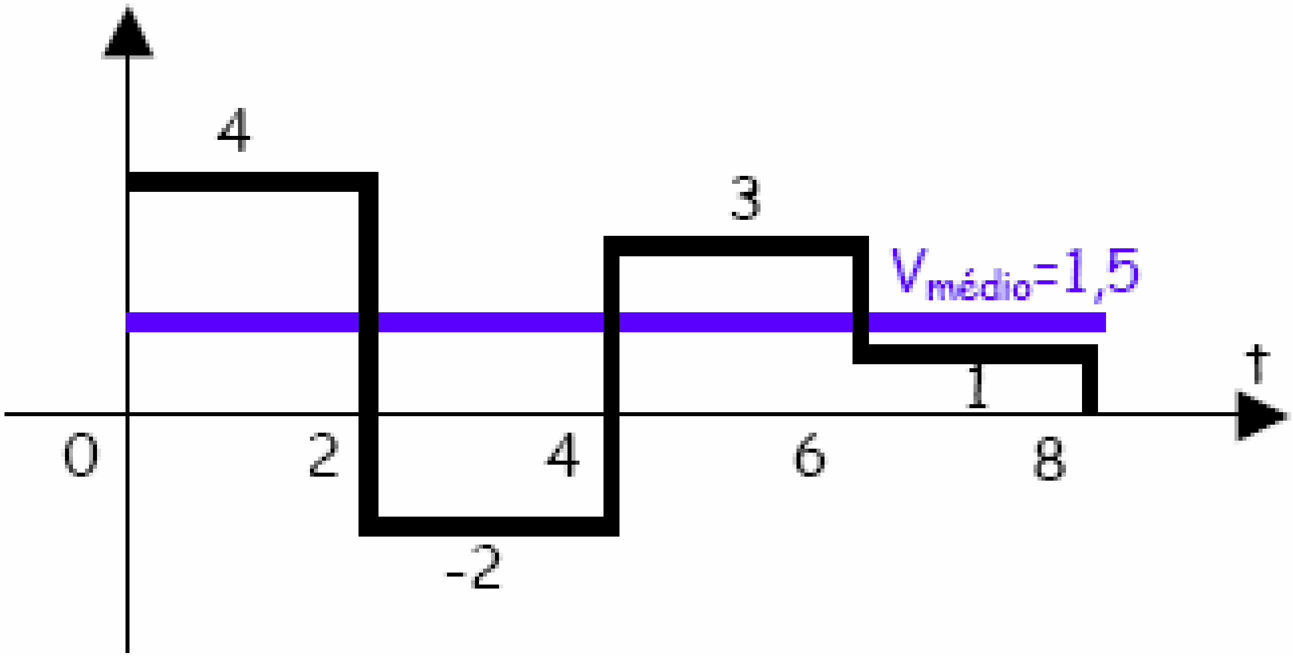
O valor médio de uma função representa o resultado líquido da variação de uma grandeza física como deslocamento, temperatura, tensão, corrente, etc.

$$V_{med} = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i}{n} \longrightarrow V_{med} = \frac{\sum A}{T} = \frac{\sum_{n} (\Delta V_n \cdot \Delta t_n)}{T}$$



Valor médio

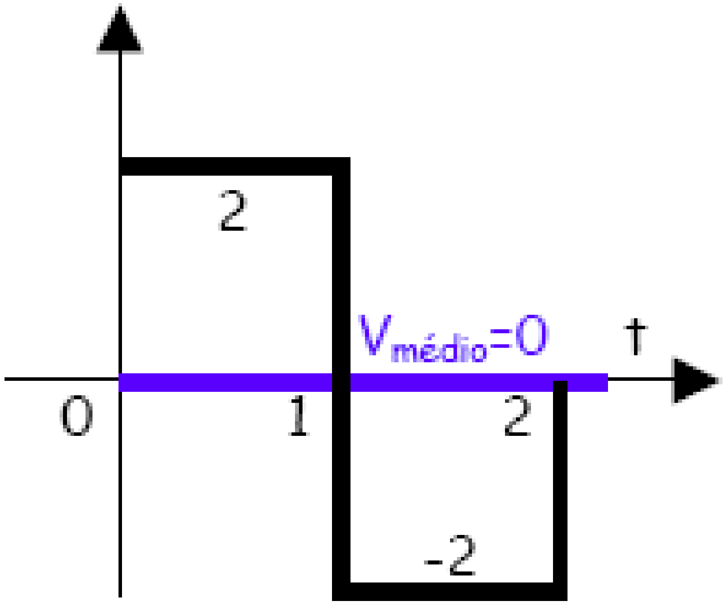
Exemplo:



$$V_{médio} = \frac{(4\times 2)+(-2\times 2)+(3\times 2)+(1\times 2)}{8} = \frac{8-4+6+2}{8} = \frac{12}{8} = 1{,}5$$

Valor médio

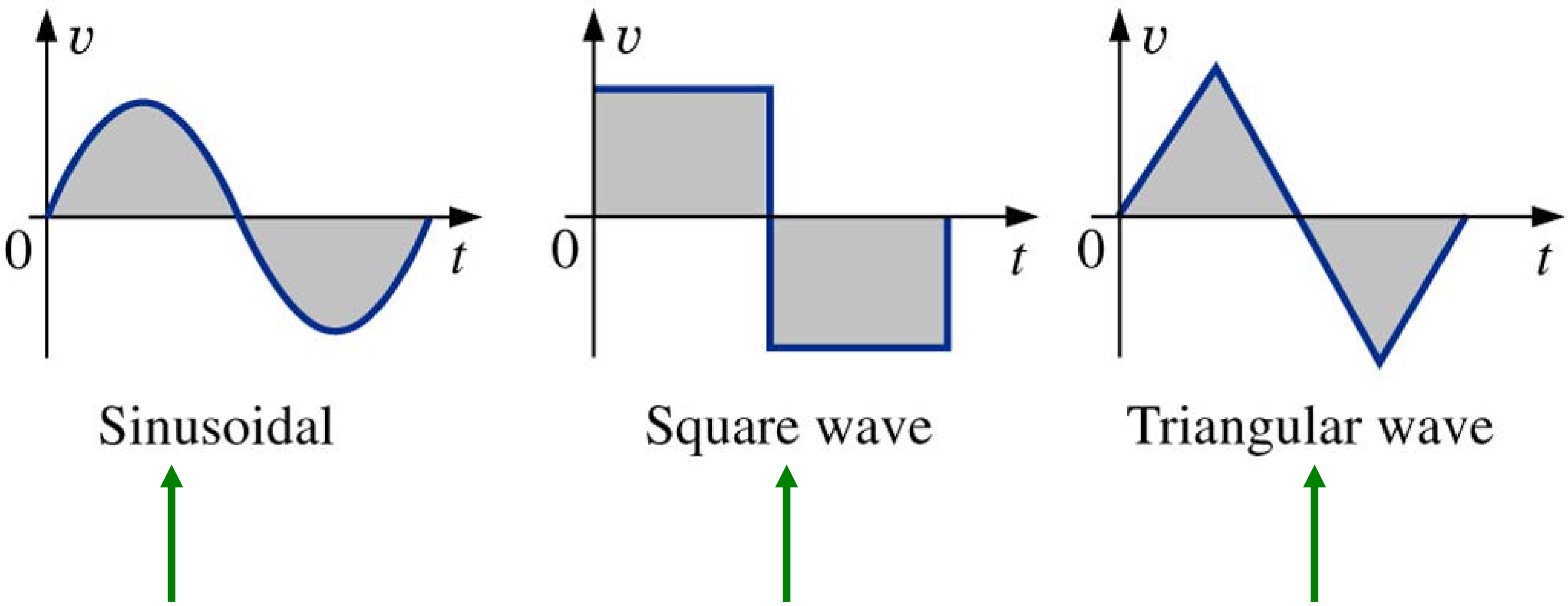
Exemplo:



$$V_{médio} = \frac{(2 \times 1) + (-2 \times 1)}{2} = \frac{2-2}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Valor médio

Valor médio para funções contínuas:



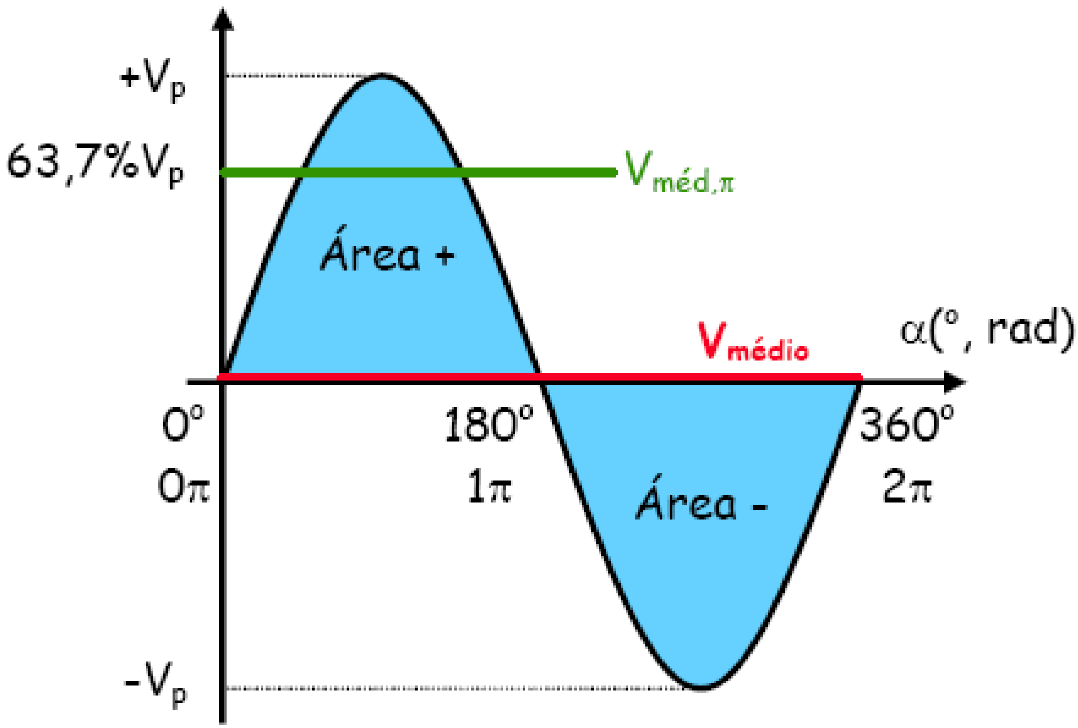
Contínua

Descontínua

Descontínua

Valor médio

Valor médio para funções contínuas:



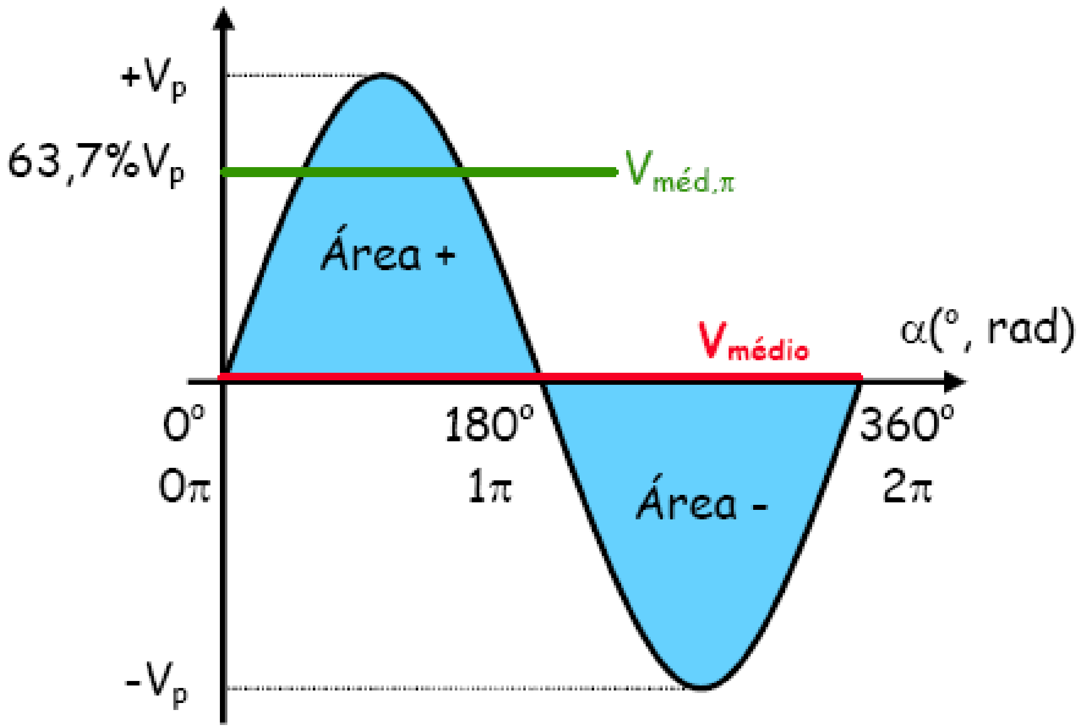
$$V_{med} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_i}^{t_f} v(t).dt$$

Valor médio

Valor médio para funções contínuas:

$$V_{med} = \frac{1}{T}\cdot\int_{t_i}^{t_f} v(t).dt = \frac{1}{\omega T}\cdot\int_{\omega t_i}^{\omega t_f} v(\omega t).d\omega t = \frac{1}{2\pi}\cdot\int_0^{2\pi} V_p \cdot sen(\omega.t)\cdot d\omega t = \frac{V_p}{2\pi}\cdot\int_0^{2\pi} sen(\omega t)\cdot d\omega t =$$

$$= \frac{V_p}{2\pi}\left[-\cos(\omega t)\right]_0^{2\pi} = \frac{V_p}{2\pi}\cdot\left[-\cos(2\pi)+\cos(0)\right] = \frac{V_p}{2\pi}\cdot\left[-1+1\right] = 0$$

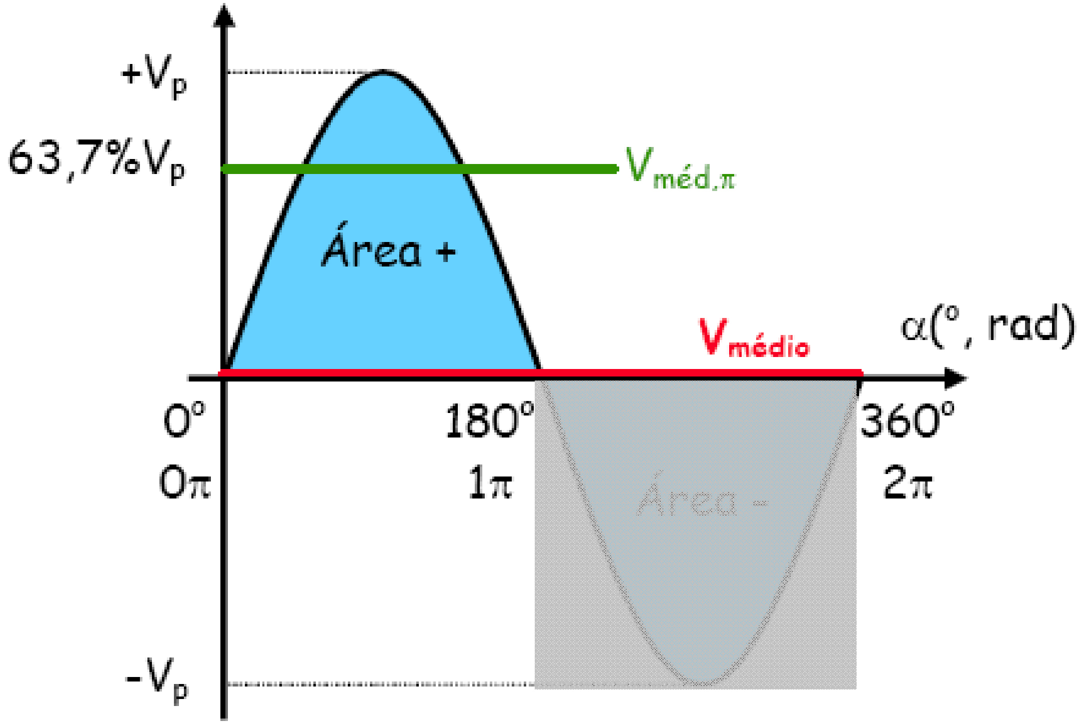


$$V_{med} = 0$$

Valor médio

Valor médio para funções contínuas:

$$V_{med,\pi} = \frac{1}{T}\cdot\int_0^T v(t).dt = \frac{1}{\pi}\cdot\int_0^{\pi} V_p \cdot sen(\omega.t)\cdot d\omega t = \frac{V_p}{\pi}\cdot\left[-\cos(\omega t)\right]_0^{\pi} = \frac{2\cdot V_p}{\pi}$$



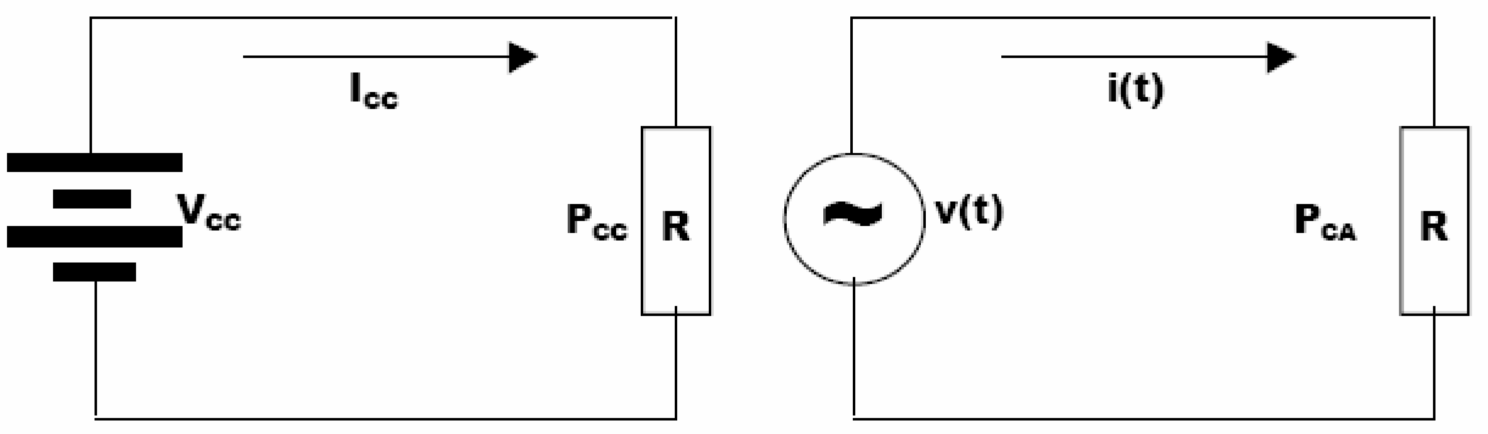
$$V_{med,\pi} = \frac{2\cdot V_p}{\pi} = 0{,}637\cdot V_p$$

Para meio semiciclo

Valor eficaz

Valor eficaz:

O valor eficaz de uma função representa a capacidade de produção de trabalho efetivo de uma grandeza variável no tempo entre as excursões positivas e negativas de uma função.



Valor eficaz

Para funções não periódicas →

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (v_i)^2}{n}}$$

Para funções periódicas →

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t_i}^{t_f} v(t)^2 . dt}$$

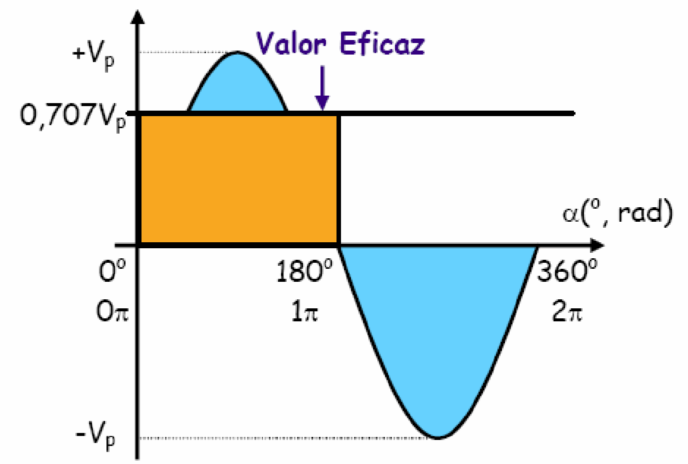
Valor eficaz

Função periódica senoidal:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{t_i}^{t_f} v(t)^2.dt} = \sqrt{\frac{1}{\omega T}\cdot\int_{\omega t_i}^{\omega t_f} v(\omega t)^2.d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_p{}^2\cdot \text{sen}^2(\omega.t)\cdot d\omega t} = \sqrt{\frac{V_p{}^2}{2\pi}\cdot\int_0^{2\pi}\text{sen}^2(\omega t)\cdot d\omega t} =$$

$$= \sqrt{\frac{V_p{}^2}{2\pi}\left[\frac{\omega t}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{4}\right]_0^{2\pi}} = \sqrt{\frac{V_p{}^2}{2\pi}\left[\frac{2\pi}{2} - \frac{\cos 4\pi}{4} - \frac{0}{2} + \frac{\cos 0}{4}\right]} =$$

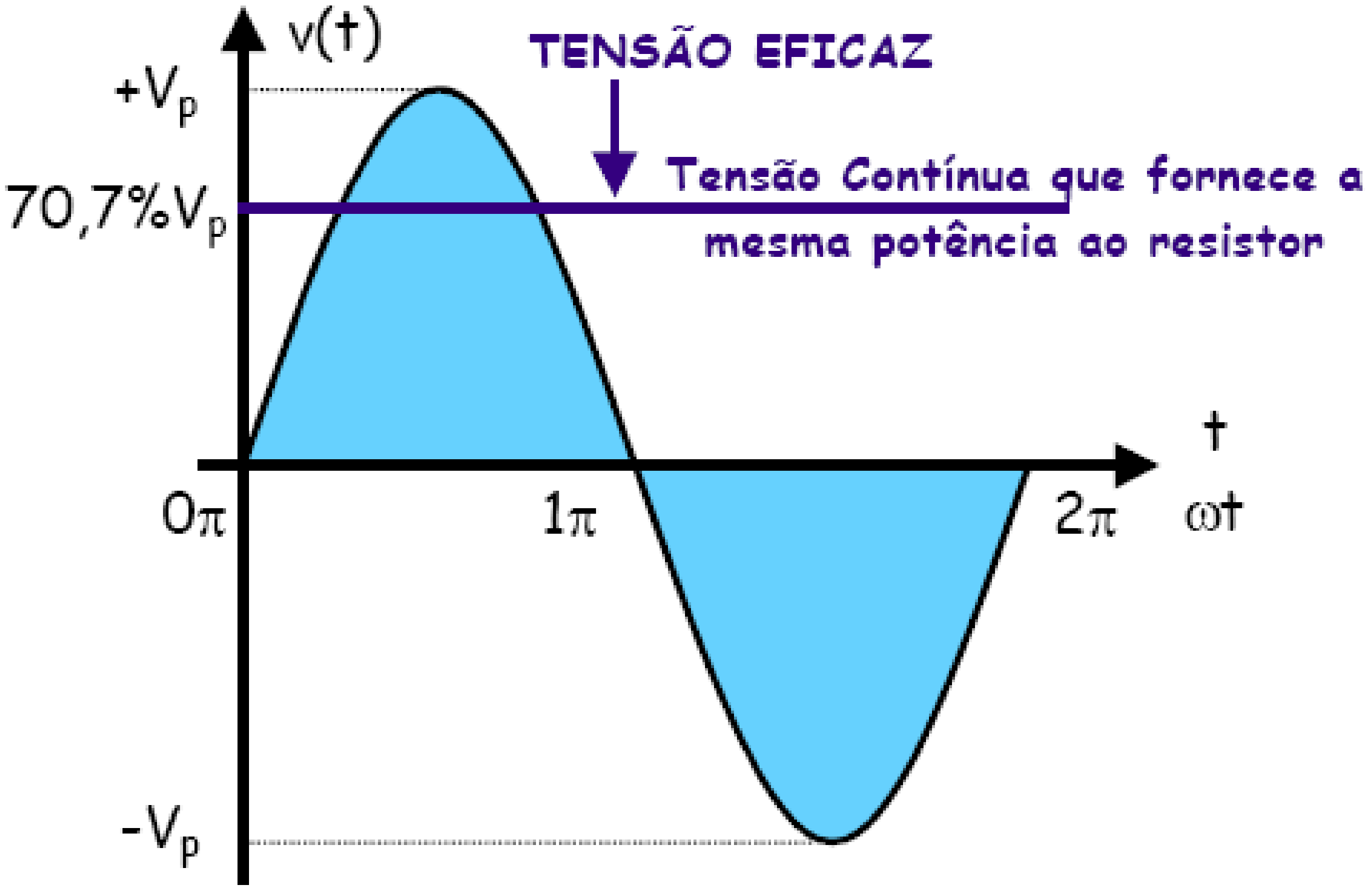
$$= \sqrt{\frac{V_p{}^2}{2\pi}\left[\frac{2\pi}{2}\right]} = \sqrt{\frac{V_p{}^2}{2}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$



$$V_{ef} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = 0{,}707\cdot V_p$$

Valor eficaz

Função periódica senoidal:



Valor eficaz

Importante:

- O valor **eficaz** também é conhecido como Valor RMS, do inglês *root mean square* (valor quadrático médio);
- Os instrumentos comuns de medição em corrente alternada (voltímetros, amperímetros e multímetros) fornecem valores eficazes **somente para sinais senoidais**;
- Para medir o valor eficaz de uma forma de onda de tensão (ou de corrente) não perfeitamente senoidal deverá ser usado um voltímetro (ou amperímetro) mais sofisticado, conhecido como ***True RMS*** *(Eficaz Verdadeiro)* que é capaz de fazer a integração da forma de onda e fornecer o valor eficaz exato para qualquer forma de onda.
- Para uma forma de onda contínua constante (de tensão ou corrente, por exemplo) o valor eficaz é igual ao valor médio.

Fator de forma

Fator de forma:

O fator de forma de uma onda é definido pela relação entre o valor eficaz e o valor médio dessa onda.

$$K = \frac{V_{ef}}{V_{med,\pi}}$$

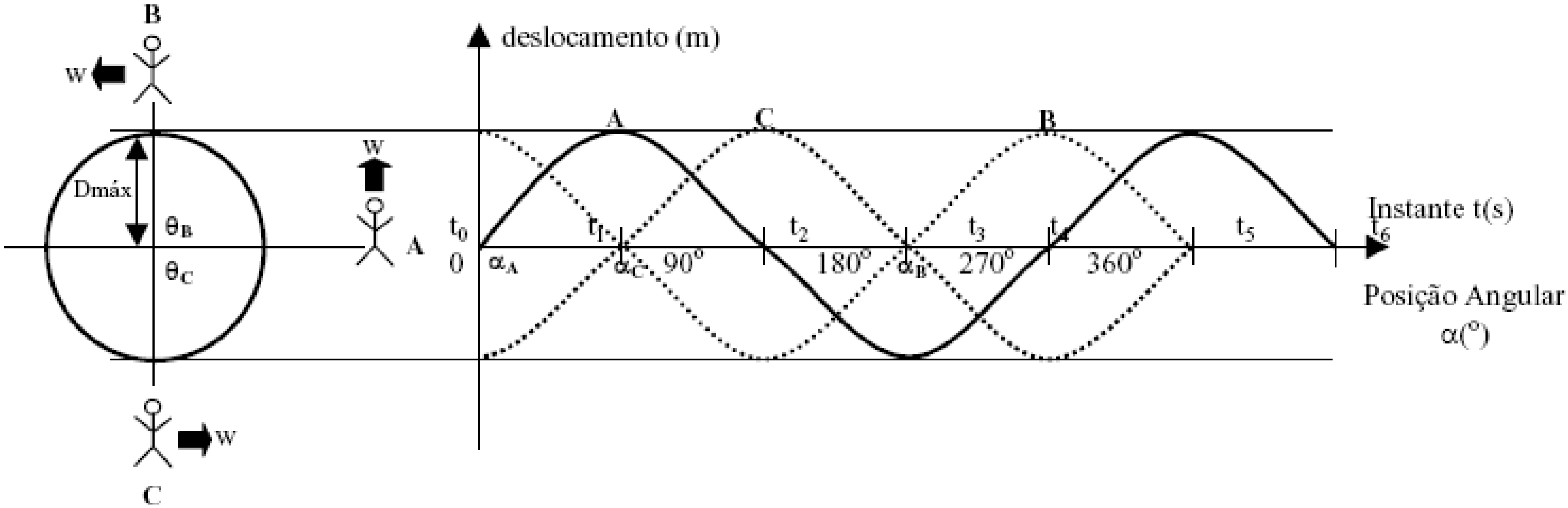
Para uma onda senoidal:

$$K_{sen} = \frac{V_{ef}}{V_{med,\pi}} = \frac{\dfrac{V_p}{\sqrt{2}}}{\dfrac{2 \cdot V_p}{\pi}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot V_p} = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}}$$

$$K_{sen} = 1{,}11$$

Fase inicial e defasagem angular

Exemplo, 3 corredores numa pista:



Corredor A → $C_A(t) = Dmax \cdot sen\ (\omega t)$

Corredor B → $C_B(t) = Dmax \cdot sen\ (\omega t + 90^\circ)$

Corredor C → $C_C(t) = Dmax \cdot sen\ (\omega t - 90^\circ)$

Fase inicial e defasagem angular

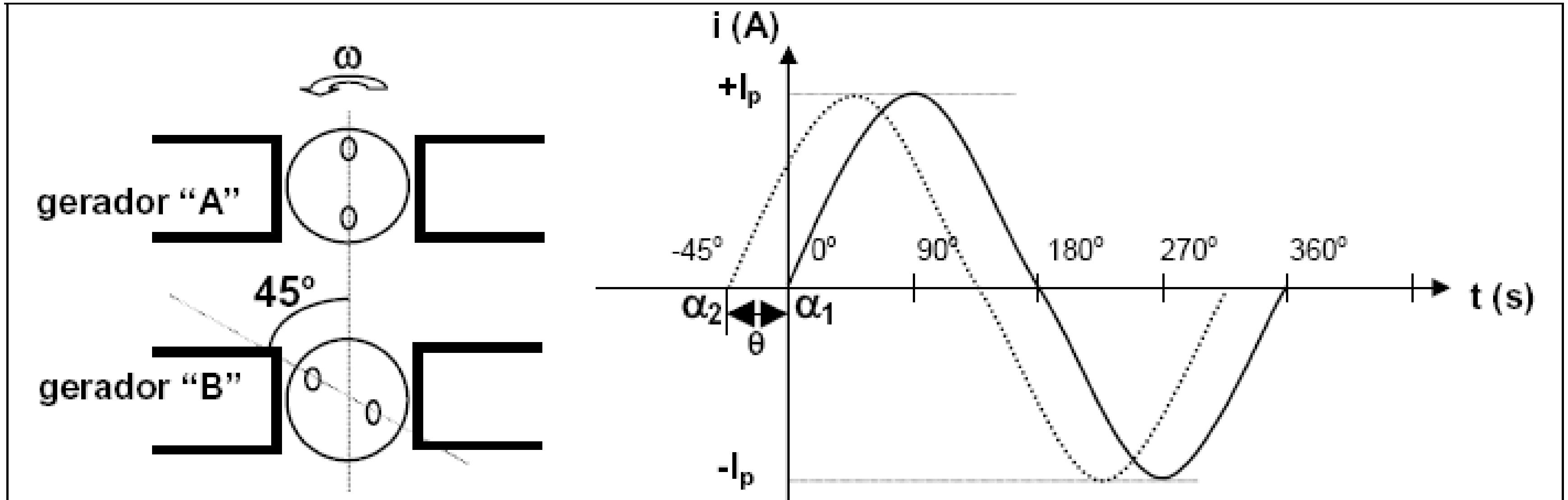
Defasagem angular:

É a medida em radianos ou graus que indica quanto uma função senoidal está deslocada no tempo (defasada) uma relação a outra tomada como referência, e é dada pela diferença entre os ângulos de fases iniciais diferentes.

$$\phi_{x,ref} = \theta_x - \theta_{ref}$$

- Se ϕ for **positivo**: x está **adiantada** da referência
- Se ϕ for **negativo**: x está **atrasada** da referência

Fase inicial e defasagem angular



(13-a)
(13-b)

$$i_1(t) = Vp \text{ sen } (\omega t + 0°)$$

$$i_2(t) = Vp \text{ sen } (\omega t + 45°)$$

Fase inicial e defasagem angular

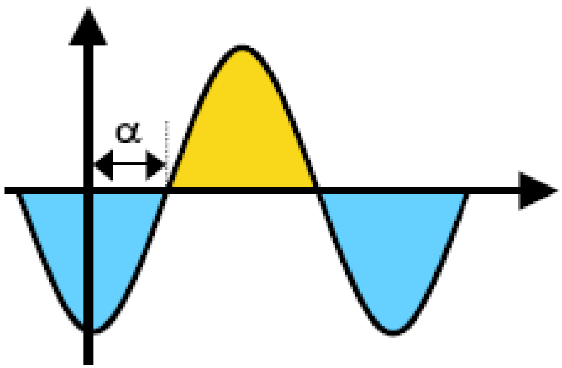
Para uma tensão ou corrente instantânea:

$$v(t) = V_p \,.\, \text{sen}\,(\omega t + \theta_V)$$

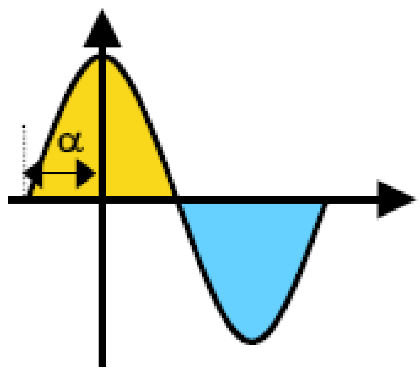
$$i(t) = I_p \,.\, \text{sen}\,(\omega t + \theta_I)$$

Podemos dizer que o ângulo de fase inicial θ é o ângulo α da posição angular no qual inicia um **semiciclo positivo** da forma de onda senoidal, com **sinal trocado**.

$$\theta = -\alpha$$



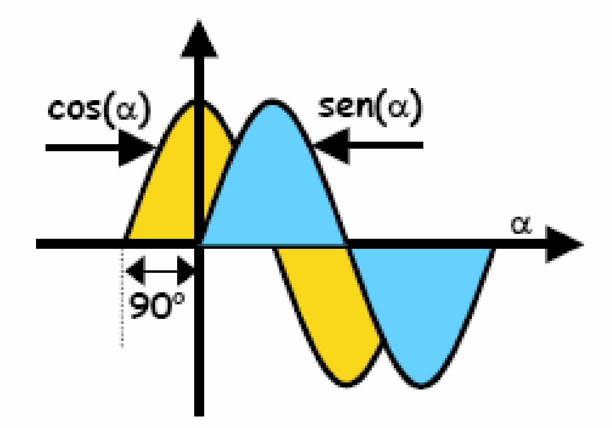
α atrasado



α adiantado

Fase inicial e defasagem angular

cosseno adiantado em relação ao seno



$$\alpha = 90^o$$

As formas de onda podem estar:

- **Em fase:** quando as formas de onda cortam o eixo x no mesmo ponto;
- **Defasadas:** quando as formas de onda cortam o eixo x em pontos diferentes.

  E ainda:
- **Adiantada:** semiciclo positivo começa à esquerda da origem;
- **Atrasada:** semiciclo positivo começa à direita da origem;
- **Defasagem:** diferença entre os ângulos de fase de duas senóides.

Fase inicial e defasagem angular

$$v_1(t) = 200.\text{sen}\,(\omega t + 45^{o})$$

$$i_2(t) = 15{,}0.\text{sen}\,(\omega t - 90^{o})$$

Posição Angular:
ângulo em radianos

Defasagem Angular:
ângulo em graus

Fase inicial e defasagem angular

Exemplo 3.9.1: Determine a defasagem entre os sinais:

$v_1(t) = 100.sen(100t)$ ⇒ tensão tomada como referência (sem fase inicial)

$v_2(t) = 40.sen(100t - 60^o)$ ⇒ tensão v_2 atrasada 60^o em relação a tensão v_1:

$$\phi = \theta_2 - \theta_1 = -60 - 0 = -60^o$$

$i_3(t) = 2.sen(\omega t + 45^o)$ ⇒ corrente i_3 adiantada 45^o em relação a v_1:

$$\phi = \theta_3 - \theta_1 = 45 - 0 = +45^o$$

Questão: A corrente $i_3(t)$ está atrasada ou adiantada em relação à tensão $v_2(t)$?