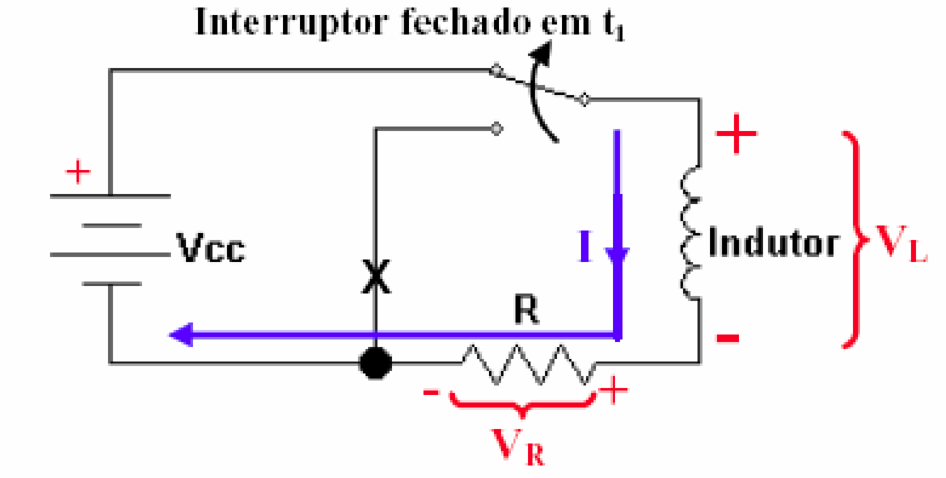
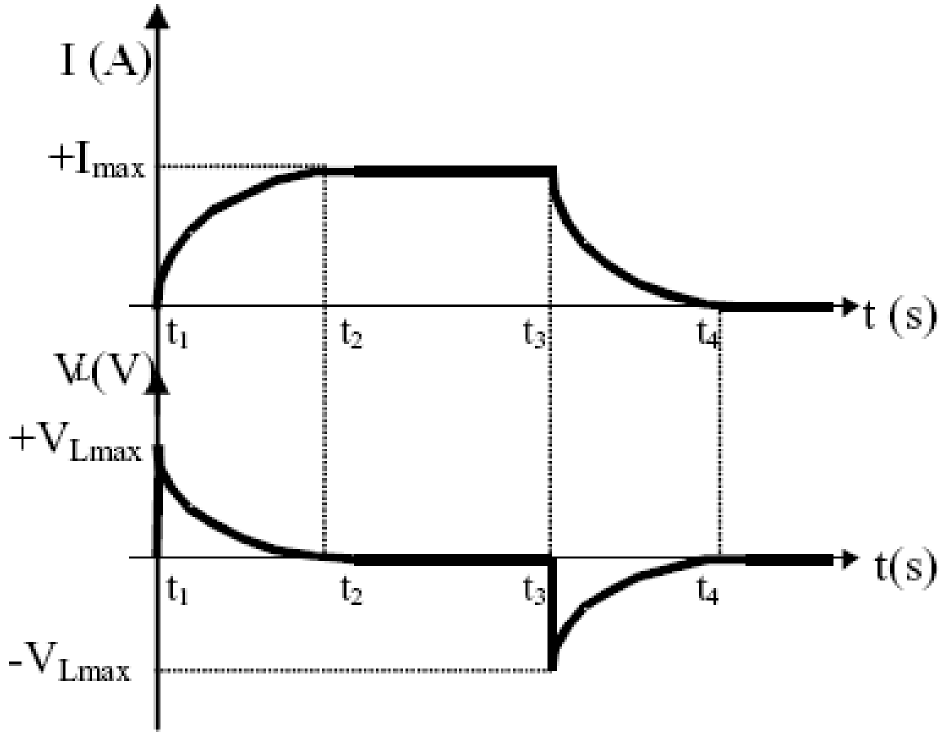
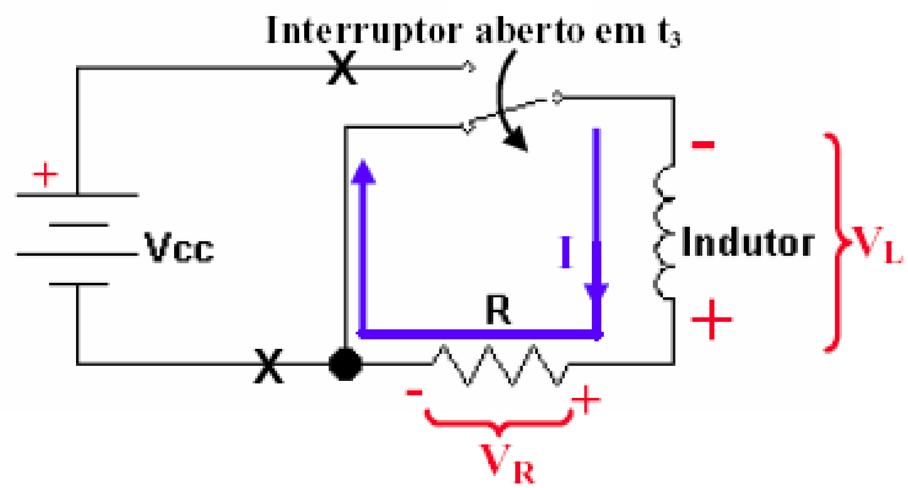
Transitório de carga e descarga de um indutor

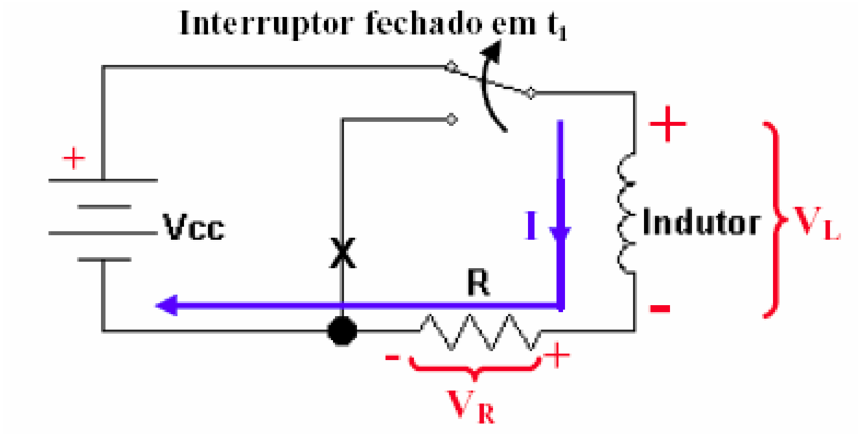


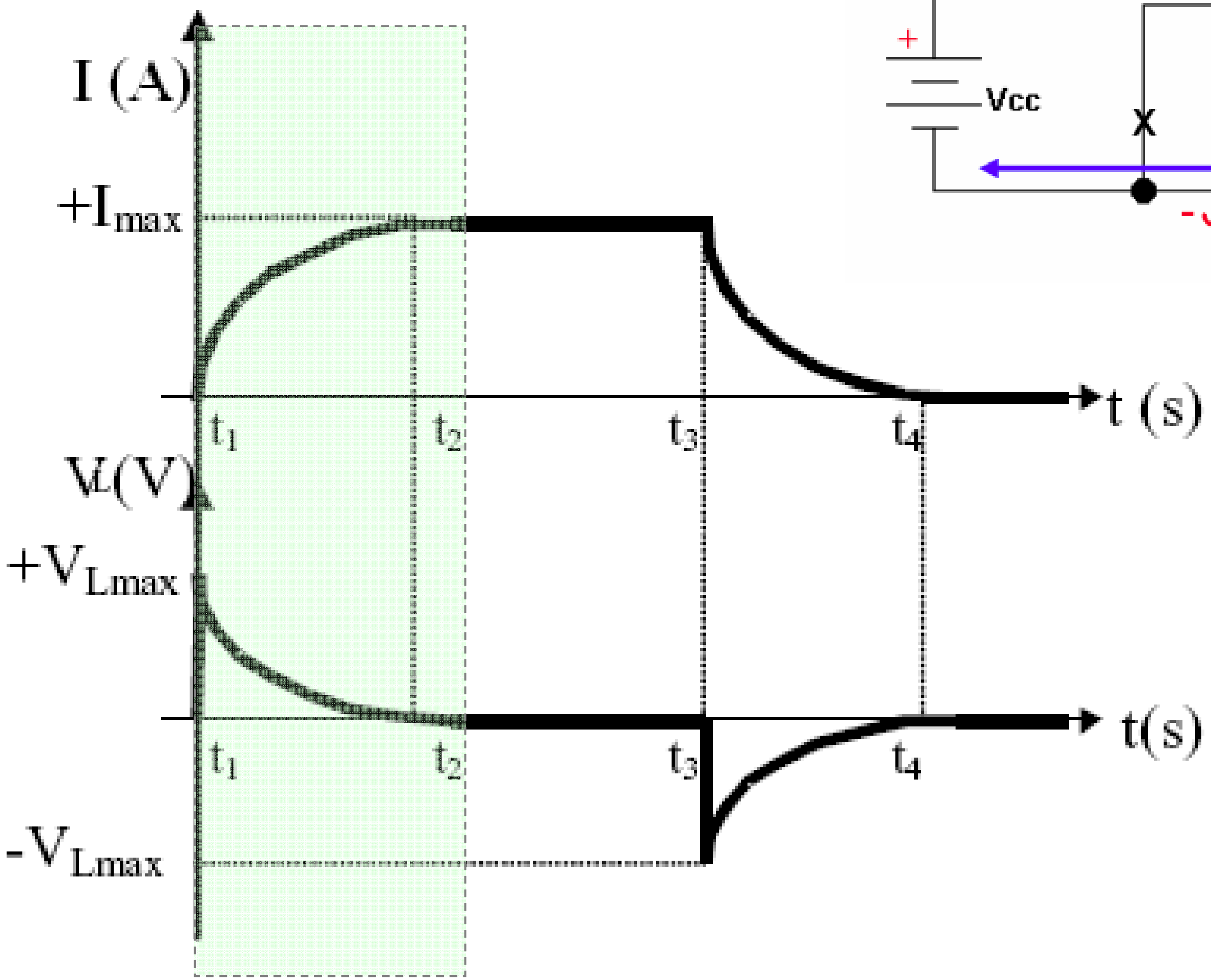




Transitório de carga e descarga de um indutor

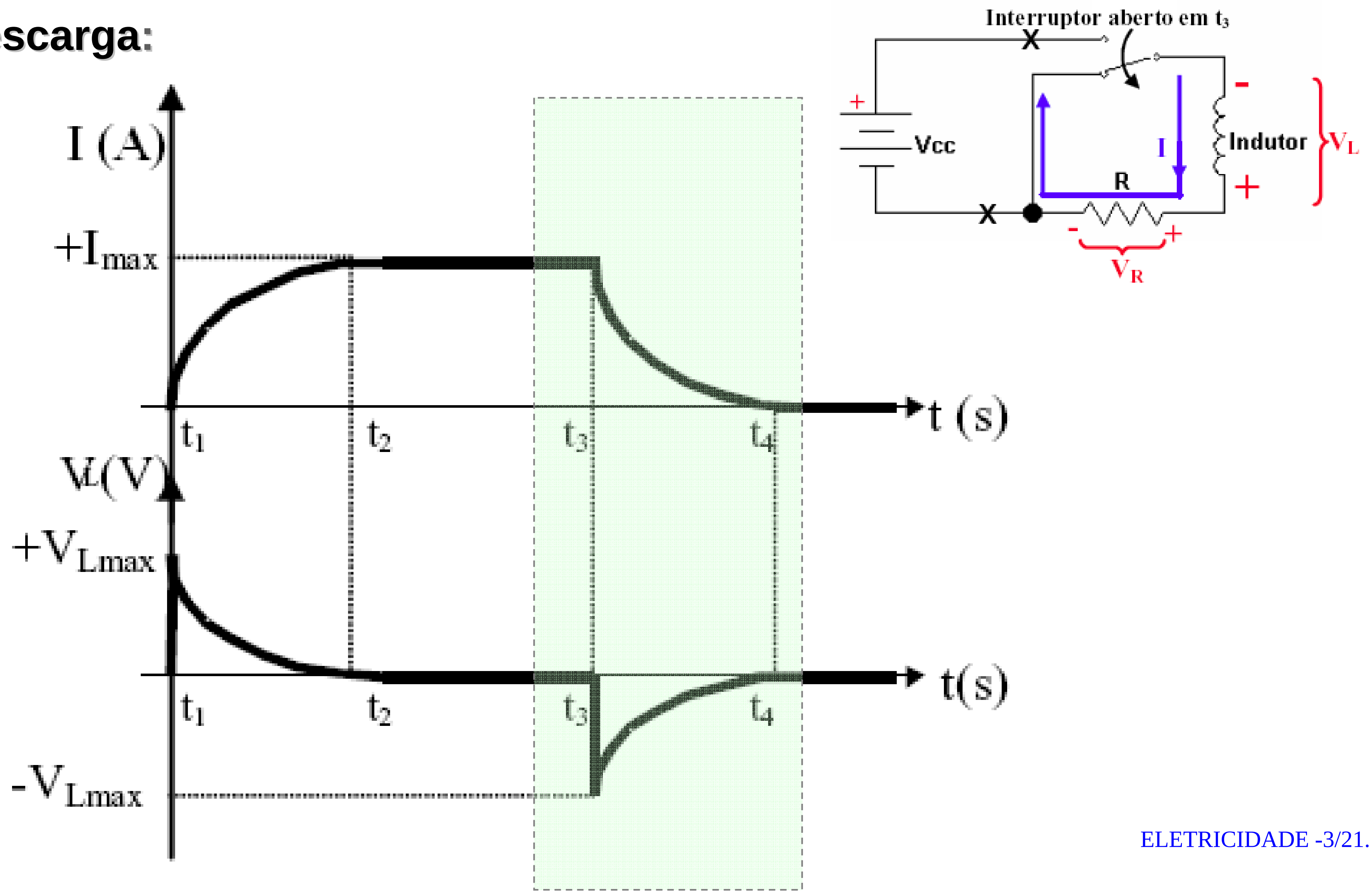
Carga:





Transitório de carga e descarga de um indutor

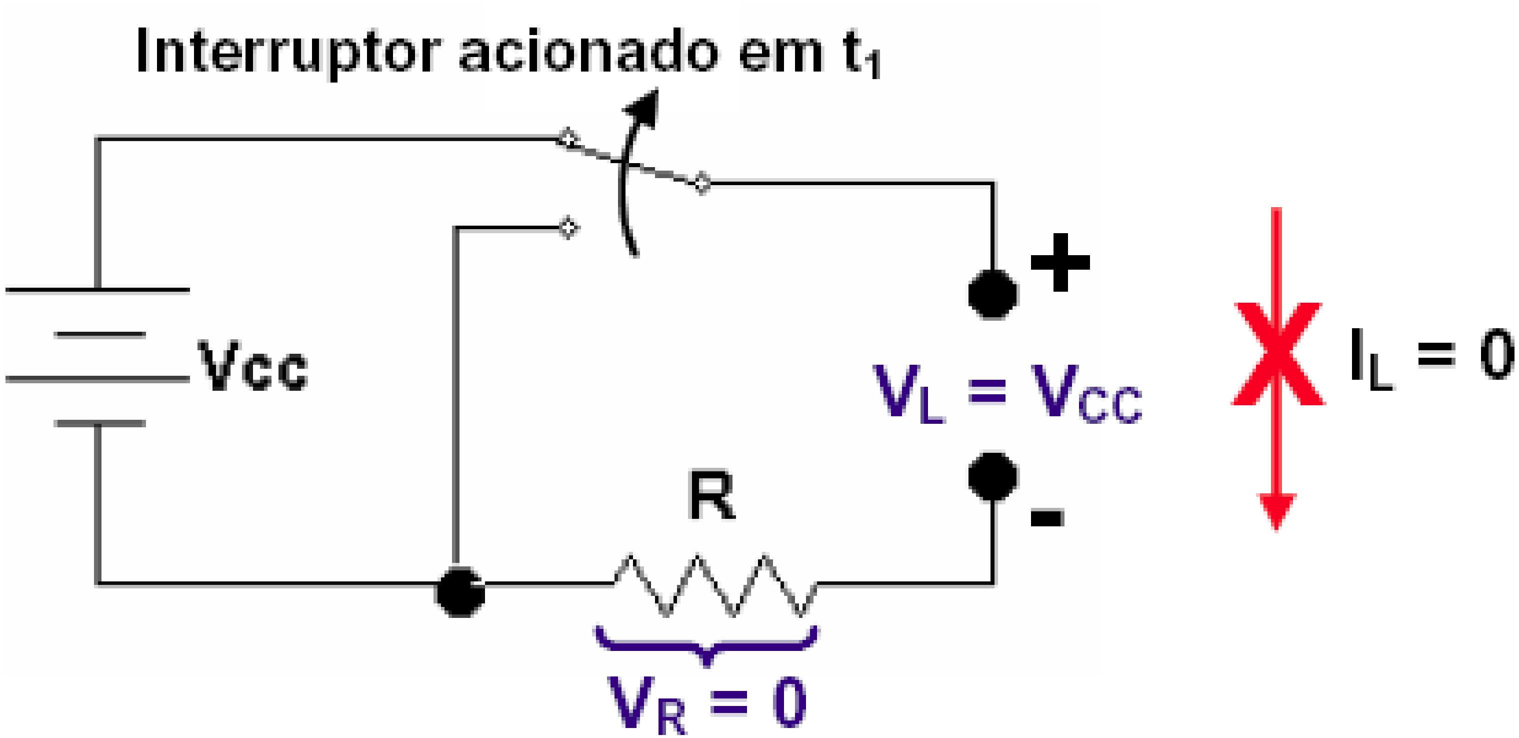
Descarga:



Transitório de carga e descarga de um indutor

Carga:

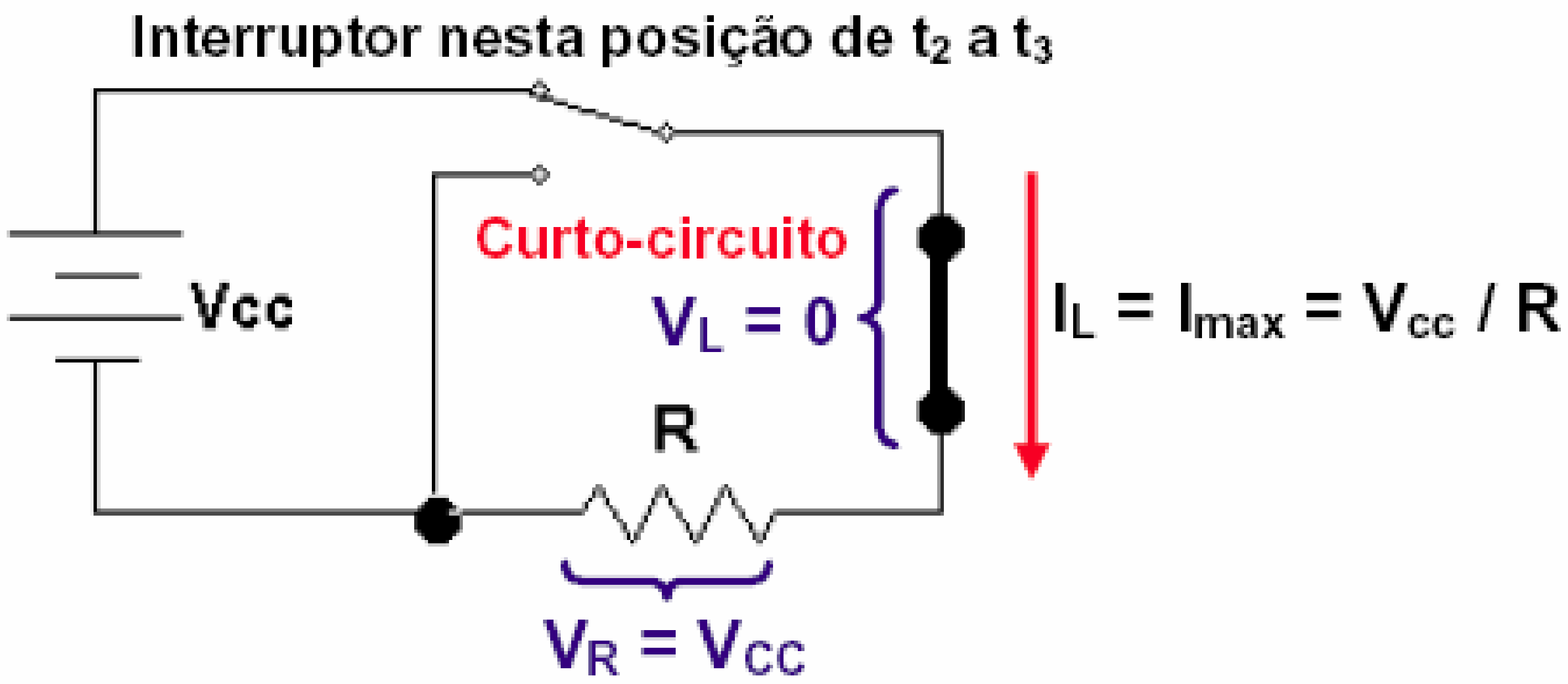
- Instante inicial do transitório de carga: indutor ideal é um circuito aberto.



Transitório de carga e descarga de um indutor

Regime permanente:

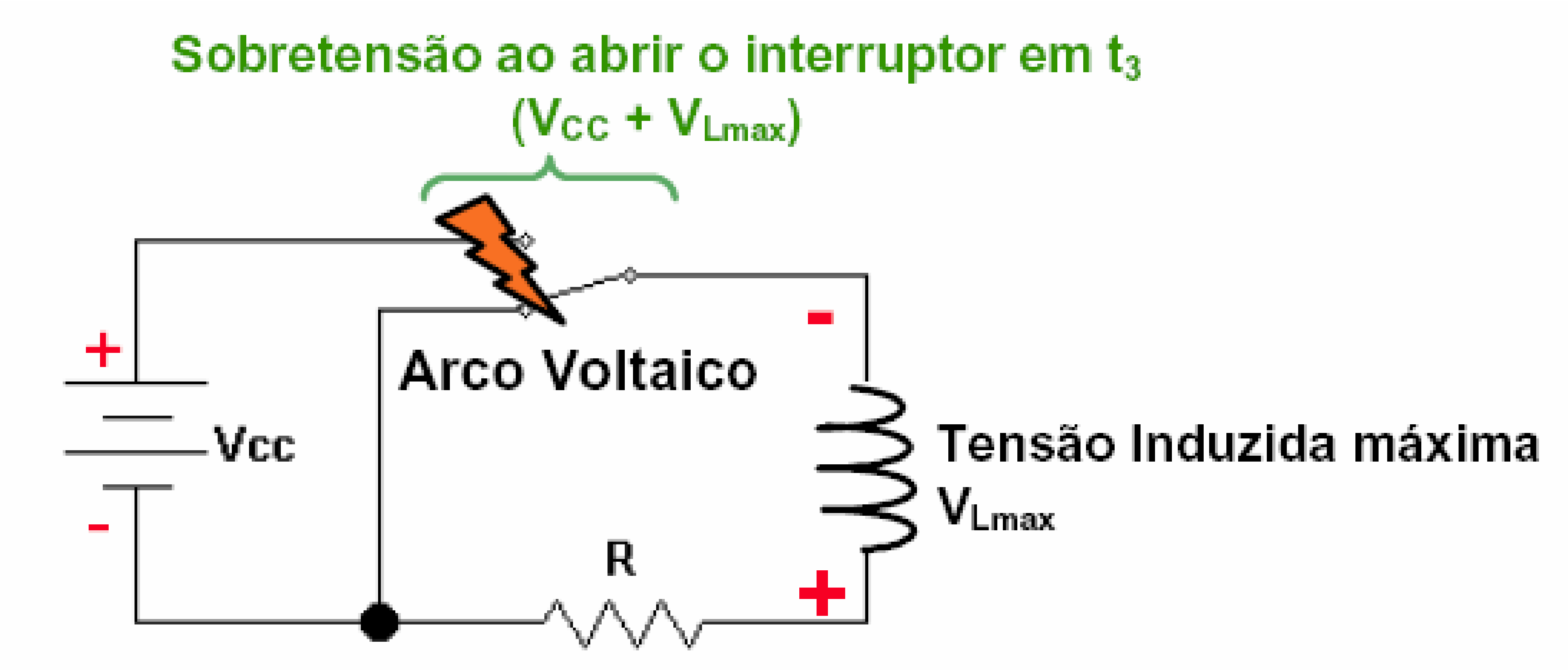
- Regime permanente em corrente contínua: indutor ideal é um curto-circuito.



Transitório de carga e descarga de um indutor

Descarga:

- Produção do arco voltaico no instante de abertura de um circuito indutivo.



Análise matemática do transitório do indutor

Equações do transitório de carga do indutor:

$$v_L = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$$

$$\downarrow$$

$$dI_L = \frac{v_L \cdot dt}{L}$$

$$\downarrow$$

$$\int dI_L = \int \left(\frac{v_L \cdot dt}{L} \right)$$

$$\downarrow$$

$$I_L = \frac{1}{L} \cdot \int_0^t v_L \cdot dt + I_{L0}$$

Análise matemática do transitório do indutor

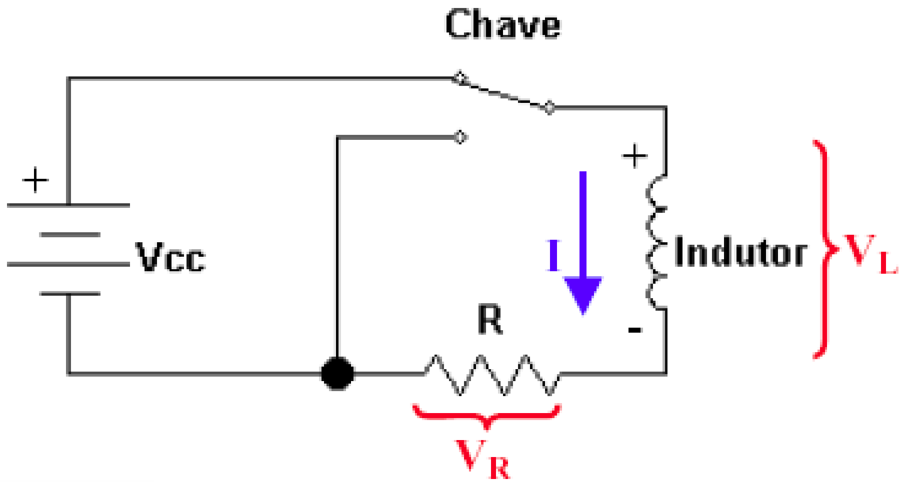
Equações do transitório de carga do indutor:

$$I_L = \frac{1}{L} \cdot \int_0^t v_L \cdot dt + I_{L0}$$

I_L - corrente no indutor, [Ampère, A]
v_L - tensão (fem) auto-induzida no indutor, [Volt, V];
L - indutância, [Henry, H];
I_{L0} - corrente inicial no indutor no instante t=0, [Ampère, A];
t - instante de tempo, [segundo, s]

Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:



$$v_L(t) + v_R(t) = V_{CC}$$

$$i(t) = \frac{v_R(t)}{R}$$

$$v_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) = V_{CC}$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} = V_{CC} - R \cdot i(t)$$

$$\frac{di(t)}{V_{CC} - R \cdot i(t)} = \frac{dt}{L}$$

Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:

$$i(t)=i(0)=0 \quad \text{e} \quad i(t)=I$$

$$\int_{I=0}^{I} \frac{di(t)}{V_{CC} - R \cdot i(t)} = \int_{0}^{t} \frac{dt}{L}$$

$$-\frac{1}{R} \cdot \ln\left(\frac{V_{CC} - R \cdot i(t)}{V_{CC}}\right) = \frac{t}{L}$$

$$i(t) = \frac{V_{CC}}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R \cdot t}{L}}\right)$$

$$i_L(t) = I_{max} \cdot \left(1 - e^{-t \cdot \frac{R}{L}}\right)$$

$$I_{max} = \frac{V_{CC}}{R} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

$$i_L(t) = I_{max} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:

Corrente no indutor →

$$\boxed{i_L(t) = I_{max} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

$i_L(t)$ - corrente instantânea no indutor, [Ampère, A];

I_{max} - máxima corrente em regime permanente, [Ampère, A];

t - instante de tempo, [segundo, s]

τ - constante de tempo [segundo, s]

Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:

No resistor:

$$v_R(t) = R \cdot i_R(t)$$

$$i_R(t) = i_L(t) = I_{max} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$v_R(t) = R \cdot I_{max} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$v_R(t) = V_{CC} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$V_{CC} - v_L(t) - v_R(t) = 0$$

$$v_L(t) = V_{CC} - v_R(t) = V_{CC} - \left[V_{CC} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)\right] = V_{CC} - V_{CC} + V_{CC} \cdot e^{-t/\tau}$$

Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:

No resistor:

$$\boxed{v_L(t) = V_{CC} \cdot e^{-t/\tau}}$$

$$i_R(\tau) = i_L(\tau) = I_{max} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right) = I_{max} \cdot \left(1 - e^{-\tau/\tau}\right) = I_{max} \cdot \left(1 - e^{-1}\right) = I_{max} \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

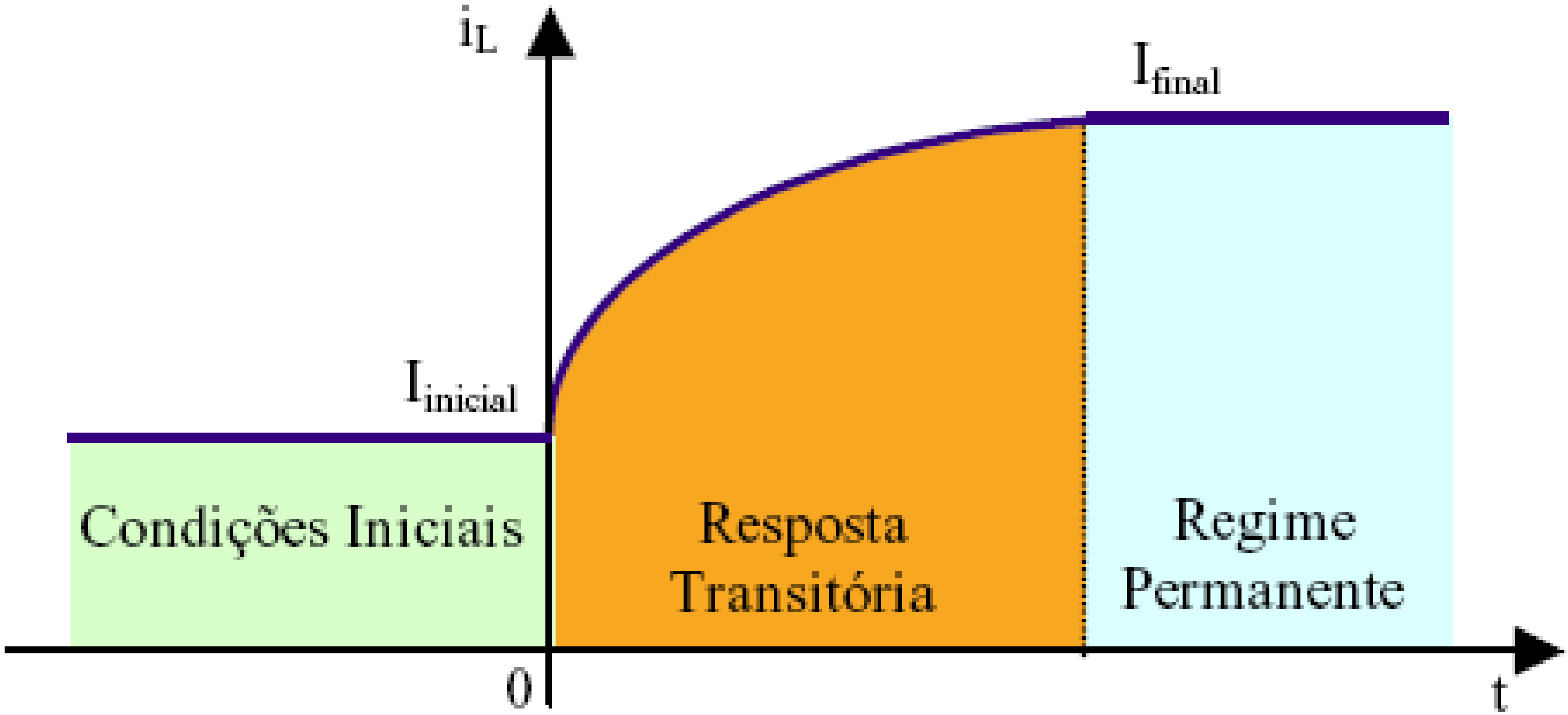
$$i_R(\tau) = i_L(\tau) = 0{,}63 \cdot I_{max}$$

Se houverem condições iniciais:

$$i_L(t) = I_i + \left(I_f - I_i\right) \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

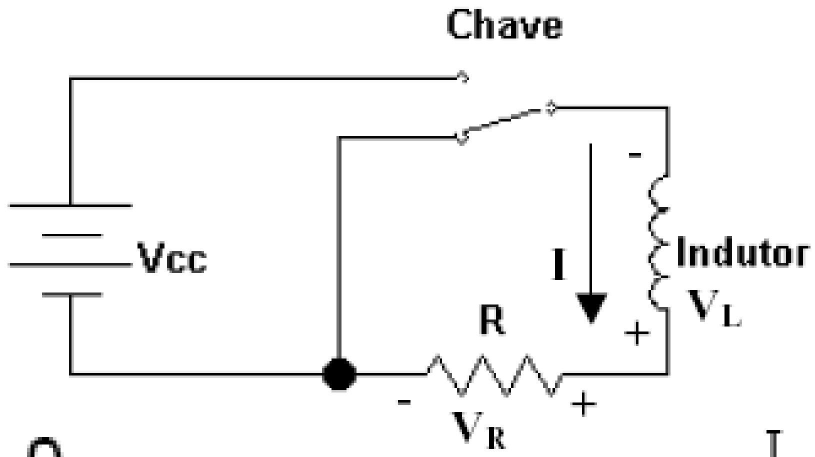
Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:



Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de descarga do indutor:



$i(t)=I_{max}$

$t=0$

$i(t)=I$

$$v_L(t) - v_R(t) = 0$$

$$-L \cdot \frac{di(t)}{dt} - R \cdot i(t) = 0$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} = -R \cdot i(t)$$

$$\int_{I_{max}}^{I} L \cdot \frac{di(t)}{dt} = -\int_0^t R \cdot i(t)$$

$$\int_{I_{max}}^{I} \frac{di(t)}{i(t)} = -\frac{R}{L} \cdot \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_{max}}\right) = -\frac{R}{L} \cdot t$$

Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de descarga do indutor:

$$\left(\frac{I}{I_{max}}\right) = e^{-\frac{R}{L}\cdot t}$$

$$I = I_{max} \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t} = i(t)$$

$$\boxed{i_L(t) = I_{max} \cdot e^{-t/\tau'}}$$

$$\tau' = \frac{L}{R_{desc}}$$

$$i_R(t) = i_L(t)$$

$$v_R(t) = R \cdot I_{max} \cdot e^{-t/\tau'} = V_{CC} \cdot e^{-t/\tau'}$$

$$v_L(t) = -v_R(t)$$

$$\boxed{v_L(t) = -V_{CC} \cdot e^{-t/\tau'}}$$

Transitório de carga e descarga de um indutor

Constante de tempo:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

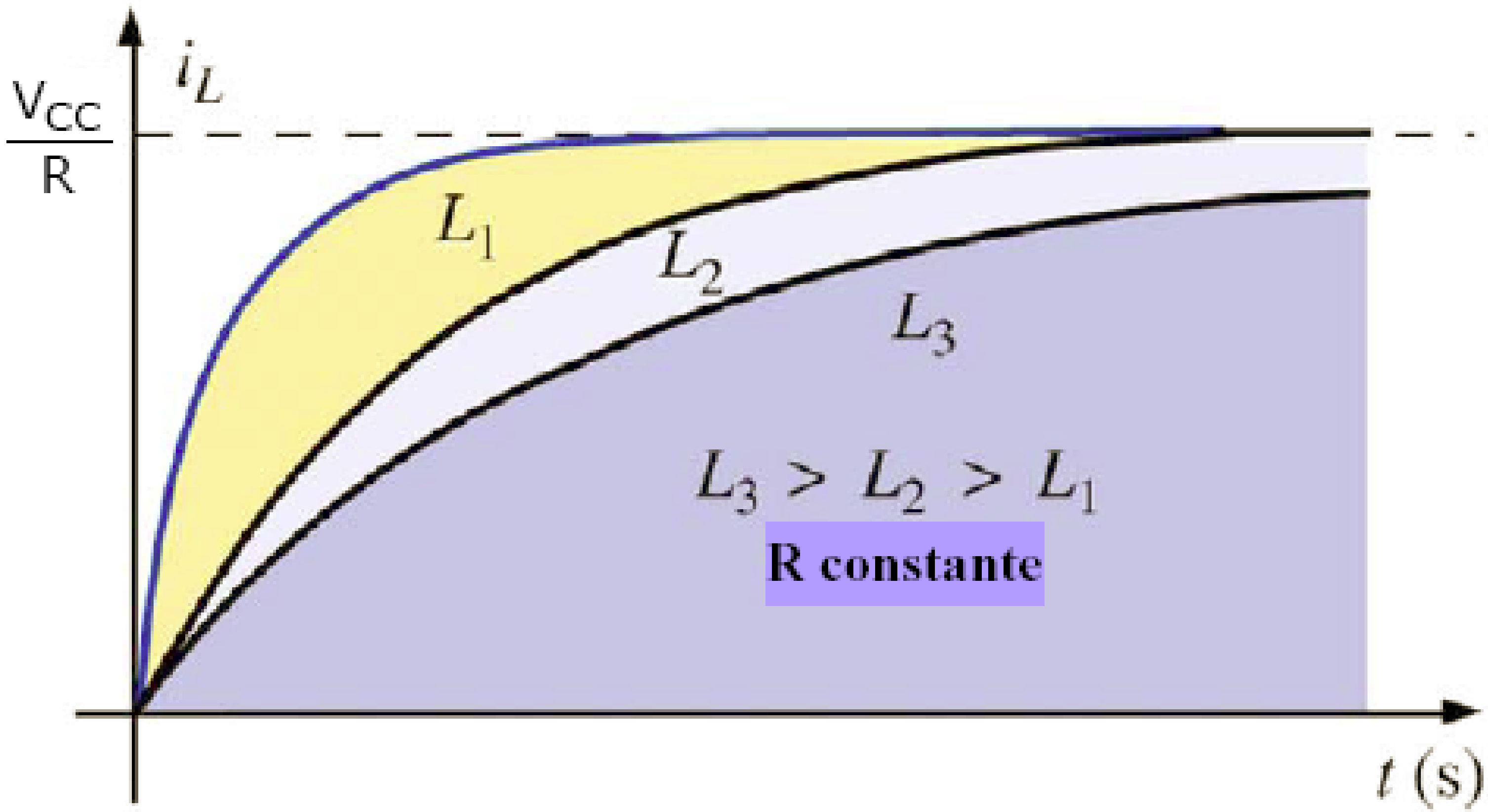
τ - constante de tempo do circuito, em segundos (s)
L - indutância, em Henrys (H).
R - resistência da malha em análise, em Ohms (Ω).

$$v_L = L \cdot \frac{dI}{dt} \longrightarrow L = \frac{v_L}{dI/dt}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\frac{v_L}{dI/dt}}{R} = \frac{v_L}{\frac{dI}{dt} \cdot R} \Rightarrow \frac{V}{\frac{A \cdot \Omega}{s}} = \frac{V}{V} \cdot s = s$$

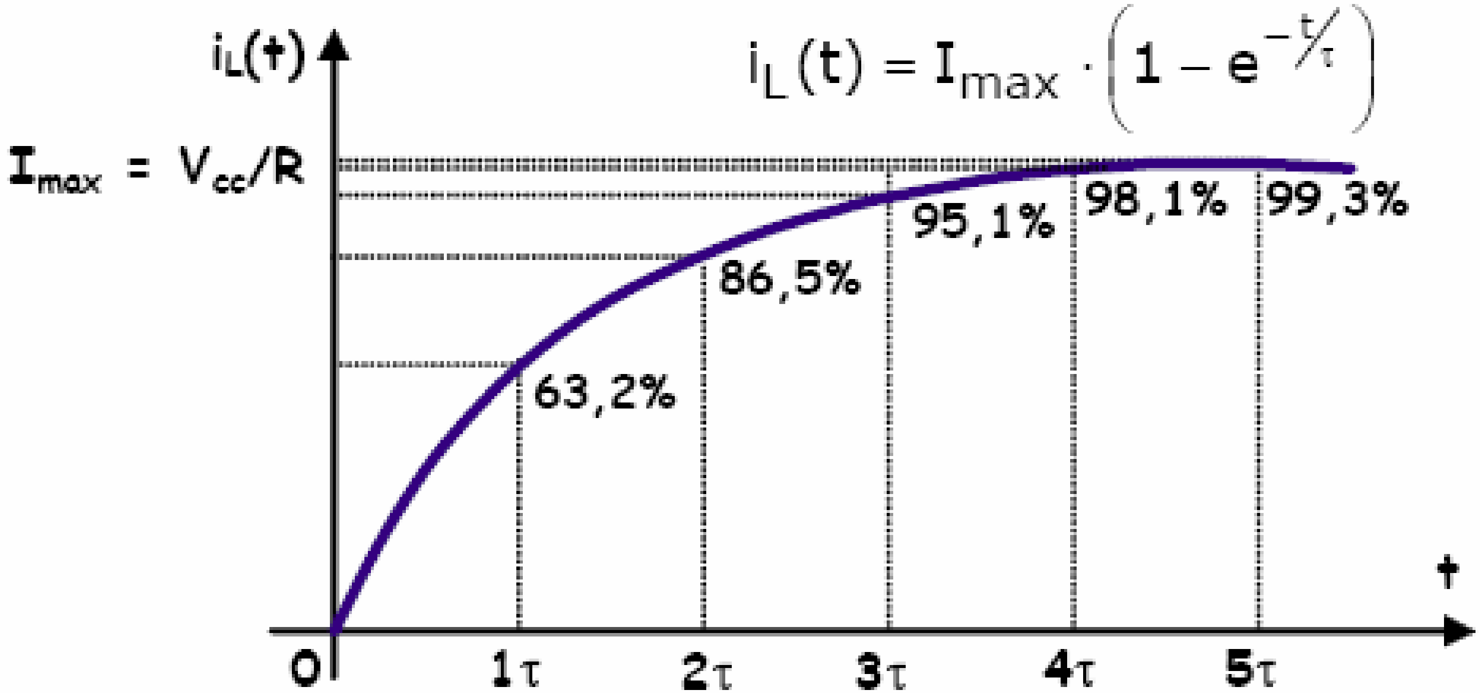
Transitório de carga e descarga de um indutor

Comportamento do indutor:



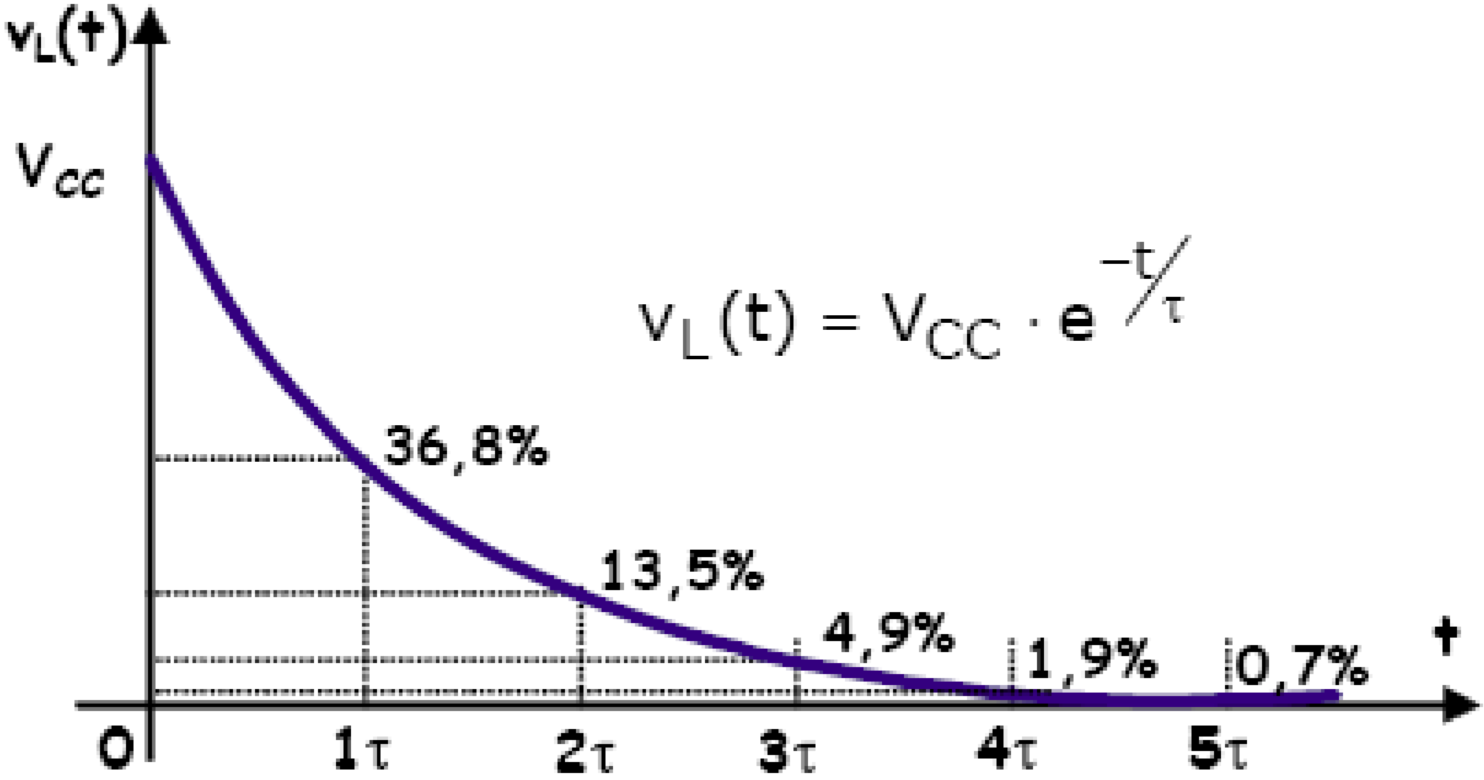
Transitório de carga e descarga de um indutor

Comportamento do indutor:



Transitório de carga e descarga de um indutor

Comportamento do indutor:



Transitório de carga e descarga de um indutor

Energia armazenada no campo magnético:

$$P = I \cdot V = I \cdot \left(L \cdot \frac{dI}{dt} \right)$$

$$\boxed{En = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2}$$

En - energia armazenada no campo magnético do indutor, [Joule, J];
L - indutância da bobina indutora, [Henry, H].
I - intensidade da corrente elétrica na bobina, [Ampère, A].

$$d\omega = P \cdot dt = I \cdot \left(L \cdot \frac{dI}{dt} \right) \cdot dt$$

$$d\omega = L \cdot I \cdot dI$$

$$\omega = \int_0^I L \cdot I \cdot dI = L \cdot \int_0^I I \cdot dI$$

$$\omega = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = En$$