

# Auto-indução

## Auto-indução:

- Uma bobina induz tensão (fem) nela quando submetida a uma variação de corrente.



# Auto-indução

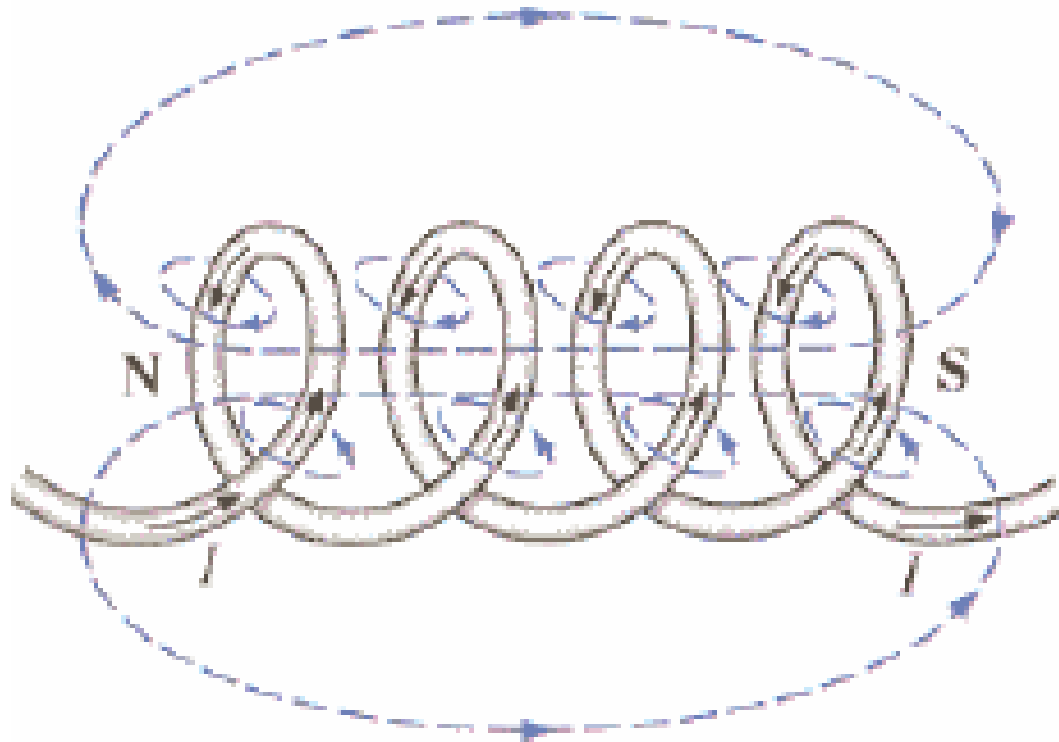
## Fluxo concatenado:

- É o fluxo de uma espira que atinge as outras espiras da bobina.

$$\phi_A = N \cdot \phi$$

$$\phi_A = L \cdot I$$

$$L = \frac{\phi_A}{I}$$



# Indutância

## **Coeficiente de auto-indutância ou indutância:**

- É a constante de proporcionalidade que relaciona o fluxo concatenado com a corrente numa bobina.

$$\phi_A = N \cdot \phi$$

$$\phi_A = L \cdot I$$

$$L = \frac{\phi_A}{I}$$

L - Coeficiente de Auto Indutância ou Indutância da Bobina, [Henry, H].

$\phi_A$  - fluxo magnético concatenado, [Weber, Wb].

I - corrente elétrica, [Ampère, A].

# Indutância

**Indutância, definição considerando variação do fluxo:**

$$d\phi_A = L \cdot dI \longrightarrow \text{Variação infinitesimal na corrente.}$$



Resulta numa variação infinitesimal no fluxo.

$$L = \frac{d\phi_A}{dI}$$

Mas:

$$d\phi_A = N \cdot d\phi$$

$$L = N \cdot \frac{d\phi}{dI}$$

L - Indutância da bobina ou coeficiente de auto-indução, [Henry, H];

N - número de espiras da bobina;

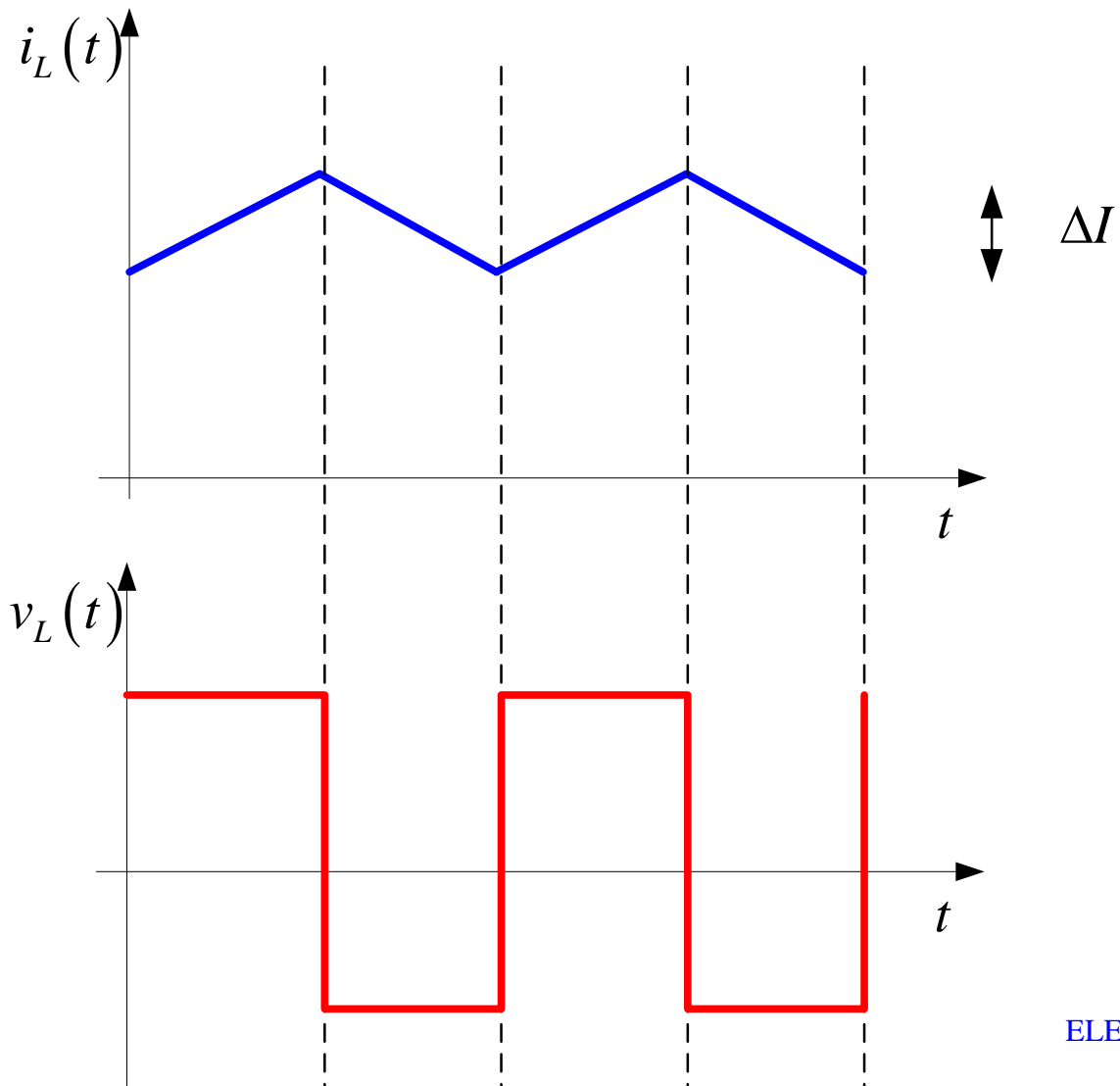
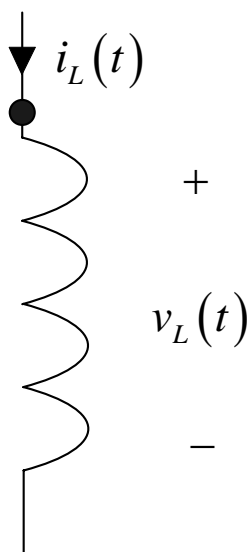
$d\phi$  - variação infinitesimal no fluxo magnético, [Weber, Wb]

$dI$  - variação infinitesimal na corrente da bobina, [Ampère, A].

# Indutância

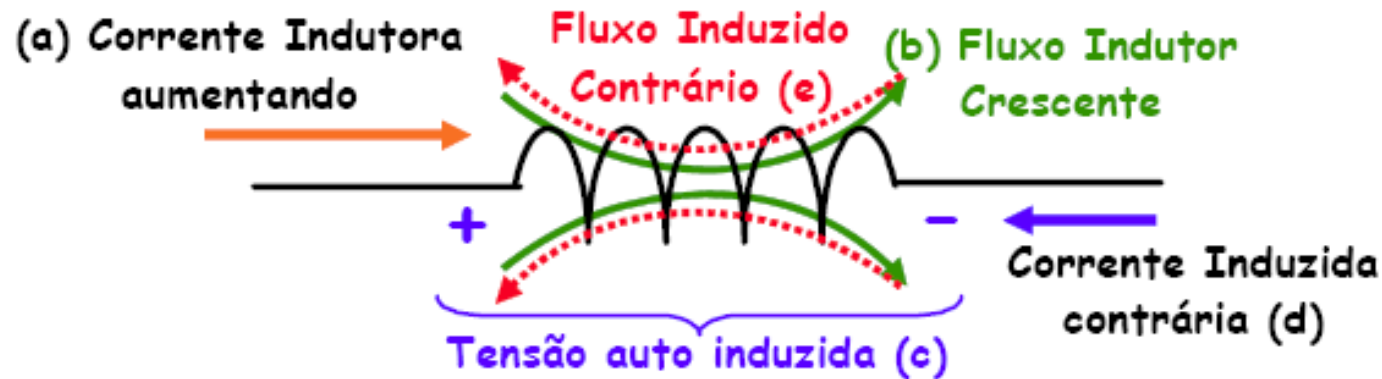
Considerando variações lineares:

$$L = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta I}$$



# Auto-indução de tensão

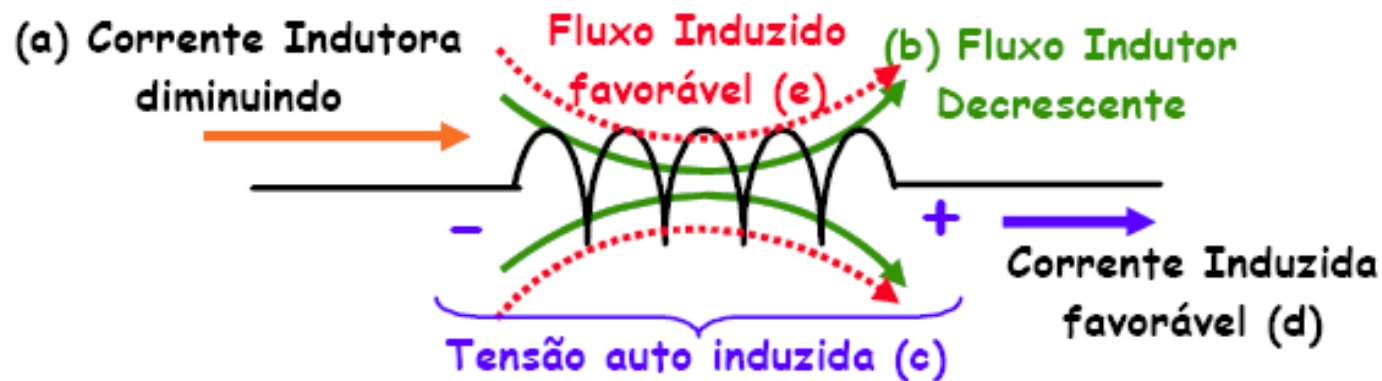
## Oposição à variações de corrente:



*Auto Indução de Força Eletromotriz: corrente crescente na bobina (a) produz variação crescente no fluxo magnético indutor (b) que por sua vez produz induz força eletromotriz nos terminais da bobina (c) que tem uma polaridade tal que produza uma corrente induzida (d) que cria um fluxo magnético induzido (e) contrário à variação do fluxo magnético indutor.*

# Auto-indução de tensão

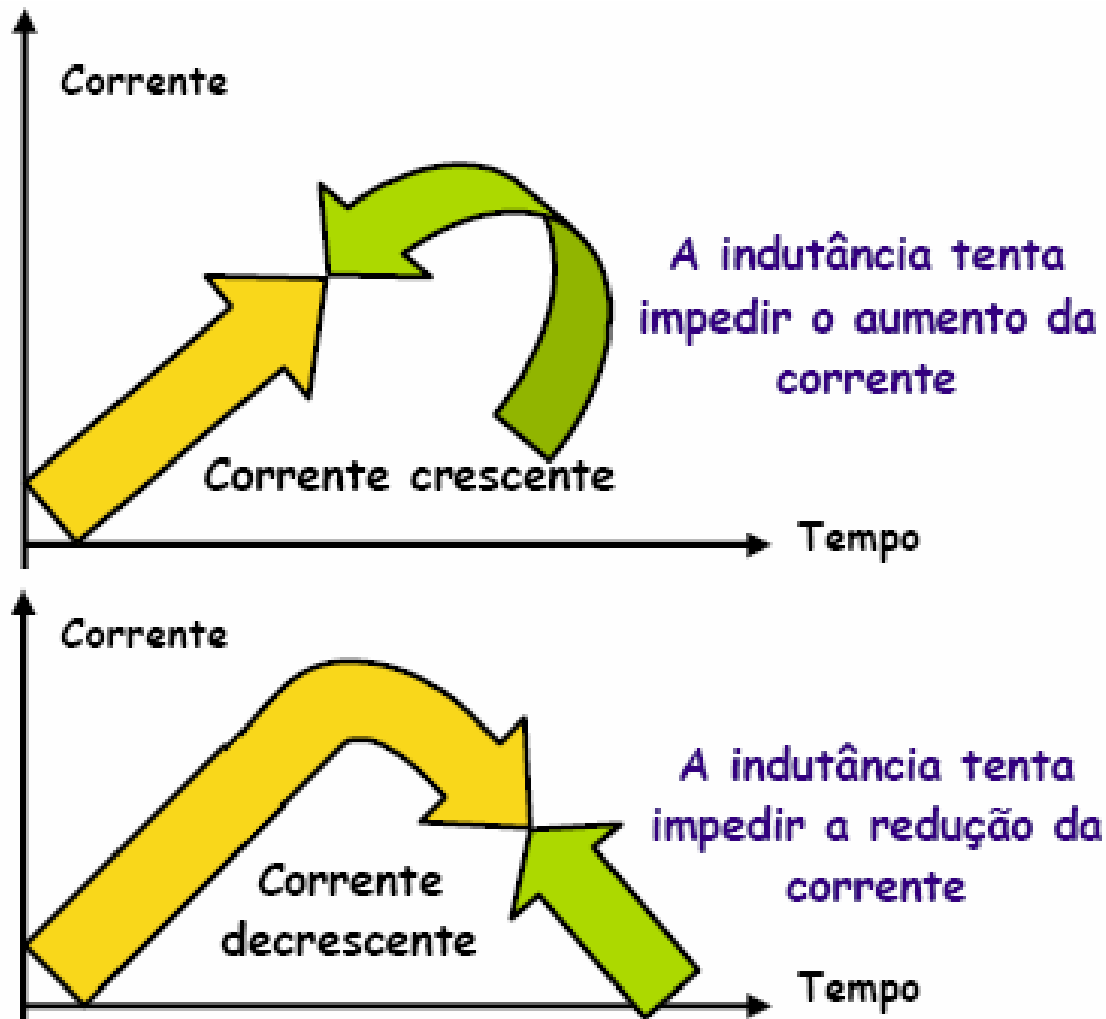
## Oposição à variações de corrente:



- *Auto Indução de Força Eletromotriz: corrente decrescente na bobina (a) produz variação decrescente no fluxo magnético indutor (b) que por sua vez produz induz força eletromotriz nos terminais da bobina (c) que tem uma polaridade tal que produza uma corrente induzida (d) que cria um fluxo magnético induzido (e) favorável à variação do fluxo magnético indutor.*

# Auto-indução de tensão

Oposição à variações de corrente:





# Auto-indução de tensão

Pela Lei da Indução de Faraday:

$$e = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$v_L(t) = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$v_L(t)$  - força eletromotriz (tensão) auto-induzida instantânea no indutor, [Volt, V].

$d\phi_A$  - variação infinitesimal no fluxo magnético, [Weber, Wb].

$dt$  - variação infinitesimal de tempo, [segundo, s].

Se a variação for linear:  $\longrightarrow$

$$V_L = -N \frac{\Delta\phi_A}{\Delta t}$$

# Auto-indução de tensão

Reescrevendo:

$$v_L(t) = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

$$L = N \cdot \frac{d\phi}{dI}$$

$$v_L(t) = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} \cdot \left( \frac{dI}{dI} \right) = -N \cdot \frac{d\phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Tensão auto-induzida numa bobina: 

$$v_L(t) = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

# Auto-indução de tensão

$$v_L(t) = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$v_L(t)$  - força eletromotriz (tensão) auto-induzida instantânea no indutor, [Volt, V].

$L$  - indutância (coeficiente de auto-indução), [Henry, H];

$dI/dt$  - função de variação da corrente no tempo [Ampère por segundo, A/s].

**O valor da tensão auto-induzida nos terminais de um Indutor está diretamente associado ao valor da sua Indutância  $L$  e à taxa instantânea de variação da corrente desta bobina no tempo.**

## Tensão média sobre um indutor

$$V_{Lmed} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$V_{Lmed}$  - tensão auto-induzida média no indutor, [Volt, V];

$L$  - indutância (coeficiente de auto-indução), [Henry, H];

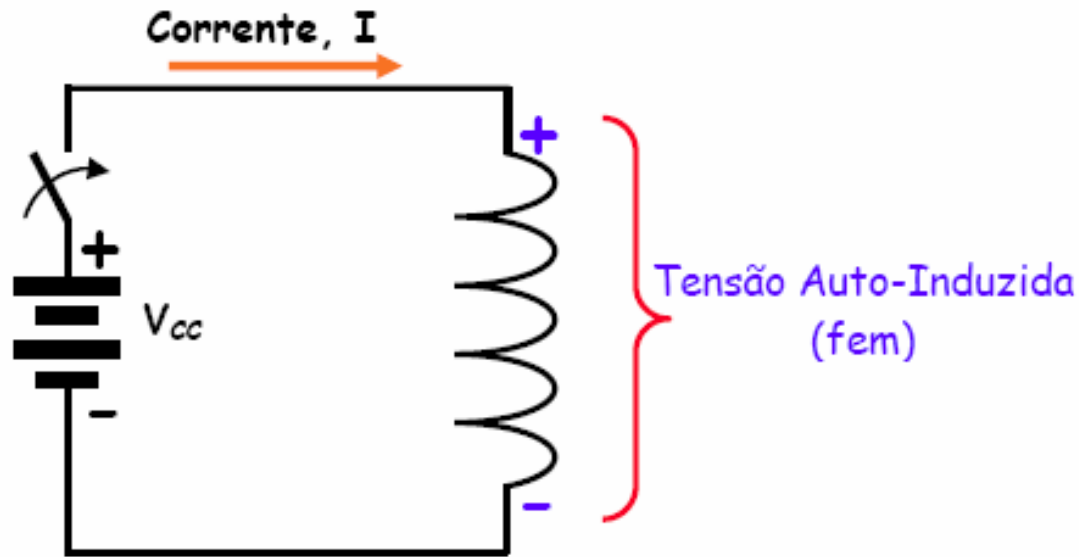
$\Delta I$  - variação média da corrente na bobina [Ampère, A];

$\Delta t$  - intervalo de tempo [s].

Ao ligar o circuito:  $\longrightarrow$  
$$V_{Lmed} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t \rightarrow 0} = -L \cdot \frac{\Delta I}{0} \rightarrow \infty$$

Em regime:  $\longrightarrow$  
$$V_{Lmed} = -L \cdot \frac{\Delta I \rightarrow 0}{\Delta t} = -L \cdot \frac{0}{\Delta t} \rightarrow 0$$

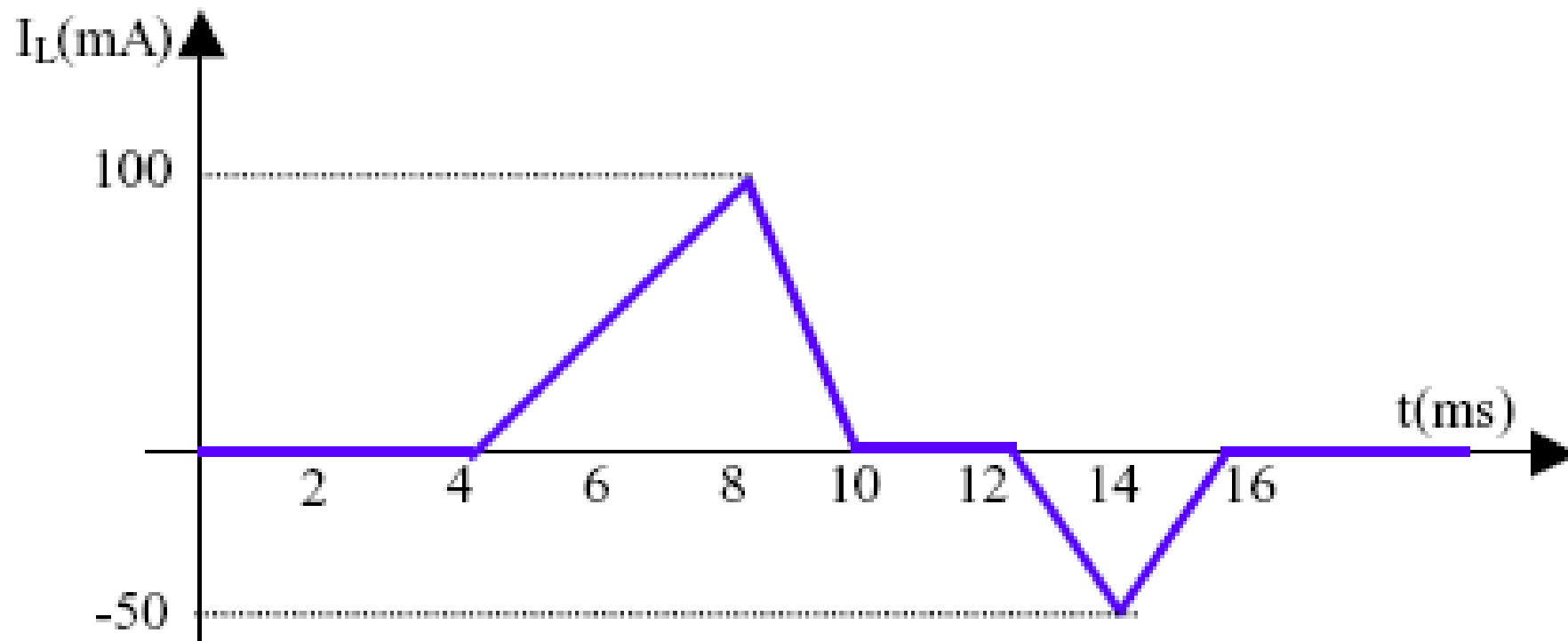
# Tensão média sobre um indutor



$$v_L(t) = -L \frac{di}{dt}$$

## Exemplo

Esboce o gráfico da tensão nos terminais de uma bobina de 10 mH.



# Indutores

Para uma bobina longa:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{\ell}$$

$$\phi = B \cdot A$$

$$\frac{\phi}{A} = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot A}{\ell}$$

$$\phi = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot A}{\ell}$$

Usando:

$$L = N \cdot \frac{\phi}{I}$$

$$\phi = \frac{L \cdot I}{N}$$

$$\frac{L \cdot I}{N} = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot A}{\ell}$$

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{\ell}$$

# Indutores

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{\ell}$$

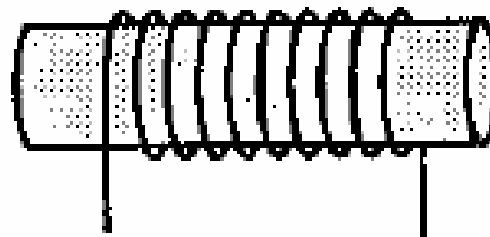
L - Indutância da bobina indutora, [Henry, H];

A - área das espiras da bobina [metros quadrados, m<sup>2</sup>];

$\ell$  - comprimento longitudinal da bobina, [metros, m];

$\mu$  - permeabilidade magnética do meio no núcleo da bobina [Henry por metro, H/m];

N - número de espiras



ar



ferro



ferrite

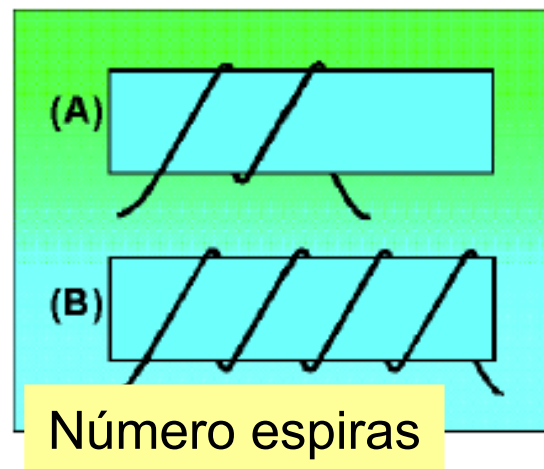




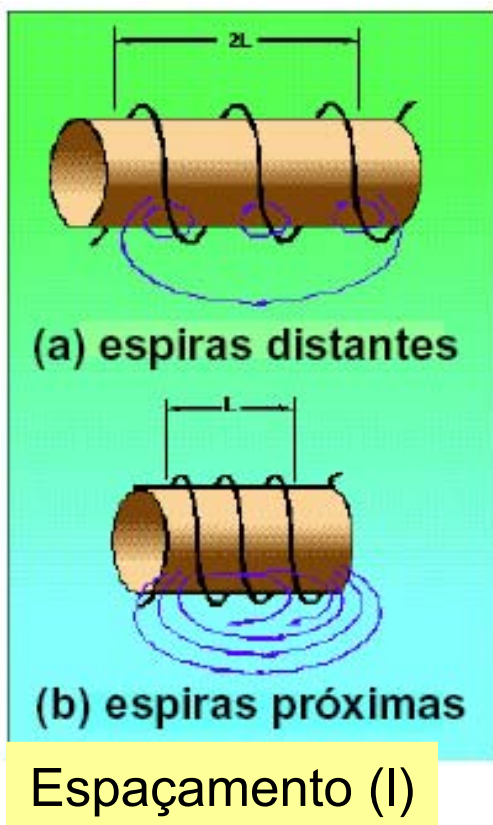
# Indutores – Indutância depende:

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{\ell}$$

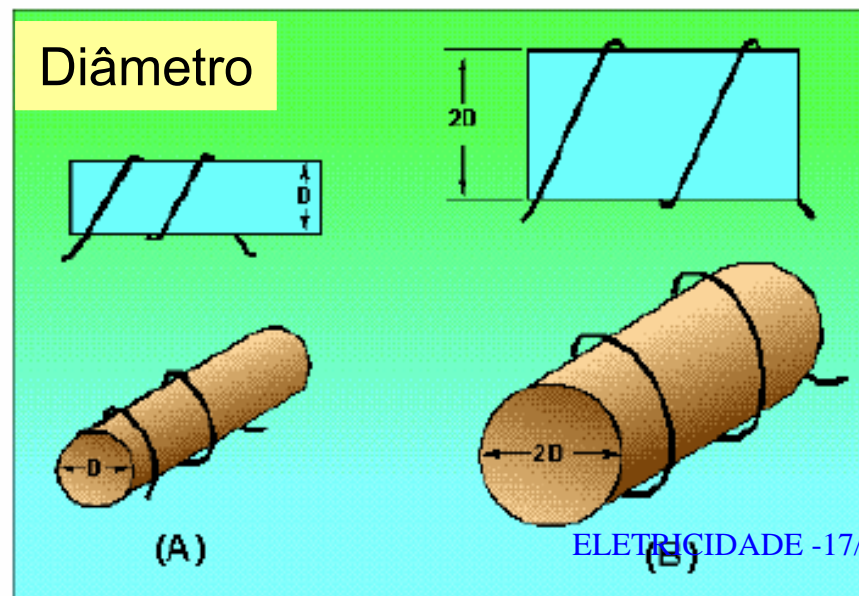
$N \rightarrow$



$\ell \rightarrow$



$A \rightarrow$

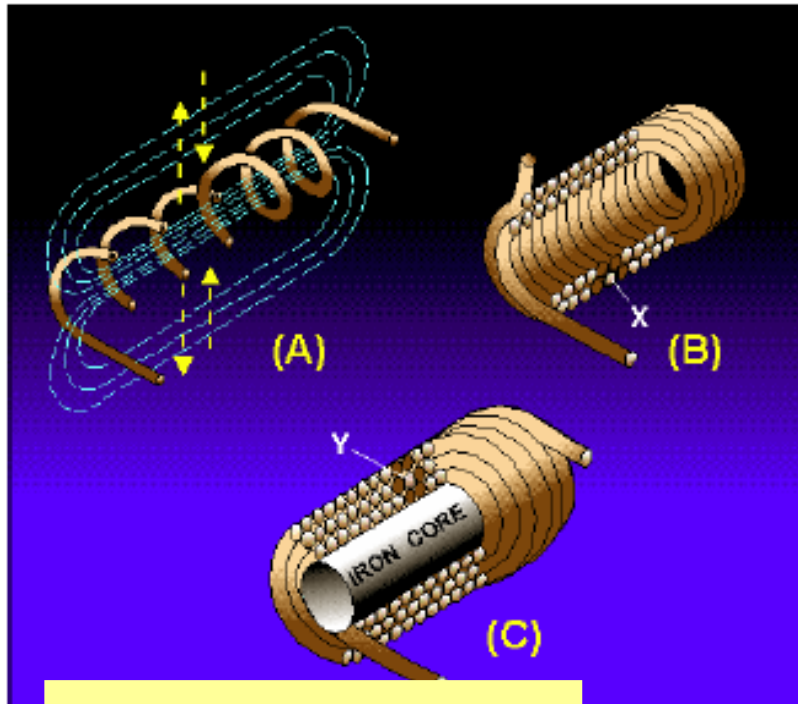


# Indutores – Indutância depende:

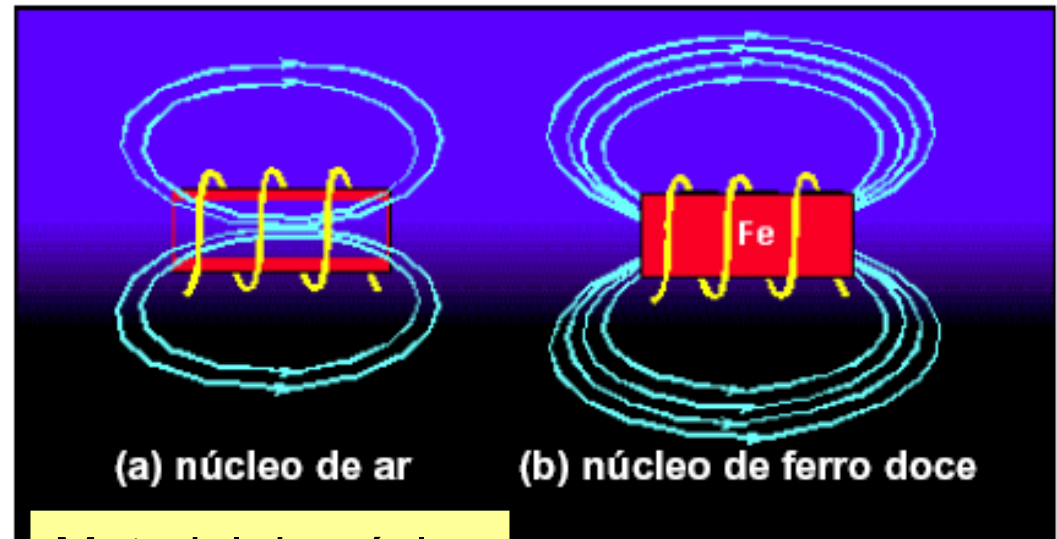
$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{\ell}$$

$N, A$   
↓

$\mu$   
↓



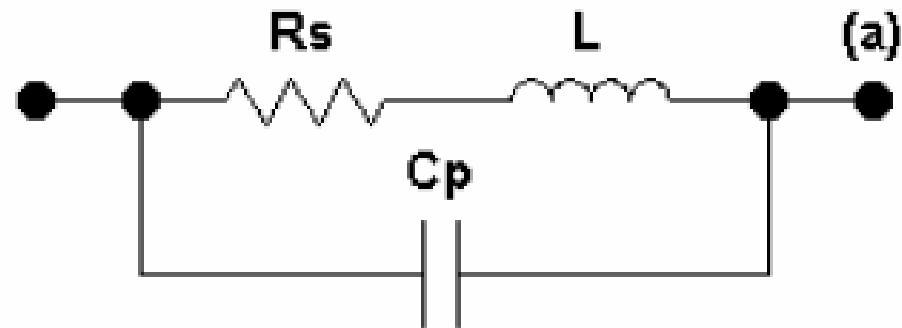
Número de camadas



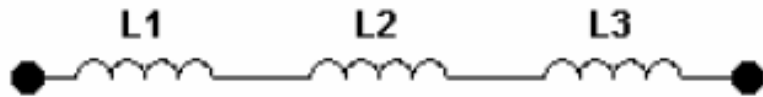
Material do núcleo

# Modelos equivalentes de indutores

- a) Modelo completo;
- b) Sem capacitância parasita;
- c) Modelo simplificado.

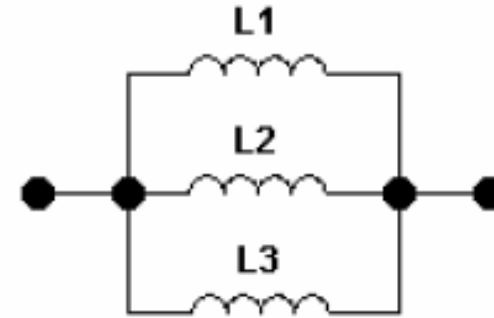


# Associação de indutores



Série: 
$$L_{EQ} = \sum_{i=1}^n L_i$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots L_n$$



Paralelo: 
$$\frac{1}{L_{EQ}} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{L_i} \right)$$

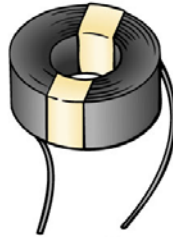
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots \frac{1}{L_n}$$

# Indutores na prática

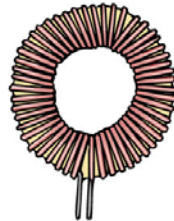


# Indutores na prática

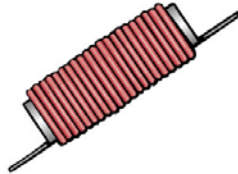
**Type:** Open Core Coil  
**Typical Values:** 3 mH to 40 mH  
**Applications:** Used in low-pass filter circuits. Found in speaker crossover networks.



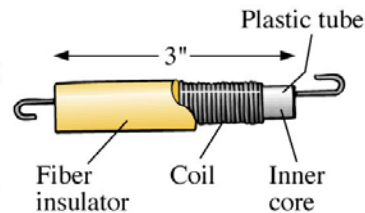
**Type:** Toroid Coil  
**Typical Values:** 1 mH to 30 mH  
**Applications:** Used as a choke in AC power lines circuits to filter transient and reduce EMI interference. This coil is found in many electronic appliances.



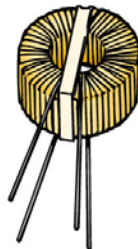
**Type:** Hash Choke Coil  
**Typical Values:** 3  $\mu$ H to 1 mH  
**Applications:** Used in AC supply lines that deliver high currents.



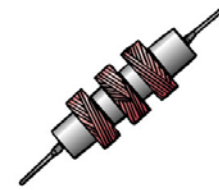
**Type:** Delay Line Coil  
**Typical Values:** 10  $\mu$ H to 50  $\mu$ H  
**Applications:** Used in color televisions to correct for timing differences between the color signal and black and white signal.



**Type:** Common Mode Choke Coil  
**Typical Values:** 0.6 mH to 50 mH  
**Applications:** Used in AC line filters, switching power supplies, battery charges and other electronic equipment.



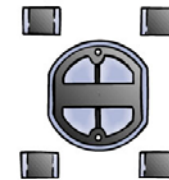
**Type:** RF Chokes  
**Typical Values:** 10  $\mu$ H to 50  $\mu$ H  
**Applications:** Used in radio, television, and communication circuits. Found in AM, FM, and UHF circuits.



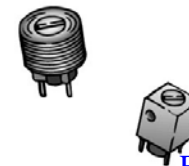
**Type:** Moiled Coils  
**Typical Values:** 0.1  $\mu$ H to 100  $\mu$ H  
**Applications:** Used in a wide variety of circuit such as oscillators, filters, pass-band filters, and others.



**Type:** Surface Mounted Inductors  
**Typical Values:** 0.01  $\mu$ H to 100  $\mu$ H  
**Applications:** Found in many electronic circuits that require miniature components on multilayered PCB.



**Type:** Adjustable RF Coil  
**Typical Values:** 1  $\mu$ H to 100  $\mu$ H  
**Applications:** Variable inductor used in oscillators and various RF circuits such as CB transceivers, televisions, and radios.



# Projeto simplificado de indutores

## Bobinas longas:

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{\ell} \longrightarrow \boxed{N = \sqrt{\frac{L \cdot \ell}{\mu \cdot A}}}$$

N - número de espiras da bobina indutora

L - Indutância da bobina indutora, [Henry, H];

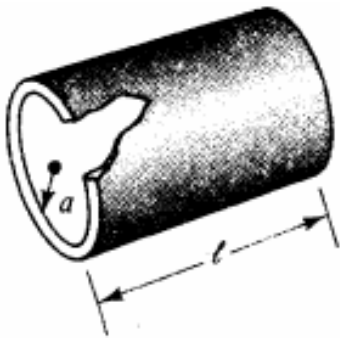
A - área das espiras da bobina (área do núcleo), [metro quadrado, m<sup>2</sup>];

ℓ - comprimento longitudinal da bobina, [metro, m];

μ - permeabilidade magnética do meio no núcleo da bobina [Henry por metro, H/m];

## Projeto simplificado de indutores

**Bobina de camada única com núcleo de ar:**



$$N = \sqrt{\frac{L \cdot (9 \cdot a + 10 \cdot \ell)}{39,5 \cdot a^2}}$$

N - número de espiras da bobina indutora;

L - indutância desejada para o indutor, [Micro Henry,  $\mu\text{H}$ ];

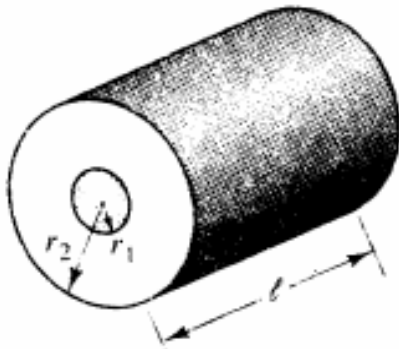
$\ell$  - comprimento longitudinal da bobina [metro, m];

a - raio do núcleo (raio das espiras), [metro, m]



## Projeto simplificado de indutores

**Bobina de diversas camadas com núcleo de ar:**



$$N = \sqrt{\frac{L \cdot (6r_1 + 9l + 10(r_2 - r_1))}{31,6 \cdot r_1^2}}$$

N - número de espiras da bobina indutora;

L - indutância desejada para o indutor, [Micro Henry,  $\mu\text{H}$ ];

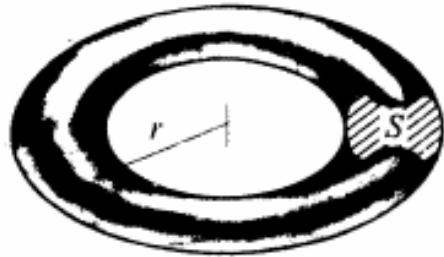
$l$  - comprimento longitudinal da bobina, [metro, m];

$r_1$  - raio interno da bobina (raio das espiras interiores), [metro, m];

$r_2$  - raio externo da bobina (raio das espiras exteriores), [metro, m].

# Projeto simplificado de indutores

## Núcleos toroidais:



$$N = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot L}{\mu \cdot A}}$$

N - número de espiras da bobina indutora;

L - indutância desejada para o indutor, [Henry, H];

r - raio médio do toroide<sup>14</sup>, [metro, m];

$\mu$  - permeabilidade magnética do material do núcleo, [Henry por metro, H/m];

A - área da seção transversal do núcleo toroide (área das espiras da bobina), [metro quadrado, m<sup>2</sup>]

# Projeto de um indutor

## Tarefa:

- Indutância:  $L = 100$  a  $500 \mu\text{H}$ ;
- Núcleo de ar;
- Diâmetro: livre, conforme o carretel ou molde;
- Comprimento: livre;
- Número de camadas: livre;
- Corrente:  $I = 1 \text{ A}$ ;
- Área do condutor: conforme tabela no Anexo B da apostila, para corrente especificada;
- Individual;
- Relatório deve conter no mínimo:
  - Capa, sumário, introdução, desenvolvimento (projeto), ensaios, foto, conclusão, referências bibliográficas, etc.
- Prazo de entrega: 10/04 (logo após a páscoa).