Para um triângulo com três resistores iguais, de valor R_Δ, cada resistor da estrela equivalente vale:

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} \quad (2.24)$$

Para uma estrela com três resistores iguais, de valor R_Y, cada resistor do triângulo equivalente vale:

$$R_\Delta = 3R_Y \quad (2.25)$$

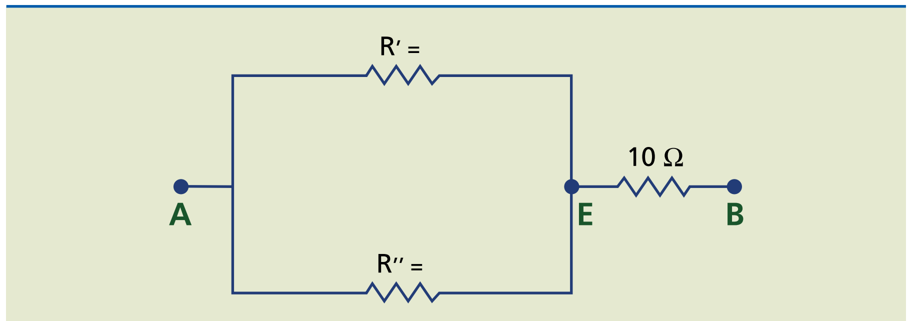
c) Na figura 2.46, verificam-se duas associações em série:

- o resistor R’, formado pelo resistor de 20 Ω e R, em que:
  R’ = 20 + 10 = 30,0 Ω

- o resistor R”, formado pelo resistor de 10 Ω e R, em que:
  R” = 10 + 10 = 20,0 Ω

d) Redesenha-se o circuito da figura 2.46, obtendo-se o esquema na figura 2.47.

Figura 2.47
Simplificação do circuito da figura 2.46.



e) A associação em paralelo de R’ e R” resulta em:

$$R_0 = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12{,}0\ \Omega$$

f) Finalmente, há os resistores de 10 Ω e R_0 em série, resultando em:

$$R_T = 10 + 12 = 22{,}0\Omega$$

Capítulo 3

Geradores e receptores

3.1 Geradores

Geradores são dispositivos que transformam um tipo qualquer de energia em energia elétrica. Conforme a fonte de energia, eles podem ser classificados em:

- **Eletroquímicos** (figura 3.1) – Produzem a diferença de potencial por meio de reações químicas em seu interior, como as pilhas e as baterias.

Figura 3.1
Geradores eletroquímicos: (a) pilhas e (b) bateria automotiva.

GABY KOOIJMAN /SHUTTERSTOCK
PRISM68 /SHUTTERSTOCK

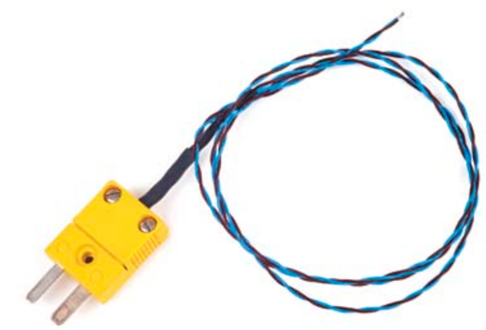
- **Eletromagnéticos** (figura 3.2) – A variação do fluxo magnético nas bobinas do gerador induz uma tensão em seus terminais. Essa variação é obtida pela rotação de um ímã ou eletroímã acoplado ao eixo do gerador. A energia mecânica que gira o eixo provém de turbinas (hidráulicas, eólicas, a vapor etc.), motores de combustão etc.

Figura 3.2
Gerador eletromagnético.

OLEKSANDR KOSTIUCHENKO/SHUTTERSTOCK

- **Par termoelétrico** (figura 3.3) – A tensão é promovida por efeito termoelétrico: o aquecimento de uma junção de dois metais (constantan e ferro, por exemplo), conhecida como par termoelétrico, dá origem a uma tensão em seus terminais, que depende da temperatura da junção.

Figura 3.3
Par termoelétrico.



© DAVID J. GREEN / ALAMY/OTHER IMAGES

- **Piezoelétricos** – Certos cristais, como a turmalina e o quartzo, produzem tensão elétrica quando submetidos a esforços de compressão ou de tração, fenômeno chamado piezoelétrico. Esses materiais são usados em agulhas de toca-discos de vinil, microfones etc.

- **Fotoelétricos** (figura 3.4) – Células construídas de silício absorvem a radiação solar e emitem elétrons; assim, produzem tensão em seus terminais quando iluminadas. Essa emissão estimulada pela luz é denominada efeito fotoelétrico.

Figura 3.4
Painel com células solares, que liberam cargas elétricas sob incidência de luz.

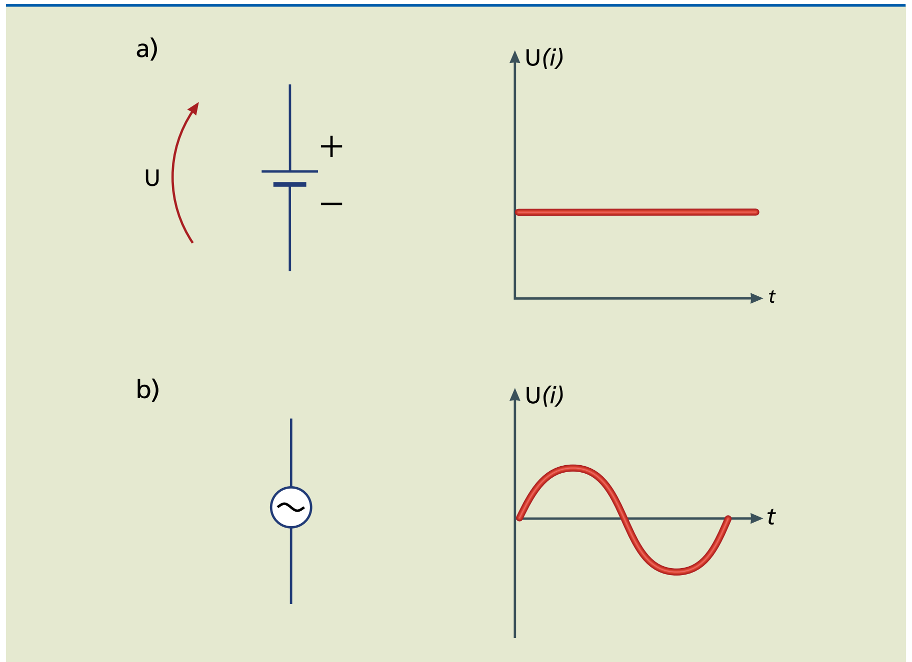
MATTI/SHUTTERSTOCK

3.1.1 Geradores de tensão e de corrente

O gerador de tensão introduzido na seção 1.7 e mencionado ao longo dos capítulos anteriores é conhecido como gerador ideal. Ele mantém a tensão constante, independentemente da corrente que o percorre.

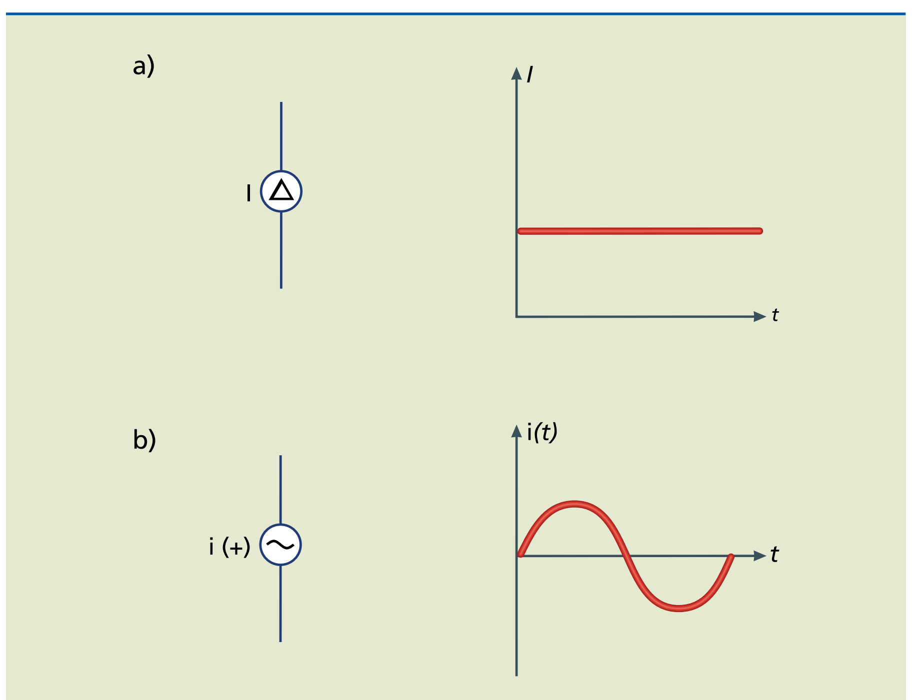
Dois geradores de tensão de interesse prático são o de tensão contínua e o de tensão alternada (senoidal). Seus símbolos e gráficos da tensão em função do tempo encontram-se na figura 3.5.

Figura 3.5
(a) Gerador de tensão contínua ideal e (b) gerador de tensão alternada senoidal, com os respectivos gráficos da variação da tensão em função do tempo.



A figura 3.6 mostra outros símbolos também usados para representar geradores ideais de corrente contínua e corrente alternada senoidal. O gerador ideal de corrente mantém a corrente constante, independentemente da tensão em seus terminais.

Figura 3.6
(a) Gerador de corrente contínua ideal e (b) gerador de corrente alternada, com as respectivas curvas da corrente em função do tempo.

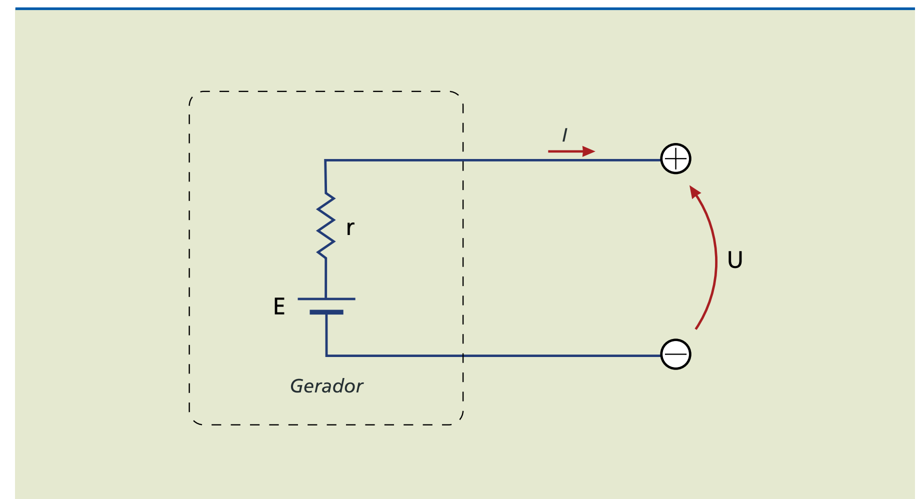


Na prática, fontes de corrente são encontradas em carregadores de bateria e máquinas de solda elétrica.

3.1.2 Gerador de tensão contínua não ideal

Além de manter constante a tensão em seus terminais, independentemente da corrente fornecida, os geradores ideais não têm perdas, ou seja, sua resistência interna é nula. Na prática, porém, isso não acontece. Quando fornecem corrente, a tensão em seus terminais fica menor. Há perdas, provocadas, entre outros motivos, pelo efeito Joule, no conjunto de resistências do gerador (resistências internas). Uma forma de representar a queda de tensão e as perdas em um gerador real é associar uma resistência r em série com um gerador de tensão ideal E (figura 3.7).

Figura 3.7
Representação de gerador não ideal.



As variáveis envolvidas nesse esquema são:

- E: força eletromotriz, representada sob a forma de tensão constante (fonte ideal de tensão). Corresponde à tensão gerada.
- r: resistência interna do gerador.
- I: corrente que percorre o gerador, dependendo da carga que estiver ligada nele. Sai do terminal positivo do gerador (corrente convencional).
- U: tensão nos terminais do gerador efetivamente fornecida ao circuito, já descontada a queda de tensão na resistência interna.

Analisando a figura 3.7, obtém-se a equação que dita o comportamento da tensão de saída U:

$$U = E - rI \quad (3.1)$$

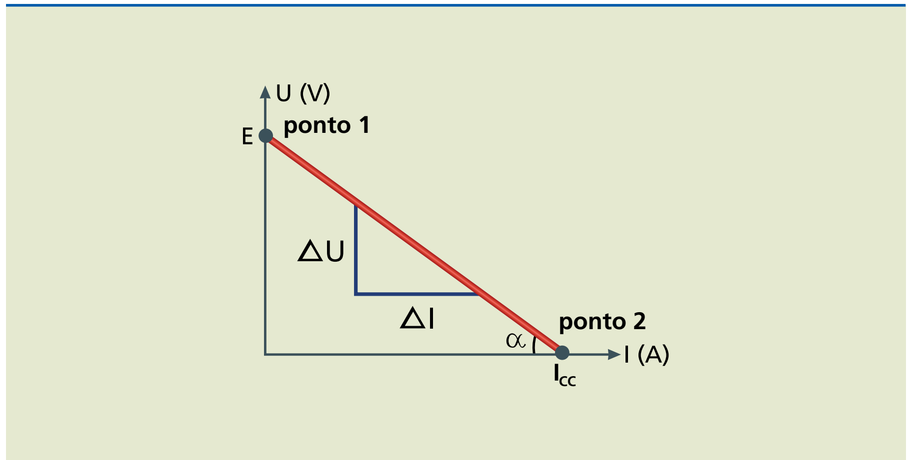
E e r são constantes que dependem dos elementos construtivos internos do gerador. O comportamento das variáveis U e I é ditado pela equação de primeiro grau $U = f(I)$, cujo gráfico é denominado curva característica do gerador. Essa curva (figura 3.8) é uma reta, facilmente determinada por dois pontos significativos:

- **Primeiro ponto:** para $I = 0$, que representa um circuito aberto, sem carga, a tensão de saída vale $U = E$.
- **Segundo ponto:** para $U = 0$, que significa colocar os terminais do gerador em curto-circuito, a corrente de saída é:

$$I = I_{CC} = \frac{E}{r}$$

Com os dois pontos, obtém-se a reta da figura 3.8.

Figura 3.8
Curva característica de gerador de tensão não ideal.



A inclinação da reta determina a resistência interna do gerador:

$$r = tg\alpha = \frac{\Delta U}{\Delta I} = 1\ cte \quad (3.2)$$

3.1.3 Rendimento energético (η) de um gerador

Quando se multiplicam os dois lados da equação 3.1 por I (corrente elétrica), obtém-se a equação do balanço de potências do gerador:

$$UI = EI - rI^2 \Rightarrow P_{útil} = P_{Total\ gerada} - P_{dissipada} \Rightarrow P_u = P_T - P_d \quad (3.3)$$

A potência útil ($P_u = UI$) corresponde à potência total ($P_T = EI$) menos a potência dissipada ($P_d = rI^2$). A parcela dissipada provoca o aquecimento do gerador.

Define-se rendimento, ou eficiência energética do gerador, como a relação entre a potência útil e a potência total gerada por ele:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} \Rightarrow 0 \le \eta \le 1 \quad (3.4)$$

O rendimento η é adimensional, ou seja, não tem unidade de medida. Seu valor varia de 0 a 1. Quanto menores as perdas, maior a eficiência energética do gerador (rendimento) e maior o valor de η. Costuma-se também quantificar o rendimento em valores porcentuais:

$$\eta_{\%} = \frac{P_u}{P_T} \cdot 100\% \quad \Rightarrow 0 \le \eta_{\%} \le 100\% \quad (3.5)$$

Das equações 3.4 e 3.3, obtém-se:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} \Rightarrow \eta = \frac{E - rI}{E} 1 \Rightarrow 0 \le \eta \le 1 \quad (3.6)$$

A equação 3.6 apresenta o rendimento em função das tensões U e E. Quanto menor a tensão na saída, maior a queda de tensão e menor o rendimento energético do gerador.

3.1.4 Máxima transferência de potência de um gerador à carga

No circuito da figura 3.9, a potência útil fornecida pelo gerador é consumida pelo resistor de carga R_L.

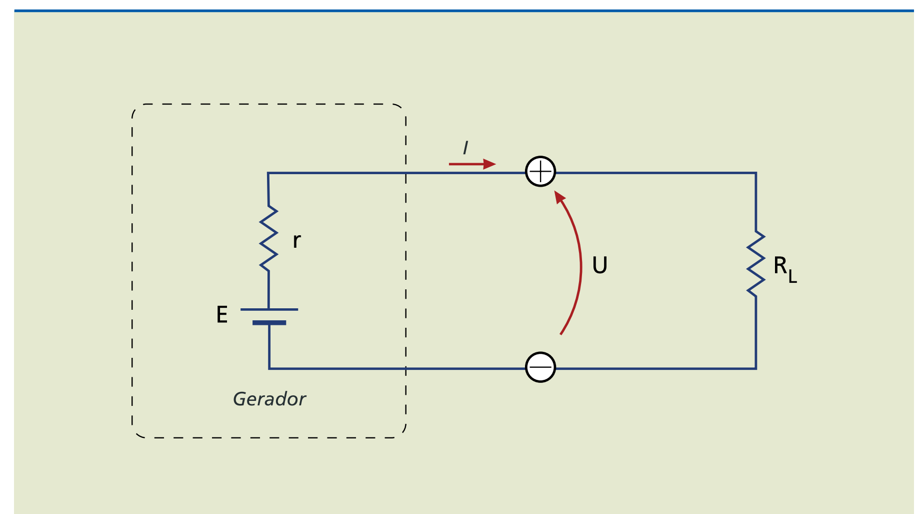
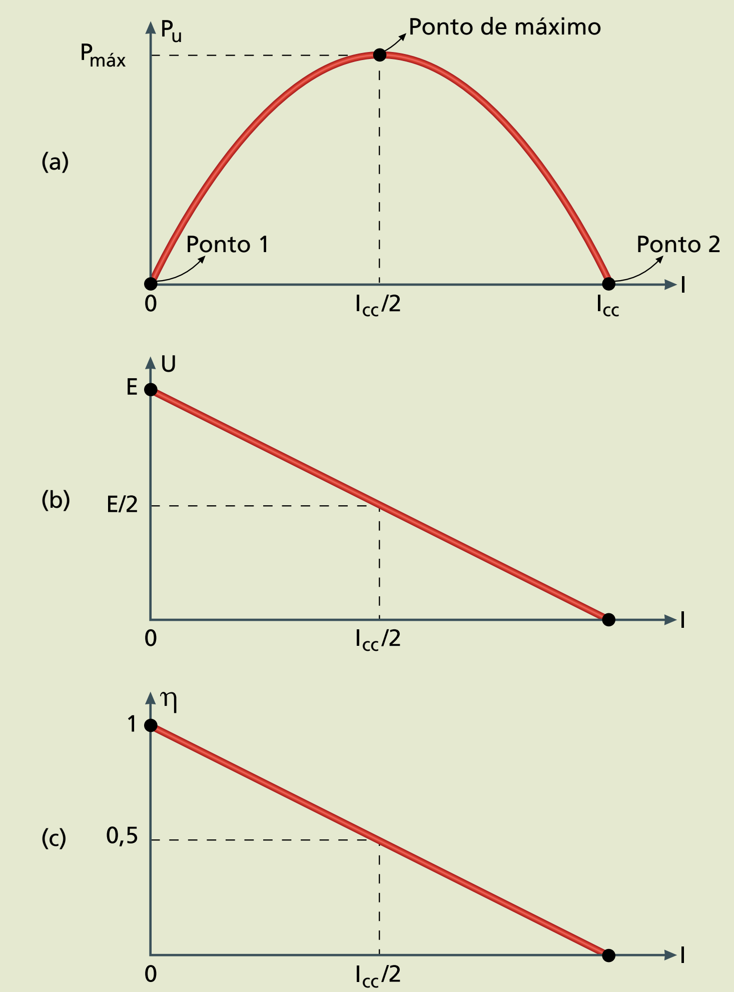


Figura 3.9
Gerador não ideal conectado à carga R_L.

Ao analisar a curva do gerador (figura 3.10a), nota-se que para o ponto 1 a tensão vale $U = E$ e a corrente é nula, resultando em potência fornecida pelo gerador nula ($P_u = 0$). O mesmo acontece para o ponto 2, no qual $I = I_{cc}$ e a tensão de saída é nula ($U = 0$), resultando em potência fornecida nula ($P_u = 0$). Para as demais condições, tem-se tensão, corrente e potência fornecida não nulas ditadas pela equação 3.7:

$$P_u = UI = EI - rI^2 \quad (3.7)$$

Figura 3.10
Gráficos (a) da tensão de saída, (b) da potência útil e (c) do rendimento, todos para um gerador não ideal em função da corrente.



Como E e r são constantes, a equação 3.7, $P_u = f(I)$, é de segundo grau, cujo gráfico é uma parábola determinada por três pontos: dois deles são as raízes ou zeros da equação (em que $P_u = 0$) e o terceiro é o ponto de máximo ($P_u = P_{max}$).

Cálculos para determinação dos pontos

- **Primeiro ponto:** $I + 0 \Rightarrow P_u = E \cdot 0 = 0$
- **Segundo ponto:** $I = I_{cc}$ $(U = 0) \Rightarrow P_u = 0 \cdot I_{cc} + 0$
- **Ponto de máximo** ($P_u = P_{máx}$): ocorre no ponto médio entre as duas raízes, ou seja, para $I = I_{cc}/2$. Substituindo $I = I_{cc}/2 = E/(2r)$ na equação 3.7, obtém-se:

$$P_{máx} = P_u(I = I_{cc}) = EI - rI^2 = E\frac{I_{CC}}{2} - r\left(\frac{I_{CC}}{2}\right)^2 = E\frac{E}{2\,r} - r\left(\frac{E}{2\,r}\right)^2 = \frac{E^2}{2r} - \frac{E^2}{4r} = \frac{E^2}{4r} \quad (3.8)$$

A figura 3.10b ilustra o comportamento da potência útil P_u em função da corrente de carga I, mostrando os três pontos significativos da parábola.

> A condição de máxima transferência de potência ocorre para $I = I_{CC}/2$.

Pela equação característica do gerador (3.1), obtém-se a tensão de saída para a condição de máxima transferência de potência $P_u = P_{máx}$, impondo-se $I = I_{cc}/2$:

$$U = E - r\frac{I_{CC}}{2} \quad (3.9)$$

Como $I_{CC} = E/r$:

$$U = E - r\frac{E}{2r} = \frac{E}{2} \quad (3.10)$$

> A tensão de saída do gerador cai para a metade da tensão em vazio ($U = E/2$) para a condição de máxima transferência de potência.

Para obter $U = E/2$, com corrente de $I = I_{cc}/2 = U/R_L$, a resistência de carga R_L deverá ter valor que pode ser obtido pela equação 3.1:

$$U = \frac{E}{2} = E - rI = E - r\frac{U}{R_L} = E - r\frac{E/2}{R_L} \quad (3.11)$$

Reescrevendo 3.11:

$$\frac{E}{2} = E - r\frac{E}{2R_L} \quad (3.12)$$

Dividindo os dois lados por E e isolando R_L, obtém-se $R_L = r$.

> A condição de máxima transferência de potência ocorre quando a resistência da carga é igual à resistência interna do gerador ($R_L = r$).

O rendimento para a condição de máxima transferência de potência pode ser calculado utilizando a equação 3.4:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} = \frac{U}{E} = \frac{E/2}{E} = 0{,}5 \quad (3.13)$$

Para a condição de máxima transferência de potência, o rendimento do gerador é 0,5 (50%). Metade da energia gerada vai para a carga, e a outra metade é dissipada.

A figura 3.10c mostra o comportamento do rendimento em função da corrente.

Sugestão de atividade

Na situação de máxima transferência de potência útil, o rendimento cai para a metade. É interessante comparar esse número com o de outras situações, como transferência de 75%, 50%, 25% e 5% da potência útil. Deve-se observar que valores menores de potência útil proporcionam menor queda de tensão na carga e oferecem rendimento mais elevado.

Exemplo

Para um gerador de força eletromotriz 15 V e resistência interna 2 Ω, determine:

a) A corrente de curto-circuito (I_{cc}).
b) A potência útil máxima ($P_{máx}$).
c) As potências útil, total e dissipada, e o rendimento do gerador, quando percorrido por uma corrente de 2 A.

Solução:

a) Como $U = 0$, obtém-se $I_{CC} = \frac{E}{r} = \frac{16}{2} = 8{,}00\ \text{A}$.

b) Pela equação 3.8, obtém-se $P_{máx} = \frac{E^2}{4r} = \frac{16^2}{4 \cdot 2} = 32\ \text{W}$.

c) Pela equação 3.1, calcula-se a tensão na saída do gerador:

$$U = E - rI = 16 - 2 \cdot 2 = 12{,}0\ \text{V}$$

A potência útil é $P_u = UI = 12 \cdot 2 = 24{,}0$ W.

A potência total é $P_T = 16 \cdot 2 = 32{,}0$ W.

A potência dissipada é $P_d = rI^2 = 2 \cdot 2^2 = 8{,}00$ W.

O rendimento do gerador é $\eta = U/E = 12/16 = 0{,}750$.

3.2 Receptores

São dispositivos que retiram energia elétrica do circuito e a convertem em outra forma. Um exemplo de receptor é o motor elétrico, que transforma a energia elétrica em mecânica de movimento, ou uma lâmpada incandescente, que transforma energia elétrica em luminosa e térmica. Uma bateria de carro, durante o processo de recarga, pode ser considerada um receptor que converte a energia elétrica em química. O comportamento de todos esses tipos de receptores está adequadamente descrito na figura 3.11. (É importante notar o sentido da corrente, entrando no receptor.)

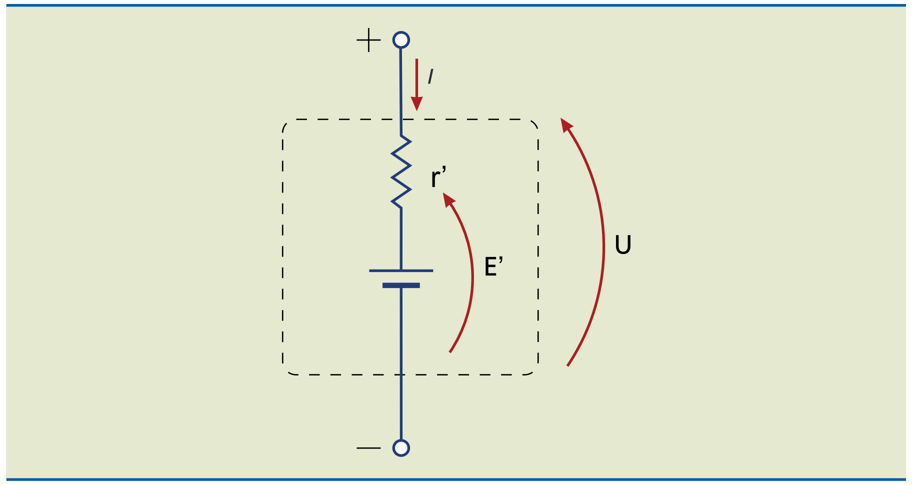


Figura 3.11
Esquema de receptor.

Nesse esquema empregam-se as variáveis:

- U: tensão recebida do gerador.
- E': força contraeletromotriz.
- r': resistência interna do receptor.
- I: corrente que percorre o receptor (por convenção, entra pelo polo positivo, ao contrário do gerador).

A equação característica do receptor da figura 3.11 é:

$$U = E' + r'I \quad (3.14)$$

Como E' e r' são constantes, $U = f(I)$ descreve uma função polinomial de primeiro grau (figura 3.12), graficamente representada por uma reta, que pode ser descrita a partir de um ponto conhecido e de sua inclinação.

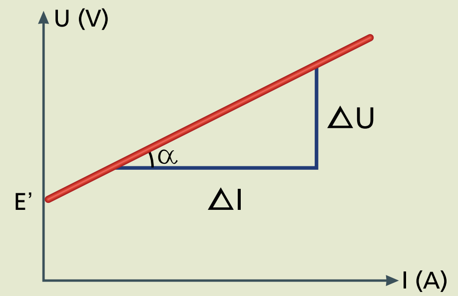


Figura 3.12
Curva característica de um receptor.

Um ponto facilmente determinado ocorre para $I = 0$, resultando em $U = E'$.

O coeficiente angular da reta é r', ou seja:

$$r' = tg(\alpha) = \frac{\Delta U}{\Delta I} \quad (3.15)$$

Assim, a reta será ascendente com ângulo α, calculado pela equação:

$$\alpha = arc\ tg\ r' \quad (3.16)$$

A equação das potências de um receptor será:

$$P_{Total\ recebida} = P_{útil} + P_{dissipada} \text{ ou } P_T = P_u + P_d \quad (3.17)$$

No caso de um motor, E'I corresponde à parcela que será transformada em energia mecânica, e rI^2, à potência dissipada nos condutores das bobinas, que se transforma em calor.

No caso de uma bateria sendo carregada, E'I corresponde à parcela que se transformará em energia química, e rI^2, à potência dissipada nos condutores e placas da bateria, provocando seu aquecimento.

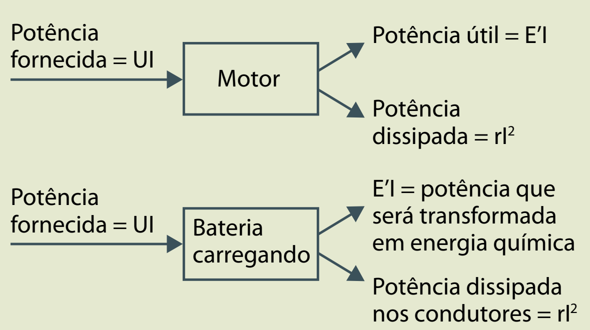


Figura 3.13
Distribuição da potência elétrica em um receptor.

Combinando as equações 3.14 e 3.17, obtém-se:

$$UI = E'I + r'I_2 \quad (3.18)$$

O rendimento do receptor é calculado por:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} = \frac{E'I}{UI} \Rightarrow \eta = \frac{E'}{U} \quad (3.19)$$

Exemplo

Um motor CC (corrente contínua) em funcionamento com força contraeletromotriz de 90 V e resistência interna de 5 Ω é ligado a uma rede de 110 V. Determine a corrente no circuito, as potências útil, total e dissipada do motor, bem como seu rendimento.

Solução:

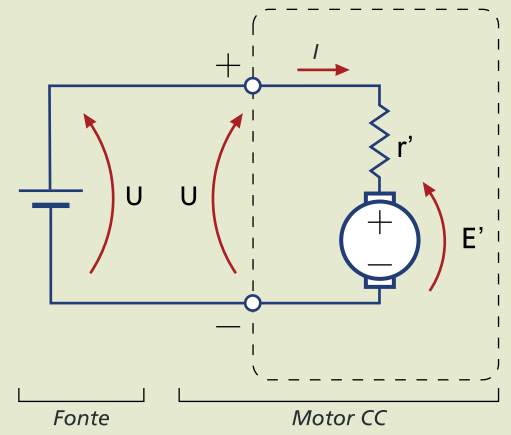


Figura 3.14
Motor ligado a fonte ideal.

Pela figura 3.14, utilizando a equação 3.14:

$$U = E' + r'I \Rightarrow 110 = 90 + 5 \cdot I$$

Daí obtém-se a corrente no motor: $I = 4$ A.

A potência útil é $P_u = E'\,I = 90 \cdot 4 = 360$ W.

A potência total consumida pelo motor é $P_T = UI = 110 \cdot 4 = 440$ W.

A potência dissipada na resistência do motor é $P_d = r'I^2 = 5 \cdot 4^2 = 80{,}0$ W.

O rendimento do motor é $\eta = (E'/U) \cdot 100\% = 90/110 = 81{,}8\%$.

Observação importante

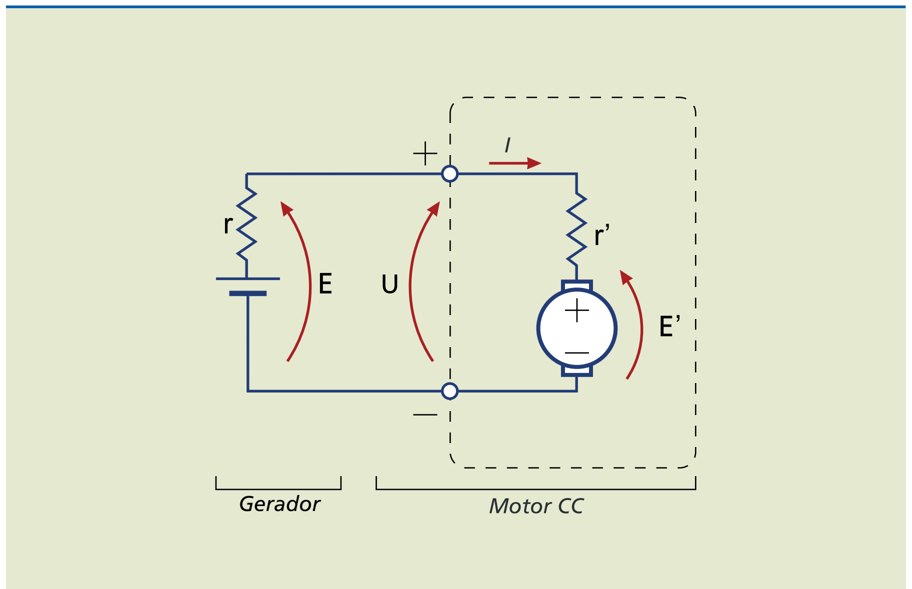
Deve-se tomar muito cuidado ao interpretar os conceitos de potência útil e dissipada em um receptor. Para os exemplos do motor e da bateria, que têm fonte interna E', os conceitos são muito claros.

Se o receptor for uma resistência de aquecimento de um chuveiro, $E' = 0$. Porém, nesse caso, toda a potência convertida em calor é empregada para aquecer a água, que está em contato com a resistência. A potência útil é, então, rI^2.

3.3 Operação conjunta de receptor e gerador

Consideremos um receptor (por exemplo, um motor) ligado diretamente aos terminais do gerador, conforme indicado na figura 3.15. Nessa situação, tanto o gerador como o receptor estão sujeitos à tensão U em seus terminais. A corrente será a mesma para os dois. Isso define um ponto único de funcionamento do circuito, denominado ponto de operação, ou ponto quiescente, ou ainda ponto de trabalho.

Figura 3.15
Receptor conectado a gerador.



Como as tensões nos terminais são iguais a U, pode-se escrever:

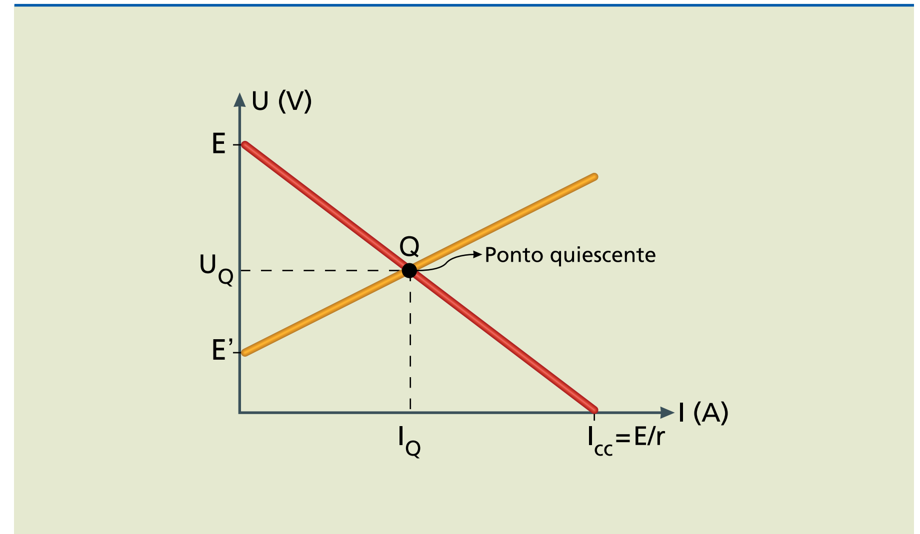
$$U = E - rI = E' + r'I \quad (3.20)$$

Isolando a corrente na equação 3.20, obtém-se:

$$I = \frac{E - E'}{r + r'} \quad (3.21)$$

Pode-se visualizar a solução graficamente na figura 3.16. Nela as duas curvas características são superpostas, indicando o ponto de operação Q, que é caracterizado pelo cruzamento das curvas características do gerador (curva crescente) e do receptor (curva decrescente). Esse é o único ponto das curvas em que as tensões terminais e correntes no gerador e receptor são iguais ($U = U_Q$ e $I = I_Q$).

Figura 3.16
Curvas características do gerador e do receptor e ponto quiescente.

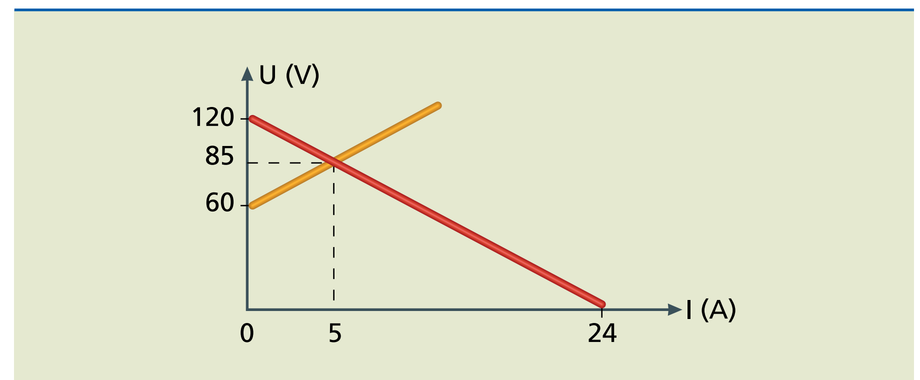


Observe-se que E deve ser maior que E' para que a corrente possa fluir do gerador para o receptor.

Exemplo

Dadas as curvas características de um gerador (curva crescente) e de um motor (curva decrescente) na figura 3.17, determine:

Figura 3.17
Curvas características do gerador e do receptor.



a) A equação característica do gerador.
b) A equação característica do receptor.
c) A potência útil máxima do gerador.
d) O ponto quiescente, as potências total, útil e dissipada, e o rendimento no gerador e no motor, com este ligado diretamente ao gerador.

Solução:

a) De início, considera-se isoladamente a curva característica do gerador (figura 3.18).

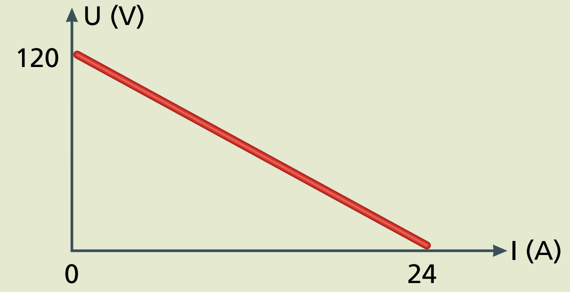


Figura 3.18
Curva característica do gerador.

Para $I = 0$, tem-se $E = U = 120$ V.

Para $U = 0$, tem-se $I = I_{cc} = 24\text{ A} = E/r = 120/r$. Daí obtém-se $r = 5\Omega$.

Assim, a equação característica do gerador é:

$$U = 120 - 5I$$

b) Isola-se agora a curva característica do motor (figura 3.19).

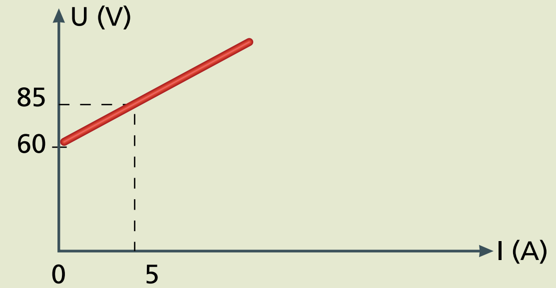


Figura 3.19
Curva característica do motor.

Da figura 3.19, verifica-se que, para $I = 0$, tem-se $E = U = 60$ V.

Para calcular a resistência, deve-se notar que, para uma variação na corrente de 0 a 5 A ($\Delta I = 5$ A), a tensão nos terminais do motor vai de 60 a 85 V ($\Delta U = 25$ V). Pela equação 3.15, o coeficiente angular da reta $\Delta I/\Delta U$ é a própria resistência interna r', que vale $r' = 25/5 = 5\Omega$.

A resistência interna também pode ser obtida pela equação característica do motor:

$$E' = 60 + r'I$$

O gráfico mostra que, para $I = 5$ A, $U = 85$ V, que substituídos na equação característica fornecem:

$$85 = 60 + r'5$$

Daí obtém-se:

$$r' = 5\Omega$$

Finalmente, obtém-se a equação característica do motor:

$$E' = 60 + 5I$$

c) Sabe-se que a máxima potência que o gerador pode fornecer é:

$$P_{máx} = \frac{E^2}{4r} = \frac{120^2}{4 \cdot 5} = 720\text{ W}$$

d) Com o receptor conectado ao gerador, ambos têm a mesma tensão terminal, valendo a relação:

$$60 + 5I = 120 - 5I$$

Daí obtém-se a corrente no circuito, que é $I = 6{,}00$ A.

A tensão terminal pode ser obtida tanto pela equação característica do motor como do gerador. Pela equação do gerador, obtém-se:

$$U = 120 - 5 \cdot 6 = 90{,}0\text{ V}$$

Apenas para conferir, se for utilizada a equação do motor, obtém-se:

$$U = 60 + 5 \cdot 6 = 90{,}0\text{ V}$$

O gerador fornece ao motor uma potência útil de:

$$P_{u\_gerador} = UI = 90 \cdot 6 = 540\text{ W}$$

Potência dissipada no gerador:

$$P_{d\_gerador} = rI^2 = 5 \cdot 6^2 = 180\text{ W}$$

Potência total produzida pelo gerador:

$$P_{T\_gerador} = P_u + P_d = 540 + 180 = 760\ W$$

Rendimento do gerador:

$$\eta_{gerador} = P_{u\_gerador}/P_{T\_gerador} = (540/760) \cdot 100\% = 75{,}0\%$$

A potência total recebida pelo motor é igual à potência útil entregue pelo gerador, que é:

$$P_{T\_motor} = 540\ W$$

Potência dissipada no motor:

$$P_{d\_motor} = r'I^2 = 5 \cdot 6^2 = 180\ W$$

Potência útil no motor:

$$P_{u\_motor} = E'I = 60 \cdot 6 = 360\ W$$

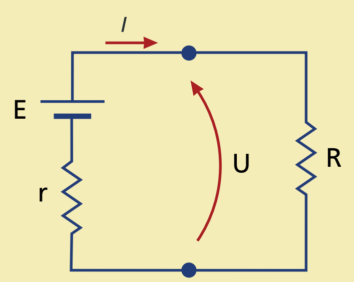
Rendimento do motor:

$$\eta_{motor} = P_{u\_motor}/P_{T\_motor} = (360/540) \cdot 100\% = 66{,}7\%$$

Caso particular: $E' = 0$

Se $E' = 0$, como acontece no caso de resistores de aquecimento e lâmpadas incandescentes, a potência do receptor é dissipada em forma de calor (efeito Joule).

Figura 3.20
Gerador não ideal ligado a resistor.



Como as tensões nos terminais são iguais a U, pode-se escrever:

$$U = E - rI = r'I \quad (3.22)$$

Isolando a corrente, obtém-se:

$$I = \frac{E}{r + r'} \quad (3.23)$$

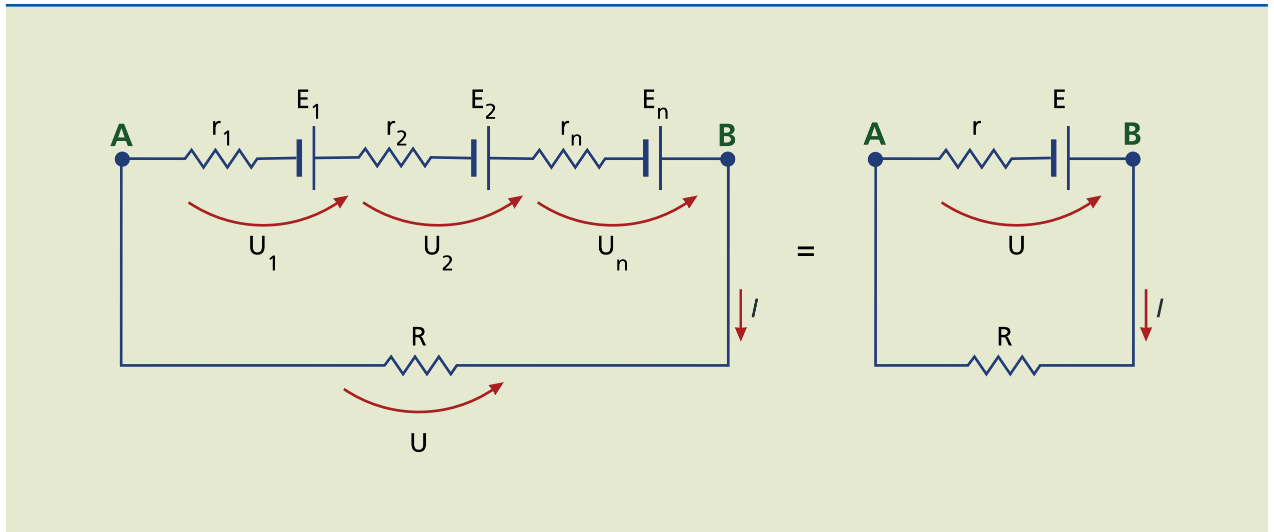
3.4 Associação de geradores

Geradores e receptores podem ser associados a fim de produzir um resultado que não seria conseguido com apenas um deles. Como acontece com os resistores, é possível construir associações cujo efeito é o mesmo de um único resistor equivalente. Nesta seção, veremos os procedimentos para calcular os parâmetros do gerador equivalente para as associações em série e em paralelo.

3.4.1 Associação em série de geradores

Esse tipo de associação é empregado para a obtenção de tensões maiores que a dos geradores individuais. A figura 3.21 apresenta *n* geradores conectados em série.

Figura 3.21
Associação em série de geradores e seu circuito equivalente simplificado.



A tensão total U é calculada utilizando a segunda **lei de Kirchhoff**:

As leis de Kirchhoff serão estudadas no capítulo 6.

$$U = U1 + U2 + ... + Un = R.I \quad (3.24)$$

No circuito equivalente da figura 3.21, $U = E - rI$. A substituição desse valor de U na equação 3.24 resulta em:

$$E - rI = (E_1 - r_1I) + (E_2 - r_2I) + ... + (E_m - r_nI) \quad (3.25)$$

Agrupando as tensões e resistências, chega-se a:

$$E - rI = (E_1 + E_2 + ... + E_n) - I(r_1 + r_2 + ... + r_n) \quad (3.26)$$

Comparando os dois lados da equação, obtém-se:

$$\begin{cases} E = E_1 + E_2 + ... + E_n \\ r = r_1 + r_2 + ... + r_n \end{cases} \quad (3.27)$$

Conclusão

Em uma associação em série de geradores, a força eletromotriz (f.e.m.) do modelo equivalente é a soma das f.e.m. dos geradores.

A resistência interna equivalente é a soma das resistências dos geradores.

Exemplo

Uma lâmpada incandescente com resistência de 3 Ω é ligada a quatro pilhas em série, cada uma com força eletromotriz de 1,5 V e resistência interna de 0,5 Ω (figura 3.22). Determine a corrente na lâmpada e a potência por ela consumida.

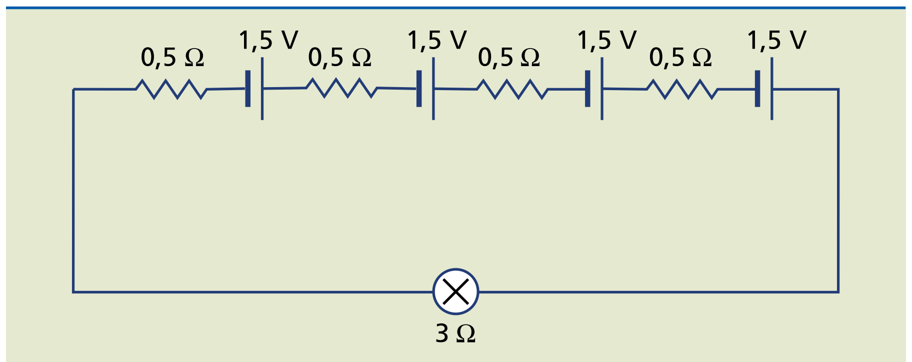


Figura 3.22
Associação em série de pilhas alimentando lâmpada.

Solução:

Tensão do gerador equivalente:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 4 \cdot 1{,}5 = 6{,}00\ \text{V}$$

Resistência do gerador equivalente:

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + 4 \cdot 0{,}5 = 2\ \Omega$$

Conectando a lâmpada, obtém-se:

$$U = E - rI = 6 - 2I = 3I$$

Corrente no circuito:

$$I = 1{,}20\ \text{A}$$

Potência consumida pela lâmpada:

$$P_{lâmpada} = R_{lâmpada} I^2 = 3 \cdot 1{,}20^2 = 4{,}32\ \text{W}$$

3.4.2 Associação em paralelo de *n* geradores iguais

Nessa associação (figura 3.23), todos os polos positivos estão interligados, assim como todos os negativos. A tensão nos terminais dos geradores é a mesma. A corrente total é a soma das correntes individuais. Como as tensões e resistências individuais são iguais, a corrente em cada gerador vale I/n, sendo I a corrente na carga R_L.

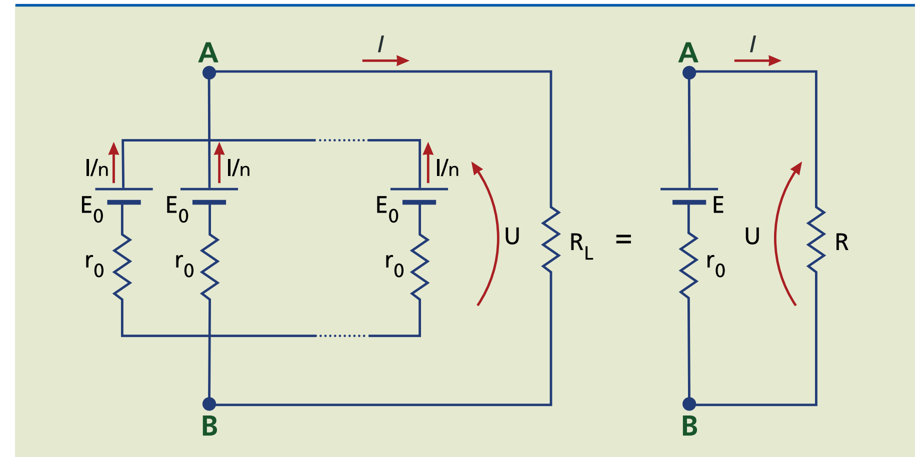


Figura 3.23
Associação em paralelo de *n* geradores iguais e seu gerador equivalente.

A tensão nos terminais de cada gerador é:

$$U = E_0 - r_0 \frac{I}{n} = R_L I \quad (3.28)$$

A tensão nos terminais do gerador equivalente é:

$$U = E - rI = R_L I \quad (3.29)$$

A associação de geradores e o gerador equivalente devem apresentar a mesma tensão U e corrente I em seus terminais. Comparando as equações 3.28 e 3.29, verifica-se que isso apenas ocorre se:

$$\begin{cases} E = E_0 \\ r = \dfrac{r_0}{n} \end{cases} \quad (3.30)$$

Na associação em paralelo de *n* geradores iguais, a força eletromotriz equivalente é a mesma do gerador individual, e a resistência interna equivalente é a associação em paralelo de resistências iguais, ou seja, o valor individual dividido pelo número de geradores.

A vantagem da associação em paralelo é a possibilidade de obter correntes elevadas na carga, recurso necessário, por exemplo, para a partida de certos motores.

Em pilhas e baterias, no entanto, a associação em paralelo deve ser evitada, porque, mesmo com a carga R_L desconectada, pode haver corrente circulando entre os geradores se houver alguma diferença, mesmo que pequena, entre as tensões. Nesse caso, o de menor tensão nos terminais vai funcionar como receptor, o que promoverá dissipação de energia, causando rápida descarga da pilha ou bateria.

Exemplo

Determine a leitura do amperímetro ideal (figura 3.24).

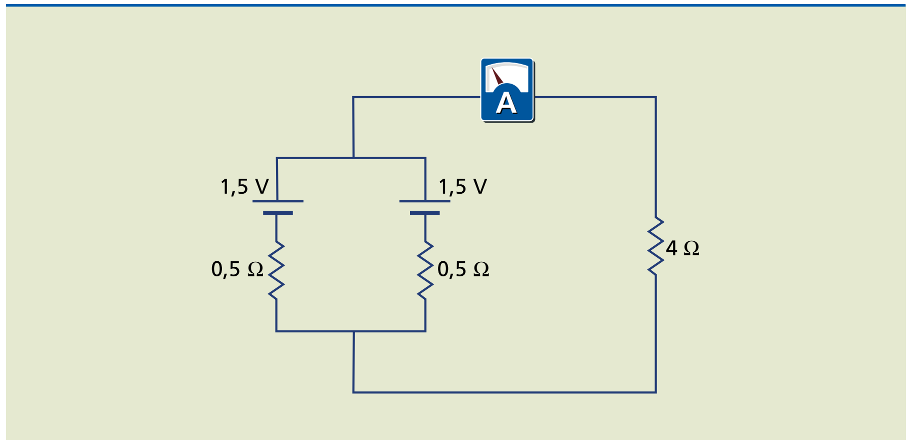


Figura 3.24
Geradores em paralelo alimentando carga.

Solução:

Obtém-se inicialmente o gerador equivalente à associação em paralelo de dois geradores. O novo circuito é apresentado na figura 3.25.

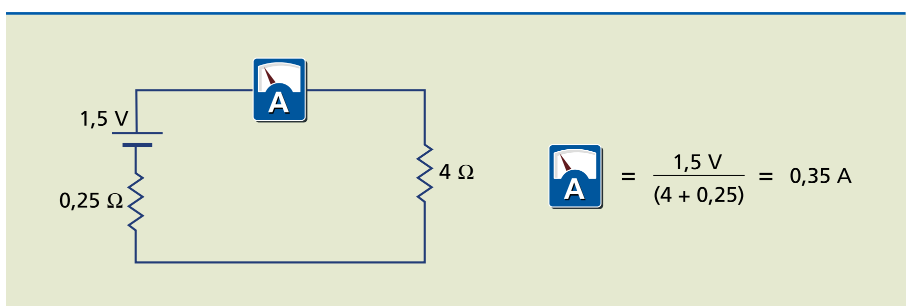


Figura 3.25
Simplificação do circuito da figura 3.24.

Com base no circuito simplificado, obtém-se:

$$I = \frac{1,5}{4 + 0,25} = 0,353\ A$$

3.4.3 Associação de dois geradores em oposição

O polo positivo de um gerador é ligado ao positivo de outro, ou vice-versa (figura 3.26).

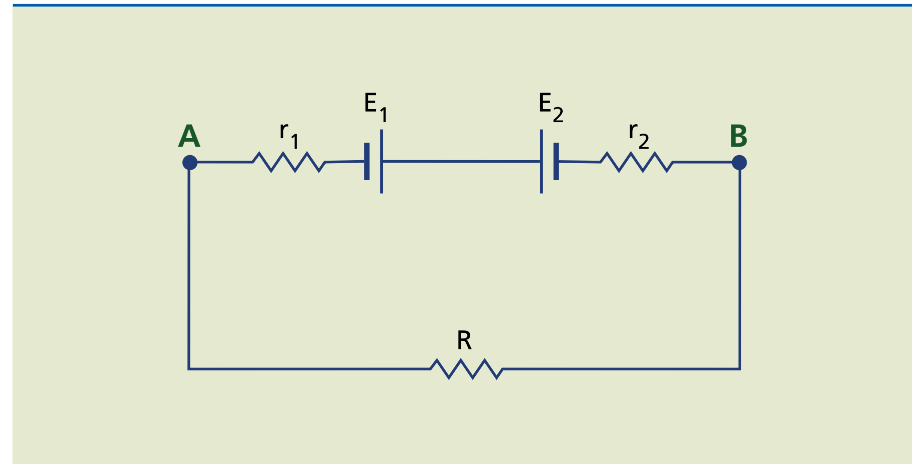


Figura 3.26
Associação de geradores em oposição.

Consideremos $E_1 > E_2$. Nesse caso, há prevalência de E_1 e a corrente percorre o circuito no sentido horário, porque a força eletromotriz resultante tem a mesma polaridade de E_1 (figura 3.27).

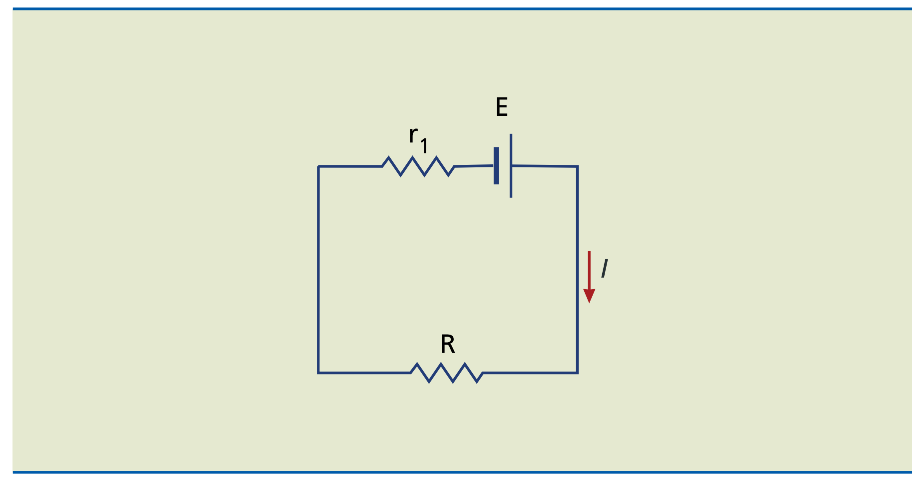


Figura 3.27
Simplificação do circuito da figura 3.26.

Tensão do gerador equivalente:

$$E = E_1 - E_2 \quad (3.31)$$

Resistência do gerador equivalente:

$$r = r_1 + r_2 \quad (3.32)$$

O gerador de menor força eletromotriz comporta-se como receptor, em virtude do sentido da corrente elétrica resultante.

Exemplo

Determine a corrente elétrica no circuito da figura 3.28 e seu sentido.

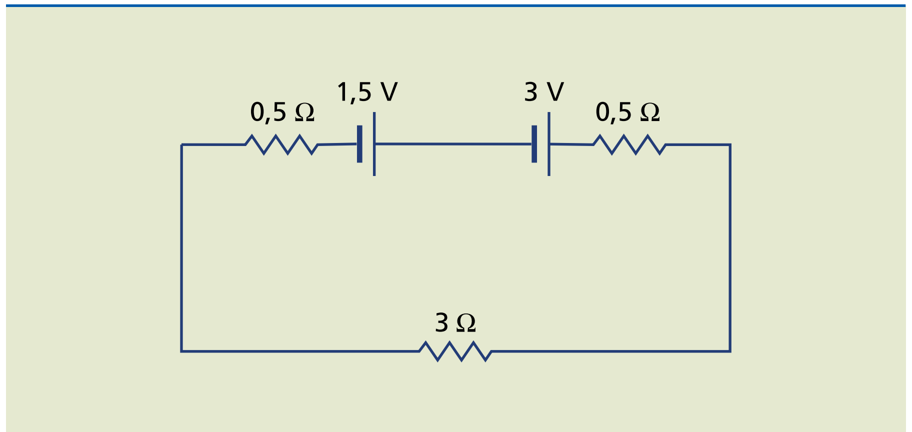


Figura 3.28
Associação em série de geradores em oposição.

Solução:

Substituindo os dois geradores da figura 3.28 pelo respectivo gerador equivalente, obtém-se o circuito da figura 3.29.

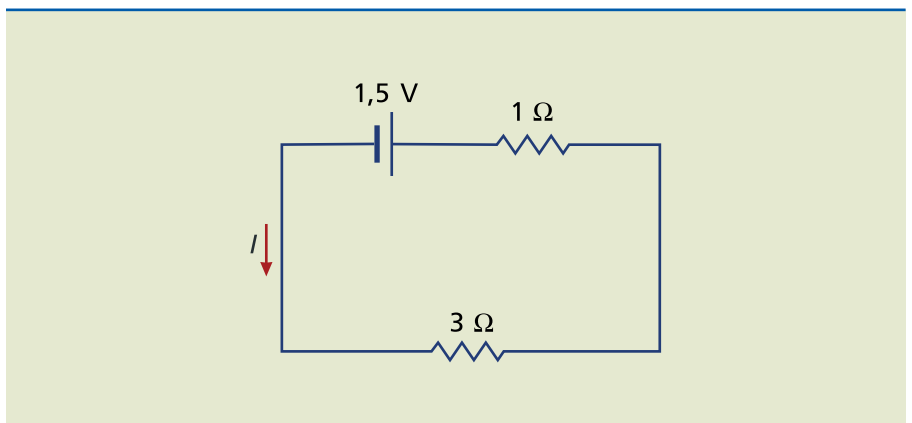


Figura 3.29
Simplificação do circuito da figura 3.28.

Devido à predominância do gerador de força eletromotriz 3 V, a corrente terá sentido anti-horário, com intensidade:

$$I = \frac{1,5}{3+1} = 0,375 \text{ A}$$

3.4.4 Associação mista de geradores

Teoricamente, é possível realizar qualquer combinação na associação de geradores, mas poucas têm aplicação prática. A figura 3.30 mostra um exemplo em que se pretende obter tensão e corrente elevadas.

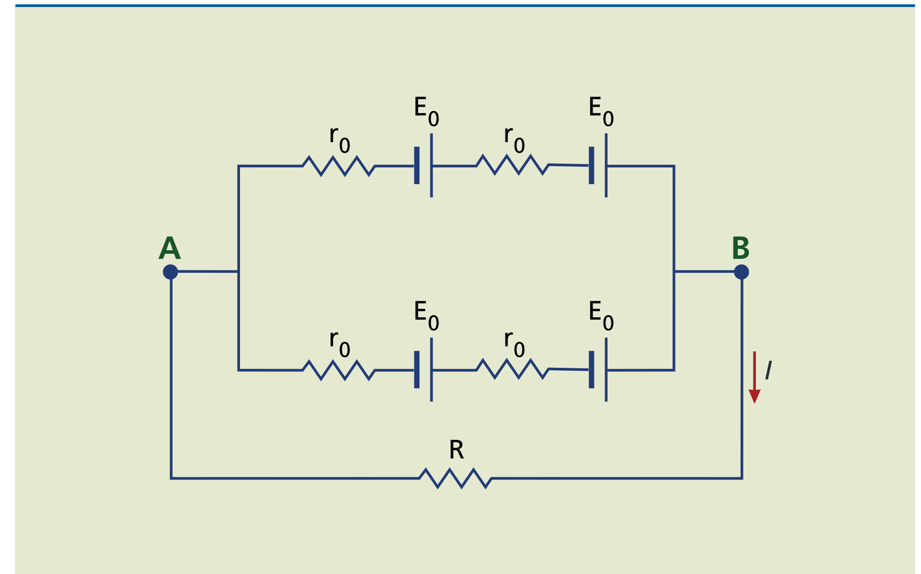
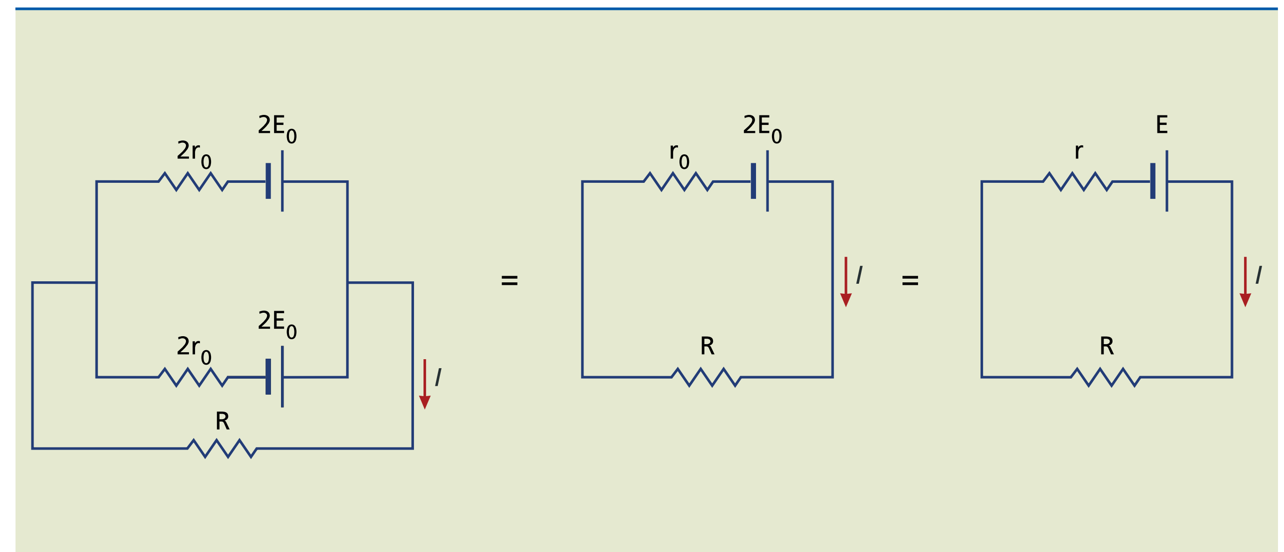


Figura 3.30
Associação em série-paralelo de geradores.

O circuito é simplificado conforme apresentado na figura 3.30.

Figura 3.31
Simplificações sucessivas do circuito da figura 3.30.



Tensão do gerador equivalente:

$$E = 2E_0 \quad (3.33)$$

Resistência interna do gerador equivalente:

$$R = r_0 \quad (3.34)$$

Exemplo

Determine a corrente I no circuito da figura 3.32.