

Capítulo I I

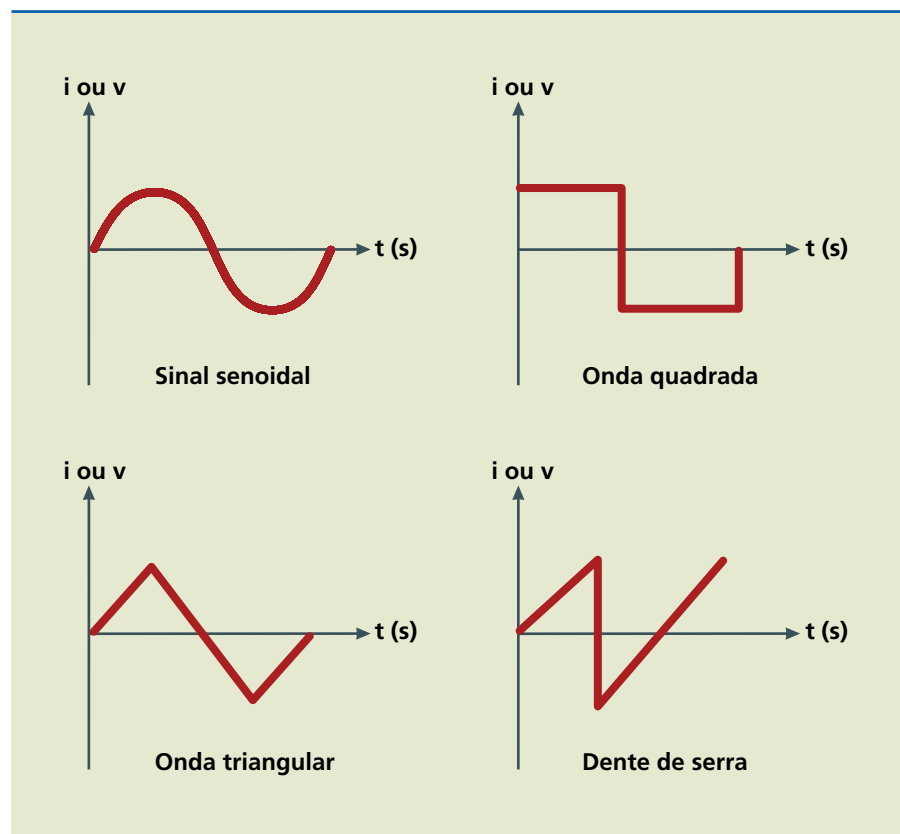
Corrente alternada



Em princípio, pode-se descrever um sinal (tensão ou corrente) alternado como aquele cujo sentido de movimento ou cuja amplitude mudam periodicamente. Os sinais alternados (CA) recebem nomes específicos, de acordo com a forma de seu gráfico em função do tempo (figura 11.1).

Figura 11.1

Gráficos da variação de sinais alternados em função do tempo.



Com exceção do sinal alternado do tipo senoidal, os demais, em sua maioria, são obtidos como resultado de circuitos eletrônicos. O sinal alternado pode ser simétrico ou assimétrico (tanto em relação à amplitude como em relação ao eixo do tempo), dependendo de diversos fatores, como influência de componentes contínuos, circuitos ou componentes eletrônicos (figura 11.2).

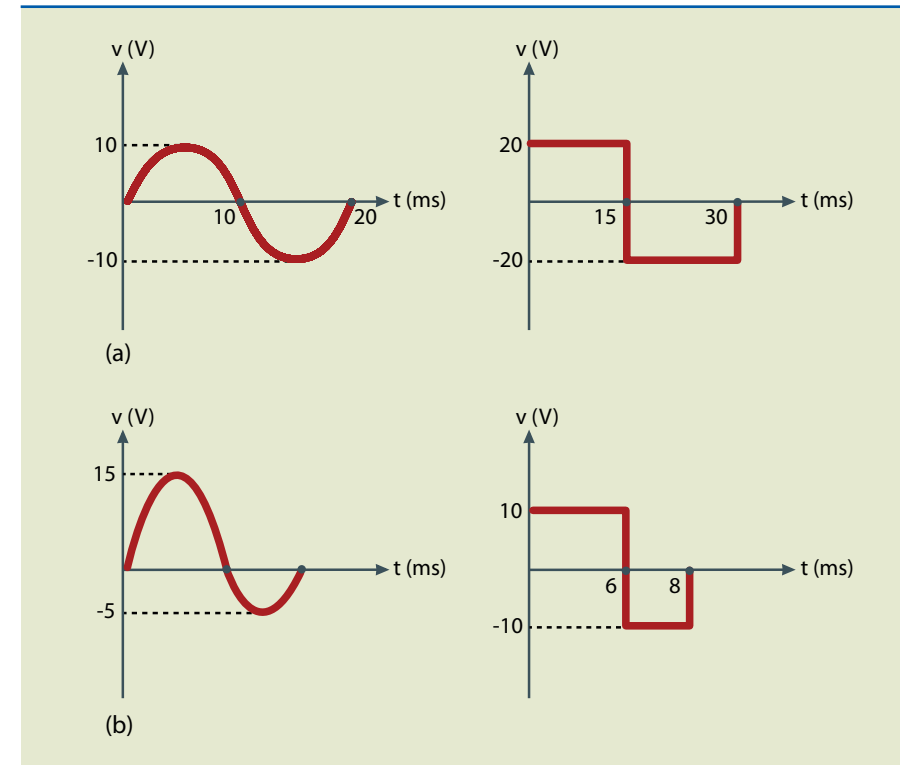


Figura 11.2

(a) Sinais simétricos e (b) sinais assimétricos.

O sinal alternado mais conhecido é o do tipo senoidal, como o que é fornecido às residências pelas concessionárias de energia, conduzido por redes de transmissão e distribuição (figura 11.3).



Figura 11.3

Torres de transmissão de energia elétrica.



11.1 Noções básicas

Para entendermos como se produz uma corrente alternada, vamos considerar um campo magnético uniforme \vec{B} . Suponhamos que uma espira condutora simples, de área A , esteja mergulhada nesse campo (figura 11.4). Por um mecanismo qualquer, essa espira executa um movimento de rotação com velocidade angular ω constante, em torno de um eixo. Vamos considerar, ainda, que, nesse movimento, as linhas de campo formem um ângulo θ com a normal ao plano da espira e que, no instante $t = 0$, a espira esteja perpendicular a essas linhas de campo, ou seja, nesse instante inicial $\theta = 0$.

O fluxo do campo magnético por essa espira é dado por:

$$F = B \cdot A \cdot \cos \theta \quad (11.1)$$

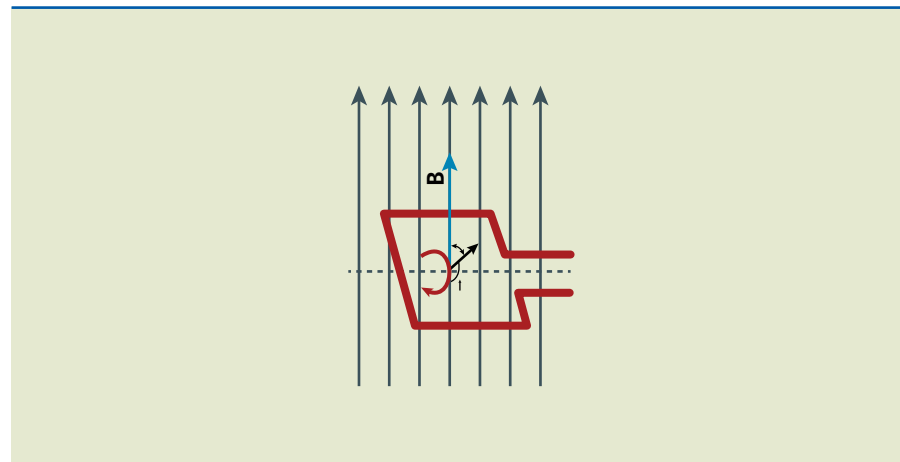
que exprime a quantidade de linhas de força do campo que atravessam a área A .

À medida que a espira gira, o ângulo θ muda e, portanto, varia o fluxo do campo magnético pela espira. Na condição inicial ($t = 0$, $\theta = 0$), $\cos \theta = 1$ e o fluxo do campo pela área A tem valor máximo:

$$\Phi_{\text{máx}} = B \cdot A \quad (11.2)$$

Figura 11.4

Espira de área A imersa em campo magnético de intensidade B .



Em um instante t posterior, a espira terá se deslocado, em seu movimento de rotação de certo ângulo θ , cujo valor é igual ao produto ωt , ou seja:

$$\theta(t) = \omega t \quad (11.3)$$

Considerando as equações 11.1, 11.2 e 11.3, pode-se escrever:

$$\Phi = \Phi_{\text{máx}} \cos \theta \Rightarrow \Phi = \Phi_{\text{máx}} \cos \omega t \quad (11.4)$$

Em uma volta completa da espira, os casos particulares dessa equação ocorrem quando:

a) $\cos \omega t = 0$

O ângulo ωt é igual a 90° ou 270° , que equivalem a $\pi/2$ ou $3\pi/2$ em radianos, unidade utilizada em boa parte deste estudo

Assim:

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \text{ rad ou } \omega t = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

Isso ocorre nos instantes (em segundo):

$$t = \frac{\pi}{2\omega} \text{ s e } t = \frac{3\pi}{2\omega} \text{ s}$$

b) $\cos \omega t = 1$

O ângulo ωt é igual a 0° , π ou 2π , que ocorre nos instantes:

$$t = 0 \text{ s e } t = \frac{2\pi}{\omega} \text{ s}$$

c) $\cos \omega t = -1$

O ângulo ωt é igual a π , que ocorre no instante:

$$t = \frac{\pi}{\omega} \text{ s}$$

A figura 11.5 mostra o gráfico dessa equação, salientando esses instantes.

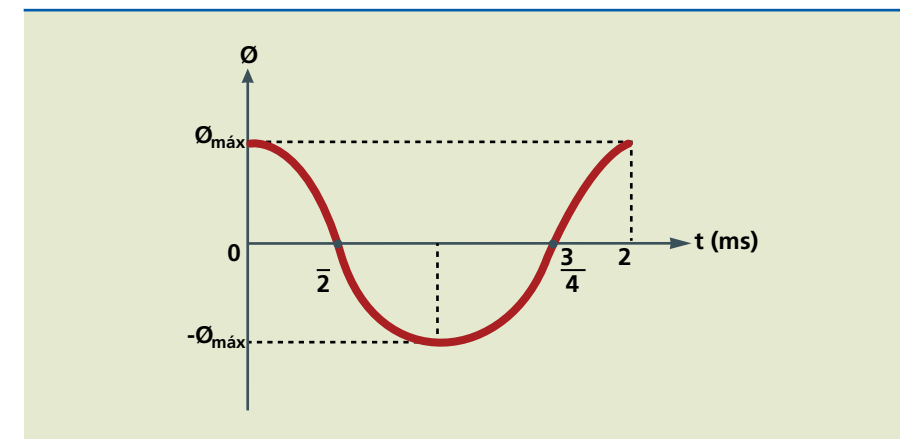


Figura 11.5

Varição do fluxo do campo magnético através de uma espira em função do tempo.

Como a velocidade de rotação é constante, o movimento da espira é periódico, ou seja, a espira completa uma volta em intervalos de tempo iguais. O tempo para a espira realizar uma volta completa é chamado período de rotação, designado por T .



Em consequência da variação do fluxo, surge nos terminais da espira uma tensão elétrica induzida e , que, segundo a lei de Faraday-Lenz, é proporcional à variação do fluxo $\Delta\Phi$ no intervalo de tempo Δt , expressa por:

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (11.5)$$

em que o sinal negativo (-) indica que o sentido da tensão é contrário ao da variação do fluxo.

Demonstra-se matematicamente que a expressão para a tensão induzida em cada instante nessa espira é dada por:

$$e = \Phi_{\text{máx}} \omega \text{sen}\omega t \quad (11.6)$$

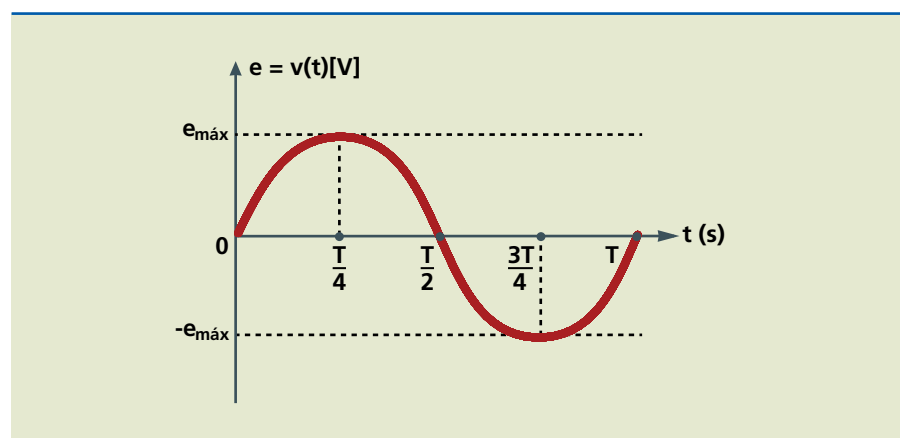
Como $e_{\text{máx}} = \Phi_{\text{máx}}\omega$, pode-se reescrever a equação 11.6:

$$e = e_{\text{máx}} \text{sen}\omega t \quad (11.7)$$

cujo gráfico é representado na figura 11.6.

Figura 11.6

Varição da tensão em função do tempo.



De maneira análoga, é possível representar matematicamente uma tensão alternada por:

$$v(t) = v_{\text{máx}} \text{sen}\omega t \quad (11.8)$$

também conhecida como equação do sinal alternado no domínio do tempo.

A velocidade angular se relaciona com o período T (e a frequência) segundo a expressão:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 2\pi f \quad [\text{rad/s}] \quad (11.9)$$

em que:

- T é o período do sinal alternado, em segundo; corresponde ao tempo gasto para uma volta completa da espira ou, ainda, ao tempo necessário para a realização de um ciclo completo do sinal alternado (CA);
- f a frequência do sinal alternado, em hertz; corresponde ao número de ciclos do sinal alternado que ocorrem a cada segundo, dada por:

$$f = \frac{1}{T} \quad (11.10)$$

A expressão 11.10 indica que frequência e período são inversamente proporcionais, ou seja, quanto maior o período, menor a frequência e vice-versa.

No Brasil, a frequência adotada é de 60 Hz; portanto, cada ciclo dura aproximadamente:

$$T = \frac{1}{60} = 16,67 \text{ ms}$$

o que dá ideia da velocidade com que o sinal alternado se movimenta.

Em outros países da América Latina, como o Paraguai, a frequência adotada é de 50 Hz.

11.1.1 Outras grandezas importantes referentes ao sinal CA

Aqui, adota-se como referência o sinal senoidal, mas as definições das grandezas são válidas para as demais formas de onda. O gráfico da figura 11.7 mostra algumas dessas grandezas.

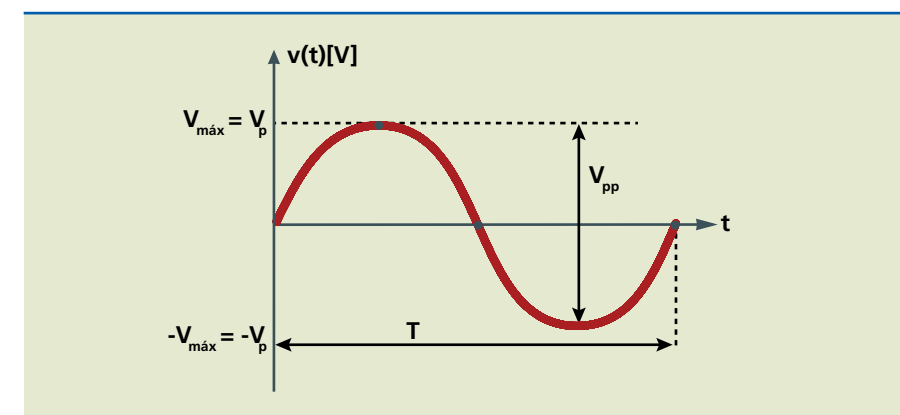


Figura 11.7

Valor de pico da tensão e valor de pico a pico.

Valor de pico ($V_p = V_{\text{máx}}$)

É o máximo valor da tensão no hemisíclio positivo do sinal.

$$-V_p = -V_{\text{máx}}$$

É o mínimo valor da tensão no semi-hemisíclio negativo do sinal CA.



Valor de pico a pico (V_{pp})

É o dobro da amplitude do sinal; corresponde, em módulo, ao valor que vai do pico no hemicíclo positivo ao pico no hemicíclo negativo do sinal.

$$V_{pp} = 2V_{m\acute{a}x} = 2V_p \quad (11.11)$$

Valor médio

Também chamado de valor DC ($V_m = V_{DC}$), corresponde a uma componente contínua que graficamente divide um ciclo do sinal CA em duas áreas iguais em módulo, como mostra a figura 11.8.

RMS é a sigla de *root mean square* (raiz quadrada média), termo originário da fórmula que permite o cálculo do valor eficaz.

Valor eficaz

Também chamado de valor **RMS** ($V_{ef} = V_{RMS}$), corresponde a uma componente contínua imaginária que, no mesmo intervalo de um ciclo do sinal CA, produz a mesma potência total desse sinal.

Graficamente, podemos dizer que a área total das duas figuras (no intervalo de um período do sinal CA) possui o mesmo módulo (figura 11.10).

Figura 11.8
Valor médio de tensão alternada é zero.

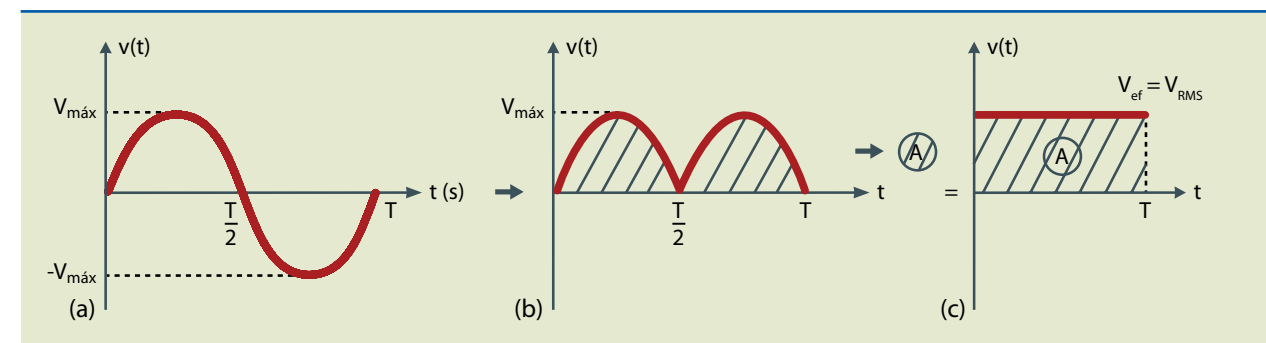
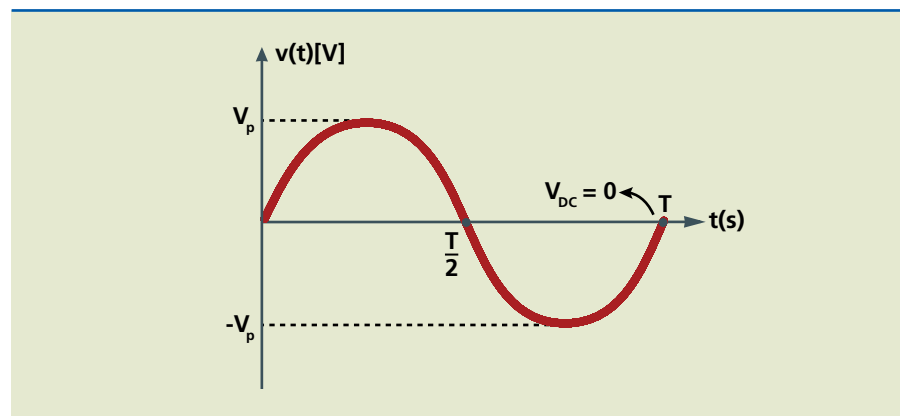


Figura 11.10
(a) Gráfico de uma tensão senoidal pura; (b) área total (em módulo) da curva da tensão em um ciclo completo; (c) área equivalente para uma tensão constante (tensão eficaz) no mesmo período,

No caso de um sinal alternado senoidal puro, que será objeto de nossos estudos a seguir, vale sempre a relação, independentemente da frequência desse sinal:

$$V_{ef} = V_{RMS} = \frac{V_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{V_{pp}}{2\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot V_{m\acute{a}x} \quad (11.12)$$

Cabe observar que o valor eficaz é o mais importante dos valores já analisados, pois representa a média dos valores, ou seja, o que de fato está ocorrendo no sinal CA, ao passo que $V_{m\acute{a}x}$ ou V_p ocorrem apenas duas vezes em cada ciclo. Portanto, no caso de uma tomada de tensão de 220 V, esse valor corresponde ao valor eficaz ou RMS do sinal.

Em São Paulo, as concessionárias de energia elétrica, após estudo solicitado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade de São Paulo (USP), padronizaram suas tensões secundárias de alimentação para uso residencial nos seguintes valores eficazes: 127 V/220 V, 115 V/230 V, 108 V/220 V. Os fabricantes de produtos eletrodomésticos e lâmpadas tiveram de se adaptar a esses valores, principalmente ao de 127 V/220 V, que, segundo o estudo, permite maior vida útil aos equipamentos.

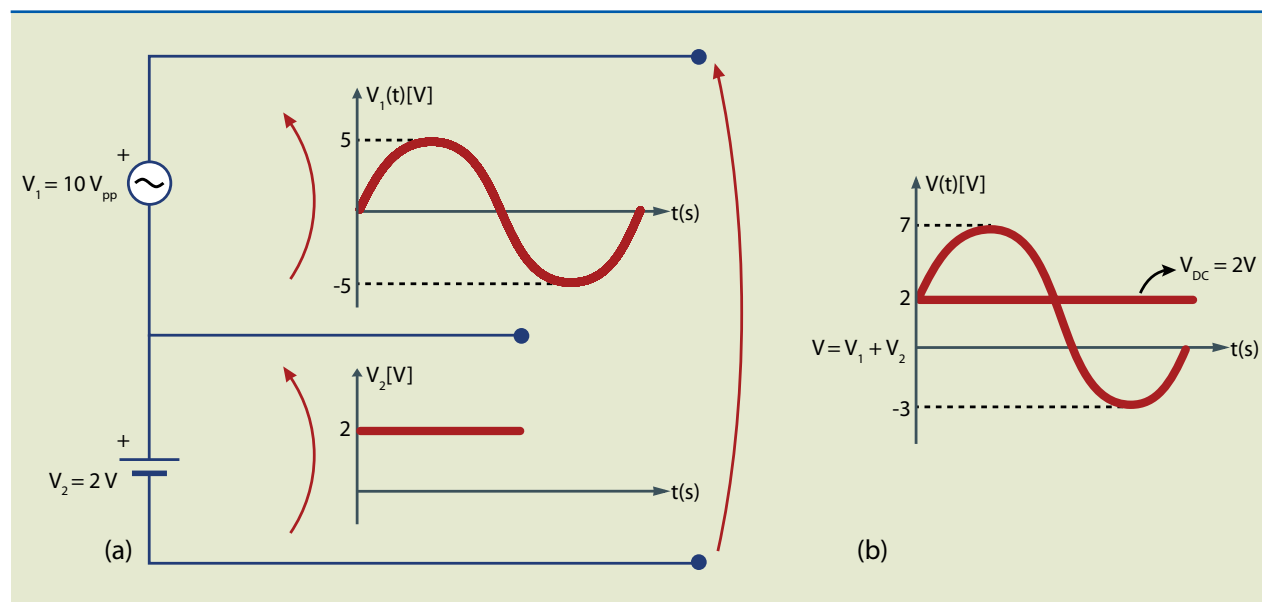
Ângulo de fase inicial (ϕ)

O gráfico da figura 11.11a representa o sinal senoidal de uma tensão que no instante $t = 0$ tem valor $V = 0$. Nesse caso, a fase inicial ou ângulo de fase inicial ϕ é igual a zero.

Lembrando que $\omega t = \phi$, obtém-se a expressão $V = V_{m\acute{a}x} \text{sen}\phi$, que no instante $t = 0$ resulta em $0 = V_{m\acute{a}x} \text{sen}\phi$.

Figura 11.9
(a) Fonte de tensão contínua associada com outra alternada cujo valor de pico a pico é 10; (b) gráfico da tensão resultante e do valor médio da tensão.

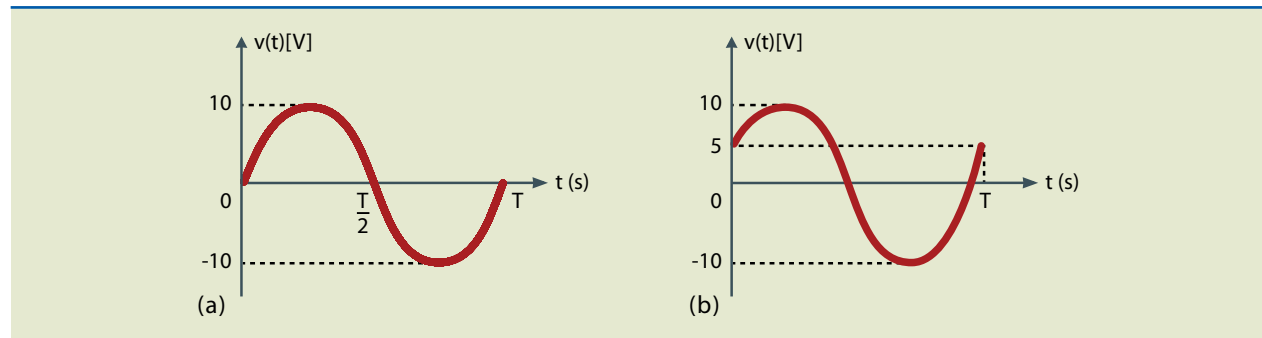
Em um sinal alternado puro, a componente contínua que divide o gráfico em duas áreas iguais coincide com o eixo do tempo, ou seja, o valor médio é zero (nulo). Já no caso da figura 11.9, a tensão total V é a soma de uma tensão alternada com uma contínua, e o valor médio é 2 V, que corresponde ao valor da fonte contínua.



Como $V_{m\acute{a}x} \neq 0$, então $\text{sen}\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ rad}$.

Figura 11.11

(a) Gráfico de sinal senoidal com ângulo de fase igual a zero;
(b) sinal de igual período ao de (a), mas com ângulo de fase igual a 30° .



Assim, em $t = 0$, $V(0) = 0$, o que representa $\text{sen}(\omega t) = 0$. Logo, o sinal possui ângulo de fase inicial igual a zero ($\varphi = 0$).

Na figura 11.11b, no instante $t = 0$, o valor da tensão é igual a 5 V. Seguindo o raciocínio anterior:

$$5 = 10\text{sen}\varphi \Rightarrow \text{sen}\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad ou } \theta = 30^\circ$$

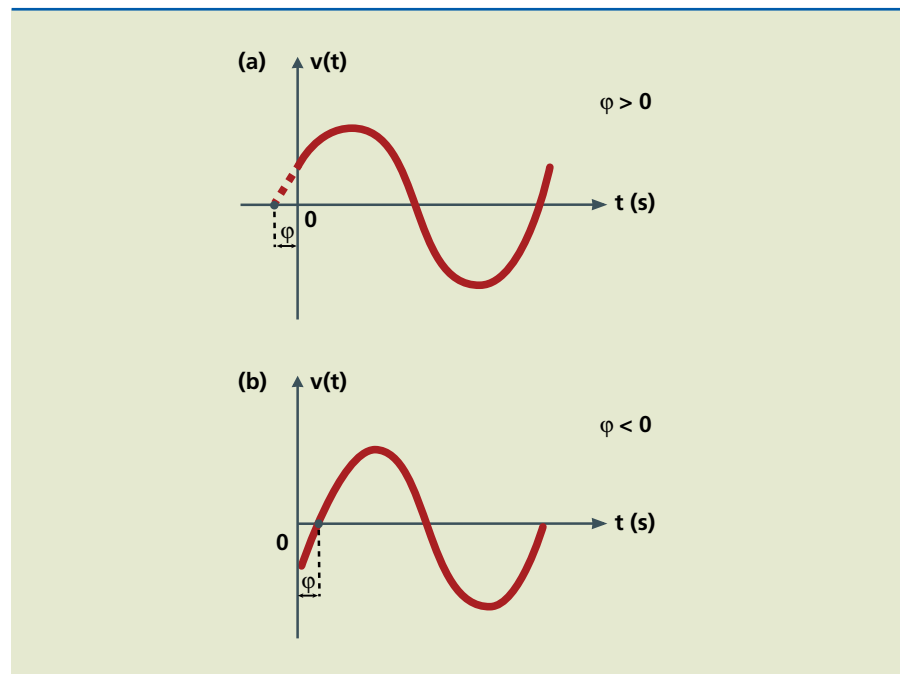
Logo, o sinal possui ângulo de fase inicial igual a 30° . Como $\omega t = 0$ ($t = 0$) pode-se reescrever a equação característica do sinal alternado senoidal da seguinte maneira:

$$V(t) = V_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t + \varphi) \quad (11.13)$$

Dependendo ainda da análise gráfica, o sinal alternado estará adiantado ($\varphi > 0$ ou positivo) ou atrasado ($\varphi < 0$ ou negativo), conforme indicado na figura 11.12.

Figura 11.12

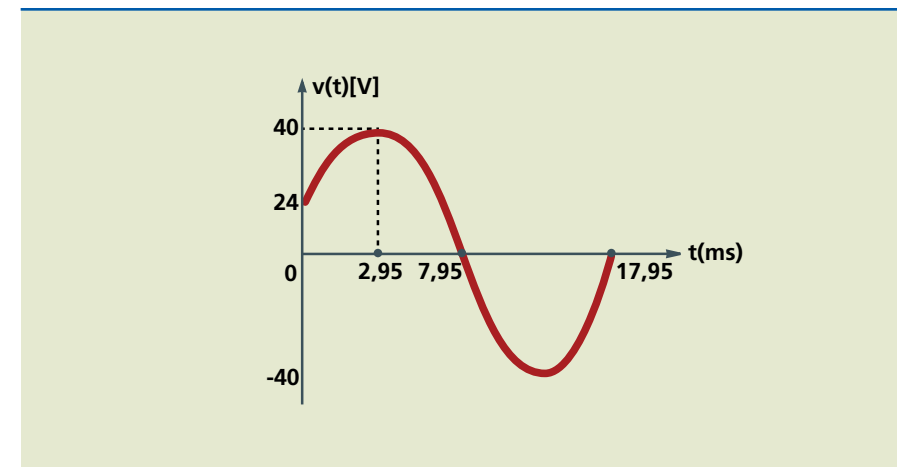
(a) Sinal adiantado $\varphi > 0$;
(b) sinal atrasado $\varphi < 0$.



Exemplo

Para o sinal senoidal da figura 11.13, determine:

Figura 11.13



- a) $V_{m\acute{a}x}$.
- b) Valor de pico a pico.
- c) Período.
- d) Frequência.
- e) Velocidade angular.
- f) Equação de $V(t)$.
- g) Valor da tensão para $t = 2 \text{ ms}$.

Solução:

No gráfico, observa-se que:

- a) $V_{m\acute{a}x} = 40 \text{ V}$
- b) $V_{pp} = 2 \cdot V_{m\acute{a}x} = 80 \text{ V}$
- c) Período: $T = 20 \text{ ms}$
- d) Frequência: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-3}} = \frac{1000}{20} = 50 \text{ s}^{-1}$
- e) Velocidade angular: $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}$
- f) Equação de $V(t)$:

$$V(t) = V_{m\acute{a}x} \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

Determinação do ângulo de fase inicial:

Para $t = 0$, $V(0) = 24\text{V}$, logo

$$24 = 40\text{sen}(314 \cdot 0 + \varphi) \Rightarrow \text{sen}\varphi = \frac{24}{40} = 0,6 \Rightarrow \varphi \cong 0,64\text{rad}$$



Portanto:

$$V(t) = 40 \cdot \text{sen}(314 \cdot t + 0,64) \text{ [V]}$$

f) V para $t = 2 \text{ ms}$:

$$V(2) = 40\text{sen}(314 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 0,64) = 40\text{sen}(0,628 + 0,64) = 40 \cdot 0,954 = 38,16 \text{ V}$$

Defasagem

Quando analisamos dois ou mais sinais alternados de mesmo tipo e mesma frequência, devemos observar no gráfico o comportamento de seus principais pontos (V_{pp} , zero) e verificar se eles ocorrem ou não no mesmo instante (hemiciclos positivo e negativo de ambos ocorrendo juntos), e o mesmo com os pontos de máximo e zeros. Nesse caso, os sinais estarão em fase, como mostra a figura 11.14a.

Se os hemiciclos estiverem invertidos (um no positivo, o outro no negativo), os sinais estarão defasados. Na figura 11.14b, V_1 está adiantado de φ em relação a V_2 . Logo:

$$V_1 = V_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) \text{ e}$$

$$V_2 = V_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

Se os hemiciclos forem coincidentes e os pontos de máximo e zeros estiverem deslocados, os sinais também estarão defasados. Na figura 11.14c, V_1 está atrasado de φ em relação a V_2 . Logo:

$$V_1 = V_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi) \text{ e}$$

$$V_2 = V_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

Outra ferramenta importante para a análise de sinais alternados é feita por meio dos diagramas fasoriais, que permitem efetuar as operações básicas entre vários sinais, como soma, subtração etc.

É também possível simplificar essa análise, sem a construção dos diagramas, utilizando o recurso dos números complexos, que veremos a seguir.

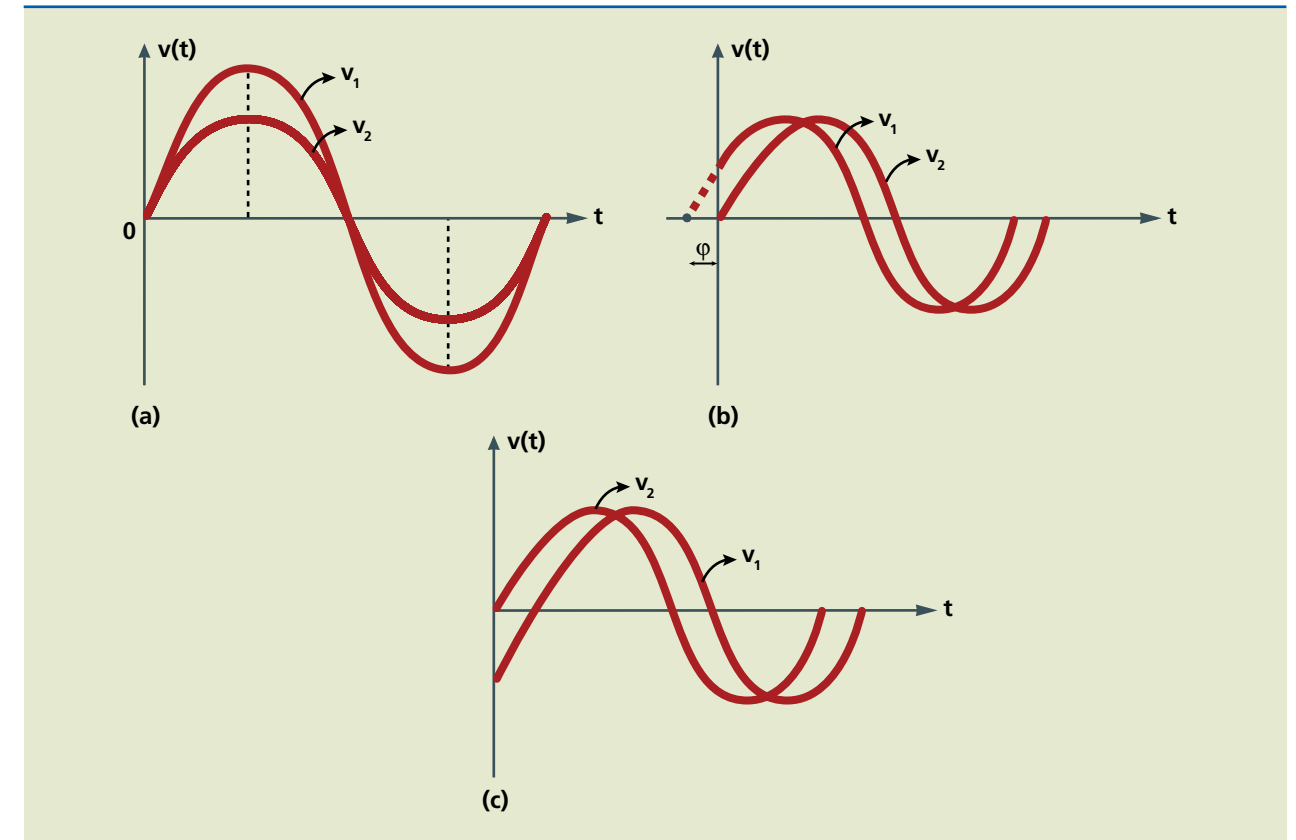


Figura 11.14

(a) Sinais em fase;
(b) e (c) sinais defasados.

