

# MÁQUINAS DE CORRENTE CONTÍNUA

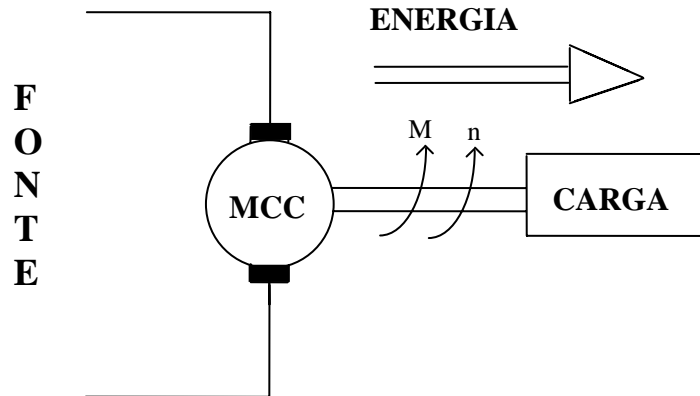
## 1 - INTRODUÇÃO

As máquinas elétricas rotativas, geralmente, podem operar como motor ou como gerador. Desta forma, o fluxo de potência elétrica pode estar entrando na máquina, o que caracteriza a operação como motor, ou saindo da máquina, estabelecendo assim, o funcionamento como gerador.

A máquina de corrente contínua não foge à regra, podendo, em acionamentos de corrente contínua, operar tanto como motor quanto como gerador.

Quando foi inventada a máquina de corrente contínua tinha como função principal a operação como gerador, fornecendo energia elétrica para sistemas de iluminação. Atualmente, sua aplicação como gerador está, na maioria das vezes, restrita a situações de frenagem, como será visto posteriormente.

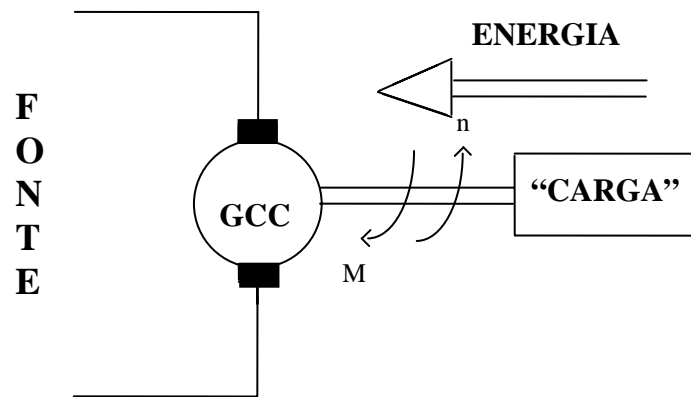
Quando a máquina opera como motor, que é sua principal função no acionamento, ocorre a transferência de potência mecânica da máquina para carga e o conjugado (torque) desenvolvido pelo motor provoca o movimento do conjunto. Está mostrado na figura 1 este estado operacional.



**Figura 1 - Máquina operando como motor.**

Quando a máquina opera como gerador, ocorre a transferência de energia da carga (armazenada pelas massas em movimento) para a máquina e o conjugado desenvolvido pela máquina atua contra o movimento, provocando a frenagem do acionamento, que é o principal objetivo neste modo de operação. A figura 2 indica este modo de operação.

As figuras 1 e 2 mostram os dois estados operacionais, indicando o fluxo de energia e a ação do conjugado desenvolvido pela máquina em relação ao sentido de rotação.

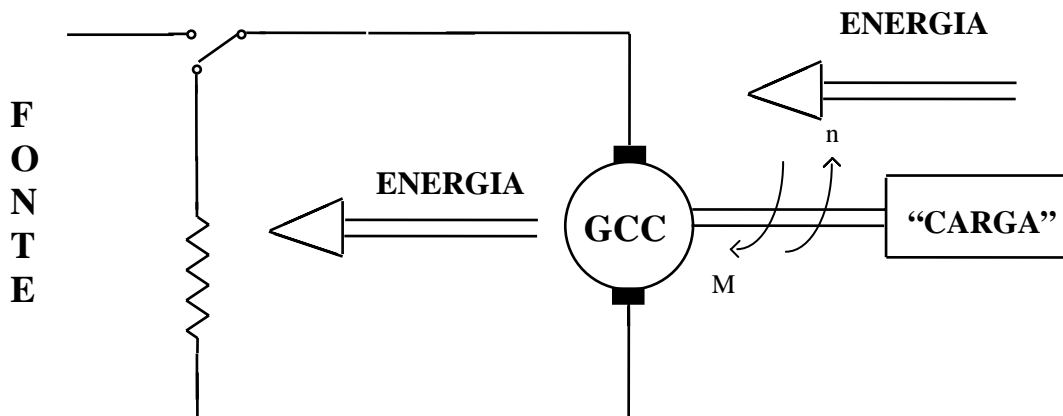


**Figura 2 - Máquina operando como gerador.**

É importante observar que a operação da máquina como gerador em acionamentos elétricos, para frenagem, pode assumir duas formas:

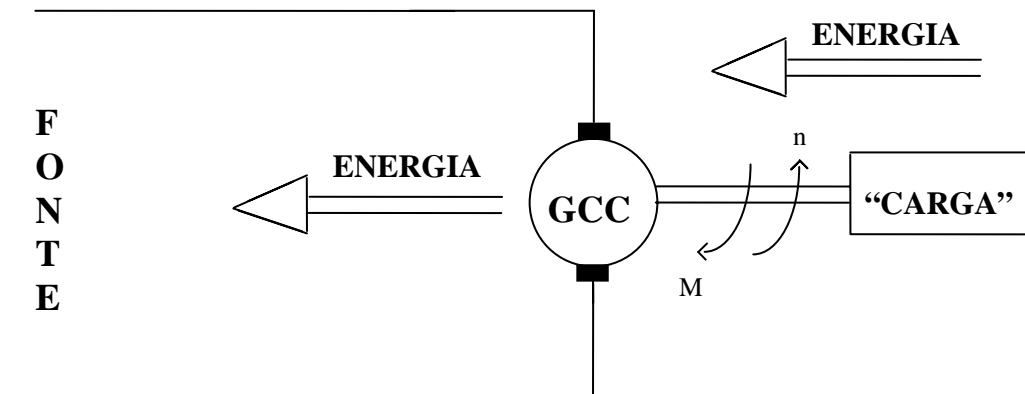
- a) FRENAGEM DINÂMICA - A energia cinética, convertida em elétrica, é dissipada por resistores na forma de calor;
- b) FRENAGEM REGENERATIVA - A energia cinética, convertida em elétrica, é devolvida à própria rede de alimentação.

A figura 3 mostra o esquema básico da frenagem dinâmica.



**Figura 3 - Frenagem dinâmica.**

A figura 4 mostra o esquema básico da frenagem regenerativa.



**Figura 4 - Frenagem regenerativa.**

**EXEMPLO 1:**

Em um acionamento de corrente contínua a máquina opera como motor com uma potência de 100 [kW] e uma velocidade de 1800 [rpm]. O momento de inércia do conjunto máquina-carga é de 20 [kg.m<sup>2</sup>] e durante a frenagem a carga favorece a redução de velocidade com um conjugado constante de 350 [N.m].

- a) Qual o valor do conjugado desenvolvido no eixo quando da operação como motor ?
- b) Se o acionamento deve ser freado em 3 [s], com a máquina operando como gerador, que conjugado deve ser desenvolvido no eixo pela máquina?
- c) Se o acionamento for freado apenas pela ação da carga, não podendo a máquina operar como gerador, qual o tempo de frenagem?

**SOLUÇÃO:**

a) A potência indicada de 100 [kW] para o motor refere-se sempre a potência disponível no eixo. Entre o conjugado mecânico "M", a potência mecânica "P" e a velocidade "n" existe a relação:

$$P = \frac{2\pi}{60} \cdot M \cdot n \quad (1)$$

onde:

- P - potência mecânica disponível [W]
- M - conjugado desenvolvido [N.m]
- n - velocidade de rotação [rpm]

Desta forma, tem-se:

$$M = \frac{60 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad (2)$$

Para o exemplo em questão:

$$M = 531 \text{ [N.m]}$$

(dividindo-se o resultado por 9,81 obtém-se o conjugado em kgf.m).

- b) A equação (3), a seguir, define o conjugado necessário para produzir-se uma variação de velocidade num determinado intervalo de tempo.

$$M_{fR} = \frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot \frac{dn}{dt} \quad (3)$$

onde:

$M_{fR}$  - conjugado de frenagem [N.m]

$J$  - momento de inércia [kg.m<sup>2</sup>]

$dn / dt$  - taxa de variação da velocidade no tempo

Quando o conjugado frenante é mantido constante, como no caso em questão, a expressão (3) pode ser substituída pela equação (4).

$$M_{fR} = \frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot \frac{\Delta n}{\Delta t} \quad (4)$$

onde:

$\Delta n$  - variação da velocidade  $n$ ;

$\Delta t$  - intervalo de tempo em que se processa a variação da velocidade.

A equação (4) permite definir o conjugado necessário para obter-se uma variação de 1800 [rpm] em 3 [s].

$$M_{fR} = \frac{2\pi}{60} \cdot 20 \cdot \frac{1800}{3}$$

$$M_{fR} = 1.257 \text{ [N.m]}$$

Do enunciado do problema verifica-se que a carga durante a frenagem assume um valor constante e nominal igual a 350 [N.m]. Isto significa que a máquina deve contribuir com a diferença, ou seja:

$$M_{fR} = M - M_C$$

(5)

onde:

M - conjugado desenvolvido pela máquina [N.m]

M<sub>C</sub> - conjugado da carga [N.m]

Assim:

$$M = 1.257 - 350$$

$$M = 907 \text{ [N.m]}$$

c) Neste caso, na equação (5) tem-se:

$$M = 0$$

$$M_{fR} = M_C = 350 \text{ [N.m]}$$

Levando-se este valor na equação (4) obtém-se:

$$350 = \frac{2\pi}{60} \cdot 20 \cdot \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

$$\Delta t = t_{fR} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 1800}{60 \cdot 350}$$

$$t_{fR} = 10,8 \text{ [s]}$$

Verifica-se que, neste caso, o tempo de frenagem assumiu um valor maior que o anterior.

## 2 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO GERADOR DE CORRENTE CONTINUA

### 2.1 - A FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA

O princípio de funcionamento do gerador de corrente contínua tem por base a Lei de Faraday que estabelece que, se o fluxo magnético ( $\Phi$ ) que envolve uma determinada espira, varia no tempo, resultará nesta espira uma força eletromotriz induzida ( $e$ ), cujo valor será proporcional à intensidade do fluxo e à taxa de variação do mesmo, conforme está mostrado na equação a seguir:

$$e = A \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (6)$$

onde:

A - Constante de proporcionalidade;

$d\phi / dt$  - Taxa de variação do fluxo.

A indução desta força eletromotriz (FEM) na espira vai resultar na circulação de uma corrente, desde que o circuito esteja fechado, conforme está mostrado na figura 5 a seguir.

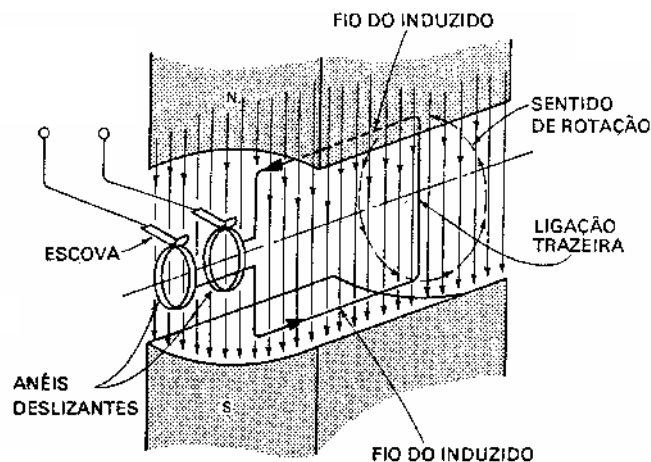
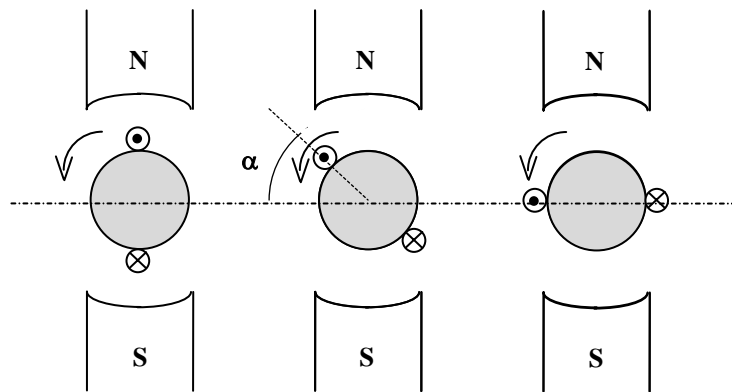


Figura 5 - Geração de FEM em uma espira

O fluxo magnético em máquinas de corrente contínua é produzido nos pólos que estão localizados na parte estática (carcaça) mantendo-se desta forma sua direção fixa. A alteração de sua intensidade e sentido é conseguida com a mudança da corrente de campo, o que se presta a modificar e/ou corrigir as condições operacionais. Deste modo, para a análise do funcionamento do Gerador de Corrente Contínua, pode-se considerá-lo constante. Sua variação em relação à espira é conseguida imprimindo-se uma velocidade (giro) à espira.

A figura 6 mostra a espira em várias posições em relação ao fluxo principal.



**Figura 6 - Espira na armadura movendo-se em relação ao campo.**

Se a espira está movendo-se com  $n$  [rpm], o fluxo principal em relação a espira vai variar conforme a expressão:

$$\varphi = \Phi \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{60} \cdot n \cdot t\right) \quad (7)$$

onde:

$\Phi$  - valor máximo do fluxo

$n \cdot t$  - posição ocupada pela espira num instante qualquer, determinada pelo ângulo  $\alpha$ .

Neste caso, a FEM induzida na espira é dada por:

$$e = A \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

ou:

$$e = A \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot n \cdot \Phi \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{60} \cdot nt\right) \quad (8)$$

ou seja, a FEM induzida tem forma de onda senoidal no tempo.

Isto implica que a corrente produzida por esta FEM também será alternada.

Para o caso em análise, onde está considerando-se a presença de apenas uma espira, para que a corrente vista alternada (senoidal) tenha um único sentido de circulação no circuito externo, é necessária a utilização de um único anel ao invés de dois anéis. Este anel deve ser cortado ao meio e cada uma das partes resultantes deve ser isolada eletricamente da outra. Desta forma, obtém-se a construção indicada na figura 7.

Conforme pode-se verificar nesta figura, a corrente no circuito externo terá um único sentido de circulação. O anel de comutação foi denominado por comutador. A forma de onda obtida no circuito externo para a FEM ( $e$ ) está indicada na figura 8.

Se ao invés de apenas uma única espira, instalar-se várias espiras sobre a armadura, defasadas geometricamente de modo conveniente e conectadas aos anéis comutadores de forma a comporem suas FEM (ligadas em série), obtém-se como resultado uma tensão cuja magnitude é a soma dos valores instantâneos das FEM induzidas nas espiras.

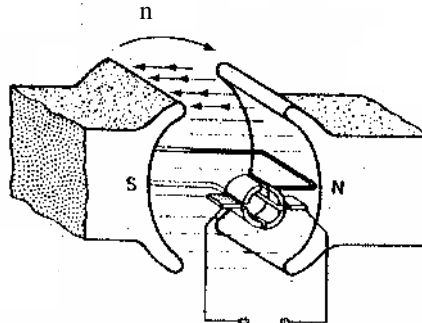


Figura 7 - Comutação de uma espira.

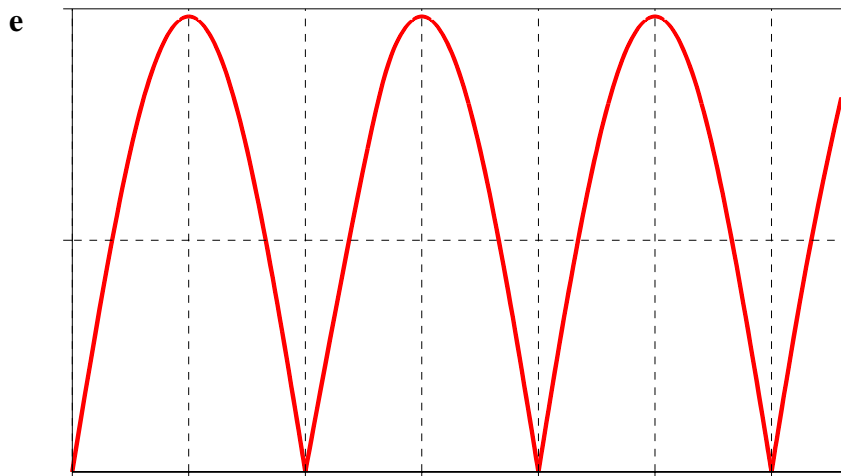


Figura 8 - FEM obtida no circuito externo.

Na figura 9, a seguir, está representado um gerador de quatro espiras. A força eletromotriz resultante está mostrada na figura 10.

Como pode ser observado na figura 10, a força eletromotriz gerada já não mais toca o eixo das abscissas, ou seja, seu valor instantâneo está mais próximo do valor médio. Pode-se então concluir que um aumento no número de espiras, implica em uma maior aproximação entre os valores médio e máximo da FEM resultante.

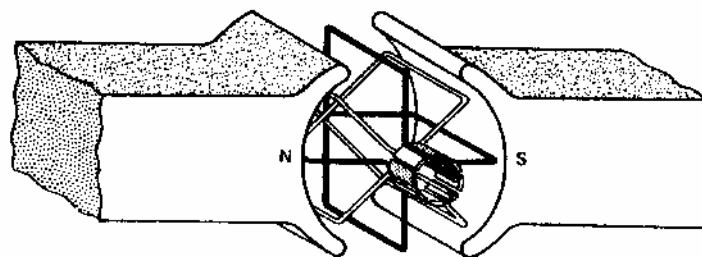
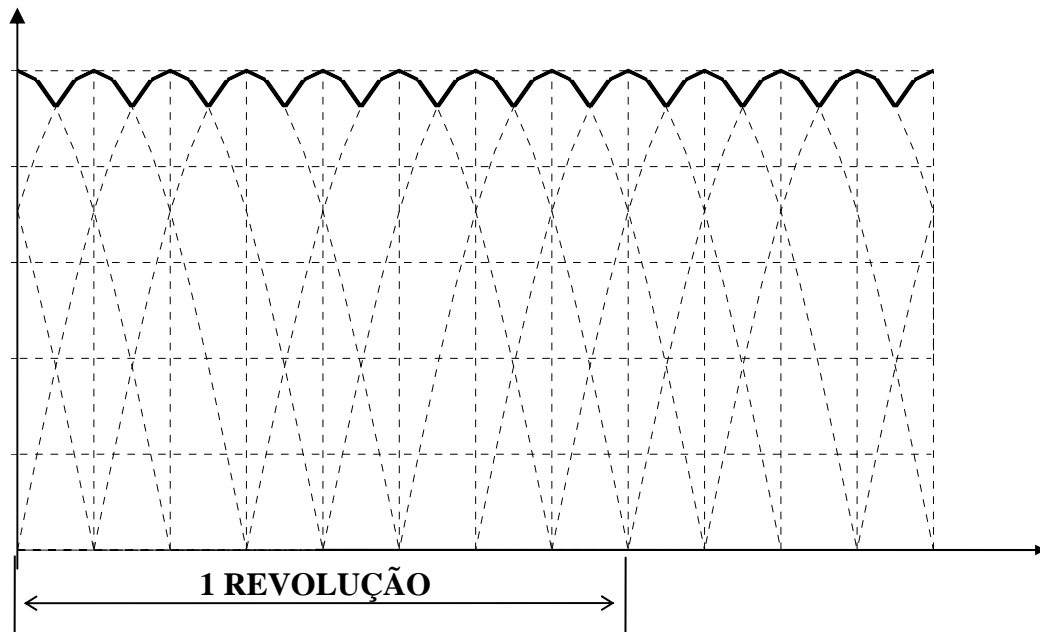


Figura 9 - Gerador com 4 espiras na armadura.





**Figura 10 - FEM resultante.**

O valor médio da FEM induzida em cada espira será dado pela expressão indicada a seguir:

$$E = C_2 \cdot \Phi \cdot n \quad (9)$$

onde:

- E - valor médio da FEM induzida
- $C_2$  - constante de proporcionalidade
- $\Phi$  - fluxo magnético
- n - velocidade da armadura

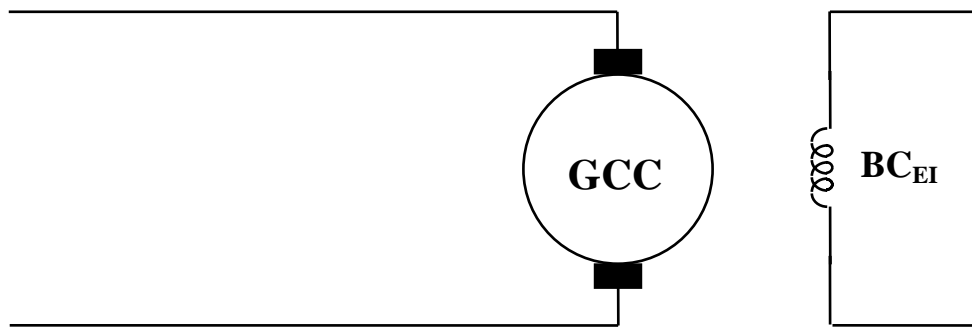
## **2.2 - TIPOS DE GERADORES DE CORRENTE CONTÍNUA**

Dependendo da aplicação prevista para um gerador de corrente contínua, é desejável que apresente uma determinada resposta relativa à tensão terminal correspondente à uma condição operacional definida. Esta diferenciação é basicamente determinada pela forma de excitação, ou seja, pelo modo como o fluxo principal é produzido. A seguir serão mostrados cada um dos tipos de geradores.

### **2.2.1 - GERADOR COM EXCITAÇÃO INDEPENDENTE**

A figura 11 mostra o diagrama básico de um gerador de corrente contínua com excitação independente.

Este tipo de gerador, apresenta como característica própria possuir o circuito de excitação totalmente independente do circuito de armadura. Desta forma, a tensão de alimentação do circuito de campo deve ser estabelecida por uma fonte externa ao gerador.



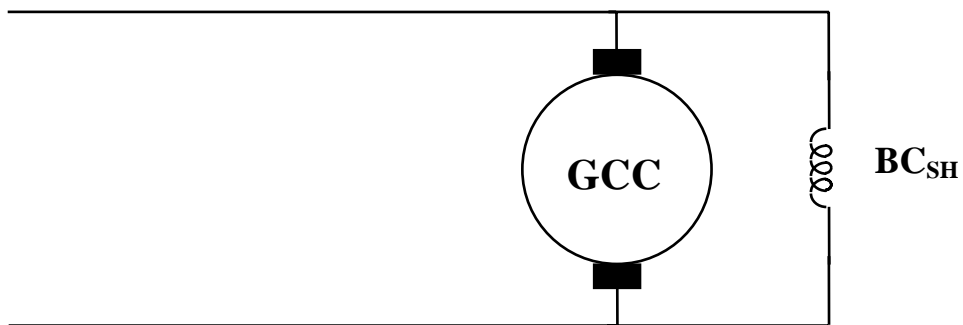
**Figura 11 - Gerador com excitação independente.**

### 2.2.2 - GERADOR COM EXCITAÇÃO EM DERIVAÇÃO (SHUNT)

No gerador com excitação em derivação o enrolamento de excitação é ligado em paralelo com o circuito de armadura, de modo que a própria tensão de armadura é aplicada no enrolamento de campo.

Como neste caso a excitação da máquina é obtida da força eletromotriz gerada, que no início do processo apresenta-se bastante reduzida, sendo resultado apenas da ação do magnetismo residual, deve-se tomar o cuidado que nesta fase o gerador esteja operando, preferencialmente em vazio, ou em uma condição tal que a carga seja suficientemente pequena de modo a não interferir no processo.

A figura 12 mostra um gerador com excitação em derivação.

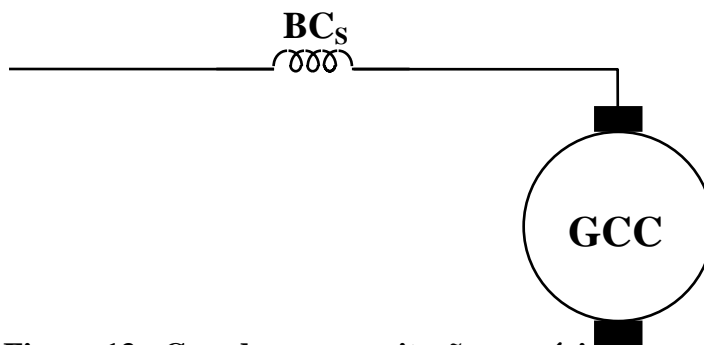


**Figura 12 - Gerador com excitação em derivação.**

### 2.2.3 - GERADOR COM EXCITAÇÃO EM SÉRIE

Neste caso, o circuito de excitação é colocado em série com o circuito de armadura, de modo que a corrente de excitação é a própria corrente de carga.

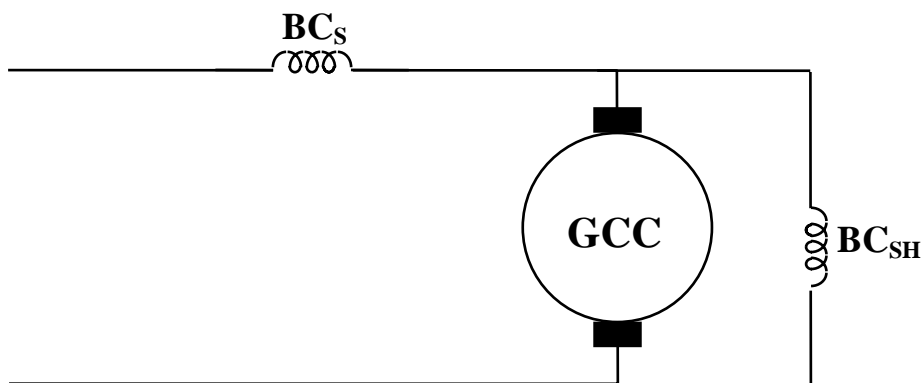
O esquema básico de um gerador com excitação série está indicado na figura 13.



**Figura 13 - Gerador com excitação em série.**

### 2.2.4 - GERADOR COM EXCITAÇÃO COMPOSTA (COMPOUND)

Estes geradores possuem tanto os enrolamentos de excitação série ( $B_{CS}$ ), bem como os de excitação paralela ( $B_{CP}$ ), conforme está mostrado na figura 14.



**Figura 14 - Gerador com excitação composta.**

### 2.3 - EQUAÇÕES BÁSICAS DO GERADOR

Na figura 15, a seguir, está representado o circuito equivalente de um gerador de corrente contínua com excitação independente, que é o tipo de excitação mais usualmente utilizada na indústria.

A aplicação da tensão  $U_E$  no circuito de excitação da máquina, tem como consequência a circulação da corrente de excitação  $I_E$ , definida pela equação:

$$I_E = \frac{U_E}{R_E} \quad (10)$$

onde:

$U_E$  - tensão de excitação [V]

$R_E$  - resistência do circuito de excitação [ohm]

$I_E$  - corrente de excitação [A]

A corrente de excitação  $I_E$  circulando pelas  $N$  espiras do enrolamento de excitação (campo), origina o fluxo magnético  $\Phi$ . A relação entre este fluxo e a corrente de excitação  $I_E$  depende da característica de magnetização do circuito magnético da máquina, conforme mostra a figura 16.

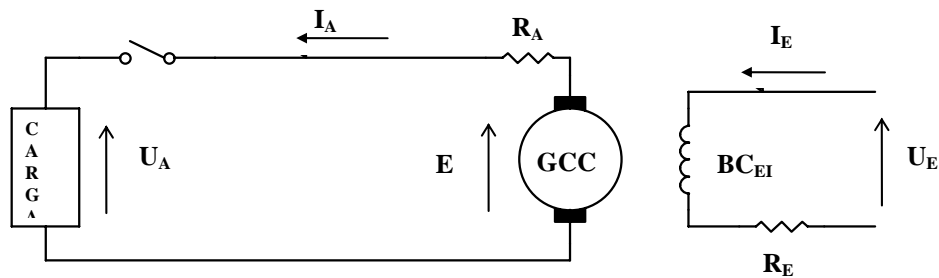


Figura 15 - Esquema básico do gerador com excitação independente.

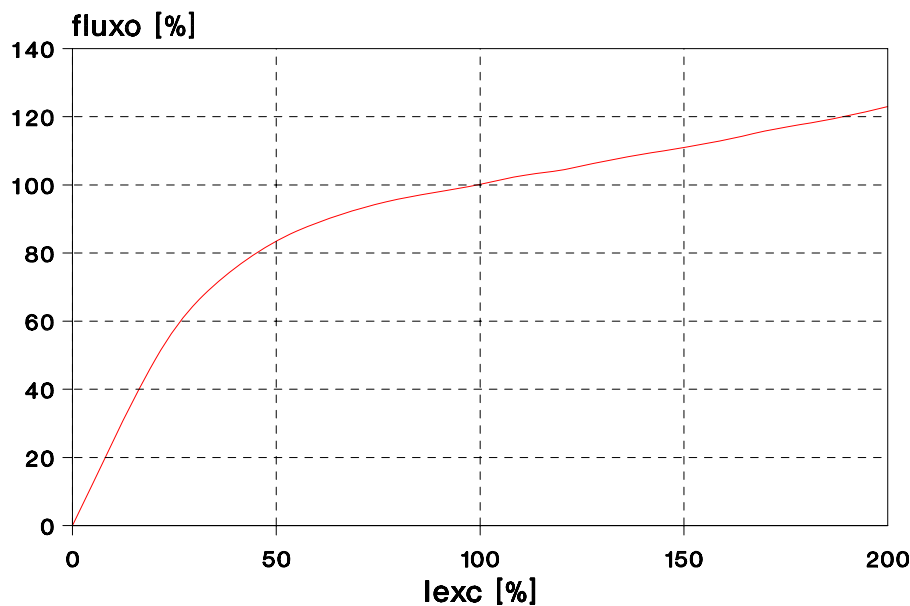


Figura 16 - Curva característica que relaciona o  $\Phi$  e  $I_E$ .

Fornecendo-se energia mecânica ao eixo da máquina a armadura vai girar, sendo então induzida a FEM "e", cujo valor médio "E" é definido pela expressão (9), ou seja:

$$E = C_2 \cdot \Phi \cdot n$$

Com fechamento da chave  $K_1$  indicada na figura 15, circulará a corrente de armadura  $I_A$  e nos terminais do gerador resultará a tensão  $U_A$  definida pela equação:

$$U_A = E - R_A I_A \quad (11)$$

onde:

$U_A$  - tensão nos terminais da máquina [V]

$E$  - valor médio da FEM induzida na máquina [V]

$R_A$  - resistência do circuito de armadura [ohm]

$I_A$  - corrente de armadura [A]

A circulação da corrente de armadura provoca o aparecimento de um conjugado eletromagnético que atua contra o sentido de movimento da armadura. Este conjugado é dado por:

$$M = K \cdot \Phi \cdot I_A \quad (12)$$

onde:

$M$  - conjugado [N.m]

$\Phi$  - fluxo [Weber]

$I_A$  - corrente de armadura [A]

$K$  - constante dependente de características da máquina

Observe que a constante  $K$  da equação (12) tem um valor diferente da constante  $C_2$  da equação (9).

## EXEMPLO 2:

Uma máquina de corrente contínua operando com excitação independente, apresenta os seguintes dados nominais:

$$\begin{aligned} U_{AN} &= 240 \text{ [V]} & n_N &= 1000 \text{ [rpm]} \\ I_{AN} &= 300 \text{ [A]} & \eta_N &= 85\% \\ R_A &= 0,035 \text{ [ohm]} & J &= 80 \text{ [kg.m}^2\text{]} \end{aligned}$$

- Estando a máquina operando como gerador, qual a potência mecânica fornecida à armadura nas condições nominais?
- Qual é a FEM desenvolvida na máquina nas condições nominais?
- Qual é o valor da constante  $C_2 \Phi_N$  da máquina em consideração?
- Determine o tempo de frenagem da máquina desde os 1000[rpm] até 800 [rpm] quando ligada a uma resistência de 0,42 [ohm] e desligada da máquina motriz.

SOLUÇÃO:

a) Como a máquina opera como gerador de corrente contínua, a potência mecânica entregue a seu eixo está vinculada à elétrica pelo rendimento desenvolvido nas condições operacionais. Assim deve-se calcular o valor da potência elétrica que o gerador está fornecendo à carga. Desta forma tem-se:

$$P_{EL} = U_{AN} \cdot I_{AN}$$

$$P_{EL} = 240 \times 300$$

$$P_{EL} = 72 \text{ [kW]}$$

Levando-se em conta o rendimento da máquina obtém-se, então, a potência mecânica fornecida ao eixo da armadura.

$$P_{MEC} = \frac{P_{EL}}{\eta}$$

$$P_{MEC} = \frac{72}{0,85}$$

$$P_{MEC} = 84,71 \text{ [kW]}$$

b) A queda de tensão desenvolvida pela circulação da corrente nominal pela armadura da máquina é dada por:

$$R_A \cdot I_{AN} = 0,035 \cdot 300$$

$$R_A \cdot I_{AN} = 10,5 \text{ [V]}$$

Então, a partir de (11) resulta:

$$E = U_{AN} + R_A I_{AN} = 240 + 10,5$$

$$E = 250,5 \text{ [V]}$$

c) A partir da equação 9, vem:

$$C_2 \cdot \Phi_N = \frac{E_N}{n_N} = \frac{250,5}{1000}$$

$$C_2 \Phi_N = 0,2505 \text{ [V/rpm]}$$

d) Nas condições operacionais propostas pelo exemplo, a corrente de armadura é dada por:

$$I_A = \frac{0,2505 \cdot n}{0,42 + 0,035}$$

$$I_A = 0,551 \cdot n$$

O conjugado desenvolvido pela máquina na frenagem será calculado pela equação 12, ou seja:

$$M = K \cdot \Phi \cdot I_A$$

A constante  $K \Phi_N$  (a frenagem é feita com o fluxo nominal) pode ser determinada a partir das condições nominais:

$$K \cdot \Phi_N = \frac{M_N}{I_{AN}}$$

O conjugado nominal também deve ser obtido das condições nominais. Deste modo:

$$M_N = \frac{60 \cdot P_N}{2\pi \cdot n_N}$$

$$M_N = \frac{60 \cdot 84.715}{2\pi \cdot 1000}$$

$$M_N = 808,9 \text{ [N.m]}$$

Assim:

$$K \cdot \Phi_N = \frac{808,9}{300}$$

$$K \Phi_N = 2,696 \text{ [N.m/A]}$$

Desta forma, conclui-se:

$$M = 2,696 \times 0,551 \cdot n$$

$$M = 1,484 \cdot n$$

Durante o processo de frenagem a máquina motriz é desativada e o conjugado produzido pelo gerador passa a ser o conjugado de frenagem (desprezando-se os esforços de atrito). Desta forma, tem-se:

$$M_{fR} = 1,484 \cdot n$$

Cabe salientar que o conjugado frenante não é independente da velocidade. Desta forma deve-se utilizar a equação (3) da página 5, que está colocada a seguir.

$$M_{fR} = \frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot \frac{dn}{dt}$$

Assim:

$$1,484 \cdot n = \frac{2\pi}{60} \cdot 80 \cdot \frac{dn}{dt}$$

$$n = 1,411 \cdot \frac{dn}{dt}$$

Desta forma, resulta:

$$t_{fR} = 1,411 \int_{n_{fR}}^n \frac{dn}{n}$$

onde:

$n_{fR}$  - velocidade final da frenagem

$n$  - velocidade inicial da frenagem

Como:

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

Obtém-se:

$$t_{fR} = 5,644 [\ln 1000 - \ln 800]$$

$$t_{fR} = 1,26 \text{ [s]}$$



### 3.- PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

#### 3.1 - FORMAÇÃO DO CONJUGADO MOTOR

Conforme já foi visto na introdução desta apostila, quando a máquina de corrente contínua opera como motor, o fluxo de potência é da rede de alimentação para o motor, ou seja, a máquina recebe potência elétrica e fornece potência mecânica no eixo.

No motor, a aplicação de uma tensão  $U_A$  ao circuito

de armadura e uma tensão  $U_E$  ao circuito de campo, determinam:

- a circulação de uma corrente de armadura  $I_A$ ;
- a produção de um fluxo magnético  $\Phi$  a partir da corrente de campo  $I_E$  resultante de  $U_E$ .

Em decorrência da interação entre a corrente e o fluxo cria-se um conjugado mecânico (M) e, conseqüentemente, a rotação da máquina com velocidade  $n$ .

Estas grandezas relacionam-se segundo as condições estabelecidas por equações, que buscam refletir, matematicamente a condição para que haja o equilíbrio energético do sistema.

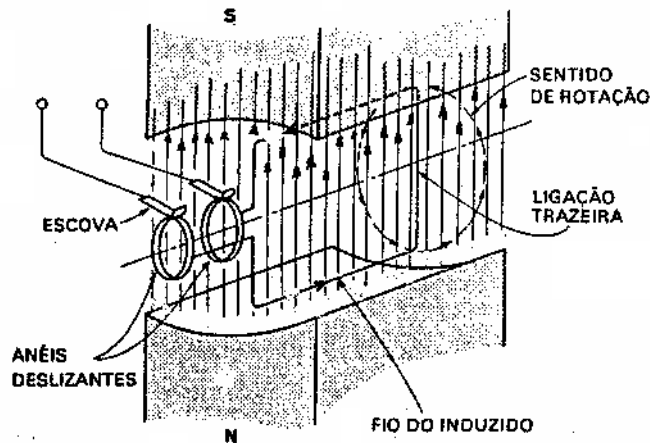
Da mesma forma que na operação como gerador, o fluxo " $\Phi$ " desenvolvido nos enrolamentos de excitação, corta os enrolamentos de armadura, sendo indispensável a sua presença para que haja a formação da chamada "Força Contra-Eletromotriz" (FCEM), tensão esta, responsável pela limitação da corrente no circuito da armadura.

A seguir, está mostrado na figura 17 o diagrama do conjunto para a operação como motor. A espira é percorrida pela corrente contínua  $I_A$  e em seus condutores, devido a ação do fluxo magnético, é desenvolvido o conjugado responsável pelo movimento da armadura (eixo) do motor.

Está mostrado na figura 18, o corte transversal desta espira em diversas posições em relação aos pólos (circuito de campo). O deslocamento da espira se dá devido ao conjugado desenvolvido em seus condutores.

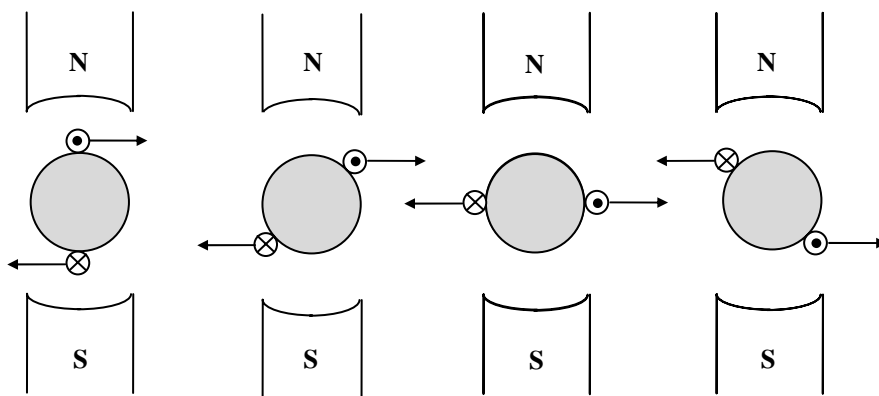
Observa-se claramente na figura 18, que o valor médio do conjugado desenvolvido na espira, é nulo. Sempre que a espira cruza o plano ortogonal à direção do fluxo, que na figura em questão está representado pela denominada "Linha Neutra" (LN), há uma inversão no sentido do conjugado desenvolvido, o que inviabiliza a construção do motor conforme apresentado na figura 17.

A observação da figura 18, permite concluir que quando a espira ultrapassa a linha LN, deverá ser feita a inversão no sentido da corrente que circula pelo condutor da bobina, para que as forças desenvolvidas nos condutores continuem em resultar em um conjugado que mantenha o sentido de rotação. Deste modo, os enrolamentos do circuito da armadura deverão ser conectados ao circuito externo, através do comutador.



**Figura A -Princípio de funcionamento do motor.**

Agora, diferentemente do modo como o comutador atuava na máquina funcionando como gerador (o comutador operava como retificador), ele opera como um "inversor auto-controlado", pois a partir de uma tensão contínua aplicada por uma fonte externa, dá-se origem à circulação de uma corrente alternada nos enrolamentos da armadura.



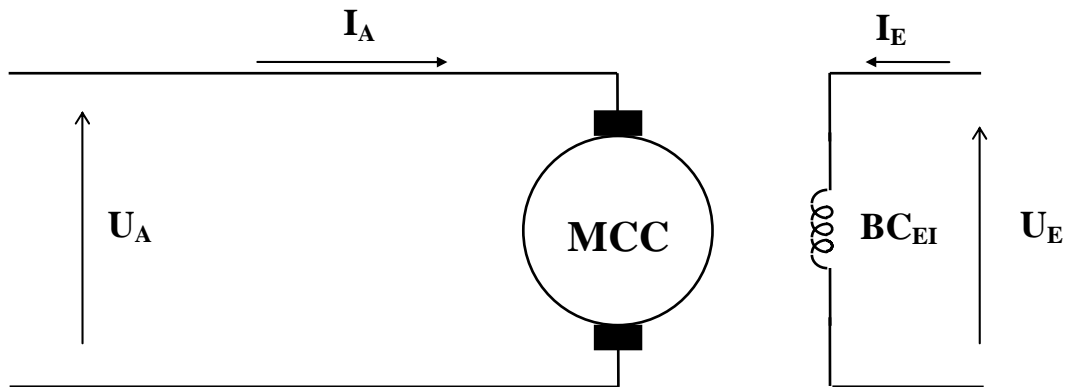
**Figura 18 - Movimento da espira sob a ação da força desenvolvida devido ao fluxo  $\Phi$  e a corrente  $I_A$ .**

### 3.2 - EQUAÇÕES BÁSICAS DO MOTOR

Na figura 19, a seguir, está representado o circuito equivalente de um motor de corrente contínua com excitação independente. Como ocorre no gerador de corrente contínua, é aplicada a tensão de excitação  $U_E$  nos enrolamentos do campo, responsáveis pela produção do fluxo magnético, resultando, como consequência, a circulação da corrente de excitação  $I_E$ . Esta corrente é definida pela equação 13.

$$I_E = \frac{U_E}{R_E} \quad (13)$$

A corrente de excitação  $I_E$  produz o fluxo  $\Phi$ . A relação entre essas duas grandezas é aquela que já foi mostrada na figura 16.



**Figura 19 -Esquema básico de um motor de corrente contínua com excitação independente.**

Quando se submete o circuito de armadura a um determinado valor de tensão, " $U_A$ ", estando a máquina sem movimento de rotação, resulta na circulação de uma corrente de armadura designada por " $I_A$ ". Como neste caso, apenas a resistência própria dos enrolamentos da armadura " $R_A$ " limita a corrente  $I_A$ , a tensão aplicada na partida deve ser tal que não promova um valor inadmissível de corrente. Esta situação está representada analiticamente pela expressão a seguir:

$$U_{AP} = R_A \cdot I_{AP} \quad (14)$$

sendo:

$U_{AP}$  - valor inicial da tensão da armadura [V]  
 $R_A$  - resistência do circuito de armadura [ohm]  
 $I_{AP}$  - corrente admissível na partida [A].

O valor da corrente de partida pode ser determinado pelo motor ou pela carga. Como todos os equipamentos supridos por energia elétrica, o motor de corrente contínua tem um valor de corrente máximo admissível, que no caso em questão, é definido pela comutação. A magnitude desta corrente deve ser fornecida pelo fabricante e é definida como sendo a Corrente Limite " $I_{LIM}$ ". Existem acionamentos onde a corrente de partida é definida pelo conjugado acelerador exigido podendo seu valor ficar abaixo do valor limite.

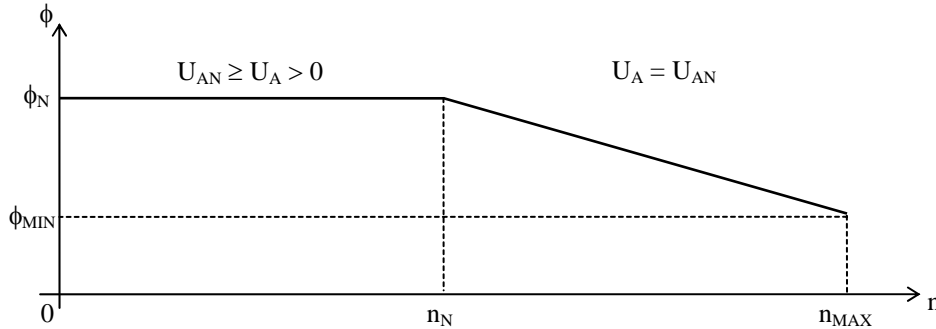
A tensão de partida  $U_{AP}$  pode ser determinada pela fonte caso seja um retificador controlado, ou através da inclusão de resistores em série com o circuito da armadura do motor. Neste caso, a tensão da fonte de alimentação é constante, obtendo-se:

$$U_A = (R_A + R_{EXT}) \cdot I_{AP} \quad (15)$$

Do mesmo modo como para a máquina operando como gerador, o conjugado motor desenvolvido é dado por:

$$M = K \cdot \Phi \cdot I_A \quad (16)$$

Conforme pode ser observado no gráfico a seguir, em motores de excitação independente o fluxo magnético é mantido constante no valor nominal para velocidades menores que a nominal. Nesta região de operação o controle de velocidade é exercido através da variação da tensão de armadura. Para que o acionamento opere com velocidades superiores à nominal, é necessário que o fluxo seja enfraquecido e a tensão de armadura seja mantida constante no valor nominal.



Com a circulação da corrente  $I_{AP}$  e a presença do fluxo  $\Phi$ , geralmente o fluxo nominal ( $\Phi_N$ ) resulta na armadura o conjugado de partida ( $M_P$ ), dado pela expressão:

$$M_P = K \cdot \Phi_N \cdot I_{AP} \quad (17)$$

Ao ser energizado (havendo fluxo e corrente de armadura) o motor produz um conjugado denominado *Conjugado de Partida* ( $M_P$ ). Se este conjugado é maior que o conjugado de carga ( $M_C$ ), o conjunto motor-carga acelera. Com o movimento da armadura, é desenvolvida em seus circuitos a FEM ( $E$ ), que se contrapõe à tensão aplicada.

$$E = C_2 \cdot \Phi_N \cdot n \quad (18)$$

Deste modo, a corrente de armadura será definida pela expressão (19):

$$I_A = \frac{U_A - E}{R_A} \quad (19)$$

### EXEMPLO 3:

Um motor de corrente contínua com excitação independente apresenta os seguintes dados nominais:

$$\begin{aligned} P_N &= 325 \text{ [kW]} & R_A &= 0,019 \text{ [ohm]} \\ U_{AN} &= 500 \text{ [V]} & \eta_N &= 93\% \\ n_N &= 1880 \text{ [rpm]} & J &= 29,2 \text{ [kg.m}^2\text{]} \end{aligned}$$

Este motor aciona uma carga constante e igual a 1400 [N.m]. O momento de inércia da carga (considerando o acoplamento e referido ao eixo do motor) é de  $J = 35 \text{ [kg.m}^2\text{]}$ . Quanto à operação com sobre-carga o motor apresenta os seguintes dados:

- operação com 1,7 vezes a corrente nominal durante, no máximo, 15 [s].
- operação com 2,0 vezes a corrente nominal durante, no máximo, 10 [s].
- operação com 3,0 vezes a corrente nominal durante, no máximo, 5 [s].

Nestas condições determine:

- a) O conjugado nominal desenvolvido pelo motor.
- b) O tempo de partida do acionamento, sabendo-se que deve ser desenvolvido um conjugado acelerador igual a 90 [%] do conjugado nominal do motor.
- c) O conjugado e a corrente de armadura durante a partida.

SOLUÇÃO:

- a) O conjugado nominal deve ser determinado pela equação:

$$M_N = \frac{60 \cdot P_N}{2 \cdot \pi \cdot n_N}$$

$$M_N = \frac{60 \cdot 325.000}{2 \cdot \pi \cdot 1880}$$

$$M_N = 1.651 \text{ [N.m]}$$

- b) O tempo de partida deve ser calculado com o uso da seguinte expressão:

$$M_A = \frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot \frac{dn}{dt}$$

Como o conjugado acelerante ( $M_A$ ) é constante, a expressão acima pode ser substituída pela equação seguinte:

$$M_A = \frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

Desta forma, tem-se:

$$\Delta t = t_p = \frac{2\pi}{60} \cdot J \cdot \frac{\Delta n}{M_A}$$

Para as condições propostas:

$$J = J_M + J_C$$

$$J = 29,2 + 35 \Rightarrow J = 64,2 \text{ [kg.m}^2\text{]}$$

$$M_A = 0,9 \cdot M_N$$

$$M_A = 0,9 \cdot 1651 \Rightarrow M_A = 1486 \text{ [N.m]}$$

Então:

$$t_p = \frac{2\pi}{60} \cdot 64,2 \cdot \frac{1880}{1486}$$

$$t_p = 8,5 \text{ [s]}$$

c) Como a carga é de 1400 [N.m] e o conjugado acelerador é de 1486 [N.m], tem-se:

$$M_P = M_A + M_C$$

$$M_P = 1486 + 1400$$

$$M_P = 2886 \text{ [N.m]}$$

Admitindo-se que a partida ocorre com o fluxo nominal tem-se:

$$M_P = K \cdot \Phi_N \cdot I_{AP}$$

Nas condições nominais, tem-se:

$$M_N = K \cdot \Phi_N \cdot I_{AN}$$

Desta forma, resulta que a corrente de armadura da máquina no instante da partida deve ser calculada através da seguinte expressão:

$$I_{AP} = I_{AN} \cdot \frac{M_P}{M_N}$$

A corrente nominal é definida por:

$$I_{AN} = \frac{325000}{500 \cdot 0,93} \Rightarrow I_{AN} = 699 \text{ [A]}$$

o que vai resultar para corrente de partida.

$$I_{AP} = 699 \cdot \frac{2886}{1651}$$

$$I_{AP} = 1222 \text{ [A]}$$

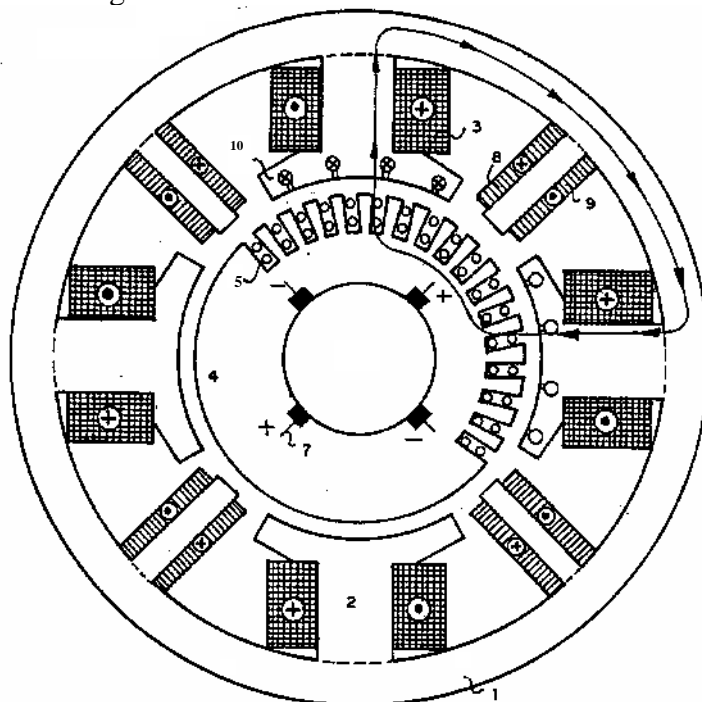
Este resultado ( $I_{AP} = 1,75 \cdot I_{AN}$ ) indica a viabilidade do acionamento conforme proposto pelo exemplo, pois pelos dados do motor fornecidos pelo fabricante, o mesmo admite uma corrente 2,0 vezes a nominal durante 10 [s] e a partida deu-se em 8,5 [s].

## 4 - PARTES COMPONENTES DA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA

### 4.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

A figura 20 mostra esquematicamente uma máquina de corrente contínua em corte transversal, onde estão indicadas as principais partes componentes da máquina. Uma descrição sucinta de cada elemento está acompanhada do número correspondente indicado na figura.

Cabe salientar que a análise das partes componentes será mais proveitosa se realizada levando-se em conta os conceitos estudados no princípio de funcionamento da máquina operando como gerador e como motor.



**Figura 20 -Partes componentes da máquina de corrente contínua.**

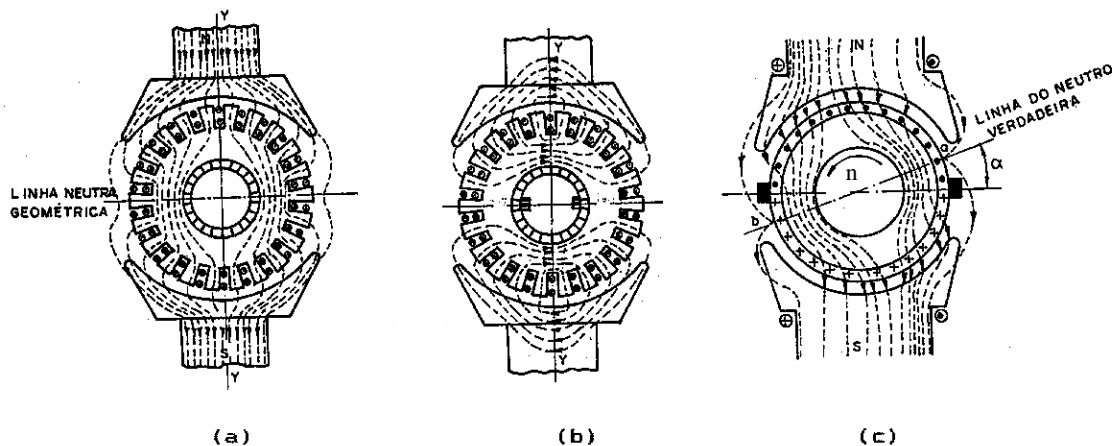
A carcaça (1) possui duas finalidades; uma (mecânica) como estrutura da máquina e outra (magnética) como condutora do fluxo de pólo a pólo. É constituída de aço de elevada resistência mecânica e baixa relutância magnética. É nela que estão colocados os pólos principais (2) que são usualmente feitos de aço fundido. Pequenas máquinas possuem a carcaça e os pólos (também conhecidos por Massas Polares) fundidos em uma só peça. Todo pólo deve ter sua sapata polar constituída por lâminas de aço silício, para reduzir as perdas por correntes parasitas de Foucault e por histerese, perdas essas resultantes das variações localizadas de densidade magnética. Os pólos principais contêm os enrolamentos de excitação (independente, série e/ou derivação) (3). A armadura (4) ou rotor (também conhecida por induzido), é constituída por duas partes principais: O núcleo e o enrolamento. O núcleo, feito de lâminas de aço 0,35 a 0,60 [mm] de espessura, é que dá suporte ao circuito elétrico giratório. Uma cobertura com verniz isolante é colocada alternadamente sobre as lâminas de modo a reduzir as perdas decorrentes da circulação de correntes parasitas. O enrolamento consiste de bobinas, feitas de uma ou mais espiras conectadas de modo a formar um único



enrolamento. É nas ranhuras do núcleo (5) que estão depositados os condutores do circuito da armadura. Cada espira ou grupo de espiras é ligado com lamelas do coletor. O coletor (ou comutador), é uma das peças mais importantes da máquina de corrente contínua, sendo constituído por teclas (lamelas) de cobre endurecido, isoladas entre si por um material isolante (geralmente lâminas de mica). A superfície do comutador deve ser perfeitamente cilíndrica (usinada), de modo que as escovas (7) possam deslizar facilmente sem produzir ruídos nem vibrações. As primeiras escovas eram fabricadas de cobre, mas seu uso resultava em um grande desgaste do coletor. Para solucionar este problema, desenvolveu-se a tecnologia de fabricação de escovas de carvão. Sua utilização melhorou significativamente o contato com as teclas do coletor.

A figura 21 (a) mostra a distribuição do fluxo em uma máquina de dois pólos com os campos excitados, porém operando em vazio. Esta afirmação pode ser feita pela observação da distribuição homogênea das linhas de fluxo que percorrem a armadura. Quando a máquina opera com cargas significativas, os enrolamentos da armadura, percorridos pela corrente de armadura, produzem um fluxo, denominado "Fluxo de Reação de Armadura" ou simplesmente, reação de armadura, mostrado isoladamente na figura 21 (b).

Conforme pode ser verificado na figura 21 (c), a reação de armadura distorce o fluxo principal, provocando um deslocamento da linha neutra. Isto determina que a comutação ocorra com a FEM induzida nas espiras em um valor diferente de zero, tendo como consequência indesejável o surgimento de faiscamento.



**Figura 21 -Reação da armadura.**

Um deslocamento das escovas para a nova posição da linha neutra, reduz o centelhar. No gerador as escovas devem ser movidas no sentido do giro e no motor devem ser deslocadas no sentido inverso. Porém, na maioria das vezes este procedimento não resolve o problema, uma vez que a máquina pode operar com carga variável, o que implica numa reação de armadura oscilante.

Desta forma, conforme é mostrado na figura 20, são usados os pólos de comutação (8) (também conhecidos por interpolos). Os interpolos são pólos de dimensões reduzidas, inseridos entre as massas polares. São constituídos por enrolamentos (9) que, percorridos pela corrente de armadura, provocam efeito semelhante ao conseguido com o deslocamento das escovas, porém sem os inconvenientes causados pela alteração do posicionamento das escovas. Cabe salientar que o uso de interpolos é indispensável em máquinas reversíveis de grande porte.

Adicionalmente, a sapata polar pode conter enrolamentos de compensação (10).

## 5 - POSSIBILIDADES DE VARIAÇÃO DE VELOCIDADE

Para que se possa mais facilmente analisar as possibilidades de variar-se a velocidade do motor de corrente contínua, deve-se equacionar os parâmetros associados à esta grandeza. Ao combinar-se adequadamente as expressões (9) e (11), obtém-se:

$$n = \frac{U_A - R_A \cdot I_A}{C_2 \cdot \Phi} \quad (20)$$

A observação da equação (20) permite concluir que para fazer o controle de velocidade do motor pode-se variar:

- a tensão de armadura  $U_A$
- o fluxo  $\Phi$
- a resistência do circuito de armadura  $R_A$ .

Em geral, a velocidade do motor é controlada através da variação da tensão de armadura para velocidades de operação entre  $n = 0$  até  $n = n_N$ . Para conseguir-se que o motor opere com velocidades superiores àquela correspondentes à tensão nominal de armadura, o enfraquecimento do fluxo é o procedimento adequado. Para tanto, a tensão aplicada ao circuito de campo do motor deve ser reduzida. Observe que não existe, obrigatoriamente, uma proporcionalidade entre a redução da tensão do campo e a diminuição do fluxo produzido, isto, em razão da não linearidade do circuito magnético do motor.

O controle de velocidade de motores de corrente contínua com a variação do resistor inserido no circuito de armadura, não é comumente empregado devido as perdas resultantes. A circulação da corrente de armadura por este resistor, provocará a dissipação de calor (por efeito Joule) que, certamente irá reduzir a eficiência do sistema.

### EXEMPLO 4:

Admitindo-se que o motor de corrente contínua com os dados fornecidos a seguir, aciona uma carga variável, determine:

$$\begin{array}{ll} P_N = 325 \text{ [kW]} & R_A = 0,019 \text{ [ohm]} \\ U_{AN} = 500 \text{ [V]} & \eta_N = 93\% \\ n_N = 1880 \text{ [rpm]} & J = 29,2 \text{ [kg.m}^2\text{]} \end{array}$$

a) A tensão a ser aplicada na armadura do motor para que a máquina opere com metade da velocidade nominal. Nesta situação, o motor aciona uma carga cujo conjugado é 75% do nominal.

b) A maior sobrevelocidade possível de operação, sabendo-se que para velocidades maiores que a nominal, neste caso, a carga vale 50% da nominal.

SOLUÇÃO:

a) Como para velocidades até a nominal, normalmente, o fluxo é mantido no valor nominal, a equação (20) torna-se:

$$n = \frac{U_A - R_A \cdot I_A}{C_2 \cdot \Phi_N}$$

Como

$$C_2 \cdot \Phi_N = \frac{U_{AN} - R_A \cdot I_{AN}}{n_N}$$

resulta:

$$U_A = \frac{n}{n_N} \cdot (U_{AN} - R_A \cdot I_{AN}) + R_A \cdot I_A$$

A corrente de armadura  $I_A$  é função apenas da carga no eixo, uma vez que o fluxo é mantido no valor nominal. Assim:

$$I_A = \frac{M}{M_N} \cdot I_{AN}$$

Como

$$M = 0,75 M_N$$

resulta:

$$I_A = 0,75 I_{AN}$$

Desta forma, tem-se:

$$U_A = \frac{n}{n_N} \cdot (U_{AN} - R_A \cdot I_{AN}) + R_A \cdot 0,75 \cdot I_{AN}$$

Substituindo-se pelos valores dados, vem:

$$U_A = 0,5 \cdot (500 - 0,019 \cdot 699) + 0,019 \cdot 0,75 \cdot 699$$

$$U_A = 253 \text{ [V]}$$

b) Como a tensão de armadura é mantida constante no valor nominal e o fluxo é variável, tem-se:

$$n = \frac{U_A - R_A \cdot I_A}{C_2 \cdot \Phi_N}$$

Como pretende-se uma variação de fluxo, comparando com as condições nominais, tem-se:

$$\frac{n}{n_N} = \frac{(U_{AN} - R_A \cdot I_A)}{C_2 \cdot \Phi} \cdot \frac{C_2 \cdot \Phi_N}{(U_{AN} - R_A \cdot I_{AN})}$$

$$n = n_N \cdot \frac{U_{AN} - R_A \cdot I_A}{U_{AN} - R_A \cdot I_{AN}} \cdot \frac{\Phi_N}{\Phi}$$

Como a carga cai para metade da nominal, a redução de fluxo é definida por:

$$M = K \cdot \Phi \cdot I_A$$

$$M_N = K \cdot \Phi_N \cdot I_{AN}$$

$$\frac{M}{M_N} = \frac{\Phi}{\Phi_N} \cdot \frac{I_A}{I_{AN}}$$

Se a corrente deve ser mantida no valor nominal, obtém-se:

$$\frac{\Phi}{\Phi_N} = \frac{M}{M_N}$$

$$\frac{\Phi}{\Phi_N} = 0,5$$

Substituindo-se estes valores na equação anteriormente deduzida, tem-se:

$$n = 1880 \cdot 2 \cdot \frac{500 - 0,019 \cdot I_{AN}}{500 - 0,019 \cdot I_{AN}}$$

$$n = 3760 \text{ [rpm]}$$

## 6 - SISTEMA POR UNIDADE APLICADO A MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA

### 6.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

A análise do comportamento do motor de corrente contínua com grandezas reais, apresenta alguma dificuldade na obtenção de parâmetros inerentes à máquina, tais como as constantes  $C_2$  e  $K$ . Por vezes, nem mesmo o valor da resistência da armadura é disponível.

Para amenizar estas dificuldades, será apresentado um método alternativo para a análise do desempenho da máquina. Neste, todos os parâmetros são referidos aos dados nominais, obtendo-se assim equações adimensionais.

### 6.2 - EQUACIONAMENTO

Deste modo, tanto a equação (12) mostrada na página 14, quanto a equação (20) mostrada na página 27, serão substituídas, respectivamente, pelas expressões (21) e (22).

$$m = \varphi \cdot i_A \quad (21)$$

$$n^* = \frac{V \cdot u_A - i_A}{(V - 1) \cdot \varphi} \quad (22)$$

onde:

$$n^* = n / n_N \quad V = U_{AN} / (R_{AN} \cdot I_{AN})$$

$$\varphi = \Phi / \Phi_N \quad u = U_A / U_{AN}$$

Ainda, a equação (1) mostrada na página 4, será substituída pela expressão (23).

$$p = m \cdot n \quad (23)$$

onde:

$$p = P / P_N$$

A tabela 1 apresenta valores típicos de V, em função da potência da máquina, quando a resistência nominal do circuito da armadura ( $R_{AN}$ ) não é disponível.

TABELA 1. Valores típicos de V em função da potência do motor.

P [cv]	[V]
10 - 50	10 - 20
50 - 200	15 - 35
200 - 1000	30 - 50
> 1000	> 50

### EXEMPLO 5:

Admita que o motor de corrente contínua, de excitação independente, com os dados fornecidos a seguir, aciona uma carga variável. Usando o sistema por unidade, determine:

$$\begin{aligned}
 P_N &= 325 \text{ [kW]} & R_A &= 0,019 \text{ [ohm]} \\
 U_A &= 500 \text{ [V]} & I_{AN} &= 699 \text{ [A]} \\
 n_N &= 1880 \text{ [rpm]} & J &= 29,2 \text{ [kg.m}^2\text{]}
 \end{aligned}$$

- A tensão a ser aplicada na armadura do motor para que a máquina opere com metade da velocidade nominal. Nesta situação, o motor aciona uma carga cujo conjugado é 75% do nominal.
- A maior sobrevelocidade possível de operação, sabendo-se que para velocidade maior que a nominal a carga vale 50% da nominal.

### SOLUÇÃO

a) Da equação (22), obtém-se:

$$u_A = \frac{1}{V} [(V-1) \cdot \phi \cdot n^* + i_A] \quad (24)$$

Das condições de contorno apresentadas, vem:

$$\phi = 1 \quad n^* = 0,5 \quad m = 0,75$$

Utilizando-se a equação (21), tem-se:

$$i_A = \frac{m}{\phi} = \frac{0,75}{1}$$

$$i_A = 0,75$$

O valor de "V" é calculado a partir dos dados nominais. Assim, tem-se:

$$V = \frac{U_{AN}}{R_{AN} \cdot I_{AN}} = \frac{500}{0,019 \cdot 699}$$

$$V = 37,65$$

Substituindo-se em (24), obtém-se:

$$u_A = \frac{1}{37,65} [(37,65 - 1) \cdot 1 \cdot 0,5 + 0,75]$$

$$u_A = 0,51$$

Deste modo:

$$U_A = 0,51 \times 500$$

$$U_A = 253,32 \text{ [V]}$$

b) As novas condições apresentam:

$$m = 0,5 \quad u_A = 1 \quad i_A = 1$$

Da equação (21) vem:

$$\varphi = \frac{m}{i_A} = \frac{0,5}{1}$$

$$\varphi = 0,5$$

Substituindo-se na equação (22), obtém-se:

$$n^* = \frac{37,65 \cdot 1 - 1}{(37,65 - 1) \cdot 0,5}$$

$$n^* = 2$$

Deste modo:

$$n = 2 \times 1880$$

$$n = 3760 \text{ [rpm]}$$

## 7 - EXERCÍCIOS de APLICAÇÃO

### 7.1 - (PFGCC)

Uma máquina de corrente contínua deve frear um acionamento que opera com 1200 [rpm]. A carga é de 625 [N.m] para qualquer velocidade e o momento de inércia da carga é de 22 [kg.m<sup>2</sup>].

Determine qual o conjugado que deve ser desenvolvido pela máquina para que o conjunto seja freado em 4 [s].

Dados da máquina:

$$P_N = 75 \text{ [kW]}; \quad n_N = 1200 \text{ [rpm]}; \quad J_M = 8 \text{ [kg.m}^2\text{]}$$

### 7.2 - (PFMCC)

Os motores de corrente contínua responsáveis pelo movimento de translação da lança de uma recuperadora de minério, são do tipo excitação independente e apresentam os seguintes dados de placa:

$$P_N = 11 \text{ [kW]}; \quad U_{AN} = 460 \text{ [V]}; \quad I_{AN} = 26,4 \text{ [A]}; \quad R_A = 1,55 \text{ [ohm]};$$

$$U_F = 190 \text{ [V]}; \quad I_F = 2,62 \text{ [A]}; \quad n_N = 1000 \text{ [rpm]};$$

Determine:

- O rendimento nominal destes motores;
- O conjugado nominal;
- O valor da força contra eletromotriz para quando os motores estiverem operando com carga nominal e velocidade nominal.

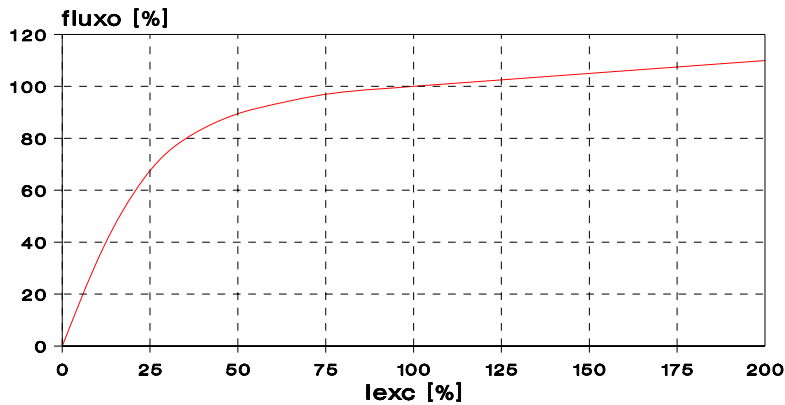
### 7.3 - (PVV)

Um MCC de excitação independente possui as seguintes características fornecidas pelo fabricante:

$P_N = 50 \text{ [HP]}$	$R_A = 0,174 \text{ [ohm]}$
$U_{AN} = 360 \text{ [V]}$	$I_{AN} = 115 \text{ [A]};$
$U_F = 220 \text{ [V]}$	$I_F = 5,6 \text{ [A]}$
$n_N = 1470 \text{ [rpm]}$	$J = 20 \text{ [kg . m}^2\text{]}.$

A característica de magnetização deste motor de corrente contínua, obtida através de ensaios, está mostrada a seguir:





### CARACTERÍSTICA DE MAGNETIZAÇÃO

a) Determine os seguintes parâmetros nominais do motor:

- # O rendimento;
- # O conjugado;
- # A força contra-eletromotriz;
- # As perdas Joule no circuito da armadura.

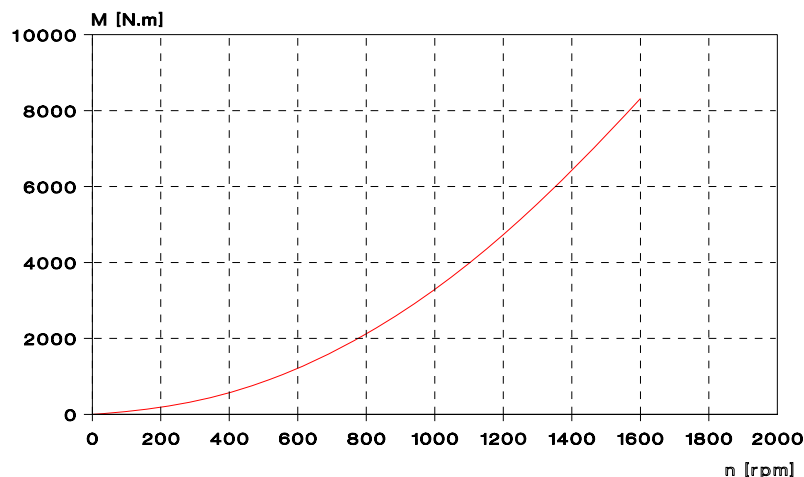
b) Sabendo-se que o motor é alimentado por um conversor (retificador tiristorizado) cujo valor da corrente limite é de 170 [A], e também que o conjugado de carga é constante e igual a 145 [N.m], com um momento de inércia de 5,9 [kg.m<sup>2</sup>], determine:

- # O valor da tensão aplicada na armadura no instante inicial da partida;
- # O tempo de partida até atingir-se a velocidade nominal;
- # O valor de tensão aplicada ao campo da máquina para que seja desenvolvida a maior sobrevelocidade de operação.

### 7.4 - (SPU)

Um MCC de excitação independente é o responsável pelo acionamento de um ventilador cuja curva de torque em função da velocidade está mostrada a seguir:

#### CURVA DA CARGA



Este motor, fabricado pela GE, possui os seguintes dados de catálogo:

$$\begin{aligned} P_N &= 1200 \text{ [cv]} & U_{AN} &= 600 \text{ [V]} & I_{AN} &= 1590 \text{ [A]}; \\ R_A &= 0,008 \text{ [ohm]} & L_A &= 0,24 \text{ [mH]} & U_F &= 186 \text{ [V]}; \\ n_N &= 1200 \text{ [rpm]} \end{aligned}$$

a) Determine a tensão que deve ser aplicada à armadura para que o sistema opere com 75% da velocidade nominal;

b) Qual a maior sobrevelocidade possível de operação.

## BIBLIOGRAFIA

“Eletrotécnica - Princípios e Aplicações” - Gray, Alexander & Wallace, G.A. - Ao Livro técnico S.A. - Brasil - 1971.

“Máquinas Elétricas” - Fitzgerald, A.E., Kingsley, C. & Kusko, A. - McGraw-Hill - Brasil - 1975.

“Elementos de Eletrotécnica” - Christie, Clarence V.- Editora Globo - Brasil -1969.

“Cours d'électrotechnique” - Kassatkine, A. et Perekaline, M. - Éditions Mir. Moscou - U.R.S.S. - 1967.

“Máquinas Elétricas - Vol. I” - Kostenko, M. e Piotrovsky, L. - Lopes da Silva Editora - Porto - Portugal - 1977.

“Basic Electricity: Theory and Practice” - Kaufman, M. e Wilson, A. J. - McGraw-Hill, Inc.