Circuitos de corrente alternada em série-paralelo

Objetivos

- Desenvolver confiança na análise dos circuitos CA em série-paralelo.
- Adquirir habilidade no uso de calculadoras e métodos computacionais para auxiliar a análise dos circuitos CA em série-paralelo.
- Compreender a importância do aterramento apropriado na operação de qualquer sistema elétrico.

De modo geral, quando trabalhar com circuitos de corrente alternada em série-paralelo, considere a seguinte metodologia

1. Redesenhe o circuito utilizando impedâncias em bloco para combinar elementos que estejam obviamente em série ou em paralelo, o que simplificará o circuito revelando claramente a estrutura fundamental do sistema.
2. Estude o problema e faça um rápido esboço mental de todo o procedimento a ser seguido. Isso pode resultar em uma grande economia de esforço e de tempo. Pode acontecer, em alguns casos, que não seja necessária uma análise mais profunda. A solução desejada pode ser conseguida com uma simples aplicação de uma lei fundamental usada em análise de circuitos.
3. Após o procedimento geral ter sido determinado, normalmente é melhor considerar cada ramo separadamente antes de conectá-los em combinações mistas (em série-paralelo). Na maioria dos casos, trabalha-se no sentido inverso das combinações em série e em paralelo no sentido da fonte, para determinar a impedância total do circuito. A corrente da fonte pode então ser determinada, e o caminho de volta para os elementos desconhecidos pode ser definido. À medida que se deslocar no sentido da fonte, você definirá os elementos que não foram perdidos no processo de redução. Isso o fará ganhar tempo quando tiver que se deslocar através do circuito no sentido inverso para encontrar o valor de grandezas específicas.
4. Quando chegar a uma solução, verifique se ela é razoável, considerando os valores da fonte de energia e dos elementos do circuito. Se não, tente resolver o

circuito usando outro método ou refaça os cálculos cuidadosamente. Nesse momento, uma solução dada pelo computador pode ser bastante útil no processo de validação.

CIRCUITOS RLC

Considerando o circuito visto na Figura ABAIXO:

a) Calcule **Z***T*.

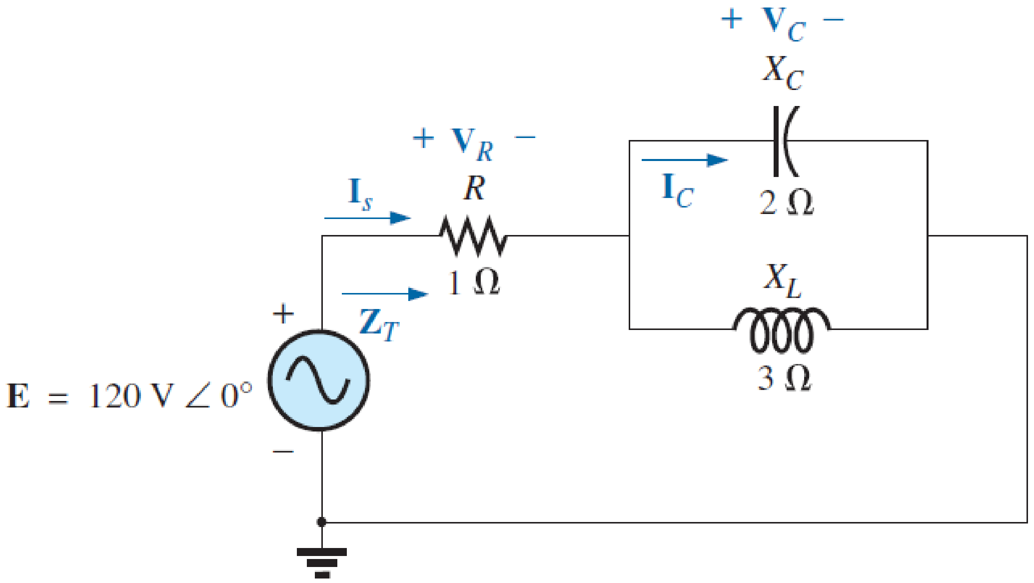
b) Determine **I***S*.

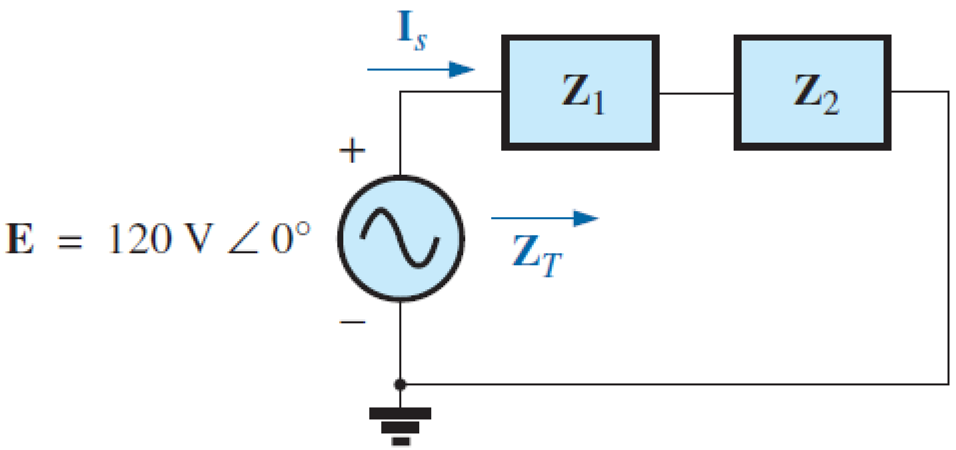
c) Calcule **V***R* e **V***C*..

d) Determine **I***C*.

e) Calcule a potência fornecida.

f) Calcule o *FP* do circuito.





$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$$

com

$$\mathbf{Z}_1 = R\angle 0^\circ = 1\Omega\angle 0^\circ$$

$$\mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_C \parallel \mathbf{Z}_\mathrm{L} = \frac{(X_C\angle -90^\circ)(X_L\angle 90^\circ)}{-jX_C + jX_L}$$

$$= \frac{(2\Omega\angle -90^\circ)(3\Omega\angle 90^\circ)}{-j2\Omega + j3\Omega}$$

$$= \frac{6\Omega\angle 0^\circ}{j1} = \frac{6\Omega\angle 0^\circ}{1\angle 90^\circ} = 6\Omega\angle -90^\circ$$

e

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 1\ \Omega - j\ 6\ \Omega = \mathbf{6{,}08\ \Omega} < \mathbf{-80{,}54^\circ}$$

b)
$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{120\,\text{V} \angle 0^\circ}{6,08\,\Omega \angle -80,54^\circ}$$
$$= \mathbf{19,74\ A \angle 80,54^\circ}$$

c) Observando a Figura 16.2, concluímos que $\mathbf{V}_R$ e $\mathbf{V}_C$ podem ser calculadas usando a lei de Ohm:

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{I}_S \mathbf{Z}_1 = (19,74\ \text{A} \angle 80,54^\circ)(1\ \Omega \angle 0^\circ)$$
$$= \mathbf{19,74\ V \angle 80,54^\circ}$$
$$\mathbf{V}_C = \mathbf{I}_S \mathbf{Z}_2 = (19,74\ \text{A} \angle 80,54^\circ)(6\ \Omega \angle -90^\circ)$$
$$= \mathbf{118,44\ V \angle 9,46^\circ}$$

d) Agora que $\mathbf{V}_C$ é conhecida, a corrente $\mathbf{I}_C$ também pode ser determinada usando a lei de Ohm:

$$\mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{Z}_C} = \frac{118,44\,\text{V} \angle -9,46^\circ}{2\Omega \angle -90^\circ} = \mathbf{59,22\ A \angle 80,54^\circ}$$

e) $P_{\text{del}} = \text{I}_S^2 R = (19,74\ \text{A})^2\,(1\Omega) = \mathbf{389,67\ W}$

f) $F_P = \cos\theta = \cos 80,54^\circ = \mathbf{0,164\ adiantado}$

O fato de a impedância total possuir um ângulo de fase negativo (revelando que IS está adiantada em relação a E) é uma indicação clara de que o circuito é de natureza capacitiva, tendo portanto um fator de fase adiantado. O fato de o circuito ser capacitivo pode ser determinado a partir do circuito original, percebendo-se primeiramente que, para os elementos *L-C* em paralelo, a impedância menor é dominante, o que resulta em um circuito *R-C*.

EXEMPLO 2

Considerando o circuito visto na Figura 3:

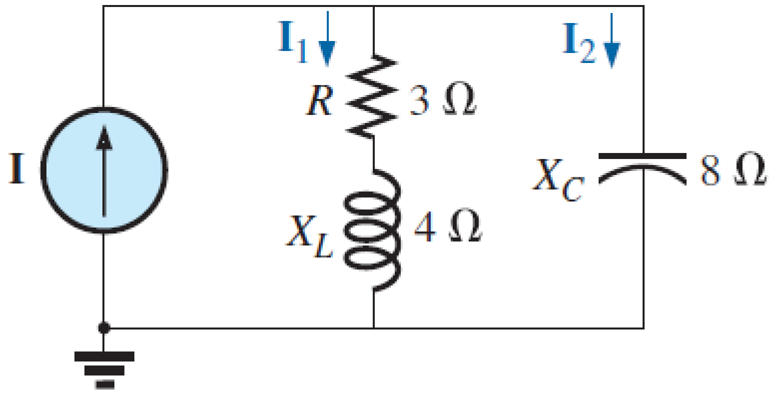


Figura 3

a) Se **I** é 50 A ∠ 30°, calcule $\mathbf{I}_1$ usando a regra dos divisores de corrente.
b) Repita o item (a) para $\mathbf{I}_2$.
c) Verifique a lei de Kirchhoff para corrente em um dos nós.

Soluções:

a) Redesenhando o circuito como mostra a Figura 16.4, temos:

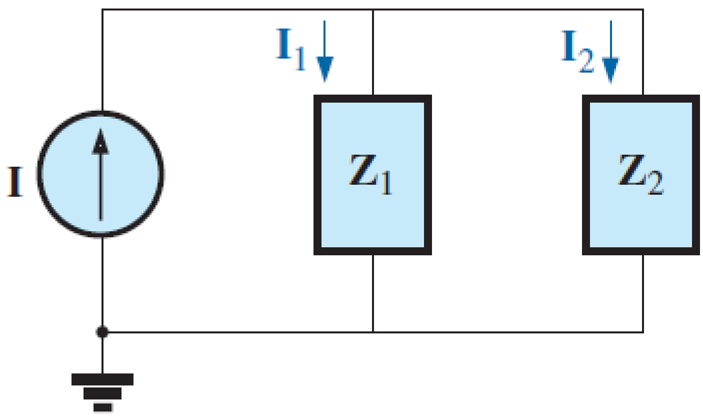


Figura 4

$$\mathbf{Z}_1 = R + jX_L = 3\ \Omega + j\ 4\ \Omega = 5\ \Omega \angle 53{,}13^\circ$$
$$\mathbf{Z}_2 = -jX_C = -j\ 8\ \Omega = 8\ \Omega \angle -90^\circ$$

Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2\,\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1} = \frac{(8\Omega\angle -90^\circ)(50\text{ A}\angle 30^\circ)}{(-j8\Omega) + (3\Omega + j4\Omega)} = \frac{400\angle -60^\circ}{3 - j4}$$
$$= \frac{400\angle -60^\circ}{5\angle -53{,}13^\circ} = \mathbf{80\ A \angle -6{,}87^\circ}$$

b) $$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Z}_1\,\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1} = \frac{(5\Omega\angle 53{,}13^\circ)(50\text{ A}\angle 30^\circ)}{5\Omega\angle -53{,}13^\circ}$$
$$= \frac{250\angle 83{,}13^\circ}{5\angle -53{,}13^\circ}$$
$$= \mathbf{50\ A \angle 136{,}26^\circ}$$

c) $$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$
$$50\text{ A}\angle 30^\circ = 80\text{ A}\angle -6{,}87^\circ + 50\text{ A}\angle 136{,}26^\circ$$
$$= (79{,}43 - j\,9{,}57) + (-36{,}12 + j\,34{,}57)$$
$$= 43{,}31 + j\,25{,}0$$
$$50\text{ A}\angle 30^\circ = 50\text{ A}\angle 30^\circ \qquad \text{(verificada)}$$

EXEMPLO 3.

Considerando o circuito visto na Figura 5:

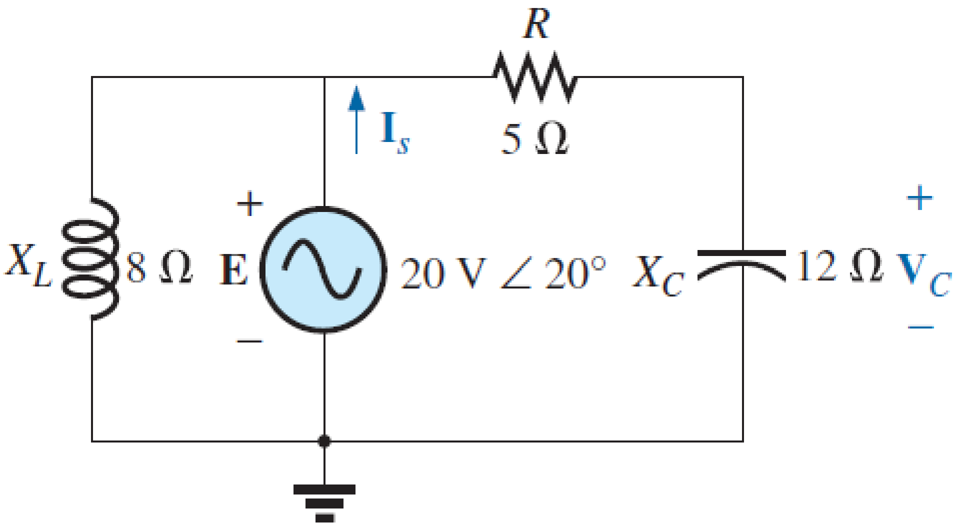
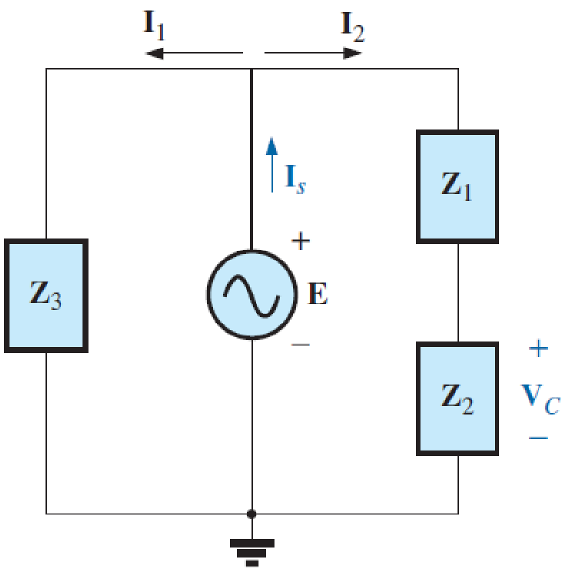


Figura 5

a) Calcule a tensão **V***C* usando a regra dos divisores de tensão.
b) Calcule a corrente **I***s*.

Soluções:

a) O circuito pode ser redesenhado, como podemos ver na Figura 6, com:



$$\mathbf{Z}_1 = 5\ \Omega = 5\ \Omega \angle 0°$$
$$\mathbf{Z}_2 = -j\ 12\ \Omega = 12\ \Omega \angle -90°$$
$$\mathbf{Z}_3 = +j\ 8\ \Omega = 8\ \Omega \angle 90°$$

Figura 6

Como queremos determinar VC, não combinaremos R e XC em um único bloco de impedância. Note também que a Figura 6 revela claramente que E é a tensão total na combinação de elementos em série Z1 e Z2, o que permite o uso da regra dos divisores de tensão para calcular VC. Além disso, note que todas as correntes necessárias para determinar Is foram preservadas na Figura 6, mostrando que não é necessário retornar ao circuito da Figura 5 — tudo está definido no circuito da Figura 6.

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_2\,\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(12\,\Omega\angle -90^\circ)(20\text{ V}\angle 20^\circ)}{5\,\Omega - j12\,\Omega} = \frac{240\text{ V}\angle -70^\circ}{13\angle -67{,}38^\circ}$$
$$= \mathbf{18{,}46\text{ V}\angle -2{,}62^\circ}$$

$$\text{b)}\quad \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_3} = \frac{20\text{ V}\angle 20^\circ}{8\,\Omega\angle 90^\circ} = 2{,}5\text{ A}\angle -70^\circ$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{20\text{ V}\angle 20^\circ}{13\,\Omega\angle -67{,}38^\circ} = 1{,}54\text{ A}\angle 87{,}38^\circ$$

e

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_S &= \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \\
&= 2{,}5\text{ A}\angle -70^\circ + 1{,}54\text{ A}\angle 87{,}38^\circ \\
&= (0{,}86 - j\,2{,}35) + (0{,}07 + j\,1{,}54) \\
\mathbf{I}_S &= 0{,}93 - j\,0{,}81 = \mathbf{1{,}23\text{ A}\angle -41{,}05^\circ}
\end{aligned}$$

EXEMPLO 4

Dado o circuito visto na Figura7:

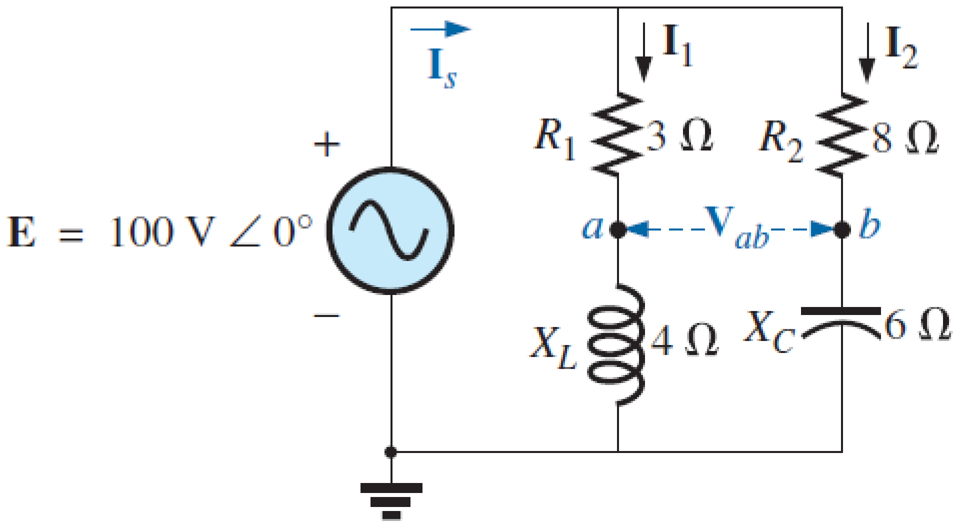


Figura 7

a) Calcule a corrente $\mathbf{I}s$.
b) Determine a tensão $\mathbf{V}ab$.
Soluções:

Redesenhando o circuito como o que é mostrado na Figura 8, obtemos:

a)

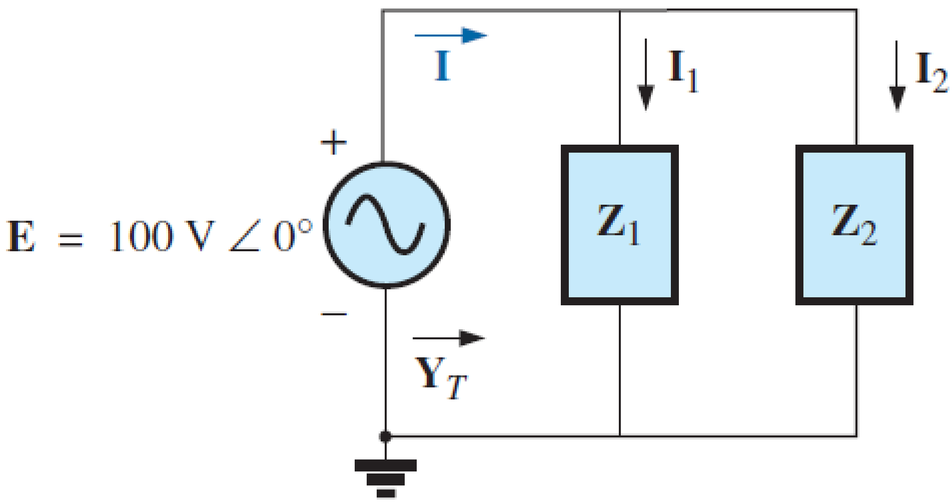


Figura 8

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + j\,X_L = 3\,\Omega + j\,4\,\Omega = 5\,\Omega \angle\ 53{,}13°$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 - j\,X_C = 8\,\Omega - j\,6\,\Omega = 10\,\Omega \angle -36{,}87°$$

Nesse caso, a tensão Vab é perdida no circuito redesenhado, mas as correntes I_1 e I_2 permanecem explicitadas para determinar Vab. A Figura 8 mostra claramente que a impedância total pode ser encontrada usando a equação para duas impedâncias em paralelo:

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_1\,\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(5\,\Omega\angle 53,13^\circ)(10\,\Omega\angle -36,87^\circ)}{(3\,\Omega + j4\,\Omega) + (8\,\Omega - j6\,\Omega)}$$

$$= \frac{50\,\Omega\angle 16,26^\circ}{11 - j2} = \frac{50\,\Omega\angle 16,26^\circ}{11,18\angle -10,30^\circ}$$

$$= \mathbf{4{,}472\Omega{<}26{,}56^\circ}$$

e

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\,\text{V}\angle 0^\circ}{4,472\,\Omega\angle 26,56^\circ} = \mathbf{22{,}36\ A\angle -26{,}56^\circ}$$

b) Pela lei de Ohm,

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{100\,\text{V}\angle 0^\circ}{5\,\Omega\angle 53,13^\circ} = \mathbf{20\ A\angle -53{,}13^\circ}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_2} = \frac{100\,\text{V}\angle 0^\circ}{10\,\Omega\angle -36,87^\circ} = \mathbf{10\ A\ \angle 36{,}87^\circ}$$

Retornando à Figura 7, temos:

$$\mathbf{V}_{R1} = \mathbf{I}_1\,\mathbf{Z}_{R1} = (20\ \text{A}\ \angle -53{,}13^\circ)\ (3\ \Omega\ \angle\ 0^\circ)$$
$$= \mathbf{60\ V\ \angle -53{,}13^\circ}$$
$$\mathbf{V}_{R2} = \mathbf{I}_1\,\mathbf{Z}_{R2} = (10\ \text{A}\ \angle +36{,}87^\circ)\ (8\ \Omega\ \angle\ 0^\circ)$$
$$= \mathbf{80\ V\ \angle +36{,}87^\circ}$$

Em vez de usar os dois passos descritos, poderíamos ter determinado V_{R_1} ou V_{R_2} em uma única etapa, usando a regra dos divisores de tensão:

$$
\begin{aligned}
V_{R_1} &= \frac{(3\,\Omega\angle 0^\circ)(100\text{ V}\angle 0^\circ)}{3\,\Omega\angle 0^\circ + 4\,\Omega\angle 90^\circ} = \frac{300\text{ V}\angle 0^\circ}{5\angle 53{,}13^\circ} \\
&= \mathbf{60\,V\ \angle -53{,}13^\circ}
\end{aligned}
$$

Para encontrar $\mathbf{V}_{ab}$ temos de aplicar a lei de Kirchhoff para tensões à malha com os resistores de 3 Ω e 8 Ω (veja a Figura 16.9). Pela lei de Kirchhoff para tensões,

$$\mathbf{V}_{ab} + \mathbf{V}_{R1} - \mathbf{V}_{R2} = 0$$

ou

$$
\begin{aligned}
\mathbf{V}_{ab} &= \mathbf{V}_{R2} - \mathbf{V}_{R1} \\
&= 80\text{ V}\angle 36{,}87^\circ - 60\text{ V}\angle -53{,}13^\circ \\
&= (64 + j\,48) - (36 - j\,48) \\
&= 28 + j\,96 \\
\mathbf{V}_{ab} &= \mathbf{100\ V\ \angle\ 73{,}74^\circ}
\end{aligned}
$$

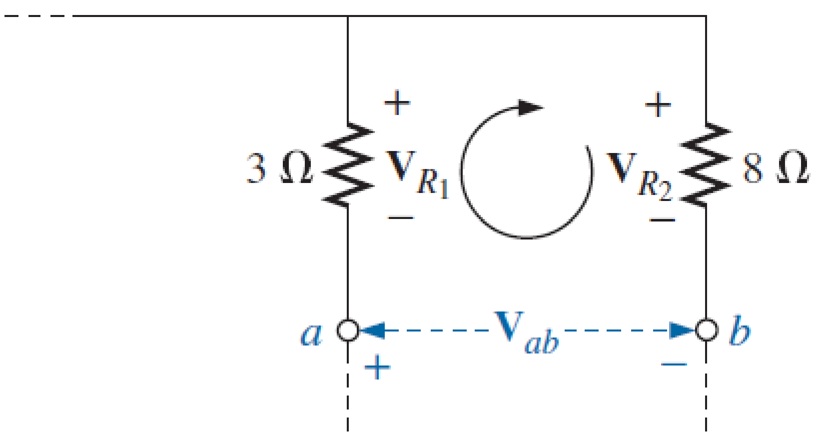


Figura 9 Determinação da tensão V*ab* para o circuito visto na Figura 7.

EXEMPLO 5

O circuito mostrado na Figura 10 é frequentemente encontrado na análise de circuitos contendo transistores. O circuito equivalente ao transistor inclui uma fonte de corrente I e uma impedância de saída Ro. O resistor RC é um resistor de polarização com a função de estabelecer condições CC específicas, e o resistor Ri representa a carga do estágio seguinte. O capacitor de acoplamento foi projetado para se comportar como um circuito aberto para a corrente contínua e ter uma impedância tão baixa quanto possível para as frequências de interesse, de modo a assegurar que VL seja máxima. A faixa de frequência inclui, nesse exemplo, todo o espectro correspondente às ondas sonoras audíveis, de 100 Hz até 20 kHz. O objetivo nesse exemplo é demonstrar que, em toda essa faixa, o efeito do capacitor pode ser ignorado. Ele cumpre sua função de agente bloqueador de CC, mas permite a passagem de CA praticamente sem alterações.

a) Determine VL para o circuito visto na Figura 10 na frequência de 100 Hz.

b) Repita o item (a) para uma frequência de 20 kHz.

c) Compare os resultados dos itens (a) e (b).

Soluções:

a) O circuito foi redesenhado com as impedâncias parciais mostradas na Figura 11:

$$\mathbf{Z}_1 = 50\ \text{k}\Omega \angle 0° \parallel 3{,}3\ \text{k}\Omega \angle 0° = 3{,}096\ \text{k}\Omega \angle 0°$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_i - jX_C$$

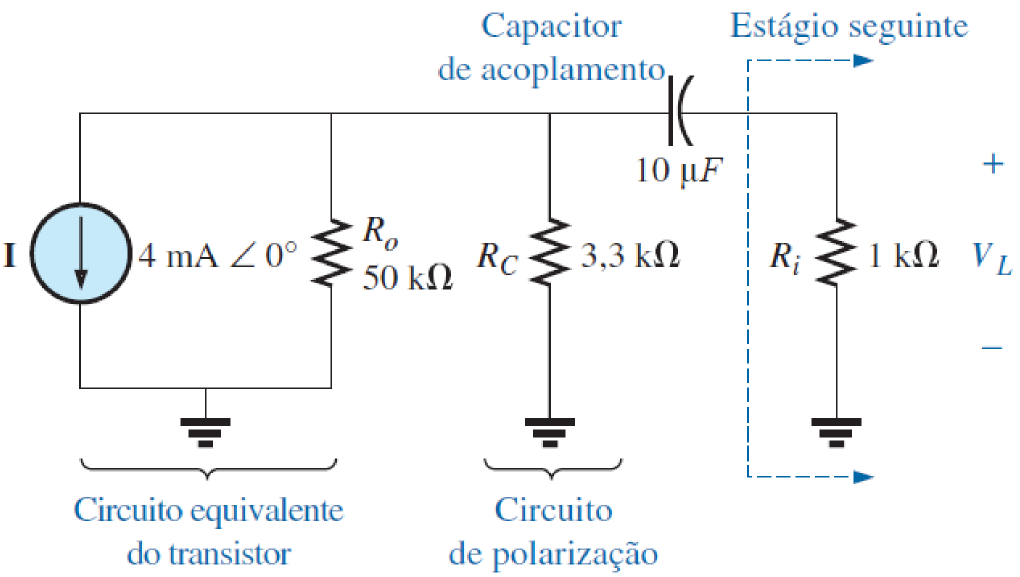


Figura 10

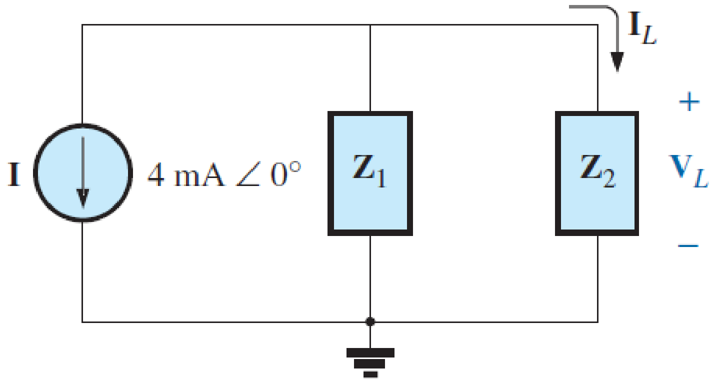


Figura 11

$$Para\ f = 100\,\text{Hz}, X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$= \frac{1}{2\pi(100\,\text{Hz})(10\mu\,\text{F})} = 159{,}16\Omega$$

e $\qquad \mathbf{Z}_2 = 1\ \text{k}\ \Omega - j159{,}16\ \Omega$

Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I}_L = \frac{-\mathbf{Z}_1\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{-(3{,}096\,\text{k}\,\Omega\angle 0\int)(4\text{mA}\angle 0\int)}{3{,}096\,\text{k}\,\Omega + 1\,\text{k}\,\Omega - j159{,}16\Omega}$$

$$= \frac{-12{,}384\,\text{A}\ \angle 0\int}{4096 - j159{,}16} = \frac{-12{,}384\,\text{A}\ \angle 0\int}{4099\angle -2{,}225\int}$$

$$= -3{,}02\,\text{mA}\ \angle 2{,}23\int = 3{,}02\,\text{mA}\ \angle 2{,}23\int + 180\int$$

$$= 3{,}02\,\text{mA}\ \angle 182{,}23\int$$

e $\qquad \mathbf{V}_L = \mathbf{I}_L\ \mathbf{Z}_R$

$$= (3{,}02\ \text{mA} \angle\ 182{,}23^\circ)\ (1\ \text{k}\ \Omega\ \angle\ 0^\circ)$$

$$= \mathbf{3{,}02\ V\ \angle\ 182{,}23^\circ}$$

b) $\qquad Para\ f = 20\,\text{kHz}, \text{X}_C = \frac{1}{2\pi f C}$

$$= \frac{1}{2\pi(20\,\text{kHz})(10\mu\,\text{F})} = 0{,}796\Omega$$

Note a grande variação de XC com a frequência. Obviamente, quanto maior a frequência, mais próxima de zero (curto-circuito) estará XC para condições de corrente alternada. Temos:

$$\mathbf{Z}_2 = 1\ \text{k}\Omega - j\ 0{,}796\ \Omega$$

Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_L &= \frac{-\mathbf{Z}_1\ \mathbf{I}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{-(3{,}096\,\text{k}\,\Omega\angle 0^\circ)(4\,\text{mA}\angle 0^\circ)}{3{,}096\,\text{k}\,\Omega + 1\,\text{k}\,\Omega - j0{,}796\Omega} \\
&= \frac{-12{,}384\,\text{A}\angle 0^\circ}{4096 - j0{,}796\Omega} = \frac{=12{,}384\,\text{A}\angle 0^\circ}{4096\angle -0{,}011^\circ} \\
&= -3{,}02\,\text{mA}\angle 0{,}01^\circ = 3{,}02\,\text{mA}\angle 0{,}01^\circ + 180^\circ \\
&= 3{,}02\,\text{mA}\angle 180{,}01^\circ
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_L &= \mathbf{I}_L\mathbf{Z}_R \\
&= (3{,}02\ \text{mA}\angle\ 180{,}01^\circ)(1\ \text{k}\ \Omega\ \angle\ 0^\circ) \\
&= \mathbf{3{,}02\ V\ \angle\ 180{,}01^\circ}
\end{aligned}$$

c) Os resultados indicam claramente que o capacitor interfere muito pouco na faixa de frequência de interesse. Além disso, observe que a maior parte da corrente da fonte chega até a carga em função dos parâmetros típicos empregados.