

RESISTÊNCIA, INDUTÂNCIA E CAPACITÂNCIA EM CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA

Eletricidade

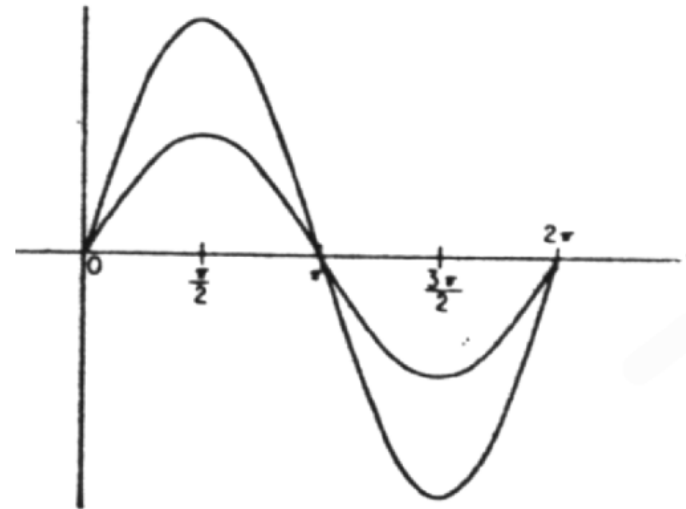
Aula 09

Resistência, Indutância e Capacitância em Circuitos de
Corrente Alternada



Tensão e corrente nos circuitos resistivos

- ▶ Em circuitos de corrente alternada em que só há resistores, como por exemplo, lâmpadas incandescentes e aquecedores, a tensão e a corrente estão em fase.
- ▶ A amplitude não é necessariamente igual para corrente e tensão, pois estas duas grandezas são medidas por meio de unidades diferentes



Indutores e Indutância

- ▶ O indutor, também conhecido por bobina, tem a função de acumular energia através de um campo magnético e também serve para impedir variações na corrente elétrica.
- ▶ Os indutores também são usados para formar um transformador, além de ser extensamente utilizados como filtro do tipo passa baixa (que exclui sinais de alta frequência).
- ▶ O indutor é composto por um condutor metálico enrolado em uma bobina, que ao receber **corrente elétrica variável, induz uma tensão no condutor de sentido contrário aquela que está originalmente passando**, segundo a **lei de Lenz**.
- ▶ Nos circuitos elétricos e eletrônicos, representamos os indutores nos circuitos como um fio enrolado.



Indutância

▶ **Vídeo 11**

- ▶ Quando um condutor tem a propriedade de fazer surgir nele próprio ou em outro condutor uma força eletromotriz induzida, diz-se que ele tem **indutância**.
- ▶ No circuito abaixo, há uma bobina (ou indutor) alimentada por uma fonte de tensão contínua.

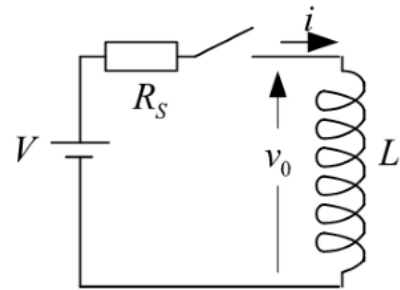


Fig.13-2c

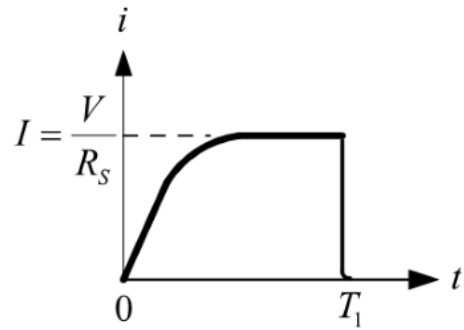
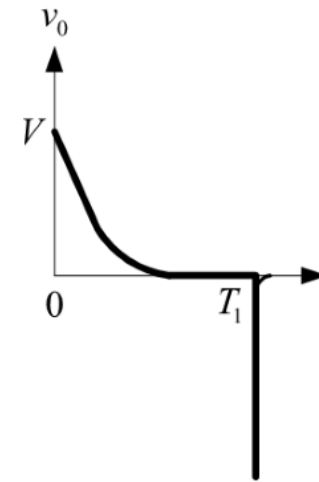


Fig.13-3c



Indutância

- ▶ Enquanto a chave está aberta, não há corrente no circuito nem campo magnético na bobina. Quando a chave é fechada (em $t = 0$), a intensidade da corrente começa a crescer a partir do zero, porém esse crescimento não é instantâneo. O campo magnético de cada espira da bobina induz uma força eletromotriz, que se opõe ao aumento da corrente.
- ▶ A corrente aumenta até um valor máximo determinado pela resistência (R_s) do circuito. Quando se atinge o máximo da corrente, o campo magnético para de variar cessando a f.e.m. induzida.
- ▶ Quando ocorrer uma variação na corrente, o campo magnético se modificará e gerará novamente uma força contra-eletromotriz. Isto acontecerá, por exemplo, quando a chave for aberta.



Indutância

- ▶ Sendo assim, os efeitos da indutância estão presentes nos circuitos elétricos quando ocorrer **variação de corrente**. Em um circuito de corrente contínua, a indutância só afeta a intensidade da corrente quando o circuito é ligado ou desligado.
- ▶ Já nos circuitos de corrente alternada, como a corrente varia o tempo todo, a indutância do circuito influi o tempo todo.
- ▶ O símbolo da indutância lembra o desenho de uma bobina.

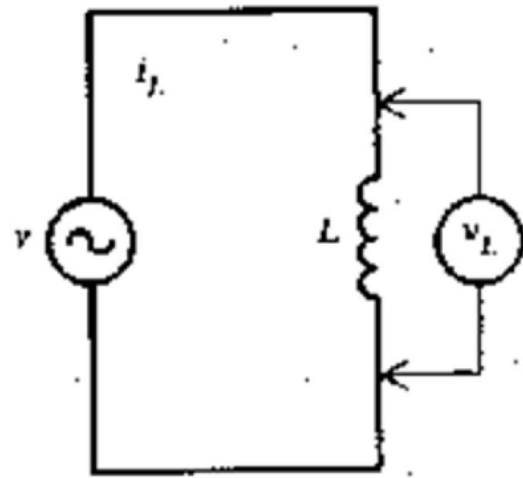


Efeito da indutância nos circuitos de corrente alternada

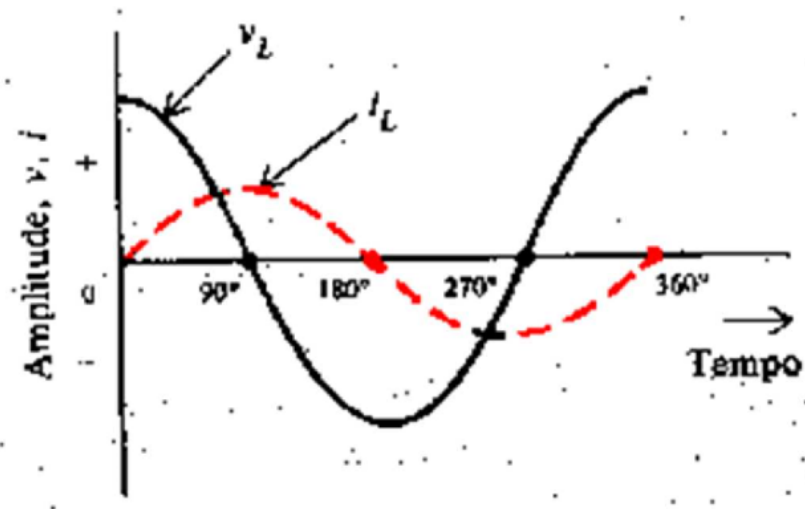
- ▶ Em um circuito teórico, com indutância pura (sem resistência), a **corrente** começa a crescer enquanto a tensão diminui e **sempre estará atrasada em relação à tensão**, devido à oposição que a indutância do circuito faz à variação de corrente.
- ▶ **A onda de corrente está 90° atrasada em relação à onda de tensão.**
- ▶ Em um circuito com indutância e resistência, a onda de corrente fica também atrasada com relação à onda de tensão, mas o ângulo de atraso da corrente é um valor entre zero e 90° , dependendo dos valores de resistência e indutância do circuito.



Efeito da indutância nos circuitos de corrente alternada



(a) Diagrama esquemático



(b) Diagrama de tempo: i_L segue 90° atrás de v_L



Reatância Indutiva

- ▶ Em qualquer instante, a queda de tensão no indutor é proporcional à razão de variação da corrente com relação ao tempo, então:

$$\text{▶ } V_L = L \frac{dI}{dt} \quad (1)$$

- ▶ A tensão média, então, será:

$$\text{▶ } \bar{V} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (2)$$

- ▶ O sinal negativo da equação indica que a força contra eletromotriz atua sempre no sentido de se opor à variação da própria corrente do circuito. (Lei de Lenz)



Reatância Indutiva

- ▶ Em um circuito indutivo a corrente varia de zero ao valor máximo em um tempo Δt igual a $1/4$ do período T da onda, resultando nas expressões seguintes:

$$\text{▶ } \Delta I = (I_{m\acute{a}x} - 0) = I_{m\acute{a}x} \quad (3)$$

$$\text{▶ } \Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1/f}{4} = \frac{1}{4f} \quad (4)$$

- ▶ Substituindo as equações (3) e (4) na equação (2), temos:

$$\text{▶ } \bar{V} = -4fLI_{m\acute{a}x} \quad (5)$$

- ▶ Sabe-se que o valor médio de uma onda senoidal é dado por:

$$\text{▶ } \bar{V} = \frac{2}{\pi} V_{m\acute{a}x} \quad (6)$$



Reatância Indutiva

- ▶ Substituindo a equação (5) na equação (6), obtemos:

$$\text{▶ } V_{m\acute{a}x} = -2\pi f L I_{m\acute{a}x} \quad (7)$$

- ▶ Dividindo-se a equação (7) por $\sqrt{2}$, obtém-se os valores eficazes da f.c.e.m. e da corrente:

$$\text{▶ } V_{ef} = -2\pi f L I_{ef}$$

- ▶ Uma vez que a tensão aplicada ao circuito tem tendência contrária à f.c.e.m., seu valor será:

$$\text{▶ } V_{ef} = 2\pi f L I_{ef} \quad (8)$$



Reatância Indutiva

- ▶ A oposição que a f.c.e.m. oferece à variação da corrente denomina-se **REATÂNCIA INDUTIVA** e é obtida com a aplicação da lei de Ohm:

$$\text{▶ } X_L = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} \quad (9)$$

- ▶ Substituindo a equação (8) na equação (9) obtemos:

$$\text{▶ } X_L = 2\pi fL \quad (10)$$

- ▶ Sendo $\omega = 2\pi f$, temos:

$$\text{▶ } X_L = \omega L \quad (11)$$

- ▶ Com: X_L : reatância indutiva, em Ohms [Ω]
- ▶ f : frequência, em Hertz [Hz]
- ▶ L : Indutância, em Henrys [H]
- ▶ ω : velocidade angular, em rad/s

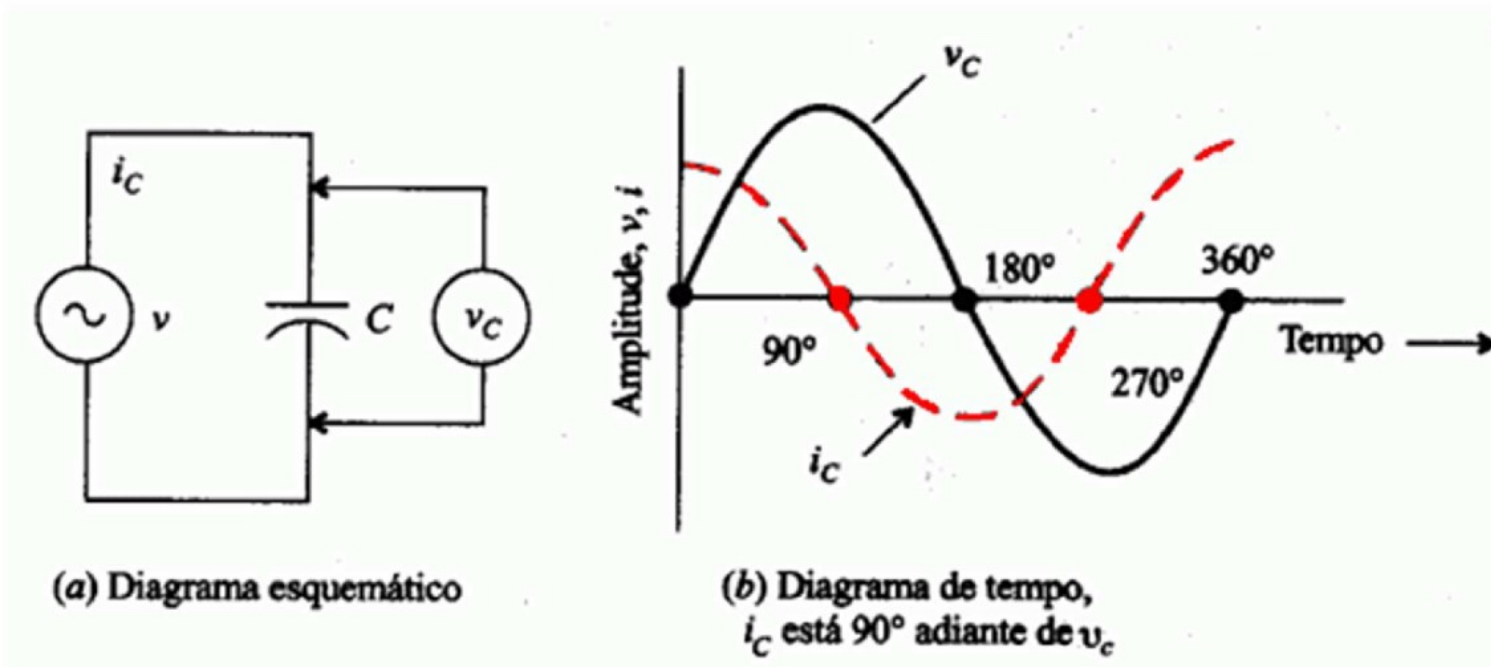


Capacitância nos circuitos de corrente alternada

- ▶ Um capacitor absorve energia do circuito quando suas placas são carregadas. Essa energia é devolvida quando as placas são descarregadas. Esse processo é análogo ao da geração e extinção do campo magnético em um indutor, mas a grandeza envolvida neste caso é a carga elétrica, não a corrente.
- ▶ A capacitância só afeta os circuitos de corrente contínua nos momentos em que são ligados ou desligados. Nos circuitos de corrente alternada, a tensão varia continuamente, então os efeitos da capacitância são sentidos o tempo todo.
- ▶ Em um circuito capacitivo puro, **a onda de corrente está adiantada 90° em relação à tensão**. Em um circuito com resistência e capacitância, a defasagem entre a corrente e a tensão é um valor entre zero e 90° .



Capacitância nos circuitos de corrente alternada



Reatância Capacitiva

- ▶ Pela definição de corrente, sabe-se que:

$$\text{▶ } I = \frac{dQ}{dt} \quad (12)$$

- ▶ Sabe-se também que em um capacitor:

$$\text{▶ } V = \frac{Q}{C} \quad (13)$$

- ▶ Então, substituindo (13) em (12), temos:

$$\text{▶ } I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} \quad (14)$$

- ▶ Então, a corrente média é dada por:

$$\text{▶ } \bar{I} = C \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (15)$$



Reatância Capacitiva

- ▶ Considerando a variação de tensão em $1/4$ de período, temos:

$$\Delta V = V_{m\acute{a}x} - 0 = V_{m\acute{a}x} \quad (16)$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4f} \quad (17)$$

- ▶ Substituindo as equações (16) e (17) em (15), temos:

$$\bar{I} = 4fCV_{m\acute{a}x} \quad (18)$$

- ▶ Mas, como a corrente é senoidal:

$$\bar{I} = \frac{2}{\pi}I_{m\acute{a}x} \quad (19)$$

- ▶ Logo, substituindo (19) em (18):

$$I_{m\acute{a}x} = 2\pi fCV_{m\acute{a}x} \quad (20)$$



Reatância Capacitiva

- ▶ Dividindo os dois membros por $\sqrt{2}$ temos os valores eficazes:

$$\text{▶ } I_{ef} = 2\pi f C V_{ef} \quad (21)$$

- ▶ A diferença de potencial que aparece entre as placas de um capacitor se opõe à variação da tensão aplicada no capacitor. Essa oposição é chamada de **REATÂNCIA CAPACITIVA**, e para obtê-la fazemos:

$$\text{▶ } X_C = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} \quad (22)$$



Reatância Capacitiva

- ▶ Substituindo (21) em (20):

$$\text{▶ } X_C = \frac{V_{ef}}{2\pi f C V_{ef}} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{\omega C} \quad (23)$$

- ▶ Onde:
- ▶ X_C : reatância capacitiva, em Ohms [Ω];
- ▶ f : frequência, em Hertz [Hz];
- ▶ C : capacitância, em Farads [F];
- ▶ $\omega = 2\pi f$: velocidade angular, em rad/s.



Exemplos

- ▶ 1. Qual é a tensão média induzida em um circuito de indutância 0,8mH, se a corrente variou 2500A em 500ms?
▶ R: $\bar{V} = 4V$.
- ▶ 2. Calcule a reatância indutiva de uma bobina, sabendo que ela tem uma indutância de 1,965 H e está ligada a uma tensão alternada senoidal cuja frequência é 60Hz.
▶ R: 741Ω .
- ▶ 3. Determine o valor do capacitor que, ligado a uma tensão senoidal de frequência 50Hz, tem uma reatância igual a $21,22\Omega$.
▶ R: $1,5 \times 10^{-4} F = 150\mu F$.



Exercícios Para Casa

- ▶ 1. Um capacitor de $100\mu\text{F}$ está carregado e em seus terminais existe uma tensão de 220V . Um condutor é ligado aos terminais deste capacitor, de modo que, após 10ms , a tensão foi reduzida para 50V . Qual é a corrente média de descarga?
- ▶ 2. Uma bobina é ligada a uma tensão senoidal, cuja frequência é igual a 50Hz . Se a bobina tem uma reatância de 12Ω , qual é o valor de sua indutância?
- ▶ 3. Calcule a reatância de um capacitor de 68nF , ligado a uma tensão alternada senoidal de frequência 60Hz .



Respostas

- ▶ 1. 1,7A.
- ▶ 2. 38,2mH.
- ▶ 3. 39k Ω .



Cálculo das tensões e correntes alternadas em circuitos contendo Indutores

- ▶ Em circuitos indutivos puros, a onda de **corrente** está **90° atrasada** em relação à onda de **tensão**.
- ▶ Ou, de maneira análoga, a onda de **tensão** está **adiantada 90°** em relação à onda de **corrente**.
- ▶ Além disso, temos que a Reatância Indutiva é dada por: $X_L = \omega L$. Portanto, para calcular a tensão alternada e a corrente alternada em um circuito indutivo puro, podemos utilizar as seguintes expressões:

$$\text{▶ } v_L(t) = \omega L I_{Lm} \cos[\omega t + \theta_0 + \pi/2]$$

$$\text{▶ } i_L(t) = \frac{V_{Lm} \cos[\omega t + \theta_0 - \pi/2]}{\omega L}$$



Cálculo das tensões e correntes alternadas em circuitos contendo Capacitores

- ▶ Em circuitos capacitivos puros, a onda de **corrente** está **adiantada 90°** em relação à onda de **tensão**.
- ▶ Ou, de maneira análoga, a onda de **tensão** está **atrasada 90°** em relação à onda de **corrente**.
- ▶ Além disso, temos que a Reatância Capacitiva é dada por:
- ▶ $X_C = \frac{1}{\omega C}$. Portanto, para calcular a tensão alternada e a corrente alternada em um circuito capacitivo puro, podemos utilizar as seguintes expressões:

$$\text{▶ } v_C(t) = \frac{1}{\omega C} I_{Cm} \cos[\omega t + \theta_0 - \pi/2]$$

$$\text{▶ } i_C(t) = \frac{V_{Cm} \cos[\omega t + \theta_0 + \pi/2]}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C V_{Cm} \cos[\omega t + \theta_0 + \pi/2]$$



Exemplos

No indutor $L = 200 \text{ mH}$ passa a corrente $i_L(t) = 2 \cos\left(100t + \frac{\pi}{3}\right)$. Determinar a tensão $v_L(t)$ sobre esse indutor.

Solução:

$$I = 2 \text{ A}; \quad \omega = 100 \text{ rd/s}; \quad \theta_i = \frac{\pi}{3} \text{ rd}$$

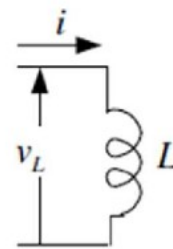
$$v_L = L\omega e^{\frac{\pi}{2}} \times I e^{j\frac{\pi}{3}} = L\omega I e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)}$$

$$\text{Amplitude de } v_L(t) = |v_L| = L\omega I = 200 \times 10^{-2} \times 100 \times 2 = 40 \text{ volt}$$

$$\text{Fase inicial de } v_L(t) = \arg(v_L) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} \text{ rd}$$

Portanto:

$$v_L(t) = 40 \cos\left(100t + \frac{5\pi}{6}\right)$$



Exemplos

Sobre o indutor $L = 200 \text{ mH}$ tem-se a tensão $v(t) = 40 \cos\left(100t + \frac{5\pi}{6}\right)$. Determinar a corrente $i_L(t)$ que percorre esse indutor.

Solução:

$$V = 40 \text{ volt}; \quad \omega = 100 \text{ rd/s}; \quad \theta_V = \frac{5\pi}{6} \text{ rd}$$

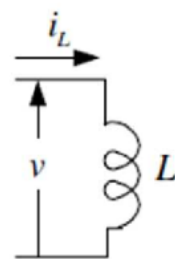
$$i_L = \frac{V e^{j\frac{5\pi}{6}}}{L\omega e^{j\frac{\pi}{2}}} = \frac{V}{L\omega} e^{j\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\text{Amplitude de } i_L(t) = |i_L| = \frac{V}{L\omega} = \frac{40}{200 \times 10^{-3} \times 100} = 2 \text{ ampere}$$

$$\text{Fase inicial de } i_L(t) = \arg(i_L) = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \text{ rd}$$

Portanto:

$$i_L(t) = 2 \cos\left(100t + \frac{\pi}{3}\right)$$



Bibliografia

- ▶ Silva Filho, Matheus Teodoro da; **Fundamentos de Eletricidade**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

