INSTITUTO FEDERAL
ESPÍRITO SANTO

CÁLCULO DE VIGAS – INTRODUÇÃO - TABELAS

Dada a forma da estrutura do prédio, calculamos os quinhões de carga que as lajes transferem às vigas. Conhecidas as cargas, pelo Método de Cross, calculamos os diagramas de momentos fletores e forças cortantes que agem na viga. Conhecidos os valores máximos de momentos e de forças cortantes, podemos passar ao cálculo e dimensionamento das vigas.

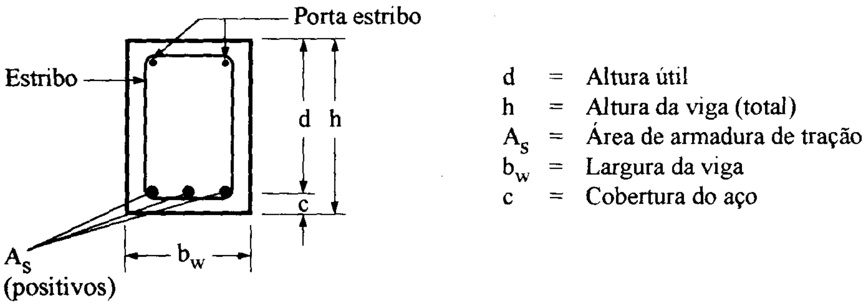
O que é dimensionar uma viga?

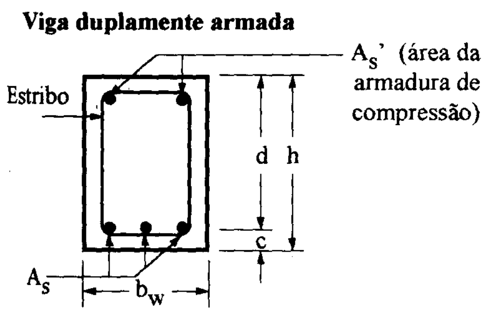
Dimensionar uma viga é fixar sua forma geométrica, as armaduras positivas (tração embaixo e compressão em cima), as armaduras negativas, (tração em cima e compressão embaixo), calcular eventualmente a dupla armadura (o aço vai embaixo para a tração e vai em cima para ajudar o concreto na compressão).

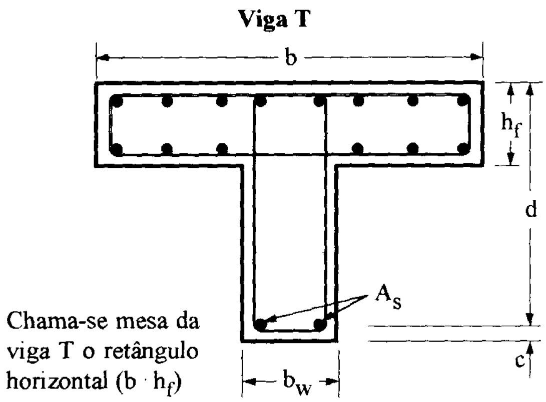
Além disso, prevem-se estribos que além da condição construtiva à armadura tem importantíssima missão de dar resistência às vigas para vencer o cisalhamento.

Tipos de armação de vigas:

Vigas simplesmente armada (para momento positivo)[1]:







Observação:

1. Não estudaremos neste curso vigas **T** duplamente armadas.

2. As vigas **T** são comuns nas vigas que sustentam lajes e onde nos apropriamos de parte de e para considerar como parte da viga. Nas vigas, de baldrames onde não existe a rigor uma laje não podemos considerar a existência de vigas **T.**

Para o cálculo de vigas usaremos as tabelas a seguir, São as mesmas tabelas usadas no cálculo de lajes armadas em cruz.

Queremos destacar que no uso de tabelas de vigas e de lajes, não precisamos nos preocupar com os coeficientes de majoração de cargas ou minoração de resistência dos materiais pois esses coeficientes já estão

[1] Nas proximidades dos apoios internos das vigas a armadura positiva (inferior) deixa de ser necessária e torna-se necessário usar armadura negativa (superior).

incorporados nas mesmas. Note-se que no estudo de pilares gordinhos aparecem explicitamente esses coeficientes, já que não usamos tabelas que englobam coeficientes.

No cálculo de pilares esbeltos onde usamos tabela que já incorporam os coeficientes de majoração e minoração não trabalharemos com cargas de projeto (Pd, Md) e sim com cargas de serviço (P, M).

3. Apresentamos a seguir tabelas A e B. A tabela A fornece inter relação dos valores, K e a os vários tipos de aço e para dois tipos de concreto. A tabela A será útil para o cálculo de s simplesmente armada, vigas com armação dupla e vigas **T**. A tabela B fornece a relação entre K e é necessária para o cálculo de seção duplamente armada.

4. Não estranhe se a tabela **A** for igual à tabela **T**. Afinal de contas conhecidos os momentos fletores em uma laje, esta é calculada como uma viga simplesmente a de 100 cm de largura.

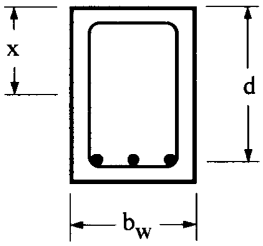
ROTEIRO PARÁ O CÁLCULO DE VIGAS

Usaremos o seguinte roteiro de cálculo para o dimensionamento de vigas retangulares.

Armadura Simples:

M = momento de serviço (sem majorar)

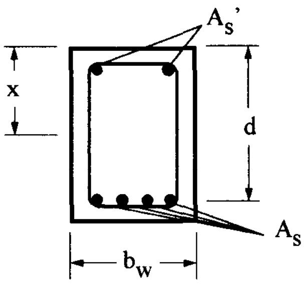
$$k_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M} \quad \Rightarrow \quad \text{Tabela A} \quad \Rightarrow \quad k_3$$



$$\boxed{A_s = k_3 \cdot \frac{M}{d}}$$

Armadura Dupla:

$$k_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M} \quad \Rightarrow \quad k_6 < k_{6}\ \text{lim}$$



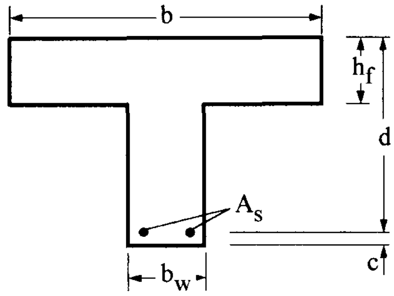
$$M_{lim} = \frac{b_w \cdot d^2}{k_{6\,lim}}$$

$$\Delta M = M - M_{lim}$$

$$\boxed{A_S = k_{3lim} \cdot \frac{M_{lim}}{d} + k_7 \frac{\Delta M}{d}} \qquad \boxed{A'_S = k_8 \cdot \frac{\Delta M}{d}}$$

A entrada na tabela B que dá K_7 e k_8 é por ξ.

Seção T com armadura simples:



$$\xi_f = \frac{h_f}{d}$$

$k_6 = \dfrac{b \cdot d^2}{M}$ ⇨ Tabela ⇨ $\xi < \xi_f$ seção retangular

k_3 ⇨ $A_S = k_3 \cdot \dfrac{M}{d}$

$k_6 = \dfrac{b \cdot d^2}{M}$ ⇨ Tabela ⇨ $\xi < \xi_f$ ⇨ T $\left\{ \begin{array}{l} \text{Não é real e só serviu para} \\ \text{definir o dimensionamento} \\ \text{como seção T.} \end{array} \right.$

$\xi = \dfrac{\xi_f}{0{,}8}$ ⇨ Tabela ⇨ k_{6f}, k_{3f} ⇨ $M_f = \dfrac{(b - b_w) \cdot d^2}{k_{6f}}$

$M_w = M - M_f$ ⇨ $k_6 = \dfrac{b_w \cdot d^2}{M_w}$ ⇨ Tabela ⇨ $k_6 < k_{6\,lim}$, k_3

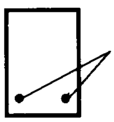
$$\boxed{A_s = k_3 \cdot \frac{M_w}{d} + k_{3f} \cdot \frac{M_f}{d}}$$

Observação: Aos alunos que estão estudando esta matéria pela primeira vez (dimensionamento de vigas) devem estar tendo alguma dificuldade. O assunto se esclarecerá nos exercícios de aplicação.

DIMENSIONAMENTO DE VIGAS SIMPLESMENTE ARMADAS À FLEXÃO

Daremos agora a metodologia para cálculo de vigas simplesmente armadas no que diz respeito à armadura que resiste à flexão. (Lembremos que nas lajes, depois de conhecidos os momentos no centro dos vãos e nos apoios, elas são calculadas como se fossem vigas de um metro de largura)

Seção da viga



Armadura principal

Momento positivo: essa armadura é inferior.
Momento negativo: essa armadura é superior.

Ao invés de explicar com exemplos teóricos vamos dar exemplos práticos e depois analisemos os resultados.

As tabelas A e B são suficientes para os dois tipos mais comuns de concretos correntes em obras (f_{ck}=180 kgf/cm^2 para obras de maior vulto e f_{ck} = 150 kgf/cm^2 (obras de menor vulto) e para os tipos de aços mais comuns no mercado (CA 50A, CA 50B e CA 60B).

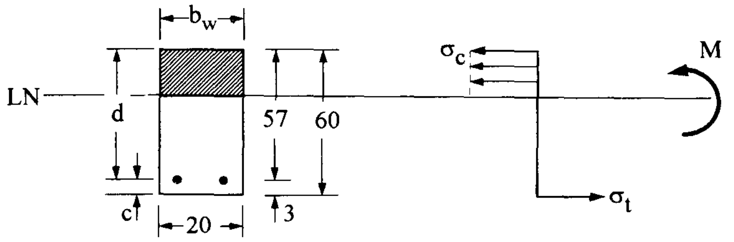
1 Exemplo: Dimensionar uma viga de 20 cm de largura e apta a receber um momento de 1200 tfcm para um concreto f_{ck} = 180 kgf/cm^2 e aço CA 50A.

1º passo - Fixemos uma altura para essa viga.

Fixar uma altura excessiva ou insuficiente, mas a própria tabela o conduzirá até uma altura adequada.

Fixemos d = 57 cm b_w = largura da viga;

d = altura da viga sem considerar o cobrimento de armadura.



Calculemos inicialmente o coeficiente k_6 que vale:

$$k_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M} = \frac{20 \cdot (57)^2}{1.200} = 54{,}15 \quad \Big\} \text{ Para entrar na tabela, respeitar as unidades.}$$

Chamamos a atenção para o uso dessas tabelas A e B que as dimensões devem ser calculadas em cm e o momento em tfcm. K_6 = 54,15

Procuremos agora na tabela A com f_{ck} = 180 kgf/cm^2 e CA 50A qual o coeficiente denominado k_3 que corresponde a k_6 = 54,15.

	k_6	CA 50A k_3
entrada →	54,15	0,372

⇨ $k_3 = 0{,}372$

A área do aço será agora calculada diretamente através de fórmula:

$$A_S = k_3 \cdot \frac{M}{d} = 0{,}372 \cdot \frac{1.200}{57} = 7{,}83\ \text{cm}^2$$ [2]

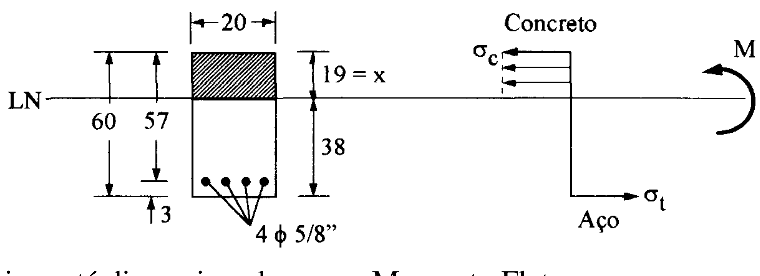
Conclusão: Temos que colocar aí um número de barras de aço que tenham 7,83cm^2 de área. Escolhamos 4 ϕ 5/8" (Consultar a Tabela Mãe).

Para este caso não é obrigatório saber-se a onde está a linha neutra, mas a tabela nos dá essa posição, pois para o mesmo código de entrada k_6 = 54,15 resulta:

$$\varepsilon = \frac{x}{d} = 0{,}336$$

$$x = d \cdot 0{,}336 = 57 \cdot 0{,}336 = 19 \text{ cm}$$

A solução completa da viga é:



A viga está dimensionada para o Momento Fletor.

[2] Os dados de entrada são cargas e Momentos Fletores de serviço, ou seja, sem coeficientes de majoração. Esses coeficientes de majoração de esforços e minoração de resistências estão internos às tabelas de dimensionamento de vigas (e lajes).

Se não houver problema de alojamento do aço a área de 7,83 cm^2 poderia sem problemas ser substituída por 3 ϕ 3/4".

Notar que a linha neutra está sempre mais próxima da borda superior do que a inferior. A causa disso é a presença de um material estranho (aço) numa seção de concreto. Como o E_s (Módulo de Elasticidade do aço) é muito maior do que Ee e não se considera a resistência concreto à tração, isso tende a jogar a LN para cima. No concreto armado a LN, geral, se afasta do aço.

Como seria o problema se o concreto fosse f = 150 kgf/cm^2?

O k_6 não muda já que é uma característica geométrica da seção (b d) e do Momento. Varia agora o k_3 que valerá 0,382.

A área de aço será (olhar a tabela A, parte direita):

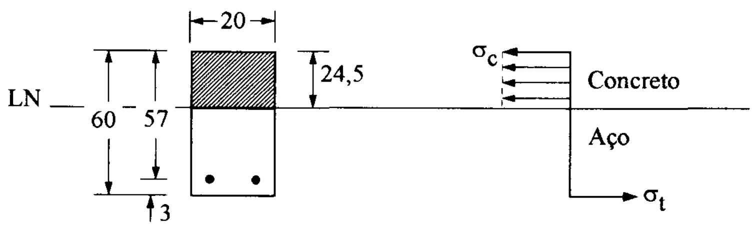
$$A_S = k_3 \cdot \frac{M}{d} = 0{,}382 \cdot \frac{1.200}{57} = 8{,}05 \text{ cm}^2$$

Calculemos:

$$\varepsilon = 0{,}43 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{x}{d} \quad \Rightarrow \quad 0{,}43 = \frac{x}{d} \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}43 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}43 \cdot 57$$

Onde: X= 24,5 cm.

A nova situação da viga será:



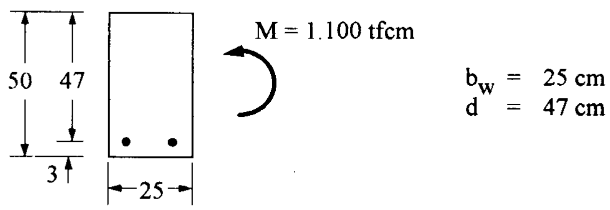
A conclusão a que se chega, é que o uso de concreto de menor qualidade (f_{ck} = 150 kg/cm^2 a um maior consumo de aço que no caso específico é desprezível, mas a conclusão não.

A linha neutra abaixou de posição indicando que mais seção de concreto terá que resistir ao Momento Fletor. Por que mais seção de concreto? Exatamente porque o concreto agora é mais, fraco teremos que usar mais aço e a viga terá uma maior parte comprimida que o outro caso. Se fizéssemos o cálculo com f_{ck} menores mantendo o momento e as dimensões das vigas, veríamos mais aço seria necessário e a linha neutra mais se abaixaria.

2º Exemplo:

Dimensionar uma viga de 25 cm de largura e apta a receber um momento de 1.100 tfcm para f_{ck} = 180 kgf/cm^2 e aço CA 50B.

Estabelecemos a altura da viga em 50 cm.



A rotina é sempre a mesma

$$k_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M} = \frac{25\,cm \cdot (47\,cm)^2}{1.100\,tfcm} = 50$$

Procurando na tabela de f_{ck}= 180 kgf/cm^2 e aço CA 5OB com k = 50 temos K_3=0,379. O cálculo de A_s será:

$$A_S = k_3 \cdot \frac{M}{d} = 0{,}379 \cdot \frac{1.100}{47} = 8{,}8\,cm^2 = 5\ \phi\ 5/8''.$$

Tentemos calcular essa seção com um concreto mais fraco (f_{ck} = 150 kgf/cm^2.

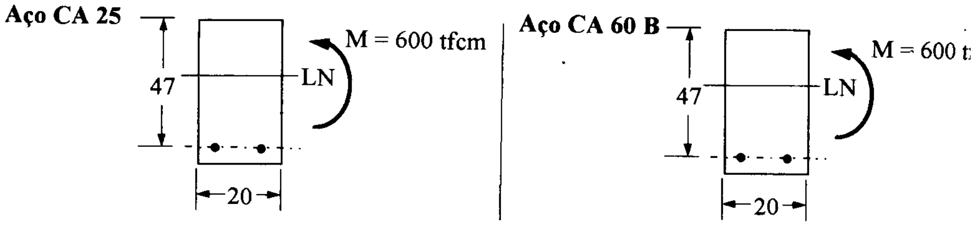
Vemos que caiu fora da tabela[3], mas podemos dimensionar esta peça com armadura dupla.

Importante é salientar que quando caímos fora da tabela isso quer dizer que a seção poderá resistir apenas com armadura na parte tracionada deveremos colocar armadura também na parte comprimida.

3º Exemplo:

Vamos comparar agora o caso de dois aços de qualidade bem diferentes, ou seja, vamos mesmo caso usar aço CA 25 (o mais fraquinho) e o CA 60B (o mais fortinho) aplicados à mesma viga e ao mesmo momento.

Assim seja uma viga de 20 x 50 cm e um Momento Fletor de 600 tfcm e calculemos as áreas de ferragens (f_{ck} = 150 kgf/cm^2).



$$K_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M} = \frac{20 \cdot 47^2}{600} = 73{,}6 \qquad K_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M} = \frac{20 \cdot 47^2}{600} = 73{,}6$$

Até aqui tudo igual. Calculemos agora o k_3, à esquerda para aço CA 25 e a direita para CA60 B.

CA 25	**CA 60 B**
K_3 = 0,729 A área da armadura nesse caso será: As = k_3. M/d = 0,729.600/47= 9,3 cm^2 A = 9,3 cm^2 Escolhemos 4 ϕ 3/4"	K_3 = 0,303 A área da armadura nesse caso será: As = K_3 . M/d = 0,303. 600/47= 3,9 cm^2 A = 3,9 cm^2 Escolhemos 3 ϕ 1/2"

Conclusão (lógica): Quando usamos aço melhor (CA 60B) usa-se menos aço do que se usar aço inferior (CA 25).

E a posição de linha neutra?

Da mesma tabela tiram-se os resultados (o código de entrada é k_6)

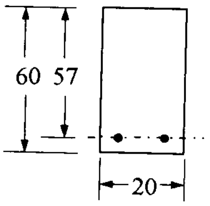
$\varepsilon_{CA\ 25} = 0{,}29 \quad \varepsilon_{CA\ 60B} = 0{,}29$

Conclusão: A posição da linha neutra não se altera, ou seja a posição da linha neutra já estava definida com k e este é definido só com as características do Momento Fletor e da seção geométrica.

[3] K_6 muito pequeno

DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DUPLAMENTE ARMADAS

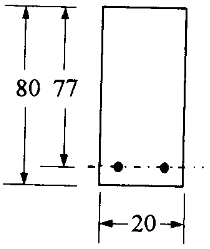
Dimensionar a seção de uma viga de 20 x 60 cm sujeita a um Momento Fletor de 20 tfm.
Aço CA 50A e fck =180 kgf/cm^2.



$$M = 20 \text{ tfm} = 2.000 \text{ tfcm}$$

$$k_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M} = \frac{20 \cdot 57^2}{2.000} = 32{,}49$$

Ao se procurar o coeficiente k_6 na tabela A não o encontramos o k_3 correspondente pois o menor valor de k_6 com existência de k_3 é 35. O que isso quer dizer? Quer dizer que com armadura simples não poderá resistir a esse Momento Fletor. Uma solução para vencer o problema é aumentar a altura. Passemos a altura para 80 cm.



$$M = 20 \text{ tfm} = 2.000 \text{ tfcm}$$

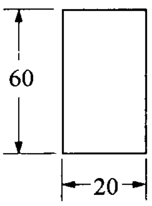
$$k_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M} = \frac{20 \cdot 77^2}{2.000} = 59{,}3$$

Pronto, nesse caso já existe o k_3 e poderíamos dimensionar a viga. Sucede que nesse momento, por motivo arquitetônico (sempre os arquitetos) não podemos alterar a seção da nossa viga que deve ser de 20 x 60 cm.

Como fazer? A seção 20 x 60 cm com armadura simples não dá. Uma idéia é enriquecer a viga, ou seja, colocar em cima e embaixo um material mais nobre que o concreto, ou seja, colocar o aço.

Como calcular esse aço adicional, ou seja como calcular essa viga?

É o que veremos daqui por diante.



$M = 20$ tfm $= 2.000$ tfcm

Aço CA 50 A

$f_{ck} = 180$ kgf/cm^2

Primeiramente verifiquemos o k_6 limite para esse concreto e aço.
O k_6 limite é 35, ou seja, até um certo Momento Fletor a viga poderia ser simplesmente armada.

A fórmula do k_6 é:

$$k_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M}.$$

O momento limite que resulta k_6 lim = 35 é:

$$M_{lim} = \frac{b_w \cdot d^2}{k_{6lim}} \Rightarrow M_{lim} = \frac{20 \cdot 57^2}{35} = 1.856 \text{ tfcm}$$

Esse é o maior momento que uma seção simplesmente armada pode resistir, O valor de ε é 0,602. (ver tabela A)

Temos um momento que atua na seção que vale 2.000 tfcm e o momento limite da seção simplesmente armada é M = 1.856 tfcm. Temos pois uma diferença de momentos que a seção simplesmente armada não pode absorver que é AM = 2.000 - 1856 = 144 tfcm. Com o valor de ε (0,602) entramos na tabela B e resultam (verificando o tipo de aço) os valores de k_7 e K_8.

A armadura inferior total (As) é calculada pela fórmula:

$$A_s = k_3 \lim \cdot \frac{M_{lim}}{d} + k_7 \cdot \frac{\Delta M}{d}$$

No nosso caso:

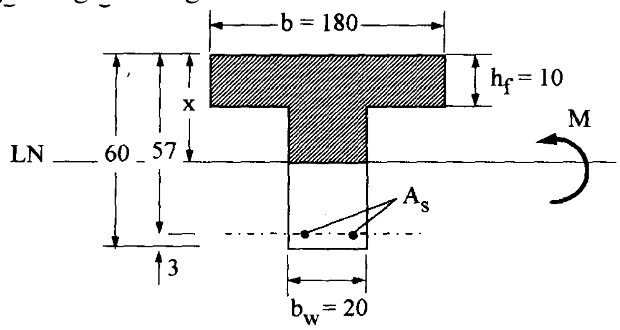
$$A_s = 0,424 \cdot \frac{1.856}{57} + 0,559 \cdot \frac{144}{57} = 15,21 \text{ cm}^2$$

A área de aço de 15,21 cm^2 é a área de aço para colocar na parte inferior da viga - armadura tracionada.
A armadura superior será calculada pela fórmula:

$$A'_s = k_8 \cdot \frac{\Delta M}{d} = 0,358 \cdot \frac{144}{57} = 0,9 \text{ cm}^2 .$$ **Fácil não?**

DIMENSIONAMENTO DE VIGAS T SIMPLESMENTE ARMADAS

Seja a viga T a seguir:



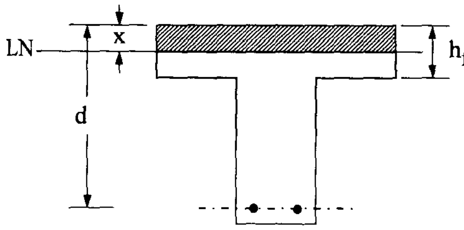
M = 1.200 tfcm

Aço CA 50 A

f_{ck} = 180 kgf/cm^2

Na seção T é fundamental saber-se aonde está a linha neutra.

Se esta cortar a mesa, a viga não é viga T e sim viga de seção retangular já que acima dela temos uma seção retangular de concreto trabalhando à compressão e abaixo dela temos uma seção de concreto que não é levado em conta. Vejamos os esquemas:

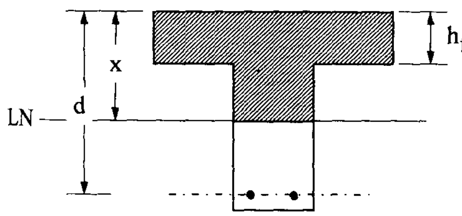


1º Caso

Esta não é uma viga T e sim retangular pois $x < h_f$.

$$\xi = \frac{x}{d} < \xi_f = \frac{h_f}{d}$$

Seja agora uma outra viga T com LN passando bem mais baixo (não cortando a mesa) e que se mostra a seguir:



2º Caso

Esta é uma viga T de verdade pois $x > h_f$.
A condição da viga T é:

$$\xi = \frac{x}{d} \geq \xi_f = \frac{h_f}{d}$$

Voltemos ao exemplo numérico do início desta aula.

Calculemos inicialmente $\xi_f = \dfrac{h_f}{d} = \dfrac{10}{57} = 0{,}175$.

Calculemos agora a quantidade $k_6 = \dfrac{b \cdot d^2}{M} = \dfrac{180 \cdot 57^2}{1.200} = 487$.

Calculemos a quantidade de k_6 como se a viga fosse retangular e vejamos o ε correspondente. Pela tabela A para aço CA 50A e f_{ck} = 180 kgf/cm^2.

ε=0,032 ou ε_f=0,175 > ε

E OU >

Conclusão: Estamos no caso da linha neutra cortar a mesa e portanto não estamos na condição de viga T. (estamos no **1º caso**)

Seja agora um outro caso da mesma estrutura trabalhando agora com M = 7.000 tfcm. Sabemos que quando aumenta o Momento a LN abaixa-se para que mais seção de concreto trabalhe a compressão. Verifiquemos pois se agora a LN deixou de cortar a mesa.

$$k_6 = \frac{b \cdot d^2}{M} = \frac{180 \cdot 57^2}{7.000} = 83 \qquad \xi = 0{,}210$$

$\xi > \xi_f \Rightarrow$ estamos na condição de viga T. (2º caso)

Observamos que o cálculo de ε supondo a viga retangular só serviu para verificar se a viga funciona como retangular ou não. Daqui por diante passaremos ao dimensionamento:

1º passo:

Cálculo de ξ. Por razões teóricas pode-se provar que: $\xi = \dfrac{\xi_f}{0{,}8}$

$\xi = \dfrac{\xi_f}{0{,}8} = \dfrac{0{,}175}{0{,}8} = 0{,}219$. Entrando com ξ na tabela A resulta $k_{6f} = 80$ e $k_{3f} = 0{,}353$

$$k_{6f} = \frac{(b - b_w)\cdot d^2}{M_f} \Rightarrow M_f = \frac{(b - b_w)\cdot d^2}{k_{6f}} = \frac{(180-20)\cdot 57^2}{80}$$

Sendo:
M = 6.498 tfcm (momento das abas)
M = M - Mf
M = 7.000 - 6.498 = 502 tfcm (momento da alma)

$$k_6 = \frac{b_w \cdot d^2}{M_w} = \frac{20\cdot 57^2}{502} = 129$$

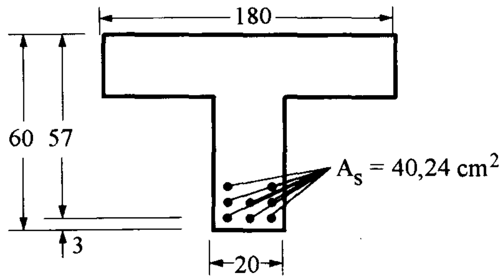
Entramos na tabela A ⇨ $k_3 = 0{,}34$.

O cálculo da armadura será:

$$A_s = k_3 \cdot \frac{M_w}{d} + k_{3f} \cdot \frac{M_f}{d}$$

$$A_s = 0{,}34 \cdot \frac{502}{57} + 0{,}353 \cdot \frac{6.498}{57} \Rightarrow A_s = 40{,}24\ \text{cm}^2$$

Vamos aplicar esses resultados na nossa viga T.



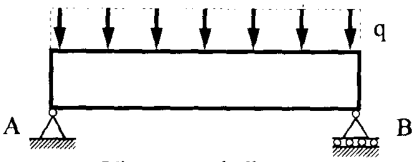
Estamos em condição de Momento Fletor extremamente alto para esta seção resultando em uma área de aço muito grande. Face a isso temos aço demais para alojar em uma pequena área. Tivemos que colocar aço em posições mais altas e com isso altera-se a nossa suposição de que a área do aço estivesse a 57 cm (d) da extremidade superior da aba. No caso presente como temos uma camada de aço fora da distância de 57 cm, deveríamos considerar uma outra distancia d, digamos cerca de 54 cm.

Fica pois claro uma coisa: a altura útil de uma viga (d) é a distância da borda comprimida da viga ao centro de gravidade da armadura tracionada.

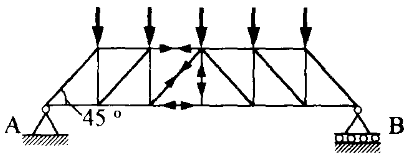
DIMENSIONAMENTO DE VIGAS AO CISALHAMENTO

As vigas ao sofrerem a ação de uma carga vertical sofrem a possibilidade de suas lamelas escorregarem uma sobre as outras, Ao fazer a experiência com folhas de papel os grampos aumentavam a resistência da viga de folhas.

Numa viga de concreto armado quem interliga as lamelas? A armadura de tração não é. A eventual armadura de compressão também não. Quem agüenta então? São os estribos. Para explicar melhor esses fenômeno muitas vezes associa-se uma viga em trabalho a uma treliça para uma comparação de fenômenos e de elementos resistentes.

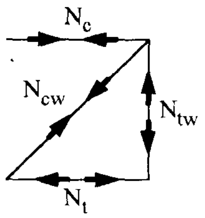


Viga em trabalho



Treliça associada à viga em trabalho (chamda treliça clássica).

Em detalhe um trecho da treliça.



N_c = Força de compressão no banzo superior
N_{cw} = Força de compressão no banzo inclinado
N_{tw} = Força normal de tração no banzo vertical
N_t = Força normal de tração no banzo inferior

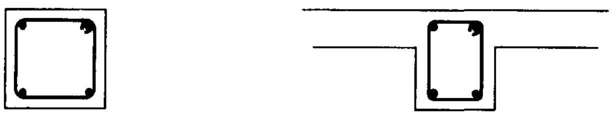
Se uma viga pode associar-se a uma treliça quem é o responsável pelo quê?

• A força de compressão N_c é resistida pelo concreto;
• A força de tração N_t é resistida pela armadura inferior da viga;
• A força de compressão N_{cw} que ocorre no banzo inclinado é resistido na viga pelo concreto;
• A força normal de tração N_{tw} ocorre no banzo vertical é resistido pelos estribos.

O cálculo da seção de concreto, das armaduras inferiores e superiores já foi visto anteriormente. Resta dimensionar a solidariedade entre as várias camadas horizontais do concreto.

Até um passado recente essa tarefa de solidariedade era deixada a cargo da armadura principal dobrada e dos estribos. A tendência moderna é de deixar aos estribos toda essa solidariedade. Face a isso esta aula é uma aula de estribos.

Os estribos devem ser de preferência de formato fechado para dar maior amarração.



Independente do cálculo, que veremos a seguir, a NB - 1 faz as seguintes exigências sobre o espaçamento dos estribos.

• O espaçamento dos estribos medidos paralelamente ao eixo da peça deve ser no máximo igual à 0,5 d, não podendo ser maior que 30 cm;

• Se houver armadura longitudinal de compressão exigida pelo cálculo, o espaçamento dos estribos, medido ao longo daquela armadura não pode ser maior que 2,1 vezes o diâmetro das barras longitudinais no caso de aço CA 25 ou CA 32 e 12 vezes esse diâmetro no caso de aço CA 40, CA 50 ou CA 60.

Observação: A teoria de se associar o funcionamento de uma viga de concreto a uma treliça é devido a RITTER e MORSCH. Se do ponto de vista fenomenológico qualitativo ele é correto, quando passamos a medir a analogia vemos as seguintes divergências:

a.As tensões nos estribos são sempre menores que as calculadas pela treliça clássica;

b.As tensões de compressão em direções inclinadas de 450 diferem das tensões calculadas pela treliça clássica;

c.As fissuras inclinam-se a menos de 45°;
d.O banzo superior comprimido é inclinado e não horizontal.
Passemos agora a calcular os estribos de uma viga através de um roteiro de cálculo.
ROTEIRO DE CÁLCULO:

a. Porcentagem de armadura ρ_L a 2 · h do apoio.

$$\rho_L\% = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot 100$$ [4] A_s (a 2 · h do apoio)

h = altura da viga

b. Cálculo do coeficiente ψ_1

$$\rho_{L\ \text{em}\ \%} \begin{cases} \psi_1 = 1 & \text{se } \rho_L > 1{,}5\ \% \\ \psi_1 = 0{,}5 + 0{,}33 \cdot \rho_L & \text{se } \rho_L \leq 1{,}5\ \% \end{cases}$$

c. Cálculo de τ_c [5]

$$\tau_c = 0{,}455 \cdot \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

d. Cálculo da tensão de cálculo τ_{wd}

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w d} = \frac{1{,}4V}{b_w d} \begin{cases} b_w\ \text{(cm) - largura da viga} \\ d\ \text{(cm) - altura útil da viga} \\ V\ \text{(kgf) - carga de serviço} \end{cases}$$

Limites dados pela norma:

$$\tau_{wd} \begin{cases} 0{,}25\ f_{cd} & f_{ck} = 150 \Rightarrow \tau_{wd} < 26{,}75\ \text{kgf/cm}^2 \\ 45\ \text{kgf/cm}^2 & f_{ck} = 180 \Rightarrow \tau_{wd} < 32{,}14\ \text{kgf/cm}^2 \end{cases}$$

e. Cálculo de τ_d

$$\tau_d = 1{,}15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c$$

f. Cálculo da armadura transversal:

$$\text{CA 50 e CA 60} \begin{cases} \dfrac{A_{sw}}{S} = 0{,}02556 \cdot b_w \cdot \tau_d \quad (\text{cm}^2/\text{m}) \\ \left(\dfrac{A_{sw}}{S}\right)_{\text{mínimo}} = 0{,}14 \cdot b_w \quad \left(\dfrac{\text{cm}^2}{\text{m}}\right) \end{cases}$$

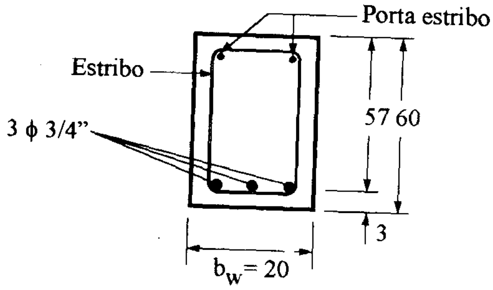
$$\text{CA 25} \begin{cases} \dfrac{A_{sw}}{S} = 0{,}04792 \cdot b_w \cdot \tau_d \quad (\text{cm}^2/\text{m}) \\ \left(\dfrac{A_{sw}}{S}\right)_{\text{mínimo}} = 0{,}25 \cdot b_w \quad \left(\dfrac{\text{cm}^2}{\text{m}}\right) \end{cases}$$

Conhecido o roteiro de cálculo vamos aplicá-lo em um exemplo prático.

Seja um trecho de viga, onde para vencer a flexão, existe armadura tracionada (A_s = 3 ϕ 3/4"=8,55 cm^2), a força cortante máxima seja de 15 tf, e demais detalhes indicados no desenho.

---

[4] Como o próprio nome indica, e a fórmula mostra p, é a relação porcentual entre a armadura a 2.h do apoio, e a seção útil de concreto (b, d).
[5] é a parcela da tensão de cisalhamento que a armadura longitudinal absorve.



$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2$
$d = h - 3 = 60 - 3 = 57 \text{ cm}$

1. Calculemos inicialmente a porcentagem de armadura ρ_L que deve ser colocada até a distância 2.h do apoio:

$$\rho_L = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot 100 = \frac{8{,}55}{20 \cdot 57} \cdot 100 = 0{,}75\%$$

2. Calculemos agora a grandeza ψ_1, que será:

$\psi_1 = 1$ se $\rho_L > 1{,}5\ \%$
$\psi_1 = 0{,}5 + 0{,}33\ \rho_L$ se $\rho_L \leq 1{,}5\ \%$

No nosso caso $\psi_1 = 0{,}5 + 0{,}33 \cdot 0{,}75 = 0{,}75$.

3. Calculemos agora τ_c:

$$\tau_c = 0{,}455 \cdot \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0{,}455 \cdot 0{,}75 \cdot \sqrt{180} = 4{,}58 \text{ kgf/cm}^2$$

4. Calculemos agora a tensão de cálculo de cisalhamento:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w d} = \frac{1{,}4V}{b_w d} = \frac{1{,}4 \cdot 15.000}{20 \cdot 57} = 18{,}42 \text{ kgf/cm}^2$$

Onde V é a carga de serviço.

A norma brasileira exige[6]

$$\tau_{wd} \text{ seja menor que} \begin{cases} 0{,}25\ f_{cd} \\ 45 \text{ kgf/cm}^2 \end{cases}$$

Para os concretos a seguir τ_{wd} será:

$f_{ck} = 150 \text{ kgf/cm}^2$ ⇨ $\tau_{wd} < 26{,}75 \text{ kgf/cm}^2$
$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2$ ⇨ $\tau_{wd} < 32{,}14 \text{ kgf/cm}^2$

5. Cálculo de τ_d: $\tau_d = 1{,}15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c$

No nosso caso: $\tau_d = 1{,}15 \cdot 18{,}42 - 4{,}5 = 16{,}60 \text{ kgf/cm}^2$

6. Armação:

A seção de armadura por metro $\left(\frac{A_{sw}}{S}\right)$ será:

$$\frac{A_{sw}}{S} = k_1 \cdot b_w \cdot \tau_d \quad (\text{cm}^2/\text{m}) \quad \begin{cases} \text{CA 25} & k_1 = 0{,}04792 \\ \text{e} & \\ \text{CA 50} & k_1 = 0{,}02556 \end{cases}$$

Observamos que há limites mínimos:

$$\text{CA 25} \Rightarrow \left(\frac{A_{sw}}{S}\right)_{\text{minimo}} = 0{,}25 \cdot b_w$$

$$\text{CA 50} \Rightarrow \left(\frac{A_{sw}}{S}\right)_{\text{minimo}} = 0{,}14 \cdot b_w$$

6 'twd é a tensão de cálculo de cisalhamento no concreto. A norma exige que ela não passe de valores limites pois a partir daí não adianta colocar estribos que a peça não resiste.