

Teoremas para análise de circuito



Objetivos

- Familiarizar-se com o teorema da superposição e sua capacidade única de isolar o efeito de cada fonte sobre a grandeza de interesse.
- Ser capaz de aplicar o teorema de Thévenin para reduzir qualquer circuito em série-paralelo de dois terminais com qualquer número de fontes a uma única fonte de tensão e um resistor em série.
- Familiarizar-se com o teorema de Norton e com o modo com que ele pode ser usado para reduzir qualquer circuito em série-paralelo de dois terminais com qualquer número de fontes a uma única fonte de corrente e um resistor em paralelo.
- Compreender como aplicar o teorema da máxima transferência de potência para uma carga e escolher uma carga que receba a máxima potência.
- Tornar-se consciente dos poderes de redução do teorema de Millman e das poderosas implicações dos teoremas da substituição e da reciprocidade.

9.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo introduz uma série de teoremas que têm aplicação em todo o campo da eletroeletrônica. Eles não apenas podem ser usados para resolver circuitos como os encontrados no capítulo anterior, mas também proporcionam uma oportunidade para determinar o impacto de uma fonte ou de um elemento em particular sobre a resposta de todo o sistema. Na maioria dos casos, o circuito a ser analisado e a matemática necessária para encontrar a solução são simplificados. Todos os teoremas aparecem novamente na análise dos circuitos CA. Na realidade, a aplicação de cada teorema para circuitos CA é muito similar em conteúdo com aquela encontrada neste capítulo.

O primeiro teorema a ser introduzido é o teorema da superposição, seguido pelo teorema de Thévenin, pelo teorema de Norton e pelo teorema da máxima transferência de potência. O capítulo conclui com uma breve introdução sobre o teorema de Millman e sobre os teoremas da substituição e da reciprocidade.

9.2 TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

O **teorema da superposição** é inquestionavelmente um dos mais poderosos nesse campo. Ele tem uma aplicação tão ampla que as pessoas frequentemente o aplicam sem perceber que suas manobras são válidas apenas por causa desse teorema.

Em geral, o teorema pode ser usado para fazer o seguinte:

- *Analisar circuitos como os introduzidos no capítulo anterior que tenham duas ou mais fontes que não estejam em série ou em paralelo.*
- *Revelar o efeito de cada fonte sobre uma quantidade em particular de interesse.*
- *Para fontes de diferentes tipos (como CC e CA, que afetam os parâmetros do circuito de uma maneira diferente) e para aplicar uma análise em separado para cada tipo, tendo como resultado total simplesmente a soma algébrica dos resultados.*

As primeiras duas áreas de aplicação são descritas em detalhe nessa seção. As últimas são abordadas na discussão do teorema da superposição na porção CA do texto.

O teorema da superposição declara o seguinte:

A corrente, ou tensão, através de qualquer elemento é igual à soma algébrica das correntes ou tensões produzidas independentemente por cada fonte.

Em outras palavras, esse teorema nos permite encontrar uma solução para uma corrente ou para uma tensão usando *apenas uma fonte por vez*. Encontrando a solução para cada fonte, podemos combinar os resultados para obter a solução total. O termo *algébrico* aparece na declaração do teorema acima porque as correntes que resultam das fontes do circuito podem ter diferentes sentidos, da mesma maneira que tensões resultantes podem ter polaridades opostas.

Se fossemos considerar os efeitos de cada fonte, as outras fontes obviamente teriam de ser removidas. Configurar uma fonte de tensão em zero volt é como colocar um curto-circuito nos seus terminais. Portanto,

ao remover uma fonte de tensão de um diagrama esquemático de um circuito, substitua-a por uma conexão direta (curto-circuito) de zero ohm. Qualquer resistência interna associada à fonte tem de permanecer no circuito.

Configurar uma fonte de corrente em zero ampères é como substituí-la com um circuito aberto. Portanto,

ao remover uma fonte de corrente de um diagrama esquemático de um circuito, substitua-a por um circuito aberto de infinitos ohms. Qualquer resistência interna associada à fonte tem de permanecer no circuito.

As afirmações acima são ilustradas na Figura 9.1.

Tendo em vista que o efeito de cada fonte será determinado de maneira independente, o número de circuitos a ser analisado será igual ao número de fontes.

Se uma corrente em particular de um circuito deve ser determinada, a contribuição para aquela corrente tem de ser determinada para *cada fonte*. Quando o efeito de cada fonte foi determinado, as correntes que têm mesmo sentido são adicionadas, e as que têm sentido oposto são subtraídas; a soma algébrica está sendo determinada. O resultado total é o sentido da soma maior e o valor absoluto da diferença.

Similarmente, se uma tensão em particular de um circuito deve ser determinada, a contribuição para aquela tensão tem de ser determinada para cada fonte. Quando o efeito de cada fonte é determinado, aquelas tensões com a mesma polaridade são adicionadas, e aquelas com a polaridade oposta são subtraídas; a soma algébrica está sendo determinada. O resultado total tem a polaridade da soma maior e o valor absoluto da diferença.

O princípio da superposição não pode ser aplicado para calcular a potência fornecida em um circuito, já que a dissipação de potência em um resistor varia de acordo com o quadrado da tensão aplicada ao resistor ou à corrente. O termo ao quadrado resulta em uma relação não linear (uma linha curva, não linear) entre a potência e a corrente ou tensão determinantes. Por exemplo, dobrar a corrente através de um resistor não dobra a potência fornecida para o resistor (como definido por uma relação linear), mas, na realidade, a aumenta por um fator de 4 (devido ao termo ao quadrado). Triplicar a corrente aumenta o nível da potência por um fator de 9. O Exemplo 9.1 demonstra as diferenças entre uma relação linear e uma não linear.

Alguns exemplos esclarecem como as fontes são removidas e como as soluções totais são obtidas.

EXEMPLO 9.1

- a) Usando o teorema da superposição, determine a corrente através do resistor R_2 para o circuito na Figura 9.2.
- b) Demonstre que o teorema da superposição não é aplicável aos níveis de potência.

Soluções:

- a) A fim de determinar o efeito da fonte de tensão de 36 V, a fonte de corrente tem de ser substituída por

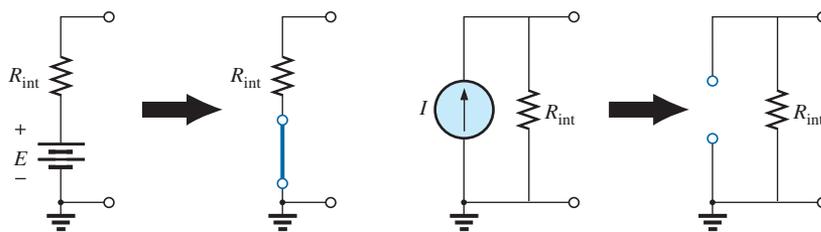


Figura 9.1 Remoção de uma fonte de tensão e de uma fonte de corrente para permitir a aplicação do teorema da superposição.

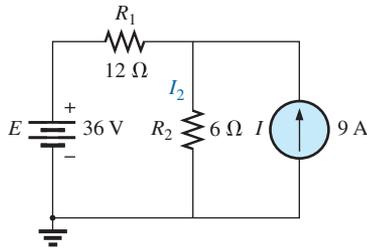


Figura 9.2 Circuito a ser analisado no Exemplo 9.1 usando o teorema da superposição.

um equivalente de circuito aberto, como mostra a Figura 9.3. O resultado é um circuito em série simples com uma corrente igual a:

$$I'_2 = \frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{36 \text{ V}}{12 \Omega + 6 \Omega} = \frac{36 \text{ V}}{18 \Omega} = 2 \text{ A}$$

O exame do efeito de uma fonte de corrente de 9 A exige a substituição da fonte de tensão de 36 V por um equivalente de curto-circuito, como mostra a Figura 9.4. O resultado é uma combinação em paralelo dos resistores R_1 e R_2 . Aplicando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I''_2 = \frac{R_1(I)}{R_1 + R_2} = \frac{(12 \Omega)(9 \text{ A})}{12 \Omega + 6 \Omega} = 6 \text{ A}$$

Tendo em vista que a contribuição para a corrente I_2 tem o mesmo sentido em cada fonte, como mostra a Figura 9.5, a solução total para a corrente I_2 é a soma das correntes estabelecidas pelas duas fontes. Isto é:

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 2 \text{ A} + 6 \text{ A} = 8 \text{ A}$$

b) Usando a Figura 9.3 e os resultados obtidos, calculamos a potência fornecida para o resistor de 6 Ω:

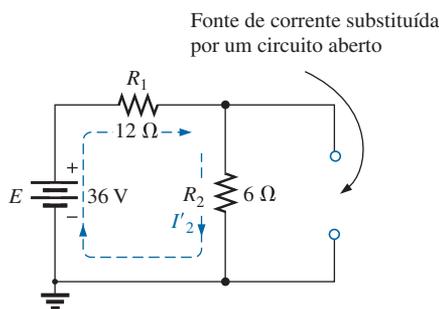


Figura 9.3 Substituição da fonte de corrente de 9 A na Figura 9.2 por um circuito aberto para determinar o efeito da fonte de tensão de 36 V sobre a corrente I_2 .

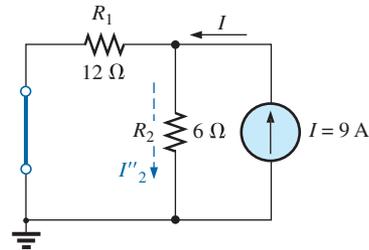


Figura 9.4 Substituição da fonte de tensão de 36 V por um equivalente de curto-circuito para determinar o efeito da fonte de corrente de 9 A sobre a corrente I_2 .

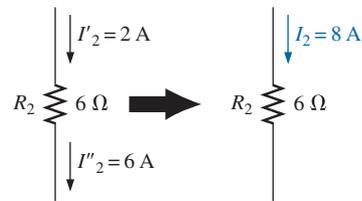


Figura 9.5 Uso dos resultados das figuras 9.3 e 9.4 para determinar a corrente I_2 para o circuito na Figura 9.2.

$$P_1 = (I'_2)^2 (R_2) = (2 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 24 \text{ W}$$

Usando a Figura 9.4 e os resultados obtidos, calculamos a potência fornecida para o resistor de 6 Ω:

$$P_2 = (I''_2)^2 (R_2) = (6 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 216 \text{ W}$$

Da Figura 9.5, obtemos a potência fornecida para o resistor de 6 Ω:

$$P_T = I_2^2 R_2 = (8 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 384 \text{ W}$$

Agora, está bastante claro que a potência fornecida para o resistor de 6 Ω que usa a corrente total de 8 A não é igual à soma dos níveis de potência devido, independentemente, a cada fonte. Isto é:

$$P_1 + P_2 = 24 \text{ W} + 216 \text{ W} = 240 \text{ W} \neq P_T = 384 \text{ W}$$

Para ampliar a conclusão acima e demonstrar mais ainda o que se quer dizer com uma *relação não linear*, a potência para o resistor de 6 Ω em função da corrente através do resistor de 6 Ω é colocada em um gráfico na Figura 9.6. Observe que a curva não é uma linha reta, mas uma linha cuja elevação torna-se mais íngreme com o aumento no nível da corrente.

Lembre-se da Figura 9.4, em que o nível de potência era de 24 W para uma corrente de 2 A desenvolvida pela fonte de tensão de 36 V, mostrada na Figura 9.6. Analisando a Figura 9.5, descobrimos que o nível de corrente

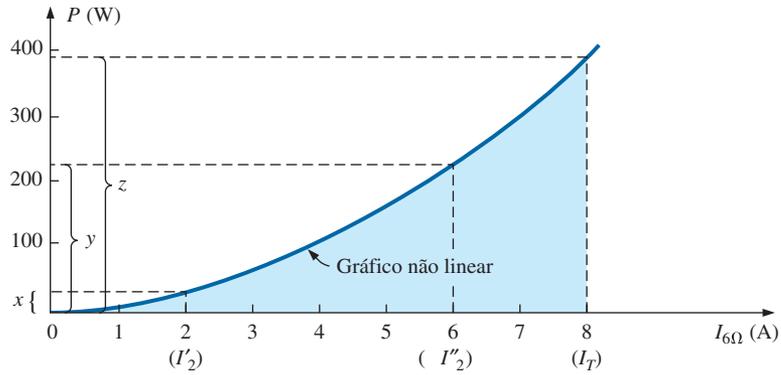


Figura 9.6 Gráfico da inserção de potência fornecida para o resistor de 6 Ω em função da corrente através do resistor.

era de 6 A para um nível de potência de 216 W mostrado na Figura 9.6. Usando a corrente total de 8 A, calculamos que o nível de potência é 384 W, como mostra a Figura 9.6. De maneira bastante clara, a soma dos níveis de potência nos níveis de corrente de 2 A e 6 A não é igual àquela do nível de 8 A. Isto é,

$$x + y \neq z$$

Agora, a relação entre a tensão de um resistor e a corrente de um resistor é uma relação linear (linha reta), como mostra a Figura 9.7, com:

$$c = a + b$$

EXEMPLO 9.2

Usando o teorema da superposição, determine a corrente através do resistor de 12 Ω na Figura 9.8. Observe que esse é um circuito de duas fontes do tipo que examinamos no capítulo anterior, quando aplicamos a análise das correntes nos ramos e o método das malhas.

Soluções:

Considerar os efeitos de uma fonte de 54 V requer a substituição da fonte de 48 V por um equivalente de curto-circuito como mostra a Figura 9.9. O resultado é de que os resistores de 12 Ω e 4 Ω estão em paralelo. A resistência total vista pela fonte é, portanto:

$$R_T = R_1 + R_2 \parallel R_3 = 24 \Omega + 12 \Omega \parallel 4 \Omega = 24 \Omega + 3 \Omega = 27 \Omega$$

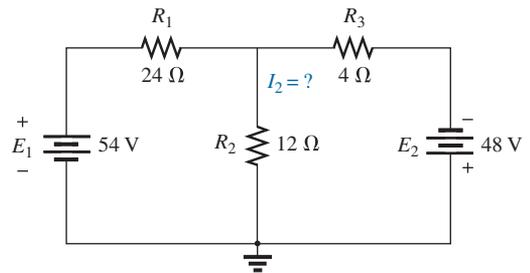


Figura 9.8 Uso do teorema da superposição para determinar a corrente através do resistor de 12 Ω (Exemplo 9.2).

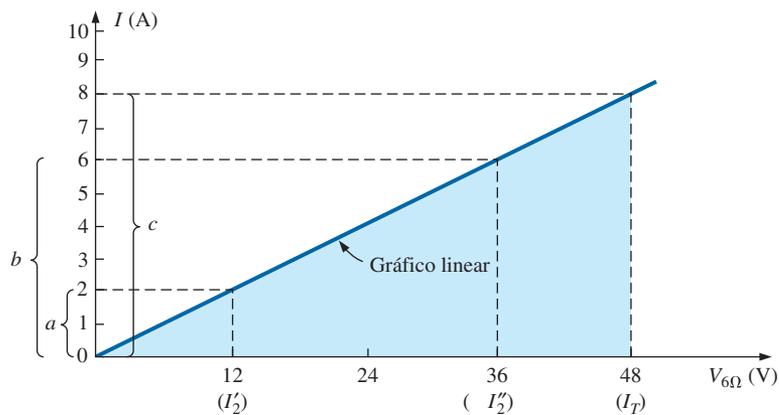


Figura 9.7 Gráfico de I em função de V para o resistor de 6 Ω.

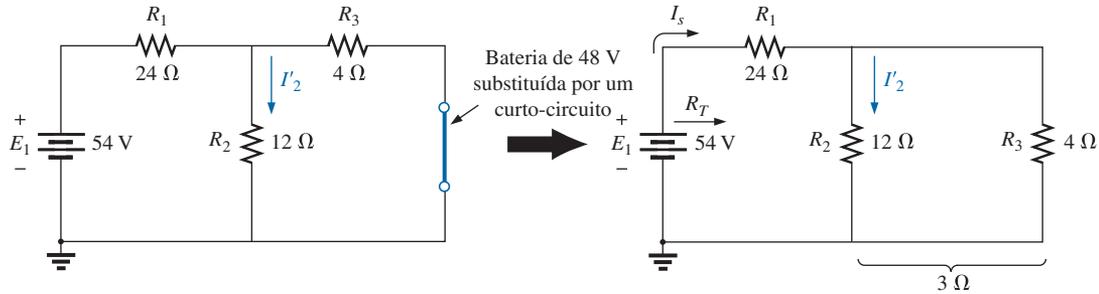


Figura 9.9 Uso do teorema da superposição para determinar o efeito da fonte de tensão de 54 V sobre a corrente I_2 na Figura 9.8.

e a fonte de corrente é:

$$I_s = \frac{E_1}{R_T} = \frac{54 \text{ V}}{27 \Omega} = 2 \text{ A}$$

O uso da regra do divisor de corrente resulta na contribuição para I_2 devido à fonte de 54 V:

$$I'_2 = \frac{R_3 I_s}{R_3 + R_2} = \frac{(4 \Omega)(2 \text{ A})}{4 \Omega + 12 \Omega} = 0,5 \text{ A}$$

Se agora substituirmos a fonte de 54 V por um equivalente de curto-circuito, teremos o circuito na Figura 9.10. O resultado é uma conexão em paralelo para os resistores de 12 Ω e de 24 Ω.

Portanto, a resistência total vista pela fonte de 48 V é:

$$R_T = R_3 + R_2 \parallel R_1 = 4 \Omega + 12 \Omega \parallel 24 \Omega = 4 \Omega + 8 \Omega = 12 \Omega$$

e a fonte da corrente é:

$$I_s = \frac{E_2}{R_T} = \frac{48 \text{ V}}{12 \Omega} = 4 \text{ A}$$

Aplicando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I''_2 = \frac{R_1 (I_s)}{R_1 + R_2} = \frac{(24 \Omega)(4 \text{ A})}{24 \Omega + 12 \Omega} = 2,67 \text{ A}$$

É importante perceber agora que a corrente I_2 devido a cada fonte tem um sentido diferente, como mostra a Figura 9.11. A corrente líquida é, portanto, a diferença entre as duas, e no sentido da maior, como vemos a seguir:

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 2,67 \text{ A} - 0,5 \text{ A} = \mathbf{2,17 \text{ A}}$$

Usando as figuras 9.9 e 9.10 do Exemplo 9.2, podemos determinar as outras correntes do circuito com pouco esforço adicional. Isto é, podemos determinar todas as correntes nos ramos do circuito, combinando uma

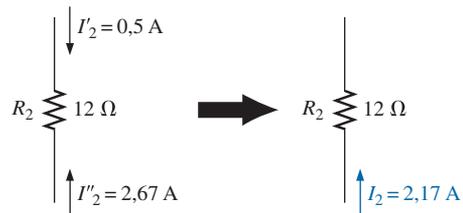


Figura 9.11 Uso dos resultados das figuras 9.9 e 9.10 para determinar a corrente I_2 para o circuito na Figura 9.8.

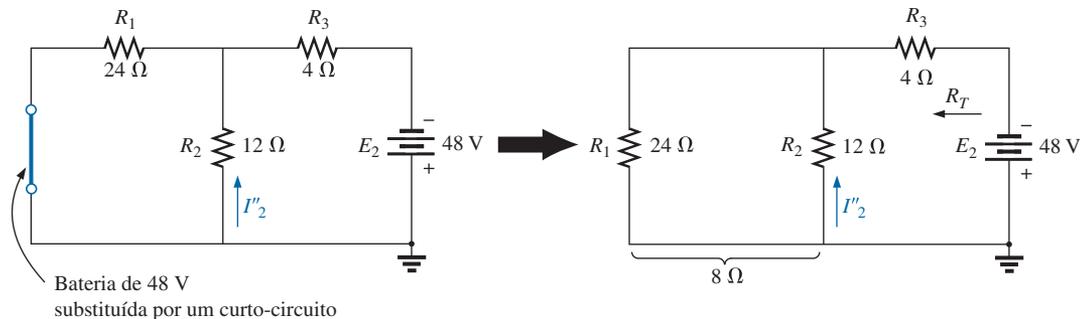


Figura 9.10 Uso do teorema da superposição para determinar o efeito da fonte de tensão de 48 V sobre a corrente I_2 na Figura 9.8.

aplicação da análise das correntes nos ramos ou o método das malhas. Em geral, portanto, não apenas o teorema da superposição pode fornecer uma solução completa para o circuito, como ele também revela o efeito de cada fonte sobre a quantidade desejada.

EXEMPLO 9.3

Usando o teorema da superposição, determine a corrente I_1 para o circuito na Figura 9.12.

Soluções:

Tendo em vista que duas fontes estão presentes, há dois circuitos a serem analisados. Primeiro, determinaremos os efeitos da fonte de tensão, estabelecendo a fonte de corrente para zero ampères, como mostra a Figura 9.13. Observe que a corrente resultante é definida como I'_1 , porque se trata da corrente pelo resistor R_1 decorrente da fonte de tensão.

Com o circuito aberto, o resistor R_1 está em série (e, na realidade, em paralelo) com a fonte de tensão E . A tensão através do resistor é a tensão aplicada, e a corrente I'_1 é determinada por:

$$I'_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{30 \text{ V}}{6 \Omega} = 5 \text{ A}$$

Agora, podemos nos concentrar na contribuição da fonte de corrente. A definição da fonte de tensão em zero volt resulta no circuito da Figura 9.14, o que apresenta uma situação interessante. A fonte de corrente foi substituída por um equivalente de curto-circuito

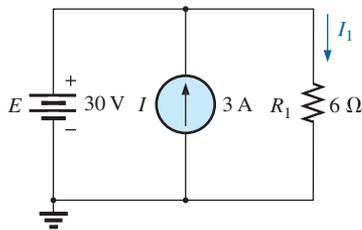


Figura 9.12 Circuito de duas fontes a ser analisado usando o teorema da superposição do Exemplo 9.3.

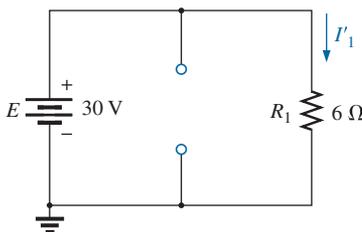


Figura 9.13 Determinação do efeito da fonte de 30 V sobre a corrente I_1 na Figura 9.12.

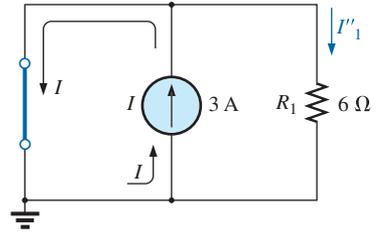


Figura 9.14 Determinação do efeito de fonte de corrente de 3 A sobre a corrente I_1 na Figura 9.12.

que foi colocado diretamente entre a fonte de corrente e o resistor R_1 . Tendo em vista que a corrente da fonte toma o caminho da menor resistência, ela escolhe o caminho de zero ohm do equivalente de curto-circuito inserido, e a corrente através de R_1 é zero ampères. Isso é claramente demonstrado por uma aplicação da regra do divisor de corrente, como é feito a seguir:

$$I''_1 = \frac{R_{SC}I}{R_{SC} + R_1} = \frac{(0 \Omega)I}{0 \Omega + 6 \Omega} = 0 \text{ A}$$

Tendo em vista que I'_1 e I''_1 têm o mesmo sentido definido nas figuras 9.13 e 9.14, a corrente total é definida por:

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = 5 \text{ A} + 0 \text{ A} = 5 \text{ A}$$

Apesar de essa ter sido uma excelente introdução à aplicação do teorema da superposição, deve ficar claro na Figura 9.12 que a fonte de tensão está em paralelo com a fonte de corrente e com o resistor de carga R_1 , de maneira que a tensão através de cada um tem de ser 30 V. O resultado é que I_1 deve ser determinado somente por:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{30 \text{ V}}{6 \Omega} = 5 \text{ A}$$

EXEMPLO 9.4

Usando o princípio da superposição, calcule a corrente I_2 através do resistor de 12 kΩ na Figura 9.15.

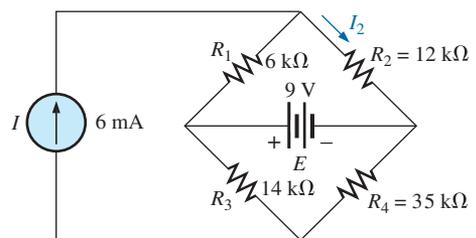


Figura 9.15 Exemplo 9.4.

Solução:

Considere o efeito da fonte de corrente de 6 mA (Figura 9.16).

A aplicação da regra do divisor de corrente resulta em:

$$I'_2 = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2} = \frac{(6 \text{ k}\Omega)(6 \text{ mA})}{6 \text{ k}\Omega + 12 \text{ k}\Omega} = 2 \text{ mA}$$

Considerando o efeito da fonte de tensão de 9 V (Figura 9.17), temos:

$$I''_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{9 \text{ V}}{6 \text{ k}\Omega + 12 \text{ k}\Omega} = 0,5 \text{ mA}$$

Tendo em vista que I'_2 e I''_2 têm o mesmo sentido através de R_2 , a corrente desejada é a soma das duas:

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 2 \text{ mA} + 0,5 \text{ mA} = \mathbf{2,5 \text{ mA}}$$

EXEMPLO 9.5

Calcule a corrente através do resistor de 2 Ω do circuito na Figura 9.18. A presença das três fontes resulta em três circuitos diferentes para serem analisados.

Solução:

Considere o efeito da fonte de 12 V (Figura 9.19):

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{12 \text{ V}}{2 \Omega + 4 \Omega} = \frac{12 \text{ V}}{6 \Omega} = 2 \text{ A}$$

Considere o efeito da fonte de 6 V (Figura 9.20):

$$I''_1 = \frac{E_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \text{ V}}{2 \Omega + 4 \Omega} = \frac{6 \text{ V}}{6 \Omega} = 1 \text{ A}$$

Considere o efeito da fonte de 3 A (Figura 9.21). Aplicando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I'''_1 = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2} = \frac{(4 \Omega)(3 \text{ A})}{2 \Omega + 4 \Omega} = \frac{12 \text{ A}}{6} = 2 \text{ A}$$

A corrente total através do resistor de 2 Ω aparece na Figura 9.22, e:

Mesmo sentido que I_1 na Figura 9.18. Sentido oposto a I_1 na Figura 9.18.

$$I_1 = \overbrace{I''_1 + I'''_1}^{\text{Mesmo sentido}} - \overbrace{I'_1}^{\text{Sentido oposto}} = 1 \text{ A} + 2 \text{ A} - 2 \text{ A} = \mathbf{1 \text{ A}}$$

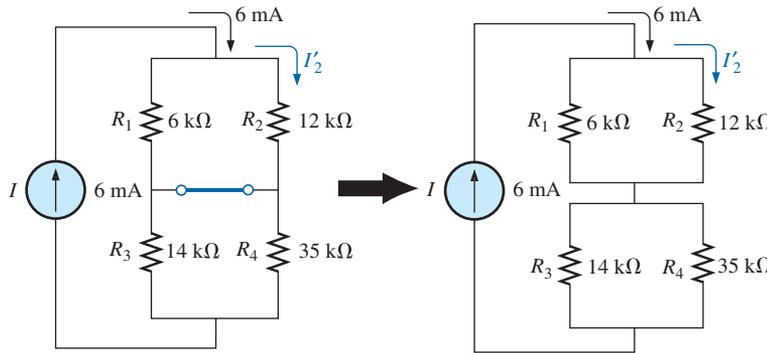


Figura 9.16 Efeito da fonte de corrente I sobre a corrente I_2 .

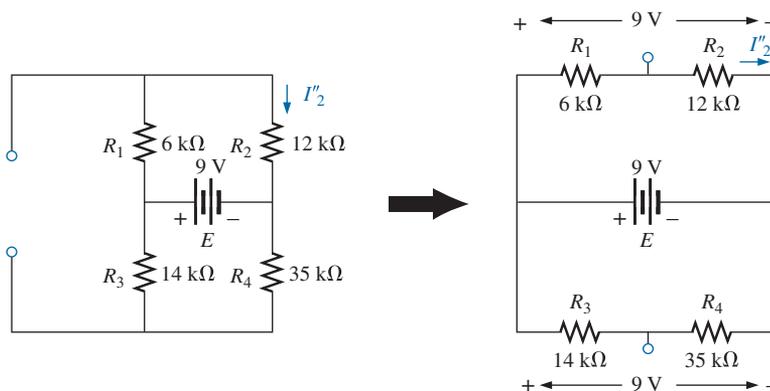


Figura 9.17 Efeito da fonte de tensão E sobre a corrente I_2 .

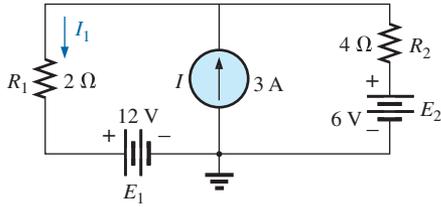


Figura 9.18 Exemplo 9.5.

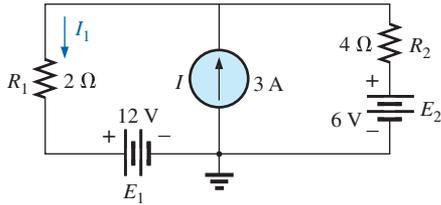


Figura 9.19 Efeito de E_1 sobre a corrente I .

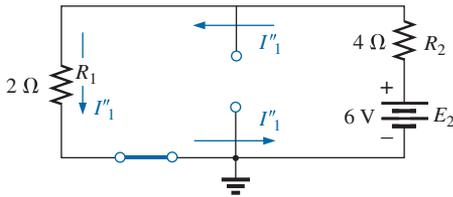


Figura 9.20 Efeito de E_2 sobre a corrente I_1 .

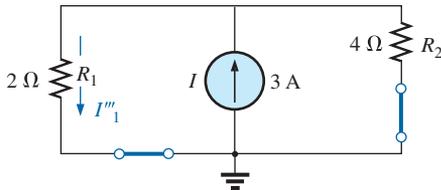


Figura 9.21 Efeito de I sobre a corrente I_1 .

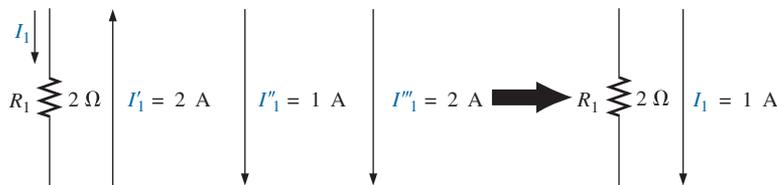


Figura 9.22 Corrente resultante I_1 .

9.3 TEOREMA DE THÉVENIN

O próximo teorema a ser introduzido, o **teorema de Thévenin**, é provavelmente um dos mais interessantes, na medida em que permite a redução de circuitos complexos para uma forma mais simples de análise e projeto.

Em geral, o teorema pode ser usado para realizar o seguinte:

- Analisar circuitos com fontes que não estão em série ou em paralelo.
- Reduzir o número de componentes necessários para estabelecer as mesmas características nos terminais de saída.
- Investigar o efeito da mudança de um componente em particular sobre o comportamento de um circuito sem ter de analisar o circuito inteiro após cada mudança.

As três áreas de aplicação são demonstradas nos exemplos a seguir.

O teorema de Thévenin afirma o seguinte:

Qualquer circuito de corrente contínua de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente que consista somente de uma fonte de tensão e de um resistor em série, como mostra a Figura 9.23.

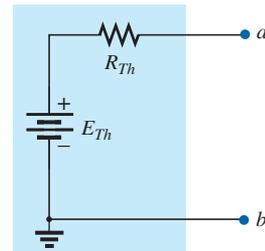


Figura 9.23 Circuito equivalente de Thévenin.

O teorema foi desenvolvido pelo Comandante Leon-Charles Thévenin em 1883, como descreve a Figura 9.24.

Para demonstrar o poder do teorema, considere o circuito relativamente complexo da Figura 9.25(a) com suas duas fontes e conexões em série-paralelo. O teorema declara que o circuito inteiro dentro da área sombreada pode ser substituído por uma fonte de tensão e um resistor, como mostra a Figura 9.25(b). Se a substituição for realizada adequadamente, a corrente e a tensão que atravessam o resistor R_L serão as mesmas em cada circuito. O valor de R_L pode ser modificado para qualquer valor, e a tensão, a corrente e a potência para o resistor de carga serão as mesmas para cada configuração. Essa afirmação será verificada nos exemplos a seguir.



Figura 9.24 Leon-Charles Thévenin.

Cortesia da Bibliothèque École Polytechnique, Paris, França.

Francês (Meaux, Paris)
(1857-1927) Engenheiro telegráfico, oficial e educador
 École Polytechnique e École Supérieure de Télégraphie.

Embora tenha trabalhado ativamente no estudo e no projeto de sistemas telegráficos (incluindo transmissões subterrâneas), capacitores cilíndricos e eletromagnetismo, Thévenin é mais conhecido por um teorema publicado pela primeira vez em 1883 na revista científica francesa, *Journal of Physics: Theory and Applications*. O título do artigo era ‘Sur un nouveau théorème d’électricité dynamique’ (‘Sobre um novo teorema da eletricidade dinâmica’), e foi originalmente denominado *teorema do gerador equivalente*. Existem indícios de que um teorema semelhante foi introduzido por Hermann von Helmholtz em 1853. Entretanto, o professor Helmholtz aplicou o teorema somente à fisiologia animal, não a sistemas de comunicação ou de geração, não recebendo, portanto, o crédito que merecia nesse campo. No início da década de 1920, a AT&T realizou alguns trabalhos pioneiros utilizando o conceito de circuito equivalente, e seus empregados podem ter sido os primeiros a chamar o teorema de teorema de Thévenin. Na verdade, Edward L. Norton, um engenheiro da AT&T na época, apresentou o teorema equivalente ao teorema de Thévenin para fontes de corrente, hoje conhecido como *circuito equivalente de Norton*. O comandante Thévenin era também um exímio esquiador, e chegou a trabalhar como fiscal em uma competição internacional de esqui realizada em Chamonix, na França, em 1912.

A questão então é: como você pode determinar os valores adequados da tensão e da resistência de Thévenin? Em geral, calcular o valor de *resistência* de Thévenin é algo bastante direto. Calcular a *tensão* de Thévenin pode ser um desafio maior e, na realidade, pode exigir o uso do teorema da superposição ou um dos métodos descritos no Capítulo 8.

Felizmente, há uma série de passos que levarão ao valor adequado de cada parâmetro. Apesar de alguns passos parecerem triviais em um primeiro momento, eles podem se tornar bastante importantes quando o circuito se tornar complexo.

Procedimento do teorema de Thévenin

Passos preliminares:

1. *Remova a parte do circuito para a qual deseje obter um equivalente de Thévenin. No caso da Figura 9.25(a), é necessário remover temporariamente o resistor R_L .*
2. *Assinale os terminais do circuito remanescente. (A importância desse passo ficará óbvia à medida que avançarmos em direção a circuitos mais complexos.)*

R_{Th} :

3. *Calcule R_{Th} , colocando primeiro todas as fontes em zero (substituindo as fontes de tensão por curtos-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos), e, em seguida, determine a resistência equivalente entre os dois terminais escolhidos. (Se o circuito original incluir as resistências internas de fontes de tensão e/ou fontes de corrente, essas resistências devem ser mantidas quando as fontes forem colocadas em zero.)*

E_{Th} :

4. *Calcule E_{Th} retornando primeiro todas as fontes às suas posições originais no circuito, e, em seguida, determine a tensão entre os dois terminais escolhidos. (Esse passo é invariavelmente um dos que costuma causar a maior parte de confusões e erros. Tenha sempre em mente que a diferença de potencial deve ser calculada com o circuito aberto entre os terminais assinalados no passo 2.)*

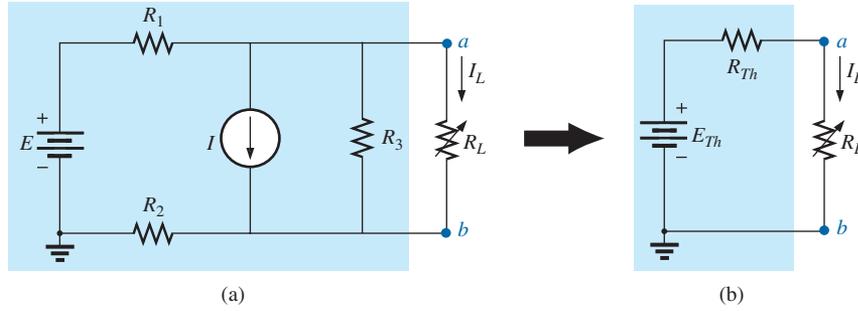


Figura 9.25 Substituição de um circuito complexo pelo circuito equivalente de Thévenin.

Conclusão:

5. Desenhe o circuito equivalente de Thévenin e recoloque entre os terminais do circuito equivalente a parte que foi previamente removida. Esse passo é indicado pela inserção do resistor R_L entre os terminais do circuito equivalente de Thévenin, como indicado pela Figura 9.25(b).

EXEMPLO 9.6

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito da Figura 9.26. Em seguida, determine a corrente em R_L considerando que essa resistência tenha valores de $2\ \Omega$, $10\ \Omega$ e $100\ \Omega$.

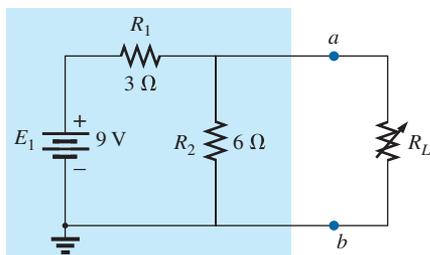


Figura 9.26 Exemplo 9.6.

Soluções:

Os passos 1 e 2 levam ao circuito da Figura 9.27. Observe que o resistor de carga R_L foi removido, e os dois terminais foram rotulados como a e b.

Passo 3: Substituindo a fonte de tensão E_1 por um curto-circuito, obtemos o circuito da Figura 9.28(a), no qual:

$$R_{Th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = 2\ \Omega$$

A importância de assinalar os dois terminais começa a se tornar mais clara. É entre eles que medimos a resistência de Thévenin. Essa não é a resistência total ‘vista’ pela fonte, como na maior parte dos problemas do Capítulo 7. Se houver alguma dificuldade durante o cálculo de R_{Th} em perceber se as resistências estão em

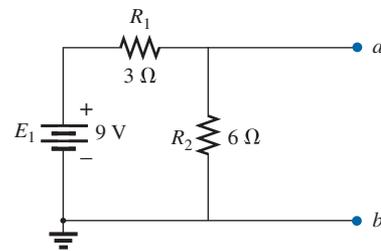


Figura 9.27 Identificação dos terminais de interesse para a aplicação do teorema de Thévenin.

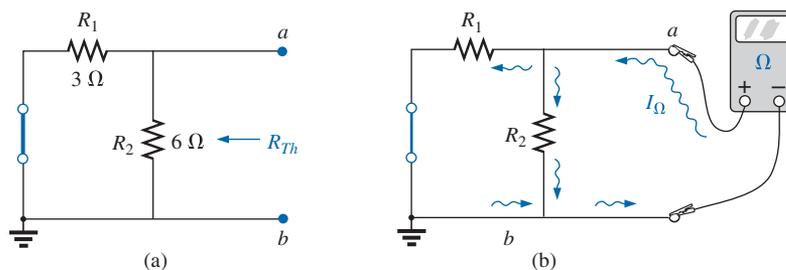


Figura 9.28 Determinação de R_{Th} para o circuito da Figura 9.27.

série ou em paralelo, lembre-se de que o ohmímetro determina o valor da resistência submetendo o circuito a uma pequena corrente e medindo o valor da tensão resultante. Essa corrente gerada pelo ohmímetro entra no circuito da Figura 9.28(b) pelo terminal *a* e, ao chegar à junção entre *R*₁ e *R*₂, a corrente se divide como mostra a figura. O fato de a corrente se dividir em duas e voltar a se combinar na junção inferior mostra como os resistores estão conectados aos dois terminais de interesse, e como a resistência de Thévenin deve ser determinada. Tenha isso em mente à medida que forem analisados os diversos exemplos dessa seção.

Passo 4: Introduza novamente a fonte de tensão (veja a Figura 9.29). Nesse exemplo, a tensão de circuito aberto *E*_{Th} é a mesma que a queda de tensão entre os terminais da resistência de 6 Ω. Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$E_{Th} = \frac{R_2 E_1}{R_2 + R_1} = \frac{(6 \Omega)(9 \text{ V})}{6 \Omega + 3 \Omega} = \frac{54 \text{ V}}{9} = 6 \text{ V}$$

É de particular importância reconhecer que *E*_{Th} é a diferença de potencial do circuito aberto entre os pontos *a* e *b*. Lembre-se de que um circuito aberto pode apresentar qualquer valor de tensão entre seus terminais, mas a corrente tem de ser zero. Na realidade, a corrente através de qualquer elemento em série com um circuito aberto também tem de ser zero. O uso de um voltímetro para medir *E*_{Th} é ilustrado na Figura 9.30. Note que o medidor está conectado aos terminais de *R*₂, pois *E*_{Th} e *V*_{*R*₂} estão em paralelo.

Passo 5 (veja a Figura 9.31):

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

$$R_L = 2 \Omega: \quad I_L = \frac{6 \text{ V}}{2 \Omega + 2 \Omega} = 1,5 \text{ A}$$

$$R_L = 10 \Omega: \quad I_L = \frac{6 \text{ V}}{2 \Omega + 10 \Omega} = 0,5 \text{ A}$$

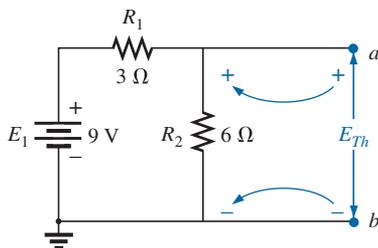


Figura 9.29 Determinação de *E*_{Th} para o circuito da Figura 9.27.

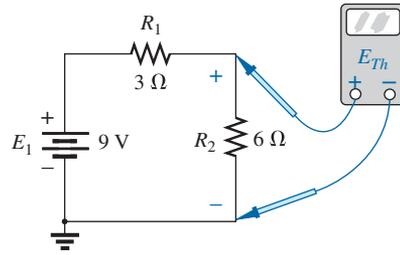


Figura 9.30 Medição de *E*_{Th} para o circuito da Figura 9.27.

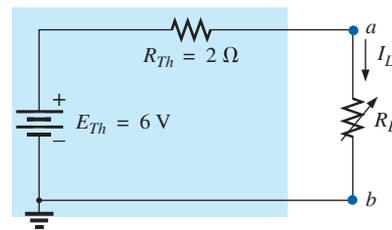


Figura 9.31 Substituição do circuito externo a *R*_L na Figura 9.26 pelo circuito equivalente de Thévenin.

$$R_L = 100 \Omega: \quad I_L = \frac{6 \text{ V}}{2 \Omega + 100 \Omega} = 0,06 \text{ A}$$

Se não pudessemos usar o teorema de Thévenin, a cada mudança no valor de *R*_L seria necessário que todo o circuito mostrado na Figura 9.26 fosse analisado para que os valores de tensão e de corrente em *R*_L fossem determinados.

EXEMPLO 9.7

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito mostrado na Figura 9.32. Soluções:

Os passos 1 e 2 são mostrados na Figura 9.33.

O passo 3 é mostrado na Figura 9.34. A fonte de corrente foi substituída por um circuito aberto, e a resistência entre os terminais *a* e *b* pode ser calculada.

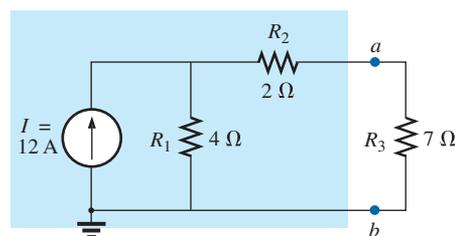


Figura 9.32 Exemplo 9.7.

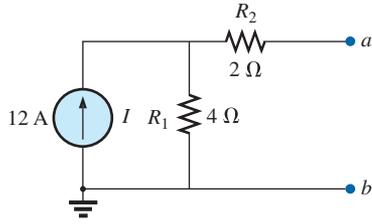


Figura 9.33 Identificação dos terminais de interesse para o circuito da Figura 9.32.

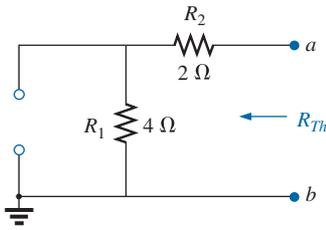


Figura 9.34 Determinação de R_{Th} para o circuito da Figura 9.33.

Nesse caso, um ohmímetro conectado entre os terminais a e b enviaria uma corrente de prova que passaria diretamente por R_1 e R_2 (com a mesma intensidade). Conclui-se que R_1 e R_2 estão em série, e a resistência de Thévenin é a soma das duas resistências.

$$R_{Th} = R_1 + R_2 = 4 \Omega + 2 \Omega = 6 \Omega$$

Passo 4 (veja a Figura 9.35): Nesse caso, como existe um circuito aberto entre os dois terminais assinalados, a corrente entre eles é nula, assim como a que percorre o resistor de 2Ω . Portanto, a queda de tensão em R_2 é:

$$V_2 = I_2 R_2 = (0) R_2 = 0 \text{ V}$$

$$\text{e } E_{Th} = V_1 = I_1 R_1 = IR_1 = (12 \text{ A}) (4 \Omega) = 48 \text{ V}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.36.

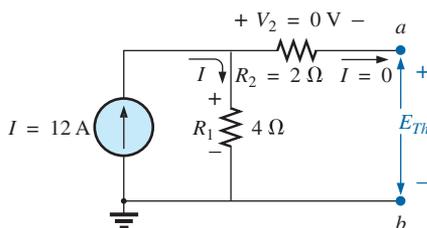


Figura 9.35 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 9.33.

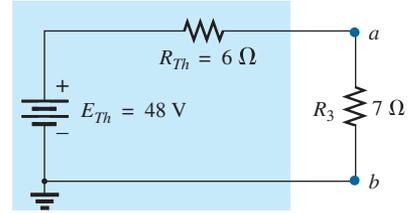


Figura 9.36 Substituição do circuito externo ao resistor R_3 na Figura 9.32 pelo circuito equivalente de Thévenin.

EXEMPLO 9.8

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito da Figura 9.37. Observe nesse exemplo que não há necessidade de que a parte do circuito a ser preservada esteja em uma das extremidades do circuito.

Soluções:

Passos 1 e 2: Veja a Figura 9.38.

Passo 3: Veja a Figura 9.39. Os passos 1 e 2 são relativamente fáceis de aplicar, mas agora temos de tomar o cuidado de analisar o circuito do ‘ponto de vista’ dos terminais a e b ao calcularmos a resistência e a tensão de Thévenin. Na Figura 9.39, todos os elementos remanescentes estão em paralelo, e o circuito pode ser redesenhado conforme é mostrado. Teremos:

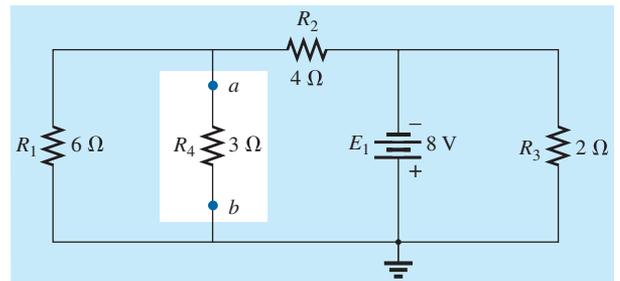


Figura 9.37 Exemplo 9.8.

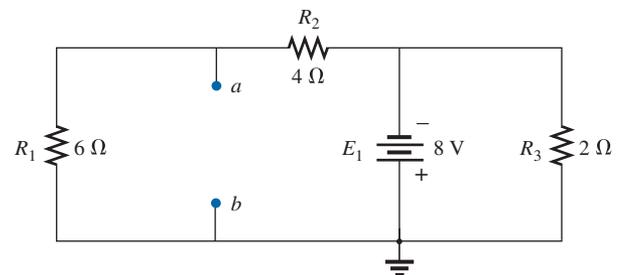


Figura 9.38 Identificação dos terminais de interesse para o circuito da Figura 9.37.

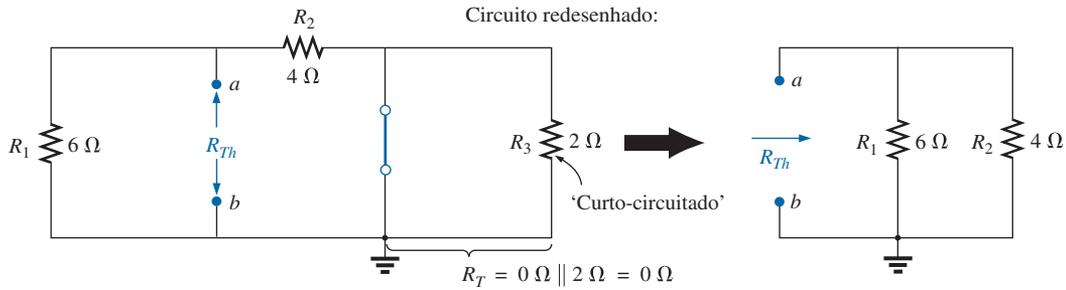


Figura 9.39 Determinação de R_{Th} para o circuito da Figura 9.38.

$$R_{Th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{(6 \Omega)(4 \Omega)}{6 \Omega + 4 \Omega} = \frac{24 \Omega}{10} = 2,4 \Omega$$

Passo 4: Veja a Figura 9.40. Nesse caso, o circuito pode ser redesenhado como mostra a Figura 9.41, e sendo a tensão a mesma entre os terminais de elementos em paralelo, a tensão sobre os resistores R_1 e R_2 em série será E_1 ou 8 V. Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$E_{Th} = \frac{R_1 E_1}{R_1 + R_2} = \frac{(6 \Omega)(8 \text{ V})}{6 \Omega + 4 \Omega} = \frac{48 \text{ V}}{10} = 4,8 \text{ V}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.42.

A importância de assinalar os terminais deve ficar óbvia após o Exemplo 9.8. Observe que não há necessidade de a tensão de Thévenin ter a mesma polaridade que o circuito equivalente inicial.

EXEMPLO 9.9

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito em ponte da Figura 9.43. Soluções:

Passos 1 e 2: Veja a Figura 9.44.

Passo 3: Veja a Figura 9.45. Nesse caso, a substituição da fonte de tensão E por um curto-circuito estabelece uma conexão direta entre os pontos c e c' na Figura 9.45(a), o que permite ‘dobrar’ o circuito tendo como eixo a reta horizontal que liga a e b , resultando no circuito mostrado na Figura 9.45(b).

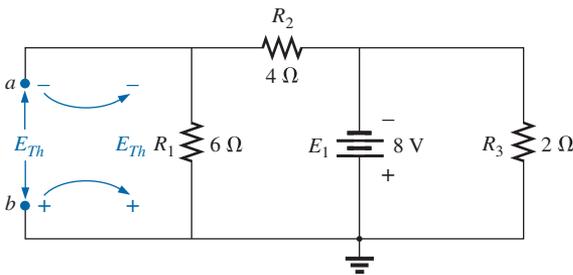


Figura 9.40 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 9.38.

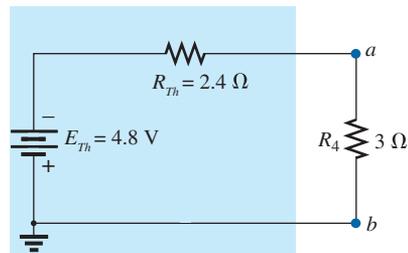


Figura 9.42 Substituição do circuito externo ao resistor R_4 na Figura 9.37 pelo circuito equivalente de Thévenin.

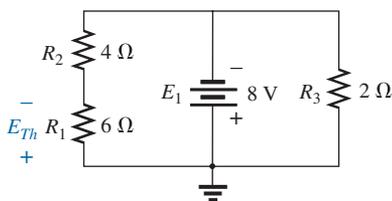


Figura 9.41 Circuito da Figura 9.40 redesenhado.

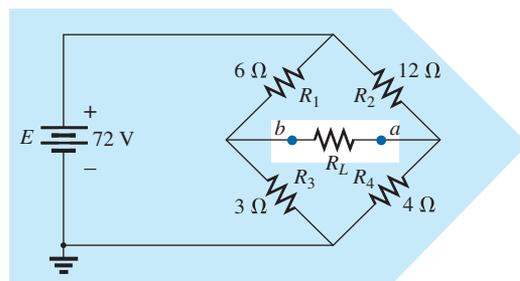


Figura 9.43 Exemplo 9.9.

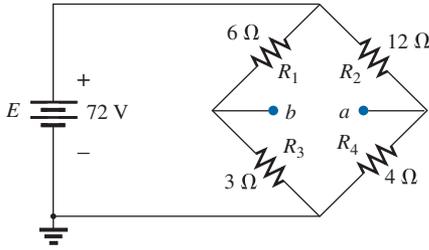


Figura 9.44 Identificação dos terminais de interesse para a aplicação do teorema de Thévenin ao circuito da Figura 9.43.

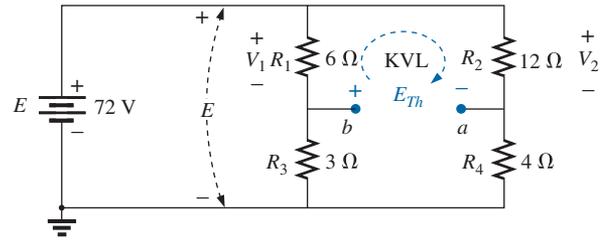
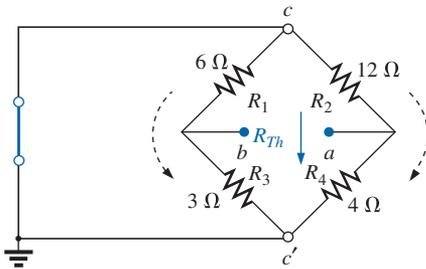
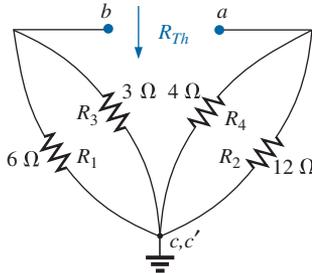


Figura 9.46 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 9.44.



(a)



(b)

Figura 9.45 Determinação de R_{Th} para o circuito da Figura 9.44.

$$\begin{aligned} R_{Th} &= R_{a-b} = R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4 \\ &= 6 \Omega \parallel 3 \Omega + 4 \Omega \parallel 12 \Omega \\ &= 2 \Omega + 3 \Omega = 5 \Omega \end{aligned}$$

Passo 4: O circuito redesenhado é mostrado na Figura 9.46. A ausência de uma conexão direta entre a e b resulta em um circuito com três ramos em paralelo. Portanto, as tensões V_1 e V_2 podem ser determinadas usando a regra dos divisores de tensão:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{R_1 E}{R_1 + R_3} = \frac{(6 \Omega)(72 \text{ V})}{6 \Omega + 3 \Omega} = \frac{432 \text{ V}}{9} = 48 \text{ V} \\ V_2 &= \frac{R_2 E}{R_2 + R_4} = \frac{(12 \Omega)(72 \text{ V})}{12 \Omega + 4 \Omega} = \frac{864 \text{ V}}{16} = 54 \text{ V} \end{aligned}$$

Considerando a polaridade indicada na figura para E_{Th} e aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha superior no sentido horário, obtemos:

$$\begin{aligned} \Sigma_C V &= + E_{Th} + V_1 - V_2 = 0 \\ e \quad E_{Th} &= V_2 - V_1 = 54 \text{ V} - 48 \text{ V} = 6 \text{ V} \end{aligned}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.47.

A aplicação do teorema de Thévenin não se restringe a apenas um elemento passivo, como mostram os exemplos anteriores, pois ele pode ser aplicado em fontes, ramos inteiros, partes dos circuitos ou qualquer configuração de circuito, como mostra o exemplo a seguir. Pode acontecer também que tenhamos de utilizar um dos métodos que estudamos anteriormente, como o das malhas ou da superposição, para determinar o circuito equivalente de Thévenin.

EXEMPLO 9.10

(Duas fontes) Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito da Figura 9.48. Soluções:

O circuito é redesenhado, e os *passos 1 e 2* são aplicados, conforme mostra a Figura 9.49.

Passo 3: Veja a Figura 9.50.

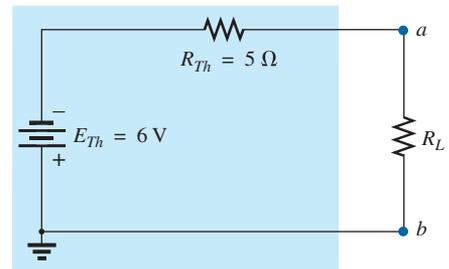


Figura 9.47 Substituição do circuito externo ao resistor R_L , visto na Figura 9.43, pelo circuito equivalente de Thévenin.

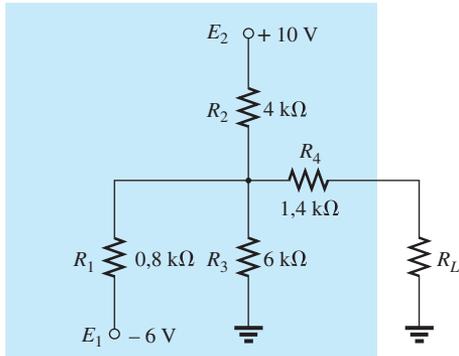


Figura 9.48 Exemplo 9.10.

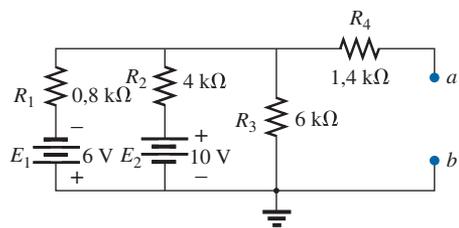


Figura 9.49 Identificação dos terminais de interesse para o circuito da Figura 9.48.

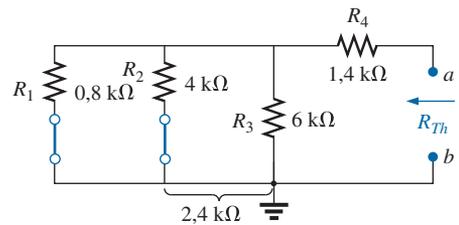


Figura 9.50 Determinação de R_{Th} para o circuito mostrado na Figura 9.49.

$$\begin{aligned} R_{Th} &= R_4 + R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 \\ &= 1,4 \text{ k}\Omega + 0,8 \text{ k}\Omega \parallel 4 \text{ k}\Omega \parallel 6 \text{ k}\Omega \\ &= 1,4 \text{ k}\Omega + 0,8 \text{ k}\Omega \parallel 2,4 \text{ k}\Omega \\ &= 1,4 \text{ k}\Omega + 0,6 \text{ k}\Omega \\ &= 2 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Passo 4: Aplicando o teorema da superposição, consideraremos primeiro os efeitos da fonte de tensão E_1 . Observe a Figura 9.51. O circuito aberto faz com que tenhamos $V_4 = I_4 R_4 = (0)R_4 = 0 \text{ V}$, e:

$$\begin{aligned} E'_{Th} &= V_3 \\ R'_T &= R_2 \parallel R_3 = 4 \text{ k}\Omega \parallel 6 \text{ k}\Omega = 2,4 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

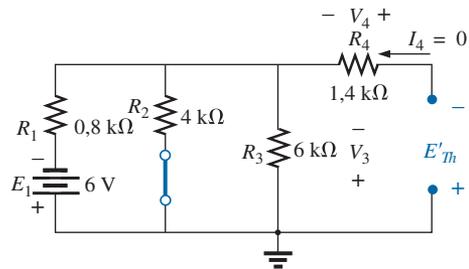


Figura 9.51 Contribuição da fonte E_1 para E_{Th} no circuito mostrado na Figura 9.49.

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{R'_T E_1}{R'_T} = \frac{(2,4 \text{ k}\Omega)(6 \text{ V})}{2,4 \text{ k}\Omega + 0,8 \text{ k}\Omega} = \frac{14,4 \text{ V}}{3,2} = 4,5 \text{ V} \\ E'_{Th} &= V_3 = 4,5 \text{ V} \end{aligned}$$

A aplicação do método da superposição para a fonte E_2 resulta no circuito mostrado na Figura 9.52. Novamente, temos $V_4 = I_4 R_4 = (0)R_4 = 0 \text{ V}$, e:

$$\begin{aligned} E''_{Th} &= V_3 \\ R'_T &= R_1 \parallel R_3 = 0,8 \text{ k}\Omega \parallel 6 \text{ k}\Omega = 0,706 \text{ k}\Omega \\ \text{e } V_3 &= \frac{R'_T E_2}{R'_T + R_2} = \frac{(0,706 \text{ k}\Omega)(10 \text{ V})}{0,706 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega} = \frac{7,06 \text{ V}}{4,706} \\ &= 1,5 \text{ V} \\ E''_{Th} &= V_3 = 1,5 \text{ V} \end{aligned}$$

Como E'_{Th} e E''_{Th} têm polaridades opostas:

$$\begin{aligned} E_{Th} &= E'_{Th} - E''_{Th} \\ &= 4,5 \text{ V} - 1,5 \text{ V} \\ &= 3 \text{ V (polaridade de } E'_{Th}) \end{aligned}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.53.

Métodos experimentais

Agora que o procedimento analítico foi descrito em detalhes e um sentido para a impedância de Thévenin foi estabelecido, assim como a tensão, é chegado o momento

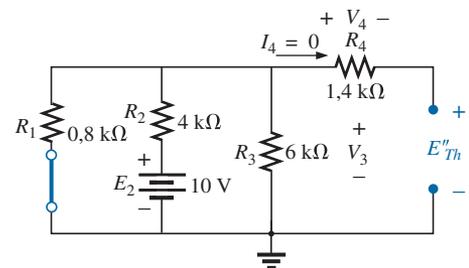


Figura 9.52 Contribuição de E_2 para E_{Th} no circuito da Figura 9.49.

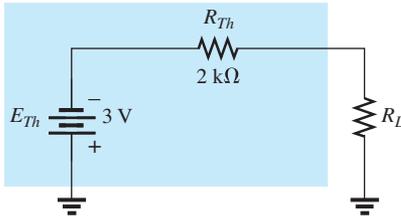


Figura 9.53 Substituição do circuito externo ao resistor R_L da Figura 9.48 pelo circuito equivalente de Thévenin.

de investigar como ambas as quantidades podem ser determinadas usando um método experimental.

Apesar de a resistência de Thévenin ser normalmente a mais fácil de determinar analiticamente, a tensão de Thévenin é frequentemente a mais fácil de determinar experimentalmente e, portanto, será examinada primeiro.

Medição de E_{Th} . O circuito de Thévenin equivalente ao circuito da Figura 9.54(a) aparece na Figura 9.54(b). A tensão de Thévenin de circuito aberto pode ser determinada simplesmente colocando um voltímetro nos terminais de saída na Figura 9.54(a), como mostrado. Isso decorre do fato de o circuito aberto na Figura 9.54(b) estabelecer que a tensão e a corrente através da resistência de Thévenin têm de ser zero. O resultado para a Figura 9.54(b) é:

$$V_{oc} = E_{Th} = 4,5 \text{ V}$$

Em geral, portanto,

a tensão de Thévenin é determinada conectando um voltímetro aos terminais de saída do circuito. Certifique-se de que a resistência interna do voltímetro seja significativamente maior que o nível esperado de R_{Th} .

Medição de R_{Th}

Uso do ohmímetro. Na Figura 9.55, as fontes na Figura 9.54(a) foram configuradas em zero, e um ohmímetro foi aplicado para medir a resistência de Thévenin. Na Figura 9.54(b), está claro que, se a tensão de Thévenin for configurada em zero volt, o ohmímetro lerá a resistência de Thévenin diretamente.

Em geral, portanto,

a resistência de Thévenin pode ser medida configurando-se todas as fontes em zero e medindo-se a resistência nos terminais de saída.

É importante lembrar, entretanto, que ohmímetros não podem ser usados em circuitos eletrizados, e você não pode configurar uma fonte de tensão colocando um curto-circuito através dela; isso causará um dano instantâneo. A fonte deve ser configurada em zero ou removida inteiramente e, então, substituída por uma conexão direta. Para a fonte de corrente, a condição de circuito aberto tem de ser claramente estabelecida; de outra maneira, a resistência medida será incorreta. Para a maioria das situações, normalmente é melhor remover as fontes e substituí-las pelo equivalente apropriado.

Uso do potenciômetro. Se usarmos um potenciômetro para medir a resistência de Thévenin, as fontes podem ser deixadas como estão. Por isso, essa é uma das abordagens mais populares. Na Figura 9.56(a), um potenciômetro foi conectado através dos terminais de saída do circuito para estabelecer a condição que aparece na Figura 9.56(b) para o equivalente de Thévenin. Se a resistência do potenciômetro é agora ajustada de maneira que a tensão através do potenciômetro seja metade da tensão de Thévenin medida, a resistência de Thévenin tem de ser igualada àquela do potenciômetro. Lembre-se de que para um circuito em

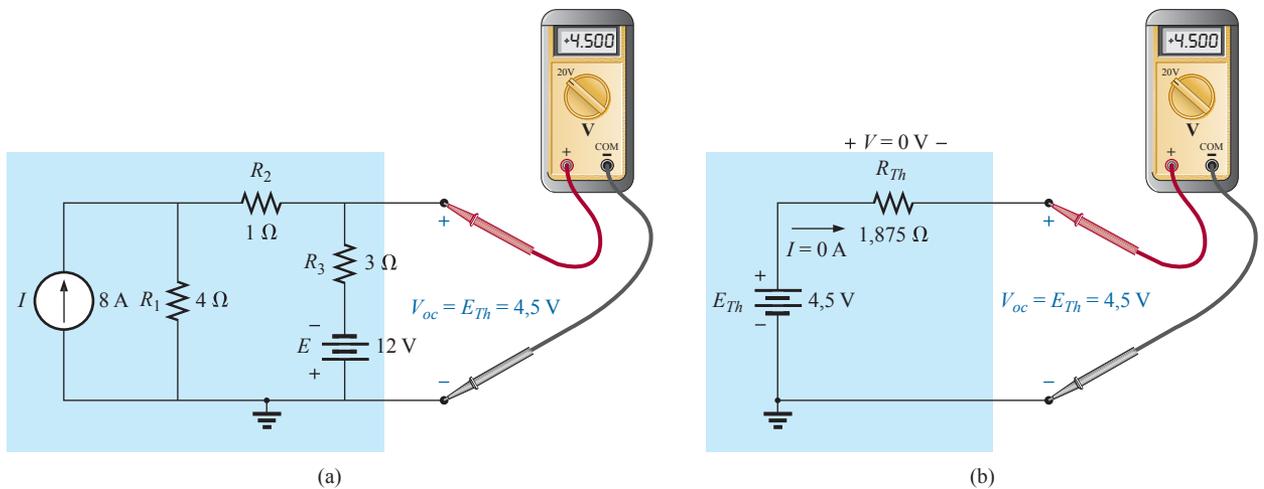


Figura 9.54 Medição da tensão de Thévenin usando um voltímetro: (a) circuito real; (b) equivalente de Thévenin.

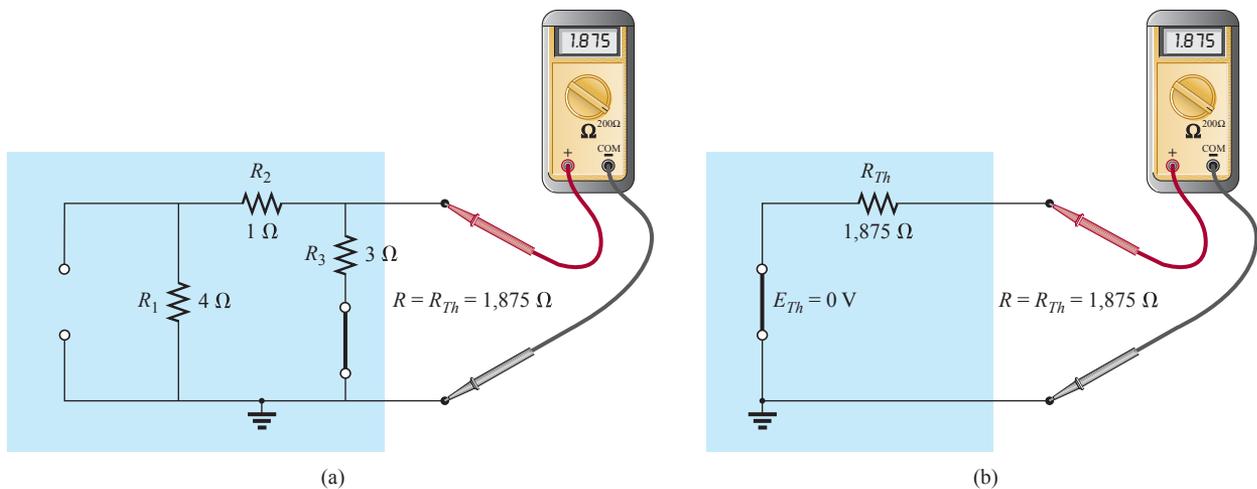


Figura 9.55 Medindo R_{Th} com um ohmímetro: (a) circuito real; (b) equivalente de Thévenin.

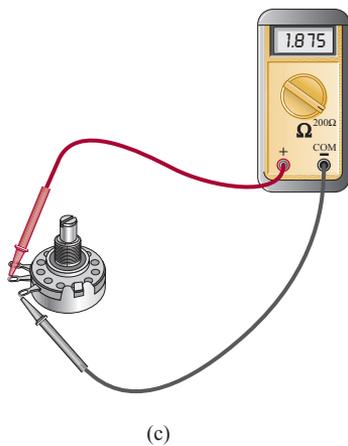
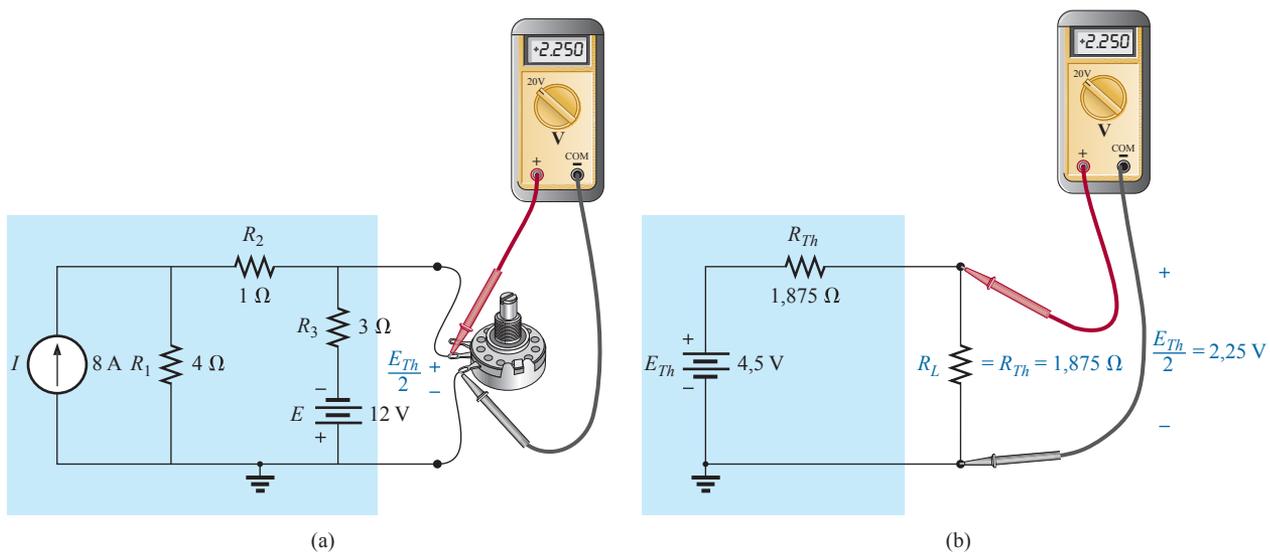


Figura 9.56 Uso de um potenciômetro para determinar R_{Th} : (a) circuito real; (b) equivalente de Thévenin; (c) medição de R_{Th} .

série, a tensão aplicada se dividirá igualmente através de dois resistores em série iguais.

Se o potenciômetro for então desconectado e a resistência for medida usando-se um ohmímetro, como mostra a Figura 9.56(c), o ohmímetro exibe a resistência de Thévenin do circuito. Em geral, portanto,

a resistência de Thévenin pode ser medida aplicando um potenciômetro aos terminais de saída e variando a resistência até que a tensão de saída seja a metade da tensão de Thévenin medida. A resistência do potenciômetro é a resistência de Thévenin para o circuito.

Uso da corrente de curto-circuito. A resistência de Thévenin também pode ser determinada colocando um curto-circuito nos terminais de saída e calculando a corrente do curto-circuito. Tendo em vista que amperímetros idealmente têm zero ohm interno entre seus terminais, conectar um amperímetro, como mostra a Figura 9.57(a), tem o efeito tanto de conectar um curto-circuito através dos terminais quanto de medir a corrente resultante. O mesmo amperímetro foi conectado no circuito equivalente de Thévenin na Figura 9.57(b).

Em termos práticos, presume-se, é claro, que a resistência interna do amperímetro é de aproximadamente zero ohm em comparação com outros resistores do circuito. Também é importante ter certeza de que a corrente resultante não excede a corrente máxima para a escala do amperímetro escolhida.

Na Figura 9.57(b), já que a corrente de curto-circuito é:

$$I_{SC} = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}$$

a resistência de Thévenin pode ser determinada por:

$$R_{Th} = \frac{E_{Th}}{I_{SC}}$$

Em geral, portanto,

a resistência de Thévenin pode ser determinada conectando um amperímetro através dos terminais de saída para medir a corrente de curto-circuito e então usar a tensão de circuito aberto para calcular a resistência de Thévenin da seguinte maneira:

$$R_{Th} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} \tag{9.1}$$

Consequentemente, teremos três maneiras de medir a resistência de Thévenin de uma configuração. Pela preocupação de configurar as fontes em zero no primeiro procedimento e dos níveis de corrente no último, o segundo método é frequentemente escolhido.

9.4 TEOREMA DE NORTON

Foi demonstrado na Seção 8.3 que, para qualquer fonte de tensão em série, com uma resistência interna, é possível determinar uma fonte de corrente equivalente. O circuito com fonte de corrente equivalente pode ser obtido com o auxílio do **teorema de Norton** (Figura 9.58). Ele também pode ser obtido com as técnicas de conversão descritas na Seção 8.3.

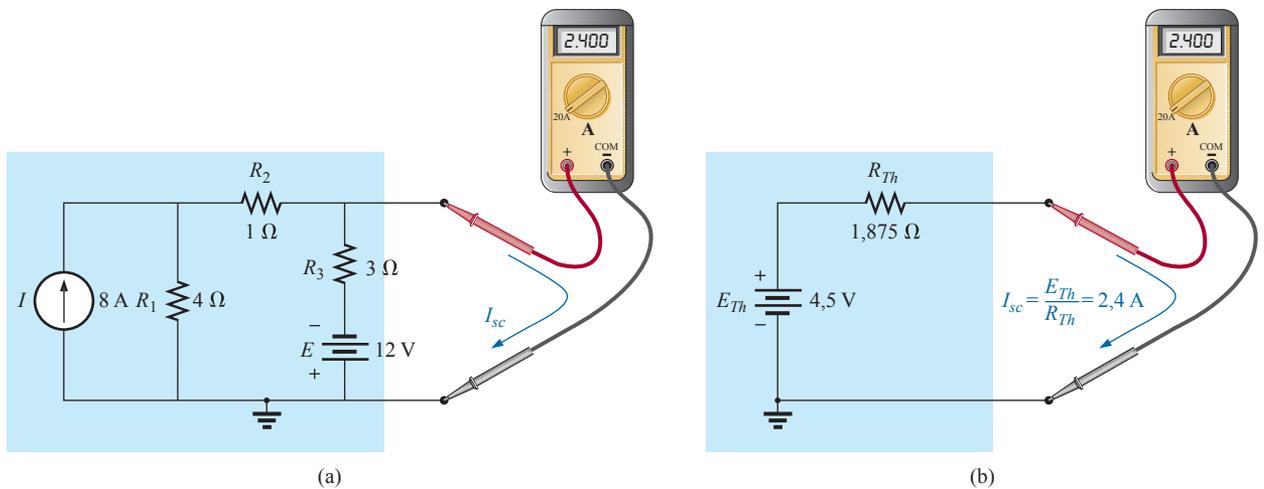


Figura 9.57 Determinação de R_{Th} usando a corrente de curto-circuito: (a) circuito real; (b) equivalente de Thévenin.



Figura 9.58 Edward L. Norton.

Reimpresso com permissão de Lucent Technologies, Inc./ Bell Labs.

Norte-americano (Rockland, Maine; Summit, Nova Jersey) (1898-1983)

Engenheiro eletricitista, cientista, inventor.

Chefe de departamento: Bell Laboratories.

Membro: Acoustical Society e Institute of Radio Engineers.

Embora tivesse inicialmente interesse na teoria de circuitos de comunicação e na transmissão de dados em altas velocidades através de linhas telefônicas, Edward L. Norton ficou mais conhecido pelo desenvolvimento do dual do circuito equivalente de Thévenin, normalmente denominado *circuito equivalente de Norton*. Na realidade, Norton e seus colaboradores na AT&T, no começo da década de 1920, estiveram entre os primeiros a usar o circuito equivalente de Thévenin e a se referirem ao teorema como teorema de Thévenin. Em 1926, Norton propôs o circuito equivalente com uma fonte de corrente e um resistor em paralelo para facilitar o projeto de instrumentos de gravação que eram essencialmente acionados por corrente. Ele começou sua carreira em telefonia em 1922, no Departamento de Engenharia da Western Electric Company, que mais tarde se transformou na Bell Laboratories. As áreas de pesquisa de seu interesse incluíam teoria de circuitos, sistemas acústicos, instrumentos eletromagnéticos e transmissão de dados. Graduado pelo MIT e pela Columbia University, obteve dezenove patentes com seus trabalhos.

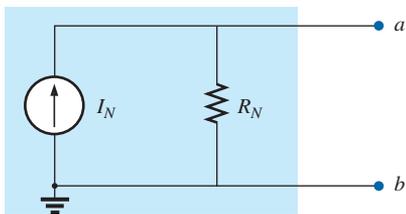


Figura 9.59 Circuito equivalente de Norton.

O teorema de Norton afirma que:

Qualquer circuito de corrente contínua linear bilateral de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente formado por uma fonte de corrente e por um resistor em paralelo, como mostra a Figura 9.59.

A discussão do teorema de Thévenin com relação ao circuito equivalente também pode ser aplicada ao circuito equivalente de Norton. Os passos que conduzem aos valores apropriados de R_N e I_N são apresentados a seguir.

Procedimento do Teorema de Norton

Passos preliminares:

1. Remova a parte do circuito para a qual deseja obter o equivalente de Norton.
2. Assinale os dois terminais do circuito remanescente.

R_N :

3. Para calcular R_N , configure todas as fontes em zero (substituindo as fontes de tensão por curtos-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos) e em seguida determine a resistência equivalente entre os dois terminais assinalados. (Se o circuito original incluir as resistências internas de fontes de tensão e/ou fontes de correntes, essas resistências devem ser mantidas quando as fontes forem configuradas em zero.) Como $R_N = R_{Th}$, esse passo é idêntico ao que foi descrito quando discutimos o teorema de Thévenin.

I_N :

4. Para calcular I_N , retorne todas as fontes às suas posições originais e em seguida determine a corrente de curto-circuito entre os dois terminais assinalados. Essa corrente é a mesma que seria medida por um amperímetro conectado entre os terminais assinalados.

Conclusão:

5. Desenhe o circuito equivalente de Norton e recoloque entre os terminais do circuito equivalente a parte que foi previamente removida.

Podemos também obter o circuito equivalente de Norton a partir do circuito equivalente de Thévenin e vice-versa, utilizando as técnicas de transformação discutidas anteriormente neste capítulo e reproduzidas na Figura 9.60.

EXEMPLO 9.11

Determine o circuito equivalente de Norton para a parte sombreada do circuito mostrado na Figura 9.61.

Soluções:

Os passos 1 e 2 são mostrados na Figura 9.62.

O passo 3 é mostrado na Figura 9.63, e

$$R_N = R_1 \parallel R_2 = 3 \Omega \parallel 6 \Omega = \frac{(3 \Omega)(6 \Omega)}{3 \Omega + 6 \Omega} = \frac{18 \Omega}{9} = 2 \Omega$$

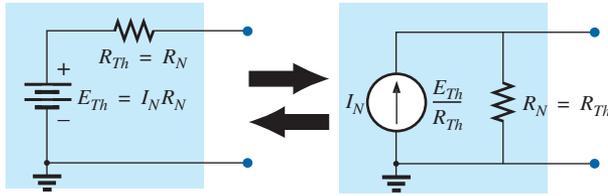


Figura 9.60 Conversão entre os circuitos equivalentes de Norton e de Thévenin.

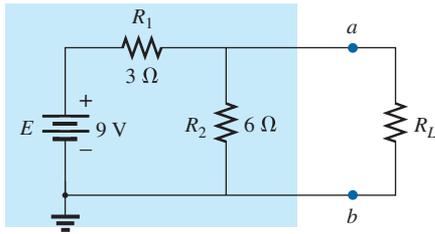


Figura 9.61 Exemplo 9.11.

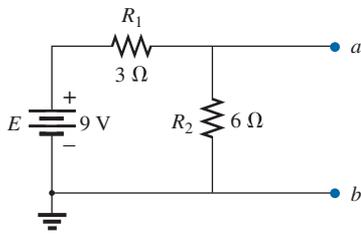


Figura 9.62 Identificação dos terminais de interesse para o circuito mostrado na Figura 9.61.

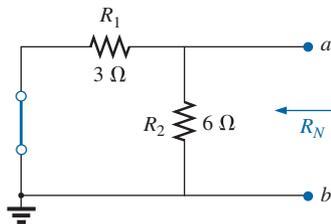


Figura 9.63 Determinação de R_N para o circuito da Figura 9.62.

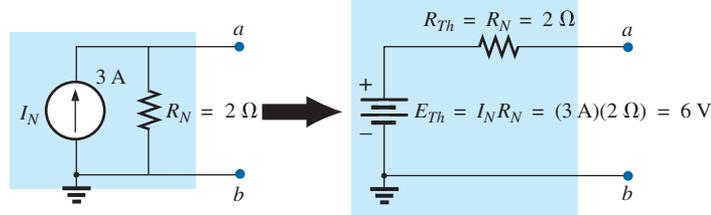


Figura 9.66 Conversão do circuito equivalente de Norton da Figura 9.65 em um circuito equivalente de Thévenin.

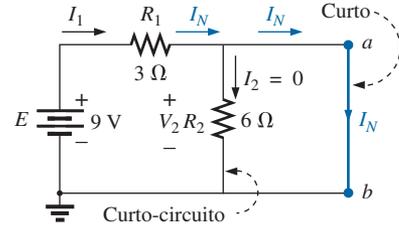


Figura 9.64 Determinação de I_N para o circuito da Figura 9.62.

O passo 4 é mostrado na Figura 9.64, que indica claramente que o curto-circuito entre os terminais a e b está em paralelo com R_2 , eliminando qualquer efeito dessa resistência. Portanto I_N é a corrente que atravessa R_1 , e toda tensão da bateria aparece entre os terminais de R_1 , já que:

$$V_2 = I_2 R_2 = (0)6\ \Omega = 0\ \text{V}$$

Portanto,

$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{9\ \text{V}}{3\ \Omega} = 3\ \text{A}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.65. Esse circuito é o mesmo ao qual aplicamos o teorema de Thévenin inicialmente. Uma simples conversão indica que os circuitos de Thévenin são, de fato, os mesmos (veja a Figura 9.66).

EXEMPLO 9.12

Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor de $9\ \Omega$ visto na Figura 9.67.

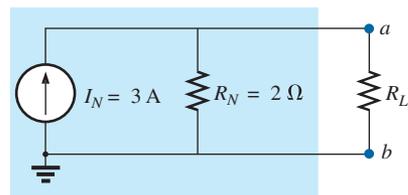


Figura 9.65 Substituição do circuito externo ao resistor R_L na Figura 9.61 pelo circuito equivalente de Norton.

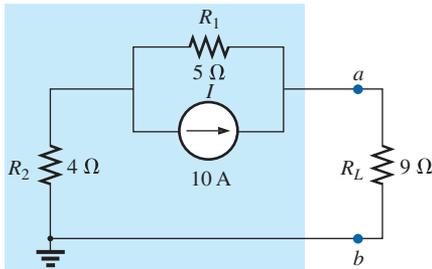


Figura 9.67 Exemplo 9.12.

Solução:

Passos 1 e 2: Veja a Figura 9.68.

Passo 3: Veja a Figura 9.69 e

$$R_N = R_1 + R_2 = 5 \Omega + 4 \Omega = 9 \Omega$$

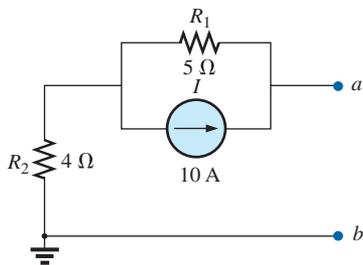


Figura 9.68 Identificação dos terminais de interesse para o circuito mostrado na Figura 9.67.

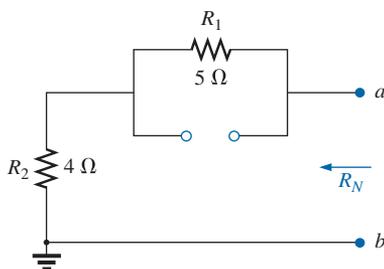


Figura 9.69 Determinação de R_N para o circuito da Figura 9.68.

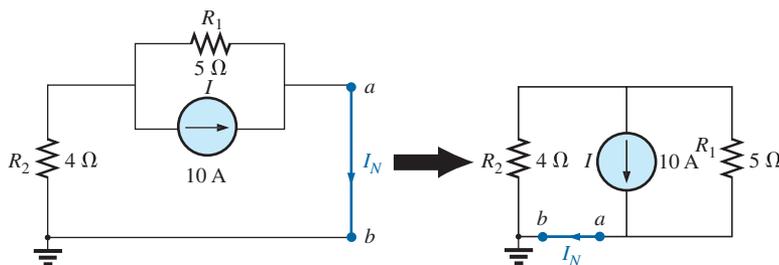


Figura 9.70 Determinação de I_N para o circuito visto na Figura 9.68.

Passo 4: Como mostra a Figura 9.70, a corrente de Norton é a mesma corrente através do resistor de 4 Ω. Aplicando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$I_N = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2} = \frac{(5 \Omega)(10 \text{ A})}{5 \Omega + 4 \Omega} = \frac{50 \text{ A}}{9} = 5,56 \text{ A}$$

Passo 5: Ver Figura 9.71.

EXEMPLO 9.13

(Duas fontes) Determine o circuito equivalente de Norton para a parte do circuito à esquerda dos pontos a e b vistos na Figura 9.72.

Soluções:

Passos 1 e 2: Veja a Figura 9.73.

O passo 3 é mostrado na Figura 9.74, e

$$R_N = R_1 \parallel R_2 = 4 \Omega \parallel 6 \Omega = \frac{(4 \Omega)(6 \Omega)}{4 \Omega + 6 \Omega} = \frac{24 \Omega}{10} = 2,4 \Omega$$

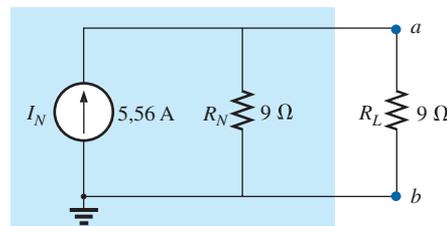


Figura 9.71 Substituição do circuito externo ao resistor R_L visto na Figura 9.67 pelo circuito equivalente de Norton.

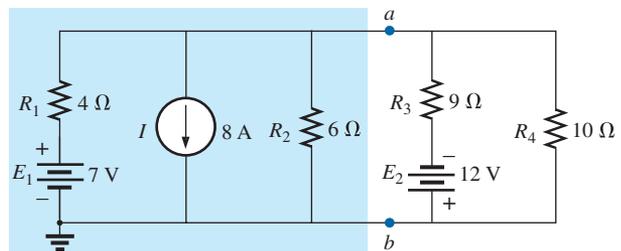


Figura 9.72 Exemplo 9.13.

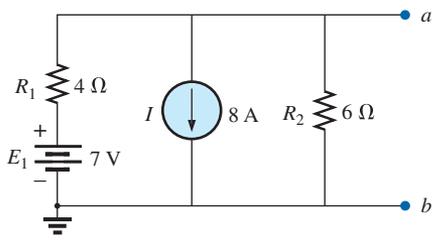


Figura 9.73 Identificação dos terminais de saída do circuito visto na Figura 9.72.

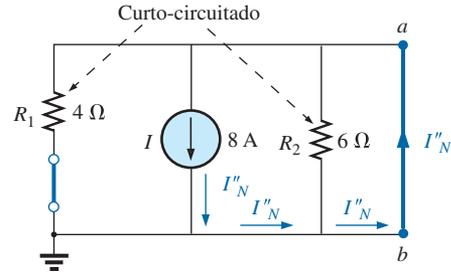


Figura 9.76 Contribuição da fonte de corrente I para I_N .

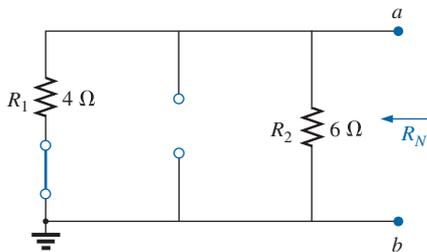


Figura 9.74 Determinação de R_N para o circuito visto na Figura 9.73.

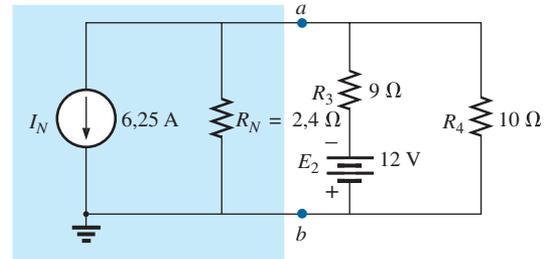


Figura 9.77 Substituição do circuito à esquerda dos terminais a - b na Figura 9.72 pelo circuito equivalente de Norton.

Passo 4: (Uso do teorema de superposição) No caso da bateria de 7 V (veja a Figura 9.75):

$$I'_N = \frac{E_1}{R_1} = \frac{7 \text{ V}}{4 \Omega} = 1,75 \text{ A} = 1,75 \text{ A}$$

No caso da fonte de 8 A (veja a Figura 9.76), vemos que tanto R_1 quanto R_2 foram ‘curto-circuitadas’ pela ligação direta entre a e b , e:

$$I''_N = I = 8 \text{ A}$$

O resultado é:

$$I_N = I''_N - I'_N = 8 \text{ A} - 1,75 \text{ A} = \mathbf{6,25 \text{ A}}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.77.

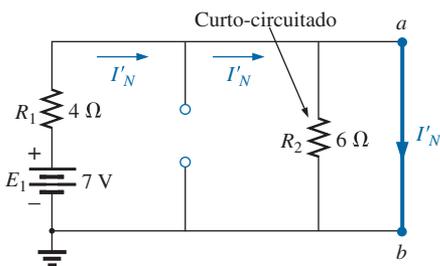


Figura 9.75 Contribuição da fonte de tensão E_1 para I_N .

Método experimental

A corrente de Norton é medida utilizando a técnica já descrita para medir a corrente de curto-circuito (I_{sc}) no caso do circuito equivalente de Thévenin. Como as resistências de Norton e Thévenin são iguais, o mesmo método experimental pode ser usado nos dois casos.

9.5 TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

Ao se projetar um circuito, muitas vezes é importante ser capaz de responder a uma das perguntas a seguir:

Qual carga deve ser aplicada a um sistema para assegurar que ela esteja recebendo a potência máxima do sistema?

De maneira contrária,

Para uma carga em particular, quais condições devem ser impostas sobre a fonte para assegurar que ela vá transferir a máxima potência disponível?

Mesmo que uma carga não possa ser configurada no valor que resultaria na máxima transferência de potência, muitas vezes é interessante ter alguma ideia do valor que solicita a máxima potência, de maneira que você possa compará-lo com a carga aplicada. Por exemplo, se um

projeto pede uma carga de 100 Ω para assegurar que a carga receba a potência máxima, o uso de um resistor de 1 Ω ou 1 kΩ resulta em uma transferência de potência que é muito menor que a máxima possível. Entretanto, o uso de uma carga de 82 Ω ou 120 Ω provavelmente resultaria em um nível relativamente bom de transferência de potência.

Felizmente, o processo de descoberta da carga que receberá a potência máxima de um sistema em particular é bastante direto pelo **teorema da máxima transferência de potência**, que declara o seguinte:

A potência transferida a uma carga por um circuito será máxima quando a resistência dessa carga for exatamente igual à resistência de Thévenin do circuito ligado a essa carga. Isto é,

$$R_L = R_{Th} \tag{9.2}$$

Em outras palavras, para o circuito equivalente de Thévenin na Figura 9.78, quando a carga for regulada igual à resistência de Thévenin, receberá a potência máxima do circuito.

Usando a Figura 9.78 com $R_L = R_{Th}$, podemos determinar a potência máxima transferida para a carga ao primeiro calcular a corrente:

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_{Th}} = \frac{E_{Th}}{2R_{Th}}$$

Então, substituímos em uma equação de potência:

$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{E_{Th}}{2R_{Th}} \right)^2 (R_{Th}) = \frac{E_{Th}^2 R_{Th}}{4R_{Th}^2}$$

e
$$P_{L_{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} \tag{9.3}$$

Para demonstrar que a potência máxima é realmente transferida para a carga sob as condições definidas acima,

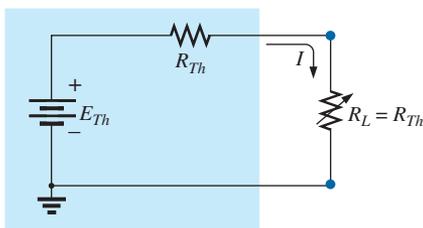


Figura 9.78 Ilustração das condições para máxima transferência de potência a uma carga usando o circuito equivalente de Thévenin.

considere o circuito equivalente de Thévenin na Figura 9.79.

Antes de entrar em detalhes, entretanto, se você fosse adivinhar qual valor de R_L resultaria na máxima transferência de potência para R_L , poderia achar que quanto menor o valor de R_L , melhor, pois a corrente chega ao seu ponto máximo quando é colocada ao quadrado na equação de potência. Entretanto, o problema é que, na equação $P_L = I_L^2 R_L$, a resistência da carga é um multiplicador. Na medida em que ele fica menor, forma um produto menor. Então, novamente, você poderia sugerir valores maiores para R_L , porque a tensão de saída aumenta, e a potência é determinada por $P_L = V_L^2 / R_L$. Dessa vez, entretanto, a resistência da carga está no denominador da equação, e faz com que a potência resultante diminua. Obviamente, um equilíbrio deve ser alcançado entre a resistência da carga e a corrente ou a tensão resultantes. A discussão a seguir mostra que

a máxima transferência de potência ocorre quando a tensão e a corrente da carga estão na metade dos seus valores possíveis máximos.

Para o circuito na Figura 9.79, a corrente através da carga é determinada por:

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{60 \text{ V}}{9 \Omega + R_L}$$

A tensão é determinada por:

$$V_L = \frac{R_L E_{Th}}{R_L + R_{Th}} = \frac{R_L (60 \text{ V})}{R_L + R_{Th}}$$

e a potência por:

$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{60 \text{ V}}{9 \Omega + R_L} \right)^2 (R_L) = \frac{3600 R_L}{(9 \Omega + R_L)^2}$$

Se colocarmos em uma tabela as três quantidades em função de uma faixa de valores para R_L de 0,1 Ω a 30 Ω, obteremos os resultados que aparecem na Tabela 9.1. Ob-

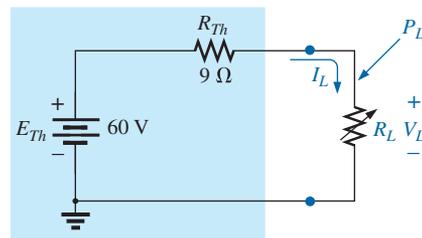


Figura 9.79 Circuito equivalente de Thévenin usado para confirmar a validade do teorema da máxima transferência de potência.

serve em particular que quando R_L é igual à resistência de Thévenin de 9Ω , a potência tem um valor máximo de 100 W, a corrente é 3,33 A, ou metade do seu valor máximo de 6,60 A (como resultaria com um curto-circuito através dos terminais de saída), e a tensão através da carga é 30 V, ou a metade do seu valor máximo de 60 V (resultado que seria obtido usando um circuito aberto através dos seus terminais de saída). Como você pode ver, não há dúvida de que a potência máxima é transferida para a carga quando a carga se iguala ao valor de Thévenin.

A potência para a carga em função da gama de valores de resistores é fornecida na Figura 9.80. Observe em particular que para valores de resistência de carga

menores que o valor de Thévenin, a mudança é dramática na medida em que eles se aproximam do valor máximo. Entretanto, para valores maiores que o valor de Thévenin, a queda é bem mais gradual. Isso é importante porque nos diz o seguinte:

Se a carga aplicada é menor que a resistência de Thévenin, a potência para a carga cairá rapidamente na medida em que ela fica menor. Entretanto, se a carga aplicada é maior que a resistência de Thévenin, a potência para a carga não cairá tão rapidamente na medida em que ela aumenta.

Tabela 9.1

$R_L (\Omega)$	$P_L (W)$	$I_L (A)$	$V_L (V)$
0,1	4,35	6,60	0,66
0,2	8,51	6,52	1,30
0,5	19,94	6,32	3,16
1	36,00	6,00	6,00
2	59,50	5,46	10,91
3	75,00	5,00	15,00
4	85,21	4,62	18,46
5	91,84	4,29	21,43
6	96,00	4,00	24,00
7	98,44	3,75	26,25
8	99,65	3,53	28,23
9 (R_{Th})	100,00 (Máximo)	3,33 ($I_{máx}/2$)	30,00 ($E_{Th}/2$)
10	99,72	3,16	31,58
11	99,00	3,00	33,00
12	97,96	2,86	34,29
13	96,69	2,73	35,46
14	95,27	2,61	36,52
15	93,75	2,50	37,50
16	92,16	2,40	38,40
17	90,53	2,31	39,23
18	88,89	2,22	40,00
19	87,24	2,14	40,71
20	85,61	2,07	41,38
25	77,86	1,77	44,12
30	71,00	1,54	46,15
40	59,98	1,22	48,98
100	30,30	0,55	55,05
500	6,95	0,12	58,94
1000	3,54	0,06	59,47

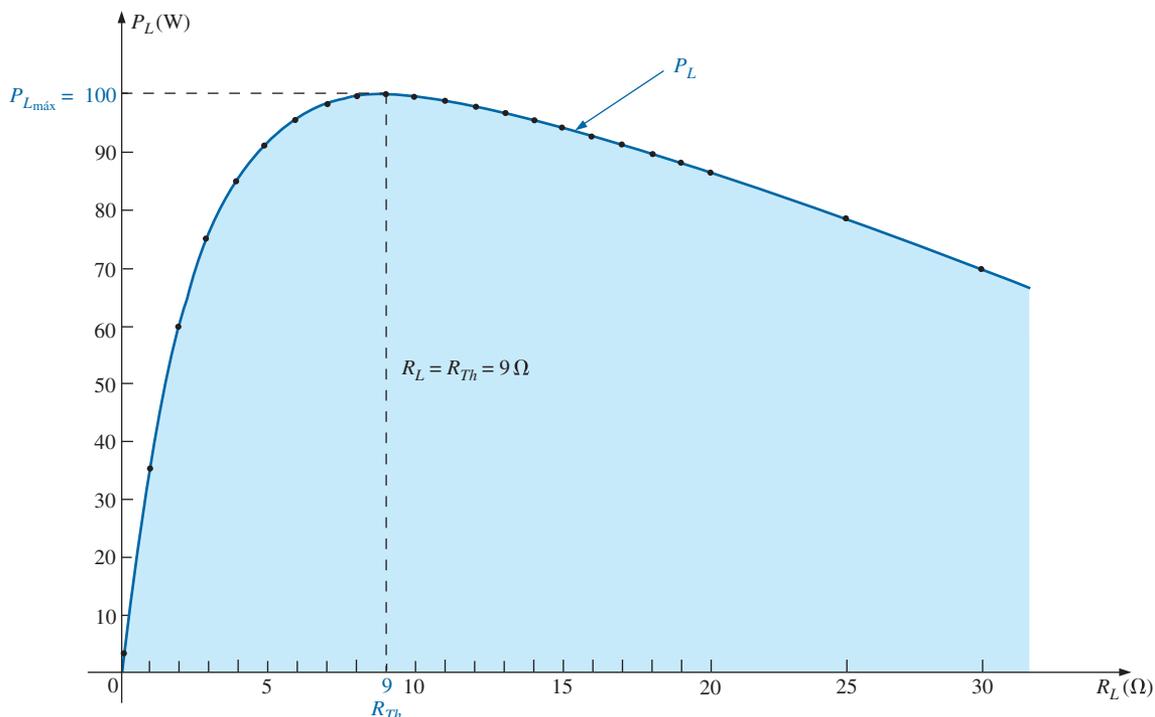


Figura 9.80 P_L em função de R_L para o circuito mostrado na Figura 9.79.

Por exemplo, a potência para a carga é de pelo menos 90 W para a faixa que está em torno de 4,5 Ω a 9 Ω abaixo do valor máximo, mas é ao menos do mesmo nível para uma faixa em torno de 9 Ω a 18 Ω acima do valor máximo. A faixa abaixo do pico é 4,5 Ω , enquanto a faixa acima do pico é quase duas vezes 9 Ω . Como mencionado, se as condições de transferência máxima não podem ser estabelecidas, pelo menos sabemos agora, baseados na Figura 9.80, que qualquer resistência relativamente próxi-

ma do valor de Thévenin resulta em uma forte transferência de potência. Valores mais distantes como 1 Ω e 100 Ω resultam em níveis muito mais baixos.

É particularmente interessante traçar um gráfico da potência fornecida para a carga em função da resistência da carga usando uma escala logarítmica, como mostra a Figura 9.81. Logaritmos serão discutidos em detalhes no Capítulo 21, mas por ora observe que o espaçamento entre os valores de R_L não é linear, mas as distâncias entre as

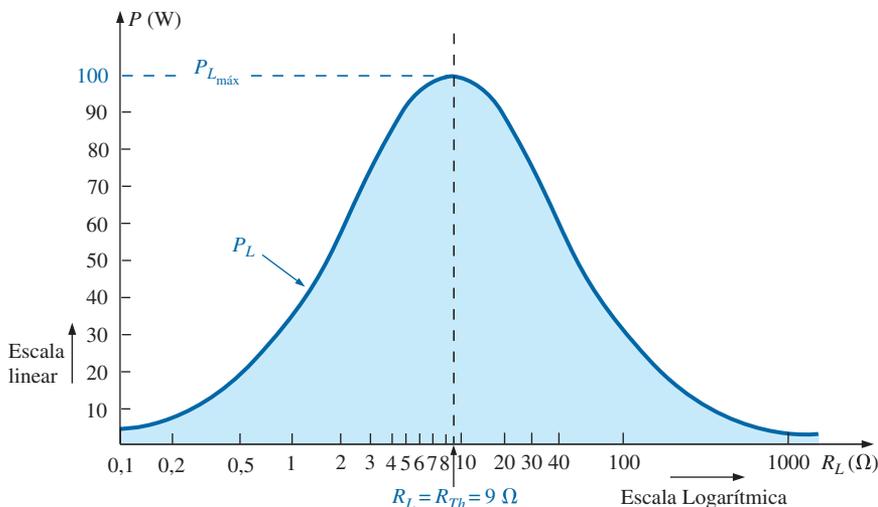


Figura 9.81 P_L em função de R_L para o circuito na Figura 9.79.

potências de dez (como 0,1 e 1, 1 e 10 e 100) são todas iguais. A vantagem da escala logarítmica é que uma ampla faixa de resistência pode ser representada graficamente em um gráfico relativamente pequeno.

Observe na Figura 9.81 que uma curva suave, em forma de sino, é obtida e é simétrica em torno da resistência de Thévenin de 9 Ω. Em 0,1 Ω, a potência caiu aproximadamente para o mesmo nível que a de 1.000 Ω, e de 1 Ω e em 100 Ω, a potência caiu para a faixa de 30 W.

Apesar de toda essa discussão estar centrada na potência para a carga, é importante lembrar-se do seguinte:

A potência total fornecida por uma fonte como E_{Th} é absorvida tanto pela resistência equivalente de Thévenin quanto pela resistência da carga. Qualquer potência fornecida pela fonte que não chegue à carga é perdida para a resistência de Thévenin.

Sob condições de potência máxima, apenas a metade da potência fornecida pela fonte chega à carga. Bem, isso soa desastroso, mas lembre-se de que estamos partindo de uma tensão e de uma resistência de Thévenin fixas, e a sentença acima simplesmente nos diz que devemos tornar os dois níveis de resistência iguais se quisermos uma potência máxima para a carga. Em uma base de eficiência, estamos trabalhando a um nível de apenas 50 por cento, mas estamos satisfeitos porque *assim obtemos a potência máxima do nosso sistema.*

A eficiência operacional CC é definida como a razão da potência fornecida para a carga (P_L) para a potência fornecida pela fonte (P_s). Isto é:

$$\eta\% = \frac{P_L}{P_s} \times 100\% \tag{9.4}$$

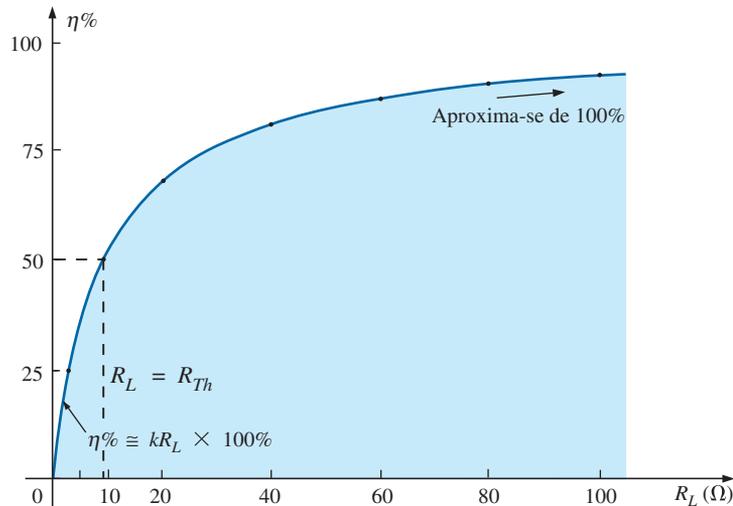


Figura 9.82 Eficiência de operação em função do aumento no valor de R_L .

Para a situação em que $R_L = R_{Th}$,

$$\begin{aligned} \eta\% &= \frac{I_L^2 R_L}{I_L^2 R_T} \times 100\% = \frac{R_L}{R_T} \times 100\% = \frac{R_{Th}}{R_{Th} + R_{Th}} \times 100\% \\ &= \frac{R_{Th}}{2R_{Th}} \times 100\% = \frac{1}{2} \times 100\% = 50\% \end{aligned}$$

No caso do circuito na Figura 9.79, se representarmos graficamente a eficiência da operação em função da resistência da carga, obteremos o gráfico na Figura 9.82, que mostra claramente que a eficiência continua a aumentar a um nível de 100 por cento na medida em que R_L fica maior. Observe em particular que a eficiência é de 50 por cento quando $R_L = R_{Th}$.

Para assegurar que compreendeu completamente o efeito do teorema da máxima transferência de potência, assim como os critérios de eficiência, considere o circuito na Figura 9.83, onde a resistência da carga é estabelecida em 100 Ω e a potência para a resistência de Thévenin e para a carga são calculadas como a seguir:

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{60 \text{ V}}{9 \Omega + 100 \Omega} = \frac{60 \text{ V}}{109 \Omega} = 550,5 \text{ mA}$$

com $P_{R_{Th}} = I_L^2 R_{Th} = (550,5 \text{ mA})^2 (9 \Omega) \cong 2,73 \text{ W}$
 e $P_L = I_L^2 R_L = (550,5 \text{ mA})^2 (100 \Omega) \cong 30,3 \text{ W}$

Os resultados mostram claramente que a maior parte da potência fornecida pela bateria está chegando à carga; um atributo desejável, sob o ponto de vista da eficiência. Entretanto, a potência que chega à carga é de apenas 30,3 W em comparação com os 100 W obtidos sob condições de potência máxima. Em geral, portanto, as diretrizes a seguir se aplicam:

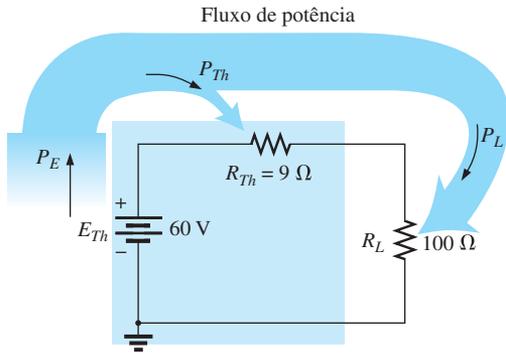


Figura 9.83 Exame de um circuito com alta eficiência, mas nível relativamente baixo de potência para a carga.

Se a eficiência é o fator predominante, então a carga deve ser muito maior do que a resistência interna da fonte. Se uma transferência de potência máxima for desejada e a eficiência for uma preocupação menor, então as condições ditadas pelo teorema da máxima transferência de potência devem ser aplicadas.

Uma eficiência relativamente baixa de 50 por cento pode ser tolerada em situações em que os níveis de potência são relativamente baixos, como em uma ampla variedade de sistemas eletrônicos, nos quais a transferência de potência máxima para esse sistema é normalmente mais importante. Entretanto, quando grandes níveis de potência estão envolvidos, como em plantas geradoras de eletricidade, eficiências de 50 por cento não podem ser toleradas. Na realidade, um montante considerável de investimentos e pesquisas é feito para elevar as eficiências de geração e transmissão de energia em alguns pontos percentuais. Elevar o nível de eficiência de uma planta geradora de energia elétrica de 10 MkW de 94 para 95 por cento (um aumento de 1 por cento) pode poupar 0,1 MkW, ou 100 milhões de watts de energia — uma economia considerável.

Em todas as discussões acima, o efeito de modificar a carga foi discutido para uma resistência de Thévenin fixa. Olhando para a situação de um ponto de vista diferente, podemos dizer que

se a resistência de carga é fixa e não se iguala à resistência equivalente de Thévenin aplicada, então algum esforço deve ser feito (se possível) para reprojeter o sistema de maneira que a resistência equivalente de Thévenin esteja mais próxima da carga aplicada fixa.

Em outras palavras, se um(a) projetista enfrenta uma situação em que a resistência de carga é fixa, ele ou ela deve investigar se a seção da fonte deve ser substituída ou redesenhada para aproximar os níveis de resistência a fim de produzir níveis mais altos de potência para a carga.

Para o circuito equivalente de Norton na Figura 9.84, a potência máxima será fornecida para a carga quando:

$$R_L = R_N \quad (9.5)$$

Esse resultado [Equação 9.5] será usado para sua máxima vantagem na análise dos circuitos de transistores, em que o modelo de circuito de transistor aplicado com a maior frequência utiliza uma fonte de corrente em vez de uma fonte de tensão.

Para o circuito de Norton na Figura 9.84,

$$P_{L_{\max}} = \frac{I_N^2 R_N}{4} \quad (\text{W}) \quad (9.6)$$

EXEMPLO 9.14

Um gerador CC, uma bateria e uma fonte de alimentação de laboratório estão conectados a uma carga resistiva R_L na Figura 9.85.

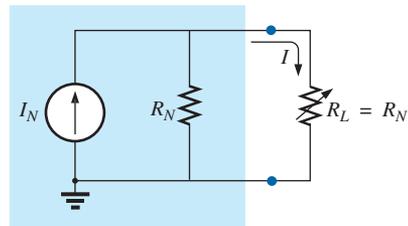


Figura 9.84 Definição das condições para a potência máxima de uma carga usando o circuito equivalente de Norton.

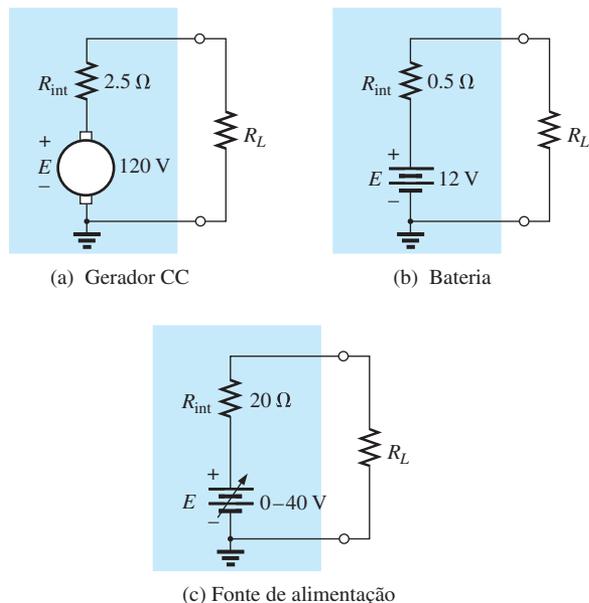


Figura 9.85 Exemplo 9.14.

- a) Em cada um dos casos, determine o valor de R_L para que a potência fornecida à carga seja máxima.
- b) Sob condições de potência máxima, quais são o nível de corrente e a potência para a carga em cada configuração?
- c) Qual é a eficiência de operação para cada fonte na parte (b)?
- d) Se uma carga de $1\text{ k}\Omega$ fosse aplicada à fonte de alimentação de laboratório, qual seria a potência fornecida para a carga? Compare sua resposta com o nível da parte (b). Qual é o nível de eficiência?
- e) Para cada fonte, determine o valor de R_L para que a eficiência seja de 75 por cento.

Soluções:

- a) Para o gerador CC:

$$R_L = R_{Th} = R_{int} = 2,5\ \Omega$$

Para a bateria de carro de 12 V:

$$R_L = R_{Th} = R_{int} = 0,05\ \Omega$$

Para a fonte de alimentação de laboratório CC:

$$R_L = R_{Th} = R_{int} = 20\ \Omega$$

- b) Para o gerador CC:

$$P_{L\text{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{E^2}{4R_{int}} = \frac{(120\text{ V})^2}{4(2,5\ \Omega)} = 1,44\ \text{kW}$$

Para a bateria de carro de 12 V:

$$P_{L\text{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{E^2}{4R_{int}} = \frac{(12\text{ V})^2}{4(0,05\ \Omega)} = 720\ \text{W}$$

Para a fonte de alimentação de laboratório CC:

$$P_{L\text{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{E^2}{4R_{int}} = \frac{(40\text{ V})^2}{4(20\ \Omega)} = 20\ \text{W}$$

- c) Eles estão operando sob um nível de eficiência de 50 por cento porque $R_L = R_{Th}$.
- d) A potência para a carga é determinada como a seguir:

$$I_L = \frac{E}{R_{int} + R_L} = \frac{40\text{ V}}{20\ \Omega + 1000\ \Omega} = \frac{40\text{ V}}{1020\ \Omega} = 39,22\ \text{mA}$$

- e $P_L = I_L^2 R_L = (39,22\ \text{mA})^2 (1000\ \Omega) = 1,54\ \text{W}$

O nível de potência é significativamente menor que os 20 W conseguidos na parte (b). O nível de eficiência é:

$$\begin{aligned} \eta\% &= \frac{P_L}{P_s} \times 100\% = \frac{1,54\ \text{W}}{EI_s} \times 100\% \\ &= \frac{1,54\ \text{W}}{(40\text{ V})(39,22\ \text{mA})} \times 100\% \\ &= \frac{1,54\ \text{W}}{1,57\ \text{W}} \times 100\% = \mathbf{98,09\%} \end{aligned}$$

que é notadamente mais alto que o obtido sob condições de potência máxima, embora à custa do nível de potência.

- e) Para o gerador CC:

$$\eta = \frac{P_o}{P_s} = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} \quad (\eta \text{ em forma decimal})$$

- e
$$\eta = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L}$$

$$\eta(R_{Th} + R_L) = R_L$$

$$\eta R_{Th} + \eta R_L = R_L$$

$$R_L(1 - \eta) = \eta R_{Th}$$

- e
$$R_L = \frac{\eta R_{Th}}{1 - \eta} \tag{9.7}$$

$$R_L = \frac{0,75(2,5\ \Omega)}{1 - 0,75} = 7,5\ \Omega$$

Para a bateria:

$$R_L = \frac{0,75(0,05\ \Omega)}{1 - 0,75} = 0,15\ \Omega$$

Para a fonte de alimentação de laboratório:

$$R_L = \frac{0,75(20\ \Omega)}{1 - 0,75} = 60\ \Omega$$

EXEMPLO 9.15

A análise de um circuito de transistor resultou no equivalente reduzido mostrado na Figura 9.86.

- a) Calcule a resistência da carga que resultará na transferência de potência máxima para a carga, e calcule a potência máxima dissipada.
- b) Se a carga fosse modificada para $68\text{ k}\Omega$, você esperaria um nível de transferência de potência relativamente alto para a carga baseado nos resultados da parte (a)? Qual seria o novo nível de potência? A sua suposição inicial foi confirmada?
- c) Se a carga fosse modificada para $8,2\text{ k}\Omega$, você esperaria um nível de transferência de potência relativamente alto para a carga baseado nos resultados da parte (a)? Qual seria o novo nível de potência? A sua suposição inicial foi confirmada?

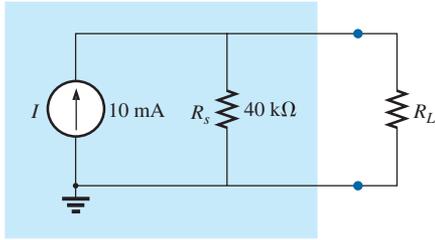


Figura 9.86 Exemplo 9.15.

Soluções:

- a) Substituindo a fonte de corrente por um equivalente de circuito aberto, temos:

$$R_{Th} = R_s = 40 \text{ k}\Omega$$

Restabelecendo a fonte de corrente e calculando a tensão de circuito aberto nos terminais de saída, temos:

$$E_{Th} = V_{oc} = IR_s = (10 \text{ mA})(40 \text{ k}\Omega) = 400 \text{ V}$$

Para a transferência de potência máxima para a carga:

$$R_L = R_{Th} = 40 \text{ k}\Omega$$

com um nível de potência máxima de:

$$P_{L_{\text{máx}}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{(400 \text{ V})^2}{4(40 \text{ k}\Omega)} = 1 \text{ W}$$

- b) Sim, pois a carga de 68 kΩ é maior (observe a Figura 9.80) que a carga de 40 kΩ, mas relativamente próxima em valor absoluto.

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{400 \text{ V}}{40 \text{ k}\Omega + 68 \text{ k}\Omega} = \frac{400}{108 \text{ k}\Omega} \cong 3,7 \text{ mA}$$

$$P_L = I_L^2 R_L = (3,7 \text{ mA})^2 (68 \text{ k}\Omega) \cong 0,93 \text{ W}$$

Sim, o nível de potência de 0,93 W comparado com o nível de 1 W da parte (a) confirma a suposição.

- c) Não, 8,2 kΩ é bem menor (observe a Figura 9.80) do que o valor de 40 kΩ.

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{400 \text{ V}}{40 \text{ k}\Omega + 8,2 \text{ k}\Omega} = \frac{400 \text{ V}}{48,2 \text{ k}\Omega} \cong 8,3 \text{ mA}$$

$$P_L = I_L^2 R_L = (8,3 \text{ mA})^2 (8,2 \text{ k}\Omega) \cong 0,57 \text{ W}$$

Sim, o nível de potência de 0,57 W comparado com o nível de 1 W da parte (a) confirma a suposição.

EXEMPLO 9.16

Na Figura 9.87, uma carga fixa de 16 Ω é aplicada a uma fonte de 48 V com uma resistência interna de 36 Ω.

- a) Para as condições na Figura 9.87, qual é a potência fornecida para a carga e perdida para a resistência interna da fonte?
- b) Se o(a) projetista tivesse algum controle sobre o nível de resistência interna da fonte, qual valor ele(a) deveria estabelecer para a potência máxima da carga? Como ele se compara com o nível obtido na parte (a)?
- c) Sem fazer um único cálculo, calcule o valor que resultaria em mais potência para a carga se o(a) projetista pudesse mudar a resistência interna para 22 Ω ou 8,2 Ω. Verifique sua conclusão calculando a potência para a carga para cada valor.

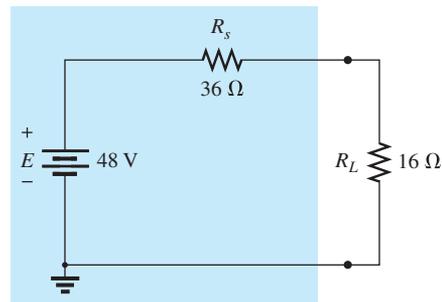
Soluções:

$$a) I_L = \frac{E}{R_s + R_L} = \frac{48 \text{ V}}{36 \Omega + 16 \Omega} = \frac{48 \text{ V}}{52 \Omega} = 923,1 \text{ mA}$$

$$P_{R_s} = I_L^2 R_s = (923,1 \text{ mA})^2 (36 \Omega) = 30,68 \text{ W}$$

$$P_L = I_L^2 R_L = (923,1 \text{ mA})^2 (16 \Omega) = 13,63 \text{ W}$$

- b) Tenha cuidado aqui. A resposta rápida é tornar a resistência da fonte R_s igual à resistência de carga para satisfazer os critérios do teorema da máxima transferência de potência. Entretanto, esse é um tipo totalmente diferente de problema daquele que foi examinado anteriormente nessa seção. Se a carga for fixa, quanto menor a resistência da fonte R_s , mais tensão aplicada chegará à carga e menos será perdido no resistor em série interno. Na realidade, a resistência da fonte deve ser mantida tão baixa quanto o possível. Se zero ohm fosse possível para R_s , a tensão através da carga seria a tensão total da fonte, e a potência fornecida para a carga seria igual a:



Fonte CC

Figura 9.87 Fonte CC com uma carga de 16 Ω fixa (Exemplo 9.16).

$$P_L = \frac{V_L^2}{R_L} = \frac{(48 \text{ V})^2}{16 \Omega} = 144 \text{ W}$$

o que é mais de 10 vezes o valor com a resistência da fonte de 36 Ω.

- c) Novamente, esqueça o impacto na Figura 9.80: quanto menor a resistência da fonte, maior é a potência para a carga de 16 Ω fixa. Portanto, o nível de resistência de 8,2 Ω resulta em uma transferência de potência mais alta para a carga que o resistor de 22 Ω.

Para $R_s = 8,2 \Omega$

$$I_L = \frac{E}{R_s + R_L} = \frac{48 \text{ V}}{8,2 \Omega + 16 \Omega} = \frac{48 \text{ V}}{24,2 \Omega} = 1,983 \text{ A}$$

e $P_L = I_L^2 R_L = (1,983 \text{ A})^2 (16 \Omega) \cong 62,92 \text{ W}$

Para $R_s = 22 \Omega$

$$I_L = \frac{E}{R_s + R_L} = \frac{48 \text{ V}}{22 \Omega + 16 \Omega} = \frac{48 \text{ V}}{38 \Omega} = 1,263 \text{ A}$$

e $P_L = I_L^2 R_L = (1,263 \text{ A})^2 (16 \Omega) \cong 25,52 \text{ W}$

EXEMPLO 9.17

Dado o circuito na Figura 9.88, calcule o valor de R_L para a potência máxima da carga, e calcule a potência máxima da carga.

Solução:

A resistência de Thévenin é determinada com base na Figura 9.89:

$$R_{Th} = R_1 + R_2 + R_3 = 3 \Omega + 10 \Omega + 2 \Omega = 15 \Omega$$

de maneira que $R_L = R_{Th} = 15 \Omega$

A tensão de Thévenin é determinada por meio da Figura 9.90, na qual:

$$V_1 = V_3 = 0 \text{ V}$$

e $V_2 = I_2 R_2 = IR_2 = (6 \text{ A})(10 \Omega) = 60 \text{ V}$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensão, temos:

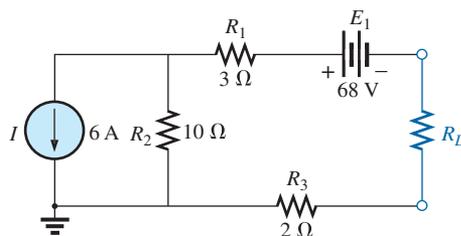


Figura 9.88 Exemplo 9.17.

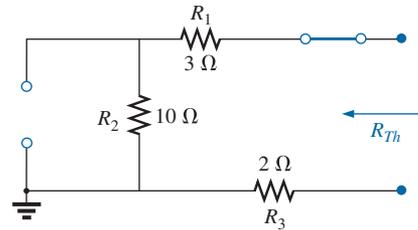


Figura 9.89 Determinação de R_{Th} para o circuito externo ao resistor R_L na Figura 9.88.

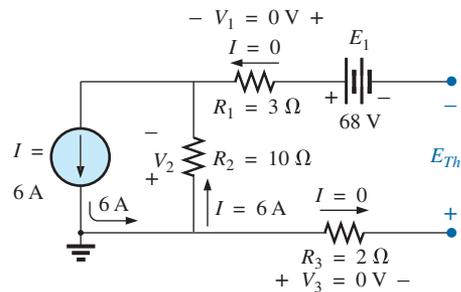


Figura 9.90 Determinação de E_{Th} para o circuito externo ao resistor R_L na Figura 9.88.

$$-V_2 - E + E_{Th} = 0$$

e $E_{Th} = V_2 + E = 60 \text{ V} + 68 \text{ V} = 128 \text{ V}$

com a potência máxima igual a

$$P_{L_{\max}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{(128 \text{ V})^2}{4(15 \text{ k}\Omega)} = 273,07 \text{ W}$$

9.6 TEOREMA DE MILLMAN

Por meio da aplicação do **teorema de Millman**, qualquer número de fontes de tensão em paralelo pode ser reduzido a apenas um. No caso da Figura 9.91, por exemplo, as três fontes podem ser reduzidas a uma. Isso permite determinar a corrente em R_L ou a tensão entre seus terminais sem ter de aplicar métodos como o das malhas, o dos nós, o da superposição e outros. Esse teorema pode ser mais bem descrito quando o aplicamos ao circuito mostrado na Figura 9.91. A aplicação do teorema se resume basicamente a três passos.

Passo 1: Converta todas as fontes de tensão em fontes de corrente de acordo com o método descrito na Seção 8.3. Isso é feito na Figura 9.92 para o circuito na Figura 9.91.

Passo 2: Combine as fontes de corrente em paralelo conforme descrito na Seção 8.4. O circuito resultante é mostrado na Figura 9.93, no qual:

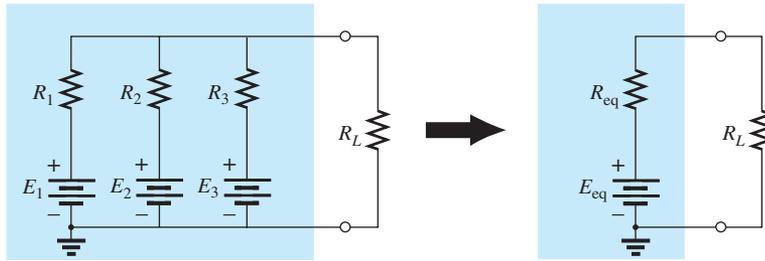


Figura 9.91 Ilustração do efeito da aplicação do teorema de Millman.

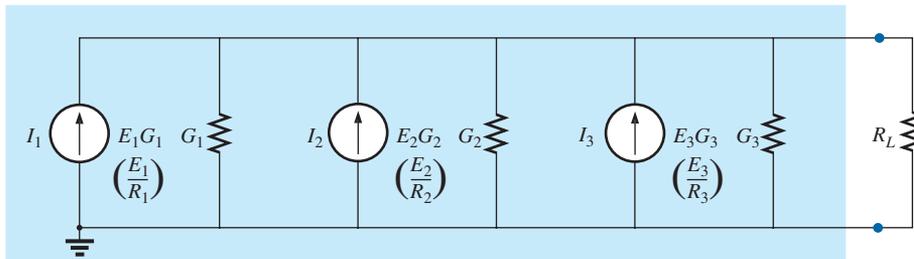


Figura 9.92 Conversão de todas as fontes da Figura 9.91 em fontes de corrente.

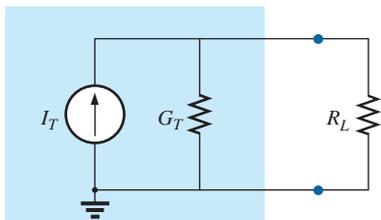


Figura 9.93 Redução de todas as fontes de corrente da Figura 9.92 a uma única fonte.

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \quad \text{e} \quad G_T = G_1 + G_2 + G_3$$

Passo 3: Converta a fonte de corrente resultante em fonte de tensão, obtendo assim o circuito desejado, como mostra a Figura 9.94.

O teorema de Millman afirma, em geral, que, para um número qualquer de fontes de tensão em paralelo:

$$E_{eq} = \frac{I_T}{G_T} = \frac{\pm I_1 \pm I_2 \pm I_3 \pm \dots \pm I_N}{G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_N}$$

ou

$$E_{eq} = \frac{\pm E_1 G_1 \pm E_2 G_2 \pm E_3 G_3 \pm \dots \pm E_N G_N}{G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_N} \quad (9.8)$$

Os sinais positivos e negativos aparecem na Equação 9.8 para incluir os casos em que as fontes não têm a mesma polaridade (veja o Exemplo 9.18).

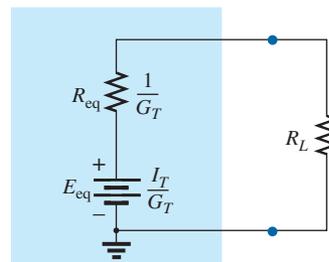


Figura 9.94 Conversão da fonte de corrente da Figura 9.93 na fonte de tensão.

A resistência equivalente é:

$$R_{eq} = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_N} \quad (9.9)$$

Em termos de valores de resistência:

$$E_{eq} = \frac{\pm \frac{E_1}{R_1} \pm \frac{E_2}{R_2} \pm \frac{E_3}{R_3} \pm \dots \pm \frac{E_N}{R_N}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}} \quad (9.10)$$

e

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}} \quad (9.11)$$

Como o número de passos necessários para a aplicação do teorema é relativamente pequeno, o estudante pode preferir executá-lo separadamente em vez de memorizar e aplicar as equações 9.8 a 9.11.

EXEMPLO 9.18

Usando o teorema de Millman na Figura 9.95, determine a corrente em R_L e a tensão entre os seus terminais. Solução:

Pela Equação 9.10:

$$E_{eq} = \frac{+\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

O termo E_2/R_2 é negativo porque a polaridade da fonte E_2 é oposta à das outras duas. Tomamos como sentido positivo o das correntes geradas pelas fontes E_1 e E_3 . A condutância total não é afetada por essas considerações, e:

$$E_{eq} = \frac{\frac{10\text{ V}}{5\ \Omega} - \frac{16\text{ V}}{4\ \Omega} + \frac{8\text{ V}}{2\ \Omega}}{\frac{1}{5\ \Omega} + \frac{1}{4\ \Omega} + \frac{1}{2\ \Omega}} = \frac{2\text{ A} - 4\text{ A} + 4\text{ A}}{0,2\text{ S} + 0,25\text{ S} + 0,5\text{ S}} = \frac{2\text{ A}}{0,95\text{ S}} = 2,11\text{ V}$$

com $R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{5\ \Omega} + \frac{1}{4\ \Omega} + \frac{1}{2\ \Omega}} = \frac{1}{0,95\text{ S}} = 1,05\ \Omega$

A fonte resultante é vista na Figura 9.96, e:

$$I_L = \frac{2,11\text{ V}}{1,05\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{2,11\text{ V}}{4,05\ \Omega} = 0,52\text{ A}$$

com $V_L = I_L R_L = (0,52\text{ A})(3\ \Omega) = 1,56\text{ V}$

EXEMPLO 9.19

Agora, consideraremos um tipo de problema que foi encontrado na introdução dos métodos das malhas e dos

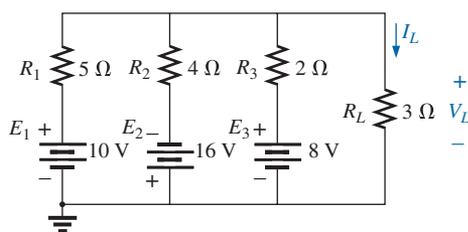


Figura 9.95 Exemplo 9.18.

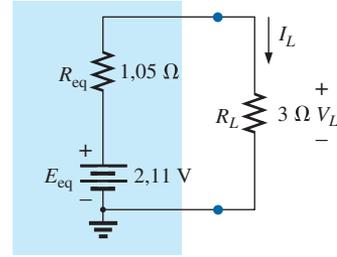


Figura 9.96 Resultado da aplicação do teorema de Millman ao circuito visto na Figura 9.95.

nós no Capítulo 8. O método das malhas foi aplicado ao circuito da Figura 9.97 (Exemplo 8.12). Utilizaremos o teorema de Millman para calcular a corrente no resistor de 2 Ω e comparar o resultado com o obtido anteriormente. Soluções:

a) Primeiro, resolveremos o problema passo a passo e depois, no item (b), aplicaremos a Equação (9.10). A conversão das fontes de tensão em fontes de corrente resulta no circuito visto na Figura 9.98. Combinando os ramos com fontes e condutância em paralelo (veja a Figura 9.99), obtemos:

$$I_T = I_1 + I_2 = 5\text{ A} + \frac{5}{3}\text{ A} = \frac{15}{3}\text{ A} + \frac{5}{3}\text{ A} = \frac{20}{3}\text{ A}$$

$$G_T = G_1 + G_2 = 1\text{ S} + \frac{1}{6}\text{ S} = \frac{6}{6}\text{ S} + \frac{1}{6}\text{ S} = \frac{7}{6}\text{ S}$$

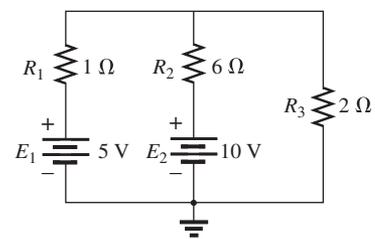


Figura 9.97 Exemplo 9.19.

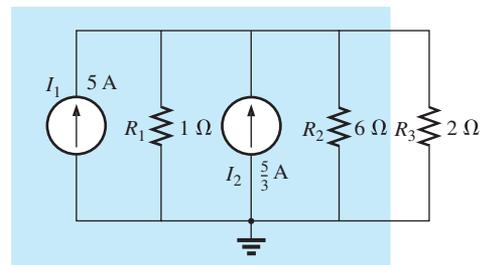


Figura 9.98 Conversão das fontes da Figura 9.97 em fontes de corrente.

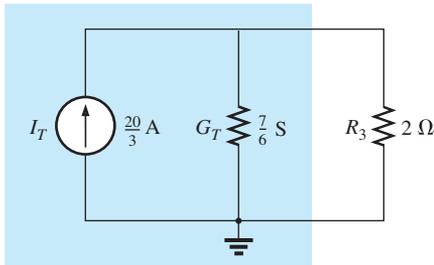


Figura 9.99 Redução das fontes de corrente da Figura 9.98 a uma única fonte.

Convertendo a fonte de corrente em fonte de tensão (veja a Figura 9.100), obtemos:

$$E_{eq} = \frac{I_T}{G_T} = \frac{\frac{20}{3} \text{ A}}{\frac{7}{6} \text{ S}} = \frac{(6)(20)}{(3)(7)} \text{ V} = \frac{40}{7} \text{ V}$$

e

$$R_{eq} = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{\frac{7}{6} \text{ S}} = \frac{6}{7} \Omega$$

de maneira que

$$I_{2\Omega} = \frac{E_{eq}}{R_{eq} + R_3} = \frac{\frac{40}{7} \text{ V}}{\frac{6}{7} \Omega + 2 \Omega} = \frac{\frac{40}{7} \text{ V}}{\frac{6}{7} \Omega + \frac{14}{7} \Omega} = \frac{40 \text{ V}}{20 \Omega} = 2 \text{ A}$$

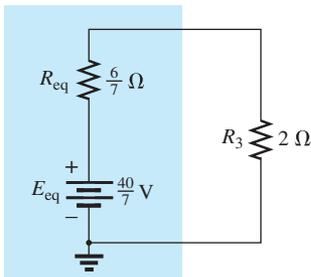


Figura 9.100 Conversão da fonte de corrente da Figura 9.99 em fonte de tensão.

o que concorda com o resultado obtido no Exemplo 8.18.

b) Aplicaremos agora a equação apropriada, a Equação 9.10:

$$E_{eq} = \frac{\frac{5 \text{ V}}{1 \Omega} + \frac{10 \text{ V}}{6 \Omega}}{\frac{1}{1 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega}} = \frac{\frac{30 \text{ V}}{6 \Omega} + \frac{10 \text{ V}}{6 \Omega}}{\frac{6}{6 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega}} = \frac{40}{7} \text{ V}$$

e

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{1 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega}} = \frac{1}{\frac{6}{6 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega}} = \frac{1}{\frac{7}{6 \Omega}} = \frac{6}{7} \Omega$$

que coincide com os valores obtidos acima.

O dual do teorema de Millman (veja a Figura 9.91) está ilustrado na Figura 9.101. Pode-se mostrar que I_{eq} e R_{eq} , conforme a Figura 9.101, são dadas por:

$$I_{eq} = \frac{\pm I_1 R_1 \pm I_2 R_2 \pm I_3 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (9.12)$$

e

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \quad (9.13)$$

A derivação aparecerá reapresentada por um problema no final do capítulo.

9.7 TEOREMA DA SUBSTITUIÇÃO

O teorema da substituição afirma o seguinte:

Se a corrente que atravessa um ramo qualquer de um circuito bilateral de corrente contínua e a tensão entre os terminais do mesmo ramo são conhecidas, esse ramo pode ser substituído por qualquer combinação de componentes que mantenha inalteradas a tensão e a corrente associadas ao ramo escolhido.

Expondo de forma mais simples, o teorema afirma que dois ramos são equivalentes se a tensão entre seus terminais e a corrente através dos ramos forem iguais.

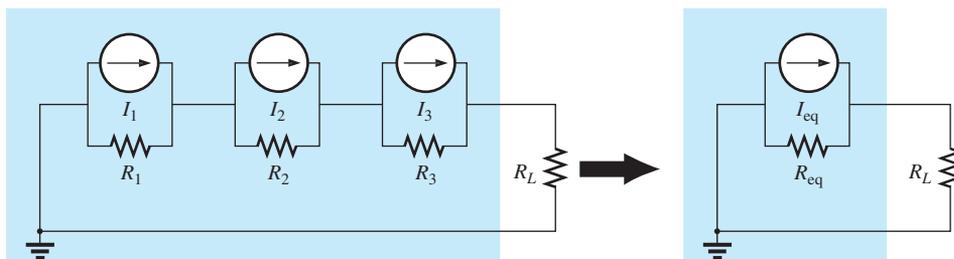


Figura 9.101 Ilustração do dual do teorema de Millman.

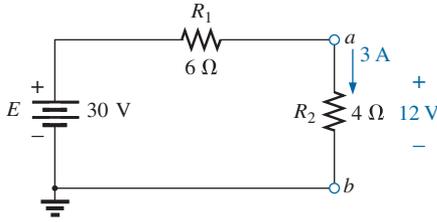


Figura 9.102 Demonstração do teorema da substituição.

Considere o circuito visto na Figura 9.102, no qual a tensão e a corrente associadas ao ramo $a-b$ são determinadas. Pelo teorema da substituição, alguns ramos equivalentes $a-a'$ são mostrados na Figura 9.103.

Observe que, para cada ramo equivalente, as tensões entre os terminais e as correntes nos ramos são iguais. Observe também que a resposta do restante do circuito, vista na Figura 9.102, não é alterada ao substituirmos qualquer um dos ramos equivalentes. Conforme demonstrado pelos equivalentes de fonte única vistos na Figura 9.103, *uma diferença de potencial e uma corrente conhecida em um circuito podem ser substituídas, respectivamente, por uma fonte de tensão e uma fonte de corrente ideal.*

Entenda que esse teorema não pode ser usado para resolver problemas que envolvam circuitos com duas ou mais fontes que não estejam em série ou em paralelo. Para que ele seja aplicado, temos de conhecer uma tensão ou uma corrente que deve ser obtida pelo uso de uma das técnicas discutidas anteriormente. Uma aplicação desse

teorema é mostrada na Figura 9.104. Observe na figura que a diferença de potencial conhecida V foi substituída por uma fonte de tensão, permitindo isolar a parte do circuito que inclui R_3 , R_4 e R_5 . Lembre-se de que foi basicamente esse o método empregado para analisar os circuitos em cascata ao mesmo tempo que retornamos aos terminais da resistência R_5 .

O circuito equivalente ao apresentado, usando fonte de corrente, é mostrado na Figura 9.105. Nele a corrente conhecida é substituída por uma fonte de corrente ideal, o que permite a isolação de R_4 e R_5 .

Lembre-se da discussão relativa a circuitos em ponte: $V = 0$ e $I = 0$ podiam ser substituídos, respectivamente, por um curto-circuito e um circuito aberto. Essa substituição é um exemplo muito particular de aplicação do teorema da substituição.

9.8 TEOREMA DA RECIPROCIDADE

O **teorema da reciprocidade** é aplicável somente a circuitos com apenas uma fonte. Portanto, não pode ser usado na análise dos circuitos com múltiplas fontes que discutimos até agora neste capítulo. O teorema afirma o seguinte:

A corrente I em qualquer ramo de um circuito com uma única fonte de tensão E localizada em outro ramo qualquer do mesmo circuito é igual à corrente no ramo onde estava a fonte, se ela for transferida para o ramo no qual a corrente I foi originalmente medida.

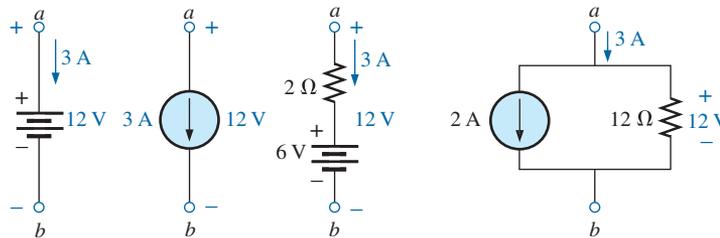


Figura 9.103 Ramos equivalentes ao ramo $a-b$ visto na Figura 9.102.

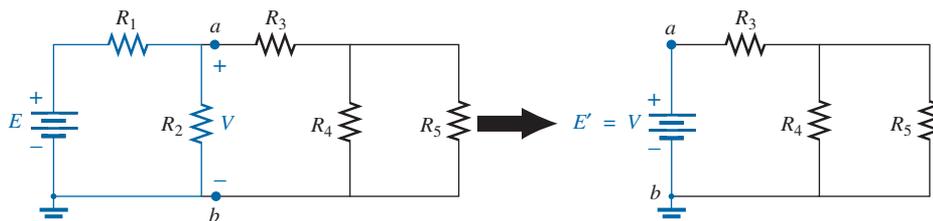


Figura 9.104 Exemplo de aplicação do teorema da substituição a um circuito complexo, substituindo uma tensão conhecida por uma fonte de tensão.

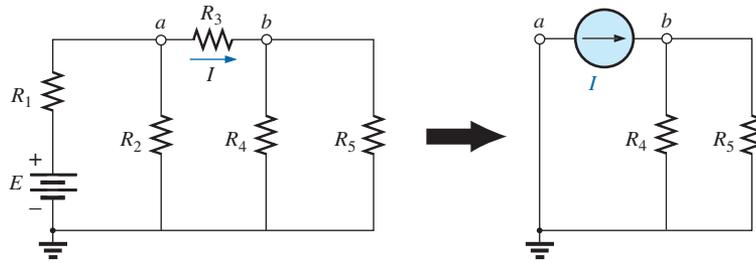


Figura 9.105 Exemplo de aplicação do teorema da substituição a um circuito complexo, substituindo uma corrente conhecida por uma fonte de corrente.

Em outras palavras, as localizações da fonte de tensão e da corrente podem ser intercambiadas sem que o valor da corrente sofra alterações. Para que o teorema seja válido, é necessário que a polaridade da fonte de tensão e o sentido da corrente tenham a mesma correspondência antes e depois da troca de localizações.

No circuito representativo visto na Figura 9.106(a), a corrente I produzida pela fonte de tensão E foi determinada. Se as posições de I e de E forem intercambiadas, como ilustra a Figura 9.106(b), a corrente I terá o valor indicado. Para demonstrar a validade dessa afirmativa, e conseqüentemente a do teorema, considere o circuito mostrado na Figura 9.107, no qual foram associados valores numéricos aos elementos do circuito da Figura 9.106(a).

A resistência total é:

$$R_T = R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4) = 12 \Omega + 6 \Omega \parallel (2 \Omega + 4 \Omega)$$

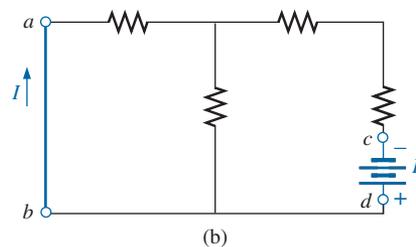
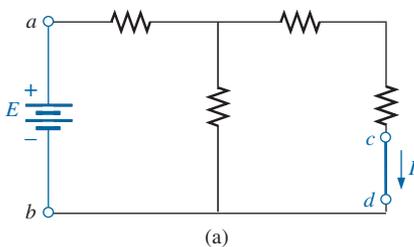


Figura 9.106 Ilustração do teorema da reciprocidade.

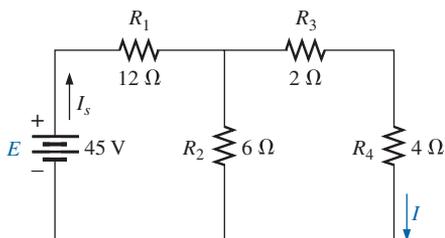


Figura 9.107 Determinação da corrente I produzida por uma fonte E .

$$= 12 \Omega + 6 \Omega \parallel 6 \Omega = 12 \Omega + 3 \Omega = 15 \Omega$$

e
$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{45 \text{ V}}{15 \Omega} = 3 \text{ A}$$

com
$$I = \frac{3 \text{ A}}{2} = 1,5 \text{ A}$$

Para o circuito mostrado na Figura 9.108, que corresponde ao circuito da Figura 9.106(b), obtemos:

$$R_T = R_4 + R_3 + R_1 \parallel R_2 = 4 \Omega + 2 \Omega + 12 \Omega \parallel 6 \Omega = 10 \Omega$$

e
$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{45 \text{ V}}{10 \Omega} = 4,5 \text{ A}$$

de forma que:
$$I = \frac{(6 \Omega)(4,5 \text{ A})}{12 \Omega + 6 \Omega} = \frac{4,5 \text{ A}}{3} = 1,5 \text{ A}$$

que é igual ao valor obtido anteriormente.

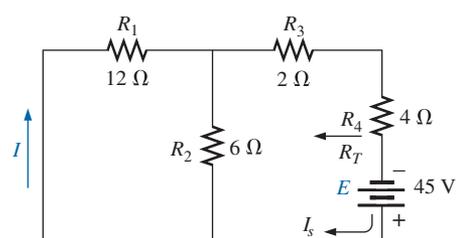


Figura 9.108 Intercâmbio entre E e I da Figura 9.107 para demonstrar a validade do teorema da reciprocidade.

A utilidade e a importância desse teorema podem ser mais bem ilustradas se considerarmos um circuito complexo como o da Figura 9.109.

9.9 ANÁLISE COMPUTACIONAL

Uma vez compreendidos os procedimentos de uso de um pacote de software ou de uma linguagem, temos a oportunidade de ser criativos e inovadores. Depois de anos de contato e experiências de tentativa e erro, programadores profissionais desenvolveram uma cartilha de técnicas inovadoras que não são apenas funcionais, mas muito interessantes, e podemos nos referir a elas como verdadeiras obras de arte. Agora que algumas das operações básicas associadas ao PSpice foram apresentadas, algumas táticas inovadoras serão implementadas nos exemplos a seguir.

PSpice

Teorema de Thévenin. A aplicação do teorema de Thévenin requer uma tática interessante para determinar a resistência de Thévenin. Essa tática tem aplicações além do teorema de Thévenin, sendo utilizada sempre que é necessário determinar o valor de uma resistência. O circuito a ser analisado aparece na Figura 9.110, que é o mesmo que analisamos no Exemplo 9.10 (veja a Figura 9.48).

Como o PSpice não foi feito para medir valores de resistência diretamente, uma fonte de corrente de 1 A pode ser aplicada como mostra a Figura 9.111, e a lei de Ohm pode ser usada para determinar o valor da resistência de Thévenin da seguinte forma:

$$|R_{Th}| = \left| \frac{V_s}{I_s} \right| = \left| \frac{V_s}{1 \text{ A}} \right| = |V_s| \quad (9.14)$$

Na Equação 9.14, como $I_s = 1 \text{ A}$, o valor de R_{Th} em ohms é o mesmo que o valor da tensão V_s (em volts) entre os terminais da fonte de corrente. O resultado é que

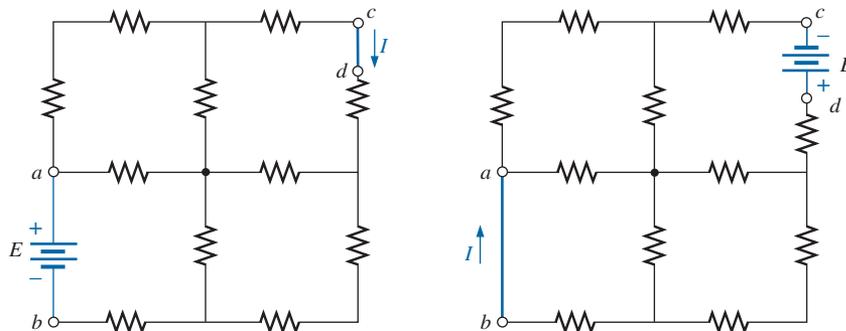


Figura 9.109 Exemplo da utilidade e da importância do teorema da reciprocidade.

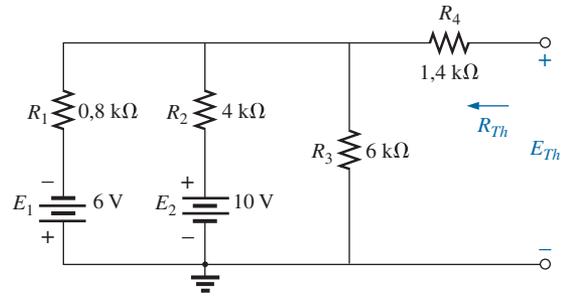


Figura 9.110 Circuito no qual o PSpice será aplicado para determinar E_{Th} e R_{Th} .

quando a tensão entre os terminais da fonte de corrente for mostrado, ele pode ser lido em ohms em vez de em volts.

Usando o PSpice, o circuito terá o aspecto mostrado na Figura 9.111. A fonte de tensão E_1 e a fonte de corrente foram rotacionadas verticalmente clicando com o botão direito do mouse sobre a fonte e usando a opção **Mirror Vertically**. As duas fontes de tensão são ajustadas em zero através da caixa de diálogo **Display Properties** obtida com um duplo clique sobre o símbolo da fonte. O resultado da simulação **Bias Point** é 2 kV entre os terminais da fonte de corrente. A resistência Thévenin é, portanto, 2 kΩ entre os dois pontos do circuito que está à esquerda da fonte de corrente (igual ao resultado do Exemplo 9.10). Em suma, ao ajustar as fontes de tensão em 0 V, estamos informando que a tensão é a mesma nos terminais da fonte de tensão, o que equivale ao efeito da conexão de um curto-circuito entre os dois pontos.

No caso da tensão de Thévenin de circuito aberto entre os terminais de interesse, o circuito tem de ser construído como mostra a Figura 9.112. A resistência de 1 T (= 1 milhão MΩ) é considerada grande o suficiente para representar um circuito aberto e permitir uma análise do circuito usando o PSpice. O PSpice não reconhece nós ‘flutuantes’, e gera um aviso de erro se não for feita uma conexão do nó superior à direita com GND. As duas fontes de tensão agora são

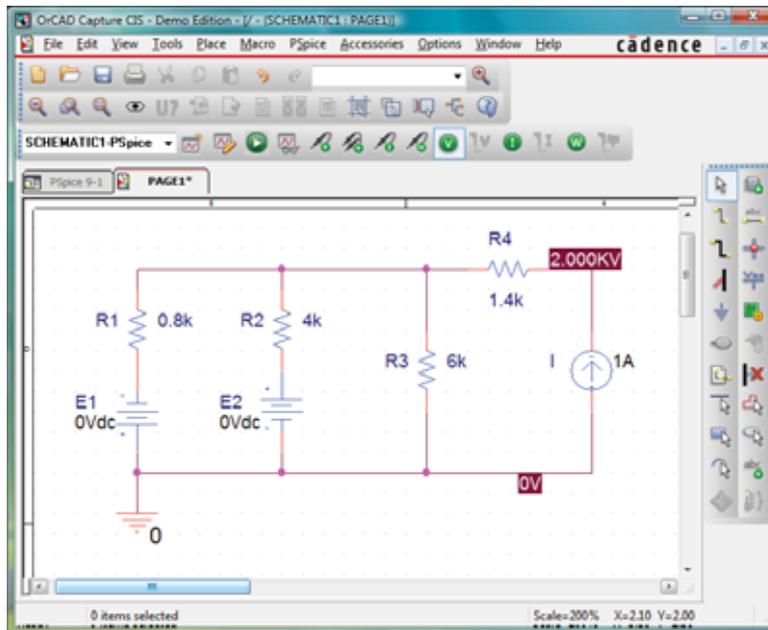


Figura 9.111 Uso do PSpice para determinar a resistência de Thévenin de um circuito aplicando uma fonte de corrente de 1 A.

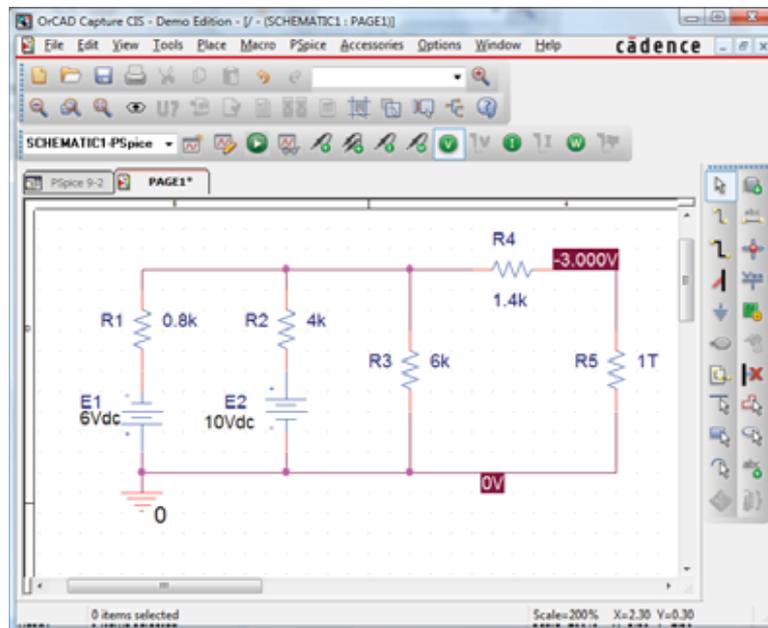


Figura 9.112 Uso do PSpice para determinar a tensão de Thévenin para um circuito usando uma resistência de alto valor para representar uma condição de circuito aberto entre os pontos de interesse.

ajustadas em seus valores estipulados e, após a simulação, teremos 3 V entre os terminais do resistor de 1 T. A tensão Thévenin de circuito aberto é, portanto, de 3 V, que está de acordo com a solução do Exemplo 9.10.

Máxima transferência de potência. O procedimento para gerar um gráfico de uma grandeza *versus* um parâmetro do circuito será apresentado agora. Nesse

caso, será traçado o gráfico da potência de saída *versus* a resistência de carga para que se verifique o fato de que a potência máxima será dissipada pela carga quando o seu valor for igual à resistência de Thévenin em série. Alguns passos novos serão apresentados. Esse método tem uma ampla aplicação, que vai além do teorema de Thévenin, sendo muito importante o aprendizado do processo.

O circuito a ser analisado aparece na Figura 9.113. Esse circuito é construído exatamente da mesma forma descrita anteriormente, exceto pelo valor da resistência de carga. Comece o processo abrindo um **New Project** denominado **PSpice 9-3**, e construa o circuito visto na Figura 9.113. Por enquanto, não faça o ajuste do valor da resistência de carga.

O primeiro passo será estabelecer o valor da resistência de carga como variável, já que ela não será associada a um valor fixo. Dê um duplo clique no valor de **RL**, que é inicialmente $1\text{ k}\Omega$, para obter a caixa de diálogo **Display Properties**. Em **Value**, digite **{Rval}** e clique em **OK**. As chaves (*não* parênteses) são necessárias, porém a variável não precisa ser chamada de **Rval**; o nome é uma escolha do usuário. Em seguida, acione o botão **Place part** para obter a caixa de diálogo **Place part**. Se você ainda não estiver na lista **Libraries**, selecione **Add Library** e adicione à lista. Selecione a biblioteca **SPECIAL** e use a barra de rolagem de **Part List** até que **PARAM** apareça. Selecione-o; então, clique em **OK** para obter uma caixa retangular na tela junto ao cursor. Selecione um local próximo a **Rval** e insira o retângulo. Isso o levará a **PARAMETERS**, como mostra a Figura 9.113.

Em seguida, dê um duplo clique em **PARAMETERS:** para obter a caixa de diálogo **Property Editor**,

que deve ter como segunda coluna, da esquerda para a direita, **SCHEMATIC1:PAGE1**. Agora, ative o botão **New Column** no topo da lista de escolhas para obter a caixa de diálogo **Add New Column**. Digite **Rval** em **Name** e **1** em **Value** seguido da ativação do botão **OK**, fechando essa caixa de diálogo. Como resultado, retornamos à caixa de diálogo **Property Editor**, porém, com a coluna **Rval** e seu valor (abaixo de **Rval**) acrescentado à lista horizontal. Agora, selecione **Rval/1** clicando em **Rval**, de modo a envolver **Rval** por uma linha pontilhada e acrescentar um fundo preto em torno do **1**. Escolha **Display** para abrir a caixa de diálogo **Display Properties** e selecione **Name and Value** seguido do botão **OK**. Em seguida, feche a caixa de diálogo **Editor Property (X)** para obter a tela vista na Figura 9.113. Observe agora que o primeiro valor ($1\ \Omega$) de **Rval** é mostrado.

Agora estamos prontos para configurar o processo de simulação. Sob **PSpice**, ative o botão **New Simulation Profile** para abrir a caixa de diálogo **New Simulation**. Digite **DC Sweep** abaixo de **Name**, seguido do botão **Create**. A caixa de diálogo **Simulation Settings-DC Sweep** aparecerá. Após selecionar a aba **Analysis**, selecione **DC Sweep** abaixo de **Analysis Type**. Em seguida, deixe selecionado **Primary Sweep** abaixo de **Options** e selecione **Global parameter** abaixo de **Sweep variable**.

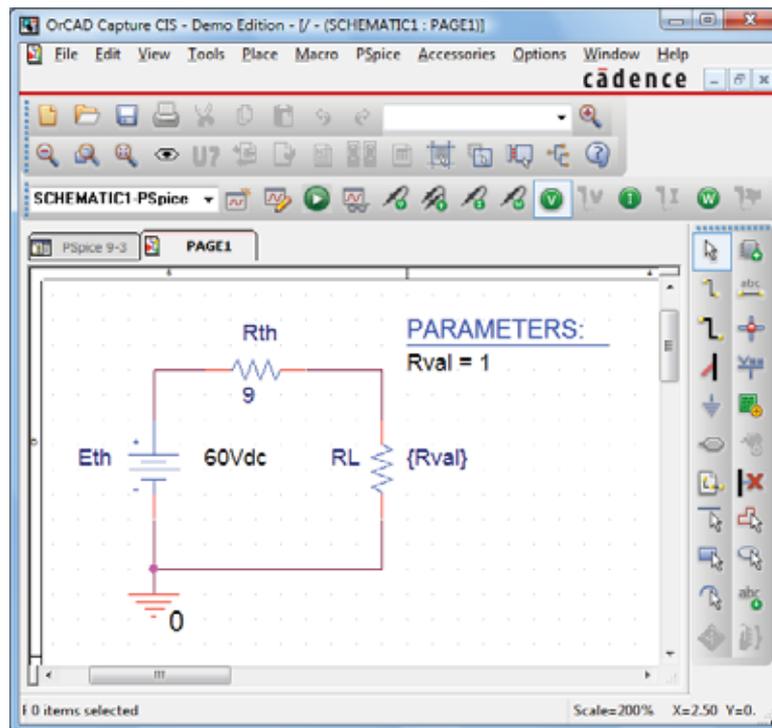


Figura 9.113 Uso do PSpice para traçar o gráfico da potência de R_L para uma faixa de valores de R_L .

Em **Parameter name**, digite **Rval**. Em **Sweep type**, o **Start value** deveria ser $1\ \Omega$; porém, se usarmos o valor $1\ \Omega$, a curva a ser gerada irá começar em $1\ \Omega$, deixando uma lacuna entre 0 e $1\ \Omega$. A curva parecerá incompleta. Para solucionar esse problema, digitamos $0.001\ \Omega$ em **Start value** (muito próximo de $0\ \Omega$) com um **Increment** de $1\ \Omega$. Mude o **End Value** $30.001\ \Omega$ para garantir um cálculo de $R_L = 30\ \Omega$. Se usarmos $30\ \Omega$ como end value, o último cálculo seria feito em $29.001\ \Omega$, já que $29.001\ \Omega + 1\ \Omega = 30.001\ \Omega$, que está além do limite de $30\ \Omega$. Os valores de **RL** serão, portanto, $0,001\ \Omega$, $1,001\ \Omega$, $2,001\ \Omega$, $29,001\ \Omega$, $30,001\ \Omega$ etc., embora a curva aparente ter os valores $0\ \Omega$, $1\ \Omega$, $2\ \Omega$, $29\ \Omega$, $30\ \Omega$ etc. Clique em **OK** e ative o botão **Run PSpice** para obter a tela mostrada na Figura 9.114.

Observe que não existe uma curva no gráfico, e que o gráfico se estende até $32\ \Omega$ em vez de $30\ \Omega$, como desejado. A curva da potência *versus* **RL** não apareceu porque não definimos para o computador a curva de interesse. Isso é feito ativando o botão **Add Trace** (o botão que possui uma curva vermelha no meio de um gráfico) ou por meio de **Trace-Add Trace** na barra de menu superior. Qualquer escolha resultará na caixa de diálogo **Add Trace**. A região mais importante dessa caixa de diálogo é **Trace Expression**, mostrada na parte inferior. A curva desejada pode ser digitada diretamente, ou a grandeza de interesse pode ser escolhida na lista **Simulation Output Variables** e inserida na lista **Trace Expression**. Como estamos interessados na potência de **RL** para a faixa de valores escolhida para **RL**, selecione **W(RL)** na lista; este, então, aparecerá como **Trace Expression**. Clique em **OK** e a curva, vista na Figura 9.115, aparecerá. Originalmente,

a curva se estende de $0\ \Omega$ a $35\ \Omega$. Reduzimos a faixa para $0\ \Omega$ a $30\ \Omega$ selecionando **Plot-Axis Settings-X Axis-User Defined 0 to 30-OK**.

Ative o botão **Toggle cursor** (que se assemelha a uma curva passando na origem de um gráfico), e sete opções vão se abrir à direita do botão, incluindo **Cursor Peak**, **Cursor Trough**, **Cursor Slope**, **Cursor Min**, **Cursor Max**, **Cursor Point** e **Cursor Search**. Selecione **Cursor Max**, e a caixa de diálogo **Probe Cursor** na parte de baixo à direita da tela vai revelar onde o pico ocorreu e o nível de potência naquele ponto. Observe que **A1** é 9.001 para refletir uma carga de $9\ \Omega$, que é igual à resistência de Thévenin. A potência máxima nesse ponto é $100\ \text{W}$, como também indicado à direita do valor da resistência. A caixa **Probe Cursor** pode ser movida para qualquer posição na tela simplesmente selecionando-a e arrastando-a para a posição desejada. Um segundo cursor pode ser gerado clicando no botão direito do mouse sobre a opção **Cursor Option** e movendo-a para uma resistência de $30\ \Omega$. O resultado é **A2** = $30\ \Omega$, o que resulta em uma potência de $71.005\ \text{W}$, como mostra o gráfico. Observe também que a curva gerada aparece como uma lista, embaixo à esquerda da tela, como **W(RL)**.

Multisim

Superposição. Agora, aplicaremos o teorema da superposição ao circuito mostrado na Figura 9.116, visto anteriormente na Figura 9.2 do Exemplo 9.1, o que permite fazer uma comparação dos resultados. A corrente em R_2 deve ser determinada. Usando métodos descritos em capítulos anteriores para aplicações do Multisim no circuito da Figura 9.117, determinaremos

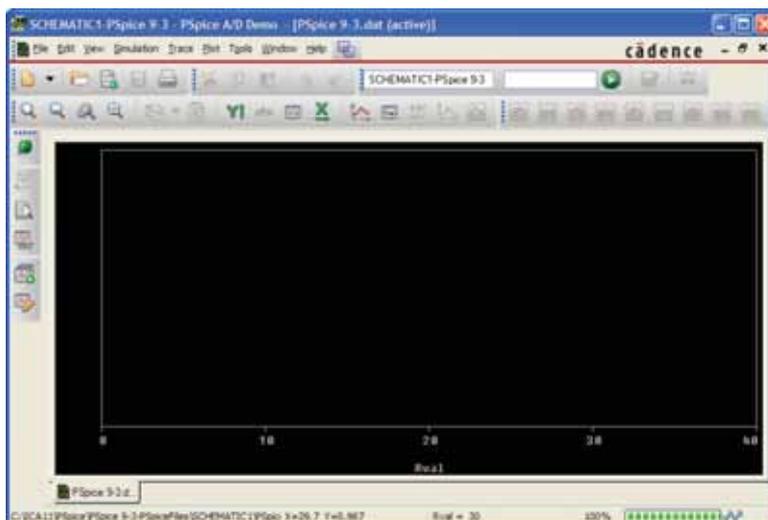


Figura 9.114 Gráfico resultante da varredura *CC* de R_L para o circuito visto na Figura 9.113 antes da definição dos parâmetros a serem mostrados.

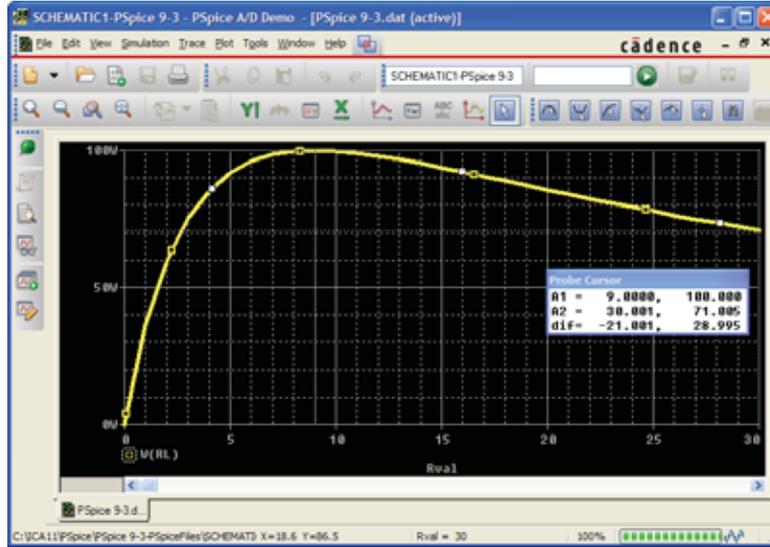


Figura 9.115 Gráfico da potência dissipada por R_L no circuito mostrado na Figura 9.113 para uma faixa de valores de resistência que se estende de 0Ω a 30Ω .

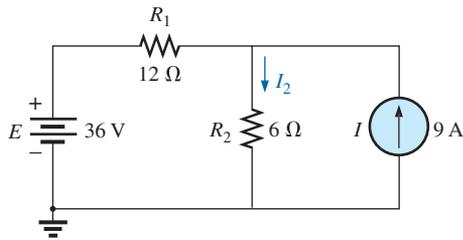


Figura 9.116 Uso do Multisim para determinar a corrente I_2 aplicando o teorema da superposição.

o efeito da fonte de tensão de 36 V. Observe na Figura 9.117 que ambas as fontes de tensão e de corrente estão presentes, mesmo que estejamos determinando a contribuição somente devido à fonte de tensão. Obtenha a fonte de tensão selecionando a opção **Place Source** no topo à esquerda da barra de ferramentas para abrir a caixa de diálogo **Select a Component**. Então, selecione **POWER_SOURCES** seguido por **DC_POWER** como descrito nos capítulos anteriores. Você também pode

obter a fonte de corrente da mesma caixa de diálogo selecionando **SIGNAL_CURRENT** sob **Family** seguido por **DC_CURRENT** sob **Component**. A fonte de corrente pode ser rotacionada verticalmente clicando com o botão direito sobre a fonte e selecionando **Flip Vertical**. Configure a fonte de corrente em zero clicando com o botão esquerdo do mouse duas vezes para obter a caixa de diálogo **DC_CURRENT**. Após escolher **Value**, configure **Current(I)** para 0 A.

Prosseguindo com a simulação, os resultados que aparecem na Figura 9.117 serão vistos. A corrente no resistor de 6Ω é 2 A por causa da fonte de tensão de 36 V. O valor positivo para a leitura de 2 A revela que a corrente da fonte de 36 V passa através do resistor R_2 .

No caso de determinar os efeitos da fonte de corrente, a fonte de tensão deve ser ajustada em 0 V, como mostra a Figura 9.118. A corrente resultante é então de 6 A em R_2 , com o mesmo sentido que tinha devido à fonte de tensão.

A corrente resultante no resistor R_2 é a soma das duas correntes $I_T = 2 \text{ A} + 6 \text{ A} = 8 \text{ A}$, conforme determina o Exemplo 9.1.

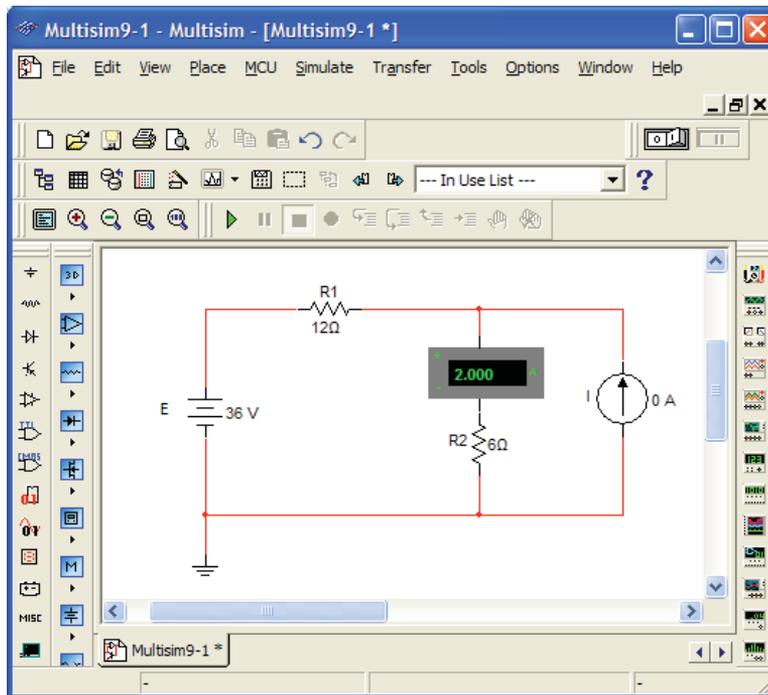


Figura 9.117 Uso do Multisim para determinar a contribuição da fonte de tensão de 36 V na corrente através de R_2 .

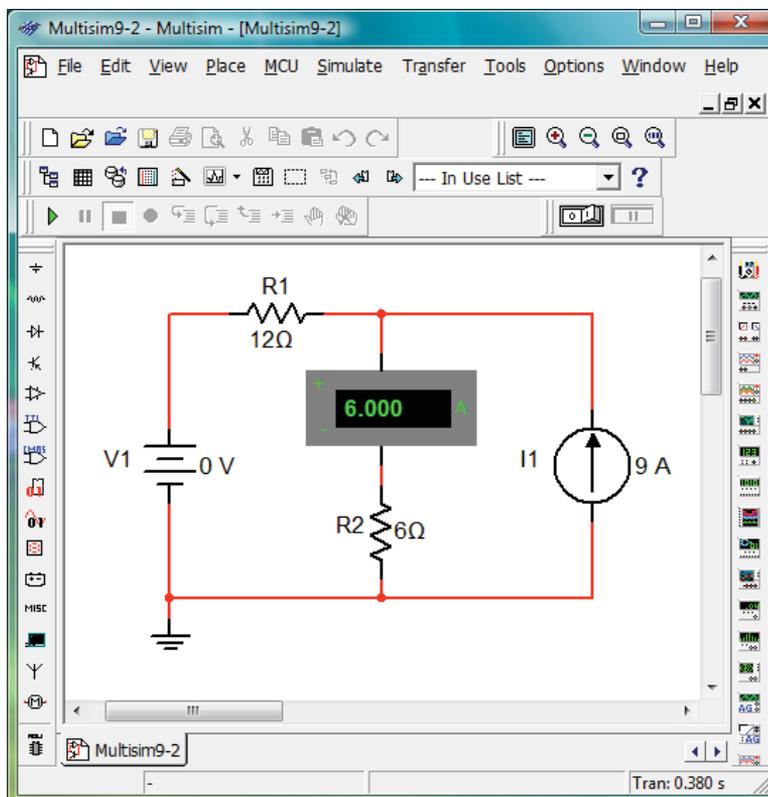


Figura 9.118 Uso do Multisim para determinar a contribuição da fonte de corrente de 9 A na corrente através de R_2 .

PROBLEMAS

Seção 9.2 Teorema da superposição

1. a) Usando o teorema da superposição, determine a corrente através do resistor de $12\ \Omega$ da Figura 9.119.
 b) Converta ambas as fontes de tensão em fontes de corrente e recalcule a corrente para o resistor de $12\ \Omega$.
 c) Como os resultados das partes (a) e (b) podem ser comparados um com o outro?
2. a) Usando o teorema da superposição, determine a tensão através do resistor de $4,7\ \Omega$ da Figura 9.120.
 b. Calcule a potência fornecida para o resistor de $4,7\ \Omega$ em decorrência da fonte de corrente.
 c. Calcule a potência fornecida para o resistor de $4,7\ \Omega$ em decorrência da fonte de tensão.
 d. Calcule a potência fornecida para o resistor de $4,7\ \Omega$ usando a tensão encontrada na parte (a).
 e) Como os resultados da parte (d) podem ser comparados à soma dos resultados das partes (b) e (c)? O teorema da superposição pode ser aplicado aos níveis de potência?
3. Usando o teorema da superposição, determine a corrente através do resistor de $56\ \Omega$ da Figura 9.121.
4. Usando a superposição, calcule a corrente I através da fonte de $24\ \text{V}$ na Figura 9.122.
5. Usando a superposição, calcule a tensão V_2 para o circuito na Figura 9.123.
- *6. Usando a superposição, calcule a corrente através de R_1 para o circuito na Figura 9.124.
- *7. Usando a superposição, calcule a tensão através da fonte de $6\ \text{A}$ na Figura 9.125.

Seção 9.3 Teorema de Thévenin

8. a) Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.126.
 b) Calcule a corrente através de R quando os valores de R forem $2\ \Omega$, $30\ \Omega$ e $100\ \Omega$.

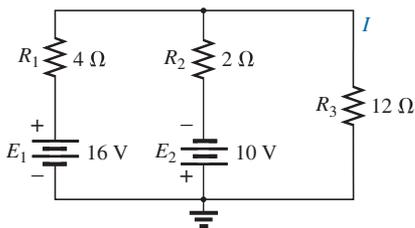


Figura 9.119 Problema 1.

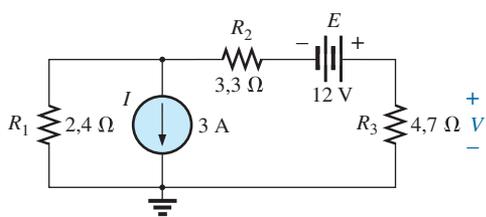


Figura 9.120 Problema 2.

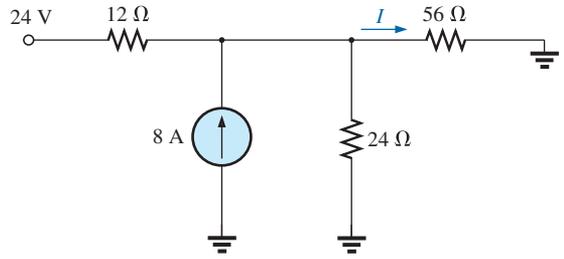


Figura 9.121 Problema 3.

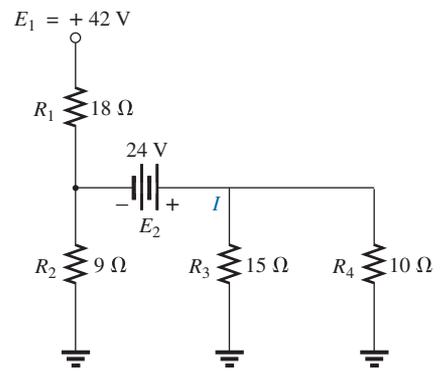


Figura 9.122 Problema 4.

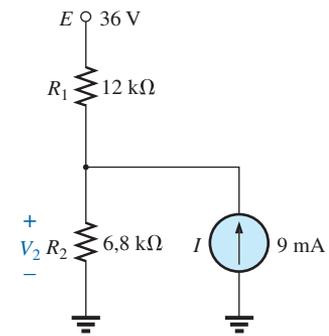


Figura 9.123 Problema 5.

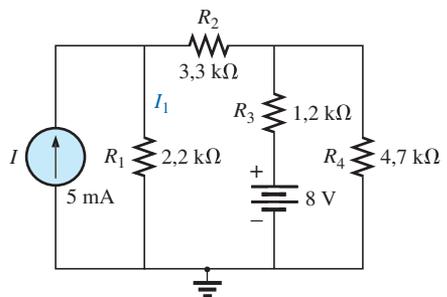


Figura 9.124 Problema 6.

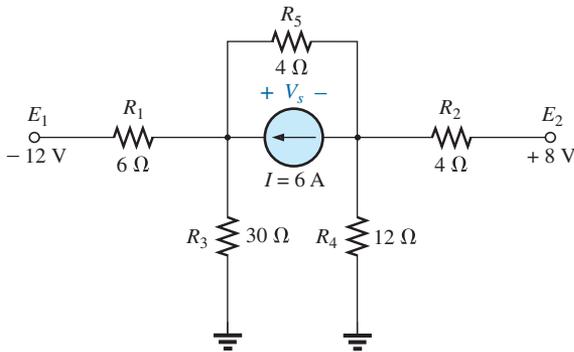


Figura 9.125 Problema 7.

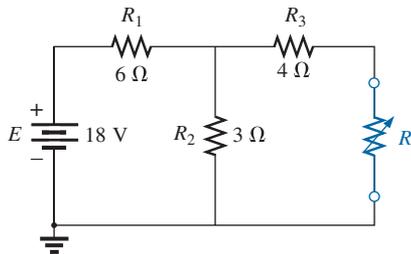


Figura 9.126 Problema 8.

9. a) Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R para o circuito na Figura 9.127.
- b) Calcule a potência fornecida para R quando os valores de R forem $2 \text{ k}\Omega$ e $100 \text{ k}\Omega$.
10. a) Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R para o circuito na Figura 9.128.
- b) Calcule a potência fornecida para R quando os valores de R forem $2 \text{ }\Omega$ e $100 \text{ }\Omega$.
11. Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R para o circuito na Figura 9.129.
12. Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R para o circuito na Figura 9.130.
- *13. Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.131.
14. a) Calcule o circuito equivalente de Thévenin para as porções do circuito da Figura 9.132 externas aos pontos a e b .
- b) Redesene o circuito com o circuito de Thévenin e calcule a corrente através do resistor de $1,2 \text{ }\Omega$.
- *15. a) Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.133.
- b) Calcule a corrente através do resistor R se seus valores forem $20 \text{ }\Omega$, $50 \text{ }\Omega$ e $100 \text{ }\Omega$.
- c) Sem ter o circuito equivalente de Thévenin, o que você teria de fazer para calcular a corrente através do resistor R para todos os valores da parte (b)?
- *16. a) Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.134.
- b) Calcule a polaridade e o valor absoluto da tensão através do resistor R se o seu valor for $1,2 \text{ k}\Omega$.

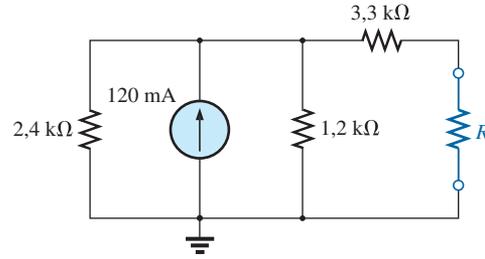


Figura 9.127 Problema 9.

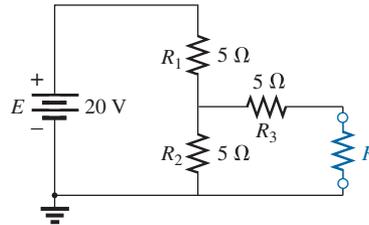


Figura 9.128 Problema 10.

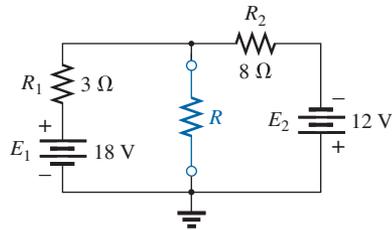


Figura 9.129 Problema 11.

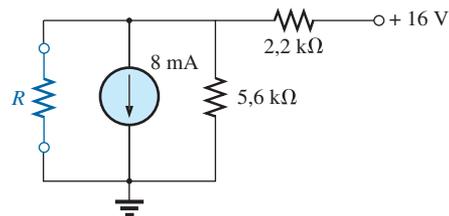


Figura 9.130 Problema 12.

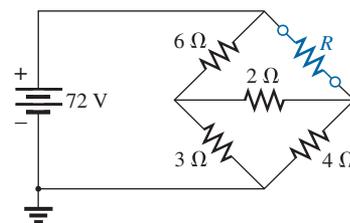


Figura 9.131 Problema 13.

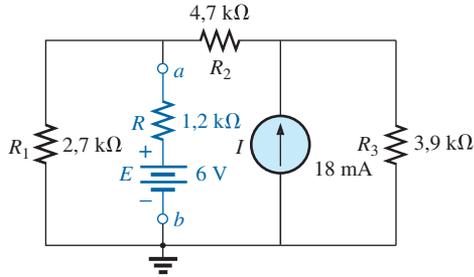


Figura 9.132 Problema 14.

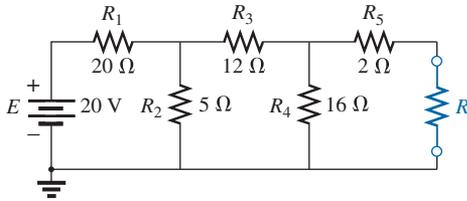


Figura 9.133 Problema 15.

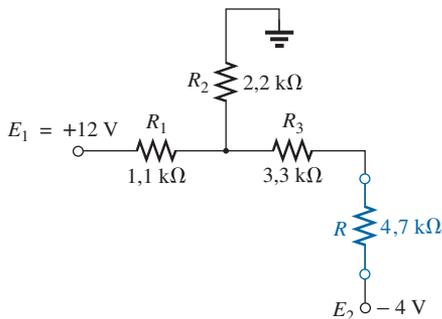


Figura 9.134 Problema 16.

- *17. Considerando o circuito na Figura 9.135, calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de carga R_L .
- *18. Considerando o circuito de transistores na Figura 9.136:
 - a) Calcule o circuito equivalente de Thévenin para aquela porção do circuito à esquerda do terminal da base (B).
 - b) Usando o fato de que $I_C = I_E$ e $V_{CE} = 8\text{ V}$, determine o valor absoluto de I_E .
 - c) Usando os resultados das partes (a) e (b), calcule a corrente de base I_B se $V_{BE} = 0,7\text{ V}$.
 - d) Qual é a tensão V_C ?
- 19. Para cada conjunto vertical de medidas que aparecem na Figura 9.137, determine o circuito equivalente de Thévenin.
- *20. Considerando o circuito da Figura 9.138, calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de $300\ \Omega$.

Seção 9.4 Teorema de Norton

- 21. a) Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.126.

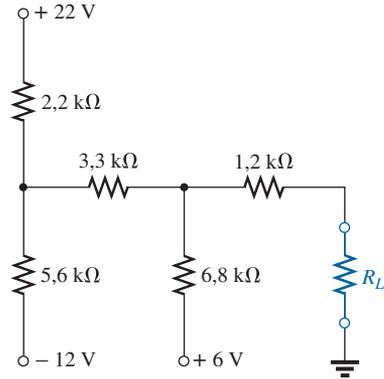


Figura 9.135 Problema 17.

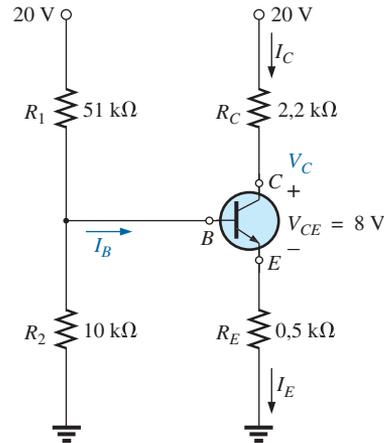


Figura 9.136 Problema 18.

- b) Converta o circuito equivalente de Norton para a forma de Thévenin.
- c) Calcule o circuito equivalente de Thévenin usando o método de Thévenin e compare os resultados com a parte (b).
- 22. a) Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.127.
- b) Converta o circuito equivalente de Norton à forma de Thévenin.
- c) Calcule o circuito equivalente de Thévenin usando o método de Thévenin e compare os resultados com a parte (b).
- 23. Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.129.
- 24. Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.130.
- *25. Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.131.
- *26. Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.133.
- *27. Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.135.
- *28. Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor de $300\ \Omega$ na Figura 9.138.

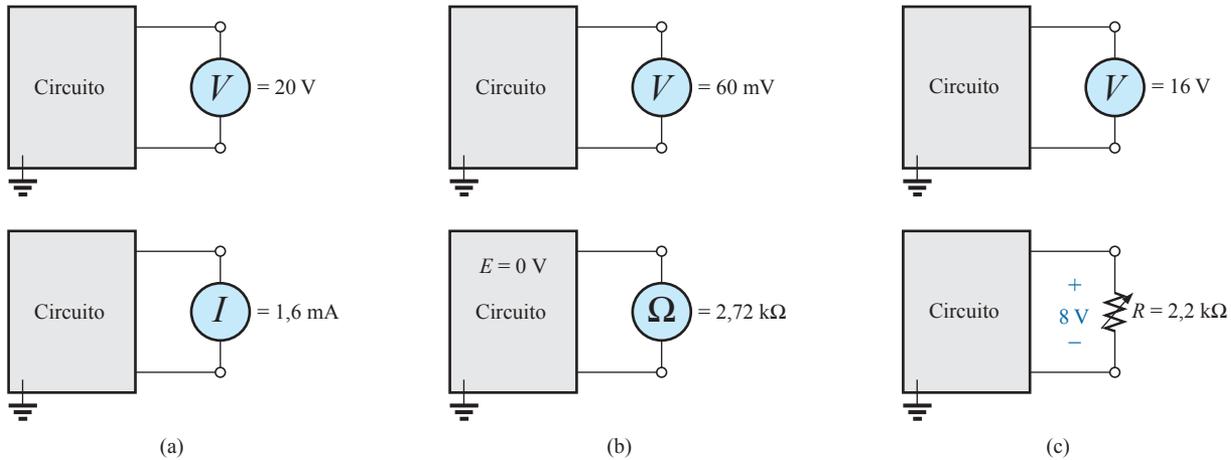


Figura 9.137 Problema 19.

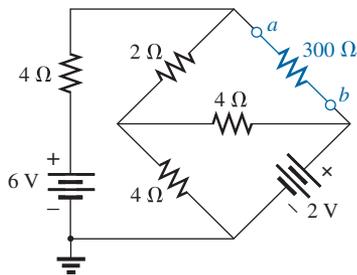


Figura 9.138 Problema 20.

- *29. a) Calcule o circuito equivalente de Norton externo aos pontos *a* e *b* na Figura 9.139.
- b) Calcule o valor absoluto e a polaridade da tensão através do resistor de $100\ \Omega$ usando os resultados da parte (a).

Seção 9.5 Teorema da máxima transferência de potência

- 30. a) Calcule o valor de *R* para que a potência dissipada em *R* seja máxima no circuito da Figura 9.126.
- b) Determine a potência máxima de *R*.
- 31. a) Calcule o valor de *R* para que a potência dissipada em *R* seja máxima no circuito da Figura 9.129.
- b) Determine a potência máxima de *R*.
- 32. a) Calcule o valor de *R* para que a potência dissipada em *R* seja máxima no circuito da Figura 9.131.

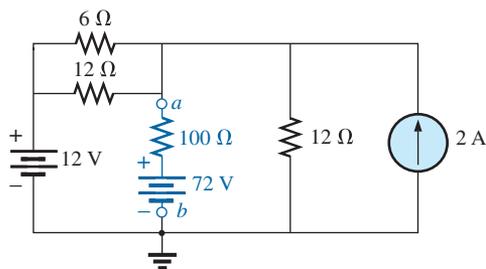


Figura 9.139 Problema 29.

- b) Determine a potência máxima para *R*.
- *33. a) Calcule o valor de R_L na Figura 9.135 para que a potência dissipada em R_L seja máxima.
- b) Determine a potência máxima para R_L .
- 34. a) Para o circuito da Figura 9.140, determine o valor de *R* para que a potência dissipada em *R* seja máxima.
- b) Determine a potência máxima para *R*.
- c) Esboce o gráfico de uma curva da potência para *R* versus *R* em que *R* varie de $\frac{1}{4}$ a 2 vezes o valor determinado na parte (a) usando um incremento de $\frac{1}{4}$ do valor de *R*. A curva confirma o fato de que o valor escolhido de *R* na parte (a) assegurará a máxima transferência de potência?
- *35. Determine o valor da resistência R_1 na Figura 9.141 para que a potência dissipada em R_4 seja máxima. Pense!

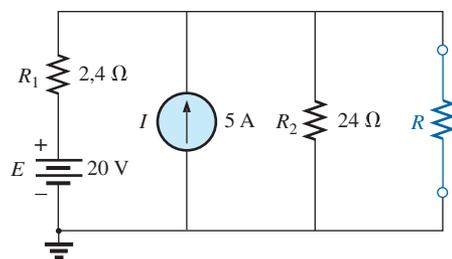


Figura 9.140 Problema 34.

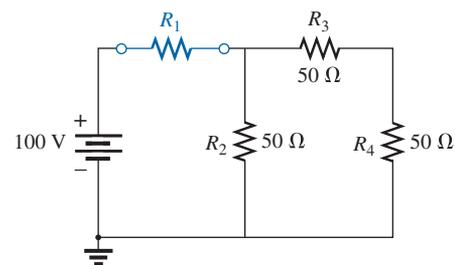


Figura 9.141 Problema 35.

- *36. a) Considerando o circuito na Figura 9.142, determine o valor de R_2 para que a potência em R_4 seja máxima.
 b) Existe uma proposição geral que possa ser feita a respeito de situações como essas apresentadas aqui e no Problema 35?
- *37. Considerando o circuito na Figura 9.143, determine o nível de R que vai assegurar a potência máxima para o resistor de 100Ω . Calcule a potência máxima para R_L .

Seção 9.6 Teorema de Millman

- 38. Usando o teorema de Millman, calcule a corrente em R_L e a tensão entre seus terminais no circuito visto na Figura 9.144.
- 39. Repita o Problema 38 para o circuito na Figura 9.145.
- 40. Usando o teorema de Millman, calcule a corrente em R_L e a tensão entre seus terminais no circuito visto na Figura 9.146.
- 41. Usando o dual do teorema de Millman, determine a corrente no resistor R_L visto na Figura 9.147 e a tensão entre seus terminais.
- 42. Usando o dual do teorema de Millman, determine a corrente no resistor R_L visto na Figura 9.148 e a tensão entre seus terminais.

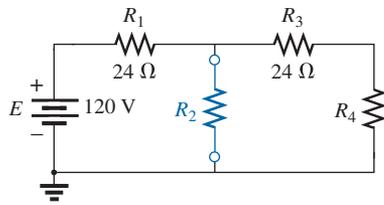


Figura 9.142 Problema 36.

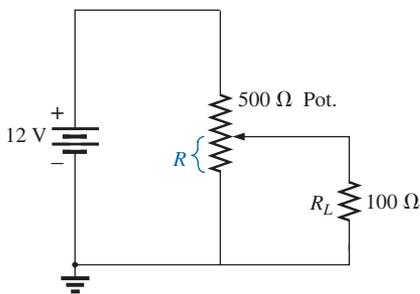


Figura 9.143 Problema 37.

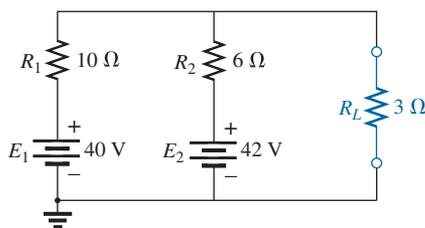


Figura 9.144 Problema 38.

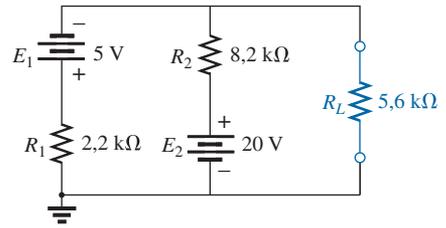


Figura 9.145 Problema 39.

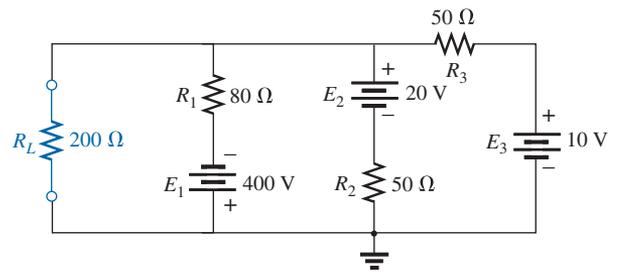


Figura 9.146 Problema 40.

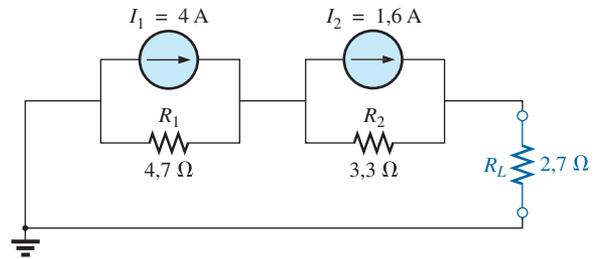


Figura 9.147 Problema 41.

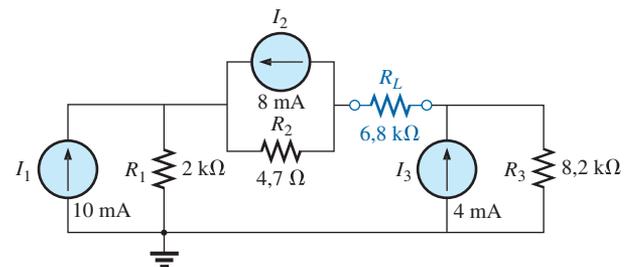


Figura 9.148 Problema 42.

Seção 9.7 Teorema da substituição

- 43. Usando o teorema da substituição, desenhe três ramos equivalentes ao ramo $a-b$ do circuito visto na Figura 9.149.
- 44. Usando o teorema da substituição, desenhe três ramos equivalentes ao ramo $a-b$ do circuito visto na Figura 9.150.
- *45. Usando o teorema da substituição, desenhe três ramos equivalentes ao ramo $a-b$ do circuito visto na Figura 9.151.

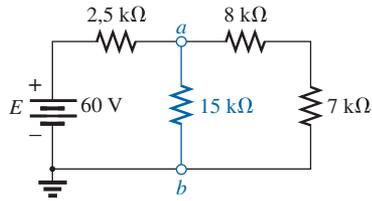


Figura 9.149 Problema 43.

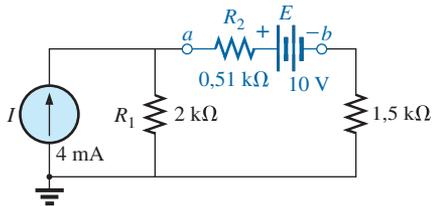


Figura 9.150 Problema 44.

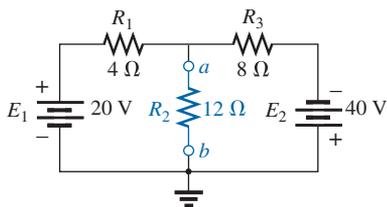


Figura 9.151 Problema 45.

Seção 9.8 Teorema da reciprocidade

- 46. a) Considerando o circuito na Figura 9.152(a), determine a corrente I .
- b) Repita a parte (a) para o circuito na Figura 9.152(b).
- c) O teorema da reciprocidade foi satisfeito?
- 47. a) Considerando o circuito da Figura 9.153(a), determine a corrente I .
- b) Repita a parte (a) para o circuito na Figura 9.153(b).
- c) O teorema da reciprocidade foi satisfeito?
- 48. a) Determine a tensão V para o circuito na Figura 9.154(a).
- b) Repita a parte (a) para o circuito na Figura 9.154(b).
- c) O dual do teorema da reciprocidade foi satisfeito?

Seção 9.9 Análise computacional

- 49. Usando PSpice ou Multisim, determine a tensão V_2 e seus componentes para o circuito na Figura 9.123.
- 50. Usando PSpice ou Multisim, determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito na Figura 9.131.
- *51. a) Usando PSpice, trace o gráfico da potência dissipada pelo resistor R visto na Figura 9.128 com os valores de R 1 Ω a 150 Ω.
- b) A partir do gráfico, determine o valor de R no qual a potência máxima é o valor dessa potência.

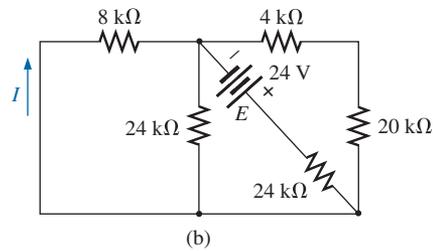
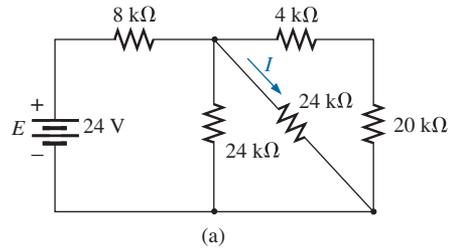


Figura 9.152 Problema 46.

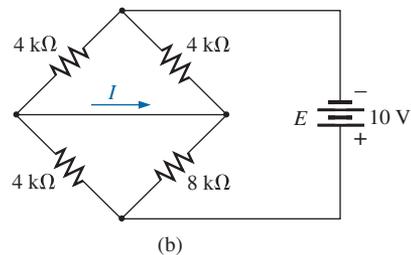
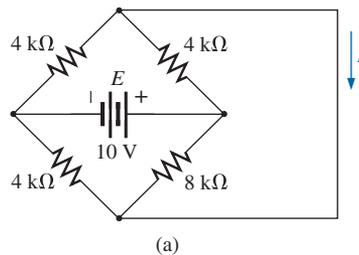


Figura 9.153 Problema 47.

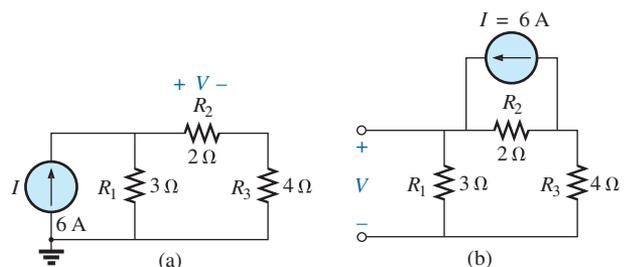


Figura 9.154 Problema 48.

- c) Compare os resultados do item (a) com as soluções numéricas.
- d) Esboce o gráfico de V_R e de I_R em função de R e determine esses valores para a condição de máxima potência em R .
- *52. Troque o resistor de $300\ \Omega$ no circuito visto na Figura 9.138 por um resistor variável, e usando PSpice, trace o

gráfico da potência dissipada no resistor em função do seu valor. Determine a faixa de valores para a resistência por tentativa e erro em vez de usar o cálculo. Determine o circuito equivalente de Norton com base nos resultados. A corrente Norton pode ser determinada a partir do valor máximo da potência.

GLOSSÁRIO

Teorema da máxima transferência de potência: Teorema usado para determinar a resistência de carga necessária para garantir a máxima transferência de potência para a carga.

Teorema de Millman: Método que emprega conversão de fontes que permite a determinação de incógnitas em um circuito multimalhas.

Teorema de Norton: Teorema que permite a redução de qualquer circuito de corrente contínua linear de dois terminais a um contendo uma única fonte de corrente e um resistor em paralelo.

Teorema da reciprocidade: Teorema que afirma que, para circuitos com uma única fonte, a corrente em qualquer ramo do circuito é igual à corrente no ramo no qual a fonte estava originalmente posicionada, se a fonte for colocada no ramo no qual a corrente foi medida originalmente.

Teorema da substituição: Teorema que afirma que em um circuito de corrente contínua bilateral, se a tensão entre os terminais de um ramo e a corrente nele forem conhecidas, o ramo pode ser substituído por qualquer combinação de elementos que mantenham a mesma tensão e a mesma corrente no ramo escolhido.

Teorema da superposição: Teorema de circuito que permite considerar os efeitos de cada fonte independentemente. A corrente e/ou a tensão resultantes é a soma algébrica das correntes e/ou tensões de contribuição independente de cada fonte.

Teorema de Thévenin: Teorema que permite a redução de qualquer circuito de corrente contínua linear de dois terminais a um contendo uma única fonte de tensão em série com um resistor.