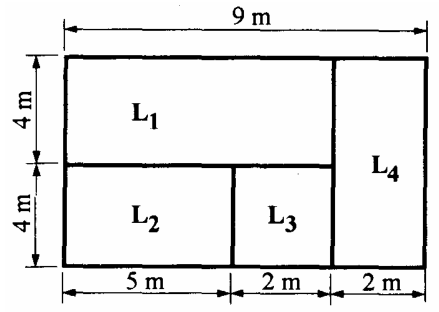
CÁLCULO DE LAJES - MOMENTOS

TIPOS DE LAJES QUANTO À SUA GEOMETRIA

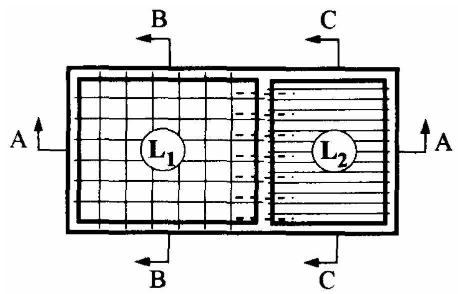
Antes de passarmos a calcular lajes vamos dividi-las em dois tipos, um para as lajes cuja largura e comprimento não diferem muito, ou seja que a maior dimensão não ultrapasse o dobro da (e que são as mais comuns) e outro tipo para as lajes ditas retangulares em que uma dimensão é maior que do que o dobro da outra. Para o caso chamaremos de lajes armadas em duas direções (ou lajes armadas em cruz) e outra chamada de armada em uma só direção.

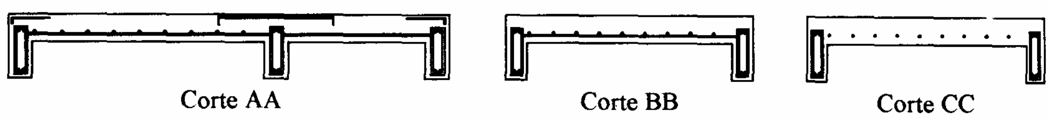
Assim na planta do prédio a seguir: L_1 ,L_2 ,L_3 são armadas em duas direções (armação em cruz). A laje L_4 é armada em uma só direção.



Quando dizemos laje armada em duas direções estamos falando de armação dos momentos positivos que ocorrem nas duas direções no meio do vão. As lajes armadas em uma só direção só possuem armação na direção do vão menor.

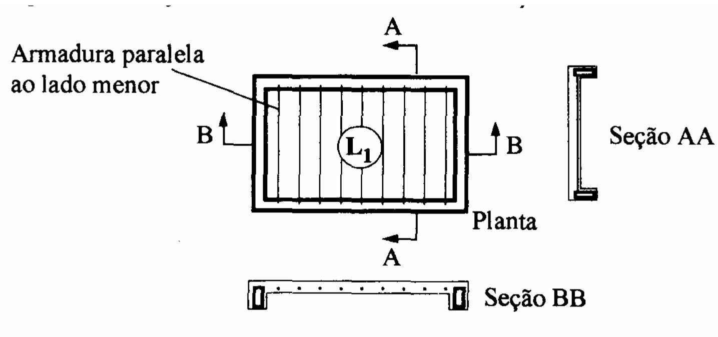
Planta da laje L (armada em duas direções) e da laje L (armada em uma só direção).





LAJES ARMADAS EM UMA SÒ DIREÇÃO

Para as lajes em que uma dimensão é maior do que o dobro da outra dimensão nós armamos a direção do lado menor e por isso elas são chamadas lajes armadas em uma só direção: Exemplo de uma laje isolada armada em uma só direção



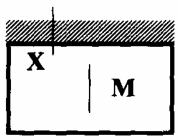
As lajes armadas em uma só direção são calculadas exatamente como se fossem um conjunto de vigas paralelas, sendo que o cálculo da área de aço é feita por metro de laje. Para elas não são aplicáveis as tabelas de Marcus que são usadas para as lajes em cruz.

Para o cálculo temos que diferenciar lajes isoladas e lajes engastadas. Chamando-se o momento no meio do vão de M e de X o momento nos apoios, os esquemas possíveis de lajes armadas em uma só direção são:

Laje isolada

$$M = q \cdot \frac{L^2}{8}$$

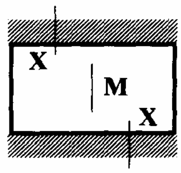
Onde
- q - carga
- L - vão menor
- M - momento no meio do vão menor



$$M = q \cdot \frac{L^2}{14,22}$$

$$X = -q \cdot \frac{L^2}{8}$$

Laje engastada de um lado



$$M = q \cdot \frac{L^2}{24}$$

$$X = -q \cdot \frac{L^2}{12}$$

Laje biengastada

Para o caso de lajes retangulares (um lado maior que o dobro do outro) não se consideram as possibilidades de engastamento dos lados menores.

Atenção: Mesmo para lajes armadas em uma só direção existe a obrigatoriedade de se fazer uma armadura transversal de distribuição. A norma no seu item 6.3.2.1 assim o exige, fixando o espaçamento máximo dessa armadura em 33 cm. Para o nosso prédio é razoável fixar-se Φ 1/4 cada 30 cm.

Nota: No cruzamento de armadura é costume o aço de maior diâmetro ficar em baixo da armadura de menor diâmetro. Para que a armadura negativa fique no alto são necessários:

- Uma armadura longitudinal;
- Um caranguejo.

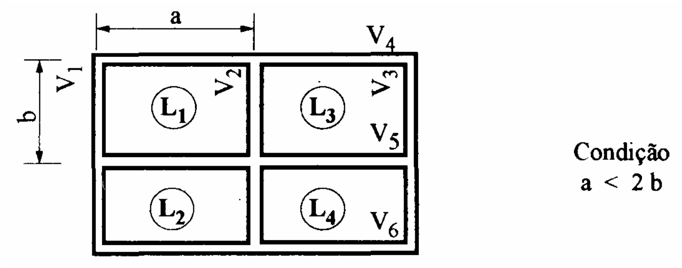
Para amarrar armaduras usa-se arame.

LAJES ARMADAS EM DUAS DIREÇÕES - TABELA DE MARCUS

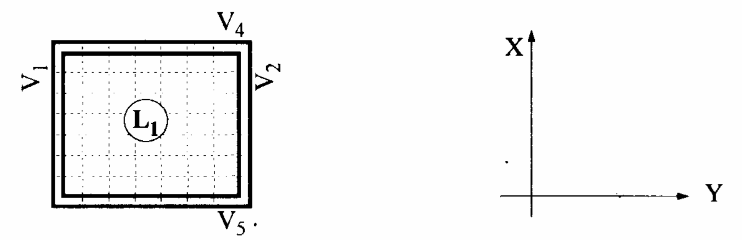
Já vimos que calcular lajes será:

- Determinar sua espessura;
- Calcular a armadura positiva (meio do vão),
- Calcular a armadura negativa (nos apoios intermediários).

Vamos explicar o cálculo de lajes armadas em cruz segundo o Método de Marcus que é adequado para o tipo de prédio que estamos calculando, O Método de Marcus é aplicável somente para lajes armadas em duas direções. Seja a planta do prédio a seguir:



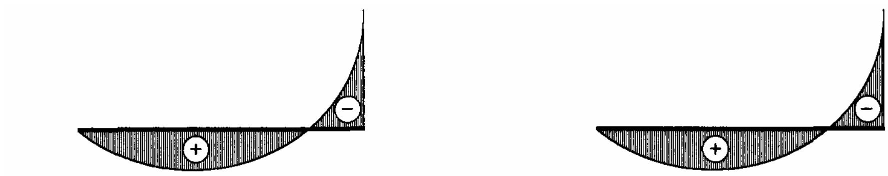
Podemos considerar cada laje como se fosse formada por uma grelha de vigas independentes se cortando perpendicularmente como a seguir se mostra para a laje L_1.



Dentro desse raciocínio, cada laje é substituída, por um reticulado de vigas na direção X e na direção Y. Segundo algum critério deveremos dividir a carga atuante e acidental q em duas cargas qx e qy que se distribuirão nas vigas na direção X e na direção Y.

Se assim fizéssemos, calcular a laje L seria na prática calcular as vigas na direção X e na direção Y com as cargas qx e qy. As vigas deverão levar em consideração o engastamento previsto de laje com laje. Assim teremos para L_1:

O diagrama de Momentos Fletores será, ressaltando-se que os engastamentos indicados não são nas vigas e sim engastamento laje com laje.



Se calculássemos essas vigas nas direções X e Y teríamos resolvida toda a laje.

Qual a falha desse raciocínio? É que não estamos considerando o aspecto de continuidade da laje e que toda ela trabalha, resistindo muito melhor do que se considerada dividida por grelhas de vigas independente uma das outras.

O processo de Marcus nada mais é que fazer a divisão de laje por uma grelha de vigas e depois aplicar adequados coeficientes que levam em conta exatamente esse aspecto nas lajes, de solidariedade conjunta integrada total (boa expressão não?) de toda a malha de vigas.

As Tabelas de Marcus já fazem os cálculos diretamente permitindo facilmente o cálculo dos Momentos positivos (permitindo após isso o cálculo da armadura do meio do vão) e os negativos (permitindo após isso o cálculo da armadura nos apoios).

Para a aplicação das **Tabelas de Marcus** vale a simbologia:

M_x - Momento Fletor positivo que ocorre no meio do vão. Com M_x e a espessura da laje será possível calcular posteriormente a armadura positiva (face inferior da viga) na direção X.

M_y - Idem eixo y.

X_x - Momento Fletor no apoio na direção X. Esse momento só ocorre quando nesse lado e nessa direção se a laje é engastada em outra laje. Com X e a espessura da laje será possível calcular posteriormente a armadura negativa (face superior da viga) na direção X.

X_y - Idem eixo y.

q - Carga Total que atua na laje (acidental e peso próprio da laje).

q_x - Parcela do peso próprio que atua na direção X e que será usada para o cálculo do momento negativo.

q_y - IdemY.

$q_x + q_y = q$

m_x e m_y - coeficiente de cálculo.

X e Y **-** Para cada um dos seis casos a direção X deve ser obrigatoriamente, ou a direção com maior número de engastes (2º, 3º, 6º casos) ou no caso de igualdade de engastes nas duas
direções, então $L_y \geq L_x$ (1º, 4º e 5º casos).

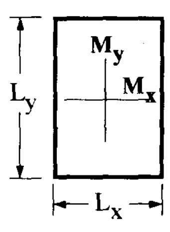
Conclusão: O cálculo de lajes pelo processo de Marcus é na prática um cálculo de momentos no meio da laje (direção X e direção Y) e nos apoios (direção X e direção Y).

As Tabelas de Marcus são uma quantificação do cálculo das lajes supondo-as com uma grelha de vigas mas levando em conta o efeito de resistência do fato da laje ser inteiriça e contínua e portanto mais resistente do que a grelha de vigas independentes imaginada.

Conhecidos os Momentos Fletores no meio do vão (M_x e M_y e admitida uma espessura de as lajes serão então calculadas como se fossem vigas de um metro de largura. Conhecidos os momentos e a espessura de laje na aula 11:3 veremos como se calcula armadura positiva e a negativa. Na aula 16.3 veremos como as cargas se transferirão às vigas.

TABELAS DE MARCUS

1º CASO: Cálculo das lajes armadas em cruz

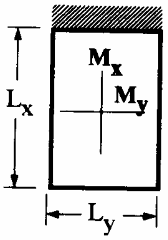


$$M_x = q \cdot \frac{L_x^2}{m_x} \qquad M_y = q \cdot \frac{L_x^2}{m_y}$$

$$q_x = k_x \cdot q \qquad q_y = q - q_x \qquad L_y \geq L_x$$

Observação: No caso não há engastes. A direção Y é a direção em que $L_y > L_x$.

2º CASO: Cálculo das lajes armadas em cruz

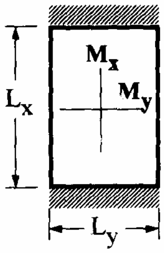


$$M_x = q \cdot \frac{L_x^2}{m_x} \qquad M_y = q \cdot \frac{L_x^2}{m_y}$$

$$q_x = k_x \cdot q \qquad q_y = q - q_x \qquad X_x = -\frac{q_x \cdot L_x^2}{8}$$

Observação: X é obrigatoriamente a direção do maior número de engaste.

3º CASO: Cálculo das lajes armadas em cruz

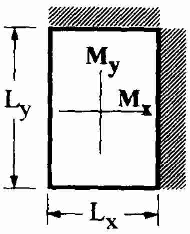


$$M_x = q \cdot \frac{L_x^2}{m_x} \qquad M_y = q \cdot \frac{L_x^2}{m_y}$$

$$q_x = k_x \cdot q \qquad q_y = q - q_x \qquad X_x = -\frac{q_x \cdot L_x^2}{12}$$

Observação: X é obrigatoriamente a direção do maior número de engaste.

4º CASO: Cálculo das lajes armadas em cruz



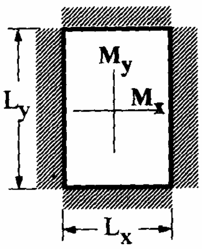
$$M_x = q \cdot \frac{L_x^2}{m_x} \qquad M_y = q \cdot \frac{L_x^2}{m_y} \qquad X_y = -\frac{q_y \cdot L_y^2}{8}$$

$$q_x = k_x \cdot q \qquad q_y = q - q_x \qquad X_x = -\frac{q_x \cdot L_x^2}{8}$$

$$L_y \geq L_x$$

Obs.: Como nesse caso o número de engastes em qualquer direção é igual, pegar Ly≥ Lx

5º CASO: Cálculo das lajes armadas em cruz



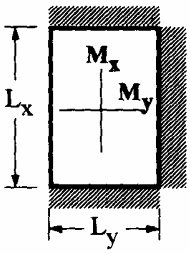
$$M_x = q \cdot \frac{L_x^2}{m_x} \qquad M_y = q \cdot \frac{L_x^2}{m_y} \qquad X_y = -\frac{q_y \cdot L_y^2}{12}$$

$$q_x = k_x \cdot q \qquad q_y = q - q_x \qquad X_x = -\frac{q_x \cdot L_x^2}{12}$$

$$L_y \geq L_x$$

Obs.: Como nesse caso o número de engastes em qualquer direção é igual, pegar Ly≥ Lx

6º CASO: Cálculo das lajes armadas em cruz



$$M_x = q \cdot \frac{L_x^2}{m_x} \qquad M_y = q \cdot \frac{L_x^2}{m_y} \qquad X_y = -\frac{q_y \cdot L_y^2}{12}$$

$$q_x = k_x \cdot q \qquad q_y = q - q_x \qquad X_x = -\frac{q_x \cdot L_x^2}{12}$$

PARA USAR AS TABELAS DE MARCUS

Deveremos:

1. Verificar primeiramente em qual dos seis casos nos encontramos.

2. Verificado o caso em que nos encontramos temos que orientar a questão dos eixos. Para os casos 1, 4 e 5, por hipótese a direção Y é a que tem maior dimensão. Verificamos que as direções Y e X para as lajes não são válidas para todas as lajes. Para cada laje teremos então que adotar se Y será vertical ou horizontal. Para os casos 2, 3 e 6, X é obrigatoriamente a direção de maior número de engastes.

3. Devemos calcular a relação λ= Ly / Lx,(que será a chave única de entrada na tabela resultando conhecidos m_x , m_y, $k_{x.}$

4. Conhecidos m_x, m_y, k_x , poderemos calcular:

$M_x = q \cdot \frac{L_x^2}{m_x}$ (momento positivo do meio do vão na direção X considerada no caso)

$M_y = q \cdot \frac{L_x^2}{m_y}$ (momento positivo do meio do vão na direção Y considerada no caso)

$q_x = k_x \cdot q$ (carga na direção X considerada no caso que permitirá calcular o momento no apoio)

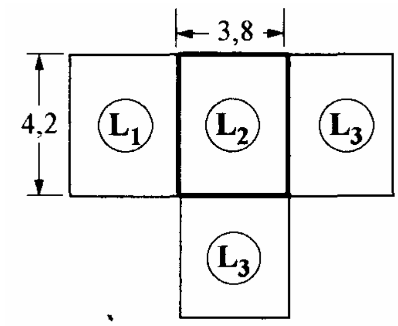
$q_y = q - q_x$ (carga na direção Y considerada no caso que permitirá calcular o momento no apoio)

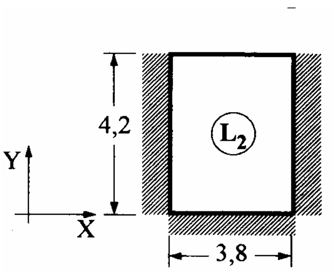
$X_x = -\frac{q_x L_x^2}{A}$ (momento negativo do apoio na direção X considerada no caso, A é urna constante para cada um dos casos)

$X_y = -\frac{q_y L_y^2}{B}$ (momento negativo do apoio na direção Y considerada no caso, B é urna constante para cada um dos casos)

ATIVIDADE 01

Seja uma laje L dentro de um conjunto de lajes. CALCULE os momentos utilizando as tabelas de Marcus:





Adotar uma sobrecarga de 200 kg/m^2 que é igual à 0,2 t/m^2. Admitiu-se que a espessura da laje é de 11 cm.
L_X= 3,8m L_Y = 4,2m