

# **Concreto Armado I**

## **1.0 Introdução**

### História do Concreto Armado

#### **1850 a 1855** – Joseph Louis Lambot, França

A primeira publicação sobre Cimento Armado (denominação do concreto armado até mais ou menos 1920) foi do francês Joseph Louis Lambot. Presume-se que em 1850 Lambot efetuou as primeiras experiências práticas do efeito da introdução de ferragens numa massa de concreto. Em 1854, Lambot já executava construções de "cimento armado" com diversas finalidades. Imerso em estudos sobre o concreto armado e motivado por problemas com a manutenção de canoas de madeira utilizadas para lazer em um pequeno lago existente em sua propriedade em Miraval, no Var sul da França Lambot tem a idéia de construir um barco de concreto. Nada mais lógico, pois o concreto é durável, requer pouca manutenção e resistente bem em meios aquáticos. Lambot empregou para a construção de sua canoa uma malha fina de barras finas de ferro (ou arame), entrelaçadas, entremeadas com barras mais grossas, usando essa malha fina ao mesmo tempo como gabarito para se obter o formato adequado do barco, para segurar a argamassa, dispensando a confecção de moldes e para evitar problemas com fissuras. Em 1855 Lambot expõe seu barco na Exposição Mundial de Paris e solicita a patente de seu projeto. No documento representativo do pedido de patente existe além da placa que corresponde à armação do barco também o desenho de algo parecido com um pilar de seção retangular com quatro barras longitudinais de ferro.

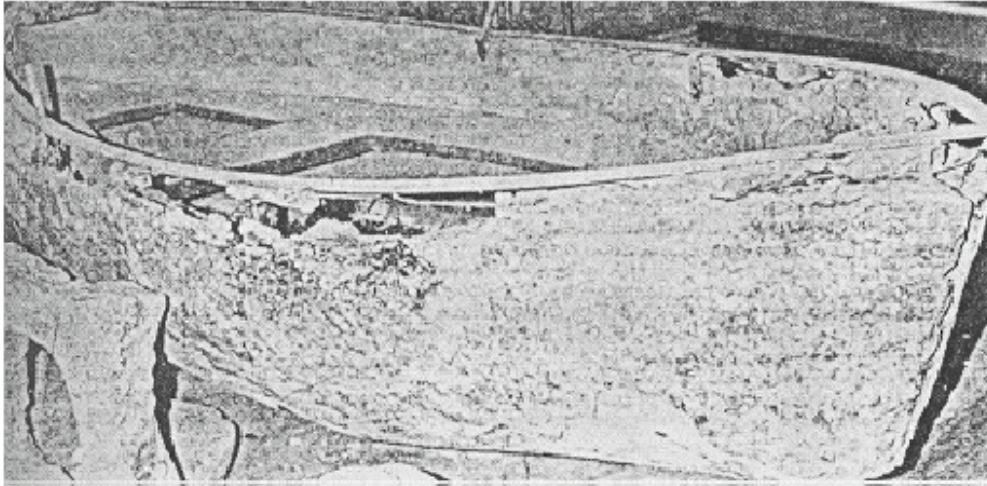


Figura 1.1 – Remanescente de um dos barcos de Lambot (Fonte referência 1)

### **1855 – Alemanha**

Início da fabricação do cimento Portland na Alemanha.

### **1860**

Começo da era do cimento Portland em sua composição moderna.

### **1867 – Joseph Monier, França**

Devido à similaridade entre o método utilizado por Monier para construir seus vasos de concreto armado e por Lambot para a armação de sua canoa de concreto levam a crer que o primeiro sofreu influência do segundo. Entretanto, existem divergências quanto a este fato.

O mais certo é que Monier, um jardineiro, que fabricava vasos e tubos de concreto desde 1849 considerando seus vasos muito frágeis começa a mergulhar na massa de concreto uma malha de aço. Em 1867 Monier havia avançado tanto em seu método a ponto de patentear-lo e exibi-lo na Exposição de Paris daquele ano. A primeira extensão de sua patente parece ter sido para a construção de reservatórios de água. Entre 1868 e 1873 executou primeiro um reservatório de 25m<sup>3</sup> e mais tarde outros dois com 180m<sup>3</sup> e 200m<sup>3</sup>

(suportado por colunas). Monier é considerado um dos grandes disseminadores da técnica de se construir com concreto armado.

Em relação ao Brasil podemos citar :

1904 – Publicação na revista “ Construções de Cimento Armadao” de artigo de autoria do Professor Antonio de Paula Freitas, sobre o uso do concreto armado em construções residenciais em Copacabana, no Rio de Janeiro.

Várias obras podem ser destacadas no Brasil, dentre elas :

-Cúpula do Hotel Quitandinha, em cas elíptica, com 46 m de diâmetro, na época, recorde Sul Americano.

-Cálculo do edifício A NOITE no Rio de Janeiro por Emílio Baumgart

-Cálculo e Construção da Ponte Rio Niterói

## Capítulo II – Materiais

### 2.1 Deformações do concreto armado

Durante a sua cura e endurecimento, parte do excesso de água se evapora, ocasionando uma mudança de peso e volume. Desta forma, o concreto sofre determinadas deformações, independentes das cargas externas.

As deformações sofridas pelo concreto são de dois tipos:

- Deformações próprias:
  - Retração;
  - Variação de temperatura;
- Deformações por causas externas:
  - Imediata;
  - Lenta.

#### 2.1.1 – Deformações próprias

##### - Retração

A retração está associada a deformações em pastas de cimento, argamassas e concretos, mesmo sem que haja qualquer carregamento. Consiste na diminuição de volume do concreto e, de forma geral está associada à perda de água. As deformações ocorridas no concreto devido à retração na verdade são conseqüências da ação em conjunto da retração por assentamento plástico, retração plástica, autógena e por secagem ou hidráulica. As duas primeiras ocorrem no concreto ainda em estado fresco e as duas últimas no estado endurecido. Existe ainda a retração por carbonatação e de origem térmica.

– Variação de temperatura

A variação de temperatura produz uma deformação que se pode considerar como a soma de duas outras: a variação de volume do esqueleto sólido e a deformação proveniente de uma variação da pressão de retração.

#### 2.1.2 – Deformações por causas externas

– Deformação imediata

Ao se aplicar, por exemplo, uma força de compressão, o esqueleto sólido sofre uma contração, havendo nesse momento uma diminuição do tamanho de seus poros. Portanto, a deformação imediata ocorre quando se aplica carga.

– Deformação lenta

Se a carga aplicada permanece por longo tempo, o excesso de água nos poros de maior diâmetro evapora com o tempo e as tensões capilares aumentam, originando esforços semelhantes a uma pressão aplicada de fora para dentro. Como ocorre na retração, esta deformação é mais rápida no início, diminuindo com o tempo, tendendo assintoticamente a um valor limite. A deformação lenta depende da idade do concreto no momento do carregamento.

## 2.2 AÇO PARA CONCRETO ARMADO

A norma que regulamenta e especifica a produção de barras e fios de aço é a NORMA ABNT NBR 7480 - Barras e Fios de Aço destinados a Armaduras para Concreto Armado: versão 1996.

A principal diferença entre o Aço e o Ferro é o teor de carbono, ou seja, o Aço possui um teor de Carbono inferior a 2,04%, enquanto o Ferro possui um teor de carbono de 2,04 a 6,7%. Como as barras e fios destinados a Armaduras para Concreto Armado

(CA25, CA50 e CA60) possuem, normalmente, um teor de Carbono entre 0,08% e 0,50%, a denominação técnica correta a utilizar é Aço. É claro que o termo “ferro” está tão enraizado no mercado que todos entendem e aceitam quando o usamos. Na norma, barras são produtos obtidos por Laminação a Quente, com diâmetro nominal de 5,0 mm ou superior. Portanto, CA25 e CA50 são denominados BARRAS. Os fios são produtos de diâmetro nominal inferior a 10 mm obtidos por Trefilação ou Laminação a frio. Todo o CA60 é denominado FIO. O termo CA é uma abreviatura de Concreto Armado.

A última versão da NBR 7480 de 1996 eliminou as classes A e B constantes da versão de 1985. Portanto, atualmente, além de tecnicamente incorreto, não faz sentido classificar um vergalhão por classe. Antes da revisão, as classes A e B já causavam polêmica pois alguns técnicos defendiam erroneamente que o material sem escoamento nítido era obrigatoriamente classe B, e material com escoamento nítido era classe A. Na verdade, na norma a separação em classes era definida pelo processo de fabricação das barras ou fios; para processo a quente (laminação a quente) o produto era denominado classe A, e para processo a frio (laminação a frio ou trefilação) era classe B. Poderia ocorrer de um material classe A ter composição química e características mecânicas mais altas e, portanto, um escoamento não-nítido e mesmo assim, em termos de norma, o material obter classificação de classe A. Na versão de 1996 a separação em classes foi eliminada e todo o material em barras, caso típico do CA25 e CA50, deve ser fabricado obrigatoriamente por laminação a quente, e todo fio, caso típico do CA60, deve ser fabricado por trefilação ou processo equivalente (estiramento ou laminação a frio).

## Determinação da Categoria

Categoria	Limite de escoamento kgf/mm <sup>2</sup> (MPA)	Limite de resistência	Alongamento (em 10 $\emptyset$ ) %
CA25	25 (250)	1.20 x L.E.	18
CA50	50 (500)	1.10 x L.E.	8
CA60	60 (600)	1.05 x L.E.	5
Mínimos exigidos pela norma <i>Norma ABNT NBR 7480 (anexo B / Tab. 2).</i>			

Alguns aços, normalmente o CA60, apresentam gráfico com patamar de escoamento não definido, e a determinação do mesmo deve ser feita calculando-se a partir de deformação de 0,2% parcial ou 0,5% total.

**Gráfico tensão x deformação sem patamar definido e indicação de 0,2 e 0,5%**

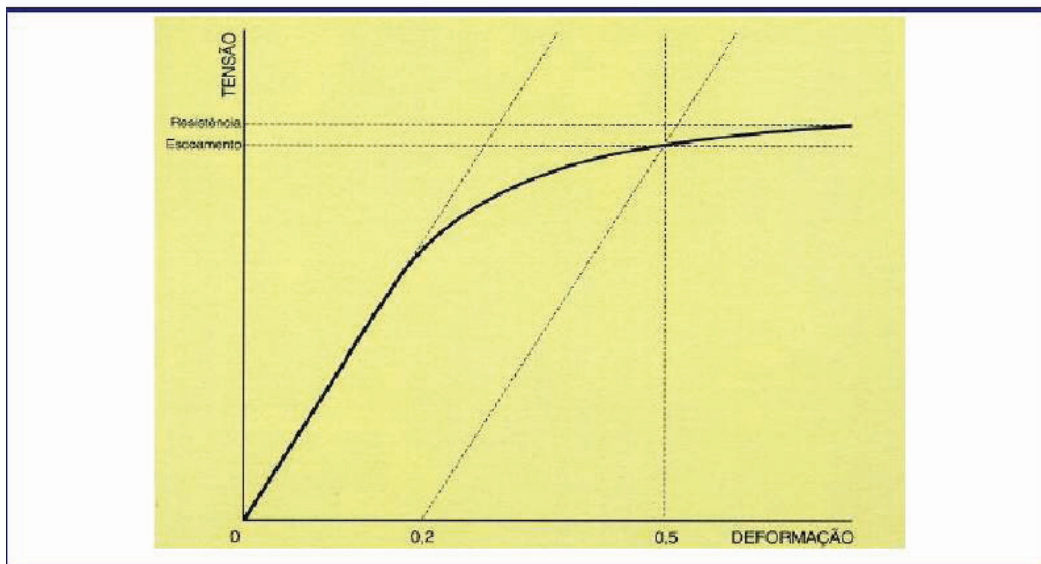


Figura 2.2 – Gráfico tensão-deformação do aço

## Propriedades de massa e seção dos aços CA 50

<b>Bitola</b>	<b>Massa Nominal</b>	<b>Tolerância</b>	<b>Seção Nominal</b>
mm	kg/m	%	mm <sup>2</sup>
6,3	0,245	± 10	31,2
8,0	0,395	± 10	50,3
10,0	0,617	± 6	78,5
12,5	0,963	± 6	122,7
16,0	1,578	± 6	201,1
20,0	2,466	± 6	314,2
25,0	3,853	± 6	490,9
32,0	6,313	± 6	804,2

## Propriedades de massa e seção dos aços CA 60

<b>Bitola</b>	<b>Massa Nominal</b>	<b>Tolerância</b>	<b>Seção Nominal</b>
mm	kg/m	%	mm <sup>2</sup>
4,2	0,109	± 6	13,9
5,0	0,154	± 6	19,6
**6,0	0,222	± 6	28,3
**7,0	0,302	± 6	38,5
**8,0	0,395	± 6	50,3
**9,5	0,558	± 6	70,9

\*\* Bitolas não nervuradas.



## **CAPITULO III – Ações e Segurança**

### **3.1 Ações**

#### **Tipos de ações segundo a NBR 8681 – Ações e Segurança das Estruturas**

ações permanentes;

ações variáveis;

ações excepcionais.

#### **Ações permanentes**

peso próprio da estrutura;

elementos construtivos;

recalque;

empuxos de terras;

protensão;

retração;

imperfeição geométrica

#### **Ações variáveis**

cargas verticais de uso da construção;

força de frenação e de impacto;

efeitos de vento;

variações de temperatura;

atrito nos aparelhos de apoio;

pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas;

ações sísmicas.

#### **Ações excepcionais**

explosões;

choques de veículos;

incêndio;  
enchentes ou sismos excepcionais

### 3.2 Ações a Considerar em Projetos de Estruturas de Edifícios de Concreto

Na análise estrutural devem ser consideradas as influências de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura, levando-se em conta os possíveis estados limites últimos e os de serviço.

- A NBR 6118/2003 prescreve as indicações a seguir, com relação às ações que devem ser consideradas no projeto estrutural.

a. **Ações Permanentes** são as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Também são consideradas como permanentes as ações que crescem no tempo tendendo a um valor limite constante. As ações permanentes são consideradas com seus valores representativos mais desfavoráveis para a segurança.

As ações permanentes podem ser subdivididas em Ações Permanentes Diretas e Ações Permanentes Indiretas.

As **ações permanentes diretas** são constituídas pelo peso próprio da estrutura e pelos pesos dos elementos construtivos fixos e das instalações permanentes.

Os valores usualmente considerados em projetos podem ser encontrados na NBR 6120(1980). Os pesos das instalações permanentes são considerados com os valores nominais indicados pelos respectivos fornecedores.

Consideram-se como ações permanentes os empuxos de terra e outros materiais granulosos quando forem admitidos não removíveis. Como valores representativos devem ser considerados os valores característicos  $F_{k,sup}$  ou  $F_{k,inf}$  indicados na NBR 8681 (1984).

As **ações permanentes indiretas** são constituídas pelas deformações impostas por: retração do concreto; fluência do concreto; deslocamentos de apoio; imperfeições geométricas e protensão.

b. As **Ações Variáveis** podem ser divididas em Ações Variáveis Diretas e Ações Variáveis Indiretas.

As **ações variáveis diretas** são constituídas pelas ações acidentais previstas para o uso da construção, pela ação do vento e da chuva. As ações previstas para o uso da construção devem ser convenientemente analisadas. As ações acidentais correspondem a:

- ações verticais de uso da construção;
- ações móveis, considerando o impacto vertical;
- impacto lateral;
- força longitudinal de frenagem ou aceleração;
- força centrífuga.

Essas ações devem ser dispostas nas posições mais desfavoráveis para o elemento estudado, ressalvadas as simplificações permitidas por normas específicas.

A ação do vento deve ser considerada em todos os projetos estruturais. Os esforços devidos à ação do vento devem ser determinados de acordo com o prescrito pela NBR 6123 (1999), permitindo-se o emprego de regras simplificadas previstas em normas específicas.

Nas estruturas em que a água de chuva possa ficar retida como consequência de deficiências de caimento, ou de deformações da própria estrutura, deve ser considerada a presença de uma lâmina de água correspondente ao nível da drenagem efetivamente garantida pela construção.

As ações variáveis atuantes durante a fase de construção que não tenham sua segurança garantida pela verificação da obra pronta, devem ter, incluídas no projeto, as verificações das fases construtivas mais significativas e sua influência na fase final. A verificação de cada uma dessas fases deve ser feita considerando a parte da estrutura já executada e as estruturas provisórias auxiliares com os respectivos pesos próprios. Além disso, devem ser consideradas as ações acidentais de execução.

As **ações variáveis indiretas** são as relativas a variações de temperatura.

As **ações dinâmicas** devem ser verificadas quando a estrutura, pelas suas condições de uso, está sujeita a choques ou vibrações, e os respectivos efeitos devem ser considerados na determinação das solicitações.

No caso de vibrações, deve ser verificada a possibilidade de ressonância, com relação à estrutura ou parte dela. Havendo possibilidade de fadiga, ela deve ser considerada no dimensionamento das peças.

Nos projetos de estruturas sujeitas a situações excepcionais de ações, cujos efeitos não possam ser controlados por outros meios, devem ser consideradas **ações excepcionais** com os valores definidos, em cada caso particular, por normas específicas.

### 3.3 – Valores indicados para carga permanente e sobrecarga

Carga permanente

<b>Material</b>	<b>Peso específico (kN/m<sup>3</sup>)</b>
Concreto simples	24
Concreto armado	25
Bloco cerâmico furado p/ alvenaria	13
Bloco cerâmico maciço p/ alvenaria	18
Argamassa de cimento e areia	21

Para os revestimento normalmente empregados deve-se adotar 0,8 kN/m<sup>2</sup>. Deve-se ainda adotar 0,6 kN/m<sup>2</sup> para o peso de coberturas com telhas de fibrocimento e 1,0 kN/m<sup>2</sup> para coberturas de telha cerâmica.

## Sobrecargas

<b>Local</b>	<b>Sobrecarga (kN/m<sup>2</sup>)</b>
Forro (sem acesso ao público)	0,50
Salas ,quartos e corredores (residências)	1,50
Cozinhas e wc	2,0
compartimentos com acesso ao público (escolas, restaurantes, etc.)	3,0
Locais p/ baile, ginástica, esporte (teatros, ginásios, clubes.)	4,0
arquivos/bibliotecas/depósitos:	função de cada caso

### **3.4 CONCEITOS DE SEGURANÇA**

**A estrutura deve apresentar simultaneamente:**

- estabilidade;
- conforto;
- durabilidade.

### **3.5 Estados limites:**

Estado Limite Último (**ELU**);

Estado Limite de Serviço (ou de utilização) (**ELS**).

#### ESTADOS LIMITES

Admite-se que uma estrutura ou parte dela atinge um estado limite quando, de modo efetivo ou convencional (estabelecido em norma), torna-se inutilizável ou deixa de satisfazer às condições previstas para a sua utilização.

### 3.5.1 ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

São aqueles que correspondem ao esgotamento da capacidade portante da estrutura, podendo se originar por:

- perda de estabilidade da estrutura assimilada a um corpo rígido;
- ruptura de seções críticas;
- transformação da estrutura em mecanismo;
- instabilidade elástica; deterioração por fadiga.

A norma específica de cada material estipula os estados limites últimos admissíveis, como por exemplo, a NB-1 estipula o valor último de 3,5‰ para a deformação do concreto à compressão na flexão.

### 3.5.2 ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO (UTILIZAÇÃO) - ELS

São aqueles que caracterizam, mesmo não tendo se esgotado a capacidade portante, a impossibilidade de emprego da estrutura, visto a mesma não oferecer as condições necessárias de conforto e durabilidade. Pode ser originada por:

- fissuração prematura ou excessiva;
- existência de danos indesejáveis;
- vibrações excessivas.

Como exemplo a NB-1 limita a flecha de vigas em balanço em 1/250 do vão e a abertura máxima de fissura em 0,4 mm para ambiente protegido. Subdivide o ELS em Estado Limite de Fissuração Inaceitável e Estado Limite de Deformação Excessiva.

O aparecimento de um estado limite na estrutura pode dever-se à combinação entre si de vários fatores aleatórios:

- incertezas relativas aos valores considerados como resistência dos materiais utilizados;
- erros cometidos quanto à geometria da estrutura e de suas seções;
- avaliação inexata das ações indiretas ou excepcionais;

- divergência direta entre os valores calculados e os valores reais das solicitações, face às hipóteses simplificadoras adotadas no cálculo.

### 3.6 SEGURANÇA

A estrutura é considerada segura quando apresenta condições de suportar, sem atingir um estado limite, as ações mais desfavoráveis a que estará sujeita ao longo da vida útil da obra em condições adequadas de funcionalidade.

Em primeiro lugar deve-se garantir que sejam mantidas as características apropriadas ao bom funcionamento da obra, tais como flecha limitada nas vigas e abertura admissível de fissuras no concreto armado (estados limites de serviço). Convém lembrar que o não atendimento aos estados limites de serviço pode inviabilizar o uso da construção; como exemplos, a flecha além do limite de uma viga causa deformações nas paredes que ela suporta e essas deformações podem resultar em fissuras na parede, nas lajes os deslocamentos excessivos podem prejudicar a obtenção do "nível zero" que traz economia no nivelamento final. Além dessas razões existe também a estética, pois estruturas visivelmente fletidas, assim como as peças fissuradas, trazem a sensação de insegurança. A fissuração com aberturas excessivas em caixas d'água de concreto podem comprometer a sua estanqueidade e em pontes ferroviárias a deformação exagerada pode até impedir a passagem de trens. Em segundo lugar, deve-se ter uma boa garantia de que não ocorra o esgotamento da capacidade portante da estrutura ou de suas partes componentes (estados limites últimos) e a partir daí pode advir à ruptura dos materiais e o colapso da estrutura o que tem conseqüências desastrosas não só de prejuízo material, mas de acidentes e perdas de vidas humanas.

As estruturas, assim como os materiais estruturais, sob as ações apresentam um estado de tensão e de deformações lineares (deslocamentos) e angulares (rotações).

O conceito de segurança é qualitativo, de difícil quantificação. Segurança exagerada implica em altos custos, tornando a estrutura anti-econômica. Assim como o objetivo da engenharia, principalmente na fase de projeto é obter o melhor resultado com o menor custo, o projeto estrutural, no tocante a segurança, deve ser balizado de um lado pela insegurança e de outro pelo desperdício.

### 3.7 Métodos de verificação da segurança

Os métodos de avaliação da segurança são os seguintes:

- método da tensão admissível;
- método da ruptura;
- método probabilístico.

#### 3.7.1. Método das tensões admissíveis

Neste método impõe-se a condição de que a maior tensão de trabalho não ultrapasse a tensão admissível do material ( $\sigma_{adm}$ ). Assim, para verificações com tensões normais tem-se:

$$\sigma \leq \sigma_{adm} = \frac{f}{\gamma_i} \quad (3.1)$$

#### 3.7.2 Método da ruptura ou do coeficiente de segurança externo

Consiste em impor um limite para a carga de serviço ( F ) de modo que a aplicação desta carga multiplicada pelo coeficiente de segurança externo ( $F_{ult} = \gamma_i F$ ) acarretaria a ruína da estrutura. Por exemplo, esta ruína poderia ocorrer quando a sollicitação majorada numa seção alcançar a sua resistência última. Neste método, a não linearidade física é automaticamente considerada na determinação da resistência da seção através dos diagramas tensão-deformação reais. Constitui, assim, um método melhorado em relação ao das tensões admissíveis. Continua, porém, a incerteza sobre o nível de segurança, devido á variabilidade das resistências dos materiais: um mesmo coeficiente  $\gamma_i$  indica níveis diferentes de segurança conforme se trate de aço, concreto, madeira, etc.



### 3.7.3 Métodos probabilísticos

A segurança das estruturas é afetada por uma série de fatores, por exemplo, as variabilidades das ações, das resistências e das deformabilidades; os erros teóricos da análise estrutural: a imprecisão de execução etc. Trata-se de fatores aleatórios que através de tratamento estatístico podem ser representados por: valores médios, desvios padrão e valores característicos. Nesta linha de raciocínio, o conceito de coeficiente de segurança pode ser substituído pelo conceito de probabilidade de ruína. Sejam  $S$  e  $R$ , grandezas que representem a solicitação e a resistência.  $R$  pode representar, por exemplo, uma resistência à compressão ( $f_{cu}$ ), um esforço resistente último ( $N_u$ ,  $M_u$ , etc).  $S$  pode representar, uma tensão, um esforço solicitante, etc. A ruína ocorre quando a resistência  $R$  é alcançada pela solicitação  $S$ . A probabilidade  $p$  de  $R$  igualar  $S$  constitui a probabilidade de ruína. Representa-se por

$$p = p [R \leq S]. \quad (3.2)$$

Quanto menor a probabilidade de ruína  $p$ , ou seja, quanto maior o nível de segurança, mais cara é a estrutura.

A aplicação do método probabilístico na verificação de segurança é, praticamente, inviável por ser extremamente complexa. No concreto estrutural adota-se um método híbrido denominado semi-probabilístico.

## 3.8 Método semi-probabilístico

A verificação da segurança consiste, basicamente, no seguinte procedimento:

- a) As ações e as resistências são consideradas através dos seus valores característicos:  $F_k$  e  $f_k$ , respectivamente, os quais apresentam 5% de probabilidade de serem ultrapassados para o lado desfavorável.

Os valores das ações  $F_k$  são alterados pelo multiplicador  $\gamma_f$  (em geral de majoração) gerando os valores de cálculo  $F_d = \gamma_f \cdot F_k$  (ações de cálculo) com a finalidade de reduzir

bastante a probabilidade de serem ultrapassados; a aplicação destas ações de cálculo ao modelo estrutural permitem obter as solicitações em valor de cálculo,  $S_d$  (solicitações de cálculo);

- os valores das resistências,  $f_k$ , são alterados pelo divisor  $\gamma_m$  (em geral, de redução) gerando os chamados valores de cálculo  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_m$  ou  $f_{yd} = f_{yd}/\gamma_s$ , (ou, simplesmente, resistências de cálculo) com a finalidade de reduzir bastante a probabilidade de serem ultrapassados a utilização destas resistências de cálculo nos modelos teóricos, permitem determinar os esforços resistentes em valor de cálculo,  $R_d$  (ou, simplesmente, esforços resistentes de cálculo);

b) a condição de segurança é atendida quando  $S_d \leq R_d$ .

Os valores  $\gamma_f$  e  $\gamma_n$  são chamados coeficientes de ponderação. das ações e das resistências. respectivamente. Estes coeficientes levam em consideração os diversos fatores que afetam a segurança estrutural. O quadro seguinte lista estes fatores.

<b>Fatores que afetam a segurança</b>		<b>afetam</b>
1 - variabilidade das ações	F	$\gamma_{f1}$
2 - simultaneidade das ações	F	$\gamma_{f2}$
3 - erros teóricos da análise estrutural	S e R	$\gamma_{f3}$ e $\gamma_m$
4 - imprecisões de cálculo	S e R	$\gamma_{f3}$ e $\gamma_m$
5 - imprecisões de execução (geometria)	S e R	$\gamma_{f3}$ e $\gamma_m$
6 - variabilidade das deformabilidades	S	$\gamma_{f3}$
7 - variabilidade das resistências	R	$\gamma_m$
8 - capacidade de redistribuição e aviso		$\gamma_n$
9 - responsabilidade de maior vulto		$\gamma_n$
10 - condições particularmente adversas		$\gamma_n$

Pode-se notar a influência destes fatores na segurança das estruturas.

Com relação ao fator (2) convém observar que a combinação simples de ações de naturezas diversas é muito pessimista, pois a probabilidade de ocorrência simultânea dessas ações, com seus valores máximos, é muito menor do que a de cada uma delas individualmente. Assim, costuma-se reduzir os efeitos quando da combinação dessas ações. O fator (10) procura considerar, por exemplo, a influência de ambientes extremamente agressivos, as condições particularmente adversas de concretagem, etc.

Existe indefinição com relação às influências dos fatores (8), (9), (10); se em R ou em S. De qualquer forma, são consideradas através dos coeficientes de ponderação  $\gamma_n$  chamados de coeficientes de comportamento.

O coeficiente  $\gamma_f$  pode ser desmembrado no produto de três termos:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}$$

que levam em consideração os diversos fatores conforme se indica na tabela.

(1) variabilidade

(2) simultaneidade

(3) erros, imprecisões e variabilidades das deformações.

Nos cálculos usuais, admite-se a hipótese de estruturas de resposta elástica linear, onde existe proporcionalidade entre ações e solicitações. Dessa forma, pode-se determinar as solicitações de cálculo, multiplicando-se por  $\gamma_f$  as solicitações determinadas com as ações características.

### 3.9 Valores característicos e valores de cálculo.

Ações e resistências constituem variáveis aleatórias.

#### a) Ações

Normalmente, considera-se a intensidade das ações correspondentes ao valor característico superior,  $F_{k\text{sup}}$ , que apresenta 5% de probabilidade de ser ultrapassado. Costuma-se indicar a ação em valor característico por  $F_k$ .

O valor do cálculo das ações é definido por

$$F_d = \gamma_f \cdot F_k \quad (3.3)$$

Em edifícios correntes de concreto armado, adotam-se:

- para verificações de estados limites últimos

( $\gamma_{fg} = \gamma_{fq} = 1,4$ ); ( $\gamma_\varepsilon = 1,2$ ) de modo que

$$F_d = 1,4 F_{gk} + 1,4 F_{qk} \quad (3.4)$$

- para verificações de estados limites de utilização

( $\gamma_{fg} = 1$  e  $\gamma_{fq} = 0,7$ ); ( $\gamma_\varepsilon = 1$ ) de modo que

$$F_d = F_{gk} + 0,3 F_{qk} \quad (3.5)$$

Onde :

$F_{gk}$  é o valor característico da ação variável

$F_{qk}$  é o valor característico da ação permanente

## b) Resistências

Normalmente, considera-se a resistência correspondente ao valor característico inferior,  $f_{k\text{inf}}$ , que apresenta 5% de probabilidade de ser menor que o valor indicado.

Costuma-se indicar a resistência em valor característico por  $f_k$ .

O valor de cálculo das resistências é definido por

$$f_d = f_k / \gamma_f \quad (3.6)$$

Adotam-se os seguintes valores nas verificações:

- estados limites últimos:

$$\gamma_c = 1,4 \text{ para o concreto; } f_{cd} = f_{ck} / 1,4$$

$$\gamma_s = 1,15 \text{ para as armaduras ; } f_{yd} = f_{yk} / 1,15$$

- estados limites de serviço (utilização):

$\gamma_c = 1$  ;  $\gamma_s = 1$  (os estados limites de utilização são verificados com as tensões de serviço).

### **3.10 Consideração da simultaneidade de ações variáveis no valor de cálculo das ações.**

Quando existirem ações variáveis de naturezas diferentes com pouca probabilidade de ocorrência simultânea, com  $F_{qk1} \geq F_{qk2} \geq F_{qk3} \dots$ , adotam-se as seguintes ações de cálculo (combinação de ações):

- para verificações de estados limites últimos:

$$F_d = 1,4 F_{gk} + 1,4 [F_{qk1} + 0,6 (F_{qk2} + F_{qk3} + \dots + F_{qkn})] + 1,4 F_{ek} \quad (3.7)$$

( $F_{ek}$  é o valor característico da ação permanente indireta, ex. retração)

- para verificações de estados limites de utilização em edifícios:

$$F_d = F_{gk} + 0,3 (F_{qk1} + F_{qk2} + \dots + F_{qkn}) \quad (3.8)$$

## Capítulo IV – Flexão simples

### 4.1 Introdução

O concreto armado, como se sabe, é constituído de concreto dotado de barras de aço, denominadas armaduras.

A primeira idéia de usar armaduras de aço embutidas no concreto surgiu do fato de, nas peças submetidas à flexão, haver esforço de tração para cuja resistência o concreto simples não é adequado. Assim verificando-se que uma peça fletida de concreto simples sujeita a um momento fletor positivo não resiste ao esforço de tração localizado na face inferior da peça, coloca-se para resistir a este esforço a armadura conforme se vê abaixo :

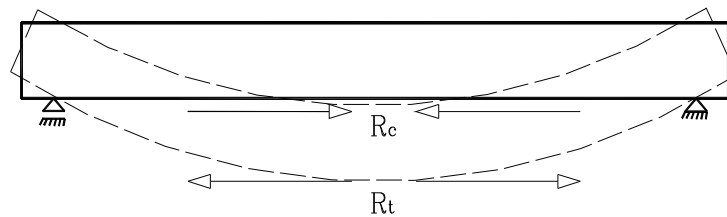


Figura 4.1 – Viga submetida à flexão

A melhor forma de se iniciar o estudo à flexão simples do concreto armado consiste na observação, discussão e interpretação de resultados dos chamados “Ensaio de Stuttgart” realizados inicialmente por Leonhardt e Walther, numa viga retangular, bi apoiada, carregada com duas cargas concentradas simétricas conforme esquema abaixo :

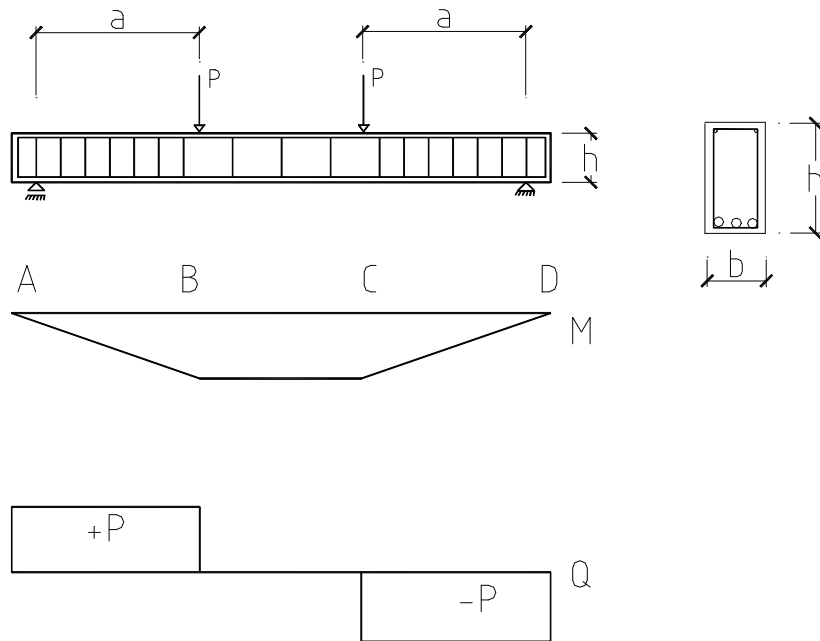


Figura 3.2 – Esquema dos ensaios de Stuttgart

O ensaio consiste no carregamento gradativo da peça, as cargas concentradas sendo aumentadas até que venham a atingir o valor que leve a viga ao colapso, tendo ainda a vantagem de permitir, numa mesma peça, a observação da flexão pura, no trecho BC e da flexão simples nos trechos AB e CD.

São as seguintes as etapas do ensaio :

1ª Etapa : Viga não fissurada.

Como :

$$w = \frac{I}{y} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{bh^2}{6} \quad (4.1)$$



$P.a$  = máximo momento atuante ;

$f_t$  = resistência do concreto à tração na ruptura.

Enquanto a tensão  $\sigma_i$  nas fibras inferiores não atinge o valor  $f_t$  nenhuma fissura é de se esperar no concreto, já que estaria funcionando como material homogêneo, de seção resistente plena. Assim, o valor máximo da carga  $P_1$ , para o qual nem precisaríamos armar a viga à flexão seria :

$$\sigma_i = \frac{M}{w_i} = f_t \Rightarrow \quad (4.2)$$

$$f_t = \frac{P.a}{w_i} = \frac{6.P.a}{b.h} \text{ Assim,} \quad (4.3)$$

$$P = \frac{b.h^2.f_t}{6.a} \quad (4.4)$$

O funcionamento da viga nesta etapa obedece quase que rigorosamente, às teorias da resistência dos materiais.

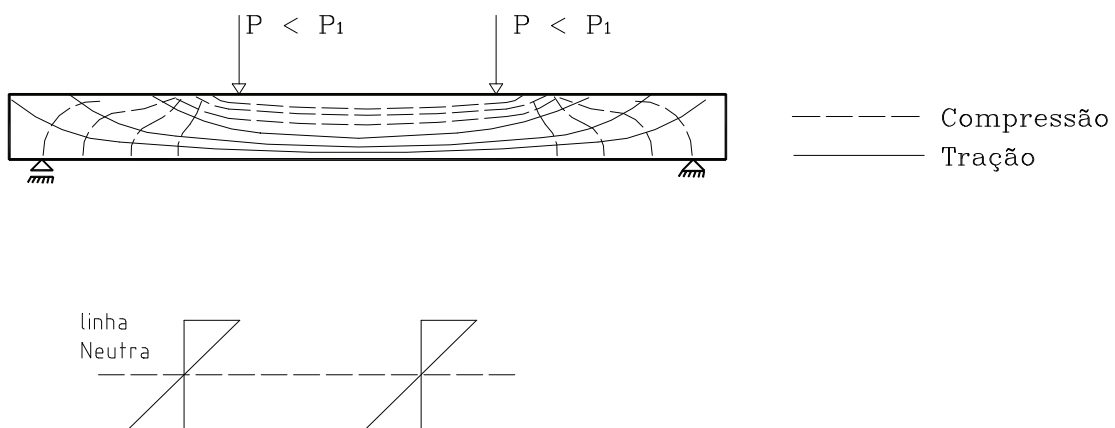


Figura 6.3 – Distribuição das tensões principais.

Para o cálculo das deformações nesta primeira fase de funcionamento, a seção transversal total da peça (incluindo o aço) contribuirá para o cálculo da inércia, já que não houve aparecimento de fissuras.

2ª Etapa : Viga fissurada, com esforços de tração absorvidos pela armadura (Estádio II)

Após ultrapassar o valor de  $P_1$ , surgem as primeiras fissuras no trecho BC (fissuras de flexão) perpendiculares à trajetória das tensões de tração que se estenderão até um pouco abaixo da linha neutra.

No início do Estádio II, a quase totalidade dos trechos AB e CD continuará ainda no Estádio I, já que a condição :

$\sigma_1 < f_t$  ainda será satisfeita.

O aumento progressivo da carga, até levar a peça ao colapso forçará a viga a trabalhar fissurada, com exceção de regiões muito pequenas próximas aos apoios nos trechos AB e CD.

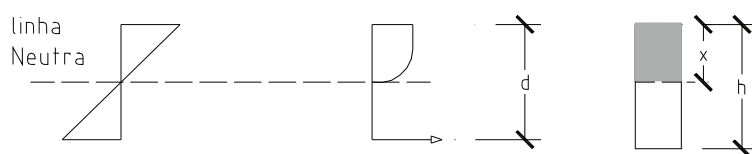
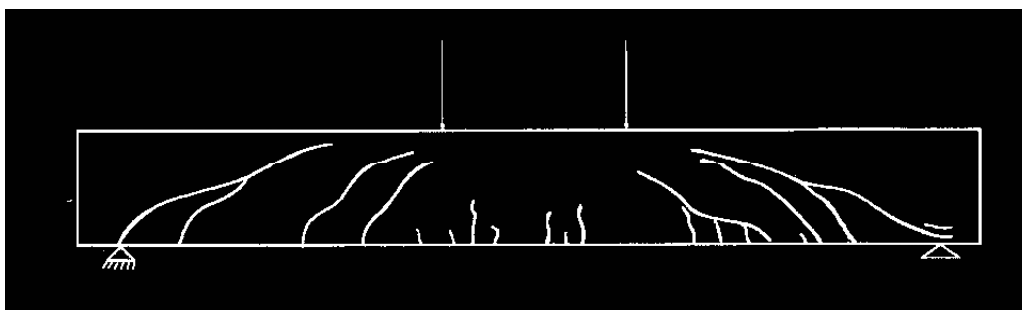


Figura 6.4- Distribuição de fissuras na viga, tensões e deformações na seção transversal

A figura acima mostra que :

- 1- A peça de concreto armado, mesmo nas proximidades da ruptura se deforma obedecendo a hipótese clássica da seção plana (hipótese de Bernoulli).
- 2- Estando fissurado o concreto na parte tracionada da seção, só terão função resistente no trabalho da peça, a parte comprimida do concreto e a armadura tracionada  $A_s$ .

#### 4.2 DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES RETANGULARES À FLEXÃO RETA.

HIPÓTESES BÁSICAS :

- a- Até a ruptura, as seções transversais permanecem planas
- b- O encurtamento de ruptura do concreto, nas seções fletidas, é de  $3,5‰$ , sendo, no entanto, atingido o valor de cálculo da tensão limite de compressão igual a  $0,85f_{cd}$ , para deformações acima de  $2‰$ .
- c- Alongamento máximo permitido no cálculo da armadura de tração será de  $10‰$ .
- d- A tensão de compressão no concreto pode ser considerada constante (diagrama retangular) aplicando-se um coeficiente de 0,8 na distância da linha neutra.

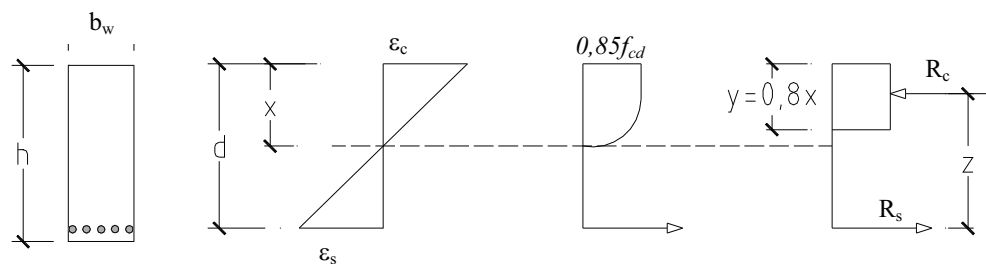


Figura 6.5 – Hipóteses básicas do dimensionamento à flexão

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad (4.5)$$

$$y = 0,8x \quad (4.6)$$

Do equilíbrio de momento tem-se :

$$M_d = R_c \cdot z = R_t \cdot z \quad (4.7)$$

$$z = d - \frac{y}{2} \quad (4.8)$$

As resultantes de tensão podem ser escritas na forma :

$$R_c = 0,85 f_{cd} b_w y \quad (4.9)$$

$$R_t = A_s f_{yd} \quad (4.10)$$

Fazendo o equilíbrio de momentos, chegar-se-á a uma equação do segundo grau em  $x$  (para seções retangulares). Resolvendo esta equação obtém-se a posição da linha neutra e a partir daí o braço de alavanca  $z$ :

$$0,85 f_{cd} b_w y \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) = M_d \quad (4.11)$$

ou

$$A_s f_{yd} z = M_d \quad (4.12)$$

$$0,85 f_{cd} b_w 0,8x.(d - 0,4x) = M_d \quad (4.13)$$

$$0,85 f_{cd} b_w 0,8xd - 0,32x^2 0,85 f_{cd} b_w = M_d \quad (4.14)$$

$$0,68 f_{cd} b_w xd - 0,272x^2 f_{cd} b_w = M_d \quad (4.15)$$

$$0,68xd - 0,272x^2 = \frac{M_d}{f_{cd} b_w} \quad (4.16)$$

Resolvendo-se esta equação pode-se calcular o braço de alavanca z:

$$Z = d - 0,4x \quad (4.17)$$

Daí então a seção de aço,

$$A_s = \frac{M_d}{z f_{yd}} \quad (4.18)$$

### 4.3 Utilização de tabelas

Momento resistente do concreto :

A distância x, da linha neutra até a borda mais comprimida da seção (arbitrada como uma fração  $k_x$  da altura útil da seção) :

$$x = k_x \cdot d \quad (4.19)$$

Altura y da zona comprimida de concreto :

$$y = 0,8.x \quad (4.20)$$

Substituindo x da equação (4.19) na (4.20), e fazendo

$$k_y = 0,8.k_x \quad (4.21)$$

resulta:

$$y = k_y.d \quad (4.22)$$

Braço de alavanca z, das forças internas :

$$z = d - y/2 \quad (4.23)$$

Substituindo y dado pela equação (4.22) na (4.23) e fazendo

$$k_z = 1 - k_y/2 \quad (4.24)$$

resulta:

$$z = k_z.d \quad (4.25)$$

Área da zona comprimida da seção de concreto :

$$A_c = b_w.y \quad (4.26)$$

Substituindo y da equação (4.22) na (4.26), resulta:

$$A_c = k_y.b_w.d \quad (4.27)$$

Tensão de compressão no concreto :

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (4.28)$$

Resultante das tensões de compressão no concreto :

$$R_c = A_c \cdot \sigma_c \quad (4.29)$$

Substituindo  $A_c$  e  $\sigma_c$  dados pelas equações (4.27) e (4.28) na (4.29), resulta:

$$R_c = 0,85 \cdot k_y \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \quad (4.30)$$

Momento resistente de cálculo do concreto :

$$M_{rc} = R_c \cdot z \quad (4.31)$$

Substituindo  $R_c$  e  $z$  dados pelas equações (4.30) e (4.25) na (4.31) e fazendo

$$k_m = 0,85 \cdot k_y \cdot k_z \quad (4.32)$$

resulta:

$$M_{rc} = k_m \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd} \quad (4.33)$$

Momento resistente do aço:

Tensão de tração no aço:

$$\sigma_s = f_{yd} \quad (4.34)$$

Resultante das tensões de tração no aço :

$$R_s = A_s \cdot \sigma_s \quad (4.35)$$

Substituindo  $\sigma_s$  dado pela equação (4.34) na (4.35), resulta:

$$R_s = A_s \cdot f_{yd} \quad (4.36)$$

Momento resistente de cálculo do aço :

$$M_{rs} = R_s \cdot z \quad (4.37)$$

Substituindo  $R_s$  dado pela equação (4.36) na (4.37), resulta:

$$M_{rs} = A_s \cdot f_{yd} \cdot z \quad (4.38)$$

O conjunto das equações (4.21), (4.24), (4.25) e (4.38), usadas nesta ordem, permite determinar o momento resistente de cálculo do aço.

Alongamento do aço

Da semelhança dos triângulos do diagrama de deformações unitárias obtém-se:

$$\varepsilon_R / x = \varepsilon_s / (d-x) \quad (4.39)$$

Substituindo  $x$  dado pela equação (4.19) na (4.39) e isolando  $\varepsilon_s$ , resulta

$$\varepsilon_s = (1 - k_x) \cdot \varepsilon_R / k_x \quad (4.40)$$

onde o encurtamento de ruptura do concreto,  $\varepsilon_R$ , vale:



$$\varepsilon_R = 3,5 \text{ , } \% \quad (4.41)$$

Para que o aço entre em escoamento (vigas subarmadas), é necessário que

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \quad (4.42)$$

Onde  $\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$  sendo  $E_s = 210 \text{ GPa}$

Substituindo  $\varepsilon_s$  dado pela equação (4.37) na (4.39) e isolando  $k_x$ , resulta:

$$k_x \leq \varepsilon_R / (\varepsilon_R + \varepsilon_{yd}) \quad (4.43)$$

Cálculo da armadura (uso de tabelas)

Para calcular a armadura de flexão de uma viga de seção retangular, com o auxílio da tabela 2, deve-se proceder como segue:

a) Calcular  $k_m$  (fazer  $M_{rc} = M_d$  na equação (15) e isolar  $k_m$ ).

$$K_m = M_d / (b_w d^2 f_{cd}) \quad (4.44)$$

b) Entrar com  $k_m$  na tabela e obter  $k_z$

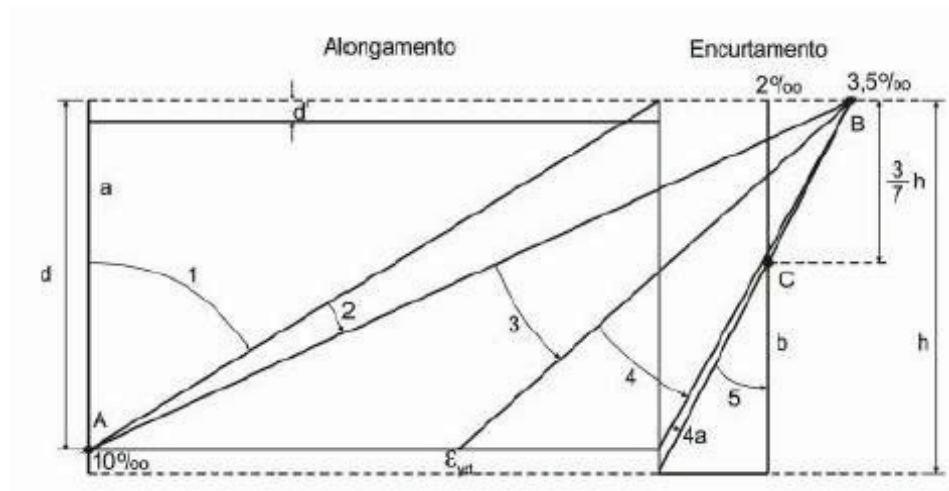
c) Calcular  $z$  (usar a equação (4.25))

$$z = k_z \cdot d \quad (4.45)$$

d) Calcular  $A_s$  (fazer  $M_{rs} = M_d$  na equação e isolar  $A_s$ ).

$$A_s = M_d / z f_{yd} \quad (4.46)$$

### 5.3 Domínios



reta a : tração uniforme

domínio 1: tração não uniforme sem compressão

domínio 2 : flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto (com  $\epsilon_c < 3,5\text{‰}$  e com o máximo alongamento do aço permitido)

domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ )

domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ )

domínio 4a : flexão composta com armaduras comprimidas

domínio 5 : compressão não-uniforme sem tração.

reta b : compressão uniforme.

Na medida do possível, deve-se evitar o dimensionamento no domínio 4. As peças assim dimensionadas não apresentam ductilidade satisfatória para cargas próximas às cargas de ruína.

## ***CAPITULO V- Lajes***

### **5.1 Introdução**

Lajes são elementos estruturais bidimensionais planos com cargas preponderantemente normais ao seu plano médio. Em um esquema estrutural convencional, as lajes transmitem as cargas do piso às vigas, que as transmitem, por sua vez, aos pilares, através dos quais são as cargas transmitidas às fundações, e daí ao solo.

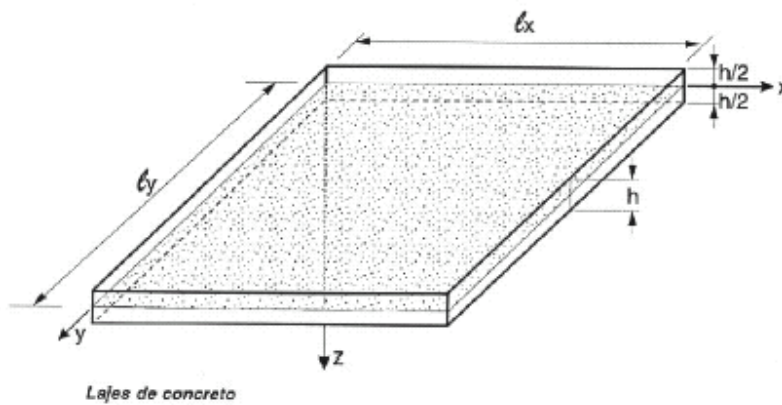


Figura 5.1 – Representação de uma laje (Fusco)

As lajes desempenham um papel importante no esquema resistente para as ações horizontais, comportando-se como diafragmas rígidos ou chapas, compatibilizando o deslocamento dos pilares em cada piso (contraventando-os).

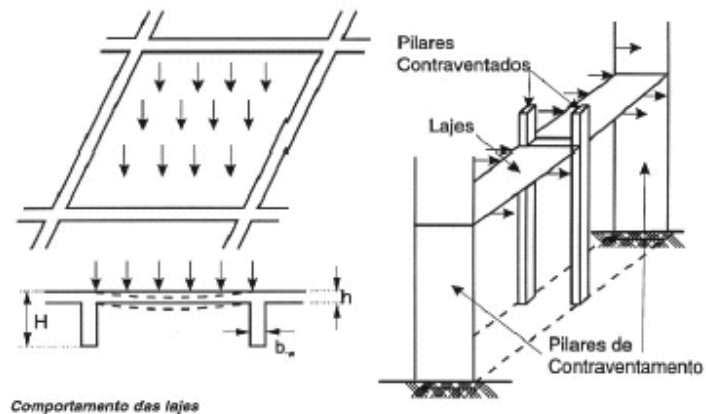


Figura 5.2 – Comportamento das placas (Fusco)

## 5.2 Classificação

As lajes podem ser armadas em uma ou duas direções. As lajes armadas em uma única direção podem ser calculadas como vigas de largura unitária. As lajes armadas em duas direções são calculadas isoladamente, observando-se as condições de apoio de bordo engastado ou de apoio, conforme haja continuidade ou não entre as lajes. Posteriormente é feita a compatibilização entre os momentos de bordo de lajes contíguas. Os valores dos momentos fletores máximos no vão e de engastamento para as formas e condições de apoio mais comuns encontram-se tabelados, existindo tabelas publicadas por diversos autores (Kalmanock, Barès, Czèrny, Timoshenko). A diferenciação entre as lajes armadas em uma e duas direções é realizada comparando-se a relação entre os vãos (dimensões) da laje.

Desta forma, temos:

- ◆ lajes armadas em cruz, quando  $L_y/L_x \leq 2$

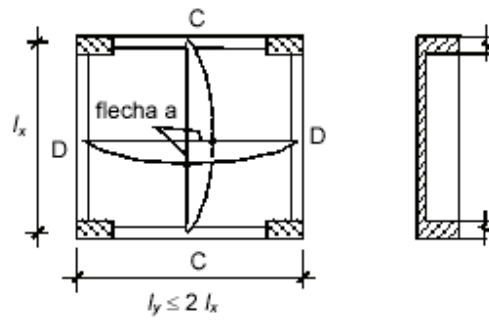


Figura 5.3 – Laje armada nas duas direções

- ◆ lajes armadas em uma só direção

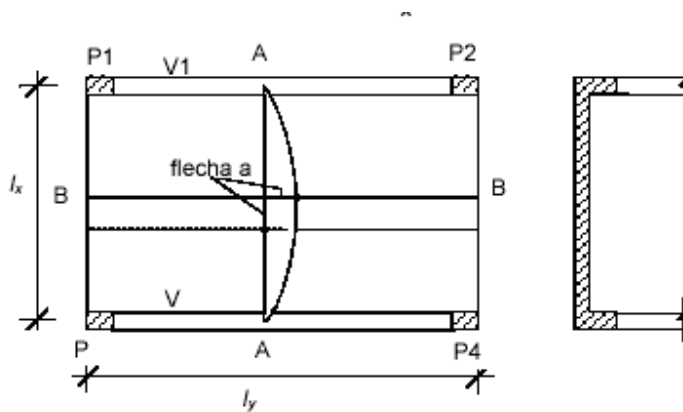


Figura 5.4 – Laje armada em uma só direção

### 5.3 Vãos Teóricos

A NBR 6118/2003 prescreve o seguinte:

Vão efetivo pode ser calculado por

$$L_{ef} = L_o + a_1 + a_2$$

Com :

$$a_1 \leq \begin{cases} t_1/2 \\ 0,3h \end{cases} \quad a_2 \leq \begin{cases} t_2/2 \\ 0,3h \end{cases}$$

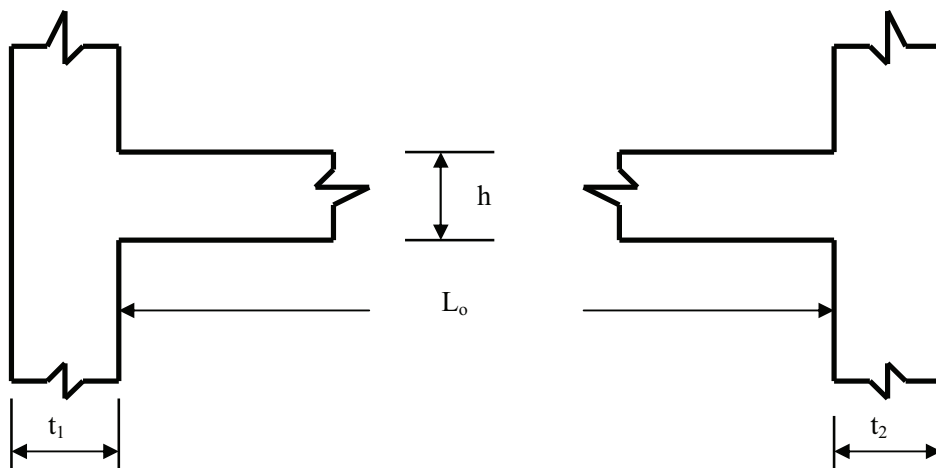


Figura 5.5 – Determinação do vão efetivo segundo a NBR 6118

Por convenção tomaremos sempre:

$\left\{ \begin{array}{l} Lx \text{ menor vão} \\ Ly \text{ maior vão} \end{array} \right.$

## 5.4 Determinação das Condições de Apoio das Lajes

Considera-se três tipos de apoio para as lajes:

**Bordo livre:** quando não há suporte ;

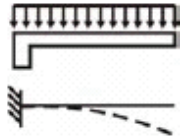


Figura 5.6 – Laje em balanço em corte (bordo livre)

**Bordo apoiado:** quando não há restrição dos deslocamentos verticais, sem impedir a rotação das lajes no apoio (Ex.: laje isolada apoiada por vigas);

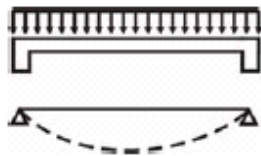


Figura 5.7 – Laje apoiada em corte.

**Bordo engastado:** quando há impedimento do deslocamento vertical e rotação da laje neste apoio (Ex.: lajes apoiadas por vigas de grande rigidez).

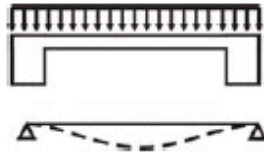


Figura 5.8 – Laje apoiada em duas vigas de grande rigidez (engastada)

## 5.5 Lajes Isoladas

Para lajes isoladas, admite-se que se utilize:

Bordo engastado, quando tivermos vigas de apoio com grande rigidez;

Bordo apoiado, quando tivermos vigas de apoio com rigidez normal;

Bordo livre, quando não existirem vigas de apoio.

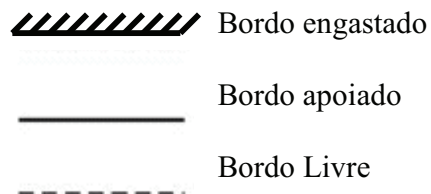


Figura 5.9 – Convenção para a representação dos apoios.



## 5.5 Lajes contínuas

Para os painéis de lajes de edifícios, quando houver lajes contínuas no mesmo nível, o bordo poderá ser considerado perfeitamente engastado para o cálculo da laje :

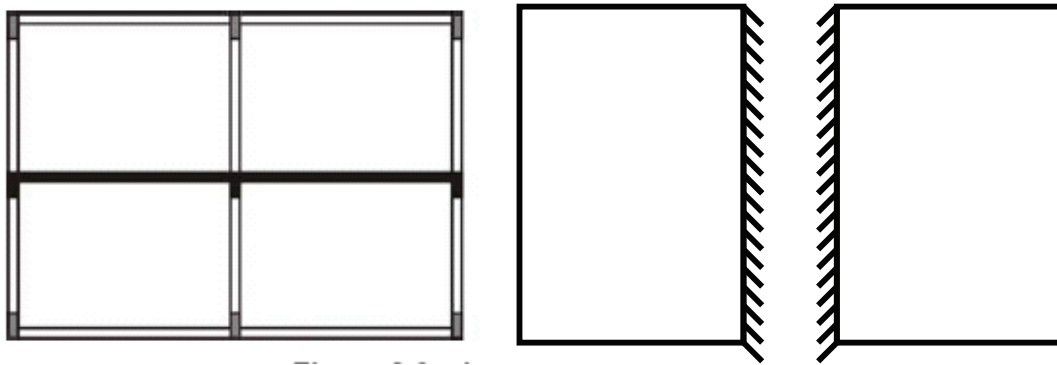


Figura 5.10 - Lajes contínuas

### Casos especiais

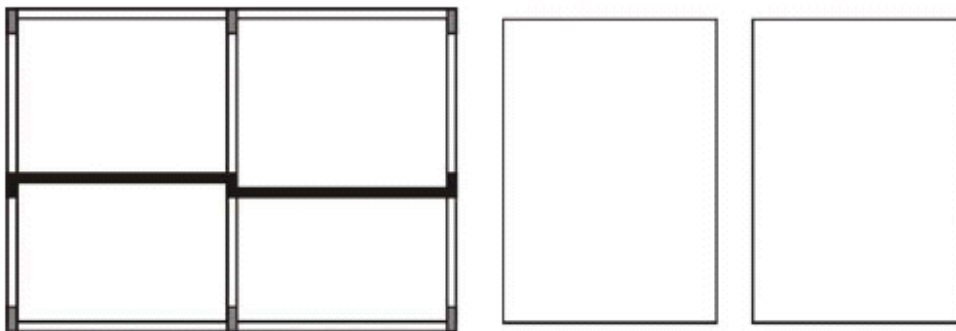


Figura 5.11 - Lajes em níveis diferentes

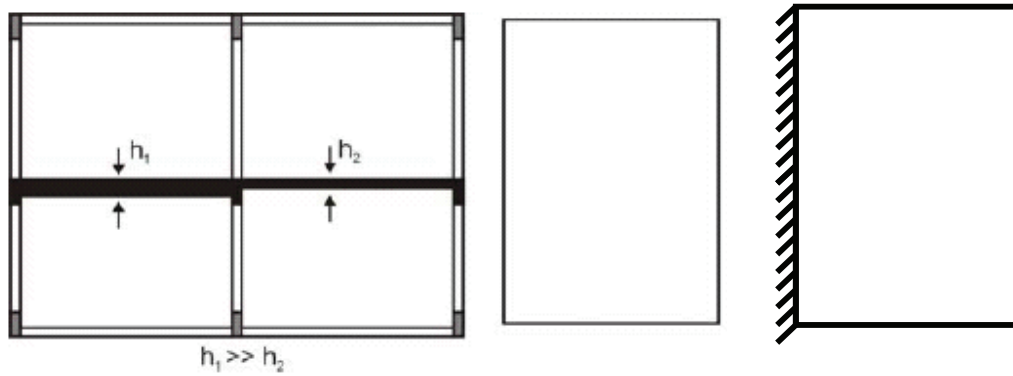


Figura 5.12 - Lajes com inércias muito diferentes

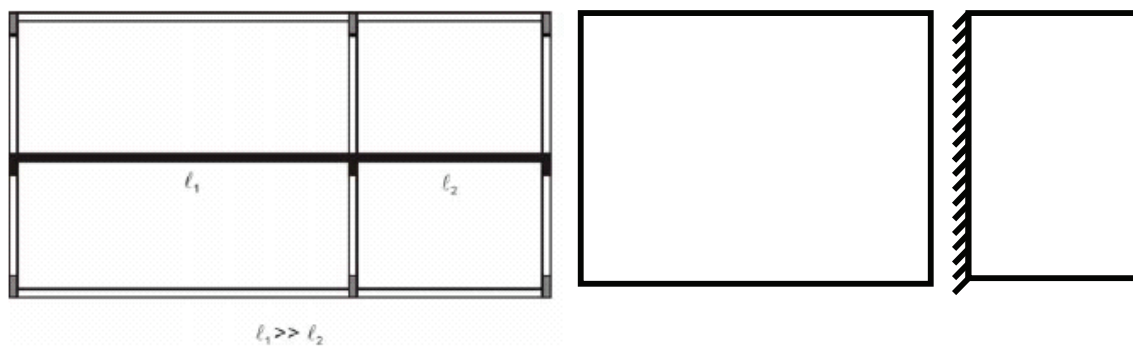


Figura 5.13 - Lajes com vãos muito diferentes

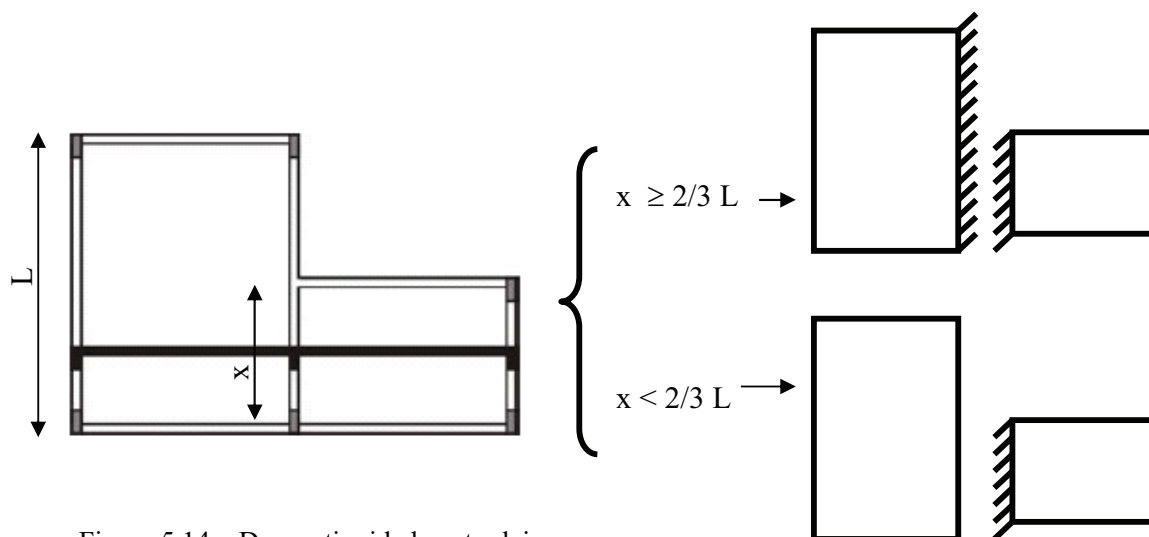
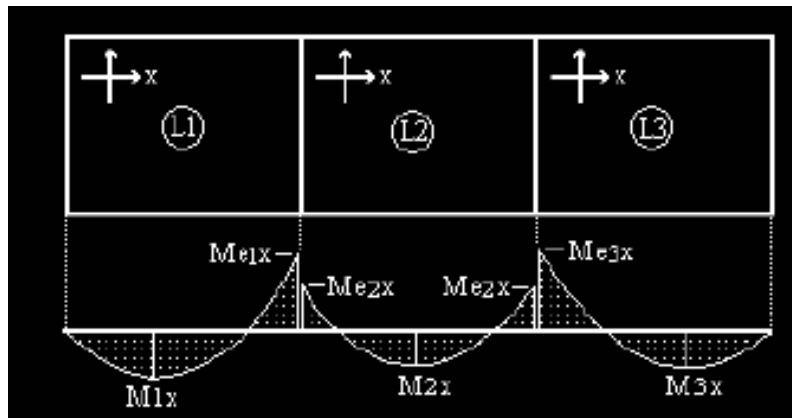


Figura 5.14 - Descontinuidade entre lajes

Quando se considera as lajes isoladas no cálculo dos esforços, deve-se fazer a compatibilização dos esforços de engastamento.

## 5.7 COMPENSAÇÃO DOS ESFORÇOS EM LAJES CONTINUAS

Nas arestas comuns entre as lajes contínuas armadas em duas direções, geralmente existem dois valores diferentes de momentos fletores negativos, pois o cálculo dos esforços é feito para cada painel isolado. Portanto, é necessário efetuar a correção desses momentos negativos e, conseqüentemente, o ajuste dos momentos positivos.

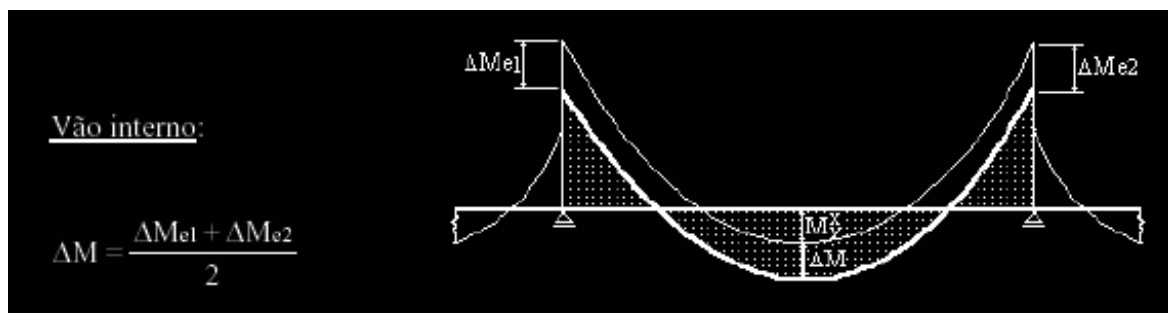
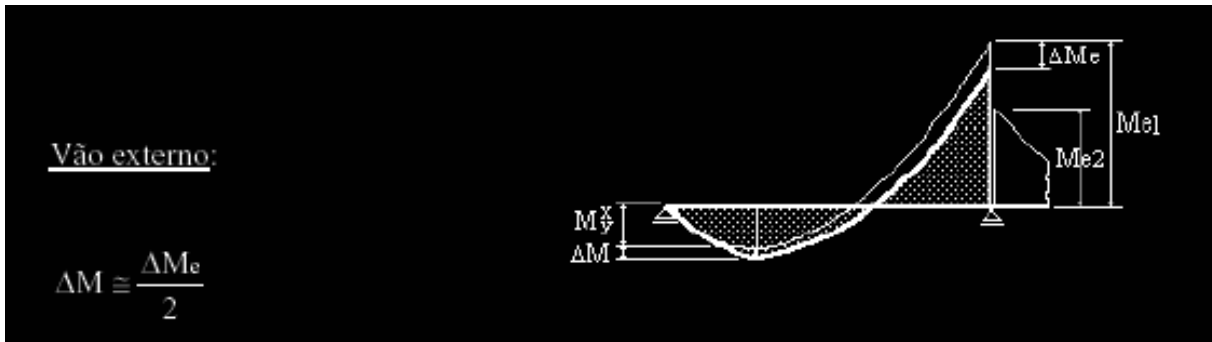


A seguir, indica-se um procedimento prático para a correção dos momentos.

a) Momento Negativo Final:

$$M_e > \begin{cases} \frac{M_e^e + M_e^d}{2} \\ 0.8M_e(\text{maior}) \end{cases}$$

b) Momento Positivo Final:



## 5.8 Detalhamento da armadura de flexão

### 5.8.1 Espaçamentos e bitolas

Para as armaduras principais de flexão, o diâmetro máximo das barras não deve ultrapassar o valor de  $h/8$  da laje e o espaçamento ( $s$ ) entre as barras deve atender ao seguinte:

$$s \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2h \end{cases} \quad \phi_1 \leq h/8$$

Onde  $h$  é a espessura da laje e  $\phi_1$  é o diâmetro da armadura longitudinal.

Nas lajes armadas em uma direção, o valor e o espaçamento das armaduras secundárias, ou de distribuição, devem atender:

$$A_{sdistr} \geq 20\% A_{sprinc}$$

$$s_{distr} \leq 33 \text{ cm}$$

Onde  $A_{sdistr}$  é a armadura de distribuição ou secundária e  $A_{sprinc}$  é a armadura principal.

### 5.8.2 Taxa de Armadura mínima

Os valores mínimos e máximos das armaduras devem respeitar o item 17.3.5 da norma, estabelecidos para elementos lineares. A tabela abaixo mostra os valores mínimos em função do  $f_{ck}$  para vigas.

Tabela 5.1 - Taxas de armadura mínima para vigas (Tabela 23 da NBR 6118:2003)

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}$ *							
	$f_{ck}$	20	25	30	35	40	45	50
	$\omega_{min}$							
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

\* Os valores de  $\rho_{min}$  estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{min}$  deve ser recalculado com base no valor de  $\omega_{min}$  dado.  
 Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

Onde :

$$\rho_{min} = A_{smin} / A_c$$

$$\omega_{min} = A_{smin} \cdot f_{yd} / A_c \cdot f_{cd}$$

Tabela 2 - Valores mínimos para armaduras passivas aderentes (NBR 6118:2003).

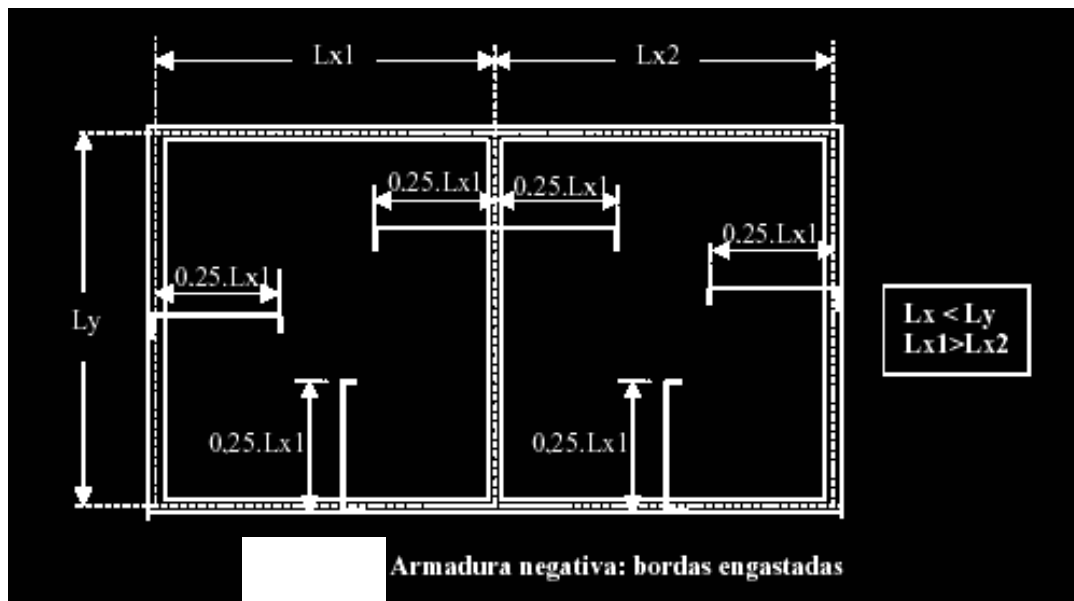
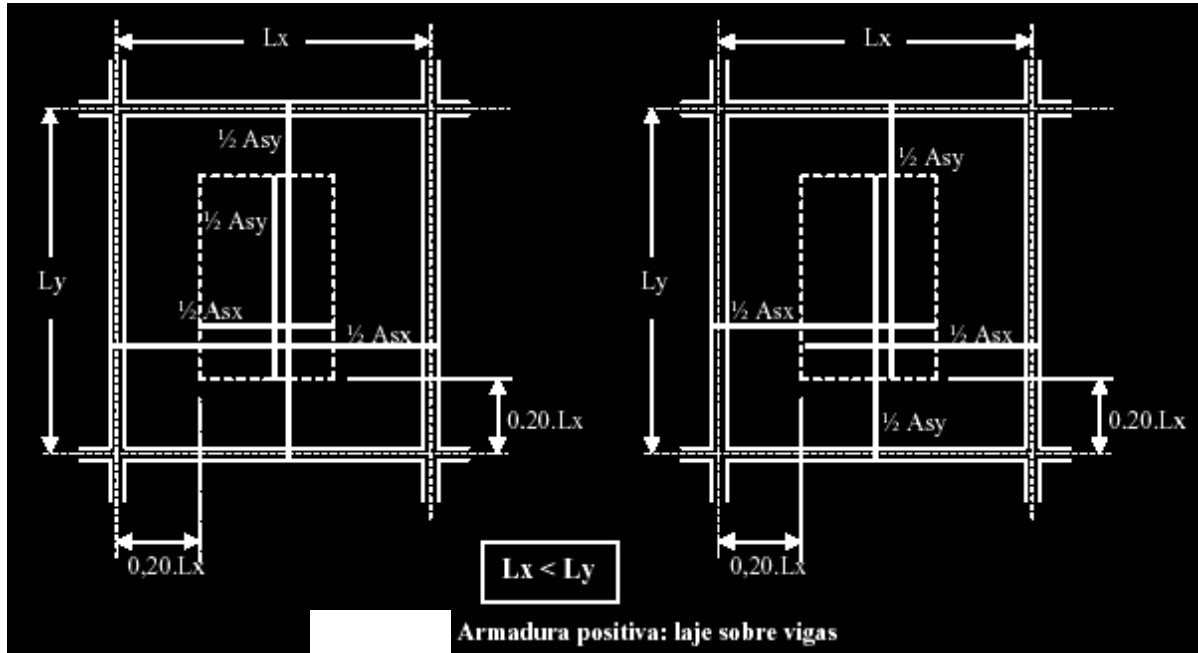
Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p \geq 0,67\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,2\rho_p \geq 0,67\rho_{min}$ (ver item 19.3.3.2)
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,2\rho_p \geq 0,5\rho_{min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,2\rho_p \geq 0,5\rho_{min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq 20\%$ da armadura principal $\rho_s \geq 0,5\rho_{min}$ $\rho_s \geq 0,9\text{ cm}^2/\text{m}$		-
$\rho_s = A_s/b_vd$ Os valores de $\rho_{min}$ constam da tabela 23.			

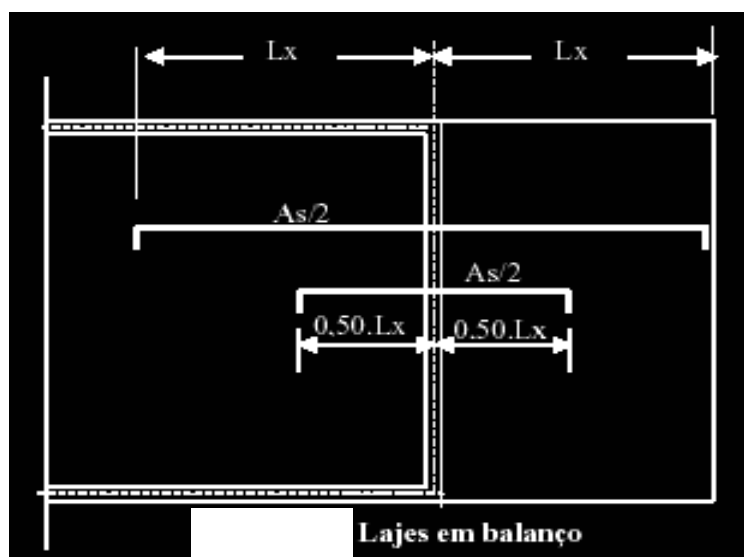
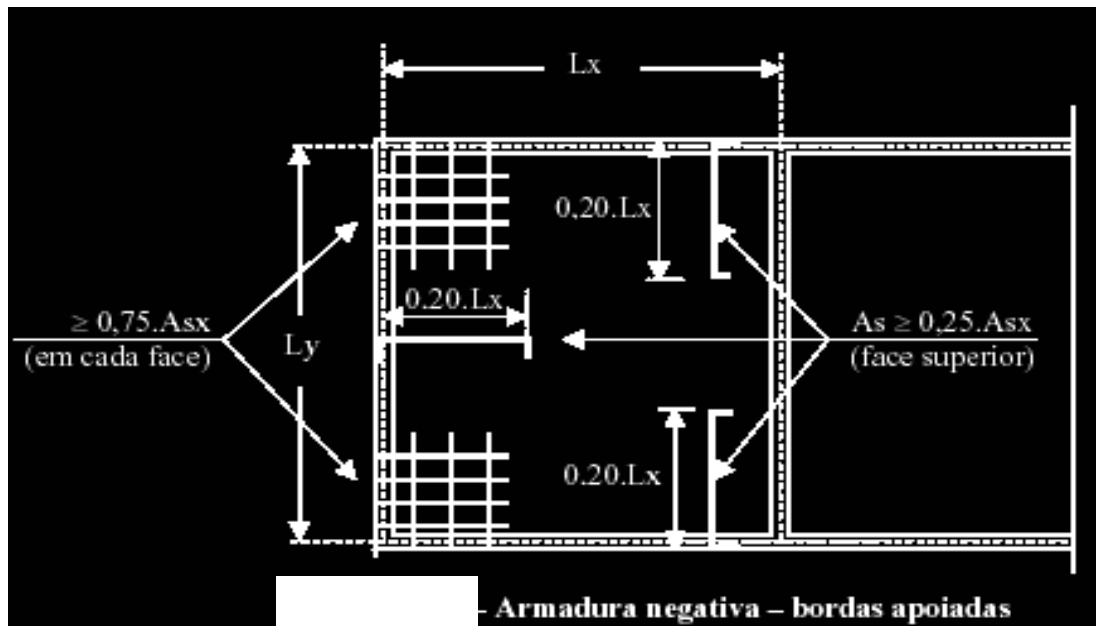
A soma das armaduras de tração e de compressão ( $A_s + A's$ ) não deve ter valor maior que 4% de  $A_c$ , calculada na região fora da zona de emendas.

### 5.8.3 Posicionamento da armadura

Na ausência de determinação das distribuições de momentos, desde que as vigas de apoio sejam suficientemente rígidas e que não seja necessário considerar a alternância de carga, pode-se dispor as armaduras de acordo com os arranjos mostrados nas figuras a seguir.

Lajes apoiadas em vigas







## ***CAPITULO VI – Vigas***

### **6.1 Cisalhamento em vigas**

#### Modelo clássico de treliça

Após a fissuração, as vigas de concreto armado apresentam uma distribuição interna de tensões que sugerem a formação de uma treliça teórica. Esta abstração é sugerida pelo panorama de fissuração.

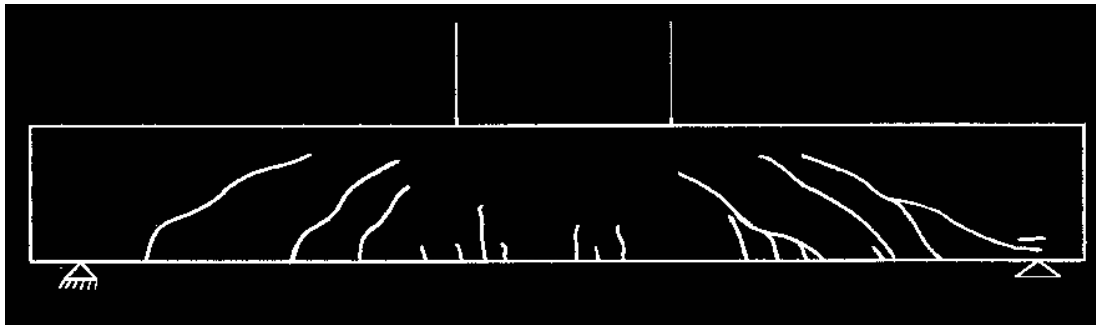


Figura 6.1 - Viga fissurada

Em vigas submetidas a força cortante, independente do valor da resistência à compressão do concreto, após a formação das fissuras de cisalhamento surgem mecanismos internos resistentes. Basicamente, estes mecanismos podem ser agrupados em três: o efeito de pino da armadura longitudinal, o atrito entre as superfícies das fissuras de cisalhamento e a contribuição da zona comprimida acima da linha neutra. Estas três parcelas juntas formam a chamada contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento. O efeito de pino é relacionado à taxa de armadura longitudinal, enquanto que os outros dois fatores estão diretamente ligados a resistência à compressão do concreto. A literatura técnica mostra que parâmetros geométricos também afetam a resistência ao cisalhamento (MacGregor, 1997, p. 190). Conforme apresentado por LEONHARDT (1982), a relação entre a distância do ponto de aplicação da carga, ( $a$ ), e a altura útil da viga, ( $d$ ), influenciam no tipo de ruptura da viga e na capacidade resistente. Para vigas com baixa relação  $a/d$  a ruptura ocorre de modo brusco, com um esforço cortante que excede o valor relativo ao

surgimento de fissuras. Enquanto que, para valores elevados de  $a/d$ , a ruptura acontece imediatamente após o surgimento das fissuras de cisalhamento e sem esmagamento do concreto. Outros fatores geométricos, como a altura da viga, também influem na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto.

A metodologia de dimensionamento adotada pela NBR 6118:2003, consiste em deduzir da força cortante a contribuição do concreto. Esta contribuição do concreto pode ser avaliada através da expressão abaixo, quando se utiliza o modelo de cálculo I, constante da norma.

Parcela de contribuição do concreto :

$$V_c = 0,09.f_{ck}^{2/3}.b_w.d, \quad \text{em N,}$$

Onde :

$f_{ck}$  - em MPa

$b_w$  e  $d$  em mm

Para que não ocorra ruptura das diagonais comprimidas, deve-se atender :

$$V_{sd} \leq 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} b_w d$$

Onde :

$f_{ck}$  e  $f_{cd}$  em MPa;

$b_w$  e  $d$  em mm

$V_{sd}$  é a força cortante de cálculo, em N

Desta forma :

$$V_e = V_{sd} - V_c$$

A armadura transversal pode ser calculada pela fórmula :

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_e}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} \quad \text{em cm}^2/\text{m}$$

Onde:

$V_e$  deve estar em kN

$d$  em m

$f_{yd}$  em kN/cm<sup>2</sup>

Armadura mínima de cisalhamento

$$\frac{A_{smin}}{s} = 0,06 \cdot b_w \frac{f_{ck}^{2/3}}{f_{yk}}, \quad \text{em cm}^2/\text{m}$$

Onde :

$b_w$  em cm;

$f_{ck}$  e  $f_{cd}$  em MPa

## 6.2 Seções retangulares com armadura de compressão

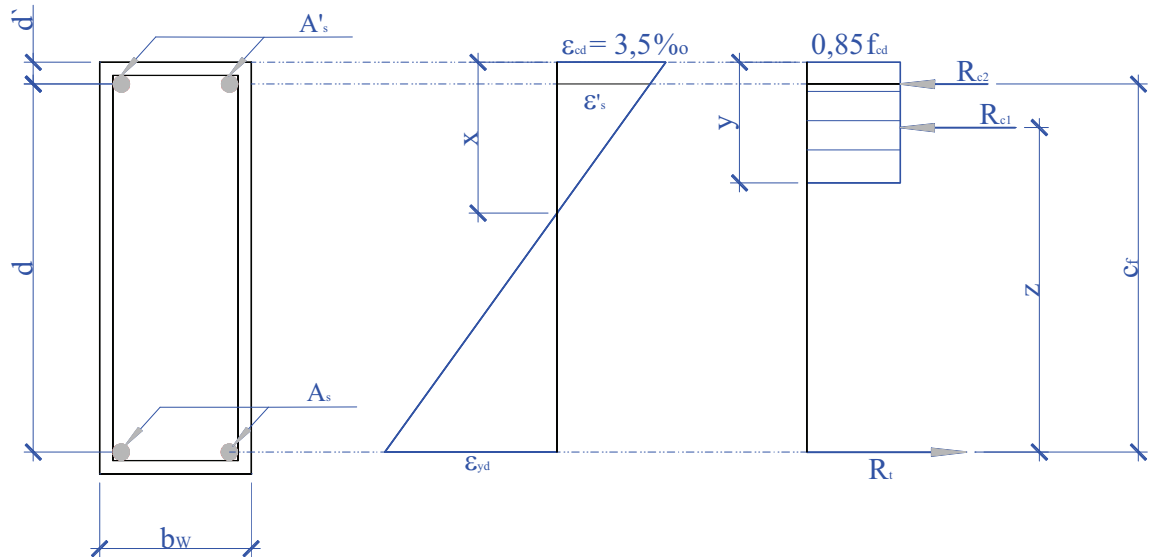


Figura 6.2- Distribuição de tensões e deformações em seção retangular com armadura dupla

Chamando de  $M_{1d}$  o momento de cálculo que a seção resiste sem armadura de compressão ( $A'_s$ ):

$$M_{1d} = k_m^{\text{lim}} \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$M_{2d} = M_d - M_{1d}$$

Portanto :

$$A_{s1} = M_{1d} / (z \cdot f_{yd}), \text{ onde } z = k_z^{\text{lim}} \cdot d$$

Desta forma :

$$A_s = M_{1d} / (z \cdot f_{yd}) + M_{2d} / (c_f \cdot f_{yd})$$

$$A'_s = M_{2d} / (c_f \cdot \sigma_s)$$

A tensão na armadura de compressão,  $\sigma_s$ , é obtida a partir do encurtamento da armadura  $\epsilon'_s$ .

$$\epsilon'_s = \frac{x - d'}{x} \cdot 3,5\text{‰}$$

Tabela 6.1 - Tensões na armadura comprimida

Valores de $\epsilon'_s$	$\sigma_s$ para aço tipo A	$\sigma_s$ para aço B
$\epsilon'_s \leq 0,7 \cdot \epsilon_0$	$\sigma_s = \epsilon'_s \cdot E_s$	$\sigma_s = \epsilon'_s \cdot E_s$
$0,7 \cdot \epsilon_0 \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_0$	$\sigma_s = \epsilon'_s \cdot E_s$	$\sigma_s = \epsilon'_s \cdot E_s (1,35 - \epsilon_s / \epsilon_0)$
$\epsilon_0 \leq \epsilon'_s \leq 2 + \epsilon_0$	$\sigma_s = f_{yd}$	$\sigma_s = (0,85 + 0,075(\epsilon_s - \epsilon_0)) \cdot f_{yd}$
$\epsilon'_s \geq 2 + \epsilon_0$	$\sigma_s = f_{yd}$	$\sigma_s = f_{yd}$

Onde  $\epsilon'_o = f_{yd} / E_s$

Tomando-se  $E_s = 210 \text{ GPa}$

### 6.3 Vigas de seção em T

#### 6.3.2 Determinação da largura colaborante.

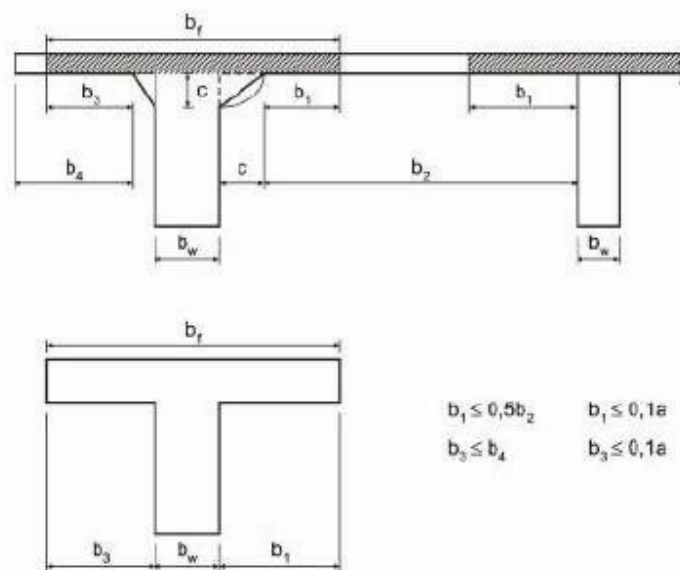


Figura 6.3 -Largura de mesa colaborante(NBR 6118:203)

A largura colaborante  $b_f$  deve ser dada pela largura da viga  $b_w$  acrescida de no máximo 10% da distância "a" entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que houver laje colaborante.

A distância "a" pode ser estimada, em função do comprimento l do tramo considerado, como se apresenta a seguir:

- viga simplesmente apoiada.....a = 1,00 l
- tramo com momento em uma só extremidade.....a = 0,75 l
- tramo com momentos nas duas extremidades.....a = 0,60 l
- tramo em balanço.....a = 2,00 l

Alternativamente o cômputo da distância "a" pode ser feito ou verificado mediante exame dos diagramas de momentos fletores na estrutura.

No caso de vigas contínuas, permite-se calculá-las com uma largura colaborante única para todas as seções, inclusive nos apoios sob momentos negativos, desde que ela seja calculada a partir do trecho de momentos positivos onde resulte mínima.

### 6.3.3-Dimensionamento

Caso no qual não se leva em consideração a compressão da nervura :

$$d_o = \frac{M_d}{0.85 f_{cd} b_f h_f} + \frac{h_f}{2}$$

Se  $d = d_o$ , pode-se calcular a armadura pela expressão :

$$A_s = \frac{M_d}{\left(d_o - \frac{h_f}{2}\right) \cdot f_{yd}}$$

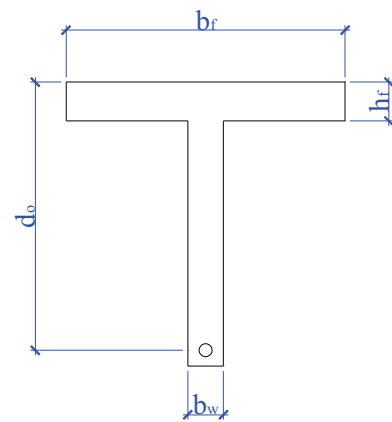


Figura 6.4 - Viga T com  $d = d_o$

Onde  $M_d$  está em kN.m ,  $d_o$  e  $h_f$  em mm e  $f_{yd}$  em kN/cm<sup>2</sup>

Se  $d > d_o$  a distância  $y$  será inferior a  $h_f$  e o cálculo pode ser feito como se a seção fosse retangular de largura  $b_f$  . Neste caso, empregam-se as mesmas expressões usadas para vigas retangulares, substituindo  $b_w$  por  $b_f$ .

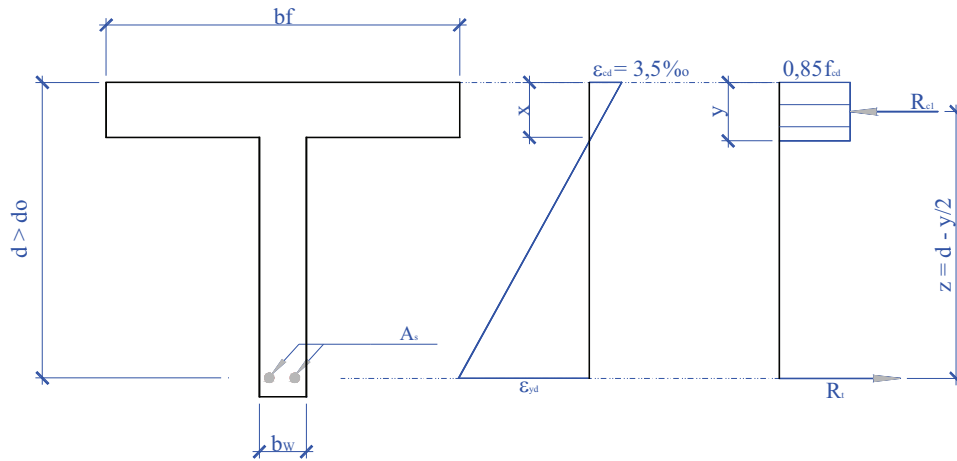


Figura 6.5 - Viga T com linha neutra passando dentro da mesa.

Quando se adota  $d < d_o$ , deve-se considerar a compressão na nervura.

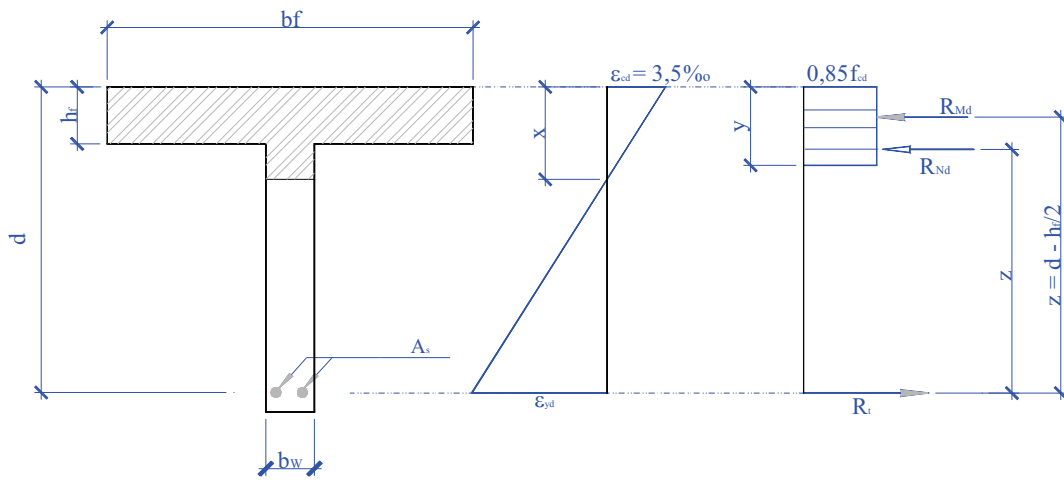


Figura 6.6- Viga T com compressão na nervura

1- A resultante de compressão na mesa será :

$$R_{Md} = 0,85 \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot f_{cd}$$

2- O momento correspondente :

$$M_{Md} = R_{Md}(d - h_f/2)$$

3- Momento da nervura :

$$M_{Nd} = M_d - M_{Md}$$

4-  $k_m = M_{Nd}/(b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd})$  e retirar  $k_z$

5 - Resultante de compressão e tração :

$$R_d = R_{Md} + M_{Nd}/z$$

6- Calcula-se então a armadura de tração:

$$A_s = R_d/f_{yd}, \text{ em cm}^2.$$

$f_{cd}$  deve estar em  $\text{kN/m}^2$ ,  $b_f$ ,  $b_w$ ,  $h_f$  e  $d$  em mm e  $f_{yd}$  em  $\text{kN/cm}^2$ .



## ***CAPITULO VII - Ancoragem da armadura de flexão***

### **7.1 INTRODUÇÃO**

Aderência (bond, em inglês) é a propriedade que impede que haja escorregamento de uma barra em relação ao concreto que a envolve. É, portanto, responsável pela solidariedade entre o aço e o concreto, fazendo com que esses dois materiais trabalhem em conjunto.

A transferência de esforços entre aço e concreto e a compatibilidade de deformações entre eles são fundamentais para a existência do concreto armado. Isto só é possível por causa da aderência. Ancoragem é a fixação da barra no concreto, para que ela possa ser interrompida. Na ancoragem por aderência, deve ser previsto um comprimento suficiente para que o esforço da barra (de tração ou de compressão) seja transferido para o concreto. Ele é denominado comprimento de ancoragem. Além disso, em peças nas quais, por disposições construtivas ou pelo seu comprimento, necessita-se fazer emendas nas barras, também se deve garantir um comprimento suficiente para que os esforços sejam transferidos de uma barra para outra, na região da emenda. Isto também é possível graças à aderência entre o aço e o concreto.

Esquemáticamente, a aderência pode ser decomposta em três parcelas: adesão, atrito e aderência mecânica. Essas parcelas decorrem de diferentes fenômenos que intervêm na ligação dos dois materiais.

### **7.2 Tensão de aderência**

Para uma barra de aço imersa em uma peça de concreto, como a indicada na figura 7.1, a tensão média de aderência é dada por:

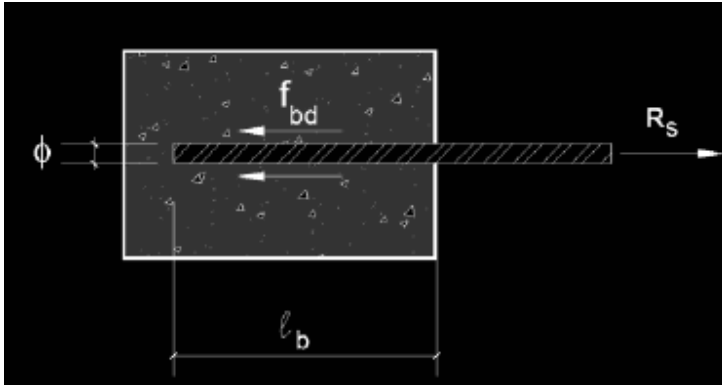


Figura 7.1 - Ensaio de arrancamento

$$\tau_b = \frac{R_s}{\pi \phi l_b}$$

$R_s$  é a força atuante na barra;

$\phi$  é o diâmetro da barra;

$l_b$  é o comprimento de ancoragem.

A tensão de aderência depende de diversos fatores, entre os quais:

- Rugosidade da barra;
- Posição da barra durante a concretagem;
- Diâmetro da barra;
- Resistência do concreto;
- Retração;
- Adensamento;
- Porosidade do concreto etc.

### 7.3- SITUAÇÕES DE ADERÊNCIA

Na concretagem de uma peça, tanto no lançamento como no adensamento, o envolvimento da barra pelo concreto é influenciado pela inclinação dessa barra. Sua inclinação interfere, portanto, nas condições de aderência.

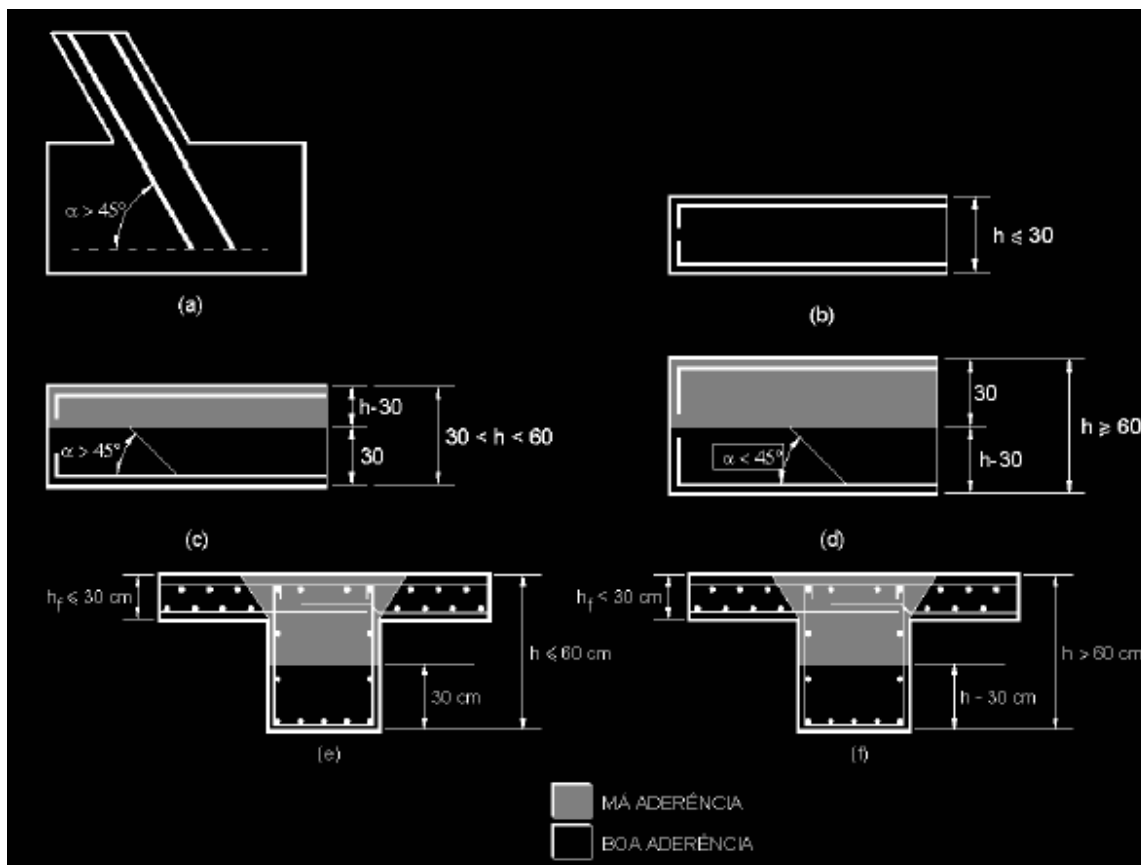


Figura 7.2 - Situações de boa e má aderência

As condições de aderência são influenciadas por mais dois aspectos:

- Altura da camada de concreto sobre a barra, cujo peso favorece o adensamento, melhorando as condições de aderência;
- Nível da barra em relação ao fundo da forma; a exsudação produz porosidade no concreto, que é mais intensa nas camadas mais altas, prejudicando a aderência.

Essas duas condições fazem com que a NBR 6118 (2003) considere em boa situação quanto à aderência os trechos das barras que estejam em posição horizontal ou com inclinação menor que  $45^\circ$ , desde que:

- para elementos estruturais com  $h < 60\text{cm}$ , localizados no máximo 30cm acima da face inferior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima (Figuras 7.4 b e 7.4 c);

• para elementos estruturais com  $h \geq 60\text{cm}$ , localizados no mínimo 30cm abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima.

Em outras posições e quando do uso de formas deslizantes, os trechos das barras devem ser considerados em má situação quanto à aderência.

No caso de lajes e vigas concretadas simultaneamente, a parte inferior da viga pode estar em uma região de boa aderência e a parte superior em região de má aderência. Se a laje tiver espessura menor do que 30cm, estará em uma região de boa aderência. Sugere-se, então, a configuração das figuras 7.4 e e 7.4 f para determinação das zonas aderência.

A tensão de aderência de cálculo é dada pela expressão (NBR 6118, 2003, item 9.3.2.1):

$$\tau_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$$

Onde :

$$\eta_1 = \begin{cases} 1,0 & \text{para barras lisas;} \\ 1,4 & \text{para barras entalhadas;} \\ 2,25 & \text{para barras nervuradas.} \end{cases}$$

$$\eta_2 = \begin{cases} 1,0 \\ 0,7 \end{cases}$$

$$\eta_3 = \begin{cases} 1,0 \\ (132 - \phi)/100 \end{cases}$$

## 7.4 COMPRIMENTO DE ANCORAGEM

Todas as barras das armaduras devem ser ancoradas de forma que seus esforços sejam integralmente transmitidos para o concreto, através de aderência, de dispositivos mecânicos, ou por combinação de ambos. Na ancoragem por aderência, os esforços são ancorados por meio de um comprimento reto ou com grande raio de curvatura, seguido ou não de gancho. Com exceção das regiões situadas sobre apoios diretos, as ancoragens por aderência devem ser confinadas por armaduras transversais ou pelo próprio concreto,

considerando-se este caso quando o cobrimento da barra ancorada for maior ou igual a  $3\phi$  e a distância entre as barras ancoradas também for maior ou igual a  $3\phi$ . Nas regiões situadas sobre apoios diretos, a armadura de confinamento não é necessária devido ao aumento da aderência por atrito com a pressão do concreto sobre a barra.

### 7.5 Comprimento de Ancoragem Básico

Chama-se comprimento de ancoragem básico  $l_b$  (Figura 10.5) o comprimento reto necessário para ancorar a força limite  $R_s = A_s f_{yd}$ , admitindo, ao longo desse comprimento, uma tensão de aderência uniforme e igual a  $f_{bd}$ , obtida conforme o item 7.3. O comprimento de ancoragem básico  $l_b$  é obtido igualando-se a força última de aderência  $l_b \pi \phi f_{bd}$  com o esforço na barra  $R_s = A_s f_{yd}$  (ver Figura 7.3):

$$l_b \pi \phi f_{bd} = A_s f_{yd}$$

Como  $A_s = \pi \phi^2 / 4$ , tem-se

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}}$$

### 7.6 - Comprimento de ancoragem necessário

Nos casos em que a área efetiva da armadura  $A_{s,ef}$  é maior que a área calculada  $A_{s,calc}$ , a tensão nas barras diminui e, portanto, o comprimento de ancoragem deve acompanhar esta diminuição. A existência de gancho na extremidade da barra também permite a redução do comprimento de ancoragem, que pode ser calculado pela expressão: