# CIRCUITOS TRIFÁSICOS

# Objetivos

Revisão de Circuitos Trifásicos

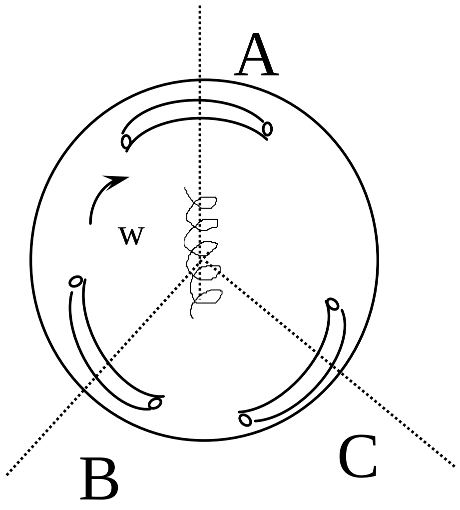
- Relações entre tensões e correntes de fase para cargas ligadas em estrela e em triângulo

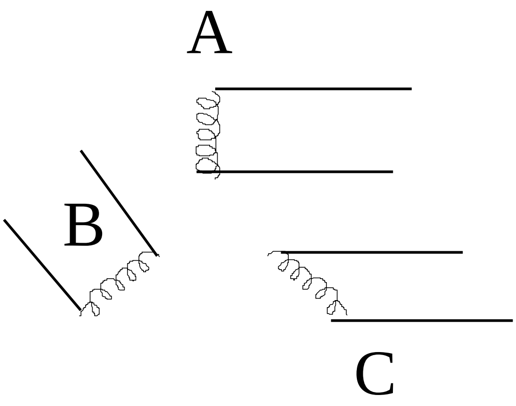
-Medição de potência ativa pelo método dos dois wattímetros

-fator de potência e triângulo de potências para cargas trifásicas

-conseqüências de um desequilíbrio de carga

# Sistema de Tensões

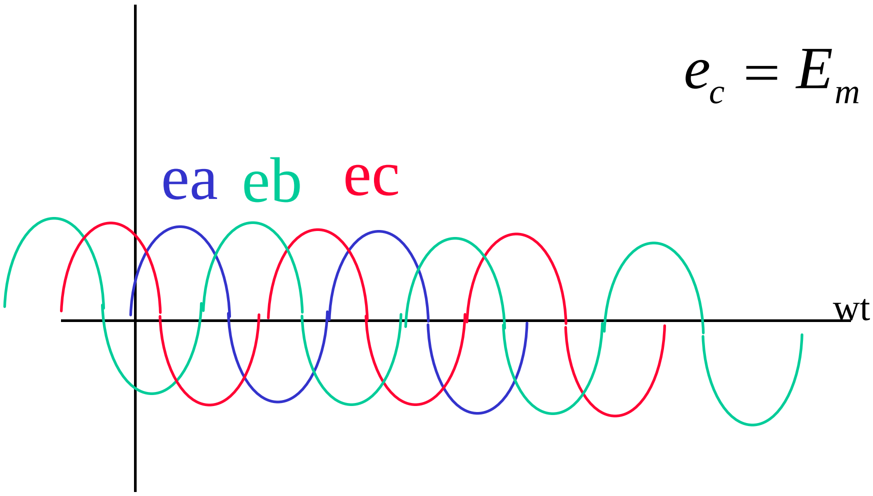


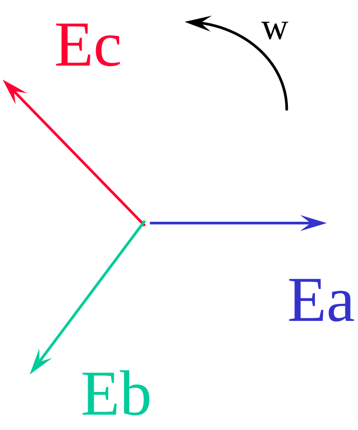




$$e_a = E_m \operatorname{sen} \omega t$$

$$e_b = E_m \operatorname{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

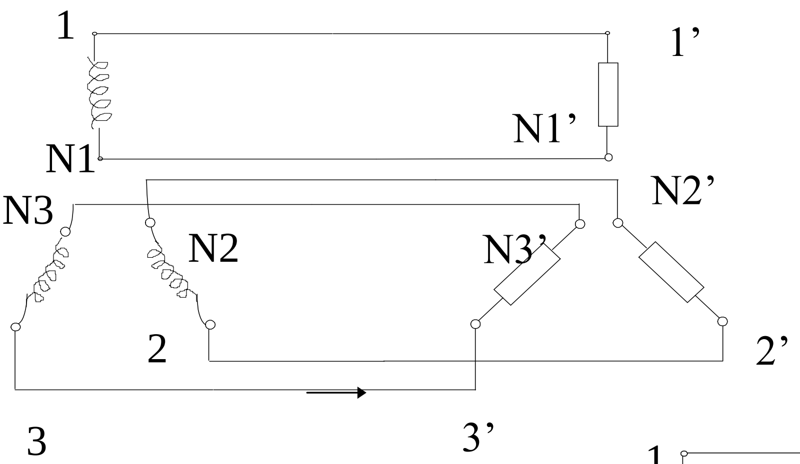
$$e_c = E_m \operatorname{sen}(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$



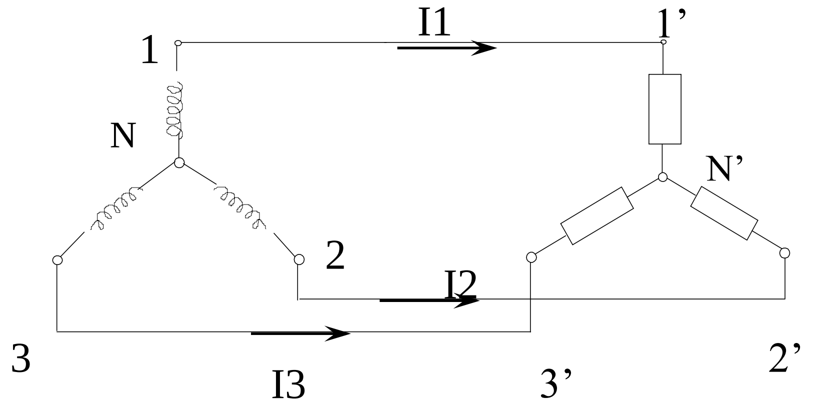

•sequência direta : A , B , C
(ordem de passagem pelo máximo )
•soma das tensões = 0

# Ligação em Estrela




N1=N2=N3=N

$I_{NN'} = I1+I2+I3 = 0$




$$I_1 = \frac{\dot{E}_{1N}}{\dot{Z}} = \frac{E + O_j}{Z\underline{/\varphi}} = \frac{E}{Z}\ \underline{/\varphi}$$

$$I_2 = \frac{\dot{E}_{2N}}{\dot{Z}} = \frac{E\underline{/-120^o}}{Z\underline{/\varphi}} = \frac{E}{Z}\ \underline{/-(120^o + \varphi)}$$

$$I_3 = \frac{\dot{E}_{3N}}{\dot{Z}} = \frac{E\underline{/+120^o}}{Z\underline{/\varphi}} = \frac{E}{Z}\ \underline{/120^o - \varphi}$$

# Relação entre valores de linha e fase

a) corrente de linha = corrente de fase

$$\dot{I}_{Nf} = \dot{I}_{f1} = \dot{I}_{L} = \dot{I}_{1'N'}$$

b) tensões

$$\dot{V}_{1N} = V_f \underline{|0} \qquad \dot{V}_{12} = V_L \underline{|\theta}$$

$$\dot{V}_{12} = \dot{V}_{1N} + \dot{V}_{N2} = \dot{V}_{1N} - \dot{V}_{2N}$$

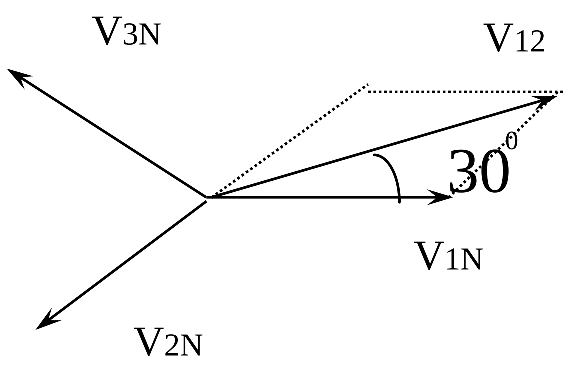
$$\dot{V}_{1N} = V_f \underline{|0} = V_f + 0j$$

$$\dot{V}_{2N} = V_f \underline{|-\frac{2\pi}{3}} = V_f [-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}]$$

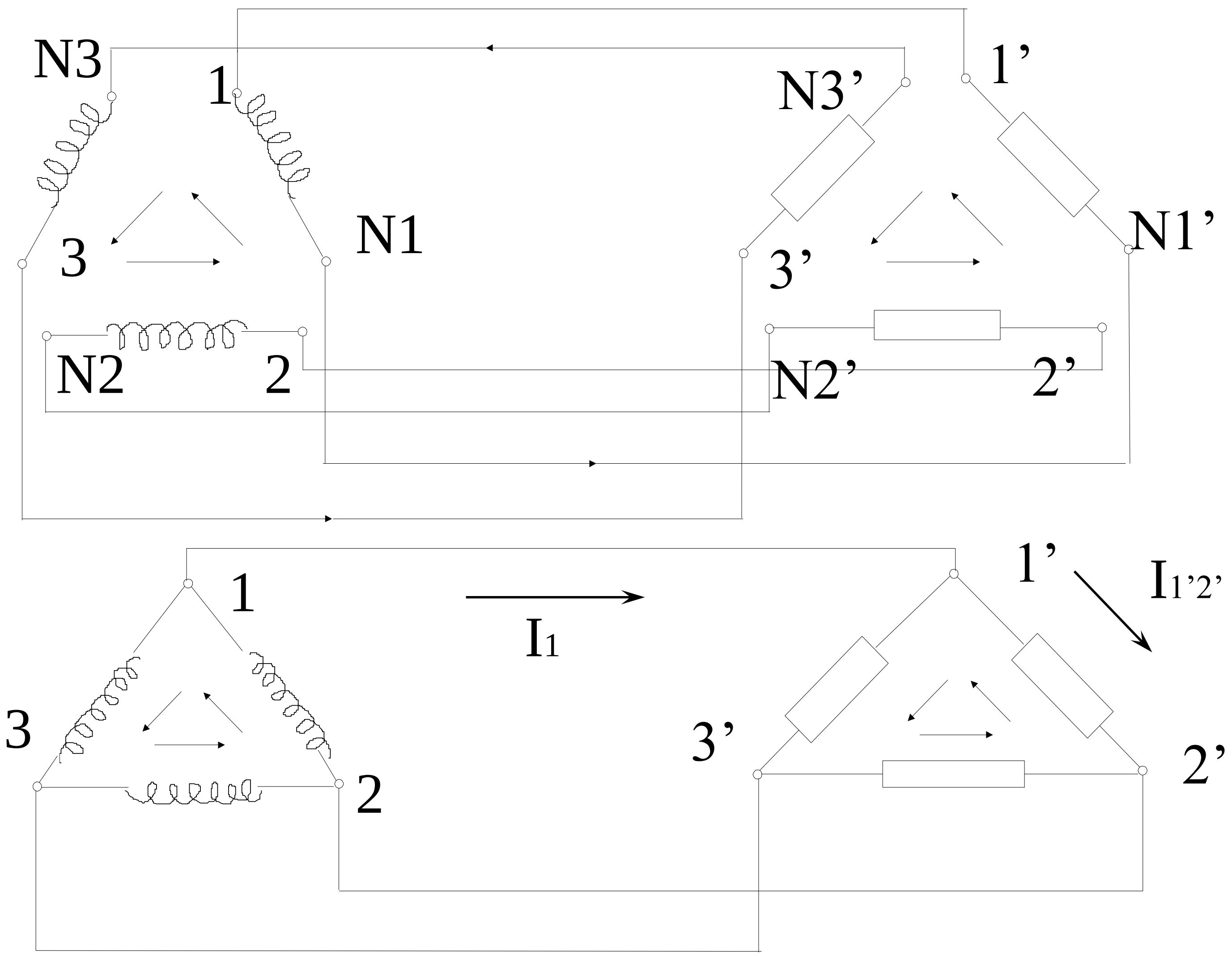
$$\dot{V}_L = V_{12} = V_f [1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$\dot{V}_L = \sqrt{3} V_f [\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}]$$

$$\dot{V}_L = \sqrt{3} V_f \underline{|\frac{\pi}{6}}$$



# Ligação em Triângulo $\triangle$




Malhas 2 e 3 independentes :

$$N_2 \equiv 3$$

$$d.d.p.\ 3' - N'_2 = 0 \Rightarrow N'_2 \equiv 3'$$

Analogamente :

$$N_3 \equiv 1 \qquad N_1 \equiv 2$$

$$N'_3 \equiv 1' \qquad N'_1 \equiv 2'$$

# Relação entre valores de linha e fase

a) tensão de linha = tensão de fase

b) correntes

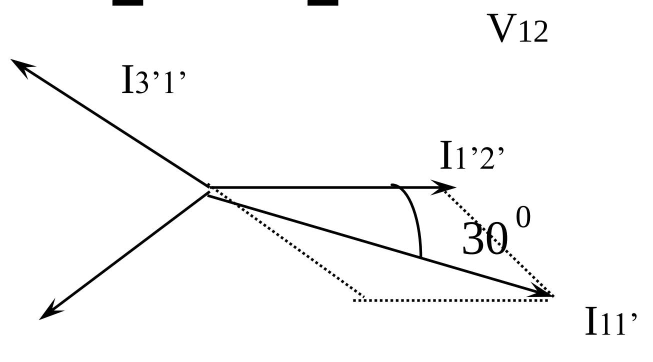
$$\dot{I}_{1'2'} = I_f \underline{|0^o} = I_f (1 + 0j)$$

$$\dot{I}_{2'3'} = I_f \underline{|-120^o} = I_f [-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$\dot{I}_{3'1'} = I_f \underline{|120^o} = I_f [-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$I_{11'} = I_{1'2'} - I_{3'1'} = I_f - I_f [-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}]$$

$$I_{11'} = I_f \sqrt{3}[\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}] = \sqrt{3} I_f \underline{|-30^o}$$



# POTÊNCIA EM SISTEMAS TRIFÁSICOS

## Potência instantânea - circuito monofásico

$$v = V_M \cos(\omega t + \theta)$$

$$i = I_M \cos(\omega t + \delta)$$

$$p = v.i$$

sendo ==> $V = \dfrac{V_M}{\sqrt{2}}$ $\qquad I = \dfrac{I_M}{\sqrt{2}}$

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$$

$$p = \frac{V_M I_M}{2}[\cos(\omega t + \theta - \omega t - \delta) + \cos(\omega t + \theta + \omega t + \delta)]$$

$$p = VI\cos\varphi + VI\cos(2\omega t + \theta + \delta)$$

**parcela ativa**

parcela flutuante
valor médio = 0

$$\varphi = \theta - \delta$$

**Potência Ativa : $P = VI\cos\varphi\ (W)$**

**Potência Aparente : $S = VI\ (VA)$**

**Potência Reativa: $P = VI\mathrm{sen}\,\varphi\ (VAr)$**

$\varphi$ ⇨ defasagem entre V e I

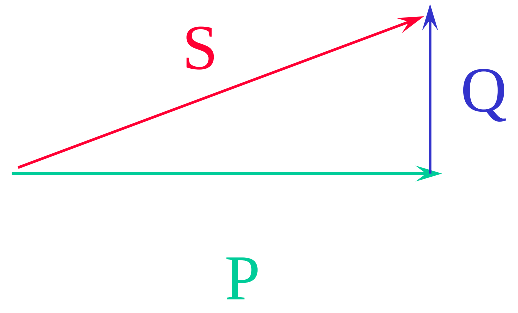
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\dot{S} = P + jQ = S|\underline{\varphi}$$

$$\dot{S} = \dot{V}\,\dot{I}^{*} = V|\underline{\theta}\ I|\underline{-\delta} = VI|\underline{\theta - \delta}$$

$$\dot{S} = VI\cos(\theta - \delta) + jVIsen(\theta - \delta)$$

$$\dot{S} = \quad P \quad + \quad jQ$$



# POTÊNCIA TRIFÁSICA INSTANTÂNEA

$$p_A = v_A i_A = V_{f_A} I_{f_A} \cos(\theta_A - \delta_A) + V_{f_A} I_{f_A} \cos(2\omega t + \theta_A + \delta_A)$$

$$p_B = v_B i_B = V_{f_B} I_{f_B} \cos(\theta_B - \delta_B) + V_{f_B} I_{f_B} \cos(2\omega t + \theta_B + \delta_B)$$

$$p_C = v_C i_C = V_{f_C} I_{f_C} \cos(\theta_C - \delta_C) + V_{f_C} I_{f_C} \cos(2\omega t + \theta_C + \delta_C)$$

POTÊNCIA INSTANTÂNEA

PARCELA ATIVA

PARCELA FLUTUANTE

# POTÊNCIA ATIVA TRIFÁSICO EQUILIBRADO

$$p = p_A + p_B + p_C = 3V_f I_f \cos\varphi = P$$

$$S = 3V_f I_f$$

$$P = 3V_f I_f \cos\varphi$$

$$Q = V_f I_f sen\varphi$$

**CARGA $\triangle$**

$$V_L = V_f$$

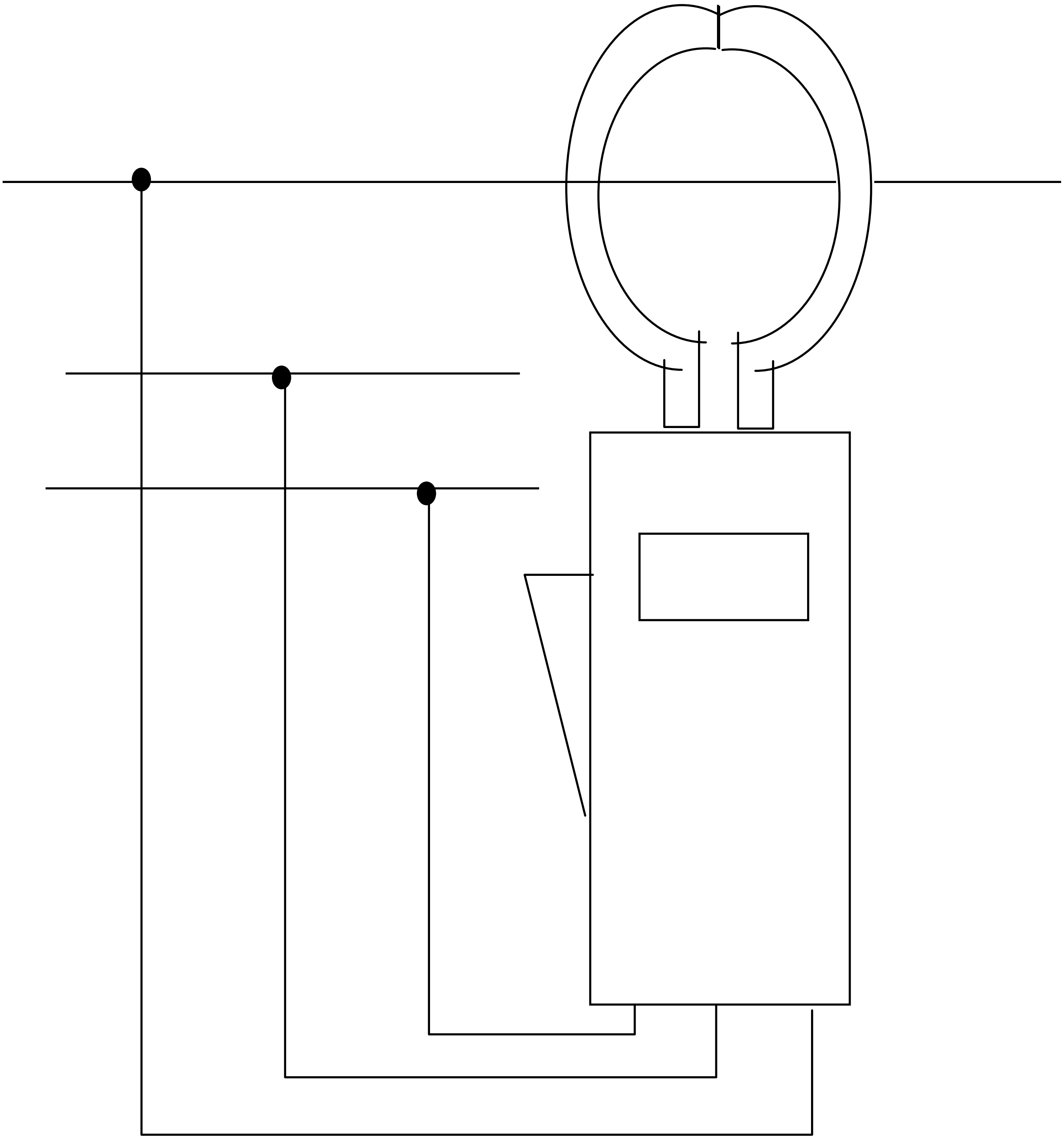
$$I_L = \sqrt{3} I_f \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\varphi}$$

**CARGA Y**

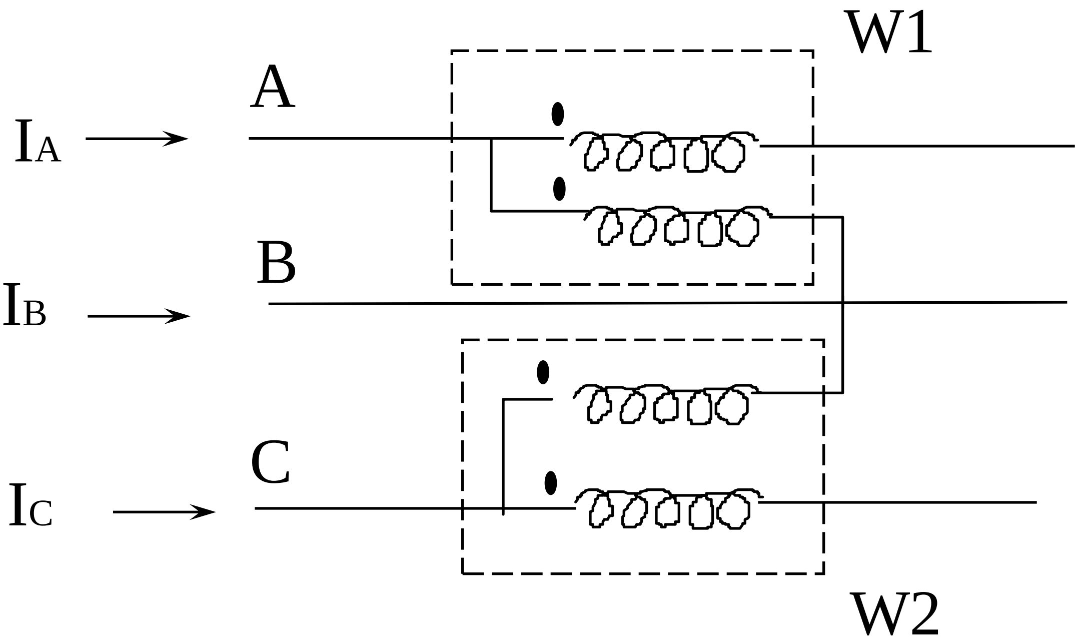
$$V_L = \sqrt{3} V_f$$

$$I_L = I_f \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\varphi}$$

# WATTÍMETRO TRIFÁSICO



# TEOREMA DE BLONDEL




$$W_1 = \mathrm{Re}[\dot{V}_{AB} \times \dot{I}_A^{*}] = \mathrm{Re}[(\dot{V}_{AN} - \dot{V}_{BN}) \times \dot{I}_A^{*}]$$

$$W_2 = \mathrm{Re}[\dot{V}_{CB} \times \dot{I}_C^{*}] = \mathrm{Re}[(\dot{V}_{CN} - \dot{V}_{BN}) \times \dot{I}_C^{*}]$$

$$W_1 + W_2 = \mathrm{Re}[\dot{V}_{AN}\,\dot{I}_A^{*} - \dot{V}_{BN}(\dot{I}_A^{*} + \dot{I}_C^{*}) + \dot{V}_{CN}\,\dot{I}_C^{*}]$$

Lembrando que $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ (trifásico a 3 fios), resulta que :

$$W_1 + W_2 = \mathrm{Re}[\dot{V}_{AN}\,\dot{I}_A^{*} + \dot{V}_{BN}\,\dot{I}_B^{*} + \dot{V}_{CN}\,\dot{I}_C^{*}] = \text{potência ativa total}$$